

# Sifat Kelengkapan dan Isometri pada Modul-Z Bernorm = Completeness and Isometries on Normed Z-modules

Tasnim Bilal, author

Deskripsi Lengkap: <https://lib.ui.ac.id/detail?id=20524821&lokasi=lokal>

---

## Abstrak

Modul M atas gelanggang satuan R adalah grup komutatif M yang dilengkapi dengan operasi perkalian skalar  $\cdot : R \times M \rightarrow M$  dan memenuhi beberapa aksioma. Modul merupakan perumuman dari struktur ruang vektor. Modul-Z bernorm  $(G, \|\cdot\|_Z)$  adalah modul G atas gelanggang satuan Z yang dilengkapi dengan fungsi norm  $\|\cdot\|_Z : G \rightarrow \mathbb{R}$  dan memenuhi aksioma-aksioma norm. Pada penelitian ini, dibahas sifat-sifat modul-Z bernorm, yaitu bahwa fungsi norm pada modul-Z bernorm mendefinisikan suatu metrik  $d(g_1, g_2) = \|g_1 - g_2\|_Z$ . Berikutnya, dibuktikan sifat kelengkapan pada modul-Z bernorm yang dibentuk dari modul-Z berhingga dan modul-Z bebas torsi. Terakhir, ditunjukkan beberapa sifat isometri pada modul-Z bernorm.  
.....Module M over unitary ring R is a commutative group M together with scalar multiplication  $\cdot : R \times M \rightarrow M$  that satisfy the axioms. Modules are the extension of the known vector spaces. Normed Z-module  $(G, \|\cdot\|_Z)$  is a module G over unitary ring Z together with a norm  $\|\cdot\|_Z : G \rightarrow \mathbb{R}$  that satisfies the norm axioms. In this research, we discuss the properties of normed Zmodules, such as the norm function in normed Z-modules define a metric  $d(g_1, g_2) = \|g_1 - g_2\|_Z$ . Then, we prove completeness on finite normed Z-modules and torsion-free normed Z-modules. Lastly, we prove some properties of isometries on Z-modules.