

Integrasi numerik dari transformasi Hankel menggunakan metode Kuadratur Gauss

Lismanto, author

Deskripsi Lengkap: <https://lib.ui.ac.id/detail?id=20252686&lokasi=lokal>

Abstrak

Persamaan differensial banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah fisika dengan menggunakan koordinat silinder seperti yang terjadi pada elektromagnetik, optik, vibrasi, dan seismologi (Chave, 1983). Salah satu fungsi khusus yang banyak ditemukan pada permasalahan itu berupa fungsi Bessel jenis pertama yaitu solusi dari persamaan differensial Bessel.

Solusi dari permasalahan tersebut dapat berbentuk transformasi Hankel yang mengandung bentuk integral tak wajar dari fungsi Bessel jenis pertama, fungsi Gamma dan fungsi $f(x)$ tertentu. Oleh karena itu, solusi analitik dari transformasi Hankel tidak mudah untuk dihitung, sehingga metode integrasi kuadratur Gauss menjadi alternatif untuk menghitung transformasi Hankel. Dalam tesis ini akan dihitung beberapa transformasi Hankel yang diklasifikasikan berdasarkan integrand, yaitu fungsi eksponensial dan fungsi trigonometri yang masing-masing telah diketahui nilai eksaknya berdasarkan tabel integral (Gradshteyn dan Ryzhik, 2000). Banyak titik yang akan digunakan dalam kuadratur adalah $n = 4, 8, 16, 32$ dan 64 .

Kemudian, dengan mengambil order fungsi Bessel 0 dan 1, hasil perhitungan tersebut dapat mendekati nilai eksak dengan error yang kurang dari 10^{-5} .

<hr>

Some differential equations have been used to solve some problems of physics which use cylindrical coordinate system such as electromagnetics, optics, vibration, and seismology (Chave, 1983). A special function that have been discovered on this problems is Bessel function of the first kind, which is a solution of the Bessel differential equation. Solution of these problems can be represented as improper integral which integrand contains Bessel function of the first kind, Gamma function and some function $f(x)$. This improper integral is known as Hankel transform.

The solution of the Hankel transform is not easy to be calculated analytically, so the Gaussian quadrature method is used to calculate value of the Hankel transform. Some Hankel transforms which have the analytic solution based on the integral tabel (Gradshteyn dan Ryzhik, 2000), will be calculated by using the Gaussian quadrature method. The Hankel transforms have been classified based on the integrand, those are exponential function and trigonometry function. This process uses the Gaussian quadrature $n = 4, 8, 16, 32$ and 64 points. Finally, for the order 0 and 1 of Bessel function of the first kind, the results have error less than 10^{-5} .