



**UNIVERSITAS INDONESIA**

**ANALISA KINERJA RCPC V-BLAST MIMO PADA KANAL  
*FADING NAKAGAMI-m***

**DISERTASI**

**Lydia Sari  
0706221155**

**FAKULTAS TEKNIK  
PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO  
DEPOK  
JULI 2010**



**UNIVERSITAS INDONESIA**

**ANALISA KINERJA RCPC V-BLAST MIMO PADA KANAL  
*FADING NAKAGAMI-m***

**DISERTASI**

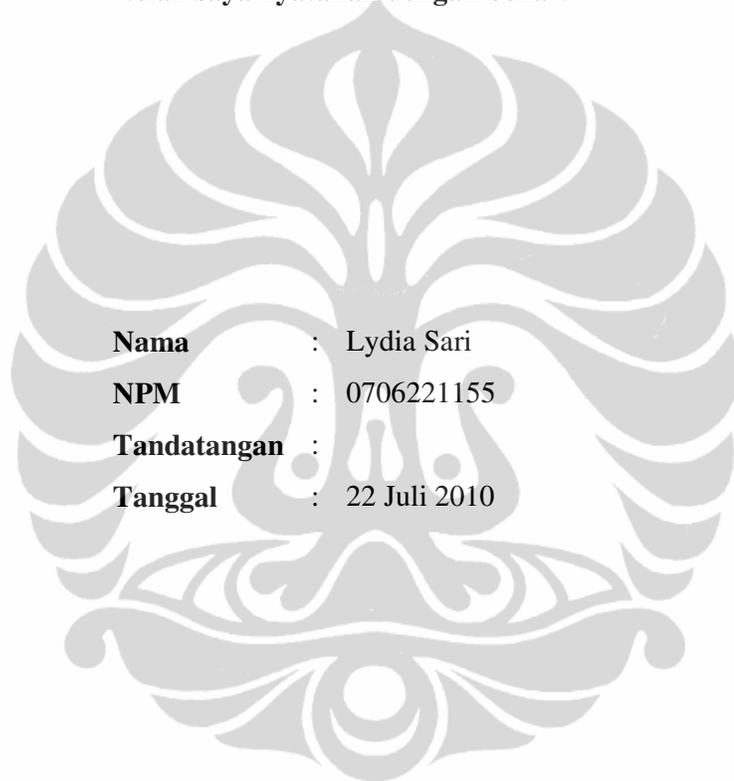
**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Doktor Teknik**

**Lydia Sari  
0706221155**

**FAKULTAS TEKNIK  
PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO  
DEPOK  
JULI 2010**

## HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

**Disertasi ini adalah hasil karya saya sendiri,  
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk  
telah saya nyatakan dengan benar.**



**Nama** : Lydia Sari  
**NPM** : 0706221155  
**Tandatangan** :  
**Tanggal** : 22 Juli 2010

## HALAMAN PENGESAHAN

Disertasi ini diajukan oleh :  
Nama : Lydia Sari  
NPM : 0706221155  
Program Studi : Teknik Elektro  
Judul Disertasi : Analisa Kinerja RCPC V-BLAST MIMO Pada  
Kanal *Fading* Nakagami-*m*

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Doktor pada Program Studi Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Indonesia.

### DEWAN PENGUJI

Promotor : Prof. Dr. Ir. Dadang Gunawan, M.Eng (.....)

Kopromotor : Ir. Gunawan Wibisono M.Sc., Ph.D (.....)

Tim Penguji : Dr. Ir. Muhamad Asvial M.Eng (.....)

Prof. Dr. Ing. Ir. Kalamullah Ramli, M.Eng (.....)

Dr. Ir. Arman D. Diponegoro (.....)

Ir. Wahidin Wahab M.Sc., Ph.D. (.....)

Dr. Rudi Lumanto (.....)

Ditetapkan di : Depok

Tanggal : 22 Juli 2010

## KATA PENGANTAR

Puji syukur saya panjatkan kepada Tuhan yang Esa, atas limpahan berkat dan rahmat-Nya sehingga disertasi ini dapat diselesaikan. Penulisan disertasi ini dilakukan untuk memenuhi salah satu syarat untuk mencapai gelar Doktor Teknik pada Departemen Teknik Elektro, Fakultas Teknik Universitas Indonesia. Selama penulisan disertasi ini penulis telah mendapatkan bantuan dan bimbingan dari banyak pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Prof. Dr. Ir. Dadang Gunawan, M.Eng, selaku Promotor yang telah menyediakan waktu, tenaga dan pikiran selama penyusunan disertasi ini;
2. Ir. Gunawan Wibisono M.Sc., Ph.D, selaku Ko-Promotor atas masukan dan diskusi yang berharga selama penyusunan disertasi ini;
3. Para anggota Dewan Penguji: Dr. Ir. Arman Djohan Diponegoro, Prof. Dr-Ing Kalamullah Ramli, Dr. Ir. Muhamad Asvial, M.Eng., Dr. Ir. Wahidin Wahab, M.Sc., dan Dr. Rudi Lumanto, atas saran dan masukannya untuk memperbaiki disertasi ini;
4. Pimpinan penulis di Universitas Katolik Indonesia Atma Jaya, dan rekan-rekan kerja baik staf akademik maupun non-akademik atas bantuan dan dukungan penuh selama penulis menyelesaikan studi;
5. Kedua orangtua, kakak-adik serta suami penulis, yang tanpa dukungannya disertasi ini tidak akan dapat diselesaikan.

Akhir kata, kiranya Tuhan yang Esa berkenan membalas kebaikan semua pihak yang telah membantu. Semoga disertasi ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu.

Depok, Juli 2010

Penulis

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI  
TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

---

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Lydia Sari  
NPM : 0706221155  
Program Studi : Teknik Elektro  
Fakultas : Teknik  
Jenis Karya : Disertasi

demikian pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif** (*Non-exclusive Royalty-Free Right*) atas karya ilmiah saya yang berjudul:

**Analisa Kinerja RCPC V-BLAST MIMO Pada Kanal *Fading* Nakagami-m**

Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalihmedia/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok  
Pada tanggal : 22 Juli 2010

Yang menyatakan

( Lydia Sari )

## ABSTRAK

Nama : Lydia Sari  
NPM : 0706221155  
Program Studi : Teknik Elektro  
Judul : Analisa Kinerja RCPC V-BLAST MIMO Pada Kanal *Fading* Nakagami- $m$

Skema *Multiple Input Multiple Output* (MIMO) menjadi topik penelitian penting dalam bidang telekomunikasi nirkabel, karena memiliki kapasitas tinggi tanpa memerlukan tambahan *bandwidth* serta ketahanannya terhadap *multipath fading*. Permasalahan yang timbul pada MIMO adalah diperlukannya suatu skema agar setiap antena pemancar dapat digunakan untuk mengirimkan aliran data yang berbeda pada saat bersamaan, dan aliran data yang berbeda-beda tersebut dapat dipisahkan secara tepat di bagian penerima. Permasalahan lain pada sistem MIMO adalah pengkodean yang tepat untuk aliran data jamak sehingga data dapat diterima secara handal.

Untuk mengatasi permasalahan tersebut, pada penelitian ini diajukan penggabungan arsitektur berlapis *Vertical Bell Laboratories Space-Time Multiple Input Multiple Output* (V-BLAST MIMO) serta pengkodean *Rate Compatible Punctured Convolutional* (RCPC). Penggunaan V-BLAST memungkinkan pengiriman data yang berbeda pada setiap antena, dan kode RCPC memberikan proteksi terhadap kesalahan kanal. Untuk mempermudah perhitungan parameter kode RCPC, digunakan kode konvolusional ekuivalen. Kriteria *Zero Forcing* (ZF) dan *Minimum Mean Squared Error* (MMSE) digunakan untuk mengekstrak setiap sub-aliran informasi yang tiba di penerima.

Penelitian ini menghasilkan kode RCPC menggunakan kode konvolusional ekuivalen dengan periode *puncturing*  $P_c = 2$  hingga 6, serta kode RCPC tanpa kode konvolusional ekuivalen dengan periode *puncturing*  $P_c = 6$ . Hasil lainnya adalah persamaan BER untuk RCPC V-BLAST MIMO pada kanal *fading* Nakagami- $m$ . Kanal *fading* Nakagami- $m$  digunakan karena memiliki karakteristik empiris yang sesuai dengan pola *fading* secara general. Persamaan BER sistem dinyatakan dalam persamaan matematis yang modular, yang terdiri atas kinerja BER subsistem modulasi  $M$ -QAM multikanal, subsistem V-BLAST MIMO, dan subsistem RCPC dengan modulasi  $M$ -QAM dan kanal Nakagami- $m$ .

Simulasi numerik yang dilakukan menunjukkan bahwa peningkatan periode *puncturing*  $P_c$  akan meningkatkan jarak bebas kode  $d_{free}$ , sehingga memperbaiki BER sistem. Peningkatan  $d_{free}$  juga dapat dicapai dengan meletakkan bit yang di-*puncture* pada satu kolom dalam matriks *puncturing*, tanpa mengubah  $P_c$ . BER sistem juga akan semakin baik dengan penambahan jumlah antena, dimana penambahan jumlah antena penerima akan meningkatkan BER dengan lebih signifikan dibandingkan dengan penambahan jumlah antena pemancar. Semakin tinggi  $P_c$  yang digunakan, perbaikan BER yang dihasilkan oleh penambahan antena akan semakin kecil. Penggunaan deteksi berbasis MMSE akan meningkatkan BER sistem pada kisaran 0,5 hingga 1 dB dibandingkan deteksi berbasis ZF.

Kata kunci: MIMO, V-BLAST, RCPC, kanal Nakagami- $m$ , BER,  $d_{free}$

## ABSTRACT

Name : Lydia Sari  
Student Registration No. : 0706221155  
Study Program : Electrical Engineering  
Title : Performance Analysis of RCPC V-BLAST  
MIMO in Nakagami- $m$  Fading Channel

The Multiple Input Multiple Output (MIMO) system has been the subject of rigorous research in the wireless telecommunication field, due to its ability to increase capacity without necessitating extra bandwidth and its robustness against multipath fading. There are two main problems arising in this system. The first is the need to find a scheme to send different information symbols simultaneously using multiple transmit antennas, as well as enabling the extraction of those symbols in the receiver. The second problem is finding a correct coding type for multiple information streams to provide robustness against channel errors.

To solve these problems, this research proposes the integration of Vertical Bell Laboratories Space-Time Multiple Input Multiple Output (V-BLAST MIMO) scheme and Rate Compatible Punctured Convolutional (RCPC) encoding. The use of V-BLAST scheme will enable the transmission of different data streams simultaneously using the multiple transmit antennas, while RCPC codes protect the data against channel errors. To simplify the calculation of RCPC code parameters, equivalent convolutional codes are used. Zero Forcing (ZF) and Minimum Mean Squared Error (MMSE) criteria are used to extract the different data streams arriving in the receiver.

In this research RCPC codes using equivalent convolutional codes which puncturing periods are  $P_c = 2$  to 6, and an RCPC code without equivalent convolutional code which  $P_c = 6$  are obtained. A mathematical formulation of BER for RCPC V-BLAST in Nakagami- $m$  fading channel is derived and numerically simulated. The Nakagami- $m$  model is used as its empirical characteristics match those of general fading pattern. The mathematical BER of the system is stated as a modular equation, consisting of the subsystems BER.

The numerical simulations results show that the increase of  $P_c$  will increase the free distance of the codes  $d_{free}$ , which in turn will increase the system BER. The increase of  $d_{free}$  can also be obtained by placing the punctured bits in one column of the puncturing matrix, without changing the  $P_c$ . Increasing the number of antennas will also improve the system BER. The increased number of receive antennas will contribute more significantly to the BER improvement compared to the increase of transmit antennas.

The larger the  $P_c$  used, the BER improvement yielded by increasing the antenna numbers will be more insignificant. The use of MMSE-based detection will improve the system BER by 0.5-1 dB compared to the ZF-based detection.

Keywords: MIMO, V-BLAST, RCPC, Nakagami- $m$  channel, BER,  $d_{free}$

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
KATA PENGANTAR	v
HALAMAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH	vi
ABSTRAK	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR SINGKATAN	xiv
DAFTAR NOTASI	xv
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Penelitian	8
1.3 Ruang Lingkup Penelitian	9
1.4 Kontribusi Penelitian	10
1.5 Sistematika Penulisan	11
<b>BAB 2. V-BLAST MIMO DAN KODE RCPC</b>	<b>12</b>
2.1 Latar Belakang	12
2.2 Kanal Sistem MIMO	14
2.3 Informasi Matriks Kanal MIMO pada Pemancar	15
2.4 Arsitektur Berlapis <i>Vertical Bell Laboratories Space-Time</i> (V-BLAST)	18
2.5 Kinerja V-BLAST MIMO Tanpa Pengkodean	21
2.6 Kode <i>Rate-Compatible Punctured Convolutional</i> (RCPC)	23
2.7 Kinerja Kode RCPC	27
<b>BAB 3. ANALISA KINERJA BER RCPC V-BLAST MIMO</b>	<b>29</b>
3.1 Kinerja BER Sistem Gabungan V-BLAST dengan Kode RCPC	29
3.2 Kinerja BER untuk RCPC V-BLAST MIMO dengan Representasi Geometris	30
3.2.1 Representasi Geometris untuk V-BLAST MIMO	30
3.2.2 Kode yang Dihasilkan	37
3.2.3 Kinerja BER untuk Sistem Berbasis ZF	38
3.2.4 Kinerja BER untuk Sistem Berbasis MMSE	39
<b>BAB 4. ANALISA KINERJA V-BLAST MIMO PADA KANAL <i>FADING</i> NAKAGAMI-<i>m</i> MENGGUNAKAN RCPC DENGAN KODE KONVOLUSIONAL EKIVALEN</b>	<b>42</b>
4.1 Model Sistem	42
4.2 Pengaruh Nakagami- <i>m Fading</i> pada Sinyal Terima	46
4.3 Desain Kode RCPC Menggunakan Kode	48

Konvolusional Ekivalen	
4.4 Kinerja BER Sistem yang Diajukan	52
4.4.1 Kinerja BER Subsistem Modulasi $M$ -QAM Multikanal	54
4.4.2 Kinerja BER Subsistem V-BLAST MIMO	55
4.4.3 Kinerja Subsistem RCPC dengan Modulasi $M$ -QAM dan Kanal Nakagami- $m$	58
4.5 Kode RCPC yang Dihasilkan	69
4.6 Kinerja BER Sistem V-BLAST dengan Pengkodean RCPC Pada Kanal <i>Fading</i>	80
4.6.1 Kinerja Sistem dengan Deteksi Berbasis ZF	80
4.6.2 Kinerja Sistem dengan Deteksi Berbasis MMSE	93
<b>BAB 5. KESIMPULAN</b>	<b>106</b>
<b>DAFTAR ACUAN</b>	<b>108</b>
<b>LAMPIRAN A PENENTUAN BOBOT KESALAHAN KODE KONVOLUSIONAL DAN KODE KONVOLUSIONAL <i>PUNCTURED</i></b>	<b>A1</b>
<b>LAMPIRAN B PERHITUNGAN <math>D_{\min}^2 / \varepsilon</math> UNTUK <math>M</math>-QAM</b>	<b>B1</b>
<b>LAMPIRAN C PEMBUKTIAN KESAMAAN KODE KONVOLUSIONAL <i>PUNCTURED</i> KONVENSIONAL DAN KODE KONVOLUSIONAL <i>PUNCTURED</i> YANG DIPEROLEH DARI GENERATOR EKIVALEN</b>	<b>C1</b>
<b>LAMPIRAN D CONTOH PERHITUNGAN PARAMETER KODE RCPC MENGGUNAKAN KODE KONVOLUSIONAL EKIVALEN</b>	<b>D1</b>
<b>DAFTAR RIWAYAT HIDUP</b>	<b>xviii</b>

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1	Diagram alir penelitian	10
Gambar 2.1	Bagan umum sistem MIMO	12
Gambar 2.2.	Model kanal katriks $\mathbf{H}$ dan model kanal ekivalen menggunakan <i>Singular Value Decomposition</i> (SVD)	15
Gambar 2.3	Diagram sistem V-BLAST MIMO dengan $M_t$ pemancar dan $M_r$ penerima	18
Gambar 2.4	Kinerja BER sistem V-BLAST tanpa pengkodean [7]	21
Gambar 2.5	Kinerja BER sistem V-BLAST MIMO dengan modulasi BPSK, $M_t = 2, M_r = 2$	22
Gambar 2.6	Contoh skema RCPC [24]	24
Gambar 3.1	Model sistem gabungan V-BLAST dan RCPC	28
Gambar 3.2	Kinerja RCPC ZF V-BLAST $M_t = M_r = 2$	29
Gambar 3.3	Kinerja ZF V-BLAST RCPC pada kanal Rayleigh, $M_t = M_r = 4$	30
Gambar 3.4	Ilustrasi geometris dari dekomposisi sinyal terima menjadi komponen paralel dan ortogonal terhadap ruang yang direntang oleh $\{\boldsymbol{\eta}_{i+1} \dots \boldsymbol{\eta}_m\}$ pada langkah <i>interference nulling</i> [32]	30
Gambar 3.5	Ilustrasi geometris dari dekomposisi $\mathbf{h}_1$ menjadi $\mathbf{h}_{1\perp}$ dan $\mathbf{h}_{1\parallel}$ pada langkah <i>interference nulling</i> , $\mathbf{e}_1$ dan $\mathbf{e}_2$ adalah vektor basis dari ruang yang direntang oleh kolom-kolom $\mathbf{H}$ ( $\mathbf{h}_1$ dan $\mathbf{h}_2$ )	31
Gambar 3.6	Rotasi vektor sinyal terima dengan sudut $\vartheta$	33
Gambar 3.7	Kinerja BER untuk ZF V-BLAST RCPC pada kanal Rayleigh, $M_t = M_r = 2$	37
Gambar 3.8	Kinerja BER untuk ZF V-BLAST RCPC pada kanal Rayleigh, $M_t = M_r = 2$	38
Gambar 3.9	Kinerja MMSE V-BLAST RCPC pada kanal Rayleigh, $M_t = M_r = 2$	39
Gambar 3.10	Kinerja MMSE V-BLAST RCPC pada kanal Rayleigh, $M_t = M_r = 4$	39
Gambar 4.1	Model sistem	41
Gambar 4.2	Enkoder RCPC dengan $R_{c1} = 2/4$ dan $R_{c2} = 2/3$	48

Gambar 4.3	Koordinat polar	55
Gambar 4.4.	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 2, P_c = 2$	80
Gambar 4.5	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 2, P_c = 2, m = 3$ dan 5	81
Gambar 4.6	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = 2$ dan $M_r = 4, P_c = 2$	81
Gambar 4.7	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = 2$ dan $M_r = 4, P_c = 2, m = 3$ dan 5	82
Gambar 4.8	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = 4$ dan $M_r = 2, P_c = 2$	83
Gambar 4.9	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = 4$ dan $M_r = 2, P_c = 2, m = 3$ dan 5	84
Gambar 4.10	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 4, P_c = 2$	84
Gambar 4.11	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 4, P_c = 2, m = 3$ dan 5	85
Gambar 4.12	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 2, P_c = 3$	86
Gambar 4.13	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 4, P_c = 3$	87
Gambar 4.14	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 2, P_c = 4$	88
Gambar 4.15	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 4, P_c = 4$	89
Gambar 4.16	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 2, P_c = 5$	90
Gambar 4.17	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 4, P_c = 5$	90
Gambar 4.18	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 2, P_c = 6$	91
Gambar 4.19	Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 4, P_c = 6$	92
Gambar 4.20	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 2, P_c = 2$	93
Gambar 4.21	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 2, m = 3$ dan 5, $P_c = 2$	94
Gambar 4.22	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = 2$ dan $M_r = 4, P_c = 2$	94
Gambar 4.23	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = 2$ dan $M_r = 4, P_c = 2, m = 3$ dan 5	95
Gambar 4.24	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = 4$ dan $M_r = 2, P_c = 2$	95
Gambar 4.25	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = 4$ dan $M_r = 2, P_c = 2, m = 3$ dan 5	96
Gambar 4.26	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 4, P_c = 2$	97
Gambar 4.27	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 4, P_c = 2, m = 3$ dan 5	97

Gambar 4.28	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 2, P_c = 3$	98
Gambar 4.29	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 4, P_c = 3$	99
Gambar 4.30	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 2, P_c = 4$	100
Gambar 4.31	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 4, P_c = 4$	101
Gambar 4.32	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 2, P_c = 5$	102
Gambar 4.33	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 4, P_c = 5$	102
Gambar 4.34	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 2, P_c = 6$	103
Gambar 4.35	Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan $M_t = M_r = 4, P_c = 6$	104



## DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Parameter Kinerja Kode Dengan $R_{c1} = 6/18$ dan $R_{c2} = 6/12$ Tanpa Kode Konvolusional Ekuivalen	36
Tabel 4.1	Kode yang Digunakan	51
Tabel 4.2	Koefisien Parameter untuk $M$ -QAM Bujursangkar	66
Tabel 4.3	Parameter Kinerja Kode Dengan $R_{c1} = 2/4$ dan $R_{c2} = 2/3$	69
Tabel 4.4	Parameter Kinerja Kode Dengan $R_{c1} = 3/9$ dan $R_{c2} = 3/6$	70
Tabel 4.5	Parameter Kinerja Kode Dengan $R_{c1} = 4/12$ dan $R_{c2} = 4/8$	72
Tabel 4.6	Parameter Kinerja Kode Dengan $R_{c1} = 5/15$ dan $R_{c2} = 5/10$	75
Tabel 4.7	Parameter Kinerja Kode Dengan $R_{c1} = 6/18$ dan $R_{c2} = 6/12$	76



## DAFTAR SINGKATAN

AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
BER	<i>Bit error rate</i>
BPSK	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
CSI	<i>Channel State Information</i>
D-BLAST	<i>Diagonal Bell Laboratories Layered Space-Time Architecture</i>
MIMO	<i>Multiple-input Multiple-output</i>
MISO	<i>Multiple Input Single Output</i>
MMSE	<i>Minimum Mean Squared Error</i>
pcu	<i>Per channel use</i>
pdf	<i>Probability Density Function</i>
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
RCPC	<i>Rate Compatible Punctured Convolutional</i>
SIMO	<i>Single Input Multiple Output</i>
SISO	<i>Single Input Single Output</i>
SNR	<i>Signal to Noise Ratio</i>
STBC	<i>Space time block coding</i>
STTC	<i>Space time trellis coding</i>
SVD	<i>Singular Value Decomposition</i>
UEP	<i>Unequal Error Protection</i>
V-BLAST	<i>Vertical Bell Laboratories Layered Space-Time Architecture</i>
ZF	<i>Zero Forcing</i>

## DAFTAR NOTASI

$a(\delta), \delta = 1, \dots, (B-1)P_c$	Matriks <i>puncturing</i> pada kode RCPC
$\alpha$	Gain kanal
$C$	Kapasitas kanal MIMO
$c_d$	Jumlah total <i>error bits</i> yang dihasilkan oleh jalur yang salah pada enkoder
$C_i, i = 1, \dots, l$	Kapasitas kanal-kanal SISO yang dihasilkan dari dekomposisi kanal MIMO, $l = \min(M, N)$
$D$	Transformasi- $D$ atau <i>delay</i> satuan yang ditimbulkan oleh satu elemen memori pada <i>shift register</i>
$d_{free}$	Jarak bebas minimum dari kode
$\Lambda$	Matriks berdimensi $M_r \times M_t$ yang mengandung nilai singular riil tak-negatif berjumlah $\min(M_r \times M_t)$
$\Delta_{ij}$	Delta Kronecker, $\Delta_{ij}$ akan bernilai 1 bila $i = j$ dan bernilai 0 untuk $i \neq j$
$\delta$	Jumlah bit yang tidak di- <i>puncture</i> pada enkoder RCPC
$E_b$	Energi bit
$\epsilon_\alpha$	Energi bit rata-rata pada simbol terima di bawah pengaruh faktor redaman $\alpha$
$\epsilon$	Energi bit rata-rata pada simbol terima bila tidak terdapat redaman dalam kanal
$\eta_{\gamma, m_t}$	Selisih antara SNR keluaran ZF dan MMSE
$\eta_{V-BLAST}$	Laju transmisi V-BLAST tanpa pengkodean
$F_h(x)$	Probabilitas <i>outage</i> dari $x$
$f_\alpha(\alpha)$	pdf dari faktor redaman $\alpha$ pada kanal <i>fading Nakagami</i>
$P(z)$	pdf gabungan dari dua sinyal pada kanal <i>fading Nakagami</i>
$g$	Matriks <i>tap</i> generator pada enkoder RCPC
$\mathbf{G}$	Matriks proyeksi ortogonal untuk deteksi V-BLAST berbasis geometri
$G$	Matriks generator kode konvolusional
$G_e$	Generator hasil ekspansi untuk mendapatkan kode konvolusional ekuivalen
$G'$	Matriks generator dari <i>K-times blocked code</i>
$g_{il}$	Elemen pada matriks <i>tap</i> generator, yang bernilai 1 dan 0 masing-masing untuk menunjukkan sambungan dan tidak adanya sambungan dari <i>shift register stage</i> ke- $l$ dengan keluaran ke- $i$
$\Gamma(\bullet)$	Fungsi Gamma dari ( $\bullet$ )
$\gamma$	SNR masukan pada sistem
$\mathbf{H}$	Kanal matriks

$(\mathbf{H})_j$	Kolom ke- $j$ dari $\mathbf{H}$
$\mathbf{h}_{m_t}$	Kolom ke- $m_t$ dari $\mathbf{H}$
$\mathbf{H}_{m_t}$	Submatriks yang diperoleh dengan mengeluarkan $\mathbf{h}_{m_t}$ dari $\mathbf{H}$
$h_{ij}, i = 1, \dots, M_r, j = 1, \dots, M_t$	Elemen-elemen matriks kanal MIMO dari antenna pemancar ke- $j$ dan antenna penerima ke- $i$
$\mathbf{I}$	Matriks identitas
$K$	Jumlah <i>blocking</i> pada proses pembentukan kode konvolusional ekivalen
$k$	Jumlah bit per simbol yang akan dikodekan
$L$	Jumlah <i>layer</i> pada sistem V-BLAST
$\sqrt{\lambda_i}, i = 1, \dots, l$	Nilai-nilai singular dari $\mathbf{H}$ , dengan $l = \min(M_r, M_t)$
$l$	$\min(M_r, M_t)$ ; Nilai minimum dari $M_r$ dan $M_t$ , apabila $M_r = M_t$ maka $l = M_r = M_t$
$Mat$	Matriks berukuran $K \times n$ yang terdiri atas polinomial $T_{ij}$ , digunakan untuk penyusunan matriks ekivalen konvolusional
$M_r$	Jumlah antenna penerima
$m$	Parameter <i>fading</i> Nakagami
$\mu$	Nilai ambang daya pada kanal-kanal SISO yang dihasilkan dari dekomposisi kanal MIMO
$M_t$	Jumlah antenna pemancar
$n$	Jumlah bit dalam <i>codeword</i>
$\bar{n}$	Daya derau rata-rata
$\mathbf{n}$	Vektor derau
$N_0$	Densitas derau
$P$	Daya total pemancar
$P_b$	Probabilitas kesalahan bit sistem
$P_{bc}$	Probabilitas kesalahan bit per <i>carrier</i> untuk modulasi $M$ -QAM
$P_{b-RCPC}$	Probabilitas kesalahan bit pada Viterbi <i>decoding</i> untuk kode RCPC
$P_c$	Periode <i>puncturing</i>
$P_d$	Probabilitas terpilihnya jalur yang salah oleh dekoder Viterbi di penerima
$\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{m_t}}^\perp$	Proyeksi orthogonal ke ruang <i>null</i> dari $\mathbf{H}_{m_t}^*$
$P_i, i = 1, \dots, l$	Daya pada kanal-kanal SISO yang dihasilkan dari dekomposisi kanal MIMO, $l = \min(M, N)$
$\Pr\{\bullet\}$	Probabilitas dari $\{\bullet\}$
$q$	Daya sinyal setelah pengurutan optimal, deteksi menggunakan representasi geometris
$\psi$	Koefisien korelasi kanal
$R_c$	Laju kode konvolusional

$r_i, i = 1, \dots, M_r$	Statistik pengambilan keputusan di penerima
$\rho$	SNR keluaran pada sistem bila kanal tidak mengalami redaman, didefinisikan sebagai $\rho_{zf}$ atau $\rho_{mmse}$ sesuai tipe deteksi yang digunakan sistem
$\rho_\alpha$	SNR keluaran pada sistem bila kanal mengalami redaman dengan faktor $\alpha$
$\rho_{zf}$	SNR keluaran pada ZF V-BLAST
$\rho_{mmse}$	SNR keluaran pada MMSE V-BLAST
$S$	Jumlah <i>shift register</i> pada enkoder RCPC
$\mathbf{s}$	Vektor sinyal pancar
$s_i, i = 1, \dots, N$	Elemen dari vektor sinyal pancar
$\tilde{\mathbf{s}}$	Vektor sinyal pancar setelah kanal MIMO didekomposisi dengan SVD
$\tilde{s}$	Elemen dari vektor sinyal pancar setelah kanal MIMO didekomposisi dengan SVD
$\hat{s}_i$	Hasil kuantisasi dari $r_i$
$\sigma^2$	Variansi derau Gaussian
$t$	Derajat kebebasan sistem V-BLAST MIMO
$T_s$	Periode simbol
$\vartheta$	Orde diversitas sistem V-BLAST MIMO
$\mathbf{U}$	Matriks satuan kompleks dengan dimensi $M_r \times M_r$ yang merupakan bagian dari matriks kanal MIMO $\mathbf{H}$
$\mathbf{V}$	Matriks satuan kompleks dengan dimensi $M_t \times M_t$ yang merupakan bagian dari matriks kanal MIMO $\mathbf{H}$
$\mathbf{w}_{ZF}$	Vektor bobot untuk proses <i>nulling</i> pada <i>Zero Forcing</i> V-BLAST
$\mathbf{w}_{MMSE}$	Vektor bobot untuk proses <i>nulling</i> pada <i>MMSE</i> V-BLAST
$\chi_{2(M_r-i+1)}^2$	Distribusi Chi-kuadrat dengan $M_r - i + 1$ derajat kebebasan, $i = 1, \dots, M_r$
$\mathbf{y}$	Vektor sinyal terima
$\mathbf{y}_i, i = 1, \dots, N$	Vektor sinyal terima setelah melalui deteksi V-BLAST
$\tilde{\mathbf{y}}$	Vektor sinyal terima setelah kanal MIMO didekomposisi dengan SVD
$(\bullet)^*$	Transpos Hermitian dari $(\bullet)$
$Z$	Matriks $K \times K$ dengan elemen diagonal atas 1, $D$ di sudut kiri bawah dan 0 di lokasi lainnya, digunakan untuk penyusunan matriks ekivalen konvolusional

## BAB 1

### PENDAHULUAN

#### 1.1 Latar Belakang

Penelitian *Multiple-Input Multiple-Output* (MIMO) berperan penting untuk mewujudkan jaringan komunikasi masa depan yang memiliki laju informasi, kehandalan dan efisiensi spektrum tinggi. Salah satu ciri aplikasi jaringan komunikasi generasi mendatang adalah semakin tingginya permintaan akan layanan berbasis multimedia. Dengan potensinya untuk melipatgandakan kapasitas pengiriman data tanpa memerlukan tambahan daya ataupun *bandwidth*, skema MIMO menjadi salah satu opsi utama untuk digunakan pada standar IEEE 802.16. Standar tersebut mendukung akses multimedia berkecepatan tinggi bagi pelanggan bisnis maupun residensial termasuk ke lokasi-lokasi yang tidak tercapai oleh layanan *broadband* konvensional [1].

Dalam sistem komunikasi nirkabel, terminologi MIMO mengacu kepada sistem di mana sisi pemancar dan penerima dilengkapi dengan antena jamak. Berbagai penelitian telah mengusulkan pemakaian sistem ini antara lain karena potensinya untuk meningkatkan kapasitas kanal secara linier sesuai fungsi penambahan elemen antena yang digunakan [2], dan kemampuannya mengeksplorasi propagasi *multipath* yang merupakan kendala bagi sistem nirkabel dengan elemen antena tunggal [3].

Antena-antena di sisi pemancar dan penerima pada sistem MIMO dihubungkan sedemikian sehingga kualitas komunikasi yang dinyatakan oleh *bit error rate* (BER) dan laju informasi (*bit per second*) dapat ditingkatkan. Pemakaian antena jamak menyebabkan teknologi MIMO seringkali dikategorikan sebagai teknologi “*smart antenna*”, meskipun MIMO bukan suatu sistem yang menggunakan *smart antenna* dalam pengertian konvensional. Secara konvensional, terminologi *smart antenna* mengandung pengertian teknik pengolahan sinyal yang berasal dari antena jamak di satu sisi saja, yaitu di penerima saja (*Single Input Multiple Output*, SIMO) atau di pemancar saja (*Multiple Input Single Output*, MISO) [4]. Ide utama dari penggunaan *smart antenna* adalah pemrosesan sinyal-terima dalam dimensi waktu dan dimensi

spasial sekaligus. Pada SIMO/MISO, level rata-rata sinyal terkombinasi dapat dimaksimalkan dan level dari komponen derau dapat ditekan. Selain itu, bila terdapat *multipath fading*, kemungkinan kehilangan sinyal akan berkurang sesuai pertambahan jumlah elemen antenna yang mengalami *fading* independen [3]. Sistem MIMO memiliki semua karakteristik sistem SIMO/MISO, karena pada dasarnya sistem MIMO adalah gabungan dari sistem SIMO/MISO.

Permasalahan yang timbul pada MIMO adalah cara untuk merealisasikan kapasitas tinggi (*multiplexing gain*) yang telah dibuktikan secara teoretis. Diperlukan suatu skema agar masing-masing antenna pemancar dapat digunakan untuk mengirimkan aliran data yang berbeda pada saat bersamaan, dan aliran data yang berbeda-beda tersebut dapat dipisahkan secara tepat di bagian penerima.

Permasalahan lain pada sistem MIMO adalah pengkodean yang tepat untuk aliran data jamak sehingga data dapat diterima secara handal (*coding gain*). Idealnya, pengkodean yang digunakan pada sistem MIMO tidak menimbulkan *overhead bits* yang besar, sehingga efisiensi spektrum dapat dipertahankan.

Permasalahan *multiplexing gain* dan *coding gain* dalam MIMO pada umumnya dipecahkan secara parsial. Sejumlah penelitian mengenai MIMO mengeksplorasi problem *multiplexing gain* tanpa memperhatikan pengkodean yang sesuai untuk kanal MIMO [5-7]. Penelitian lainnya berfokus pada eksplorasi *coding gain* tanpa mekanisme untuk mempertahankan potensi *multiplexing gain* yang dimiliki oleh sistem MIMO [8-9].

Solusi untuk masalah *multiplexing gain* pada sistem MIMO pertama kali diajukan oleh [5] dengan memperkenalkan *Diagonal Bell Laboratories Layered Space-Time Architecture* (D-BLAST). D-BLAST adalah suatu arsitektur berlapis dimana aliran data tunggal dilewatkan pada *demultiplexer* sehingga dihasilkan sub-aliran sebanyak jumlah antenna pemancar. Masing-masing sub-aliran memiliki laju transmisi yang sama dan ditransmisikan secara simultan, sehingga laju transmisi total meningkat dengan fungsi jumlah antenna pemancar. Pada arsitektur D-BLAST, *redundancy* antar sub-aliran data dilakukan dengan pengkodean khusus untuk membentuk blok-blok data. Blok-blok data yang dihasilkan akan disusun secara diagonal dalam dimensi spasial – waktu. Hal inilah yang memungkinkan sistem MIMO memiliki efisiensi spektral yang tinggi.

Namun demikian, pendekatan diagonal ini sulit diimplementasikan pada perangkat keras riil.

Sistem ini kemudian dikembangkan untuk implementasi menjadi *Vertical Bell Laboratories Layered Space-Time Architecture* (V-BLAST) [7]. Sama seperti pada D-BLAST, pada V-BLAST aliran data tunggal dilewatkan pada *demultiplexer*. Bit-bit data dari setiap sub-aliran yang dihasilkan cukup dipetakan ke simbol secara independen. Pada dasarnya V-BLAST tidak memerlukan pengkodean apapun, walaupun tentunya pengkodean dengan tujuan meningkatkan ketahanan sistem terhadap derau kanal dapat dilakukan. Skema pengiriman informasi pada sistem V-BLAST lebih sederhana dibandingkan dengan D-BLAST. Sistem V-BLAST juga memiliki skema deteksi di bagian penerima untuk memisahkan aliran-aliran data yang telah tercampur. Skema ini dapat memisahkan data dengan lebih baik dibandingkan dengan skema *symbol cancellation* konvensional [7].

Solusi yang diajukan untuk problem *coding gain* pada MIMO adalah pengkodean berbentuk *Space-Time Trellis Coding* (STTC) [8]. STTC adalah suatu tipe pengkodean kanal dimana dilakukan pengiriman data yang *redundant* dari antenna pemancar yang berlainan selama periode waktu tertentu. Preferensi penggunaan kode *space-time* semakin meningkat dengan ditemukannya *space-time block code* (STBC) [9]. Hal ini dikarenakan STBC dapat di-*decode* menggunakan pemroses linier pada penerima. Namun demikian, pada STTC maupun STBC antenna pemancar jamak hanya digunakan untuk mengirimkan duplikasi aliran data yang sama, sehingga kedua skema tersebut tidak dapat berkontribusi terhadap *multiplexing gain* [9].

Berbagai penelitian yang membahas teknik peningkatan *coding gain* dan *multiplexing gain* umumnya tidak membahas mengenai pengkodean sumber [5-9]. Justifikasi dari hal ini adalah teorema Shannon yang menyatakan bahwa pengkodean sumber dan pengkodean kanal yang dilakukan secara terpisah memungkinkan transmisi informasi dengan kapasitas optimum pada kanal yang *noisy* [10-11]. Teorema yang juga dikenal sebagai *Shannon's Separation Theorem* ini sebenarnya kurang tepat untuk kanal komunikasi riil, karena didasarkan pada asumsi *source coder* dan *channel coder* bekerja sempurna untuk

membuang *redundancy* dan memperbaiki seluruh *error* untuk laju informasi dibawah kapasitas kanal. Asumsi tersebut hanya dapat diwujudkan dengan waktu tunda tak terbatas, serta kompleksitas *encoding* dan *decoding* yang sangat tinggi sehingga tidak dapat diterapkan pada sistem riil [12-13].

Mengingat kanal yang *error-free* sulit diwujudkan dalam sistem riil, maka pengkodean sumber perlu dioptimalkan secara bersamaan dengan pengkodean kanal. Hal ini melatarbelakangi sejumlah penelitian mengenai skema gabungan pengkodean sumber dan kanal [2], [14-15].

Penelitian tentang gabungan pengkodean sumber dan kanal dalam bentuk *Unequal Error Protection* (UEP) diajukan pada [2]. Skema UEP mensyaratkan ketersediaan informasi mengenai keadaan kanal atau *Channel State Information* (CSI) di pemancar. CSI dimanfaatkan oleh pemancar untuk memberikan pengkodean yang sesuai dengan keadaan kanal. Penelitian [2] menunjukkan bahwa UEP penting untuk memungkinkan sistem beradaptasi terhadap keadaan kanal yang berubah-ubah. Pada [15-18] telah diteliti mengenai penerapan UEP untuk sistem MIMO dalam bentuk pemberian metode pengkodean yang berbeda-beda dalam satu sistem. Hasil penelitian [15-18] menyatakan penggunaan kode yang berbeda tersebut berkontribusi terhadap efisiensi spektral. Namun demikian sistem yang menggabungkan metode-metode pengkodean yang berbeda memiliki kompleksitas tinggi. Penelitian lainnya tentang UEP [19-23] juga menekankan pentingnya skema ini untuk mengatasi problem *coding gain* pada sistem MIMO dengan tetap memperhatikan keadaan kanal yang mendekati situasi riil.

Salah satu cara penerapan skema UEP secara sederhana adalah dengan menggunakan kode *Rate Compatible Punctured Convolutional* (RCPC) [24]. RCPC merupakan modifikasi dari *punctured convolutional codes* yang dapat digunakan untuk memberikan level proteksi data yang berbeda pada informasi dengan hanya menggunakan satu enkoder dan satu dekoder. Perbedaan level proteksi sesuai dengan keadaan kanal adalah salah satu syarat untuk memanfaatkan *bandwidth* yang terbatas dengan sebaik mungkin [16]. Hal ini sangat penting pada komunikasi nirkabel yang didominasi konten multimedia, yang diketahui berpotensi untuk memboroskan *bandwidth*. Dengan kemampuannya untuk memberikan level proteksi yang berbeda-beda pada

informasi, kode RCPC memenuhi persyaratan tersebut. Proses *puncturing* pada RCPC mengubah proteksi tingkat tinggi (laju kode rendah) menjadi kode berlaju tinggi. Penggunaan kode berlaju tinggi untuk sebagian bit informasi berarti pengurangan jumlah bit proteksi, yang merupakan keunggulan kode RCPC karena penghematan *bandwidth* yang dihasilkan.

Penelitian mengenai penggunaan kode RCPC pada sistem MIMO telah diajukan pada [25]. Pada penelitian tersebut digunakan STBC untuk memetakan aliran bit masukan ke dua antena pemancar pada sistem, sehingga potensi *multiplexing gain* tidak terekplorasi.

Pada penelitian ini diajukan sistem V-BLAST MIMO dengan UEP berupa RCPC. Kinerja BER sistem dinyatakan dalam persamaan matematis yang merupakan fungsi dari tipe modulasi, jumlah antena, sistem V-BLAST MIMO, tipe *fading* serta tipe pengkodean. Arsitektur pemrosesan berlapis V-BLAST digunakan untuk mempertahankan *multiplexing gain* pada sistem. Penggunaan RCPC bertujuan untuk meningkatkan *coding gain* pada sistem.

Berbeda dengan UEP-MIMO pada [15-18] yang berbasis STBC, penggunaan V-BLAST pada penelitian ini dapat meningkatkan efisiensi spektral sistem karena setiap antena digunakan untuk mengirimkan data yang berbeda secara simultan. Skema UEP yang digunakan pada penelitian sebelumnya umumnya mengacu pada penggunaan beberapa tipe pengkodean yang berbeda dalam satu sistem komunikasi, sedangkan pada penelitian ini skema tersebut diterapkan hanya dengan satu tipe pengkodean saja. Penggunaan kode tunggal pada penelitian ini menyederhanakan sistem, dan berkontribusi terhadap peningkatan kinerja sistem. Perbedaan lainnya adalah penggunaan UEP berdasarkan pada dekomposisi matriks kanal menggunakan *Singular Value Decomposition* (SVD). Dengan mengimplementasikan SVD, kanal MIMO dapat didekomposisi menjadi beberapa sub-kanal SISO, dan informasi keadaan kanal (*Channel State Information*, CSI) dapat diumpankan ke pemancar.

Pada penelitian ini alokasi laju kode RCPC yang berbeda digunakan untuk menghemat sumberdaya jaringan. Kode berkecepatan tinggi yang memiliki level proteksi rendah diberikan pada aliran informasi yang dikirimkan saat subkanal-subkanal sistem mengalami redaman yang tinggi. Sebaliknya kode berkecepatan

rendah dengan level proteksi tinggi diberikan pada aliran data yang dikirimkan saat subkanal-subkanal sistem mengalami redaman yang rendah. Hal ini bertujuan untuk memastikan *bandwidth* kanal tidak diboroskan pada sub-aliran informasi yang memasuki sub-kanal yang destruktif. Adanya CSI di pemancar memungkinkan penyesuaian laju kode dengan kondisi sub-kanal.

Penggunaan skema V-BLAST mengakibatkan aliran data jamak yang mengandung simbol-simbol yang berbeda tiba di penerima secara bersamaan. Untuk dapat memisahkan aliran data satu dengan lainnya, diperlukan kriteria tertentu. Pada penelitian ini di sisi penerima digunakan kriteria *Zero Forcing* (ZF) maupun *Minimum Mean Squared Error* (MMSE). Menggunakan kedua kriteria tersebut, satu sub-aliran informasi dapat diekstrak dari campuran beberapa sub-aliran informasi yang tiba di penerima. Tanpa menggunakan kedua kriteria tersebut, untuk dapat mengekstrak aliran informasi diperlukan penjumlahan dan perata-rataan seluruh sinyal yang tiba di penerima. Hal ini tidak dimungkinkan mengingat kemungkinan setiap sinyal mengalami waktu tunda yang tidak seragam. Dengan menggunakan kriteria ZF atau MMSE, satu sub-aliran informasi dianggap sebagai sinyal yang diinginkan, sementara sinyal lainnya dianggap sebagai penginterferensi dan akan ditekan. Hal ini dilakukan secara berulang hingga seluruh sub-aliran informasi berhasil dideteksi. Dengan demikian penggunaan ZF dan MMSE berarti mengekstraksi setiap sub-aliran informasi secara lebih akurat, dibandingkan metode penjumlahan dan perata-rataan konvensional.

Baik untuk kriteria ZF maupun MMSE, digunakan sebuah vektor bobot yang memenuhi persyaratan tertentu agar sub-aliran informasi yang dikehendaki dapat diekstrak di penerima. Sub-aliran lainnya dianggap sebagai penginterferensi. Kriteria ZF tidak memperhitungkan derau kanal. Pada kriteria ini invers kanal diaplikasikan pada sinyal yang diterima, untuk memperoleh sinyal yang ditransmisikan. Pada kanal yang mengandung derau, penggunaan kriteria ini memperkuat derau secara signifikan pada daerah frekuensi dimana respon kanal memiliki magnitudo yang kecil. Hal ini dapat dihindari dengan menggunakan kriteria MMSE. Pada kriteria MMSE, derau kanal telah diperhitungkan, dan invers kanal tidak dilakukan secara *flat*.

Pada penelitian awal mengenai sistem yang diajukan, telah dilakukan penggabungan ZF V-BLAST dengan RCPC, dimana kode RCPC mengacu pada [24]. Hasil penelitian menunjukkan peningkatan kinerja yang signifikan dibandingkan dengan V-BLAST tanpa pengkodean [26-27]. Penelitian dikembangkan untuk menganalisa gabungan ZF V-BLAST dengan kode RCPC yang parameternya diperhitungkan secara manual di bawah pengaruh *fading* Rayleigh [28]. Perhitungan parameter kode RCPC yang digunakan mengacu pada [29]. Dari [28] tampak bahwa penggunaan kode memiliki kontribusi yang lebih besar terhadap perbaikan kinerja sistem dibandingkan dengan penambahan jumlah antena. Penelitian dilanjutkan untuk sistem MMSE V-BLAST MIMO dengan kode RCPC untuk kanal Rayleigh [30].

Penelitian dikembangkan lebih jauh untuk ZF V-BLAST dan MMSE V-BLAST dengan kode RCPC yang dibentuk menggunakan kode konvolusional ekuivalen serta menghasilkan persamaan kinerja BER pada kanal *fading* Nakagami- $m$  [31]. Kinerja BER sistem dinyatakan dalam persamaan matematis yang merupakan fungsi dari tipe modulasi, jumlah antena, sistem V-BLAST MIMO, tipe *fading* serta tipe pengkodean.

Model Nakagami- $m$  umum digunakan dalam berbagai penelitian mengenai komunikasi nirkabel karena karakteristik empirisnya sesuai dengan pola propagasi gelombang pada lingkungan ionosfer. Model *fading* Nakagami- $m$  mendekati model Hoyt dan Rice. Model Hoyt dapat digunakan untuk memodelkan kanal antar satelit yang sangat dipengaruhi hamburan ionosfer. Model Rice digunakan untuk memodelkan kanal *line-of-sight* (LOS) yang terdapat pada komunikasi bergerak mikroseluler urban dan suburban serta pikoseluler dalam ruangan. Selain itu model Nakagami- $m$  juga mencakup model *fading* Rayleigh sebagai kasus khusus. Model *fading* Rayleigh umum digunakan untuk memodelkan kanal tanpa komponen LOS yang dominan, misalnya pada komunikasi makroseluler. Hal ini berarti model *fading* Nakagami- $m$  bersifat general dan dapat diterapkan untuk berbagai kondisi *fading*, tergantung pada parameter  $m$  yang digunakan. Model *fading* Nakagami- $m$  juga mencakup *multipath scattering* dengan sebaran waktu tunda yang beragam, serta kelompok

gelombang pantul yang tidak seragam [32]. Dengan demikian model ini sesuai untuk sistem dimana terdapat diversitas spasial akibat penggunaan antena jamak.

Modulasi BPSK digunakan pada tahap awal penelitian untuk kemudahan analisa, namun pada tahap akhir pengembangan model digunakan modulasi  $M$ -QAM. Skema  $M$ -QAM memiliki keunggulan dalam hal efisiensi *bandwidth*. Pada skema ini beberapa bit sekaligus dapat dikirimkan dalam satu simbol dan satu satuan waktu, sehingga dihasilkan laju bit yang jauh melebihi skema BPSK dengan *bandwidth* yang sama.

Dengan kemampuannya untuk mengirimkan lebih dari satu simbol pada satu waktu serta ketahanannya terhadap kesalahan kanal, sistem yang diajukan diharapkan dapat menjadi salah satu alternatif untuk sistem telekomunikasi nirkabel masa depan yang didominasi oleh konten multimedia. Selain memproteksi terhadap kesalahan, kode RCPC juga dapat disesuaikan dengan kondisi kanal. Dengan pengaturan laju kode, efisiensi *bandwidth* yang merupakan kriteria penting dalam komunikasi multimedia dapat dicapai.

## 1.2 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan model sistem komunikasi yang handal pada kanal *fading* Nakagami- $m$ . Keandalan sistem diperoleh dari penggunaan antena jamak dengan sistem V-BLAST, dimana lebih dari satu simbol dikirimkan pada satu waktu transmisi. Selain itu pengkodean RCPC digunakan untuk memproteksi sistem terhadap kesalahan kanal. Penggunaan laju kode yang bervariasi, yang dimungkinkan dengan skema RCPC, dapat memberikan level proteksi yang bervariasi sesuai dengan kondisi kanal.

Penelitian ini juga bertujuan untuk menghasilkan kode RCPC berlaju  $2/3$ ,  $3/6$ ,  $4/8$ ,  $5/10$  dan  $6/12$  dari kode induk yang telah diketahui memiliki kinerja yang baik (*best known codes*). Kode RCPC tersebut dibentuk menggunakan kode konvolusional ekuivalen, sehingga parameter kode dapat dihitung dengan mudah dan akurat.

Kinerja model sistem yang dihasilkan dirumuskan dalam bentuk persamaan matematis untuk BER. Persamaan kinerja BER yang dihasilkan

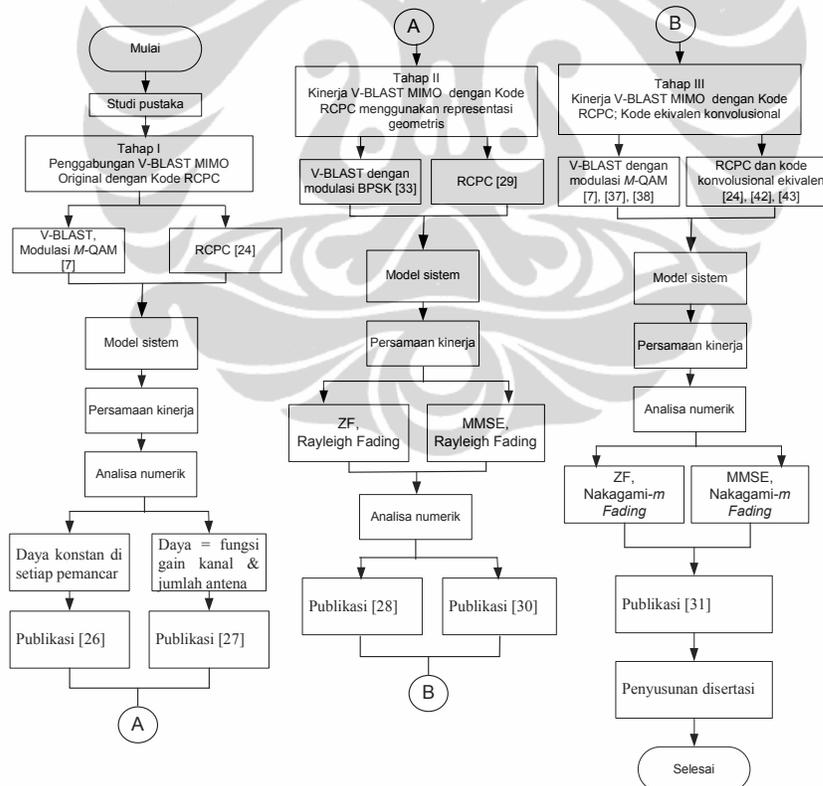
merupakan fungsi dari tipe modulasi, jumlah antenna, sistem V-BLAST MIMO, tipe *fading* serta tipe pengkodean.

### 1.3 Ruang Lingkup Penelitian

Model sistem yang diajukan bersifat umum dengan jumlah antenna pemancar  $M_t$  dan jumlah antenna penerima  $M_r$ . Kode RCPC yang digunakan memiliki 2 laju yang berbeda, yaitu  $R_{c1}$  yang diperoleh dari kode induk, serta  $R_{c2}$  yang diperoleh dari *puncturing* kode induk menggunakan periode *puncturing*  $P_c = 2, 3, \dots, 6$ . Modulasi yang digunakan adalah  $M$ -QAM, dengan  $M = 2^c$ ,  $c$  melambangkan jumlah bit per simbol.

Analisa sistem dilakukan dengan simulasi numerik berdasarkan persamaan BER yang diperoleh. Analisa meliputi kontribusi jumlah antenna serta tipe kode yang digunakan terhadap kinerja BER sistem.

Bagan alir dari penelitian ini diberikan pada Gambar 1.1.



Gambar 1. 1 Diagram alir penelitian

#### 1.4 Kontribusi Penelitian

1. Penelitian ini menghasilkan sistem gabungan arsitektur berlapis V-BLAST MIMO dengan pengkodean RCPC. Deteksi sistem MIMO yang pada berbagai penelitian awal menggunakan kriteria ZF [5-7], pada penelitian ini dilengkapi dengan kriteria MMSE. Gabungan V-BLAST MIMO dengan RCPC dimana deteksi menggunakan kriteria ZF dan MMSE menunjukkan perbaikan kinerja dibandingkan skema V-BLAST MIMO tanpa pengkodean [7], [33], [38], MIMO dengan *Maximum Likelihood Detection* [16], maupun STBC MIMO dengan kode RCPC [25].
2. Penelitian menghasilkan persamaan kinerja BER yang mencakup faktor modulasi, jumlah antena, sistem V-BLAST MIMO, tipe *fading* serta tipe pengkodean. Tipe *fading* yang digunakan adalah Nakagami- $m$  yang sesuai untuk berbagai kondisi kanal pada komunikasi nirkabel dibandingkan dengan tipe *fading* Rayleigh seperti digunakan pada [16], [17], [33], [38]. Menggunakan persamaan BER tersebut, kinerja sistem dapat dianalisa secara numerik. Hal ini berbeda dengan [16], [17], [33], [38] dimana analisa dilakukan dengan simulasi.
3. Penggunaan kode konvolusional ekuivalen pada penelitian ini mempermudah perhitungan parameter-parameter kode RCPC, dibandingkan dengan perhitungan pada [24], [39], [40] dimana trellis kode induk perlu dibentuk terlebih dahulu untuk kemudian di-*puncture*.
4. Perbedaan laju kode yang dimungkinkan dengan penggunaan RCPC meningkatkan potensi penghematan *bandwidth* dari sistem yang dihasilkan. Penghematan *bandwidth* yang diperoleh menggunakan kode yang di-*puncture* dengan laju  $R_{c2}$  bergantian dengan kode yang tidak di-*puncture* dengan laju  $R_{c1}$  mencapai 33%. Penghematan menurunkan kinerja sistem hanya pada kisaran 1 dB. Dengan demikian sistem RCPC V-BLAST MIMO sesuai untuk komunikasi nirkabel multimedia yang memerlukan penghematan *bandwidth* serta ketahanan terhadap kesalahan kanal.

## 1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

### **BAB 1. Pendahuluan**

Membahas latar belakang pemilihan topik penelitian, tujuan penelitian, ruang lingkup penelitian, kontribusi penelitian serta sistematika penulisan.

### **BAB 2. V-BLAST MIMO dan Kode RCPC**

Membahas prinsip sistem komunikasi MIMO, kanal sistem MIMO, arsitektur V-BLAST serta kode RCPC.

### **BAB 3. Analisa Kinerja BER RCPC V-BLAST MIMO**

Memaparkan model sistem gabungan V-BLAST MIMO dengan pengkodean RCPC, BER sistem gabungan tersebut, serta kinerja BER untuk RCPC V-BLAST MIMO dengan representasi geometris.

### **BAB 4. Analisa Kinerja V-BLAST MIMO pada Kanal *Fading* Nakagami- $m$ Menggunakan RCPC dengan Kode Konvolusional Ekuivalen**

Memaparkan kode RCPC yang dihasilkan menggunakan kode konvolusional ekuivalen, persamaan BER sistem, serta hasil simulasi numerik kinerja BER sistem.

### **BAB 5. Kesimpulan**

Merupakan penutup atas pembahasan dan analisa yang telah dilakukan dan memaparkan opsi pengembangan penelitian.

## BAB 2

### V-BLAST MIMO DAN KODE RCPC

#### 2.1 Latar Belakang

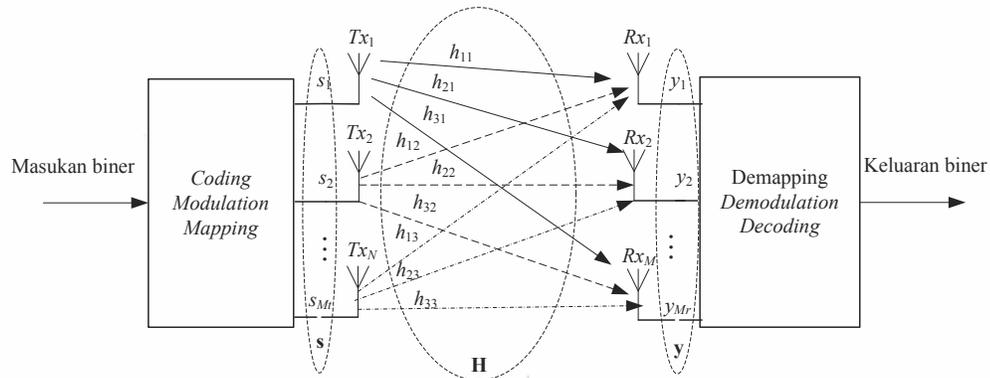
Teknologi komunikasi digital *Multiple-Input Multiple-Output* (MIMO) merupakan salah satu terobosan paling signifikan dalam sistem komunikasi modern. Teknologi ini berpotensi mewujudkan berbagai aplikasi jaringan komunikasi yang memiliki laju informasi, kehandalan dan efisiensi spektrum tinggi tanpa memerlukan penambahan *bandwidth*.

Dalam sistem komunikasi, terminologi MIMO mengacu kepada sistem di mana sisi pemancar dan penerima dilengkapi dengan antena jamak. Pada kanal nirkabel dimana terdapat sejumlah besar *scatterer*, penggunaan antena jamak dapat meningkatkan efisiensi spektral secara signifikan [26]. Sistem MIMO secara efektif memanfaatkan *fading* acak dan *multipath delay spread*, fenomena alami pada sistem komunikasi nirkabel yang berpotensi merusak sinyal pada sistem non-MIMO, untuk melipatgandakan laju pengiriman data [3]. Penggunaan antena jamak baik pada sisi pemancar maupun penerima juga dapat meningkatkan kapasitas kanal radio [5-6].

Ide utama dalam sistem MIMO adalah pemrosesan sinyal pada dimensi spasial dan waktu secara sekaligus [3]. Dimensi waktu yang merupakan dimensi natural dari data pada komunikasi digital dilengkapi dengan dimensi spasial yang dihasilkan dari penggunaan beberapa buah antena yang diletakkan pada jarak tertentu. Bagan umum sistem MIMO ditunjukkan pada Gambar 2.1.

Sistem pada Gambar 2.1 memiliki  $M_t$  antena pemancar dan  $M_r$  antena penerima, dengan  $M_r \geq M_t$ . Pada setiap waktu simbol  $t$ , sebuah vektor sinyal berukuran  $M_t$  yaitu

$$\mathbf{s} = \{s_1, \dots, s_{M_t}\}^T \quad (2.1)$$



Gambar 2. 1 Bagan umum sistem MIMO

akan ditransmisikan pada kanal nirkabel yang bersifat *rich-scattering* dan mengalami *quasi-stationary flat fading*.

Sinyal yang tiba di penerima akan merupakan superposisi dari  $M_t$  sinyal yang ditransmisikan dan mengandung komponen derau. Sinyal terima dapat dituliskan sebagai [32-35]

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{M_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1M_t} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2M_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_r,1} & h_{M_r,2} & \dots & h_{M_r,M_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_{M_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_{M_r} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

dimana  $h_{M_r,M_t}$  adalah *gain* kanal dari antenna pemancar ke- $M_t$  dan antenna penerima ke- $M_r$ , dan variabel  $n_{M_r}$  menyatakan derau yang juga merupakan variabel acak Gaussian yang independen dan terdistribusi secara identik dengan *mean* nol dan variansi  $\sigma^2$ . Dengan asumsi kanal mengalami *quasi-static flat fading*, maka *gain* kanal  $h_{M_r,M_t}$  akan konstan selama satuan waktu tertentu, lalu berubah dari satu satuan waktu ke satuan waktu lainnya secara independen.

Persamaan (2.2) dapat dituliskan dalam notasi matriks sebagai berikut [28]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (2.3)$$

dimana

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1M_t} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2M_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_r,1} & h_{M_r,2} & \dots & h_{M_r,M_t} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

dan

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{M_r} \end{bmatrix} \quad (2.5a)$$

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_{M_r} \end{bmatrix} \quad (2.5b)$$

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_{M_r} \end{bmatrix} \quad (2.5c)$$

## 2.2 Kanal Sistem MIMO

Model terbaik untuk merepresentasikan kanal suatu sistem komunikasi tergantung pada *bandwidth* dan ruang lingkup operasi sistem komunikasi tersebut [36]. Pada umumnya model kanal merepresentasikan respon frekuensi yang bersifat *flat* untuk keseluruhan *bandwidth*. Kondisi *fading* pada kanal tersebut akan berubah dengan sangat lambat selama satu interval simbol sehingga redaman yang dihasilkan dapat dianggap konstan selama satu interval tersebut. Walaupun *fading* bersifat konstan untuk satu interval simbol, namun kondisi *fading* dapat berubah dari satu simbol ke simbol lainnya. Model kanal dengan kategori ini disebut kanal *frequency-nonselective (flat) slow fading* dan menyebabkan sinyal yang ditransmisikan mengalami distorsi multiplikatif dengan sebuah faktor redaman acak  $\alpha$ .

Kanal Nakagami- $m$  yang digunakan dalam penelitian ini adalah kanal *frequency-nonselective slow fading* dimana  $\alpha$  dikarakterisasi secara statistik dengan distribusi Nakagami- $m$  dan memiliki nilai ekspektasi

$$E[\alpha^2] = 1 \quad (2.6)$$

Model kanal ini adalah model statistik terbaik untuk kategori *frequency-nonselective slow fading* dan dapat diaplikasikan pada berbagai tipe komunikasi yang mengalami *fading* [36]. Model kanal ini juga mencakup model *fading* Rayleigh yang umum digunakan sebagai memodelkan kondisi kanal dimana terdapat sinyal *multipath* sebagai kasus khusus.

Aplikasi distribusi Nakagami- $m$  pada  $\alpha$  menghasilkan [10]

$$f_{\alpha}(\alpha) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left( \frac{m}{E[\alpha^2]} \right)^m \alpha^{2m-1} e^{-\frac{m\alpha^2}{E[\alpha^2]}} \quad (2.7)$$

dimana

$$\Gamma(m) = \int_0^{\infty} t^{(m-1)} e^{-t} dt \quad m > 0 \quad (2.8)$$

Parameter  $m$  disebut *fading figure* dan dapat dipandang sebagai rasio

$$m = \frac{E[\alpha^2]^2}{E[\alpha^2 - E[\alpha^2]]} \quad m \geq \frac{1}{2} \quad (2.9)$$

Apabila  $m = 1$  maka pers. (2.7) menjadi pdf dari kanal *fading* Rayleigh.

### 2.3 Informasi Matriks Kanal MIMO pada Pemancar

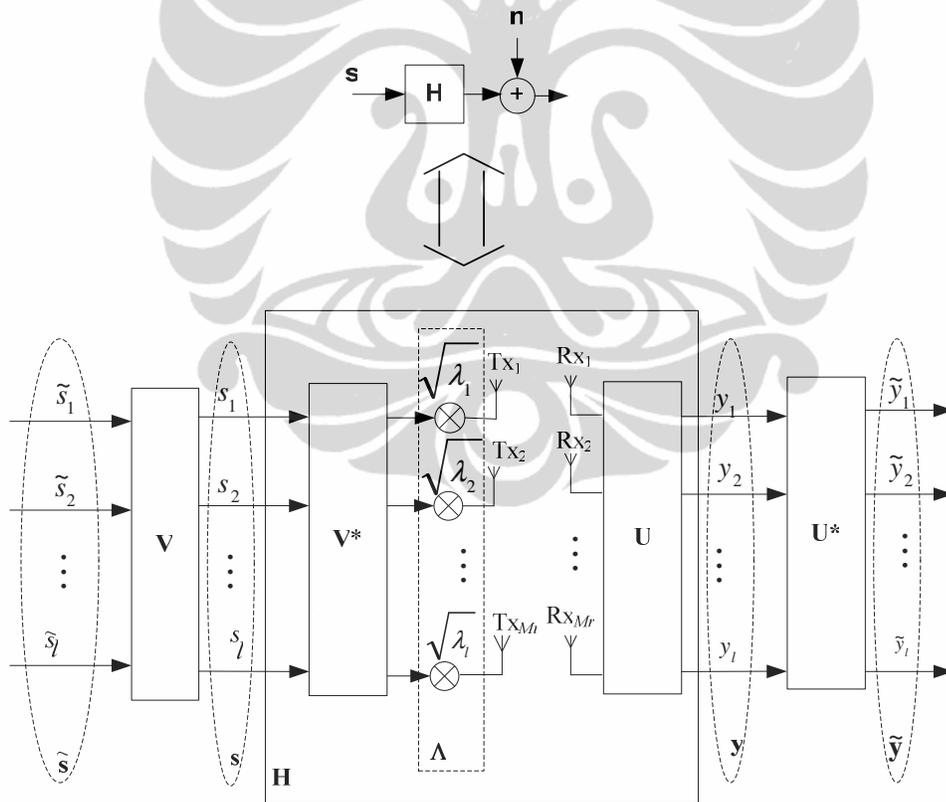
CSI atau matriks kanal mutlak diketahui hanya di penerima. Apabila informasi ini tidak diketahui oleh pemancar, sistem tetap dapat beroperasi dengan pemancar mengalokasikan daya yang seragam di seluruh  $M_t$  antena pemancar. Dalam banyak kasus, hal ini tidak efisien karena setiap *layer* sinyal informasi dapat mengalami redaman yang berbeda-beda saat menempuh kanal.

Bila informasi matriks kanal MIMO diketahui baik di sisi pemancar maupun penerima, maka pemancar dapat melakukan alokasi daya yang tidak seragam pada  $M_t$  antena pemancar. Daya terbesar akan dialokasikan pada *layer* yang mengalami redaman terkecil dalam kanal. Algoritma ini disebut *water-filling* dan akan berdampak pada peningkatan efisiensi spektral sistem.

Agar pemancar dapat memperoleh informasi mengenai matriks kanal, dilakukan operasi *Singular Value Decomposition* (SVD) pada matriks kanal  $\mathbf{H}$  serta matriks kovarians pemancar. SVD dari matriks kanal  $\mathbf{H}$  didefinisikan sebagai [34-35]

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{V}^* \quad (2.10)$$

dimana  $\mathbf{U}$  dan  $\mathbf{V}$  adalah matriks satuan yang masing-masing berukuran  $M_r \times M_r$  dan  $M_t \times M_t$ , dan  $\mathbf{\Lambda}$  adalah matriks diagonal berukuran  $M_r \times M_t$ , yang elemen-elemen non-diagonalnya adalah nol. Elemen-elemen diagonal dari  $\mathbf{\Lambda}$  adalah nilai-nilai singular dari  $\mathbf{H}$ , yaitu  $\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_l}$ . Bila  $l < \min[M_t, M_r]$  maka diagonal dari  $\mathbf{\Lambda}$  akan diisi elemen nol. Proses transmisi dengan SVD diilustrasikan pada Gambar 2.2.



Gambar 2. 2. Model kanal matriks  $\mathbf{H}$  dan model kanal ekivalen menggunakan *Singular Value Decomposition* (SVD)

Pada Gambar 2.2, gambar di bagian atas menunjukkan sistem MIMO dengan  $\mathbf{H}$  berupa matriks kanal, sedangkan gambar bagian bawah menunjukkan sistem MIMO dengan kanal yang telah terurai menjadi matriks-matriks  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{V}^*$  dan  $\mathbf{\Lambda}$ . Penguraian kanal  $\mathbf{H}$  menggunakan SVD akan menghasilkan subkanal-subkanal terpisah. Level daya untuk setiap sub-aliran data yang dikirimkan pada setiap subkanal dapat dihitung dengan [35]

$$P_i = \begin{cases} \mu - \frac{\bar{n}}{\lambda_i}, & \text{untuk } \lambda_i \mu > \bar{n} \\ 0, & \text{untuk } \lambda_i \mu \leq \bar{n} \end{cases} \quad (2.11)$$

dimana  $\bar{n}$  adalah daya derau rata-rata dan  $\mu$  dipilih untuk memenuhi batasan daya total [35]

$$P = \sum_{i=1}^l P_i \quad (2.12)$$

Dengan demikian kapasitas kanal MIMO diberikan oleh [35]

$$C = \sum_{i=1}^l \log_2 \left( 1 + \frac{P_i \lambda_i}{\bar{n}} \right) \quad (2.13)$$

Atau dapat dinyatakan kanal MIMO terdekomposisi menjadi  $l$  kanal SISO dengan kapasitas [34-35]

$$C_i = \log_2 \left( 1 + \frac{P_i \lambda_i}{\bar{n}} \right), \quad i = (1, 2, \dots, l) \quad (2.14)$$

Jumlah maksimal kanal SISO yang dihasilkan dari dekomposisi kanal MIMO adalah  $l$ . Beberapa di antara kanal SISO tersebut dapat memiliki kapasitas sama dengan nol, karena  $P_i$  pada kanal tersebut dapat bernilai nol.

Aliran data utama kini telah terpecah menjadi  $l$  sub-aliran data. Vektor data yang dipancarkan yang terdiri atas  $l$  sub-aliran dapat dinyatakan sebagai [34-35]

$$\tilde{\mathbf{s}} = [\tilde{s}_1 \quad \tilde{s}_2 \quad \cdots \quad \tilde{s}_l]^r \quad (2.15)$$

Daya  $P_i$  dialokasikan pada simbol  $s_i$  pada pra-pemrosesan yang dilakukan sebelum transmisi. Vektor daya yang dipancarkan  $\mathbf{s}$  dapat dinyatakan sebagai [34-35]

$$\mathbf{s} = \mathbf{V} \cdot \tilde{\mathbf{s}} \quad (2.16)$$

Pada vektor sinyal yang diterima  $\mathbf{y}$  dilakukan pasca-pemrosesan untuk mendapatkan vektor keluaran dari semua sub-aliran data, yaitu

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{U}^* \mathbf{y} \quad (2.17)$$

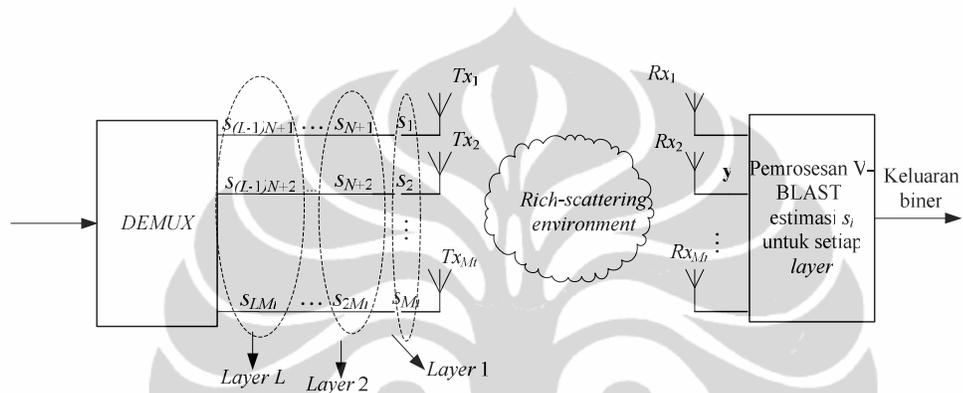
Mengingat  $\mathbf{V}$  dan  $\mathbf{U}$  adalah matriks satuan, maka  $\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}^* = \mathbf{U} \cdot \mathbf{U}^* = \mathbf{I}$ , dimana  $\mathbf{I}$  adalah matriks identitas. Dengan demikian pra-pemrosesan dan pasca-pemrosesan yang dilakukan menetralkan dependensi-silang yang terdapat pada sub-aliran data masukan dan keluaran yang berbeda. Hubungan antara aliran data keluaran dan masukan menjadi sederhana, yaitu data keluaran adalah data masukan yang mengalami atenuasi kanal dan derau.

#### 2.4 Arsitektur Berlapis *Vertical Bell Laboratories Space-Time* (V-BLAST)

Skema BLAST adalah arsitektur praktis pertama yang telah terbukti dapat mencapai laju transmisi lebih tinggi dari 1 simbol *per channel use* (pcu) pada sistem MIMO. Melalui eksperimen dinyatakan pula arsitektur BLAST ditambah pengkodean dapat mendekati limit fundamental kapasitas *ergodic* dari kanal MIMO [24].

Diagram sistem V-BLAST MIMO diberikan pada Gambar 2.3. Aliran data tunggal akan di-*demultiplex* menjadi  $M_t$  sub-aliran, kemudian setiap sub-aliran dipetakan ke dalam simbol dan diupankan ke salah satu dari  $M_t$  pemancar yang digunakan. Pemancar 1 hingga  $M_t$  beroperasi secara *co-channel* dengan laju

simbol  $1/T$  simbol/detik. Pada skema V-BLAST MIMO original yang diajukan pada [7], setiap pemancar merupakan modulator *Quadrature Amplitude Modulation* (QAM), dimana setiap sub-aliran data memiliki konstelasi yang sama. Pada skema original tersebut, daya yang dipancarkan oleh masing-masing pemancar berbanding lurus dengan  $1/M_t$ . Dengan demikian daya total yang dipancarkan pada skema V-BLAST MIMO original adalah konstan dan independen terhadap  $M_t$  [7].



Gambar 2. 3 Diagram sistem V-BLAST MIMO dengan  $M_t$  pemancar dan  $M_r$  penerima

Pada arsitektur V-BLAST setiap simbol informasi diasosiasikan secara tetap dengan antenna pemancar tertentu. Dalam satu waktu akan dikirimkan sebuah grup yang terdiri dari  $M_t$  simbol secara bersamaan, dan grup tersebut disebut *layer*.

Dengan demikian laju transmisi sistem V-BLAST untuk kasus dimana tidak dilakukan pengkodean pada simbol adalah

$$\eta_{V-BLAST} = M_t \text{ simbol pcu} \quad (2.18)$$

Arsitektur V-BLAST yang diajukan pertama kali [7] tidak menggunakan pengkodean apapun, walaupun pengkodean konvensional untuk tiap sub-aliran data dapat digunakan untuk melindunginya terhadap derau dan interferensi pada kanal.

Penerima V-BLAST merupakan kumpulan demodulator yang beroperasi secara *co-channel*. Pada [7] digunakan kriteria *Zero-Forcing* (ZF) dimana deteksi pada penerima dilakukan dengan *nulling* linier. Secara konseptual, pada metode ini masing-masing sub-aliran data secara bergantian akan dianggap sebagai sinyal yang diinginkan dan sub-aliran lainnya dianggap sebagai *interferers*. *Nulling* pada deteksi berbasis ZF dilakukan dengan memboboti sinyal yang diterima secara linier untuk memenuhi kriteria tertentu, menggunakan matriks  $\mathbf{w}_{ZF}$  sedemikian sehingga [7]

$$\mathbf{w}_{ZF}(\mathbf{H}) = \Delta_{ij} \quad (2.19)$$

dimana  $\Delta_{ij}$  adalah delta Kronecker. Matriks  $\mathbf{w}_{ZF}$  yang memenuhi (2.21) adalah Moore-Penrose *pseudo-inverse* dari matriks kanal [7] dan diberikan oleh

$$\mathbf{w}_{ZF} = (\mathbf{H}^* \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^* \quad (2.20)$$

Bila digunakan pendekatan *Minimum Mean Squared Error* (MMSE) maka diperlukan matriks  $\mathbf{w}_{MMSE}$  yang memenuhi kriteria [37]

$$E((\mathbf{w}_{MMSE} \mathbf{y} - \mathbf{s})(\mathbf{w}_{MMSE} \mathbf{y} - \mathbf{s})^*) = 0 \quad (2.21)$$

Pada [38] diberikan solusi untuk matriks  $\mathbf{w}_{MMSE}$  yaitu

$$\mathbf{w}_{MMSE} = (\mathbf{H}^* \mathbf{H} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{M_t})^{-1} \mathbf{H}^* \quad (2.22)$$

dimana  $\sigma_n$  adalah varians dari derau dan  $\mathbf{I}_{M_t}$  adalah matriks identitas dengan ukuran  $M_t \times M_t$ .

Kombinasi *nulling* linier dengan *symbol cancellation* akan memperbaiki kinerja sistem [7]. Dengan *symbol cancellation*, interferensi dari komponen vektor sinyal  $\mathbf{s}$  yang telah terdeteksi akan dikurangkan dari vektor sinyal yang tiba di penerima, sehingga dihasilkan vektor sinyal-terima termodifikasi yang memiliki lebih sedikit *interferer*.

Pada penggunaan *symbol cancellation*, urutan pendeteksian komponen dari vektor  $\mathbf{s}$  amat berpengaruh pada kinerja sistem keseluruhan. Prosedur deteksi berurut secara umum dapat dijelaskan sebagai berikut [7]

Langkah 1: Menggunakan vektor *nulling*  $\mathbf{w}_1$ , di mana  $\mathbf{w}$  merupakan matriks  $\mathbf{w}_{ZF}$  ataupun  $\mathbf{w}_{MMSE}$ , buat statistik keputusan  $r_1$  [7]:

$$r_1 = (\mathbf{w}_1)^T \mathbf{y}_1 \quad (2.24)$$

Langkah 2: Kuantisasi  $r_1$  untuk mendapatkan  $\hat{s}_1$  [7]

$$\hat{s}_1 = Qu(r_1) \quad (2.25)$$

dimana  $Qu(\cdot)$  menyatakan kuantisasi sesuai konstelasi yang digunakan.

Langkah 3: Dengan asumsi  $\hat{s}_1 = s_1$ , keluarkan  $\hat{s}_1$  dari vektor yang diterima  $\mathbf{y}_1$ , sehingga dihasilkan vektor sinyal terima termodifikasi  $\mathbf{y}_2$  [7]:

$$\mathbf{y}_2 = \mathbf{y}_1 - \hat{s}_1 (\mathbf{H})_1 \quad (2.26)$$

dimana  $(\mathbf{H})_1$  menyatakan kolom ke-1 dari  $\mathbf{H}$ .

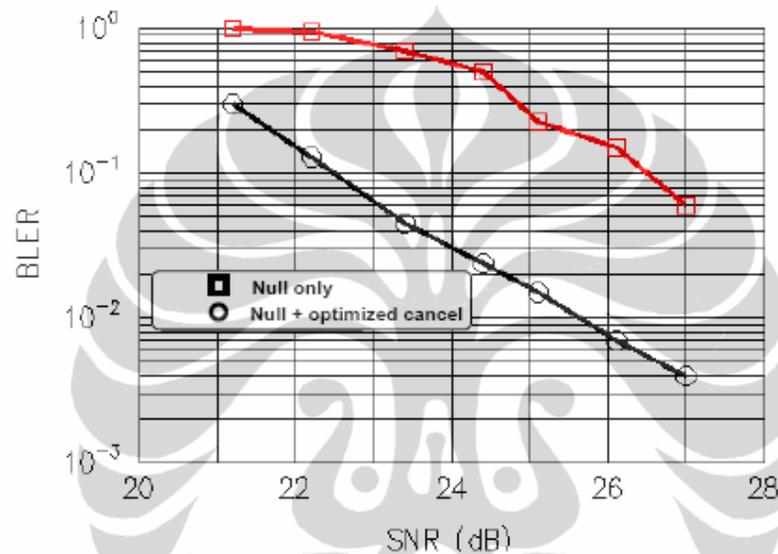
Langkah 1 hingga 3 dilakukan kembali untuk komponen-komponen  $s_2, \dots, s_{M_t}$  hingga seluruh sinyal dapat dideteksi.

## 2.5 Kinerja V-BLAST MIMO Tanpa Pengkodean

Sistem V-BLAST MIMO tanpa pengkodean yang diajukan pada [7] menghasilkan kinerja seperti ditunjukkan dalam Gambar 2.4. Sistem memiliki jumlah antena pemancar  $M_t = 8$  dan jumlah antena penerima  $M_r = 12$ . Lingkup simulasi adalah dalam ruangan, sehingga laju *fading* pada simulasi diasumsikan cukup rendah dan terdapat cukup *scattering*. Sistem tidak menggunakan pengkodean apapun untuk memproteksi data yang dikirimkan.

Sumbu horizontal pada gambar adalah SNR terima yang dirata-ratakan secara spasial, yaitu  $\frac{1}{M_r} \sum_{i=1}^{M_r} SNR_i$ , dimana  $SNR_i$  adalah rasio dari daya sinyal terima

(dari seluruh antenna pemancar  $M_i$ ) terhadap daya derau pada penerima ke- $i$ . Sumbu vertikal pada gambar adalah *block error rate*, dimana sebuah blok didefinisikan sebagai satu *burst* transmisi. Panjang satu *burst* adalah 100 durasi simbol, 20 di antaranya digunakan untuk *training*. Sistem menggunakan modulasi 16-QAM untuk setiap sub-aliran data, yang berarti terdapat 4 bit/symbol/pemancar. Dengan demikian ukuran blok adalah  $8 \times 4 \times 80 = 2560$  bit.



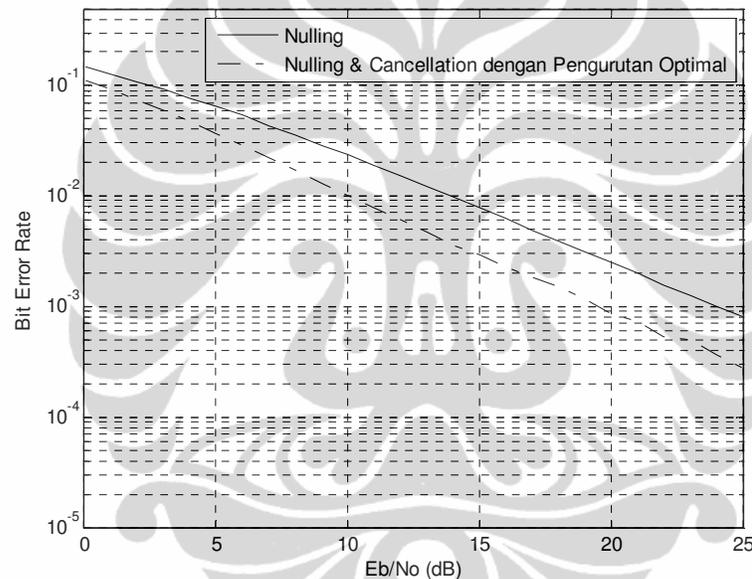
Gambar 2. 4 Kinerja BER sistem V-BLAST tanpa pengkodean [7]

Kurva bagian atas pada Gambar 2.4 menunjukkan kinerja sistem bila hanya digunakan *nulling*. Kurva bagian bawah menunjukkan kinerja menggunakan *nulling* dan *cancellation* dengan pengurutan optimal, yaitu skema V-BLAST MIMO lengkap. Hasil simulasi menunjukkan bahwa skema V-BLAST MIMO memiliki keunggulan hingga 4 dB dibandingkan dengan skema yang hanya menggunakan *nulling*.

Dari hasil simulasi tampak bahwa skema V-BLAST MIMO memerlukan daya yang sangat besar untuk mencapai laju kesalahan bit atau blok sebesar  $10^{-2}$ . Sistem juga menggunakan jumlah antenna pemancar dan penerima yang cukup besar untuk mencapai kinerja tersebut, sehingga sulit diimplementasikan.

Kinerja sistem V-BLAST MIMO dengan modulasi BPSK, serta jumlah antenna pemancar dan antenna penerima masing-masing 2, diberikan pada Gambar

2.5. Dari Gambar 2.5 tampak bahwa penggunaan deteksi V-BLAST (*nulling* dan *cancellation* menggunakan pengurutan optimal) memberikan kinerja yang lebih baik dibandingkan bila hanya digunakan proses *nulling*. Perbaikan kinerja mencapai sekitar 4 dB untuk BER  $10^{-3}$ . Dari Gambar 2.5 tampak bahwa ditinjau dari sisi BER, sistem termodulasi BPSK dengan jumlah antenna  $M_t = M_r = 2$  ternyata dapat mencapai kinerja yang setara dengan sistem dengan jumlah antenna yang lebih banyak seperti diberikan pada Gambar 2.4. Namun demikian sistem pada Gambar 2.5 tetap memerlukan level  $E_b/N_0$  yang cukup tinggi, yaitu hingga 20 dB untuk mencapai level BER  $10^{-3}$ .



Gambar 2.5 Kinerja BER sistem V-BLAST MIMO dengan modulasi BPSK,  $M_t = 2$ ,  $M_r = 2$  [7]

Dengan demikian masih diperlukan suatu metode pengkodean untuk memungkinkan tercapainya level BER yang baik tanpa memerlukan  $E_b/N_0$  yang besar.

## 2.6 Kode Rate-Compatible Punctured Convolutional (RCPC)

Penghematan *bandwidth* dalam sistem komunikasi dapat dicapai antara lain dengan penerapan UEP pada sinyal informasi. Ide dasar dari UEP adalah fakta bahwa bit-bit dalam sinyal informasi pada umumnya tidak memiliki level

urgensi yang sama, sehingga tidak memerlukan pengkodean dengan level proteksi yang sama. Sebagian bit informasi memiliki level urgensi yang lebih tinggi daripada bit-bit lainnya. Bit-bit informasi dengan level urgensi tinggi tersebut perlu diberi pengkodean dengan level proteksi tinggi, sebaliknya bit dengan level urgensi rendah memerlukan pengkodean dengan level proteksi lebih rendah pula. Hal ini berdampak pada pengurangan *redundancy* karena pengkodean dengan level proteksi rendah berarti mengirimkan *codeword* dengan jumlah bit yang lebih sedikit.

Pada penelitian ini skema UEP digunakan untuk membedakan level proteksi yang diberikan pada aliran informasi yang memasuki subkanal yang berbeda. Aliran informasi yang memasuki subkanal dengan level redaman yang tinggi akan level proteksi yang rendah. Sebaliknya, aliran informasi yang memasuki subkanal dengan level redaman yang rendah, akan memperoleh level proteksi yang tinggi. Hal ini bertujuan agar level proteksi tinggi yang memerlukan *bandwidth* lebih besar tidak diboroskan untuk aliran informasi yang berkemungkinan besar akan tiba dengan banyak kesalahan di penerima.

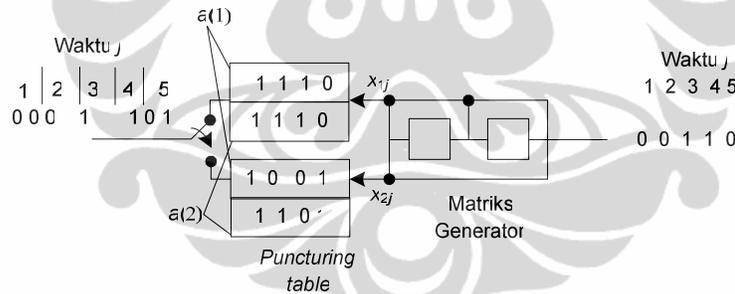
Di sisi pengkodean sumber, implementasi UEP memerlukan CSI di penerima untuk mengadaptasikan informasi yang akan dikirimkan dengan keadaan subkanal. Di sisi pengkodean kanal, adanya perbedaan keadaan subkanal akan direspon dengan pengkodean khusus, salah satu diantaranya adalah kode RCPC. Bentuk kode RCPC adalah sedemikian rupa sehingga memungkinkan implementasi laju kode yang berbeda menggunakan struktur enkoder dan dekoder tunggal. Laju kode dapat disesuaikan dengan kebutuhan sumber dan kanal. Hal ini dimungkinkan dengan tidak mengirimkan bit-bit kode tertentu, yang dikenal sebagai teknik *puncturing*.

Pada awalnya *punctured convolutional code* dikembangkan untuk mempermudah proses *decoding* pada pengkodean konvolusional. Penelitian awal tentang kode ini menghasilkan kode dengan laju  $2/3$  dan  $3/4$  dengan cara *puncturing* kode dengan laju  $1/2$ , dan kode hasil *puncturing* tersebut memiliki kinerja yang menyamai kode-kode yang telah dikenal sebelumnya [24].

Kode RCPC adalah pengembangan dari kode *punctured convolutional*. Pengembangan dilakukan dengan penambahan aturan *rate-compatibility*. Aturan

ini memastikan bahwa kode berlaju tinggi di-embed ke kode yang berlaju rendah. Gambar 2.6 mengilustrasikan skema pengkodean RCPC dengan laju kode konvolusional  $R_c = k/n = 1/2$ , dan jumlah *shift register*  $S = 2$ . *Puncturing* dilakukan dengan periode  $P_c = 4$ .

Angka 0 pada tabel *puncturing* mengindikasikan bit yang tidak ditransmisikan. Pada Gambar 2.6, bit ke-4 yang melewati tabel *puncturing*  $a(1)$  bagian atas tidak akan ditransmisikan, demikian juga dengan bit ke-3 dan ke-4 dari bit yang melewati tabel *puncturing*  $a(1)$  bagian bawah. Penggunaan tabel *puncturing* menyebabkan bit yang ditransmisikan tidak berjumlah  $2 \cdot P_c = 2 \cdot 4$  melainkan  $P_c + \delta$  per  $P_c = 4$  bit informasi, dimana  $1 \leq \delta \leq (n-1)P_c$ . Dalam contoh ini, karena  $n = 2$  maka  $\delta$  bernilai antara 1 hingga 4 dan  $P_c + \delta$  memiliki nilai antara 5 hingga 8. Dengan demikian maka dari kode induk (*mother code*) dengan laju  $1/2$  yang dilewatkan dalam *puncturing table* seperti pada Gambar 2.4, dapat dibangkitkan kode-kode dengan laju  $P_c / P_c + \delta$ , yang berkisar antara  $4/5$  hingga  $4/8$ .



Gambar 2. 6 Contoh skema RCPC [24]

Tabel *puncturing* pada contoh di atas adalah sebuah matriks  $n \times P_c$  yang dapat dituliskan sebagai [24]

$$a(1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Kode berlaju lebih rendah dengan level proteksi lebih tinggi yang dapat diperoleh pada contoh skema ini adalah kode berlaju 4/6, 4/7, 4/8. Contoh tabel *puncturing* untuk laju kode yang lebih rendah dalam kasus ini adalah:

$$a(2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad a(3) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad a(4) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Jadi untuk  $\delta = 1$  hingga 4, diperoleh keluarga kode kompatibel dari kode induk  $\frac{1}{2}$  dengan laju 4/5, 4/6, 4/7, 4/8 dengan *incremental redundancy*.

Secara umum dapat dinyatakan bahwa keluarga kode RCPC diperoleh dari kode induk berlaju  $R_c = 1/n$  dan memori  $S$  dengan matriks *tap* generator [24]

$$g = (g_{il}) \quad (2.27)$$

dengan  $n$  baris,  $S+1$  kolom, dan koneksi *tap*  $g_{il} \in (0,1)$  dimana angka 1 melambangkan koneksi dari *shift register stage* ke- $l$  dengan keluaran ke- $i$ . Laju kode ditentukan oleh periode *puncturing*  $P_c$  serta nilai  $n$ , dengan pers. [24]

$$R_c = \frac{P_c}{P_c + \delta} \quad \delta = 1, \dots, (n-1)P_c \quad (2.28)$$

*Puncturing* dilakukan dengan tidak mentransmisikan bit-bit tertentu dari kode induk menggunakan matrik *puncturing* [24]

$$a(\delta) = a_{ij}(\delta) \quad (2.29)$$

dengan  $n$  baris,  $P_c$  kolom dan  $a_{ij}(\delta) \in (0,1)$  dimana 0 melambangkan *puncturing*.

Batasan *rate-compatibility* mengimplikasikan aturan berikut [24]:

$$\text{bila } a_{ij}(\delta_0) = 1 \text{ maka } a_{ij}(\delta) = 1 \text{ untuk semua } \delta \geq \delta_0 \geq 1 \quad (2.30a)$$

atau juga berarti

$$\text{bila } a_{ij}(\delta_0) = 0 \text{ maka } a_{ij}(\delta) = 0 \text{ untuk semua } \delta \leq \delta_0 \leq (n-1)(P_c - 1). \quad (2.30b)$$

Penelitian [38] membahas kode RCPC dengan  $2 \leq P_c \leq 7$  dan  $1 \leq \delta \leq (n-1)P_c$  yang diperoleh dengan cara *puncturing* kode induk dengan laju  $\frac{1}{2}$  dan memori  $2 \leq S \leq 6$ . Kode RCPC yang berasal dari laju kode induk  $\frac{1}{3}$  dan memori  $S = 5$  dan  $6$  juga telah diperoleh dan dibahas pada [39]. Penelitian [38] dan [39] mengajukan kode RCPC sebagai alternatif praktis untuk pengimplementasian UEP dengan Viterbi *decoding*.

## 2.7 Kinerja Kode RCPC

Probabilitas kesalahan bit pada dekoder Viterbi untuk kode konvolusional memiliki batas atas sebagai berikut [40-42]

$$P_b < \frac{1}{k} \sum_{d=d_{free}}^{\infty} c_d P_d \quad (2.31)$$

dimana  $d_{free}$  adalah jarak bebas minimum dari kode dan  $c_d$  merupakan jumlah bit yang mengalami kesalahan. Untuk kode RCPC, karena laju kode adalah  $P_c/P_c + \delta$  maka batas atas probabilitas kesalahan bit menjadi

$$P_{b-RCPC} < \frac{1}{P_c} \sum_{d=d_{free}}^{\infty} c_d P_d \quad (2.32)$$

Nilai  $c_d$  hanya tergantung pada kode dan dapat dihitung dari fungsi alih kode. Nilai  $c_d$  dapat ditentukan dari fungsi alih kode konvolusional, seperti dipaparkan pada Lampiran A. Apabila fungsi alih kode *punctured* diketahui, maka nilai  $c_d$  dapat dihitung dengan cara yang sama seperti pada kode konvolusional. Dengan demikian problem penentuan probabilitas kesalahan bit pada dekoder Viterbi tereduksi menjadi perhitungan probabilitas  $P_d$ .

Berdasarkan pemaparan pada bagian 2.3, 2.4 dan 2.6 maka alokasi kode RCPC untuk  $M_r$  antena pemancar dimungkinkan bila kanal matriks  $\mathbf{H}$  dapat didekomposisi menjadi beberapa kanal SISO, dan informasi kanal tersebut diumpankan ke pemancar. Perhitungan kinerja kode akan tergantung pada modulasi yang digunakan, tipe kanal *fading* serta bobot kesalahan dan jarak bebas kode.

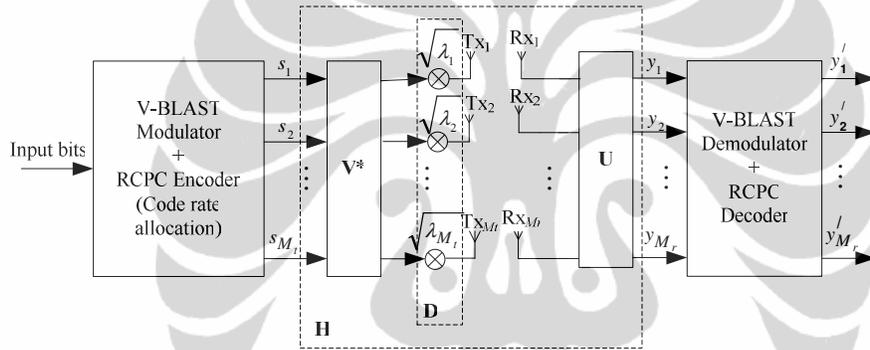


### BAB 3

#### ANALISA KINERJA BER RCPC V-BLAST MIMO

##### 3.1 Kinerja BER Sistem Gabungan V-BLAST dengan Kode RCPC

Penggabungan V-BLAST dalam bentuk sebagaimana diajukan pada [7] serta kode RCPC sebagaimana diajukan pada [24] telah dilakukan dan diajukan pada [26-27]. Sistem RCPC V-BLAST menggunakan  $M_t = M_r = 2$  serta  $M_t = M_r = 4$ , dengan modulasi 16-QAM. Deteksi simbol di penerima menggunakan kriteria ZF. Kode RCPC yang digunakan bervariasi dari 8/9 hingga 8/24. Model sistem ditunjukkan pada Gambar 3.1.



Gambar 3. 1 Model sistem gabungan V-BLAST dan RCPC

Probabilitas kesalahan bit per *carrier* untuk modulasi  $M$ -QAM adalah

$$P_{bc} = \frac{4}{c} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left( \sqrt{\frac{3cE_b}{(M-1)N_0}} \right) \quad (3.1)$$

dimana  $c$  melambangkan jumlah bit per simbol.

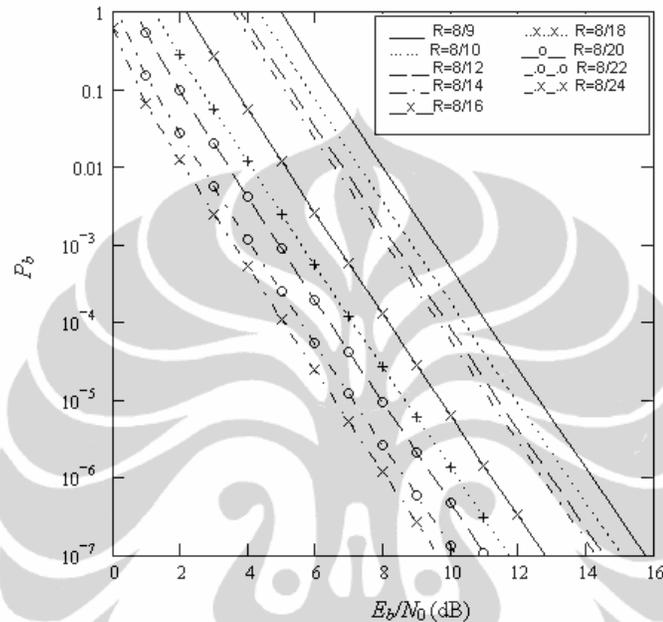
Menggunakan pers. (2.32) dan (3.1), kinerja BER untuk gabungan V-BLAST MIMO dengan pengkodean RCPC adalah

$$P_b = \frac{1}{P_c} \sum_{d=d_{free}}^{\infty} c_d (1 - (1 - P_{bc})^2) \quad (3.2)$$

dengan

$$\frac{cE_b}{N_0} = \frac{\rho \sum_{i=1}^{M_r} \sum_{j=1}^{M_t} |h_{ij}|^2}{M_r M_t} \quad (3.3)$$

Gambar 3.2 menunjukkan kinerja sistem ZF V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 2$ . Tampak bahwa sistem dapat mencapai level BER  $10^{-7}$  dengan  $E_b/N_0$  yang bervariasi pada kisaran 9 hingga 16 dB. Hal ini mengindikasikan bahwa sistem V-BLAST MIMO dengan kode RCPC dapat mencapai *gain* hingga 7 dB dengan meningkatkan laju kode.



Gambar 3. 2 Kinerja RCPC ZF V-BLAST  $M_t = M_r = 2$

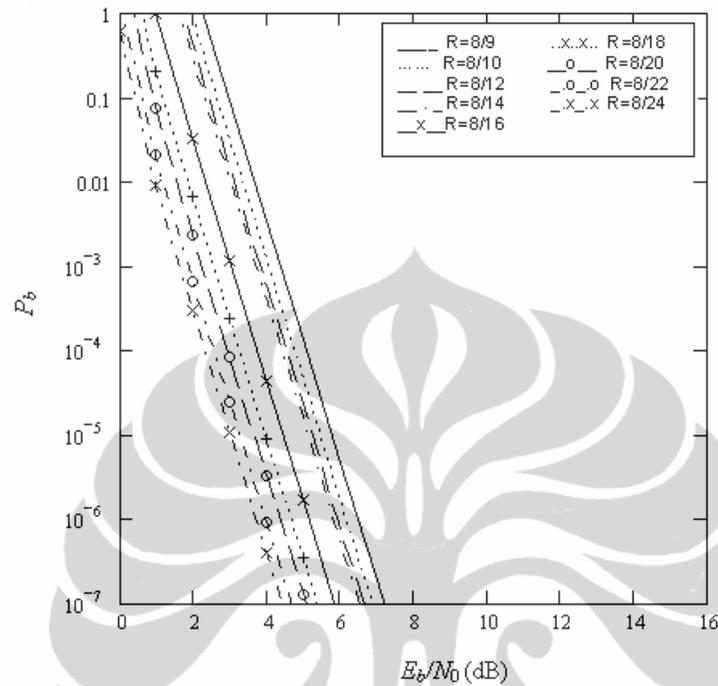
Gambar 3.3 menunjukkan kinerja ZF V-BLAST RCPC dengan  $M_t = M_r = 4$ , tanpa mengubah kode yang digunakan. Tampak bahwa penambahan antenna meningkatkan kinerja sistem secara signifikan. Namun demikian peningkatan jumlah antenna berpotensi meningkatkan kompleksitas sistem, serta memperbesar kemungkinan terdapatnya elemen kanal matriks yang bersifat atenuasi tinggi. Dengan demikian peningkatan jumlah antenna harus dibatasi dalam realisasi sistem.

### 3.2 Kinerja BER untuk RCPC V-BLAST MIMO Dengan Representasi Geometris

#### 3.2.1 Representasi Geometris untuk V-BLAST MIMO

Tinjau sistem dengan  $M_t = M_r = 2$  dan kanal  $\mathbf{H}$  dipecah menjadi  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \mathbf{h}_2]$ , dimana  $\mathbf{h}_i$  menyatakan vektor kolom berupa faktor transfer dari antenna pemancar ke- $i$  ke semua antenna penerima. Dekomposisi sinyal terima pada

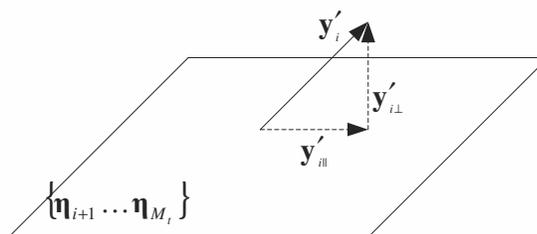
pemrosesan V-BLAST diilustrasikan secara geometris pada Gambar 3.4, dimana  $\boldsymbol{\eta}_i = \mathbf{h}_i / |\mathbf{h}_i|$  sedangkan Gambar 3.5 mengilustrasikan dekomposisi  $\mathbf{h}_i$ .



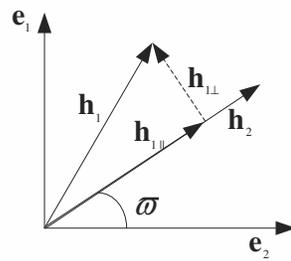
Gambar 3. 3 Kinerja ZF V-BLAST RCPC,  $M_t = M_r = 4$

Untuk mengilustrasikan proses deteksi berbasis geometri, asumsikan simbol dari pemancar pertama dideteksi pertama kali. Proses *interference nulling* dapat dinyatakan dengan bentuk matriks umum

$$\mathbf{y}_\perp = \mathbf{G} \cdot \mathbf{y} \quad (3.4)$$



Gambar 3. 4 Ilustrasi geometris dari dekomposisi sinyal terima menjadi komponen paralel dan ortogonal terhadap ruang yang direntang oleh  $\{\boldsymbol{\eta}_{i+1} \dots \boldsymbol{\eta}_{M_t}\}$  pada langkah *interference nulling* [32]



Gambar 3. 5 Ilustrasi geometris dari dekomposisi  $h_1$  menjadi  $h_{1\perp}$  dan  $h_{1\parallel}$  pada langkah *interference nulling*,  $e_1$  dan  $e_2$  adalah vektor basis dari ruang yang direntang oleh kolom-kolom  $\mathbf{H}$  ( $h_1$  dan  $h_2$ )

dimana  $\mathbf{G}$  adalah matriks proyeksi ortogonal, yang memproyeksikan  $\mathbf{y}$  ke arah yang ortogonal terhadap  $h_2$ . Dengan mensubstitusikan (3.4) ke (2.3), diperoleh

$$\mathbf{y}_{\perp} = s_1 \mathbf{G} \cdot \mathbf{h}_1 \quad (3.5)$$

Dengan demikian setelah proses *interference nulling*, sinyal menjadi berbanding lurus dengan bagian dari  $h_1$  yang ortogonal terhadap  $h_2$  sebagaimana diilustrasikan pada Gambar 3.5. Daya sinyal tersebut akan sebanding dengan  $|h_{1\perp}|^2$ . Rotasi  $[h_1 \ h_2]$  dilakukan bersamaan pada sudut  $\omega$  sehingga  $h_2$  paralel terhadap  $e_2$ . Hal ini dapat dinyatakan dengan [33]

$$\tilde{\mathbf{h}}_i = \mathbf{J} \cdot \mathbf{h}_i \quad (3.6)$$

dimana  $\mathbf{J}$  adalah matriks rotasi yang memenuhi

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^* = \mathbf{J}^* \cdot \mathbf{J} = \mathbf{I} \quad (3.7)$$

Menggunakan pers. (3.6), diperoleh

$$|h_{1\perp}| = |\tilde{h}_{11}| \quad (3.8)$$

Dari pers. (3.7) diketahui bahwa komponen-komponen  $\tilde{\mathbf{h}}_1$  memiliki distribusi yang sama dengan komponen-komponen dari  $\mathbf{h}_1$ , yaitu Gaussian kompleks yang terdistribusi secara identik dan independen dengan varians satu. Dengan demikian  $|\mathbf{h}_{1\perp}|^2$  merupakan variabel acak Chi kuadrat, sehingga dapat dituliskan  $|\mathbf{h}_{1\perp}|^2 \sim \chi_2^2$ . Hal yang sama berlaku pula untuk daya sinyal. Dengan demikian orde diversitas untuk langkah deteksi pertama adalah satu. Pertimbangan yang sama dapat digunakan untuk  $M_r$  sembarang, sehingga dapat disimpulkan bahwa  $|\mathbf{h}_{1\perp}| \sim \chi_{2(M_r-1)}^2$  mengingat  $|\mathbf{h}_{1\perp}|$  memiliki  $M_r - 1$  komponen tak nol setelah rotasi dan orde diversitasnya adalah  $(M_r - 1)$ .

Untuk jumlah  $M_t$  sembarang, mulanya himpunan  $[\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{M_t}]$  dirotasikan sebagai satu kesatuan sehingga  $\mathbf{h}_{M_t}$  paralel terhadap  $\mathbf{e}_{M_t}$  dimana  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_{M_t}$  merupakan basis vektor dari ruang yang direntang  $\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{M_t}$ . Pada rotasi kedua  $\mathbf{h}_{M_t}$  dijaga tetap (sehingga rotasi dilakukan mengelilingi sumbu  $\mathbf{e}_{M_t}$  dan  $\mathbf{h}_{M_t-1}$  ditempatkan pada bidang  $[\mathbf{e}_{M_t-1}, \mathbf{e}_{M_t}]$ . Rotasi dilanjutkan hingga  $\mathbf{h}_2$  diposisikan pada bidang  $[\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \dots, \mathbf{e}_{M_t}]$ . Setelah rotasi tersebut maka  $\mathbf{h}_{1\perp}$  memiliki  $M_r - M_t + 1$  komponen tak nol. Setiap rotasi tidak mengubah distribusi komponen.

Dengan cara yang sama maka untuk langkah deteksi ke- $i$  diperoleh [33]

$$|\mathbf{h}_{1\perp}|^2 \sim \chi_{2(M_r - M_t + i)}^2 \quad (3.9)$$

Sehingga orde diversitas pada langkah ke- $i$  adalah

$$\vartheta_i = M_r - M_t + i \quad (3.10)$$

Mengingat pada V-BLAST MIMO kinerja sistem dibatasi oleh kinerja pada langkah deteksi pertama, maka orde diversitas dibatasi pada langkah pertama, sehingga

$$\vartheta = M_r - M_t + 1 \quad (3.11)$$

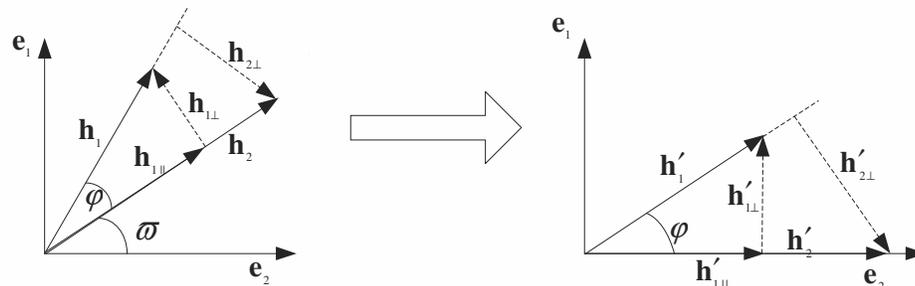
Untuk penyederhanaan, diasumsikan semua simbol yang ditransmisikan memiliki daya satuan. Diasumsikan pula bahwa semua koefisien kanal terdistribusi secara identik dan independen dengan fungsi Gaussian kompleks, dengan variansi satu dan *mean* nol. Hal ini berarti diasumsikan bahwa kanal mengalami *Rayleigh fading* dengan  $\langle |h_{ij}|^2 \rangle = 1$ . Untuk menentukan probabilitas *outage* atau probabilitas bahwa daya sinyal terima berada di bawah level tertentu, perlu diperhitungkan daya di setiap antenna penerima sebagai fungsi dari transmisi sinyal yang dilakukan oleh setiap antenna pemancar. Pada umumnya probabilitas *outage* didefinisikan dengan SNR. Namun demikian pada penelitian ini daya derau di setiap penerima diasumsikan sama dan karena pengurutan optimal tidak berpengaruh terhadap derau, sehingga probabilitas *outage* didefinisikan dengan daya sinyal.

Menggunakan asumsi di atas, sinyal vektor yang diterima oleh antenna-antenna penerima dari antenna pemancar ke-*i* adalah

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{h}_i \quad (3.12)$$

Untuk V-BLAST  $2 \times 2$ , sinyal-sinyal vektor terima yang dirotasikan dengan sudut  $\varpi$  diilustrasikan pada Gambar 3.6. Rotasi ini sama dengan yang dilakukan pada bagian sebelumnya. Dengan demikian, baik panjang vektor asli maupun komponen-komponennya memiliki distribusi yang sama, yaitu

$$|\mathbf{h}_{1\perp}|^2 \approx \chi_2^2, |\mathbf{h}_{1\parallel}|^2 \approx \chi_2^2, |\mathbf{h}_1|^2 \approx \chi_4^2 \quad (3.13)$$



Gambar 3. 6 Rotasi vektor sinyal terima dengan sudut  $\varpi$

Kesamaan distribusi tersebut mendasari pemakaian notasi vektor asli pada pembahasan selanjutnya. Komponen-komponen dari  $\mathbf{h}_2$  memiliki distribusi yang sama dengan pers. (3.13). Probabilitas *outage* untuk  $|\mathbf{h}_1|^2$  atau  $|\mathbf{h}_2|^2$  adalah

$$\Pr\left[|\mathbf{h}_1|^2 < x\right] = \Pr\left[|\mathbf{h}_2|^2 < x\right] = F_h(x) = 1 - e^{-x}(1+x) \quad (3.14)$$

Prosedur pengurutan optimal setelah *interference nulling* dapat dideskripsikan sebagai berikut:

$$q_1 = \max\left[|\mathbf{h}_{1\perp}|^2, |\mathbf{h}_{2\perp}|^2\right] = (\sin \varphi)^2 \max\left[|\mathbf{h}_1|^2, |\mathbf{h}_2|^2\right] \quad (3.15)$$

dimana  $q_1$  adalah daya sinyal setelah pengurutan optimal. Mengingat distribusi dari  $\max[|\mathbf{h}_1|^2, |\mathbf{h}_2|^2]$  adalah  $F_h^2(x)$ , distribusi  $F_1(x)$  dari  $q_1$  dapat dinyatakan sebagai berikut [37]

$$\begin{aligned} F_1(x) &= \Pr[q_1 < x] = \Pr\left[\max\left[|\mathbf{h}_1|^2, |\mathbf{h}_2|^2\right] < \frac{x}{\sin^2 \varphi}\right] \\ &= \int_0^{\pi/2} F_h^2\left(\frac{x}{\sin^2 \varphi}\right) f_\varphi(\varphi) d\varphi \end{aligned} \quad (3.16)$$

dimana  $f_\varphi(\varphi)$  adalah pdf dari  $\varphi$  dan bernilai  $\sin 2\varphi$ . Evaluasi integral pada persamaan (3.16) menghasilkan persamaan untuk probabilitas *outage* pada langkah deteksi pertama dengan pengurutan optimal [33]

$$F_1(x) = 1 - 2e^{-x} + \left(1 + \frac{x}{2}\right)e^{-2x} \quad (3.17)$$

Daerah probabilitas *outage* kecil (*asymptotic behaviour*) untuk probabilitas pada pers. (3.14) adalah

$$F_1(x) \approx \frac{x}{2}, \quad x \rightarrow 0 \quad (3.18)$$

Probabilitas *outage* untuk langkah deteksi kedua dapat diturunkan menggunakan persamaan yang menyerupai pers. (3.15). Namun demikian, pada langkah deteksi kedua vektor sinyal terima yang digunakan adalah yang memiliki nilai minimum,  $\min[|\mathbf{h}_1|^2, |\mathbf{h}_2|^2]$  karena vektor dengan nilai maksimum telah

digunakan pada langkah pertama. Pada langkah kedua juga tidak diperlukan *interference nulling*, sehingga

$$q_2 = \min\left[|\mathbf{h}_1|^2, |\mathbf{h}_2|^2\right] \quad (3.19)$$

dan probabilitas *outage*  $F_2(x)$  adalah

$$\begin{aligned} F_2(x) &= \Pr[q_2 < x] = 1 - [1 - F_h(x)]^2 \\ &= F_h(x)[2 - F_h(x)] \end{aligned} \quad (3.20)$$

dengan *asymptotic behaviour*

$$F_2(x) \approx 2F_h(x), \quad x \rightarrow 0 \quad (3.21)$$

Perbedaan distribusi SNR pada setiap langkah deteksi V-BLAST akan menghasilkan BER rata-rata yang berbeda untuk masing-masing langkah deteksi. Untuk sistem V-BLAST  $2 \times 2$ , BER rata-rata untuk langkah deteksi ke- $i$  dapat dinyatakan sebagai

$$\bar{P}_{e,i} = \int_0^{\infty} \rho_i(\gamma) P_e(\gamma) d\gamma \quad (3.22)$$

dimana  $P_e(\gamma)$  adalah BER sesaat untuk SNR  $\gamma$  yang dipengaruhi oleh kanal dan tipe pengkodean, dan  $\rho_i(\gamma)$  adalah pdf SNR pada langkah ke- $i$ , yang dapat diperoleh dari probabilitas *outage* dan dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\rho_1(\gamma) = \frac{d}{d\gamma} F_1\left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}_0}\right), \quad \rho_2(\gamma) = \frac{d}{d\gamma} F_2\left(\frac{2 \cdot \gamma}{\bar{\gamma}_0}\right) \quad (3.23)$$

dimana  $\bar{\gamma}_0$  adalah SNR rata-rata sebelum pemrosesan untuk setiap pemancar, yang diasumsikan sama untuk setiap pemancar. Mengingat analisa di atas dilakukan untuk daya sinyal yang ternormalisasi, probabilitas *outage* berkaitan dengan SNR diperoleh dengan substitusi  $x \rightarrow \gamma / \bar{\gamma}_0$  untuk langkah deteksi pertama dan  $x \rightarrow 2\gamma / \bar{\gamma}_0$  untuk langkah kedua. Faktor pengali 2 pada langkah deteksi kedua digunakan karena daya derau total setelah pemrosesan pada langkah ini adalah dua kali daya derau pada percabangan.

Untuk sistem dengan kode RCPC dan modulasi BPSK,  $P_e(\gamma)$  adalah probabilitas kesalahan bit sebagaimana dinyatakan pada pers. (2.32), dengan  $P_d$  untuk BPSK pada kanal Rayleigh sebagai berikut

$$P_d = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 + \gamma \mathcal{R}_c} \right)^d \quad (3.24)$$

dimana  $R_c$  adalah laju pengkodean dan  $d$  melambangkan jarak bebas kode.

### 3.2.2 Kode yang Dihasilkan

Kode RCPC yang digunakan pada sistem ZF V-BLAST RCPC [28] diperoleh tanpa menggunakan kode ekuivalen yang diajukan pada [43], melainkan secara manual seperti diajukan pada [29]. Penggunaan metode manual menghasilkan parameter-parameter kode RCPC secara cepat dan mudah, namun tidak akurat untuk seluruh jenis kode karena diagram trellis yang tepat tidak dapat dihasilkan [29], [45]. Kode yang dihasilkan dengan metode ini untuk  $P_c = 6$  diberikan pada Tabel 3.1.

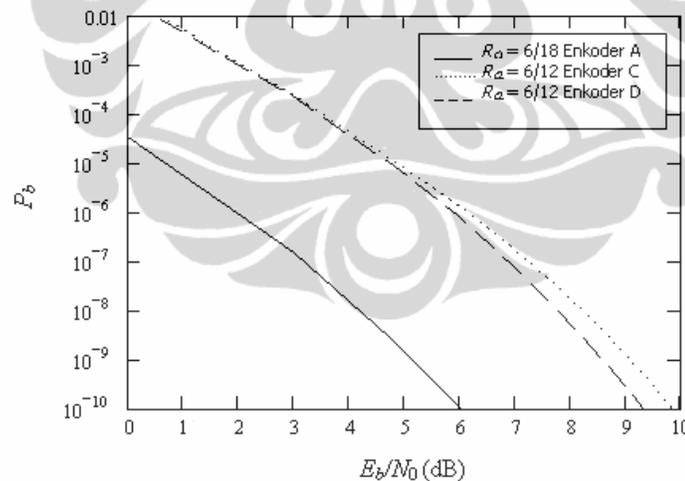
Tabel 3.1 Parameter Kinerja Kode Dengan  $R_{c1} = 6/18$  dan  $R_{c2} = 6/12$  Tanpa Kode Konvolusional Ekuivalen

Encoder		$d_{free}$	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
			A	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$							1	8	26
B	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		Katastrokik										
C	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		3	2	1	52	111	236	735	1842	4933	13174	33159
D	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$c_d$		2	36	32	62	332	701	2342	5503	12506	36234
E	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$			1	2	6	10	6	32	73	74	147	304
F	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$			1	0	10	0	21	0	57	0	232	0
G	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$c_d$		3	0	8	0	21	0	96	0	223	0
H	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		Katastrokik										
I	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$				1	0	0	2	3	10	12	20	54

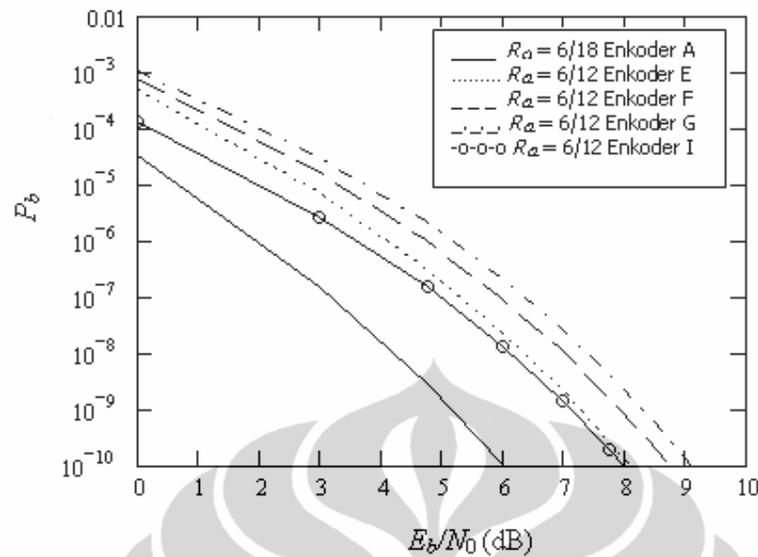
### 3.2.3 Kinerja BER untuk Sistem Berbasis ZF

Kinerja BER untuk ZF RCPC V-BLAST diperoleh menggunakan parameter kode dari Tabel 3.1 dan batasan BER untuk ZF V-BLAST pada kanal Rayleigh [33]. Gambar 3.7 menunjukkan kinerja BER sistem dengan  $M_t = M_r = 2$ , pada kanal Rayleigh dengan enkoder A, C dan D. Kinerja BER dari sistem yang sama, dengan menggunakan enkoder E, F, G dan I diberikan pada Gambar 3.8.

Penggunaan persamaan kinerja BER pada [33] memberikan batas atas kinerja sistem. Sistem tampak memiliki batas atas kinerja BER yang berbeda secara signifikan, tergantung pada kode yang digunakan. Kode yang di-*puncture* berkontribusi terhadap penurunan kinerja pada kisaran 2 hingga 4 dB. Hal ini dapat ditimbulkan oleh kesalahan yang terjadi pada proses perhitungan parameter kode RCPC secara manual. Namun demikian baik penggunaan kode yang di-*puncture* maupun tidak di-*puncture*, akan menghasilkan kinerja BER sistem yang jauh lebih baik dibandingkan dengan sistem ZF V-BLAST tanpa pengkodean.



Gambar 3. 7 Kinerja BER untuk ZF RCPC V-BLAST pada kanal Rayleigh,  $M_t = M_r = 2$



Gambar 3.8 Kinerja BER untuk ZF RCPC V-BLAST pada kanal Rayleigh,  $M_t = M_r = 2$

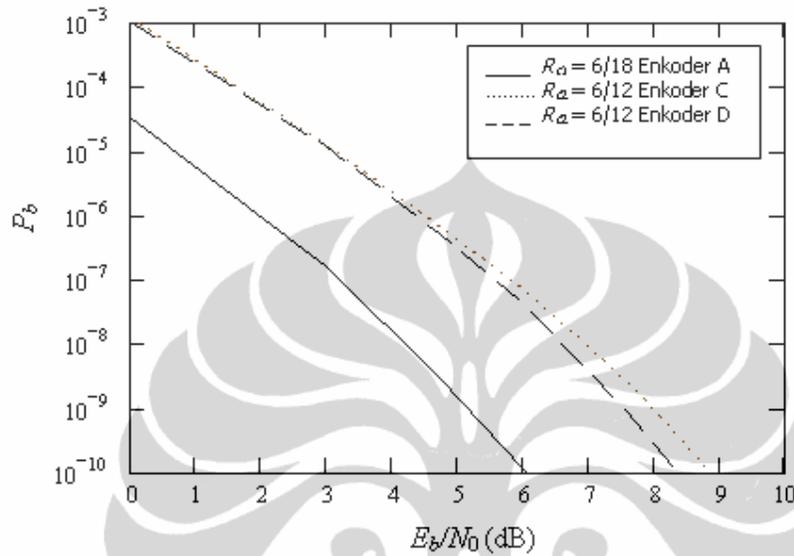
### 3.2.4 Kinerja BER untuk Sistem Berbasis MMSE

Kinerja BER untuk MMSE V-BLAST dengan kode RCPC yang diberikan pada Tabel 3.1 ditunjukkan pada Gambar 3.9 dan 3.10, untuk sistem dengan  $M_t = M_r = 2$ . SNR  $\gamma$  yang digunakan pada bagian ini menggunakan pers. (2.22) sebagai pengali pada setiap ruas persamaan (2.3), sehingga diperoleh  $\gamma$  untuk sistem MMSE.

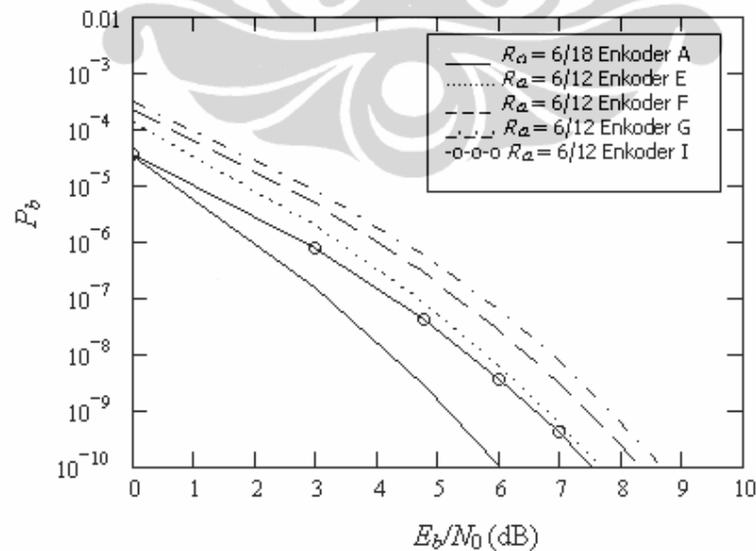
Gambar 3.9 menunjukkan bahwa kinerja MMSE V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 2$  dan  $P_c = 6$ . Tampak bahwa dengan jumlah antenna dan kode yang sama, sistem dengan deteksi MMSE menunjukkan kinerja lebih baik dibandingkan dengan deteksi ZF pada kisaran 1 dB untuk daerah  $E_b/N_0$  tinggi. Mengingat kanal komunikasi riil tidak bersifat bebas derau, maka perbaikan kinerja ini cukup signifikan. Deteksi berbasis MMSE menghasilkan kinerja yang lebih baik dibandingkan dengan deteksi berbasis ZF, karena tidak dilakukan inversi kanal secara rata yang berakibat faktor derau teramplifikasi.

Gambar 3.10 menunjukkan kinerja MMSE V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 2$  dan  $P_c = 6$ , dengan enkoder dari Tabel 3.1. Dengan jumlah antenna dan penggunaan kode yang sama, penggunaan deteksi MMSE akan memperbaiki kinerja sistem pada kisaran 0,5 dB untuk daerah  $E_b/N_0$  tinggi. Dari Gambar 3.9

dan 3.10 diketahui bahwa penggunaan deteksi MMSE akan memperbaiki kinerja sistem pada kisaran 0,5 -1 dB pada daerah  $E_b/N_0$  tinggi, selain memperbaiki kinerja sistem pada daerah  $E_b/N_0$  rendah.



Gambar 3. 9 Kinerja MMSE V-BLAST RCPC pada kanal Rayleigh,  $M_t = M_r = 2$



Gambar 3. 10 Kinerja MMSE V-BLAST RCPC pada kanal Rayleigh,  $M_t = M_r = 2$

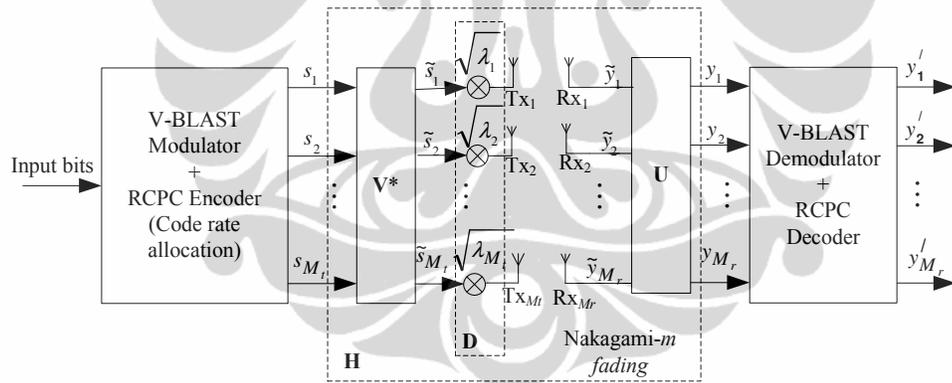
Pada analisa selanjutnya akan digunakan skema modulasi  $M$ - $QAM$  untuk meningkatkan efisiensi spektral sistem, yang dilakukan pada kanal *fading* Nakagami- $m$ .



**BAB 4**  
**ANALISA KINERJA V-BLAST MIMO PADA KANAL *FADING***  
**NAKAGAMI-*m* MENGGUNAKAN RCPC DENGAN KODE**  
**KONVOLUSIONAL EKIVALEN**

**4.1 Model Sistem**

Sistem V-BLAST MIMO dengan pengkodean RCPC yang diajukan pada penelitian ini diajukan dalam Gambar 4.1. Kanal nirkabel diasumsikan mengalami *fading* Nakagami-*m* dan terdapat jalur *scattering* antara antena pemancar dan penerima. Jumlah antena pemancar dan penerima pada model sistem dinotasikan berturut-turut dengan  $M_t$  dan  $M_r$ . Blok pemancar terdiri atas sebuah demodulator V-BLAST dan enkoder RCPC. Sistem menggunakan modulasi *M*-QAM dimana  $M$  menunjukkan ukuran konstelasi sinyal,  $M = 2^c$  dengan  $c$  melambangkan jumlah bit dalam simbol.



Gambar 4.1 Model sistem

Seperti dipaparkan pada bab sebelumnya, alokasi laju kode sesuai dengan keadaan kanal dimungkinkan bila matriks kanal  $\mathbf{H}$  dapat diuraikan menjadi subkanal-subkanal independen yang paralel. Subkanal independen hasil penguraian dari matriks  $\mathbf{H}$  berjumlah  $l$  dimana  $l$  menunjukkan nilai terkecil dari  $M_r$  atau  $M_t$ , atau dinyatakan sebagai  $l = \min(M_r, M_t)$ . Dengan cara ini sistem MIMO akan terkoneksi dengan sistem yang memiliki  $l$  subkanal paralel dengan *gain* subkanal masing-masing  $\sqrt{\lambda_1}, \dots, \sqrt{\lambda_l}$ .

Diperlukan proses pengolahan sinyal khusus di bagian penerima untuk memisahkan aliran data yang tiba di penerima dalam keadaan tercampur. Detektor ZF atau MMSE dapat digunakan di penerima untuk memisahkan aliran data tersebut. Matriks ekualisasi ZF dan MMSE telah diberikan pada persamaan (2.20) dan (2.22). Bila sinyal terima  $\mathbf{y}$  dikalikan dengan matriks ekualisasi, maka untuk ZF V-BLAST akan diperoleh  $M_t$  sub-aliran data dengan SNR keluaran [38]

$$\rho_{zf,m_t} = \frac{\gamma}{\left[ (\mathbf{H}^* \mathbf{H})^{-1} \right]_{m_t, m_t}}, \quad 1 \leq m_t \leq M_t \quad (4.1)$$

dimana

$$\gamma = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2} \quad (4.2)$$

dengan  $\sigma_s^2$  adalah varians dari simbol yang ditransmisikan  $s$  dan  $\sigma_n^2$  adalah varians dari derau, sedangkan untuk MMSE V-BLAST diperoleh

$$\rho_{mmse,m_t} = \frac{\gamma}{\left[ \left( \mathbf{H}^* \mathbf{H} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{I} \right)^{-1} \right]_{m_t, m_t}}, \quad 1 \leq m_t \leq M_t \quad (4.3)$$

dimana  $[\bullet]_{m_t, m_t}$  melambangkan elemen diagonal ke- $m_t$ . Notasi  $\mathbf{h}_{m_t}$  digunakan untuk melambangkan kolom ke- $m_t$  dari  $\mathbf{H}$  dan  $\mathbf{H}_{m_t}$  sebagai submatriks yang diperoleh dengan mengeluarkan  $\mathbf{h}_{m_t}$  dari  $\mathbf{H}$ . Menggunakan (4.1) dan fakta bahwa [38]

$$\left[ (\mathbf{H}^* \mathbf{H})^{-1} \right]_{m_t, m_t} = \frac{1}{\mathbf{h}_{m_t}^* \mathbf{h}_{m_t} - \mathbf{h}_{m_t}^* \mathbf{H}_{m_t} (\mathbf{H}_{m_t}^* \mathbf{H}_{m_t})^{-1} \mathbf{H}_{m_t}^* \mathbf{h}_{m_t}} \quad (4.4)$$

diperoleh

$$\begin{aligned}\rho_{zf,m_t} &= \left| \mathbf{h}_{m_t}^* \mathbf{h}_{m_t} - \mathbf{h}_{m_t}^* \mathbf{H}_{m_t} (\mathbf{H}_{m_t}^* \mathbf{H}_{m_t})^{-1} \mathbf{H}_{m_t}^* \mathbf{h}_{m_t} \right| \gamma \\ &= \left( \mathbf{h}_{m_t}^* \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{m_t}}^\perp \mathbf{h}_{m_t} \right) \gamma\end{aligned}\quad (4.5)$$

dimana

$$\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{m_t}}^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{H}_{m_t} (\mathbf{H}_{m_t}^* \mathbf{H}_{m_t})^{-1} \mathbf{H}_{m_t}^* \quad (4.6)$$

melambangkan proyeksi orthogonal ke ruang *null* dari  $\mathbf{H}_{m_t}^*$ . Untuk mempermudah analisa numerik atas (4.5), matriks kanal  $\mathbf{H}$  didekomposisi menggunakan dekomposisi QR menggunakan dekomposisi QR sehingga diperoleh [38]

$$\mathbf{H} = \mathbf{Q} \mathbf{R} \quad (4.7)$$

dimana  $\mathbf{Q}$  adalah matriks ortogonal dan  $\mathbf{R}$  adalah matriks segitiga atas dengan elemen-elemen diagonal bernilai riil. Setiap elemen dari  $\mathbf{R}$  saling bebas. Selain itu, kuadrat dari elemen diagonal ke- $m_t$  dari  $\mathbf{R}$ , yaitu  $r_{m_t, m_t}^2$ , terdistribusi Chi-kuadrat dengan derajat kebebasan  $2(M_r - m_t + 1)$  dan dilambangkan dengan  $\chi_{2(M_r - m_t + 1)}^2$ , dengan  $1 \leq m_t \leq M_t$  [32]. Elemen-elemen non-diagonal  $r_{ij}$  untuk  $1 \leq i < j \leq M_t$  adalah elemen Gaussian kompleks dengan *mean* nol dan varians satu. Dengan demikian persamaan sinyal terima dapat dituliskan kembali menjadi

$$\mathbf{y} = \mathbf{Q} \mathbf{R} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (4.8)$$

Dengan mengalikan kedua ruas (4.8) dengan  $\mathbf{Q}^*$ , diperoleh bentuk lain dari (2.17) yaitu

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}^* \mathbf{y} &= \mathbf{Q}^* \mathbf{Q} \mathbf{R} \mathbf{s} + \mathbf{Q}^* \mathbf{n} \\ \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{R} \mathbf{s} + \tilde{\mathbf{n}}\end{aligned}\quad (4.9)$$

atau

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \vdots \\ \tilde{y}_{m_t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1m_t} \\ 0 & r_{22} & \dots & r_{2m_t} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & r_{m_t m_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_{m_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{n}_1 \\ \tilde{n}_2 \\ \vdots \\ \tilde{n}_{m_t} \end{bmatrix} \quad 1 \leq m_t \leq M_t \quad (4.10)$$

dimana

$$r_{m_t m_t}^2 = \mathbf{h}_{m_t}^* \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{m_t}}^\perp \mathbf{h}_{m_t} \quad (4.11)$$

Sehingga pers. (4.5) dapat dituliskan sebagai

$$\rho_{zf, m_t} = r_{m_t m_t}^2 \gamma \quad (4.12)$$

Dengan cara yang sama, diperoleh persamaan alternatif untuk  $\rho_{mmse, m_t}$  sebagai berikut

$$\rho_{mmse, m_t} = \left[ \mathbf{h}_{m_t}^* \mathbf{h}_{m_t} - \mathbf{h}_{m_t}^* \mathbf{H}_{m_t} \left( \mathbf{H}_{m_t}^* \mathbf{H}_{m_t} + \frac{1}{\gamma} \right)^{-1} \mathbf{H}_{m_t}^* \mathbf{h}_{m_t} \right] \gamma, \quad 1 \leq m_t \leq M_t \quad (4.13)$$

Elemen-elemen dari matriks kanal  $\mathbf{H}$  terdistribusi secara identik dan independen, sehingga SNR keluaran dari  $M_t$  sub-aliran informasi memiliki distribusi yang identik namun tidak independen. Dengan demikian, untuk menganalisa distribusi SNR keluaran dari  $M_t$  sub-aliran informasi, hanya diperlukan analisa pada satu sub-aliran informasi, misalnya sub-aliran ke- $m_t$ . Sebagaimana ditunjukkan pada pers. (4.12) dan (4.13),  $\rho_{zf, m_t}$  adalah sama dengan  $\gamma$  dikalikan dengan sebuah variabel acak Chi-kuadrat. Untuk menganalisa SNR keluaran dari MMSE, tinjau selisih antara SNR keluaran ZF dan MMSE yang dinotasikan sebagai  $\eta_{\gamma, m_t}$  yakni

$$\begin{aligned} \eta_{\gamma, m_t} &= \rho_{mmse, m_t} - \rho_{zf, m_t} \\ &= \gamma \cdot \mathbf{h}_{m_t}^* \mathbf{H}_{m_t} \left[ \left( \mathbf{H}_{m_t}^* \mathbf{H}_{m_t} \right)^{-1} - \left( \mathbf{H}_{m_t}^* \mathbf{H}_{m_t} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{I} \right)^{-1} \right] \mathbf{H}_{m_t}^* \mathbf{h}_{m_t} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Atau dapat dinyatakan pula

$$\rho_{mmse,m_i} = \rho_{zf,m_i} + \eta_{\gamma,m_i} \quad (4.15)$$

Dapat dinyatakan bahwa  $\eta_{\gamma,m_i}$  merepresentasikan daya dari komponen sinyal yang “tersembunyi” pada ruang  $\mathbf{H}_{m_i}$  yang dapat diekstrak oleh detektor MMSE, dan sebaliknya ditekan menjadi nol oleh detektor ZF.

#### 4.2 Pengaruh Nakagami- $m$ Fading Pada Sinyal Terima

Sebagaimana telah dibahas pada Bab 2, faktor redaman  $\alpha$  menimbulkan distorsi multiplikatif pada sinyal terima di bawah pengaruh *frequency-nonselective slow fading*. Dengan demikian sinyal terima dapat dinyatakan kembali sebagai

$$\begin{aligned} y &= h_{ij}s + n \\ &= \alpha s + n \end{aligned} \quad (4.16)$$

Dari pers. (4.16), energi sinyal rata-rata yang terdapat pada satu simbol terima setelah terkena faktor redaman  $\alpha$  dapat dinyatakan sebagai

$$\varepsilon_{\alpha} = \alpha^2 \varepsilon \quad (4.17)$$

dimana  $\varepsilon$  melambangkan energi sinyal rata-rata dalam satu simbol terima bila tidak terdapat redaman pada kanal. Mengingat derau adalah tetap, maka pers. (4.17) menghasilkan pula

$$\rho_{\alpha} = \alpha^2 \rho \quad (4.18)$$

dimana  $\rho_{\alpha}$  adalah SNR keluaran untuk nilai  $\alpha$  tertentu dan  $\rho$  adalah SNR bila tidak terdapat redaman. Perhitungan untuk parameter  $\rho$  mengikuti pers. (4.12) dan (4.13), berturut-turut untuk sistem dengan deteksi ZF dan MMSE.

SNR rata-rata keseluruhan dapat dinyatakan sebagai

$$\bar{\rho}_\alpha = E(\alpha^2)\rho = \rho \quad (4.19)$$

Substitusi pers. (4.19) ke (4.18) menghasilkan

$$\rho_\alpha = \alpha^2 \bar{\rho} \quad (4.20)$$

Mengingat  $\alpha \geq 0$ , pers. (4.20) menghasilkan pemetaan *one-to-one* antara  $\alpha$  dan  $\rho_\alpha$ . Sehingga pdf dari  $\rho_\alpha$  dapat secara langsung diperoleh dari

$$f_{\rho_\alpha}(\rho_\alpha) = \frac{1}{|d\rho_\alpha/d\alpha|} f_\alpha(\alpha) \Big|_{\alpha=f^{-1}(\rho_\alpha)} \quad (4.21)$$

Dari pers. (4.20) diketahui

$$\alpha = \sqrt{\frac{\rho_\alpha}{\bar{\rho}_\alpha}} \quad (4.22)$$

dan

$$\left| \frac{d\rho_\alpha}{d\alpha} \right| = 2\alpha \bar{\rho}_\alpha \quad (4.23)$$

Menggunakan pdf kanal Nakagami- $m$  yang diberikan pada pers. (2.7), serta pers. (4.22) dan (4.23), pers. (4.21) menjadi

$$f_{\rho_\alpha}(\rho_\alpha) = \frac{m^m}{\Gamma(m)(\bar{\rho}_\alpha)^m} \rho_\alpha^{(m-1)} \exp\left(-\frac{m\rho_\alpha}{\bar{\rho}_\alpha}\right) \quad (4.24)$$

Dengan demikian bila sinyal dikirimkan pada kanal *fading* Nakagami- $m$ , maka SNR keluaran sistem akan berupa variabel acak yang berubah-ubah sesuai pdf yang diberikan pada pers. (4.24). Dalam modulasi  $M$ -QAM yang digunakan dalam penelitian ini, setiap simbol yang dikirimkan dapat memiliki amplitudo

yang berbeda sehingga menghasilkan SNR keluaran yang berbeda pula. Hal ini menyebabkan diperlukannya parameter  $\bar{\rho}_\alpha$  selain  $\rho_\alpha$ .

### 4.3 Desain Kode RCPC Menggunakan Kode Konvolusional Ekuivalen

RCPC memungkinkan terbentuknya kode dengan laju pengkodean  $R_c$  yang berbeda-beda menggunakan struktur enkoder-dekoder tunggal. Dalam sistem yang diajukan, kode berlaju rendah akan diberikan pada aliran data yang memasuki subkanal dengan redaman rendah, dan sebaliknya kode berlaju tinggi diberikan pada aliran data yang memasuki subkanal dengan redaman tinggi. Hal ini dimaksudkan agar level proteksi yang lebih tinggi hanya diberikan pada aliran data yang memasuki subkanal yang tidak bersifat destruktif. Dengan demikian *bandwidth* dapat dimanfaatkan seoptimal mungkin untuk sinyal yang dipastikan dapat tiba di penerima tanpa kerusakan yang berarti. Sebagaimana telah dibahas pada bab sebelumnya, alokasi laju kode sesuai keadaan kanal dimungkinkan bila pemancar memiliki CSI.

Dari pembahasan pada sub-bab 2.7 diketahui bahwa terdapat beberapa parameter yang harus dihitung untuk dapat mengevaluasi kinerja kode RCPC, yaitu  $d_{free}$ ,  $c_d$  dan  $P_d$ . Kompleksitas yang timbul dalam perhitungan  $d_{free}$  dan  $c_d$  semakin tinggi dengan bertambahnya jumlah *shift register* pada enkoder. Dengan demikian diperlukan sebuah metode untuk mengkonstruksi kode konvolusional ekuivalen untuk kode konvolusional *punctured*, agar perhitungan parameter kode dapat disederhanakan [43].

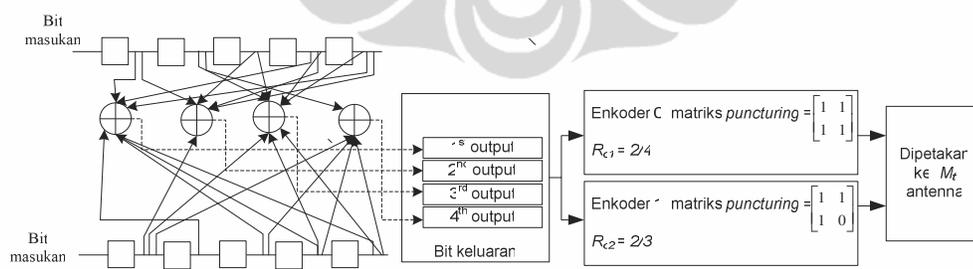
Kode konvolusional ekuivalen digunakan untuk merepresentasikan kode konvolusional *punctured* dalam bentuk ekuivalen *non-punctured*. Representasi ini dimungkinkan karena kode konvolusional *punctured* adalah anggota dari keluarga kode linier dan *codeword* yang dihasilkan menunjukkan pola periodik yang berulang. Menggunakan kode konvolusional ekuivalen, parameter  $d_{free}$  dan  $c_d$  dapat dianalisa secara lebih akurat dibandingkan dengan analisa keadaan trellis dari kode konvolusional *punctured* [43-46].

Salah satu enkoder RCPC yang digunakan dalam penelitian ini ditampilkan pada Gambar 4.2. Laju kode induk yang digunakan adalah  $R_{c1} = k/n = 2/4$  dan jumlah *shift register* adalah  $S = 5$ . Periode *puncturing* yang digunakan

adalah  $P_c = 2$ . Angka 0 pada matriks *puncturing* melambangkan bit yang di-*puncture*. Pada Gambar 4.2, seluruh bit masukan yang memasuki Enkoder 0 akan ditransmisikan. Namun demikian, salah satu dari 4 bit masukan pada Enkoder 1 akan di-*puncture*, yang dilambangkan dengan angka 0 pada matriks *puncturing*. Penggunaan matriks *puncturing* ini mengurangi jumlah bit yang ditransmisikan dari  $2 \cdot P_c$  menjadi  $P_c + \delta$  untuk setiap  $P_c = 2$  bit informasi, dimana  $1 \leq \delta \leq (n-1)P_c$ . Pada enkoder ini, karena  $n = 2$  maka selain kode induk berlaju  $R_{c1} = 2/4$ , akan diperoleh pula kode berlaju  $R_{c2} = 2/3$ .

Sebelum dapat membentuk kode konvolusional ekuivalen, perlu didefinisikan bentuk kode khusus yang disebut *K-times blocked code* dari sebuah kode konvolusional berlaju  $1/n$ . Sembarang kode konvolusional berlaju  $1/n$  dapat dinyatakan sebagai kode berlaju  $K/nK$ , dengan  $K$  bernilai sembarang. Kode dengan laju  $K/nK$  disebut sebagai *K-times blocked code* dengan kode induk berlaju  $1/n$  [42].

Sebuah kode dengan matriks generator  $G = (G_0, \dots, G_{n-1})$  dapat diekspansikan menjadi *K-times blocked code* dengan generator  $G_e$ . Generator tereksansi  $G_e$  terdiri atas  $n$  buah polinomial yang masing-masing dipecah menjadi  $K$  buah polinomial, sehingga total terdapat  $nK$  buah polinomial  $T_{ij}$ , dimana  $i = 1, \dots, n-1$  dan  $j = 1, \dots, n$ . Generator  $G_e$  untuk *K-times blocked code* dapat dinyatakan dengan [43]



Gambar 4. 2 Enkoder RCPC dengan  $R_{c1} = 2/4$  dan  $R_{c2} = 2/3$

$$G_e = \begin{cases} T_{j \bmod n, \lfloor \frac{j}{n} \rfloor - i} & \text{untuk } n \times i \leq j \\ DT_{j \bmod n, \lfloor \frac{j}{n} \rfloor - i + K} & \text{untuk } n \times i > j \end{cases} \quad (4.25)$$

dimana  $\lfloor x \rfloor$  melambangkan bilangan bulat terkecil yang mendekati  $x$ .

Untuk sebuah kode induk berlaju  $R_{c1} = 1/2$  yang di-block 2 kali ( $K = 2$ ), diperoleh laju kode ekuivalen  $R_{c1} = 2/4$ . Generator terekspansi  $G_e$  akan terdiri dari  $n = 2$  polinomial yang masing-masing kemudian dipecah kembali menjadi  $K = 2$  polinomial, sehingga diperoleh 4 polinomial  $T_{ij}$  yaitu  $(T_{00}, T_{01})$  dan  $(T_{10}, T_{11})$ . Menggunakan pers. (4.25), diketahui bahwa pada generator terekspansi  $G_e$  akan terdapat pula elemen  $DT_{ij}$  sesuai dengan hasil dari  $n \times i$ .

Setelah elemen-elemen dari generator terekspansi diketahui, selanjutnya diperlukan suatu cara untuk menyusun elemen-elemen tersebut dalam bentuk matriks. Penyusunan tersebut mengikuti pola sebagai berikut [42]

$$G_e = [Z^{K-1} \times Mat \mid Z^{K-2} \times Mat \mid \dots \mid Z \times Mat \mid Mat] \quad (4.26)$$

dimana  $Z$  adalah matriks  $K \times K$  dengan elemen diagonal atas 1,  $D$  di sudut kiri bawah dan 0 di lokasi lainnya, sedangkan  $Mat$  adalah matriks berukuran  $K \times n$  yang terdiri atas polinomial  $T_{ij}$ . Notasi  $D$  melambangkan transformasi- $D$  atau *delay* satuan yang ditimbulkan oleh satu elemen memori pada *shift register*. Persamaan (4.25) dan (4.26) saling melengkapi dan tidak dapat digunakan secara terpisah untuk mendefinisikan  $G_e$ .

Menggunakan enkoder yang diberikan pada Gambar 4.2 dan pers. (4.26) dengan  $n = 2$  dan  $K = 2$  maka akan dihasilkan generator *K-times blocked code* berdimensi  $2 \times 4$  sebagai berikut

$$\begin{aligned} G_e &= [Z \times Mat \mid Mat] \\ &= \left[ \begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & T_{01} & T_{11} \\ D & 0 & T_{00} & T_{10} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{cc} T_{01} & T_{11} \\ T_{00} & T_{10} \end{array} \right] \\ &= \begin{bmatrix} T_{00} & T_{10} & T_{01} & T_{11} \\ DT_{01} & DT_{11} & T_{00} & T_{10} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Untuk membentuk matriks generator kode ekuivalen dari generator *K-times blocked code*, kolom-kolom pada matriks pers. (3.27) akan dihapus sesuai dengan matriks *puncturing* yang digunakan. Menggunakan matriks *puncturing* pada Enkoder 1, Gambar 3.2 yaitu

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

yang menyatakan bahwa kolom keempat dari hasil pengkodean akan di-*puncture*, diperoleh generator kode ekuivalen konvolusional yaitu

$$G' = \begin{bmatrix} T_{00} & T_{10} & T_{01} \\ DT_{01} & DT_{11} & T_{00} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

yang berdimensi  $2 \times 3$  dan menghasilkan  $R_{c2} = 2/3$ .

Tidak terdapat metode sistematis untuk membentuk kode berlaju  $P_c / (P_c + \delta)$  [24]. Berdasarkan hal tersebut maka pembentukan kode RCPC didasarkan pada proses *puncturing* kode induk yang dihasilkan dari polinomial generator yang telah dikenal memiliki kinerja yang baik (*best-known code generator*). Kode induk yang digunakan pada penelitian ini memiliki laju  $1/2$  dan  $1/3$  serta  $P_c = 2, 3, 4, 5$  dan  $6$  dan diberikan pada Tabel 4.1.

Upaya untuk memperoleh kode RCPC dengan kinerja yang baik, selain menggunakan *best-known code* sebagai kode induk, adalah dengan menggunakan matriks *puncturing* yang berbeda-beda dan menganalisa parameter kinerja yang dihasilkannya. Tidak ada batasan kriteria untuk matriks *puncturing*, namun demikian dengan meningkatnya periode *puncturing*  $P_c$  maka matriks *puncturing* akan memiliki kemungkinan variasi yang semakin banyak. Hal ini mengakibatkan peluang mendapatkan kode RCPC yang berkinerja baik semakin tinggi.

Tabel 4.1 Kode yang Digunakan

Laju Kode Induk	Generator Polinomial	Periode Puncturing $P_c$	Laju $K$ -times Blocked Code $R_{c1}$	Laju Kode Punctured $R_{c2}$
$\frac{1}{2}$	[657 435]	2	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{1}{3}$	[133 145 170]	3	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{6}$
		4	$\frac{4}{12}$	$\frac{4}{8}$
		5	$\frac{5}{15}$	$\frac{5}{10}$
		6	$\frac{6}{18}$	$\frac{6}{12}$

#### 4.4 Kinerja BER Sistem yang Diajukan

Menyatakan kinerja sistem yang terdiri atas banyak sub-sistem dengan sebuah persamaan matematis adalah tidak mudah. Salah satu pendekatan yang diterapkan untuk sistem yang kompleks adalah dengan menggunakan perhitungan modular, seperti pada [33], [38]. Menggunakan persamaan ini pada awalnya ditetapkan subsistem-subsistem yang membentuk sistem. Kinerja setiap subsistem dinyatakan sebagai probabilitas kesalahan dan diformulasikan secara matematis. Kinerja sistem adalah gabungan dari kinerja keseluruhan subsistem. Dengan demikian dapat dinyatakan bahwa probabilitas kesalahan bit dari sistem adalah gabungan probabilitas kesalahan bit dari setiap subsistem.

Menggunakan argumen di atas, berarti probabilitas kesalahan sistem V-BLAST MIMO dengan RCPC pada kondisi *fading* Nakagami- $m$  dapat dinyatakan sebagai probabilitas gabungan dari probabilitas kesalahan bit sub-sistem pembentuknya. Untuk dapat menghasilkan rumusan kinerja yang modular, probabilitas kesalahan bit setiap subsistem harus bersifat independen. Agar independensi antar tiap subsistem tampak jelas, setiap subsistem harus dinyatakan secara sespesifik mungkin.

Modularitas dari persamaan kinerja sistem dapat dijelaskan sebagai berikut. Independensi setiap subsistem pembentuk sistem menyebabkan kinerja subsistem yang satu tidak mempengaruhi kinerja subsistem lainnya. Dengan demikian, kinerja sistem keseluruhan tetap dapat dihitung apabila salah satu subsistemnya diganti. Hal ini menyebabkan persamaan kinerja sistem menjadi

fleksibel dan general untuk berbagai kemungkinan tipe subsistem yang diketahui sangat variatif dalam bidang komunikasi nirkabel.

Probabilitas kesalahan bit sistem dengan demikian dapat dinyatakan sebagai

$$\Pr[\text{kesalahan bit pada sistem}] = \Pr[\text{kesalahan bit subsistem 1} \cap \text{kesalahan bit subsistem 2} \cap \dots \cap \text{kesalahan bit subsistem } N] \quad (4.30)$$

Dimana

$$\Pr[\text{kesalahan bit subsistem 1} \cap \text{kesalahan bit subsistem 2} \cap \dots \cap \text{kesalahan bit subsistem } N] = \Pr[\text{kesalahan bit subsistem 1}] \times \Pr[\text{kesalahan bit subsistem 2}] \times \dots \times \Pr[\text{kesalahan bit subsistem } N] \quad (4.31)$$

dimana  $N$  menyatakan jumlah subsistem yang digunakan.

Pada penelitian ini sistem yang diajukan yaitu V-BLAST MIMO dengan RCPC pada kondisi *fading* Nakagami- $m$  akan dinyatakan dalam subsistem sebagai berikut:

- 1) Subsistem modulasi  $M$ -QAM multikanal, secara spesifik didefinisikan untuk kanal *fading* Nakagami- $m$ . Subsistem ini dibedakan lagi menjadi sub-subsistem sebagai berikut:
  - a.) Subsistem modulasi  $M$ -QAM pada kanal *fading* Nakagami- $m$  dengan *fading* independen
  - b.) Subsistem modulasi  $M$ -QAM pada kanal *fading* Nakagami- $m$  dengan *fading* terkorelasi
- 2) Subsistem V-BLAST MIMO dengan  $M_t$  antena pemancar dan  $M_r$  antena penerima
- 3) Subsistem kode RCPC

Kinerja setiap subsistem akan diuraikan pada bagian berikut.

#### 4.4.1 Kinerja BER Subsistem Modulasi $M$ -QAM Multikanal

Mengingat terdapat jumlah antena jamak di sisi pemancar dan penerima, maka digunakan persamaan kinerja BER sistem  $M$ -QAM untuk kondisi multikanal [47]

$$P_{b,M-QAM}(\rho) = \frac{4}{c} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q(\sqrt{2\beta\rho}) - \frac{4}{c} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 Q^2(\sqrt{2\beta\rho}) \quad (4.32)$$

dimana  $c$  adalah jumlah bit per simbol,  $\rho$  mengikuti pers. (4.12) dan 4.13) berturut-turut untuk sistem dengan deteksi ZF dan MMSE, dan  $\beta$  didefinisikan sebagai

$$\beta = \frac{3}{2(M-1)} \quad (4.33)$$

sedangkan  $Q$ -function menggunakan definisi sebagai berikut [47]

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp\left[\frac{-x^2}{2\sin^2\theta}\right] d\theta, \quad x \geq 0 \quad (4.34)$$

dan

$$Q^2(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/4} \exp\left[\frac{-x^2}{2\sin^2\theta}\right] d\theta, \quad x \geq 0 \quad (4.35)$$

Menggunakan (4.33) – (4.35), BER rata-rata dapat dinyatakan sebagai

$$P_{b,M-QAM} = \frac{4}{c\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \int_0^{\pi/2} \prod_{l=1}^{M_r M_t} I_l(\rho, \beta, \theta) d\theta - \frac{4}{c\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 \int_0^{\pi/4} \prod_{l=1}^{M_r M_t} I_l(\rho, \beta, \theta) d\theta \quad (4.36)$$

dimana  $I_l(\rho, \beta, \theta)$  melambangkan fungsi dari modulasi dan kanal *fading* Nakagami- $m$  dan diberikan oleh

$$I_l(\rho, \beta, \theta) = \left(1 + \frac{\beta \bar{\rho}}{m \sin^2 \theta}\right)^{-m} \quad (4.37)$$

Apabila terdapat *fading* yang terkorrelasi, maka pers. (4.36) menjadi

$$P_{b,cor} = \frac{4}{c\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} Cor(\beta, L, \rho, \psi, \theta) d\theta - \frac{4}{c\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^{2\pi/4} \int_0^{\pi/4} Cor(\beta, L, \rho, \psi, \theta) d\theta \quad (4.38)$$

dimana  $L$  melambangkan jumlah sinyal yang tiba di penerima,  $L = M_r \times M_t$ , dan model *fading* terkorrelasi adalah [46]

$$Cor(\beta, L, \rho, \psi, \theta) = \left(1 + \frac{\rho \cdot \beta \cdot \xi}{m \cdot L \cdot \sin^2 \theta}\right)^{-mL^2 / \xi} \quad (4.39)$$

dimana  $\psi$  adalah koefisien korelasi kanal,  $0 \leq \psi < 1$ , dan

$$\xi = L + \frac{2\sqrt{\psi}}{1-\sqrt{\psi}} \left( L - \frac{1 - (\sqrt{\psi})^L}{1 - (\sqrt{\psi})} \right) \quad (4.40)$$

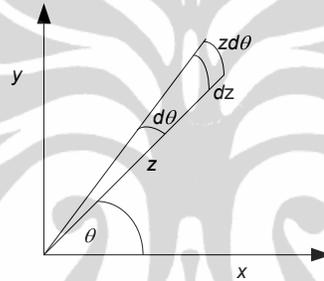
#### 4.4.2 Kinerja BER Subsistem V-BLAST MIMO

Fungsi densitas probabilitas dari sistem V-BLAST MIMO perlu dimasukkan pada perhitungan kinerja BER sistem. Sinyal pada sistem merupakan vektor dengan dua dimensi, dimana masing-masing vektor memiliki distribusi Nakagami- $m$ . Untuk memodelkan fungsi densitas probabilitas tersebut, digunakan pdf gabungan dari dua vektor yang masing-masing mengalami *fading* Nakagami- $m$  dengan pdf seperti diberikan pada sub-bab 2 pers. (2.7).

Apabila sinyal memiliki dimensi berupa variabel acak  $x$  dan  $y$ , maka fungsi densitas probabilitas sinyal adalah

$$\begin{aligned} P(x \leq X + dx, y \leq Y + dy) &= \frac{4m^m}{\Gamma(m)} x^{2m-1} \exp(-mx^2) \frac{2m^m}{\Gamma(m)} y^{2m-1} \exp(-my^2) dx dy \\ &= \frac{4m^{2m}}{[\Gamma(m)]^2} x^{2m-1} y^{2m-1} \exp(-m(x^2 + y^2)) dx dy \end{aligned} \quad (4.41)$$

Variabel acak  $x$  dan  $y$  berada pada koordinat Cartesian. Keduanya dapat diubah ke koordinat polar seperti dinyatakan dalam Gambar 4.3.



Gambar 4.3 Koordinat polar

Menggunakan Gambar 4.3 diperoleh

$$x = z \cos \theta \quad (4.42a)$$

$$y = z \sin \theta \quad (4.43b)$$

$$x^2 + y^2 = z^2 ; \theta = \arctan y/x \quad (4.43c)$$

sehingga pers. (4.41) dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} P(x \leq X + dx, y \leq Y + dy) &= \frac{4m^{2m}}{[\Gamma(m)]^2} x^{2m-1} y^{2m-1} \exp(-m(x^2 + y^2)) z dz d\theta \\ &= \frac{4m^{2m}}{[\Gamma(m)]^2} (z \cos \theta)^{2m-1} (z \sin \theta)^{2m-1} \exp(-mz^2) z dz d\theta \\ &= \frac{4m^{2m}}{[\Gamma(m)]^2} z^{2m-1} z^{2m-1} \exp(-mz^2) z dz (\cos \theta)^{2m-1} (\sin \theta)^{2m-1} d\theta \end{aligned} \quad (4.44)$$

Secara ringkas pdf gabungan pada pers. (4.44) dapat dinyatakan sebagai

$$P(z, \theta) = \frac{4m^{2m}}{[\Gamma(m)]^2} z^{2m-1} z^{2m-1} \exp(-mz^2) z (\cos \theta)^{2m-1} (\sin \theta)^{2m-1} \quad (4.45)$$

Mengingat  $z$  dan  $\theta$  saling independen, maka pdf individual dari masing-masing dapat dituliskan sebagai berikut

$$P(\theta) = (\cos \theta)^{2m-1} (\sin \theta)^{2m-1}, \quad -\pi \leq \theta \leq \pi \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} P(z) &= \frac{4m^{2m}}{[\Gamma(m)]^2} z^{4m-2} \exp(-mz^2) z \\ &= \frac{4m^{2m}}{[\Gamma(m)]^2} z^{4m-1} \exp(-mz^2) \end{aligned} \quad (4.47)$$

Persamaan (4.47) memberikan pdf sinyal yang merupakan vektor dua dimensi pada kanal *fading* Nakagami- $m$ .

Selanjutnya diperlukan persamaan pdf sinyal pada kanal *fading* Nakagami- $m$  untuk V-BLAST MIMO. Sebelum dapat menentukan persamaan tersebut, tinjau bahwa parameter *fading* pada kanal Nakagami- $m$  terhubung dengan derajat kebebasan  $t$  yang terdistribusi Chi-kuadrat [10]. Distribusi Chi-kuadrat memiliki pdf sebagai berikut

$$f_x(x) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{t}{2}\right)} x^{t-1} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (4.48)$$

Dari [33] diketahui bahwa derajat kebebasan sistem V-BLAST adalah dua kali orde diversitas. Menggunakan pers. (3.11) maka derajat kebebasan sistem dapat dinyatakan oleh

$$t = 2 \cdot \mathcal{D} = 2[M_r - M_t + 1] \quad (4.49)$$

Dari (4.47) dan (4.48) diperoleh

$$t = 8m \quad (4.50)$$

Substitusi pers. (4.50) ke pers. (4.49) menghasilkan

$$m = \frac{(M_r - M_t + 1)}{4} \quad (4.51)$$

Substitusi pers. (4.51) ke pers. (4.47) menghasilkan

$$P(z) = \frac{4 \left[ \frac{(M_r - M_t + 1)}{4} \right]^{\frac{(M_r - M_t + 1)}{2}}}{\Gamma \left( \frac{(M_r - M_t + 1)}{4} \right)^2} z^{M_r - M_t} \exp \left( - \frac{(M_r - M_t + 1)}{4} z^2 \right) \quad (4.52)$$

#### 4.4.3 Kinerja Subsistem RCPC dengan Modulasi $M$ -QAM dan Kanal Nakagami- $m$

Telah diketahui bahwa kinerja sistem RCPC antara lain tergantung pada  $c_d$  dan  $P_d$  sebagaimana dibahas pada Bab 2. Bobot kesalahan  $c_d$  telah dihitung pada sub-bab 4.3, sedangkan probabilitas terpilihnya *path* yang salah pada proses *decoding* konvolusional  $P_d$  masih perlu dirumuskan untuk sistem dengan modulasi  $M$ -QAM dan Nakagami- $m$  fading.

Tinjau sinyal terima berupa simbol-simbol yang telah dikodekan pada demodulator  $M$ -ary, dimana setiap simbol yang telah dikodekan tersebut mengalami faktor redaman  $\alpha$ . Setiap faktor redaman  $\alpha$  terkait hanya dengan satu simbol terima dan dianggap konstan untuk satu periode simbol  $T_s$ . Dengan demikian akan digunakan notasi  $\alpha_{j\ell}$  untuk mengacu pada  $\alpha$  yang mempengaruhi penerimaan simbol ke- $\ell$  dari cabang ke- $j$  pada trellis.

Persamaan untuk sinyal terima yang telah dinyatakan pada (4.16) dapat dinyatakan kembali dalam bentuk vektor sebagai berikut

$$Y_{j\ell} = \alpha_{j\ell} S_{j\ell} + N_{j\ell} \quad (4.53)$$

Mengingat dekoder harus mengkompensasi  $\alpha_{j\ell}$  yang berbeda-beda pada sinyal selama proses *decoding*, maka metrik cabang  $v_j^{(i)}$  untuk cabang ke- $j$  pada jalur ke- $i$  pada trellis dapat dituliskan sebagai [37]

$$\begin{aligned} v_j^{(i)} &= \log f_Y(\{Y_{j1} Y_{j2} Y_{j3} \dots Y_{j\omega}\} | \{\alpha_{j1} S_{j1}^{(1)} \alpha_{j2} S_{j2}^{(1)} \alpha_{j3} S_{j3}^{(1)} \dots \alpha_{j\omega} S_{j\omega}^{(1)}\}) \\ &= \log f_Y(\{Y_{j\ell}, \ell = 1, 2, \dots, \omega\} | \{\alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}, \ell = 1, 2, \dots, \omega\}) \\ v_j^{(i)} &= \log f_Y(\{Y_{j\ell}\} | \{\alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}\}) \end{aligned} \quad (4.54)$$

dimana  $\omega$  menyatakan jumlah simbol yang dikodekan yang ditransmisikan untuk setiap simbol informasi. Notasi  $f_Y(\{Y_{j\ell}\} | \{\alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}\})$  menyatakan fungsi densitas probabilitas bersyarat dari vektor sinyal terima  $Y_{j\ell}$  bila simbol  $\alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}$  dikirimkan.

Mengingat  $Y_{j1}$  independen terhadap  $Y_{j\ell}$  untuk semua nilai  $\ell \neq 1$ , maka

$$\log f_Y(\{Y_{j\ell}\} | \{\alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}\}) = \prod_{\ell=1}^{\omega} f_Y(Y_{j\ell} | \{\alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}\}) \quad (4.55)$$

Penerimaan  $Y_{j1}$  hanya dipengaruhi oleh  $S_{j1}$ , sehingga terdapat relasi sebagai berikut

$$f_Y(Y_{j\ell} | \{\alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}\}) = f_Y(Y_{j\ell} | \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}) \quad (4.56)$$

Substitusi pers. (4.56) ke pers. (4.55), dan pers. (4.55) ke pers. (4.54), diperoleh

$$v_j^{(i)} = \log \prod_{\ell=1}^{\omega} f_Y(Y_{j\ell} | \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}) = \sum_{\ell=1}^{\omega} \log f_Y(Y_{j\ell} | \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}) \quad (4.57)$$

Mengingat sinyal  $M$ -ary terdiri atas 2 komponen orthogonal, probabilitas bersyarat untuk pers. (4.57) dapat diturunkan dengan cara sebagai berikut

$$\begin{aligned}
f_Y(Y_{j\ell} | \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}) &= f_Y(y_{j\ell 1} | \alpha_{j\ell 1} s_{j\ell 1}^{(i)}) f_Y(y_{j\ell 2} | \alpha_{j\ell 2} s_{j\ell 2}^{(i)}) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(y_{j\ell 1} - \alpha_{j\ell 1} s_{j\ell 1}^{(i)})^2}{2\sigma^2}\right] \\
&\quad \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(y_{j\ell 2} - \alpha_{j\ell 2} s_{j\ell 2}^{(i)})^2}{2\sigma^2}\right]
\end{aligned} \tag{4.58}$$

Sehingga diperoleh

$$f_Y(Y_{j\ell} | \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \|Y_{j\ell} - \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}\|^2\right] \tag{4.59}$$

Substitusi pers. (4.59) ke pers. (4.57) menghasilkan

$$\begin{aligned}
v_j^{(i)} &= \sum_{\ell=1}^{\omega} \log\left[\frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|Y_{j\ell} - \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}\|^2\right)\right] \\
&= \omega \log \frac{1}{2\pi\sigma^2} + \log(e) \sum_{\ell=1}^{\omega} \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \|Y_{j\ell} - \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}\|^2\right]
\end{aligned} \tag{4.60}$$

Mengingat  $\omega$  konstan untuk kode konvolusional yang digunakan, pers. (4.60) dapat dituliskan kembali sebagai berikut

$$v_j^{(i)} = \Omega_1 + \Omega_2 \sum_{\ell=1}^{\omega} \|Y_{j\ell} - \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}\|^2 \tag{4.61}$$

dimana

$$\Omega_1 = \omega \log\left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right) \tag{4.62a}$$

dan

$$\Omega_2 = -\frac{1}{2\sigma^2} \log(e) \tag{4.63b}$$

Probabilitas terpilihnya jalur yang salah pada trellis dalam perbandingan dua jalur (*pairwise comparison*) yaitu jalur *all-zero* (jalur yang benar) dengan

jalur 1 (jalur yang salah) untuk himpunan  $\alpha_{j\ell}$  tertentu, dilambangkan dengan  $P_d$ . Probabilitas  $P_d$  dapat dituliskan sebagai

$$P_2(d, \{\alpha_{j\ell}\}) = \Pr[CM^{(1)} \geq CM^{(0)}] \quad (4.64)$$

dimana  $CM^{(i)}$  melambangkan metrik korelasi dekoder, yang dapat dinyatakan sebagai

$$CM^{(i)} = \sum_{j=1}^B v_j^{(i)} \quad (4.65)$$

dimana  $B$  menyatakan jumlah cabang pada trellis.

Substitusi pers. (4.61) ke pers. (4.65) menghasilkan

$$\begin{aligned} CM^{(i)} &= \sum_{j=1}^B \left( \Omega_1 + \Omega_2 \sum_{\ell=1}^{\omega} \|Y_{j\ell} - \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}\|^2 \right) \\ &= B\Omega_1 + \Omega_2 \sum_{j=1}^B \sum_{\ell=1}^{\omega} \|Y_{j\ell} - \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(i)}\|^2 \end{aligned} \quad (4.66)$$

Kode konvolusional bersifat linier, sehingga dapat diasumsikan simbol yang dikirimkan adalah simbol *all-zero*  $S_0$ . Dengan demikian, dekoder akan memilih jalur simbol *all-zero*, yang disebut jalur 0, sebagai jalur yang akan diproses.

Misalkan akibatnya kesalahan kanal, dekoder memilih jalur 1 untuk diproses. Asumsikan jalur yang salah ini mengandung  $d$  simbol yang salah, sehingga jalur ini memiliki perbedaan  $d$  dengan  $S_0$ . Dengan demikian rumus awal untuk  $P_d$  dapat dituliskan sebagai

$$P(d, \{\alpha_{jm}\}) = \Pr[CM^{(1)} \geq CM^{(0)}] = \Pr[CM^{(1)} - CM^{(0)} \geq 0] \quad (4.67)$$

Substitusi pers. (4.66) ke pers. (4.67) menghasilkan

$$\begin{aligned}
P(d, \{\alpha_{jm}\}) &= \Pr \left[ B\Omega_1 + \Omega_2 \sum_{j=1}^B \sum_{\ell=1}^{\omega} \|Y_{j\ell} - \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(1)}\|^2 - B\Omega_1 - \Omega_2 \sum_{j=1}^B \sum_{\ell=1}^{\omega} \|Y_{j\ell} - \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(0)}\|^2 \geq 0 \right] \\
&= \Pr \left[ \Omega_2 \sum_{j=1}^B \sum_{\ell=1}^{\omega} \left( \|Y_{j\ell} - \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(1)}\|^2 - \|Y_{j\ell} - \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(0)}\|^2 \right) \geq 0 \right]
\end{aligned} \tag{4.68}$$

Dari pers. (4.63b) diketahui bahwa  $\Omega_2$  adalah konstanta negatif, sehingga pers. (4.68) menjadi

$$P(d, \{\alpha_{jm}\}) = \Pr \left[ \sum_{j=1}^B \sum_{\ell=1}^{\omega} \left( \|Y_{j\ell} - \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(1)}\|^2 - \|Y_{j\ell} - \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(0)}\|^2 \right) \leq 0 \right] \tag{4.69}$$

Mengingat informasi yang dikirim merupakan sekuens *all-zero*, maka

$$S_{j\ell}^{(0)} = S_0, \quad \forall j \text{ dan } m \tag{4.70}$$

maka pers. (4.53) menjadi

$$Y_{j\ell} = \alpha_{j\ell} S_0 + N_{j\ell} \tag{4.71}$$

Substitusi pers. (4.70) dan (4.71) ke pers. ke pers. (4.69) akan menghasilkan

$$\begin{aligned}
P(d, \{\alpha_{jm}\}) &= \Pr \left[ \sum_{j=1}^B \sum_{\ell=1}^{\omega} \left( \|\alpha_{j\ell} S_0 + N_{j\ell} - \alpha_{j\ell} S_{j\ell}^{(1)}\|^2 - \|\alpha_{j\ell} S_0 + N_{j\ell} - \alpha_{j\ell} S_0\|^2 \right) \leq 0 \right] \\
&= \Pr \left[ \sum_{j=1}^B \sum_{\ell=1}^{\omega} \left( \|\alpha_{j\ell} (S_{j\ell}^{(1)} - S_0) - N_{j\ell}\|^2 - \|N_{j\ell}\|^2 \right) \leq 0 \right] \\
&= \Pr \left[ \sum_{j=1}^B \sum_{\ell=1}^{\omega} \left( \alpha_{j\ell}^2 \|S_{j\ell}^{(1)} - S_0\|^2 - 2\alpha_{j\ell} (S_{j\ell}^{(1)} - S_0) N_{j\ell} \right) \leq 0 \right]
\end{aligned} \tag{4.72}$$

Mengingat  $S_{j\ell}^{(1)} = S_{j\ell}^{(0)} = S_0$  untuk semua kombinasi  $j$  dan  $\ell$  kecuali untuk  $d$  simbol, maka pers. (4.72) dapat dituliskan kembali sebagai berikut

$$P(d, \{\alpha_l\}) = \Pr \left[ \sum_{l=1}^d \left( \alpha_l^2 \|S_l^{(1)} - S_0\|^2 - 2\alpha_l (S_l^{(1)} - S_0) N_l \right) \leq 0 \right] \quad (4.73)$$

Bila vektor derau pada pers. (4.73) diekspansikan dalam komponen ortogonalnya, akan diperoleh

$$P(d, \{\alpha_l\}) = \Pr \left[ \sum_{l=1}^d \left( \alpha_l^2 \|S_l^{(1)} - S_0\|^2 - 2\alpha_l (s_{l1}^{(1)} - s_{01}) n_{l1} - 2\alpha_l (s_{l2}^{(1)} - s_{02}) n_{l2} \right) \leq 0 \right] \quad (4.74)$$

Perhatikan bahwa seluruh  $\alpha_l$ , untuk  $l = 1$  hingga  $d$ , diasumsikan telah diketahui nilainya. Selain itu,  $S_l^{(1)}$  untuk  $l = 1$  hingga  $d$  yang membentuk jalur 1, juga diketahui oleh dekoder. Mengingat parameter  $n_{l1}$  dan  $n_{l2}$  merupakan variabel acak Gaussian dengan *mean* nol yang terdistribusi secara independen dan identik, dan parameter-parameter bersifat deterministik, maka sisi kiri dari pertidaksamaan (4.74) dapat dipandang sebagai sebuah variabel acak Gaussian  $X$  yang dinyatakan dengan

$$X = \left( \sum_{l=1}^d \bar{X}_l, \sum_{l=1}^d \sigma_{xl}^2 \right) \quad (4.75)$$

dimana

$$\bar{X}_l = \alpha_l^2 \|S_l^{(1)} - S_0\|^2 \quad (4.76)$$

dan

$$\begin{aligned} \sigma_{xl}^2 &= 4\alpha_l^2 \left( (s_{l1}^{(1)} - s_{01})^2 + (s_{l2}^{(1)} - s_{02})^2 \right) \sigma^2 = 4\alpha_l^2 \|S_l^{(1)} - S_0\|^2 \sigma^2 \\ &= 4\bar{X}_l \sigma^2 \end{aligned} \quad (4.77)$$

Batas atas probabilitas akan dapat dinyatakan dengan mengasumsikan semua  $S_l^{(1)}$ , untuk semua  $l$ , adalah sama dengan simbol pada kasus terburuk  $S_w$

sedemikian sehingga  $P_d$  bernilai maksimal. Bila  $S_W$  adalah vektor yang konstan untuk semua  $l$ , maka pers. (4.75) menjadi

$$X = \left( \|S_W - S_0\|^2 \sum_{l=1}^d \alpha_l^2, 4\|S_W - S_0\|^2 \sum_{l=1}^d \alpha_l^2 \right) \quad (4.78)$$

Untuk memaksimalkan probabilitas pada pers. (4.74) dan memperoleh batas atas untuk  $P_d$ ,  $S_W$  harus merupakan simbol terdekat dengan  $S_0$ . Untuk menentukan  $S_W$  diperlukan penurunan teorema Gaussian mengenai distribusi normal.

**Teorema:** Tinjau dua variabel acak Gaussian  $X$  dengan *mean*  $\bar{X}$  dan varians  $\sigma_X^2$  serta  $Y$  dengan *mean*  $\bar{Y}$  dan varians  $\sigma_Y^2$ . Dengan demikian maka

$$\Pr[X \leq 0] \geq \Pr[Y \leq 0] \Leftrightarrow \bar{X}\sigma_Y \leq \bar{Y}\sigma_X \quad (4.79)$$

Bukti :

$$\Pr[X \leq 0] \geq \Pr[Y \leq 0]$$

$$1 - Q\left(\frac{0 - \bar{X}}{\sigma_X}\right) \geq 1 - Q\left(\frac{0 - \bar{Y}}{\sigma_Y}\right) \quad (4.80)$$

$$1 - \left(1 - Q\left(\frac{\bar{X}}{\sigma_X}\right)\right) \geq 1 - \left(1 - Q\left(\frac{\bar{Y}}{\sigma_Y}\right)\right)$$

$$Q\left(\frac{\bar{X}}{\sigma_X}\right) \geq Q\left(\frac{\bar{Y}}{\sigma_Y}\right)$$

Mengingat fungsi  $Q$  bersifat monoton turun, maka agar pertidaksamaan (4.80) benar, diperlukan hubungan sebagai berikut

$$\left(\frac{\bar{X}}{\sigma_X}\right) \leq \left(\frac{\bar{Y}}{\sigma_Y}\right) \quad (4.81a)$$

$$\bar{X}\sigma_y \leq \bar{Y}\sigma_x \quad (4.81b)$$

Pertidaksamaan (4.81b) merupakan bukti dari teorema yang diberikan pada (4.79).

Menggunakan teorema di atas, dapat dinyatakan bahwa dalam sebuah himpunan variable acak Gaussian dengan *mean* yang berbeda-beda, maka variabel yang memiliki *mean* terkecil akan memenuhi sifat sebagai berikut

$$\Pr[X_j \leq 0] \geq \Pr[X_{i \neq j} \leq 0], \quad \bar{X}_j \leq \bar{X}_{i \neq j}, \quad \forall i \quad (4.82)$$

Kecuali apabila salah satu dari variabel acak lainnya yang memiliki *mean* lebih tinggi memiliki deviasi standar yang sangat besar sehingga

$$\bar{X}_j \sigma_{i \neq k} > \bar{X}_{i \neq k} \sigma_k \quad (4.83)$$

sehingga tidak sesuai dengan teorema.

Dengan demikian,  $S_w$  dipilih untuk membuat *mean* pada pers. (4.75) sekecil mungkin. Dari pers. (4.76) tampak bahwa *mean* minimum dalam pers. (4.75) diperoleh dengan memilih  $S_w$  yang memenuhi

$$\|S_w - S_0\|^2 = D_{0,\min}^2 \quad (4.84)$$

dimana  $D_{0,\min}$  adalah jarak Euclid antara  $S_0$  dan tetangga terdekatnya dalam konstelasi. Substitusi pers. (4.84) dan (4.75) ke pers. (4.76) akan menghasilkan

$$\begin{aligned}
P(d, \{\alpha_l\}) &= \Pr[X \leq 0] = \Pr\left[\left(D_{0,\min}^2 \sum_{l=1}^d \alpha_l^2, 4D_{0,\min}^2 \sigma^2 \sum_{l=1}^d \alpha_l^2\right) \leq 0\right] \\
&= 1 - Q\left(\frac{0 - D_{0,\min}^2 \sum_{l=1}^d \alpha_l^2}{\sqrt{4D_{0,\min}^2 \sigma^2 \sum_{l=1}^d \alpha_l^2}}\right) \\
&= Q\left(\frac{\sqrt{D_{0,\min}^4 \left(\sum_{l=1}^d \alpha_l^2\right)^2}}{\sqrt{4D_{0,\min}^2 \sigma^2 \sum_{l=1}^d \alpha_l^2}}\right) = Q\left(\frac{D_{0,\min}^2 \sum_{l=1}^d \alpha_l^2}{4\sigma^2}\right) \quad (4.85)
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan  $\sigma^2 = N_0/2$  diperoleh

$$P(d, \{\alpha_l\}) = Q\left(\frac{D_{0,\min}^2 \sum_{l=1}^d \alpha_l^2}{2N_0}\right) \quad (4.86)$$

Nilai  $D_{0,\min}$  dapat bervariasi tergantung pada  $S_0$  yang dipilih untuk menjadi *zero-symbol* pada konstelasi. Untuk memastikan diperolehnya batas atas, maka  $S_0$  harus menghasilkan  $D_{0,\min} = D_{\min}$ , dimana  $D_{\min}$  adalah jarak Euclid minimum dalam konstelasi.

Dengan demikian pers. (3.86) dapat dituliskan kembali menjadi

$$P(d, \{\alpha_l\}) = Q\left(\frac{D_{\min}^2 \sum_{l=1}^d \alpha_l^2}{2N_0}\right) \quad (4.87)$$

Persamaan (4.87) dapat digunakan untuk menghitung probabilitas terpilihnya jalur yang salah pada kanal *fading*, namun pada persamaan tersebut

perlu diperhitungkan faktor rasio energi per bit terhadap energi derau. Untuk memasukkan faktor rasio energi bit terhadap energi derau pada pers. (3.94), digunakan parameter energi bit  $\varepsilon = \varepsilon_\alpha / \alpha_l^2$ .

Persamaan (4.87) disusun kembali menjadi

$$\begin{aligned}
 P(d, \alpha_l) &= Q \left[ \sqrt{\frac{D_{\min}^2}{2\varepsilon} \frac{\varepsilon}{N_0} \sum_{l=1}^d \alpha_l^2} \right] \\
 &= Q \left[ \sqrt{\frac{D_{\min}^2}{2\varepsilon} \rho \sum_{l=1}^d \alpha_l^2} \right] \\
 &= Q \left[ \sqrt{\frac{D_{\min}^2}{2\varepsilon} \sum_{l=1}^d \alpha_l^2 \rho} \right]
 \end{aligned} \tag{4.88}$$

dimana nilai  $D_{\min}^2 / \varepsilon$  diberikan pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Koefisien Parameter untuk  $M$ -QAM Bujursangkar [37]

Modulasi	$c$	$D_{\min}^2 / \varepsilon$
8-QAM	3	2/3
16-QAM	4	2/5
64-QAM	6	2/21

Perhitungan untuk memperoleh nilai  $D_{\min}^2 / \varepsilon$  diberikan pada Lampiran B.

Substitusi pers. (4.19) dan (4.20) ke pers. (4.88) menghasilkan

$$P(d, \rho_{\alpha,l}) = \left[ \sqrt{\frac{D_{\min}^2}{2\varepsilon} \sum_{l=1}^d \rho_{\alpha,l}} \right] \tag{4.89}$$

Misalkan variabel acak  $\Theta$  didefinisikan sebagai

$$\Theta = \sum_{l=1}^d \rho_{\alpha,l} \quad (4.90)$$

maka substitusi (4.90) ke (4.91) akan menghasilkan

$$P(d, \Theta) = Q \left[ \sqrt{\frac{D_{\min}^2}{2\mathcal{E}}} \Theta \right] \quad (4.91)$$

Batas atas dari  $P(d, \Theta)$  adalah

$$P_d = \int_0^{\infty} P(d, \Theta) f_{\Theta}(\Theta) d\Theta \quad (4.92)$$

Mengingat  $\Theta$  adalah jumlah dari  $d$  buah variabel acak  $\rho_{\alpha,l}$  yang pdf-nya telah diberikan pada (4.24), maka diperoleh

$$f_{\Theta}(\Theta) = \frac{m^{md}}{\Gamma(md)(\bar{\rho}_{\alpha,l})^{md}} \Theta^{(md-1)} \exp\left(-\frac{m\Theta}{\bar{\rho}_{\alpha,l}}\right) \quad (4.93)$$

Substitusi (4.91) dan (4.93) ke (4.92) menghasilkan

$$P_d = \int_0^{\infty} Q \left[ \sqrt{\frac{D_{\min}^2}{2\mathcal{E}}} \Theta \right] \frac{m^{md}}{\Gamma(md)(\bar{\rho}_{\alpha,l})^{md}} \Theta^{(md-1)} \exp\left(-\frac{m\Theta}{\bar{\rho}_{\alpha,l}}\right) d\Theta \quad (4.94)$$

Persamaan (4.94) adalah probabilitas kesalahan pemilihan *path* pada proses *decoding* konvolusional bila sistem menggunakan modulasi  $M$ -QAM dan terpengaruh *fading* Nakagami- $m$ . Mensubstitusikan pers. (4.94) ke pers. kinerja kode RCPC yang diberikan oleh pers. (2.32) akan menghasilkan kinerja kode RCPC pada sistem  $M$ -QAM dengan *fading* Nakagami- $m$ .

Dengan demikian menggunakan pers. (4.36), (4.52) dan (4.94) kinerja BER sistem RCPC V-BLAST dengan modulasi  $M$ -QAM dan pengaruh kanal Nakagami- $m$  dapat dinyatakan dengan

$$\begin{aligned}
P_b = & \frac{1}{P_c} \int_0^\infty \int_0^\infty \left[ \frac{4}{c\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^{\pi/2} \prod_{l=1}^{M_r, M_t} I_l(\rho, \beta, \theta) d\theta - \frac{4}{c\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^{2\pi/4} \prod_{l=1}^{M_r, M_t} I_l(\rho, \beta, \theta) d\theta \right] \\
& \cdot \sum_{d=d_{free}}^\infty c_d Q \left[ \sqrt{\frac{D_{min}^2}{2\epsilon}} \Theta \right] \frac{m^{md}}{\Gamma(md) (\bar{\rho}_{\alpha,l})^{md}} \Theta^{(md-1)} \exp \frac{-m\Theta}{\bar{\rho}_{\alpha,l}} \\
& \cdot \frac{4 \left[ \frac{(M_r - M_t + 1)}{4} \right]^{\frac{(M_r - M_t + 1)}{2}}}{\Gamma \left( \frac{(M_r - M_t + 1)}{4} \right)^2} \rho^{M_r - M_t} \exp \left( -\frac{(M_r - M_t + 1)}{4} \rho^2 \right) d\Theta d\rho
\end{aligned} \tag{4.95}$$

untuk sistem dengan *fading* independen. Menggunakan pers. (4.38), (4.52) dan (4.94) kinerja BER sistem tersebut untuk *fading* terkorelasi adalah

$$\begin{aligned}
P_b = & \frac{1}{P_c} \int_0^\infty \int_0^\infty \left[ \frac{4}{c\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^{\pi/2} \int_0^\infty Cor(\beta, L, \rho, \psi, \theta) d\theta - \frac{4}{c\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^{2\pi/4} \int_0^\infty Cor(\beta, L, \rho, \psi, \theta) d\theta \right] \\
& \cdot \sum_{d=d_{free}}^\infty c_d Q \left[ \sqrt{\frac{D_{min}^2}{2\epsilon}} \Theta \right] \frac{m^{md}}{\Gamma(md) (\bar{\rho}_{\alpha,l})^{md}} \Theta^{(md-1)} \exp \frac{-m\Theta}{\bar{\rho}_{\alpha,l}} \\
& \cdot \frac{4 \left[ \frac{(M_r - M_t + 1)}{4} \right]^{\frac{(M_r - M_t + 1)}{2}}}{\Gamma \left( \frac{(M_r - M_t + 1)}{4} \right)^2} \rho^{M_r - M_t} \exp \left( -\frac{(M_r - M_t + 1)}{4} \rho^2 \right) d\Theta d\rho
\end{aligned} \tag{4.96}$$

dimana  $c_d$  adalah bobot kesalahan kode.

#### 4.5 Kode RCPC yang Dihasilkan

Kode induk yang digunakan pada penelitian ini memiliki laju  $\frac{1}{2}$  dan  $\frac{1}{3}$  serta  $P_c = 2, 3, 4, 5$  dan  $6$  seperti diberikan pada Tabel 4.1. Dari Tabel 4.1 diketahui bahwa laju kode induk hasil ekspansi adalah  $R_{c1} = 2/4$  yang diperoleh dari generator [657 435] yang di-blok 2 kali ( $K = 2$ ), serta  $R_{c1} = 3/9, 4/12, 5/15$  atau  $6/18$  bila  $3 \leq K \leq 6$ . Dari  $R_{c1} = 2/4$  hanya dapat dihasilkan satu kemungkinan kode *punctured* yaitu kode dengan  $R_{c2} = 2/3$ . Sebaliknya dari  $R_{c1} = 3/9, 4/12, 5/15$  atau  $6/18$ , dapat diperoleh  $R_{c2}$  yang beragam. Namun pada penelitian ini hanya akan digunakan satu nilai  $R_{c2}$  sebagai pasangan dari nilai  $R_{c1} = 3/9, 4/12, 5/15$  atau  $6/18$ . Parameter kode RCPC akan dihitung menggunakan kode konvolusional ekuivalen, yang dapat menghasilkan parameter kode secara akurat. Pembuktian

persamaan kode yang diperoleh dari proses *puncturing* serta proses penggunaan kode konvolusional ekivalen diberikan pada Lampiran C. Contoh perhitungan parameter kode RCPC menggunakan kode konvolusional ekivalen diberikan pada Lampiran D.

Tabel 4.3 memberikan parameter kinerja kode dengan  $R_{c1} = 2/4$  dan  $R_{c2} = 2/3$ . Dari Tabel 4.3 tampak bahwa perbedaan pola *puncturing* pada matriks *puncturing* akan menghasilkan kode dengan kinerja yang berbeda-beda. Nilai  $d_{free}$  terbesar untuk kode berlaju  $R_{c2} = 2/3$  diperoleh dengan enkoder 2, yang menghasilkan kode dengan jarak bebas  $d_{free} = 6$ , sedangkan enkoder 1 dan 3 menghasilkan kode dengan  $d_{free} = 5$ . Enkoder 4 menghasilkan kode katastrofik, karena matriks *puncturing* yang digunakan tidak dapat menghasilkan polinomial generator *feed-forward* yang dapat diinvers. Adanya kode yang bersifat katastrofik tidak dapat dihindari dalam proses pencarian kode dari sebuah generator polinomial. Namun demikian kode yang katastrofik tidak dapat dipakai dalam sistem komunikasi. Ketika kode konvolusional katastrofik digunakan pada kanal simetrik biner, kesalahan kanal yang berjumlah tertentu dapat mengakibatkan kesalahan *decoding* yang tak-hingga.

Tabel 4.3 Parameter Kinerja Kode Dengan  $R_{c1} = 2/4$  dan  $R_{c2} = 2/3$

$d_{free}$		$c_d$											
		4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (Tanpa <i>puncturing</i> )					3	0	47	0	263	0	2017	0
1	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	8	26	8	263	1470	5272	21705	99998	424070	1747352	7265287	
2	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$		9	17	181	774	3140	13737	60959	262324	1094392	4613797	
3	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	9	10	58	400	1968	8575	35003	149563	637000	2649633	10935387	
4	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	Katastrofik											

Pada Tabel 4.4 diberikan parameter kinerja kode yang dihasilkan dengan melakukan *blocking* 3 kali ( $K = 3$ ) terhadap kode berlaju induk  $1/3$  dengan

generator induk [133 145 170]. Dengan  $P_c = 3$ , dapat diperoleh kode *punctured* dengan laju yang berbeda-beda, namun pada penelitian ini hanya akan digunakan  $R_{c2} = 3/6$ . Untuk menghasilkan  $R_{c2} = 3/6$ , terdapat 3 bit yang perlu di-*puncture* pada setiap *codeword* yang dihasilkan oleh enkoder. Posisi bit yang di-*puncture* dapat bervariasi. Secara umum pada penelitian ini penempatan bit yang di-*puncture* pada matriks *puncturing* dapat dikelompokkan sebagai berikut:

- a) Seluruh bit yang di-*puncture* terletak pada satu kolom pada matriks *puncturing*, atau
- b) Seluruh bit yang di-*puncture* terletak pada satu baris pada matriks *puncturing*, atau
- c) Bit-bit yang di-*puncture* tersebar di lebih dari satu kolom atau satu baris pada matriks *puncturing*

Penempatan seluruh bit yang di-*puncture* pada satu kolom pada matriks *puncturing* berarti pada matriks generator hasil ekspansi, akan ada beberapa kolom berurutan yang dihapus. Hal ini berarti jumlah bit yang di-*puncture* pada *codeword* akan terletak berdekatan sehingga berpotensi mengurangi kinerja kode.

Untuk matriks *puncturing* berukuran simetris seperti matriks  $3 \times 3$  pada Tabel 4.4, kinerja kode yang dihasilkan setelah *puncturing* satu baris atau satu kolom matriks *puncturing* dapat dikontraskan. Dari Tabel 4.4 tampak bahwa kinerja yang baik untuk kode berlaju  $R_{c2} = 3/6$  ( $d_{free}$  minimum = 6) dapat diperoleh menggunakan enkoder 1, dimana seluruh bit pada satu kolom matriks *puncturing* dihapus. Namun demikian pola *puncturing* ini juga menghasilkan salah satu kode berkinerja terburuk ( $d_{free}$  minimum = 4), seperti tampak dihasilkan enkoder 2.

Sebaliknya, *puncturing* yang dilakukan pada seluruh bit dalam satu baris matriks *puncturing* menghasilkan kode berlaju  $R_{c2} = 3/6$  dengan kinerja terbaik ( $d_{free}$  minimum = 7) seperti ditunjukkan pada enkoder 4. Pola *puncturing* ini menghasilkan kode dengan kinerja terburuk  $d_{free}$  minimum = 5, yang berarti masih lebih baik dibandingkan dengan pola *puncturing* satu kolom.

Dari Tabel 4.4 tampak bahwa pola *puncturing* menyebar juga menghasilkan kinerja yang bervariasi antara  $d_{free}$  minimum = 4 hingga 6. Hal ini

berarti potensi mendapatkan kode berkinerja terbaik adalah bila digunakan *puncturing* dengan pola (b) untuk mendapatkan  $R_{c2} = 3/6$ .

Tabel 4.4 Parameter Kinerja Kode Dengan  $R_{c1} = 3/9$  dan  $R_{c2} = 3/6$

Enkoder		$d_{free}$													
		4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
0	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (Tanpa puncturing)	$c_d$						5	4	2	7	26	24	87	
					3	23	30	76	328	762	1785	5033	12634	31442	
			5	31	41	86	334	899	2365	5976	15495	41099	105510	269574	
3	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	Katastrofik													
4	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$c_d$				13	34	48	137	536	1432	3399	9344	23663	
					5	20	29	129	325	805	2157	5173	13494	35207	
			5	4	40	100	224	858	2256	5743	16398	44265	118810		
7	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	Katastrofik													
8	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$c_d$		12	36	52	183	511	1344	3535	9258	23410	62314	158503	
			Katastrofik												
			Katastrofik												
10	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$c_d$		4	13	14	59	226	496	1322	3819	9186	23944	64658	162116

11	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$c_d$		12	36	52	183	511	1344	3535	9258	23410	62314	158503
12	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$			9	12	52	150	339	1028	2899	7566	19464	52648	140759
13	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		4	12	6	92	240	443	1620	4332	10699	29997	79198	206614
14	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$				22	0	70	0	813	0	5306	0	34286	0
15	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	catastrophic												
16	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$c_d$	14	0	73	0	682	0	4592	0	32218	0	216772	0
17	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		5	13	9	83	226	559	1619	3797	10797	29570	74710	198010
18	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		9	18	27	80	448	1136	2218	6867	19926	51173	133133	
19	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		21	14	25	207	403	1245	3588	8492	25367	67114	169097	
20	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$		4	0	59	0	441	3577	0	27284	0	202743	0	1466983

Pada Tabel 4.5 diberikan parameter kinerja kode yang dihasilkan dengan melakukan *blocking* 4 kali ( $K = 4$ ) terhadap kode berlaju induk  $1/3$  dengan generator induk  $[133 \ 145 \ 170]$ . Kode induk ekivalen yang dihasilkan adalah  $R_{c1} = 4/12$ . Dengan periode *puncturing*  $P_c = 4$ , dapat diperoleh berbagai laju kode yang berbeda, namun pada penelitian ini akan digunakan  $R_{c2} = 4/8$ . Dengan demikian terdapat 4 bit yang harus di-*puncture* pada setiap *codeword* yang dihasilkan enkoder. Posisi bit yang di-*puncture* dapat sangat bervariasi dan pada penelitian ini dibatasi pada 20 pola matriks *puncturing* saja. Mengingat matriks *puncturing* yang digunakan berdimensi  $3 \times 4$ , maka *puncturing* seluruh bit pada

satu baris dapat dilakukan, namun penempatan seluruh bit yang di-*puncture* hanya pada satu kolom tidak dapat dilakukan.

Dari Tabel 4.5 tampak bahwa kinerja terbaik dari kode berlaju  $R_{c2} = 4/8$  ( $d_{free}$  minimum = 8) dapat dicapai oleh enkoder 2 dan 3 dimana dilakukan *puncturing* pada seluruh bit pada satu baris matriks *puncturing*. Sebaliknya penyebaran bit yang di-*puncture* pada matriks *puncturing* akan menghasilkan kinerja kode yang bervariasi ( $d_{free}$  minimum = 5 hingga 8).

Tabel 4.5 Parameter Kinerja Kode Dengan  $R_{c1} = 4/12$  dan  $R_{c2} = 4/8$

Enkoder		$d_{free}$	$c_d$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
				0	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (Tanpa <i>puncturing</i> )										
1	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	Katastrofik													
2	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$					3	0	6	0	53	0	335	0		
3	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$					3	0	6	0	53	0	335	0		
4	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$					4	13	109	266	666	1795	4575	12289		
5	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$					5	15	15	123	328	739	2171	5973		
6	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$			2	2	22	27	94	266	841	2574	6171	16675		
7	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$				7	8	21	191	503	1623	4276	11017	30273		
8	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		2	5	5	15	60	189	428	1135	3315	9026	24294		
9	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$			5	6	2	27	58	145	461	1374	3685	10101		

10	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$					21	0	171	0	1197	0	9146	0	
11	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$				5	4	18	48	231	616	1495	4231	10971	
12	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$				3	4	16	28	168	354	3094	7527	19717	
13	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	Katastrofik												
14	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	Katastrofik												
15	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$					3	2	19	49	151	396	1096	3192	8272
16	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$					5	14	32	95	325	842	2174	5678	15475
17	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$					5	2	18	90	228	643	1664	4510	12340
18	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$					5	2	16	113	450	1365	3596	8925	24813
19	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	Katastrofik												
20	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$					5	12	25	43	118	503	1361	3701	9472

Pada Tabel 4.6 diberikan parameter kinerja kode yang dihasilkan dengan melakukan *blocking* 5 kali ( $K = 5$ ) terhadap kode berlaju induk  $1/3$  dengan generator induk [133 145 170]. Kode induk ekuivalen yang dihasilkan adalah  $R_{c1} = 5/15$ . Dengan periode *puncturing*  $P_c = 5$ , dapat diperoleh berbagai laju kode yang berbeda, namun pada penelitian ini akan digunakan  $R_{c2} = 5/10$ . Laju kode  $R_{c2} = 5/10$  dapat diperoleh dengan melakukan *puncturing* pada 5 bit dari *codeword*. Seperti halnya pada penggunaan  $K = 4$ , pada  $K = 5$  matriks *puncturing* yang digunakan tidak merupakan matriks bujursangkar. Dalam hal ini matriks *puncturing* akan berdimensi  $3 \times 5$  sehingga pola *puncturing* hanya pada satu

kolom matriks tidak dapat dilakukan. *Puncturing* dapat dilakukan pada satu baris matriks, atau tersebar pada matriks.

Dari Tabel 4.6 tampak bahwa kinerja kode berlaju  $R_{c2} = 5/10$  terbaik ( $d_{free}$  minimum = 10) diperoleh menggunakan enkoder 3, dimana seluruh bit pada satu baris matriks di-*puncture*. Melakukan *puncturing* pada seluruh bit pada satu baris matriks juga dapat menghasilkan kode dengan  $d_{free}$  minimum = 7 (enkoder 1) dan  $d_{free}$  minimum = 6 (enkoder 2). Hasil ini masih lebih baik dari kinerja terburuk kode yang dihasilkan bila bit yang di-*puncture* diletakkan tersebar pada matriks, yaitu  $d_{free}$  minimum = 5 (enkoder 4, 7, 9, 15).

Pada Tabel 4.7 diberikan parameter kinerja kode yang dihasilkan dengan melakukan *blocking* 6 kali ( $K = 6$ ) terhadap kode berlaju induk  $1/3$  dengan generator induk [133 145 170]. Kode induk ekuivalen yang dihasilkan adalah  $R_{c1} = 6/18$ . Dengan periode *puncturing*  $P_c = 6$ , dapat diperoleh berbagai laju kode yang berbeda, namun pada penelitian ini akan digunakan  $R_{c2} = 6/12$ . Laju kode  $R_{c2} = 6/12$  dapat diperoleh dengan melakukan *puncturing* pada 6 bit dari *codeword*. Matriks *puncturing* yang digunakan berdimensi  $3 \times 6$  sehingga bit yang di-*puncture* dapat menempati seluruh baris pada matriks, atau tersebar di lebih dari satu baris atau kolom.

Tabel 4.6 Parameter Kinerja Kode Dengan  $R_{c1} = 5/15$  dan  $R_{c2} = 5/10$

Enkoder		$d_{free}$	$c_d$												
				4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	(Tanpa <i>puncturing</i> )										6	2	1	12
1	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$					1	10	13	34	151	414	908	3203	7980	
2	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$				6	2	65	102	524	477	3104	5428	19662	37789	
3	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$								8	5	52	78	252	730	
4	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$														

5	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$				4	3	2	11	72	187	430	1301	3379
6	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$			4	0	14	26	64	159	349	1121	3079	7953
7	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		2	0	0	19	31	63	227	603	1616	4423	12093
8	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$			2	0	2	12	63	104	280	855	2277	5940
9	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		2	4	2	13	46	67	187	569	1522	3838	9870
10	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$				2	7	34	47	146	536	1206	3410	9561
11	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$				2	1	11	48	120	298	835	2416	6481
12	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$			2	2	12	6	58	79	327	820	2750	7295
13	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$			2	5	2	7	43	207	315	1010	3020	7059
14	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$				4	4	14	15	127	356	676	2136	5625
15	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		2	6	7	26	73	223	585	1535	4162	11540	28767
16	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$				3	5	16	37	168	349	1114	3476	8048
17	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$				2	4	17	55	130	283	959	2764	7278
18	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$			4	2	14	27	87	232	679	2002	5784	13828
19	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	Katastrosfik											

20	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$c_d$					10	0	74	0	687	0	4862	0
----	---	-------	--	--	--	--	----	---	----	---	-----	---	------	---

Tabel 4.7 Parameter Kinerja Kode Dengan  $R_{c1} = 6/18$  dan  $R_{c2} = 6/12$ 

Enkoder		$d_{free}$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$											6	0	0
1	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		Katastrok											
2	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$c_d$						6	60	36	288	960	2076	5328
3	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$c_d$						6	0	0	12	0	72	144
4	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		Katastrok											
5	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$c_d$				1	2	13	7	20	86	183	721	1921
6	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$c_d$				1	1	2	12	27	52	155	535	1659
7	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		Katastrok											
8	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$c_d$					5	10	8	70	74	258	974	2506
9	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$c_d$					1	6	23	19	46	319	833	2157
10	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$c_d$					7	22	29	138	194	574	1950	5278
11	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$c_d$				1	2	6	10	21	78	214	821	1999

12	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$c_d$				1	1	2	5	9	52	200	478	1587
13	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	Katastrokik												
14	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$c_d$				1	7	11	12	71	123	436	1281	3556
15	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$c_d$					1	11	18	34	164	454	1143	3272
16	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	Katastrokik												
17	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$c_d$				3	5	9	15	44	138	475	1418	4246
18	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$c_d$					2	6	25	60	210	521	1423	4096
19	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	Katastrokik												
20	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	Katastrokik												

Dari Tabel 4.7 tampak bahwa kode berlaju  $R_{c2} = 6/12$  dengan kinerja terbaik ( $d_{free}$  minimum = 9) diperoleh menggunakan enkoder 2 dan 3, dimana seluruh bit yang di-*puncture* terletak pada satu baris pada matriks *puncturing*. Pola *puncturing* lainnya akan menghasilkan kode dengan  $d_{free}$  minimum = 7 hingga 8.

Dari seluruh enkoder yang digunakan pada penelitian ini, enkoder dengan  $P_c = 2$  adalah yang paling sederhana, dalam arti komputasi parameter-parameter kode yang dihasilkan dapat dilakukan dalam waktu yang tersingkat dibandingkan enkoder lainnya. Hal ini disebabkan *codeword* yang dihasilkan oleh enkoder dengan  $P_c = 2$  memiliki jumlah bit lebih sedikit dibanding *codeword* hasil enkoder lainnya. Kinerja enkoder dengan  $P_c = 2$  juga cukup baik bila dibandingkan dengan enkoder yang menggunakan  $P_c = 3, 4,$  dan 5 mengingat dengan  $P_c = 2$  dapat dicapai jarak bebas minimum  $d_{free} = 5$ . Beberapa enkoder

dengan  $P_c = 3, 4,$  dan  $5$  juga memiliki  $d_{free} = 5$ , bahkan enkoder 2 dengan  $P_c = 3$  memiliki  $d_{free}$  yang lebih kecil dibanding enkoder-enkoder dengan  $P_c = 2$ , yaitu  $4$ .

Enkoder yang menghasilkan *codeword* terpanjang pada penelitian ini adalah enkoder dengan  $P_c = 6$ . Dengan demikian komputasi yang diperlukan untuk penggunaan enkoder ini adalah yang paling kompleks, namun kinerja kode yang dihasilkan adalah yang terbaik dibandingkan dengan enkoder menggunakan  $P_c = 2$  hingga  $5$ .

#### 4.6 Kinerja BER Sistem V-BLAST dengan Pengkodean RCPC Pada Kanal *Fading*

##### 4.6.1 Kinerja Sistem dengan Deteksi Berbasis ZF

Analisa kinerja sistem akan diawali dengan sistem yang memiliki deteksi berbasis ZF, dan menggunakan enkoder dengan  $P_c = 2$ . Kode yang digunakan adalah  $R_{c1} = 2/4$  dan  $R_{c2} = 2/3$  seperti diberikan pada Tabel 4.3.

Kinerja sistem ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$  dan  $P_c = 2$  dengan *fading* independen dan terkorelasi pada kanal Nakagami- $m$ , dimana  $m = 0.5$ , diberikan pada Gambar 4.4. Koefisien korelasi yang digunakan adalah  $\psi = 0.8$ . Modulasi yang digunakan adalah 16-QAM.

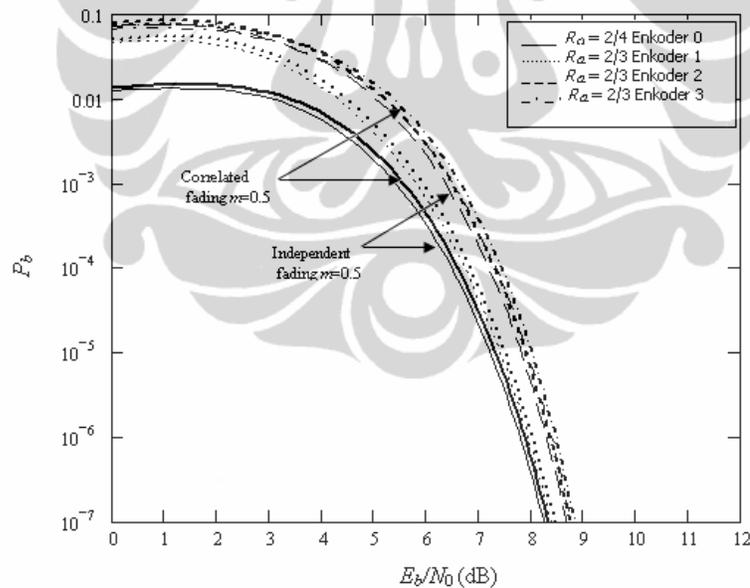
Dari Gambar 4.4 tampak bahwa penggunaan kode yang di-*puncture* akan sedikit menurunkan kinerja sistem. Namun demikian penurunan kinerja ini tidak bersifat fatal karena kode yang di-*puncture* memungkinkan transmisi *codeword* yang lebih pendek untuk setiap bit yang akan dikirimkan. Hal ini berarti penurunan kinerja yang terjadi akan dikompensasi dengan penghematan *bandwidth*. Laju kode  $R_{c2}$  diajukan penggunaannya hanya bila seluruh sub-kanal pada sistem bersifat destruktif. Dengan demikian penggunaan kode berlaju  $R_{c2}$  dapat berarti memastikan sumberdaya jaringan tidak diboroskan untuk sub-aliran informasi yang sudah dapat dipastikan akan tiba di penerima dengan jumlah kerusakan cukup besar.

Dari Gambar 4.4 terlihat pula bahwa matriks *puncturing* yang berbeda-beda yang digunakan untuk membangkitkan kode-kode berlaju  $R_{c2}$  menghasilkan kinerja sistem yang serupa. Meskipun dari Tabel 4.3 tampak bahwa enkoder 2 menghasilkan kode dengan kinerja terbaik, namun nilai  $d_{free}$  minimum yang dihasilkan hanya berbeda 1 poin dari nilai  $d_{free}$  minimum enkoder lainnya.

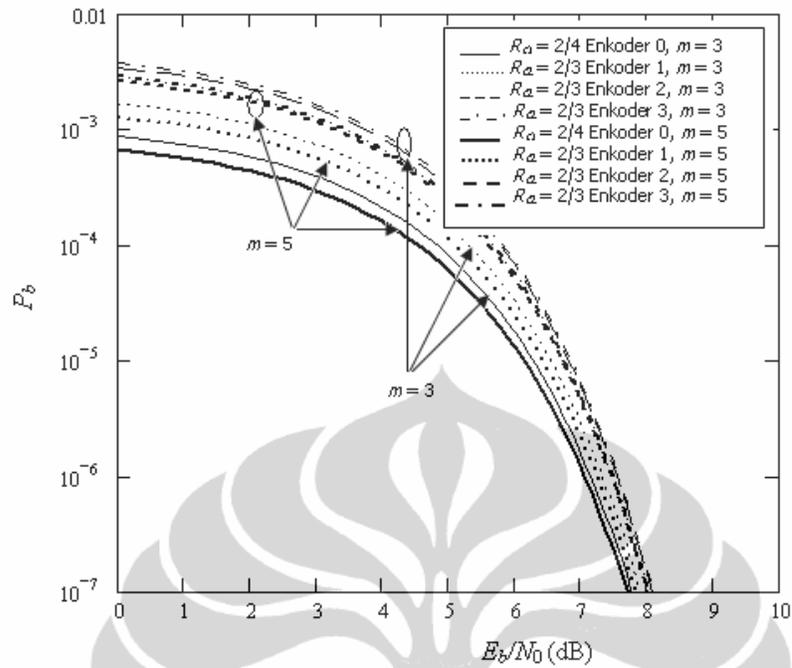
Tampak pula bahwa adanya *fading* terkorrelasi akan menurunkan kinerja sistem dibandingkan bila sinyal mengalami *fading* independen.

Kinerja dari sistem yang sama dengan  $m = 3$  dan  $5$  diberikan pada Gambar 4.5. Mengingat kondisi *fading* terkorrelasi tidak mengurangi kinerja sistem ZF V-BLAST secara signifikan (kurang dari 0.1 dB dibandingkan kinerja sistem pada kondisi *fading* independen), maka pada Gambar 4.5 hanya kinerja sistem pada kondisi *fading* independen yang akan dianalisa secara numerik. Pada Gambar 4.5 tampak bahwa dengan parameter *fading* yang lebih baik, kinerja sistem mengalami perbaikan pada kisaran 1 dB dibandingkan dengan kinerja sistem yang ditampilkan pada Gambar 4.4.

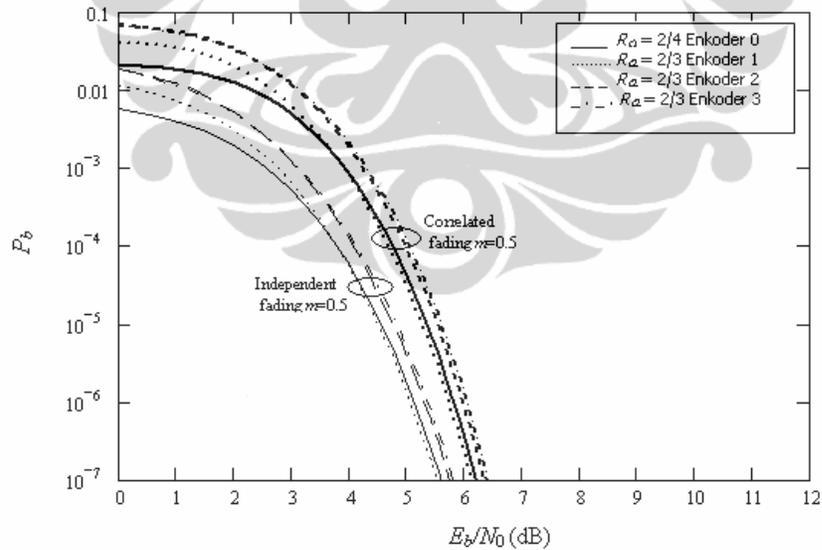
Kinerja sistem ZF V-BLAST dengan  $M_t = 2$  dan  $M_r = 4$  dan  $m = 0,5$  diberikan pada Gambar 4.6. Dibandingkan dengan sistem dimana  $M_r = M_t = 2$  yang kinerjanya diberikan pada Gambar 4.4, penambahan jumlah antenna memperbaiki kinerja sistem pada kisaran 3 dB.



Gambar 4. 4 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $P_c = 2$

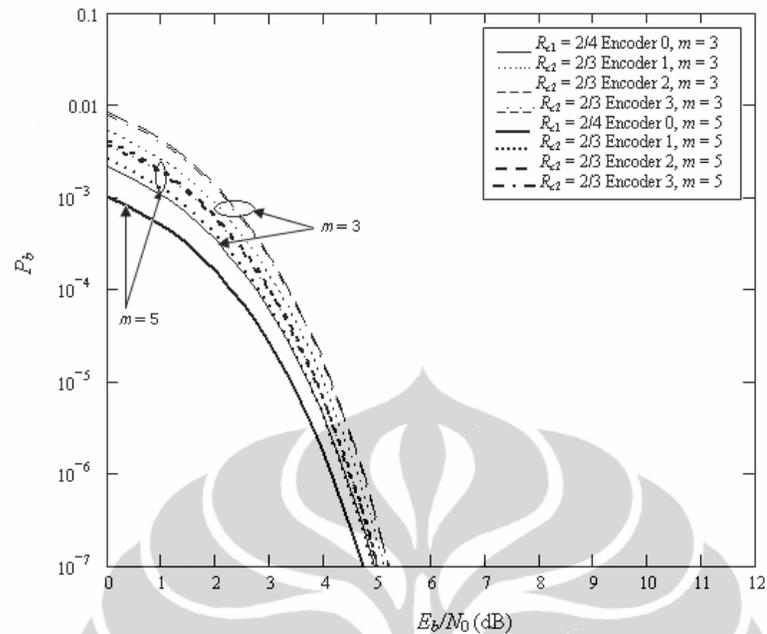


Gambar 4. 5 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $P_c = 2$ ,  $m = 3$  dan 5



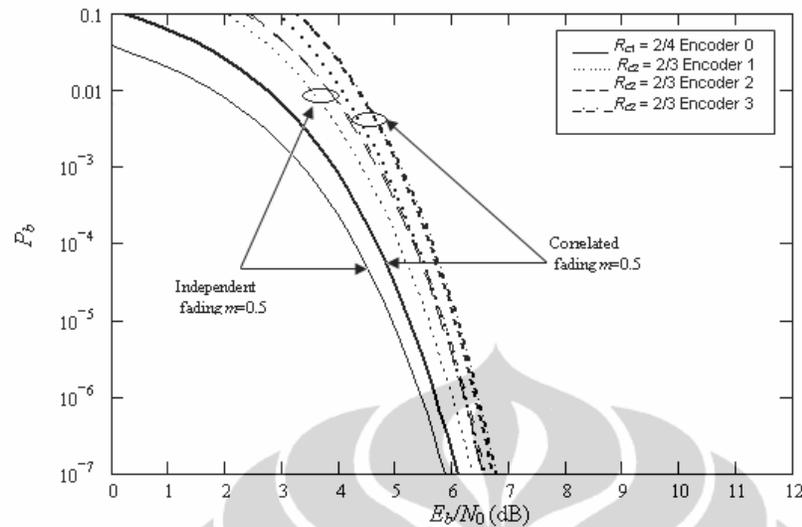
Gambar 4. 6 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = 2$  dan  $M_r = 4$ ,  $P_c = 2$

Gambar 4.7 menunjukkan kinerja ZF V-BLAST dengan  $M_t = 2$  dan  $M_r = 4$ , dengan  $m = 3$  dan 5. Tampak bahwa peningkatan  $m$  menimbulkan perbaikan kinerja sistem.



Gambar 4. 7 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = 2$  dan  $M_r = 4$ ,  $P_c = 2$ ,  $m = 3$  dan  $5$

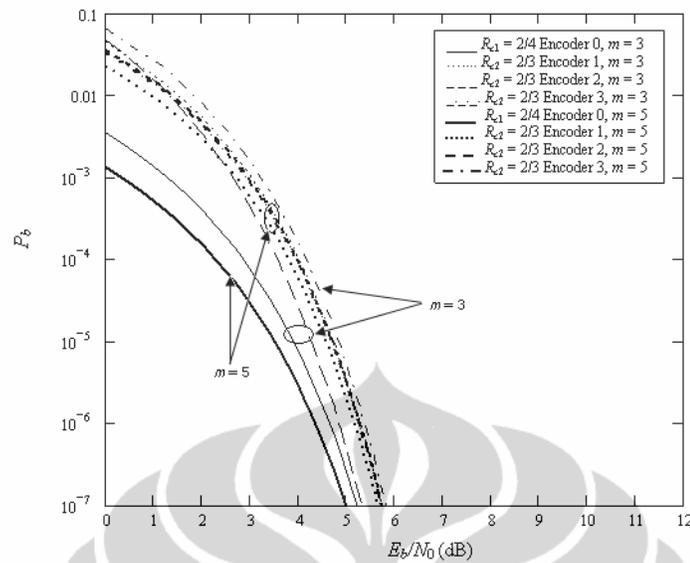
Gambar 4.8 menunjukkan kinerja sistem ZF V-BLAST dengan  $M_t = 4$  dan  $M_r = 2$  dan  $m = 0,5$ . Dibandingkan dengan sistem yang memiliki  $M_r = M_t = 2$ , kinerja sistem membaik pada kisaran 2 dB. Namun demikian pada daerah  $E_b/N_0$  rendah, kinerja sistem memburuk dibandingkan sistem pada Gambar 4.4 maupun 4.5. Pada sistem komunikasi yang dikodekan secara konvolusional, memburuknya kinerja di daerah  $E_b/N_0$  rendah menunjukkan adanya sejumlah besar bit dengan kesalahan yang tidak terdistribusi secara merata. Hal ini lebih terlihat jelas pada sistem yang memiliki jumlah pemancar lebih besar dari penerima, dan tidak terdapat mekanisme *beam-forming* pada pemancar.



Gambar 4. 8 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = 4$  dan  $M_r = 2$ ,  $P_c = 2$

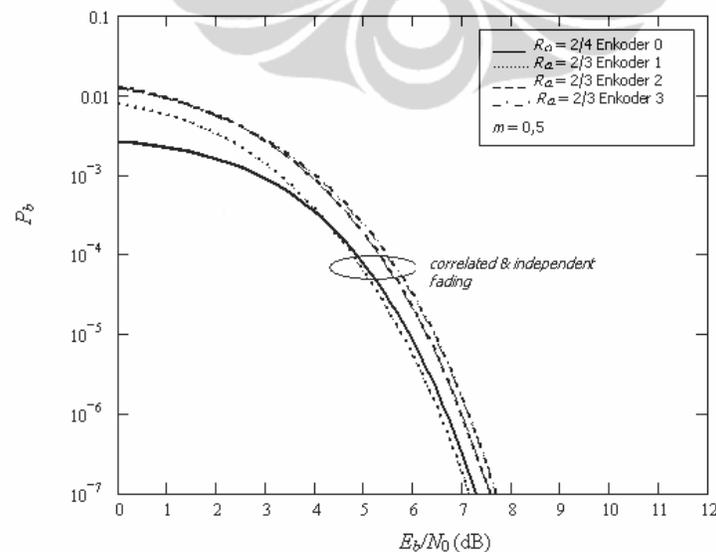
Kinerja sistem dengan  $M_t = 4$ ,  $M_r = 2$  dengan  $m = 3$  dan  $5$  diberikan pada Gambar 4.9. Tampak bahwa peningkatan  $m$  akan memperbaiki kinerja sistem.

Kinerja sistem dengan  $M_t = M_r = 4$  diberikan pada Gambar 4.10. Dibandingkan dengan sistem dimana  $M_t = M_r = 2$ , sistem pada Gambar 4.10 menunjukkan perbaikan kinerja pada kisaran 1 dB. Namun demikian dibandingkan dengan sistem dimana  $M_t = 4$  dan  $M_r = 2$  atau sebaliknya  $M_t = 2$  dan  $M_r = 4$ , sistem dengan  $M_t = M_r = 4$  menunjukkan kinerja yang lebih buruk pada daerah  $E_b/N_0$  tinggi. Selain itu, kinerja sistem di bawah pengaruh *fading* independen menjadi tidak lebih baik daripada kinerja sistem di bawah pengaruh *fading* terkorelasi. Hal ini disebabkan peningkatan jumlah antenna pemancar dan penerima menimbulkan peningkatan jumlah elemen *gain* kanal, sehingga meningkatkan peluang terdapatnya sub-kanal dengan redaman yang sangat besar.



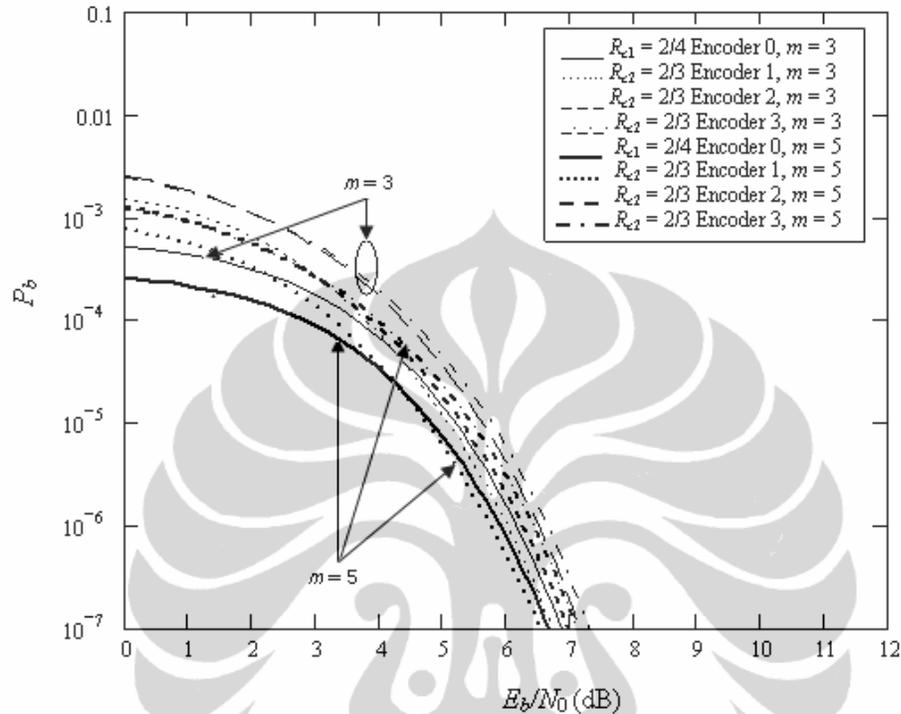
Gambar 4. 9 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = 4$  dan  $M_r = 2$ ,  $P_c = 2$ ,  $m = 3$  dan 5

Meskipun demikian, peningkatan jumlah antenna pemancar dan penerima secara bersamaan akan menghasilkan kinerja yang lebih baik di daerah  $E_b/N_0$  rendah dibandingkan peningkatan jumlah antenna di salah satu sisi saja. Keseimbangan jumlah antenna pemancar dan penerima memberikan keuntungan diversitas pemancar dan penerima sekaligus, yang merupakan salah satu keunggulan sistem MIMO.



Gambar 4.10 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $P_c = 2$

Gambar 4.11 menunjukkan kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 4$  dengan  $m = 3$  dan 5. Peningkatan nilai  $m$  akan memperbaiki kinerja sistem pada kisaran 1 dB.

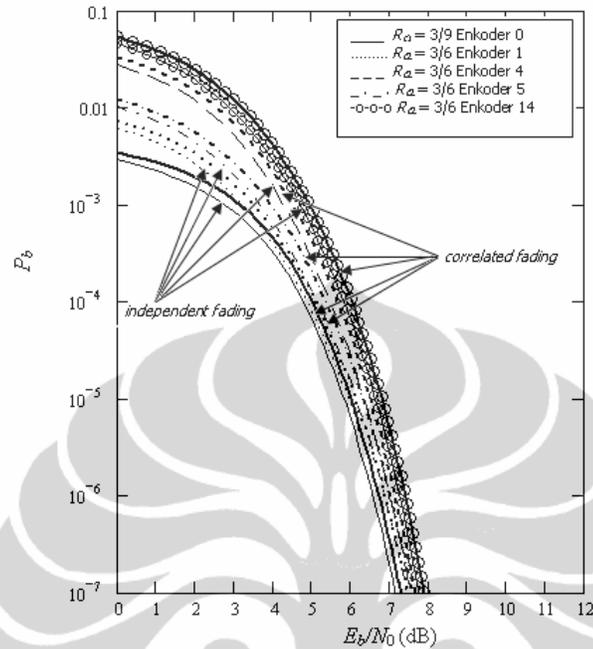


Gambar 4. 11 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $P_c = 2$ ,  $m = 3$  dan 5

Gambar 4.12 menunjukkan kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$  dengan  $P_c = 3$  dan  $m = 0,5$ , dimana enkoder diambil dari Tabel 4.4. Koefisien korelasi dan modulasi yang digunakan adalah  $\psi = 0.8$  dan 8-QAM.

Untuk memperoleh kode dengan  $R_{c1}$  akan digunakan enkoder 0. Untuk memperoleh  $R_{c2}$  digunakan enkoder 1, 4, 5 dan 14 karena keempat enkoder tersebut memiliki kinerja terbaik ( $d_{free}$  terbesar) untuk seluruh keluarga kode yang dihasilkan. Dari Gambar 4.9 tampak bahwa dibandingkan dengan sistem V-BLAST ZF,  $M_t = M_r = 2$  dan  $P_c = 2$  yang ditampilkan pada Gambar 4.4, kinerja sistem dengan  $P_c = 3$  memberikan kinerja yang lebih baik pada kisaran 1 dB untuk  $R_{c1}$  dan  $R_{c2}$ . Hal ini menunjukkan periode *puncturing* yang kecil juga dapat menghasilkan kinerja sistem ZF V-BLAST yang cukup memadai, apabila pola *puncturing* yang digunakan menghasilkan  $d_{free}$  yang cukup besar.

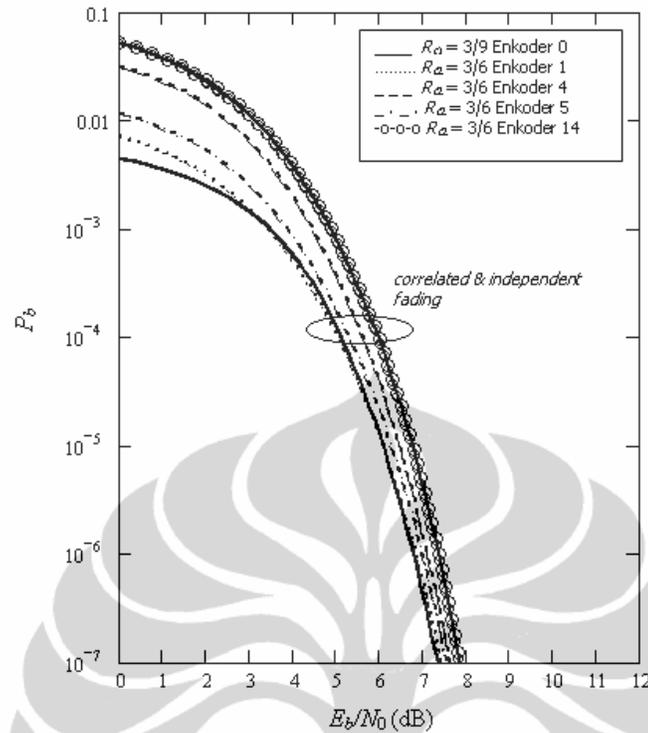
Dari Gambar 4.12 tampak bahwa kinerja sistem tidak berbeda secara signifikan baik bila terdapat *fading* independen maupun *fading* terkorelasi.



Gambar 4. 12 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $P_c = 3$

Kinerja sistem ZF V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $P_c = 3$  diberikan pada Gambar 4.13. Dibandingkan dengan ZF V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $P_c = 2$  yang diberikan pada Gambar 4.10, tampak bahwa untuk daerah  $E_b/N_0$  yang tinggi, penggunaan  $P_c = 2$  maupun  $P_c = 3$  tidak memberikan perbedaan kinerja yang signifikan. Dengan demikian baik kode berlaju  $2/3$  maupun  $3/6$  akan tetap menghasilkan kinerja yang sama baiknya untuk sistem ZF V-BLAST MIMO, mengingat kinerja dari kedua kode tersebut adalah serupa. Kode dengan laju  $2/3$  memiliki  $d_{free}$  maksimum = 6, sedangkan kode berlaju  $3/6$  memiliki  $d_{free}$  maksimum = 7.

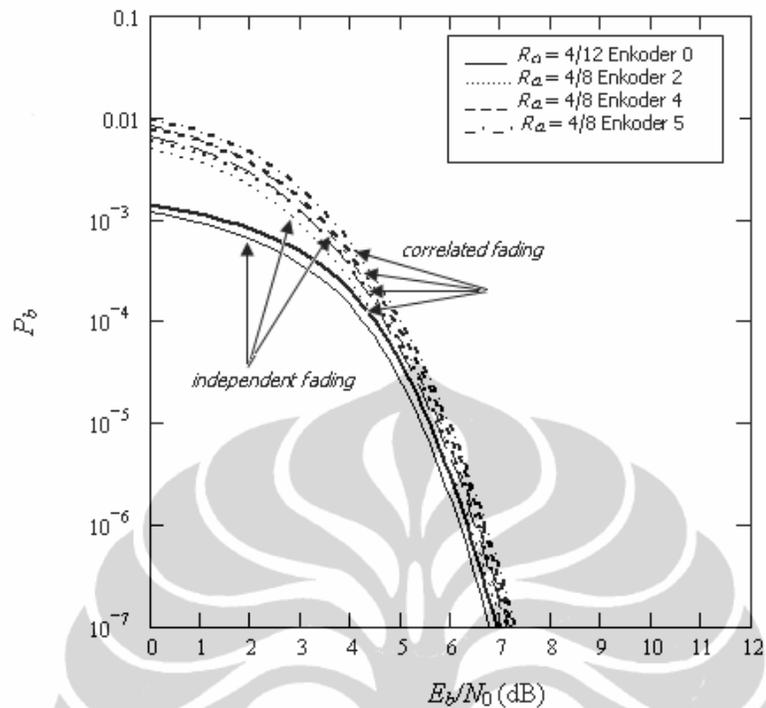
Terlihat pula bahwa penambahan jumlah antenna mengakibatkan kinerja sistem di bawah pengaruh *fading* independen menjadi tidak lebih baik dibandingkan dengan kinerja sistem di bawah pengaruh *fading* terkorelasi. Hal ini menunjukkan bahwa penambahan jumlah antenna, meski berpotensi melipatgandakan jumlah simbol yang ditransmisikan pada setiap satuan waktu, juga dapat menghasilkan kanal matriks dengan atenuasi yang besar, sehingga berpotensi mendegradasi kinerja sistem.



Gambar 4. 13 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $P_c = 3$

Gambar 4.14 menunjukkan kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $m = 0,5$  dan  $P_c = 4$  dimana enkoder diambil dari Tabel 4.5. Koefisien korelasi dan modulasi yang digunakan adalah  $\psi = 0.8$  dan 8-QAM. Enkoder yang digunakan adalah enkoder 0 untuk menghasilkan  $R_{c1} = 4/12$ , serta enkoder 2, 3, 4 dan 5 untuk menghasilkan  $R_{c2} = 4/8$ . Enkoder 2, 3, 4 dan 5 digunakan karena memiliki kinerja terbaik dibandingkan dengan enkoder lainnya dengan laju  $4/8$  yang tercantum pada Tabel 4.5. Kinerja terbaik tersebut diindikasikan dengan  $d_{free} = 8$ , dimana enkoder lainnya hanya dapat mencapai  $d_{free}$  yang lebih rendah.

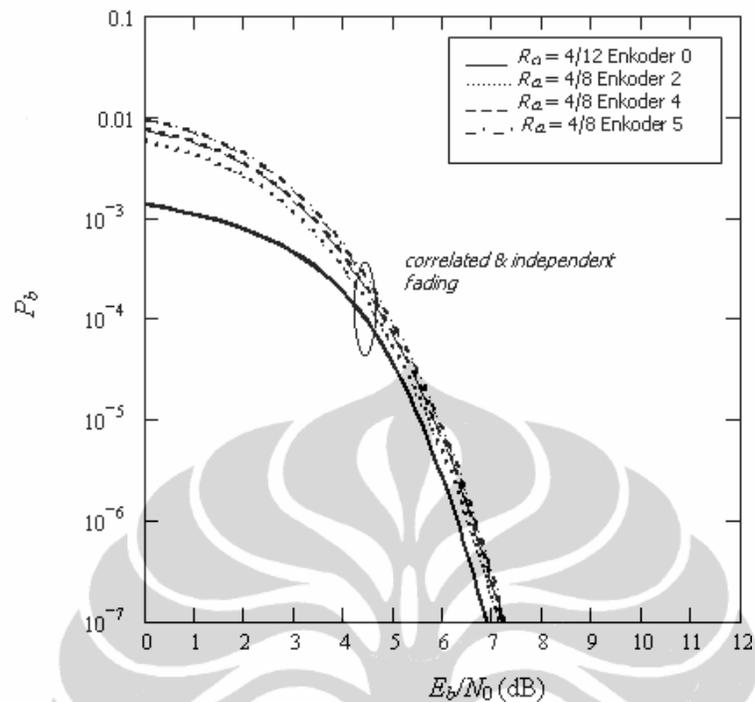
Dari Gambar 4.14 tampak bahwa penggunaan  $R_{c2}$  tidak menurunkan kinerja sistem secara signifikan. Dibandingkan dengan sistem dengan jumlah antenna yang sama serta menggunakan  $P_c = 2$ , penggunaan  $P_c = 4$  meningkatkan kinerja sistem hingga kisaran 2 dB. Bila dibandingkan dengan sistem yang sama dan menggunakan  $P_c = 3$ , penggunaan  $P_c = 4$  akan memperbaiki kinerja sistem dalam kisaran 1 dB.



Gambar 4. 14 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $P_c = 4$

Gambar 4.15 menunjukkan kinerja ZF V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 4$  dengan  $P_c = 4$ . Enkoder yang digunakan adalah sama dengan yang digunakan pada sistem yang diilustrasikan pada Gambar 4.14, yaitu enkoder 0 untuk menghasilkan  $R_{c1} = 4/12$ , serta enkoder 2, 3, 4 dan 5 untuk menghasilkan  $R_{c2} = 4/8$ . Dibandingkan dengan penggunaan  $M_t = M_r = 2$ , penggunaan  $M_t = M_r = 4$  tidak menunjukkan perbaikan kinerja yang signifikan. Selain itu terlihat pula bahwa peningkatan jumlah antena akan menyebabkan kinerja sistem di bawah pengaruh *fading* independen menjadi tidak lebih baik dibandingkan kinerja sistem di bawah *fading* terkorelasi. Hal ini menunjukkan kontribusi peningkatan jumlah antena terhadap kinerja sistem kurang signifikan, dibandingkan dengan penggunaan kode yang tepat.

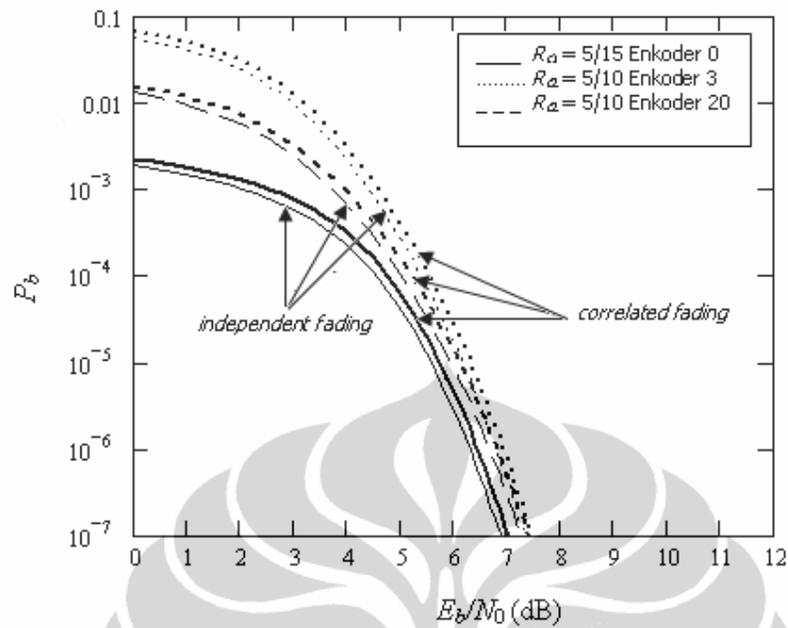
Bila dibandingkan dengan sistem yang memiliki  $M_t = M_r = 4$  namun digunakan  $P_c = 2$  maupun  $P_c = 3$ , tampak bahwa penggunaan  $P_c = 4$  akan meningkatkan kinerja sistem pada kisaran 1 dB.



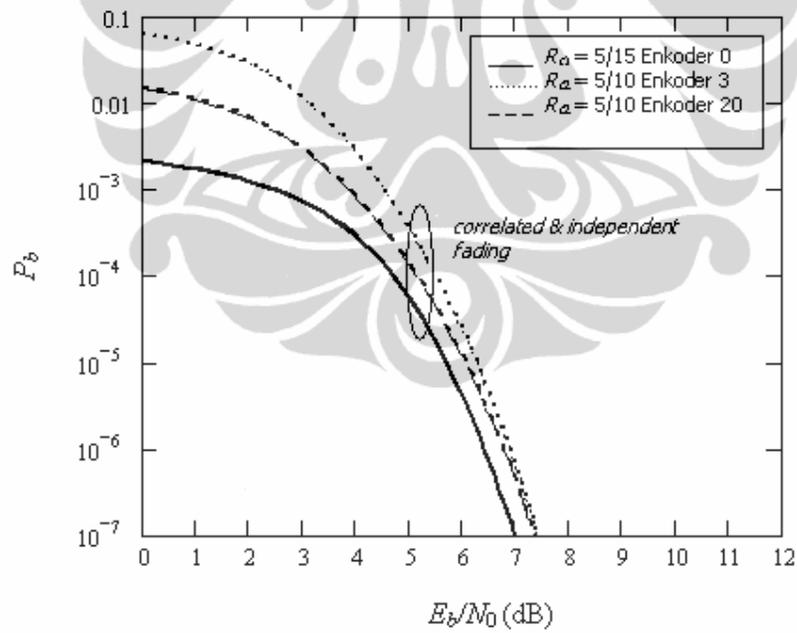
Gambar 4. 15 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $P_c = 4$

Gambar 4.16 menunjukkan kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$  dan  $P_c = 5$  dimana enkoder diambil dari Tabel 4.6. Koefisien korelasi dan modulasi yang digunakan adalah  $\psi = 0.8$  dan 8-QAM. Enkoder yang digunakan adalah enkoder 0 untuk menghasilkan  $R_{c1} = 5/15$ , serta enkoder 3 dan 20 untuk menghasilkan  $R_{c2} = 5/10$ . Enkoder 3 dan enkoder 20 dipilih karena memiliki kinerja yang lebih baik dibandingkan dengan enkoder lainnya pada Tabel 4.6. Enkoder 3 mencapai nilai  $d_{fre} = 10$  sedangkan enkoder 20 mencapai nilai  $d_{fre} = 8$ , yang lebih besar dibandingkan enkoder lainnya pada Tabel 4.6.

Dari Gambar 4.16 terlihat bahwa jika dibandingkan dengan sistem yang sama dengan  $P_c = 4$ , penggunaan  $P_c = 5$  menunjukkan kinerja yang sama baiknya. Efek dari penambahan jumlah antena terhadap kinerja sistem tampak pada Gambar 4.17. Terlihat bahwa penambahan jumlah antena tidak membuat kinerja sistem membaik secara signifikan. Hal ini dikarenakan jumlah elemen matriks kanal MIMO yang bertambah seiring bertambahnya jumlah antena akan memperbesar kemungkinan ditemuinya elemen kanal dengan atenuasi tinggi.



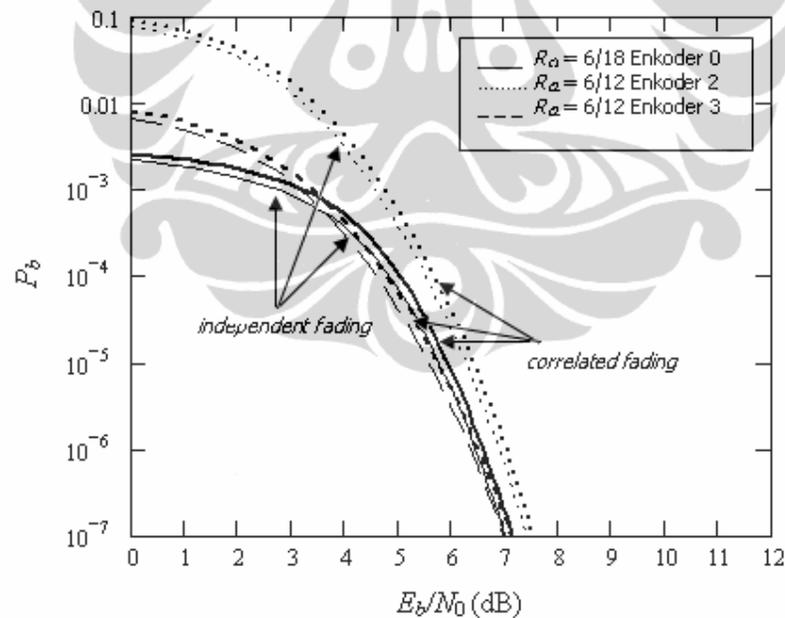
Gambar 4. 16 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $P_c = 5$



Gambar 4. 17 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $P_c = 5$

Kinerja sistem dengan deteksi berbasis ZF dan menggunakan enkoder dengan  $P_c = 6$ ,  $M_t = M_r = 2$ , dan  $m = 0.5$  diberikan pada Gambar 4.18. Enkoder yang digunakan diambil dari Tabel 4.7. Enkoder 0 digunakan untuk memperoleh  $R_{c1} = 6/18$  sedangkan enkoder 2 dan 3 digunakan untuk memperoleh  $R_{c2} = 6/12$ . Enkoder 2 dan 3 dipilih karena memiliki kinerja terbaik dibandingkan dengan enkoder lainnya pada Tabel 4.7. Kedua enkoder tersebut memiliki jarak bebas minimum  $d_{free} = 9$ .

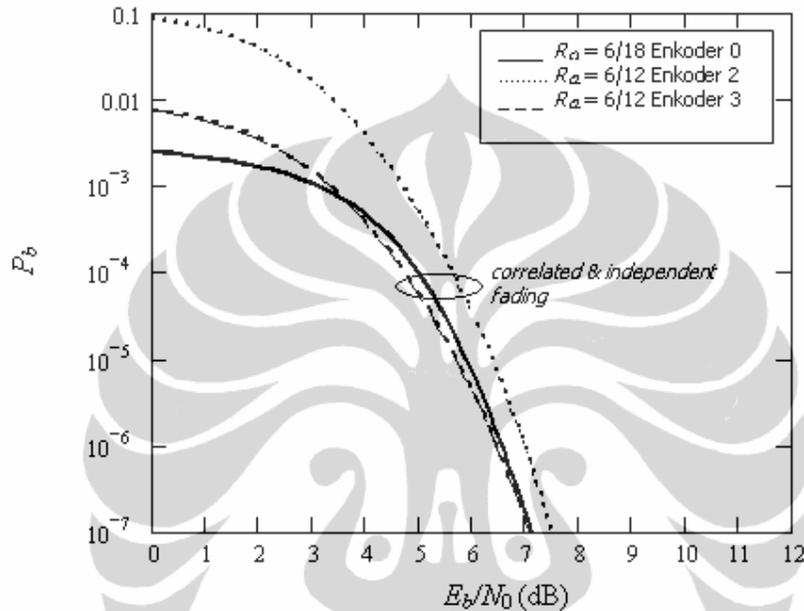
Kinerja sistem yang menggunakan  $P_c = 6$  sama baiknya dengan sistem yang menggunakan  $P_c = 4$  dan 5. Penggunaan  $P_c = 6$  dengan jumlah antenna  $M_t = M_r = 2$  ternyata setara dibandingkan dengan sistem dengan antenna yang lebih banyak, yaitu sistem dengan  $M_t = M_r = 4$  dengan  $P_c = 4$  dan 5. Bahkan, penggunaan  $P_c = 6$  dengan jumlah antenna  $M_t = M_r = 2$  akan menghasilkan kinerja yang lebih baik dibandingkan penggunaan  $P_c = 2$  dan 3 serta jumlah antenna  $M_t = M_r = 4$ . Dengan demikian terlihat bahwa penggunaan kode yang tepat, tanpa penambahan jumlah antenna, akan berpengaruh pada peningkatan kinerja sistem.



Gambar 4. 18 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $P_c = 6$

Kinerja ZF V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 4$  dan  $P_c = 6$  ditampilkan pada Gambar 4.19. Tampak bahwa dibandingkan dengan kinerja sistem yang menggunakan  $M_t = M_r = 2$ , penambahan jumlah antenna tidak memperbaiki kinerja

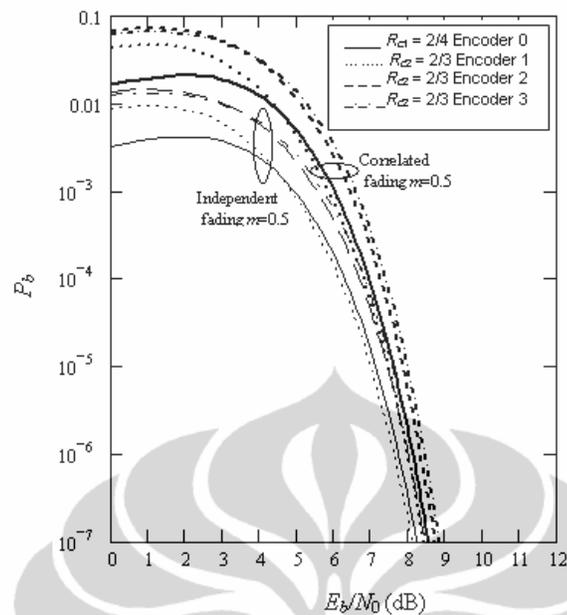
sistem. Penggunaan  $M_t = M_r = 4$  dan  $P_c = 6$  memberikan kinerja yang sama baiknya dibandingkan dengan  $M_t = M_r = 4$  dan  $P_c = 4$  dan 5. Sedangkan dibandingkan dengan sistem yang menggunakan  $P_c = 2$  dan 3, penggunaan  $P_c = 6$  memberikan perbaikan kinerja pada kisaran 1 dB.



Gambar 4. 19 Kinerja ZF V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $P_c = 6$

#### 4.6.2 Kinerja Sistem dengan Deteksi Berbasis MMSE

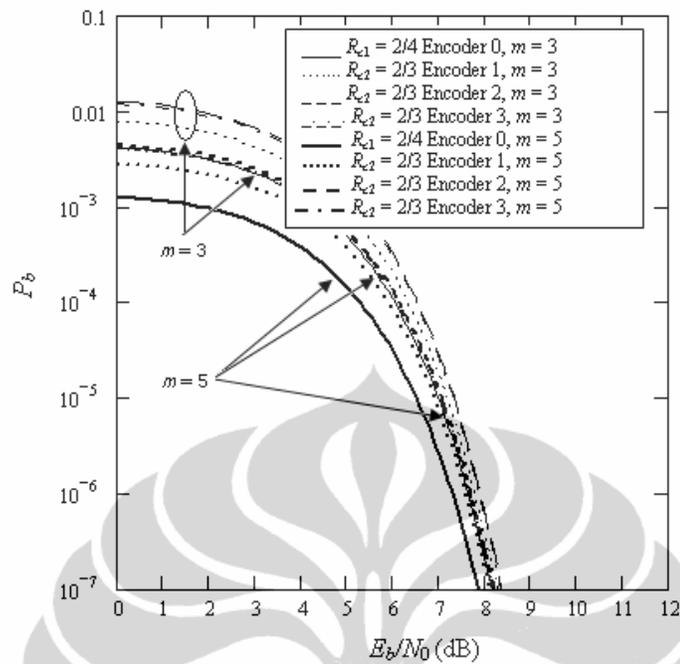
Kinerja sistem yang memiliki deteksi berbasis MMSE dan menggunakan enkoder dengan  $P_c = 2$ ,  $M_t = M_r = 2$ , dan  $m = 0.5$  diberikan pada Gambar 4.20. Kode yang digunakan adalah  $R_{c1} = 2/4$  dan  $R_{c2} = 2/3$  seperti diberikan pada Tabel 4.3. Dibandingkan sistem berbasis ZF dengan jumlah antena dan kode yang sama, sistem berbasis MMSE memiliki kinerja yang lebih baik pada kisaran 0,5 dB pada daerah  $E_b/N_0$  tinggi. Perbaikan kinerja yang lebih signifikan tampak pada daerah  $E_b/N_0$  rendah. Adanya perhitungan derau kanal pada deteksi MMSE mengakibatkan penggunaan kode yang di-puncture akan menimbulkan penurunan kinerja yang lebih nyata dibandingkan dengan pada deteksi ZF. Namun demikian penurunan kinerja akibat penggunaan kode yang di-puncture tetap kurang dari 0,5 dB baik untuk deteksi ZF maupun MMSE.



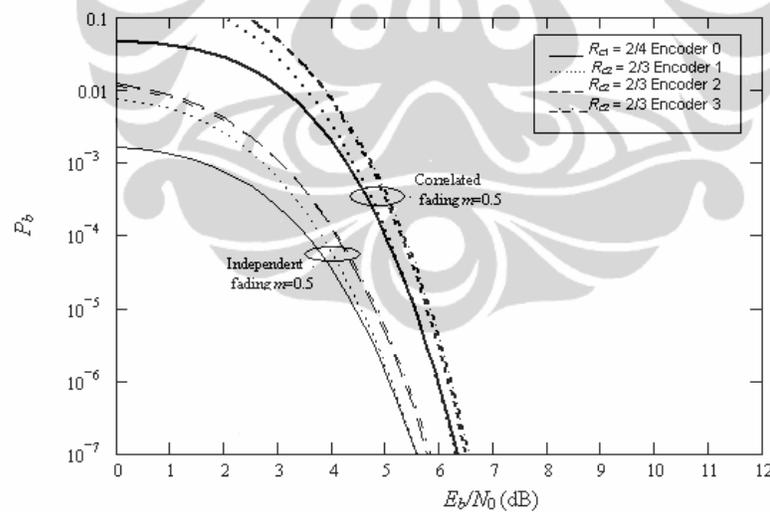
Gambar 4. 20 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $P_c = 2$

Pada Gambar 4.21 ditampilkan sistem dengan konfigurasi yang sama ( $M_t = M_r = 2$ ) dengan parameter *fading*  $m = 3$  dan  $5$ . Seperti pada sistem ZF V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 2$ , nilai parameter *fading* yang lebih besar menunjukkan perbaikan kinerja pada kisaran  $0,5$  dB dibandingkan dengan nilai parameter *fading* terburuk  $m = 0,5$ .

Pada Gambar 4.22 ditampilkan kinerja MMSE V-BLAST dengan  $M_t = 2$  dan  $M_r = 4$ , dengan  $P_c = 2$  dan  $m = 0,5$ . Parameter *fading*  $m = 0,5$  dipilih untuk memberikan gambaran keadaan terburuk dari sistem. Dibandingkan dengan konfigurasi  $M_t = M_r = 2$ , peningkatan jumlah antena penerima akan meningkatkan kinerja sistem pada kisaran di atas  $2$  dB baik untuk sistem dengan *fading* independen maupun *fading* terkorelasi. Dibandingkan dengan sistem ZF V-BLAST dengan  $M_t = 2$ ,  $M_r = 4$  dan  $m = 0,5$ , penggunaan deteksi MMSE memperbaiki kinerja sistem pada daerah  $E_b/N_0$  rendah, baik untuk sinyal yang mengalami *fading* independen maupun terkorelasi. Dengan demikian penggunaan deteksi MMSE menjadi opsi untuk memperoleh kinerja sistem yang baik bila terdapat keterbatasan daya maupun *bandwidth*.



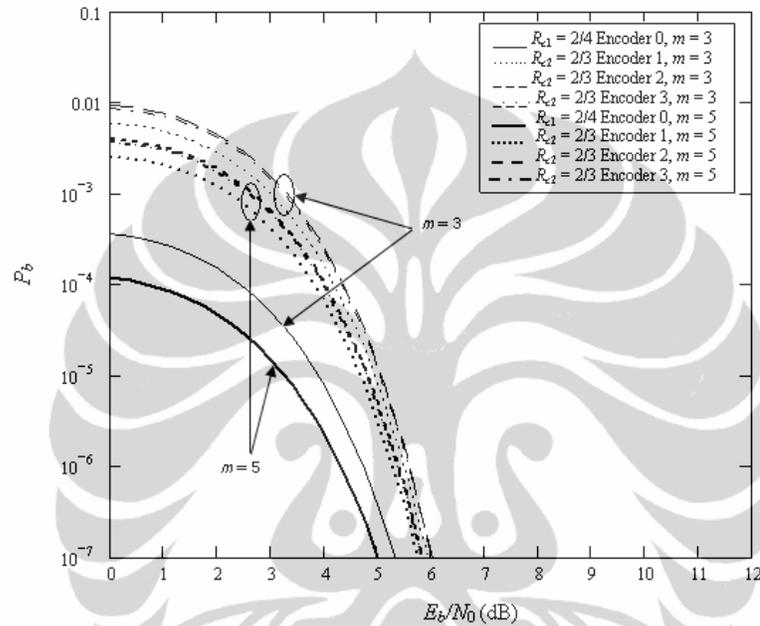
Gambar 4. 21 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $m = 3$  dan  $5$ ,  $P_c = 2$



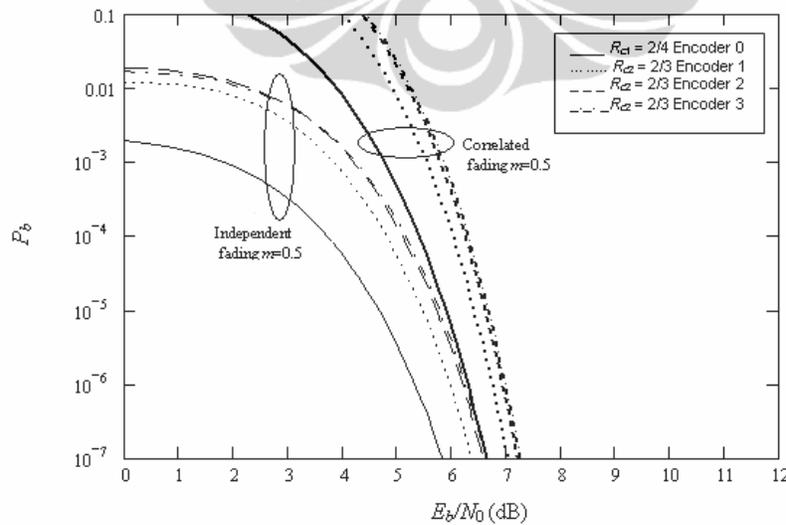
Gambar 4. 22 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = 2$  dan  $M_r = 4$ ,  $P_c = 2$

Gambar 4.23 menunjukkan kinerja MMSE V-BLAST dengan  $M_t = 2$  dan  $M_r = 4$ , dengan  $m = 3$  dan  $5$ . Tampak bahwa peningkatan  $m$  akan memperbaiki kinerja sistem.

Kinerja sistem MMSE V-BLAST dengan  $M_t = 4$  dan  $M_r = 2$ ,  $P_c = 2$  dan  $m = 0,5$  diberikan pada Gambar 4.24. Dibandingkan dengan sistem dimana  $M_t = M_r = 2$ , penambahan jumlah antenna pemancar akan memperbaiki kinerja sistem pada kisaran 2 dB di daerah  $E_b/N_0$  tinggi. Sistem berbasis deteksi MMSE menunjukkan kinerja yang lebih baik di daerah  $E_b/N_0$  rendah dibandingkan dengan sistem berbasis ZF dengan konfigurasi antenna yang sama.

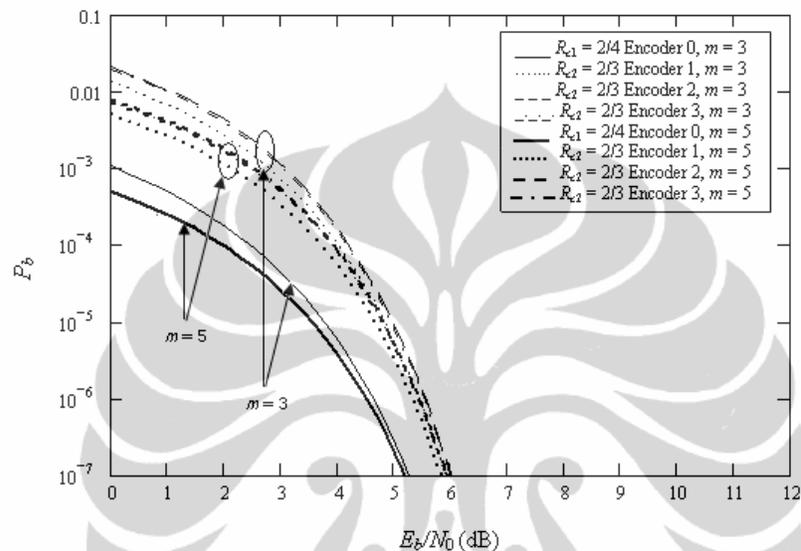


Gambar 4. 23 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = 2$  dan  $M_r = 4$ ,  $P_c = 2$ ,  $m = 3$  dan  $5$



Gambar 4. 24 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = 4$  dan  $M_r = 2$ ,  $P_c = 2$

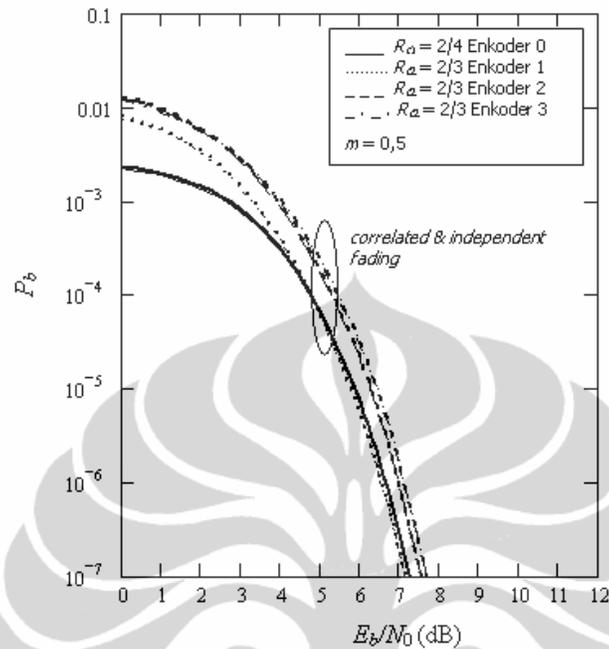
Gambar 4.25 menunjukkan kinerja MMSE V-BLAST dengan  $M_t = 4$  dan  $M_r = 4$ , dengan  $m = 3$  dan 5. Tampak bahwa peningkatan  $m$  akan memperbaiki kinerja sistem.



Gambar 4. 25 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = 4$  dan  $M_r = 2$ ,  $P_c = 2$ ,  $m = 3$  dan 5

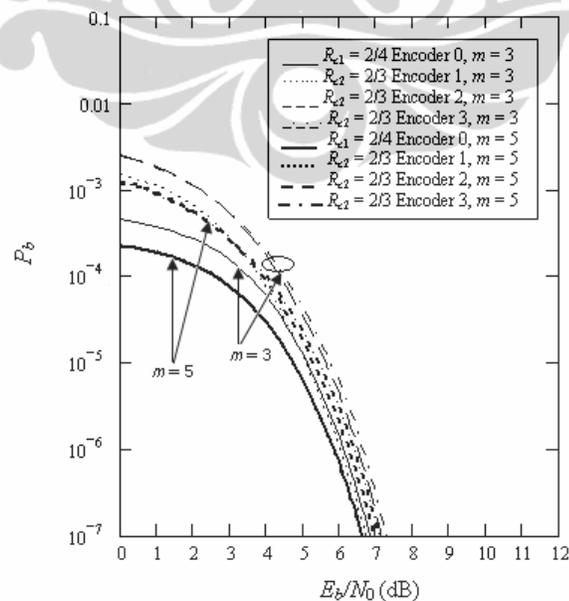
Gambar 4.26 menunjukkan kinerja sistem MMSE V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $P_c = 2$  dan  $m = 0,5$ . Dibandingkan dengan konfigurasi  $M_t = M_r = 2$ , penambahan antenna pemancar dan penerima akan memperbaiki kinerja sistem pada kisaran di atas 1 dB. Penambahan antenna di sisi pemancar dan penerima membuat kinerja sistem yang mengalami *fading* independen sangat mendekati sistem dengan *fading* terkorelasi, karena matriks kanal memiliki semakin banyak elemen yang berpotensi menimbulkan terbentuknya sub-kanal destruktif. Selain itu semakin banyaknya antenna pada sistem akan berpengaruh pada korelasi sinyal yang tiba di penerima, sehingga *fading* terkorelasi akan lebih mendominasi kinerja sistem. Pada daerah  $E_b/N_0$  tinggi, sistem dengan  $M_t = M_r = 4$  memiliki kinerja yang sedikit lebih buruk dibandingkan dengan sistem dimana penambahan antenna hanya dilakukan di sisi pemancar atau penerima saja. Namun untuk daerah  $E_b/N_0$  rendah, penambahan antenna di sisi pemancar dan penerima akan

memperbaiki kinerja sistem secara lebih bermakna dibandingkan dengan penambahan antenna di salah satu sisi saja.



Gambar 4. 26 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 4$   $P_c = 2$

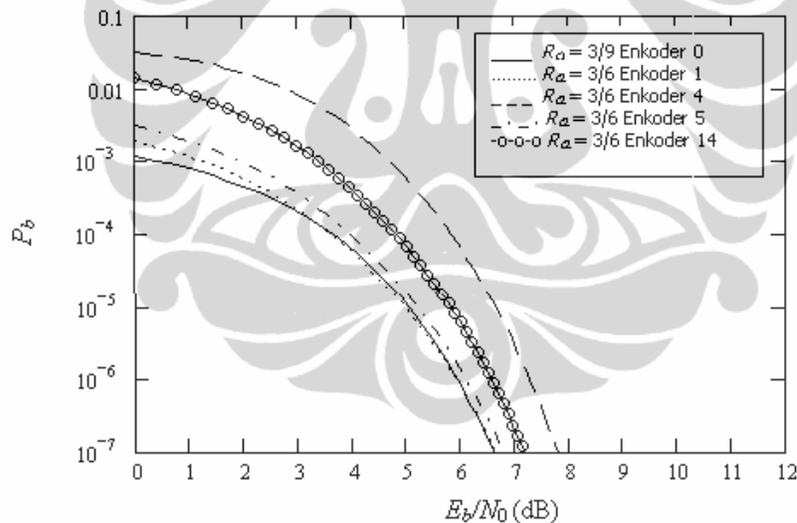
Gambar 4.27 menunjukkan kinerja sistem dengan  $M_t = M_r = 4$  dan  $m = 3$  dan 5. Tampak bahwa peningkatan  $m$  akan memperbaiki kinerja sistem.



Gambar 4. 27 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $P_c = 2$ ,  $m = 3$  dan 5

Kinerja sistem MMSE V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 2$  dan  $P_c = 3$  ditunjukkan pada Gambar 4.28. Untuk memperoleh  $R_{c1} = 3/9$  digunakan enkoder 0 dari Tabel 4.4. Untuk memperoleh  $R_{c2}$  digunakan enkoder 1, 4, 5 dan 14 dari Tabel 4.4 karena keempat enkoder tersebut memiliki kinerja terbaik ( $d_{free}$  terbesar) untuk seluruh keluarga kode yang dihasilkan. Modulasi yang digunakan adalah 8-QAM dan koefisien korelasi yang digunakan adalah  $\psi = 0.8$ .

Pada Gambar 4.28 tampak bahwa kinerja sistem mengalami perbaikan pada kisaran 2 dB dibandingkan dengan sistem yang sama namun menggunakan  $P_c = 2$ . Hal ini menunjukkan bahwa selain jumlah antena dan metode deteksi, pemilihan kode juga berpengaruh pada kinerja sistem. Perbaikan kinerja tampak baik pada daerah  $E_b/N_0$  tinggi maupun rendah. Penggunaan kode yang di-puncture menunjukkan penurunan kinerja pada kisaran 1,5 dB. Dengan demikian penggunaan kode yang di-puncture memiliki keunggulan di sisi penghematan bandwidth, tanpa menurunkan kinerja sistem secara signifikan.

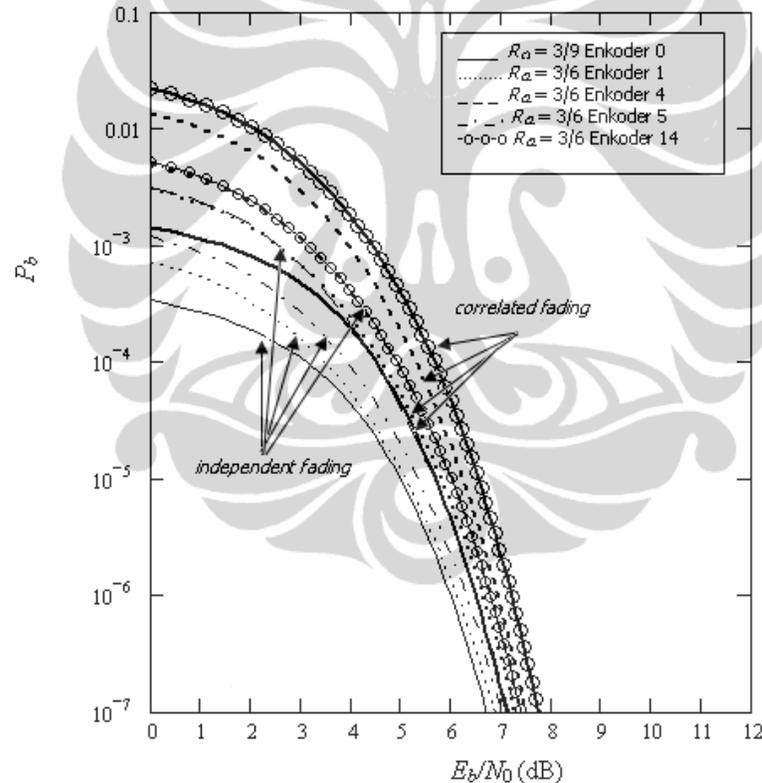


Gambar 4. 28 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $P_c = 3$

Kinerja sistem yang sama dengan peningkatan jumlah antena baik di sisi pemancar maupun penerima,  $M_t = M_r = 4$  diberikan pada Gambar 4.29. Dibandingkan dengan Gambar 4.28, kinerja pada Gambar 4.23 tidak menunjukkan perbaikan yang signifikan pada daerah  $E_b/N_0$  tinggi. Namun demikian perbaikan kinerja yang cukup signifikan terlihat pada daerah  $E_b/N_0$  rendah. Tampak bahwa peningkatan jumlah antena tidak saja memperbesar

kemungkinan adanya sub-kanal yang destruktif pada sistem, namun juga hanya memperbaiki kinerja pada daerah  $E_b/N_0$  rendah. Peningkatan jumlah antenna juga lebih berpengaruh untuk memperbaiki kinerja sistem yang menggunakan kode yang di-puncture. Dengan demikian dapat diamati bahwa kontribusi peningkatan jumlah antenna terhadap kinerja sistem adalah dengan mempersempit selisih kinerja antara sistem yang menggunakan kode yang berlaju  $R_{c1}$  dengan yang menggunakan kode berlaju  $R_{c2}$ .

Apabila dibandingkan dengan sistem deteksi ZF, penggunaan sistem deteksi MMSE tampak memberikan perbaikan kinerja pada kisaran 1 dB di daerah  $E_b/N_0$  tinggi. Perbaikan kinerja yang lebih signifikan tampak pada daerah  $E_b/N_0$  rendah.

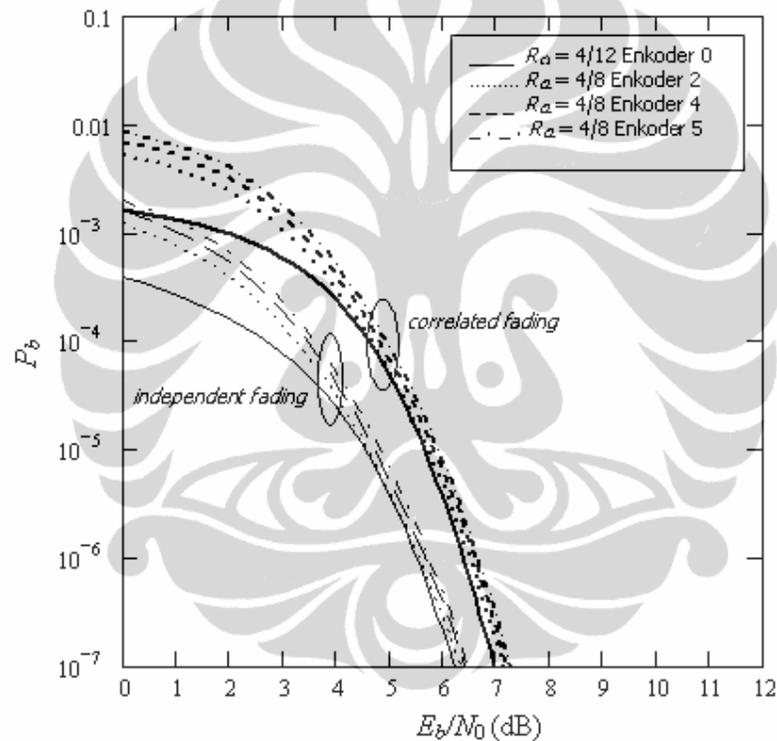


Gambar 4. 29 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $P_c = 3$

Kinerja sistem MMSE V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $m = 0,5$  dan  $P_c = 4$  ditunjukkan pada Gambar 4.30. Kode yang digunakan untuk memperoleh  $R_{c1} = 4/12$  adalah enkoder 0 dari Tabel 4.5. Untuk memperoleh  $R_{c2} = 4/8$  digunakan enkoder 2, 3, 4 dan 5 dari Tabel 4.5, karena keempat enkoder tersebut

menunjukkan kinerja terbaik dibandingkan enkoder lain yang menghasilkan  $R_{c2}$  pada Tabel 4.5.

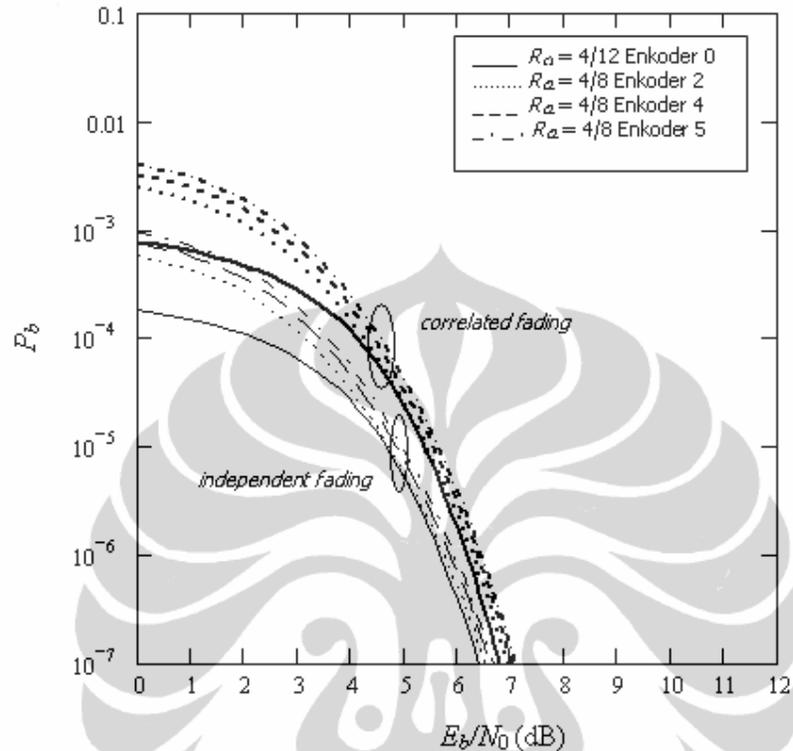
Dari Gambar 4.30 tampak bahwa dibandingkan sistem berbasis ZF dengan jumlah antenna dan kode yang sama, penggunaan deteksi MMSE dapat memperbaiki kinerja sistem pada kisaran 1 dB di daerah  $E_b/N_0$  tinggi. Perbaikan kinerja terutama tampak pada sistem yang mengalami *fading* independen. Penggunaan deteksi MMSE juga memperbaiki kinerja sistem di daerah  $E_b/N_0$  rendah.



Gambar 4. 30 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $P_c = 4$

Gambar 4.31 menunjukkan kinerja sistem MMSE V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $m = 0,5$  dan  $P_c = 4$ . Dibandingkan dengan Gambar 4.30, tampak bahwa penambahan jumlah antenna tidak memperbaiki kinerja sistem secara signifikan. Namun demikian peningkatan jumlah antenna ternyata menurunkan kinerja sistem yang mengalami *fading* independen. Hal ini menunjukkan bahwa penambahan jumlah antenna, tanpa mengubah kode yang digunakan, berpotensi memperburuk kinerja sistem pada kasus-kasus tertentu. Hal ini disebabkan penambahan elemen

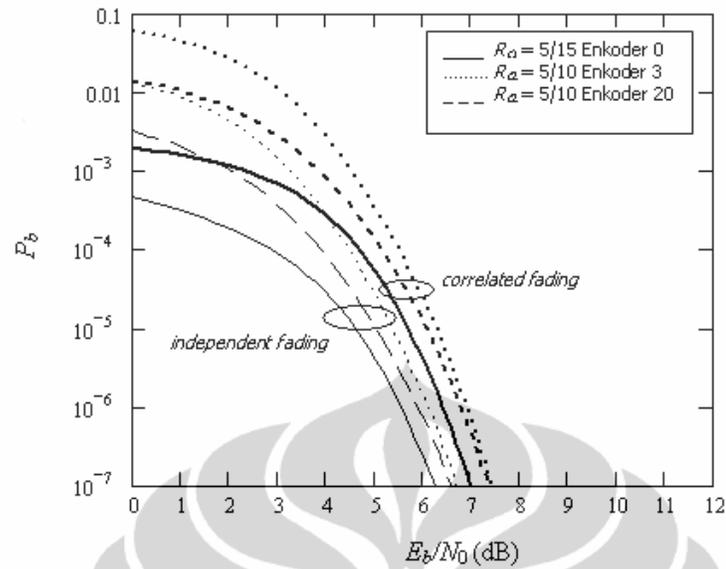
matriks kanal akibat penambahan jumlah antenna pemancar, dimana tidak seluruh elemen matriks tersebut bersifat memperkuat sinyal.



Gambar 4. 31 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $P_c = 4$

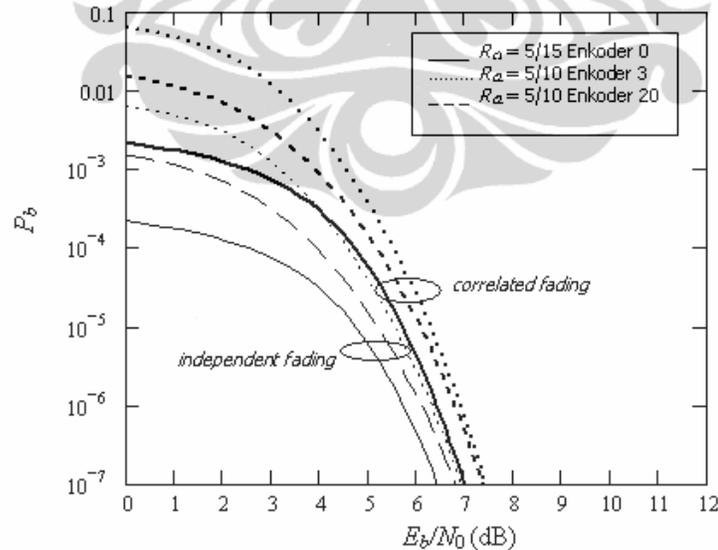
Gambar 4.32 menunjukkan kinerja sistem MMSE V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $m = 0,5$  dan  $P_c = 5$ . Encoder yang digunakan untuk mencapai  $R_{c1} = 5/15$  adalah encoder 0 dari Tabel 4.6. Untuk mencapai  $R_{c2} = 5/10$ , digunakan encoder 3 dan 20 dari Tabel 4.6. Encoder 3 dan 20 dipilih karena memiliki kinerja terbaik, dengan  $d_{free}$  berturut-turut bernilai 10 dan 8, dibandingkan dengan encoder lainnya pada Tabel 4.6.

Dibandingkan dengan sistem yang memiliki jumlah antenna yang sama, menggunakan kode yang sama, namun menggunakan deteksi ZF, penggunaan deteksi MMSE akan memperbaiki kinerja sistem pada kisaran 1 dB di daerah  $E_b/N_0$  tinggi. Penggunaan deteksi MMSE terutama memperbaiki kinerja sistem yang mengalami *fading* independen.



Gambar 4. 32 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$   $P_c = 5$

Gambar 4.33 menunjukkan kinerja sistem MMSE V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $m = 0,5$  dan  $P_c = 5$ . Dibandingkan dengan kinerja sistem dengan  $M_t = M_r = 2$ , tampak bahwa penambahan jumlah antenna tidak memperbaiki kinerja sistem secara signifikan di daerah  $E_b/N_0$  tinggi.



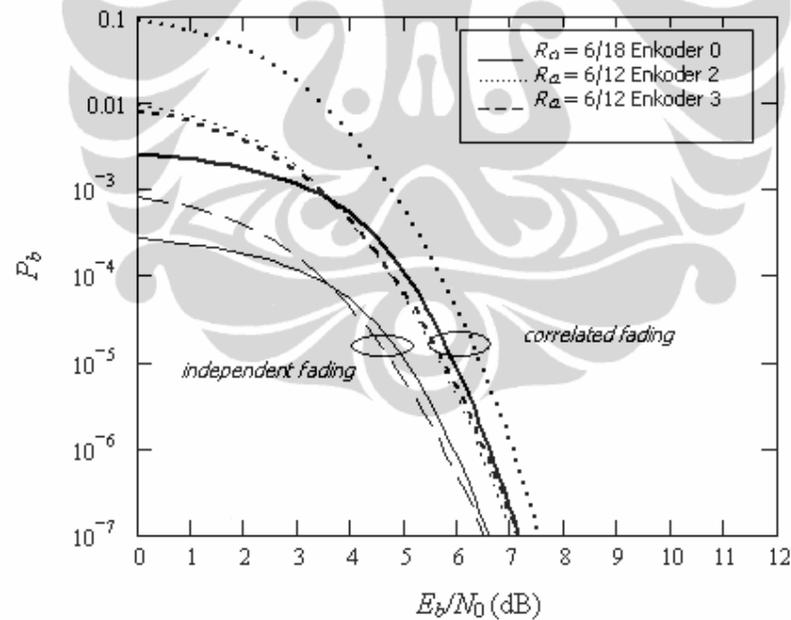
Gambar 4. 33 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $P_c = 5$

Namun demikian dibandingkan dengan sistem yang sama dengan deteksi ZF, deteksi MMSE akan memberikan perbaikan kinerja pada kisaran 1 dB untuk

daerah  $E_b/N_0$  tinggi. Perbaikan kinerja yang dihasilkan oleh penggunaan deteksi berbasis MMSE juga signifikan di daerah  $E_b/N_0$  rendah, bila dibandingkan dengan deteksi berbasis ZF.

Gambar 4.34 menunjukkan kinerja sistem MMSE V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $m = 0,5$  dan  $P_c = 6$ . Enkoder yang digunakan untuk mencapai  $R_{c1} = 6/18$  adalah enkoder 0 dari Tabel 4.7. Untuk mencapai  $R_{c2} = 6/12$ , digunakan enkoder 2 dan 3 dari Tabel 4.6. Enkoder 2 dan 3 dipilih karena memiliki kinerja yang terbaik dibandingkan enkoder lainnya pada Tabel 4.7 yang dapat digunakan untuk mencapai  $R_{c2}$ , yang diindikasikan dengan nilai  $d_{free}$  yang besar yaitu 9.

Dari Gambar 4.34 tampak bahwa penggunaan deteksi MMSE dapat menghasilkan perbaikan kinerja sistem pada kisaran 0,5 dB pada daerah  $E_b/N_0$  tinggi dibandingkan deteksi ZF, untuk sistem dengan jumlah antenna dan kode yang sama. Penggunaan deteksi MMSE juga memperbaiki kinerja di daerah  $E_b/N_0$  rendah secara signifikan dibandingkan dengan penggunaan deteksi ZF.

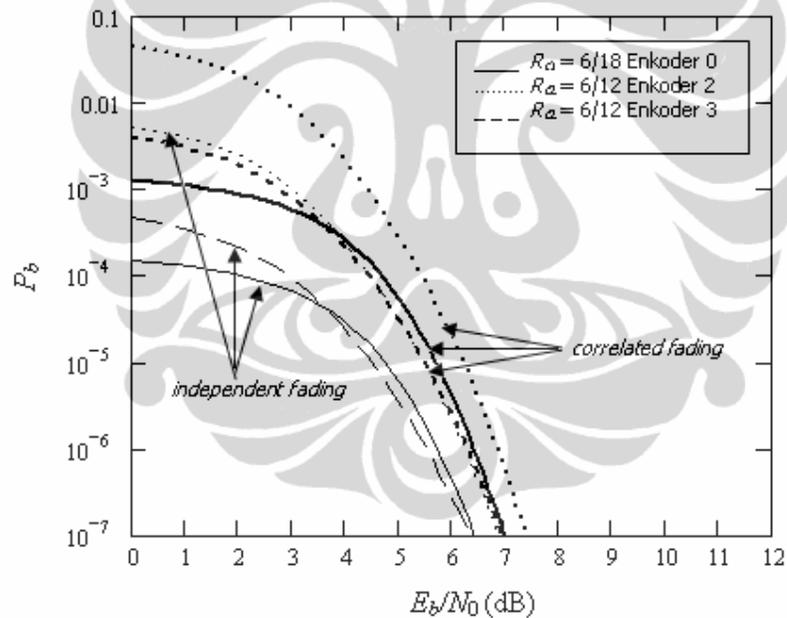


Gambar 4. 34 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 2$ ,  $P_c = 6$

Kurang signifikannya perbaikan kinerja sistem di daerah  $E_b/N_0$  tinggi yang dicapai dengan penggunaan deteksi MMSE disebabkan terbatasnya level  $E_b/N_0$  masukan sistem yang dapat digunakan pada simulasi numerik pada penelitian ini. Secara teoretis penggunaan deteksi MMSE dapat memberikan perbaikan kinerja

yang signifikan dibandingkan dengan deteksi ZF, namun hal tersebut memerlukan level  $E_b/N_0$  masukan yang tinggi.

Gambar 4.35 menunjukkan kinerja sistem MMSE V-BLAST dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $m = 0,5$  dan  $P_c = 6$ . Dibandingkan dengan kinerja sistem dengan  $M_t = M_r = 2$  dan kode yang sama, tampak bahwa penambahan jumlah antenna tidak memberikan perbaikan kinerja yang signifikan di daerah  $E_b/N_0$  yang tinggi. Sedangkan apabila dibandingkan dengan sistem yang memiliki jumlah antenna  $M_t = M_r = 4$ , kode yang sama, namun berbasis ZF, terdapat perbaikan kinerja pada kisaran 0,5 dB. Perbaikan kinerja pada sistem berbasis MMSE dibandingkan sistem berbasis ZF tampak signifikan untuk sinyal yang mengalami *fading* independen. Penggunaan deteksi berbasis MMSE juga memperbaiki kinerja sistem di daerah  $E_b/N_0$  rendah secara signifikan.



Gambar 4. 35 Kinerja MMSE V-BLAST MIMO dengan  $M_t = M_r = 4$ ,  $P_c = 6$

## BAB 5

### KESIMPULAN

Penelitian ini menghasilkan gabungan sistem V-BLAST MIMO dengan pengkodean RCPC pada kanal *fading* Nakagami- $m$ , serta:

1. Kode RCPC menggunakan kode konvolusional ekuivalen dengan periode *puncturing*  $P_c = 2$  hingga 6.
2. Kode RCPC tanpa kode konvolusional ekuivalen dengan periode *puncturing*  $P_c = 6$ .
3. Persamaan BER untuk V-BLAST MIMO RCPC pada kanal *fading* Nakagami- $m$

Berdasarkan analisa numerik yang telah dilakukan, diperoleh hasil sebagai berikut:

1. Peningkatan  $P_c$  akan meningkatkan jarak bebas kode  $d_{free}$ , sehingga memperbaiki BER sistem.
2. Untuk  $P_c$  yang sama, peletakan *punctured bits* pada satu kolom dalam matriks *puncturing* akan meningkatkan jarak bebas kode  $d_{free}$  sehingga memperbaiki BER sistem.
3. Peningkatan jumlah antena akan memperbaiki BER sistem.
  - a. Peningkatan jumlah antena pemancar dan penerima sekaligus memperbaiki BER pada kisaran 2 dB.
  - b. Peningkatan jumlah antena penerima saja memberikan perbaikan BER yang lebih besar dibandingkan dengan peningkatan jumlah antena pemancar saja.
  - c. Semakin besar  $P_c$  dari kode yang digunakan, semakin kecil perbaikan BER yang dihasilkan oleh penambahan jumlah antena.
4. Kode yang digunakan berhasil memproteksi data yang dikirimkan baik pada kondisi *correlated fading* maupun *independent fading*. Penurunan BER yang terjadi pada kondisi *independent fading* tidak signifikan dibandingkan pada kondisi *correlated fading*.

5. Penggunaan deteksi berbasis MMSE akan meningkatkan BER sistem pada kisaran 0,5 hingga 1 dB dibandingkan deteksi berbasis ZF.

Pengembangan lanjutan untuk penelitian ini mencakup:

1. Penggunaan kode konvolusional ekivalen sebagai dasar untuk merekonstruksi kode RCPC pada sistem komunikasi bidang intelijen.
2. Penggunaan model RCPC V-BLAST MIMO untuk diterapkan pada skema adaptasi *link*, dimana teknik modulasi dan laju kode yang digunakan dapat berubah-ubah sesuai dengan keadaan kanal.



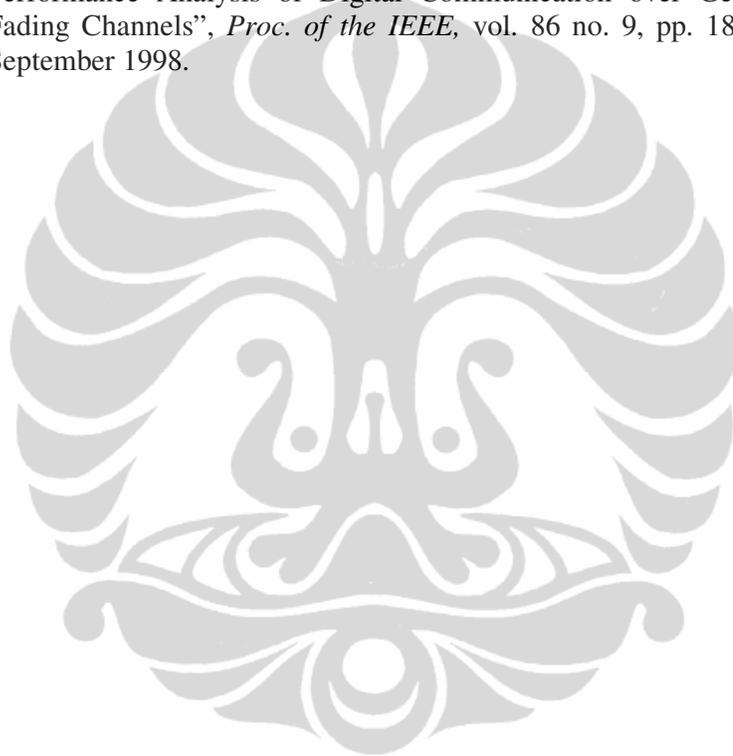
## DAFTAR ACUAN

- [1] Abderrahmane, A., et.al., "Diversity Techniques to Combat Fading in WiMax," *World Scientific and Engineering Academic and Society (WSEAS) Transactions on Communications*, vol. 7, no. 2, pp.43-51, Februari 2008.
- [2] Gunduz, Deniz, dan Elza Erkip, "Joint Source-Channel Codes for MIMO Block Fading Channel," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol 54 Issue 1, pp 116-134, Januari 2008.
- [3] David Gesbert, et.al. "From Theory To Practice: An Overview of MIMO Space-Time Coded Wireless Systems," *Tutorial Paper, IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 21 No. 3, April 2003.
- [4] Gesbert, David, "Background on MIMO Research," [http://heim.ifi.uio.no/~gesbert/mimo\\_research.html](http://heim.ifi.uio.no/~gesbert/mimo_research.html), diakses 18 November 2006.
- [5] Foschini, G.J., "Layered Space-time Architecture for Wireless Communication in a Fading Environment when Using Multi-Element Antennas", *Bell Laboratories Technical Journal*, pp.41-59, 1996
- [6] Foschini, G.J., dan M.J. Gans, "On Limits of Wireless Communications in A Fading Environment when Using Multiple Antennas", *Wireless Personal Communication*, vol. 6 no. 3 pp. 311-335, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [7] Wolniansky, P.W., et. al, "V-BLAST: An Architecture for Realizing Very High Data Rates Over the Rich-Scattering Wireless Channel", *Proc. URSI ISSSE*, pp. 295-300, 1998.
- [8] Ganesan, P., dan P. Stoica, "Space-time Diversity Using Orthogonal and Amicable Orthogonal Designs," *Wireless Personal Communications* vol. 18, pp. 165-178, Agustus 2001.
- [9] Alamouti, S. "Space block coding: A simple transmitter diversity technique for wireless communications," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16 pp. 1451-1458, Oktober 1998.
- [10] Proakis, J. G., *Digital Communications*, Singapore: McGraw-Hill International, 5th Edition, 2008.
- [11] Shannon, C.E, "A Mathematical Theory of Communication," *Bell System Tech. Journal*, vol. 27, 1948.
- [12] Vembu, S. dan S. Verdu, "Shannon Theory Revisited," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 41, no. 1, Januari 1995.
- [13] Vembu, S., et.al., "When does the source-channel separation hold?" *Proceeding IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT '94)*, p. 198, Trondheim, Norwegia, Juni-Juli 1994.
- [14] Xiang, W. "Joint Source-Channel Coding for Image Transmission and Related Topics," Ph.D. dissertation, University of South Australia, Desember 2003.
- [15] Yang, Gung-Hua, et.al., "Unequal Error Protection for MIMO Systems with a Hybrid Structure", *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, 21-24 Mei 2006.

- [16] Noh, Yujin, et.al., “Design of Unequal Error Protection for MIMO-OFDM Systems”, *IEEE 61st Vehicular Technology Conference, Vol. 2*, pp. 1058-1062, Juni 2005.
- [17] Ru, Congchong, et.al., “A New UEP Scheme Based on Adaptive Modulation for Robust Video Transmission in MIMO System,” *China Communications Journal*, pp. 102-108, Oktober 2006.
- [18] Behnamfar, Firouz. *Single and Multiple Antenna Communication Systems: Performance Analysis and Joint Source-Channel Coding*. PhD Dissertation, Queens University, Kingston, Ontario, Canada. September 2004.
- [19] Laneman, J.N., et.al., “Source-Channel Diversity for Parallel Channels,” *IEEE Transaction on Information Theory*, vol. 51, no.10, pp. 3518-3539, Oktober 2005.
- [20] Gunduz, Deniz, dan Elza Erkip, “Joint Source-Channel Cooperation: Diversity versus Spectral Efficiency”, *Proceedings of International Symposium on Information Theory*, pp. 392-393, Chicago, USA, Juni 2004.
- [21] Gunduz, Deniz, dan Elza Erkip, “Source and Channel Coding for Cooperative Relaying,” *IEEE Transaction on Information Theory*, vol. 53, no. 10, pp. 3454-3475, Oktober 2007.
- [22] Gunduz, Deniz, dan Elza Erkip, “Source and Channel Coding for Quasi-Static Fading Channels”, *Proceedings of 39th Asilomar Conference*, Pacific Grove, California, November 2005.
- [23] Gunduz, Deniz, dan Elza Erkip, “Distortion Exponent of MIMO Fading Channels,” *Proceedings of IEEE Information Theory Workshop*, Punta Del Este, Uruguay, Maret 2006.
- [24] Hagenauer, J. “Rate-Compatible Punctured Convolutional Codes (RCPC Codes) and Their Applications,” *IEEE Transaction on Communications*, vol. 36, no.4, April 1988.
- [25] Guo, Rui, et.al., “BER Performance Analysis of RCPC Encoded MIMO-OFDM in Nakagami-m Channels”, *IEEE International Conference on Information Acquisition*, pp. 1416 – 1420, Agustus 2006.
- [26] Sari, L., G. Wibisono, dan D. Gunawan, “BER Performance Analysis of V-BLAST MIMO System with Joint Source and Channel Coding,” *Proc. IEEE Pacific-Asia Workshop on Computational Intelligence and Industrial Application*, pp. 733-737, Desember 2008.
- [27] Sari, L., G. Wibisono, dan D. Gunawan, “An Enhanced V-BLAST MIMO System Using Joint Source and Channel Coding,” *Proc. IEEE Int. Conf. On Advanced Communication Tech. (ICACT 09)*, pp. 635-639, Februari 2009.
- [28] Sari, L., G. Wibisono, dan D. Gunawan, “Design of RCPC-Encoded V-BLAST MIMO System,” *ITB Journal of ICT*, in press.
- [29] Ferial, Y. and K. M. Cheung, “Seamless Data-Rate Change Using Punctured Convolutional Codes for Time-Varying Signal-to-Noise Ratios”, *IEEE International Conference on Communications (ICC '95)*, pp. 342-346, Juni 1995.

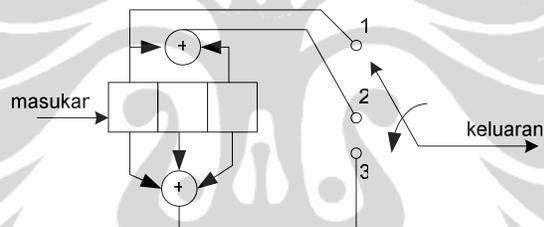
- [30] Sari, L., G. Wibisono, dan D. Gunawan, "RCPC-Encoded V-BLAST MIMO with MMSE-Based Detection," *Proc. International Conference on Communication Software and Networks (ICCSN 10)*, pp. 73-77, Februari 2010.
- [31] Sari, L., G. Wibisono, dan D. Gunawan, "Performance of RCPC-Encoded V-BLAST MIMO in Nakagami- $m$  Fading Channel", *Journal of Telecommunications*, vol. 2, no. 2, pp. 49-57, Mei 2010.
- [32] Karagiannidis, G.K., D.A. Zogas, dan S.A. Kotsopoulos, "On the Multivariate Nakagami- $m$  Distribution With Exponential Correlation," *IEEE Trans. On Communications*, vol.51, no. 8, pp. 1240-1244, Agustus 2003.
- [33] Loyka, S. dan F.Gagnon, "Performance Analysis Of The V-BLAST Algorithm: An Analytical Approach," *IEEE Trans. on Wireless Communications*, vol. 3. no.4, pp. 1326-1337, Juli 2004.
- [34] Kuhn, V. *Wireless Communications over MIMO Channels: Applications to CDMA and Multiple Antenna Systems*, John Wiley & Sons, England, 2006.
- [35] Kulakowski, P., *The Multiple-Input Multiple-Output Systems in Slow and Fast Varying Radio Channels*, Ph.D dissertation, Department of Telecommunication, AGH University of Science and Technology, Krakow, 2007.
- [36] Wenstrom, M., *On MIMO Systems and Adaptive Arrays For Wireless Communication: Analysis and Practical Issues*, Ph.D dissertation, Department of Material Science, Uppsala University, Stockholm, 2002.
- [37] Manso, R.C., "Performance Analysis of M-QAM with Viterbi Soft Decision Decoding," Master's Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, California, 2003.
- [38] Jiang, Y., X. Zheng, dan J. Li, "Asymptotic Performance Analysis of V-BLAST", *Proc. Of IEEE Global Telecommunication Conference (Globecom 05)*, pp. 3882-3886, Desember 2005.
- [39] Lee, L. H. C., "New Rate-Compatible Punctured Convolutional Codes for Viterbi Decoding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-42, pp. 3073-3079, Desember 1994.
- [40] Lee, L.H.C., dan J. Sodha, "More New Rate-Compatible Punctured Convolutional Codes for Viterbi Decoding", *Proc. 5th Workshop on Telecommunication & Signal Processing*, Hobart, Australia, Desember 2006.
- [41] Viterbi, A.J. dan J.K.Omura, *Principles of Digital Communication and Coding*, McGraw Hill, 1979.
- [42] Hagenauer, J., "Viterbi Decoding of Convolutional Codes for Fading and Burst Channels," *Proc. Zurich Seminar on Digital Communications*, pp. G2.1 – G2.7, 1980.
- [43] Cluzeau, M. "Reconstruction of Punctured Convolutional Codes," *Proc. IEEE Information Theory Workshop (ITW 09)*, pp. 75-79, Oktober 2009.
- [44] Dingel, J. dan J. Hagenauer, "Parameter Estimation of A Convolutional Encoder from Noisy Observations," *Proc. IEEE*

- International Symposium on Information Theory (ISIT 07)* , pp. 1776-1780, Juni 2007.
- [45] Li, J. and E. Kurtas, "Punctured Convolutional Code Revisited: The Exact State Diagram and Its Implications," *The 38th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, pp. 2015-2019, November 2004.
- [46] Li, J. and H. Alqamzi, "An Optimal Distributed and Adaptive Source Coding Strategy Using Rate-Compatible Punctured Convolutional Codes," *Proc. of IEEE Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP '05)*, pp. 685-688, Maret 2005.
- [47] Simon, M. K., dan M. S. Alouini, "A Unified Approach to the Performance Analysis of Digital Communication over Generalized Fading Channels", *Proc. of the IEEE*, vol. 86 no. 9, pp. 1860-1877, September 1998.



**PENENTUAN BOBOT KESALAHAN KODE KONVOLUSIONAL DAN  
KODE KONVOLUSIONAL *PUNCTURED***

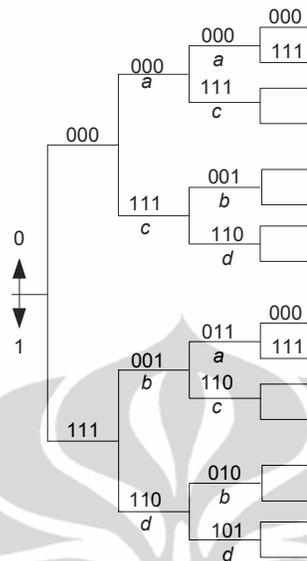
Proses penentuan bobot kesalahan  $c_d$  pada kode konvolusional maupun kode konvolusional *punctured* adalah sama, apabila bentuk enkoder maupun diagram *trellis* dari keduanya dapat diketahui. Dasar dari proses penentuan bobot kesalahan kedua kode tersebut dapat dijelaskan menggunakan contoh enkoder seperti diilustrasikan pada Gambar A.1. Enkoder memiliki *shift register* 3 tingkat, yang masing-masing mengolah 1 bit dan terdapat 3 buah *summing point*. Setiap bit masukan yang dikodekan akan menjadi *codeword* yang terdiri atas 3 bit, atau laju kode  $R = 1/3$ .



**Gambar A.1 Konvolusional enkoder dengan laju kode  $R=1/3$**

Bila seluruh isi *shift register* pada Gambar A.1 pada awalnya adalah 0, maka bila bit masukan pertama adalah 0, deret keluaran adalah 000 dan isi *shift register* akan tetap 000.

Sebaliknya apabila bila bit masukan pertama adalah 1, isi *shift register* menjadi 001 (angka pertama menunjukkan isi *shift register* paling kanan) dan deret keluaran adalah 111. Bila bit masukan pertama adalah 1 lalu bit masukan kedua adalah 0, keluaran yang dihasilkan adalah 001. Dalam hal ini, isi *shift register* menjadi 010. Dari titik ini, terdapat dua kemungkinan lagi. Apabila bit masukan ketiga adalah 0 maka keluaran yang dihasilkan adalah 011, sebaliknya bila bit masukan ketiga adalah 1 maka keluaran yang dihasilkan adalah 100. Proses ini dapat digambarkan dengan diagram pohon seperti diilustrasikan pada Gambar A.2.



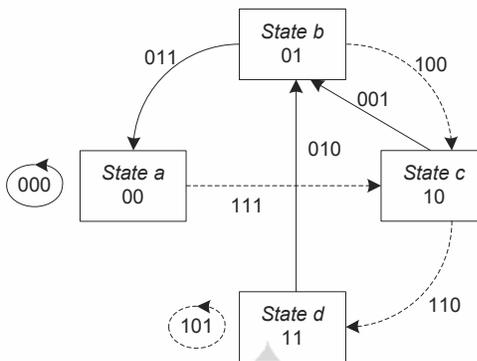
**Gambar A. 2 Diagram pohon untuk kode konvolusional berlaju 1/3**

Pada Gambar A.2 terdapat aturan percabangan dimana cabang yang mengarah ke atas menunjukkan bit masukan berikut adalah 0, sedangkan cabang yang mengarah ke bawah menunjukkan bit masukan berikut adalah 1. Keluaran 3-bit untuk setiap bit masukan dipengaruhi oleh bit masukan itu sendiri dan empat keadaan (*state*) yang mungkin dari *shift register*, yang dilambangkan dengan  $a = 000$ ,  $b = 001$ ,  $c = 010$ , dan  $d = 011$ .

Diagram pohon dapat disederhanakan menjadi diagram *state* yang menyatakan semua kemungkinan keadaan dalam enkoder dan semua kemungkinan transisi dari satu keadaan ke keadaan lain. Contoh diagram *state* untuk enkoder pada Gambar A.1 diilustrasikan pada Gambar A.3. Diagram tersebut menunjukkan bahwa transisi yang mungkin terjadi adalah

$$a \xrightarrow{0} a, a \xrightarrow{1} c, b \xrightarrow{0} a, b \xrightarrow{1} c, c \xrightarrow{0} b, c \xrightarrow{1} d, d \xrightarrow{0} b, d \xrightarrow{1} d$$

dimana  $\alpha \xrightarrow{0} \beta$  melambangkan transisi dari keadaan (*state*)  $\alpha$  ke keadaan  $\beta$  bila bit masukan adalah 0. Ketiga bit yang dituliskan di sisi setiap cabang diagram *state* melambangkan bit keluaran. Garis putus-putus dalam diagram menandakan bahwa bit masukan adalah 1, sedangkan garis solid menandakan bahwa bit masukan adalah 0.

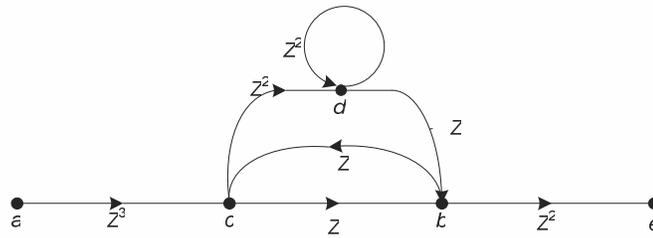


**Gambar A. 3** Diagram *state* untuk kode konvolusional dengan laju 1/3,  $K=3$

Diagram *state* seperti tampak pada Gambar A.3 akan digunakan untuk menjelaskan metode perhitungan sifat jarak dari kode konvolusional. Diasumsikan bahwa transmisi berupa deretan kode *all-zero*, dan fokus diberikan pada kesalahan (*error*) yang terjadi akibat proses percabangan (*departure*) dari jalur *all-zero* pada trellis dan penyatuan kembali percabangan tersebut menuju jalur *all-zero* untuk pertamakalinya.

Mula-mula cabang-cabang diagram *state* diberi label  $Z^0 = 1$ ,  $Z^1$ ,  $Z^2$ , atau  $Z^3$ , dimana pangkat dari  $Z$  menunjukkan jarak Hamming dari deretan bit keluaran cabang tertentu terhadap cabang *all-zero*. *Self-loop* pada *node a* dapat dieliminasi karena tidak berpengaruh pada sifat jarak deret kode terhadap deret *all-zero* dan tidak merepresentasikan percabangan dari deret *all-zero*. Selain itu *node a* dipecah menjadi 2 *node* yang masing-masing mewakili masukan dan keluaran diagram *state*, sesuai dengan percabangan dari jalur *all-zero* dan penyatuan kembali percabangan tersebut untuk pertamakalinya. Gambar A.4 mengilustrasikan diagram yang dihasilkan. Diagram yang kini terdiri atas 5 *node* karena *node a* dipecah menjadi 2, digunakan untuk menyatakan empat persamaan *state* yaitu

$$\begin{aligned}
 X_c &= Z^3 X_a + ZX_b \\
 X_b &= ZX_c + ZX_d \\
 X_d &= Z^2 X_c + Z^2 X_d \\
 X_e &= Z^2 X_b
 \end{aligned}
 \tag{A.1}$$



Gambar A. 4 Diagram state untuk kode konvolusional dengan laju 1/3, K=3

Fungsi alih untuk kode tersebut didefinisikan sebagai  $T(Z) = X_e / X_a$ . Dengan menyelesaikan persamaan state yang diberikan di atas, diperoleh:

$$\begin{aligned} T(Z) &= \frac{Z^6}{1 - 2Z^2} \\ &= Z^6 + 2Z^8 + 4Z^{10} + 8Z^{12} + \dots \\ &= \sum_{d=6}^{\infty} a_d Z^d \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

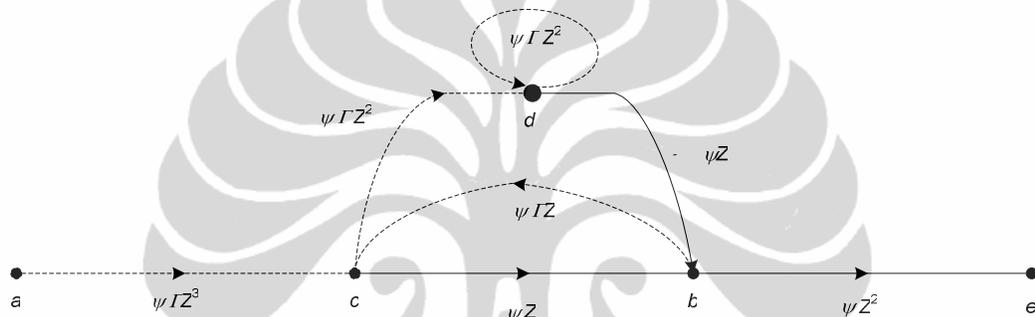
dimana didefinisikan:

$$a_d = \begin{cases} 2^{(d-6)/2} & d \text{ genap} \\ 0 & d \text{ ganjil} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Suku pertama dari fungsi alih untuk kode ini menunjukkan bahwa terdapat satu jalur dengan jarak Hamming  $d = 6$  dari jalur *all-zero* yang menyatu (*merging*) dengan jalur *all-zero* pada *node* tertentu. Suku kedua dari pers. (A.2) menunjukkan bahwa terdapat 2 jalur dari *node a* ke *node e* yang memiliki jarak  $d = 8$ . Suku ketiga dari pers. (6.11) menunjukkan bahwa terdapat 4 jalur dari *node a* ke *node e* yang memiliki jarak  $d = 10$ , dan seterusnya. Jadi fungsi alih menginformasikan sifat jarak dari kode konvolusional. Jarak minimum dari kode disebut *jarak bebas minimum* (*minimum free distance*) dan dilambangkan dengan  $d_{free}$ . Pada contoh di atas,  $d_{free} = 6$ .

Dalam menentukan fungsi alih dari kode konvolusional hanya diperhitungkan jalur-jalur pada trellis yang meninggalkan *all-zero state* dan menyatu kembali ke *all-zero state* untuk pertama kalinya. Jalur seperti ini disebut *first event error* dan digunakan untuk membatasi probabilitas kesalahan kode konvolusional.

Fungsi alih dapat digunakan untuk memberikan informasi yang lebih detail, bukan hanya jarak dari berbagai jalur. Misalkan faktor  $\Gamma$  dimasukkan ke semua transisi cabang yang diakibatkan oleh bit masukan 1. Dengan semakin bertambahnya percabangan, pangkat kumulatif dari  $\Gamma$  akan bertambah 1 hanya bila transisi cabang tersebut diakibatkan oleh bit masukan 1. Di sini dimasukkan pula faktor  $\Psi$  pada setiap cabang diagram *state* sebagai variabel yang menyatakan jumlah cabang dalam sembarang jalur dari *node*  $a$  ke *node*  $e$ . Untuk kode konvolusional dengan laju 1/3 seperti pada contoh, diagram *state* yang memperhitungkan faktor  $\Gamma$  dan  $\Psi$  tampak pada Gambar 6.8.



Gambar A. 5 Diagram state untuk kode konvolusional dengan laju 1/3, K=3

Persamaan *state* untuk diagram *state* pada Gambar A.5 adalah

$$\begin{aligned}
 X_c &= \Psi \Gamma Z^3 X_a + \Psi \Gamma Z X_b \\
 X_b &= \Psi Z X_c + \Psi Z X_d \\
 X_d &= \Psi \Gamma Z^2 X_c + \Psi \Gamma Z^2 X_d \\
 X_e &= \Psi Z^2 X_b
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

Dengan menyelesaikan pers. (A.4) untuk rasio  $X_e / X_a$ , diperoleh fungsi alih

$$\begin{aligned}
 T(\Gamma, Z, \Psi) &= \frac{\Psi^3 \Gamma Z^6}{1 - \Psi \Gamma Z^2 (1 + \Psi)} \\
 &= \Psi^3 \Gamma Z^6 + \Psi^4 \Gamma^2 Z^8 + \Psi^5 \Gamma^2 Z^8 \\
 &\quad + \Psi^5 \Gamma^3 Z^{10} + 2\Psi^6 \Gamma^3 Z^{10} + \Psi^7 \Gamma^3 Z^{10} + \dots
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

Bentuk fungsi alih pada pers. (A.5) menyatakan sifat dari semua jalur dalam kode konvolusional. Suku pertama dari ekspansi  $T(\Gamma, Z, \Psi)$  mengindikasikan bahwa jalur dengan  $d = 6$  memiliki panjang 3 bit, dan dari ketiga bit informasi tersebut, satu diantaranya adalah bit 1. Suku kedua dan ketiga dari ekspansi  $T(\Gamma, Z, \Psi)$

mengindikasikan bahwa dari dua jalur dengan  $d = 8$ , satu diantaranya terdiri atas 4 bit dan yang lain terdiri atas 5 bit. Dua dari 4 bit informasi pada jalur yang satu merupakan bit 1, sedangkan dua dari 5 bit informasi pada jalur yang lain merupakan bit 1. Dengan demikian pangkat dari faktor  $\Psi$  menyatakan panjang jalur yang menyatu dengan jalur *all-zero* untuk pertamakalinya, pangkat dari faktor  $\Gamma$  menyatakan jumlah bit 1 yang terkandung dalam informasi pada jalur tersebut, dan pangkat dari  $Z$  menyatakan jarak dari deretan bit yang telah dikodekan pada suatu jalur terhadap deretan bit *all-zero* (bobot dari deret kode).

Faktor  $\Psi$  penting terutama bila ditransmisikan sederetan bit dengan durasi terbatas, misalnya  $m$  bit. Dalam hal ini, kode konvolusional dipotong (*truncated*) setelah  $m$  *node* atau  $m$  cabang. Ini berimplikasi fungsi alih dari kode yang terpotong diperoleh dengan memotong  $T(\Gamma, Z, \Psi)$  pada suku  $\Psi^m$ . Sebaliknya, bila ditransmisikan deretan kode yang amat panjang, ketergantungan  $T(\Gamma, Z, \Psi)$  pada parameter  $\Psi$  perlu dikurangi. Hal ini dapat dengan mudah diperoleh dengan menetapkan  $\Psi = 1$ . Jadi untuk contoh di atas,

$$\begin{aligned} T(\Gamma, Z) &= T(\Gamma, Z, 1) = \frac{\Gamma Z^6}{1 - 2\Gamma Z^2} \\ &= \Gamma Z^6 + 2\Gamma^2 Z^8 + 4\Gamma^3 Z^{10} + \dots \\ &= \sum_{d=6}^{\infty} a_d \Gamma^{(d-4)/2} Z^d \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

dimana koefisien-koefisien dari  $a_d$  didefinisikan oleh pers. (A.3).

Probabilitas kesalahan bit untuk kode konvolusional diberikan oleh:

$$P_b \leq \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial \Gamma} T(\Gamma, Z) \Big|_{\Gamma=1, Z=\xi} \quad (\text{A.7})$$

Bila digunakan modulasi BPSK dengan *soft decision decoding*, maka

$$\xi = e^{-RE_b/N_0} \quad (\text{A.8})$$

Batasan untuk probabilitas kesalahan bit seperti diberikan pada persamaan (A.7) adalah

$$P_b \leq \frac{1}{L} \sum_{d=d_{free}}^{\infty} c_d P(d) \quad (\text{A.9})$$

Dimana  $c_d$  merupakan koefisien dari  $Z^d$  dalam ekspansi  $\frac{\partial}{\partial \Gamma} T(\Gamma, Z)$  yang dihitung pada  $\Gamma = 1$ .

**PERHITUNGAN  $D_{\min}^2 / \varepsilon$  UNTUK  $M$ -QAM**

Pada Tabel 4.2 telah diberikan nilai  $D_{\min}^2 / \varepsilon$  untuk  $M$ -QAM dengan  $M = 8, 16$  dan  $64$ . Persamaan yang digunakan untuk memperoleh nilai  $D_{\min}^2 / \varepsilon$  untuk 8-QAM berbeda dengan yang digunakan untuk memperoleh nilai  $D_{\min}^2 / \varepsilon$  untuk 16-QAM dan 64-QAM. Hal ini disebabkan pada konstelasi 8-QAM jumlah bit per simbol,  $c$ , adalah ganjil yaitu 3. Sebaliknya untuk konstelasi 16-QAM dan 64-QAM, nilai  $c$  adalah genap yaitu berturut-turut 4 dan 6.

Persamaan untuk memperoleh nilai  $D_{\min}^2 / \varepsilon$  untuk 8-QAM adalah

$$D_{\min}^2 = \frac{2\varepsilon}{2 \log M} \quad (\text{B.1})$$

Menggunakan  $M = 8$ , dari pers. (B.1) diperoleh

$$D_{\min}^2 = \frac{2\varepsilon}{2 \log 8} = \frac{2\varepsilon}{3} \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{D_{\min}^2}{\varepsilon} = \frac{2}{3}$$

Persamaan untuk memperoleh nilai  $D_{\min}^2 / \varepsilon$  untuk 16-QAM dan 64-QAM adalah

$$D_{\min}^2 = \frac{6(2 \log M)\varepsilon}{(M-1)(2 \log M)} \quad (\text{B.3})$$

Untuk 16-QAM,  $M = 16$  maka menggunakan pers. (B.3) diperoleh

$$D_{\min}^2 = \frac{6(2 \log 16)\varepsilon}{(16-1)(2 \log 16)} = \frac{6\varepsilon}{15} \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{D_{\min}^2}{\varepsilon} = \frac{2}{5}$$

Untuk 64-QAM,  $M = 64$  maka menggunakan pers. (B.3) diperoleh

$$D_{\min}^2 = \frac{6(2 \log 64)\varepsilon}{(64-1)(2 \log 64)} = \frac{6\varepsilon}{63} \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{D_{\min}^2}{\varepsilon} = \frac{2}{21}$$

(Lanjutan)



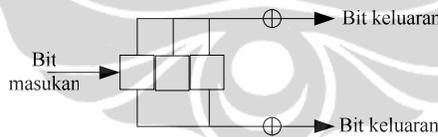
**PEMBUKTIAN KESAMAAN KODE KONVOLUSIONAL *PUNCTURED* KONVENSIONAL DAN KODE KONVOLUSIONAL *PUNCTURED* YANG DIPEROLEH DARI GENERATOR EKIVALEN**

Untuk membuktikan kesamaan antara kode konvolusional *punctured* yang diperoleh dengan cara menghilangkan sebagian bit dari kode konvolusional berlaju  $k/n$  dengan kode konvolusional *punctured* yang diperoleh menggunakan generator ekuivalen terekspansi, akan dilakukan tahapan sebagai berikut:

- I. Pembuatan kode konvolusional secara konvensional, dari kode induk berlaju  $R_c = k/n = 1/2$ . Kode akan di-blok 2 kali hingga menjadi berlaju  $R_c' = 2/4$ . Salah satu bit pada *codeword* yang dihasilkan akan di-*puncture* sehingga menghasilkan  $R_c'' = 2/3$ .
- II. Pembuatan kode berlaju  $R_c''' = 2/3$  dari generator ekuivalen  $G'$
- III. Bandingkan persamaan kode yang diperoleh pada (I) dan (II).

Uraian untuk Tahap I – III di atas adalah seagai berikut.

- I. Generator polinomial yang digunakan untuk menghasilkan  $R_c = 1/2$  diambil dari *best-known code* dengan fungsi  $G(D) = (1+D+D^2 \quad 1+ D^2)$ . Bentuk enkoder diberikan pada Gambar C.1 dan keadaan awal generator adalah (0,0,0). Laju kode yang dihasilkan adalah  $R_c = 1/2$ .



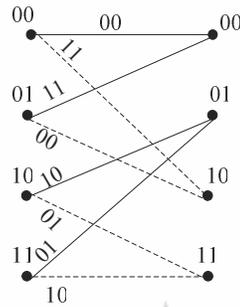
**Gambar C.1 Enkoder  $(1+D+D^2 \quad 1+D^2)$**

Diagram *trellis state* untuk enkoder pada Gambar C.1 ditunjukkan pada Gambar C.2, dan setelah dilakukan *blocking* 2 kali ( $K = 2$ ), diperoleh diagram *trellis* seperti ditunjukkan pada Gambar C.3, dimana kode memiliki laju  $R_c' = 2/4$ .

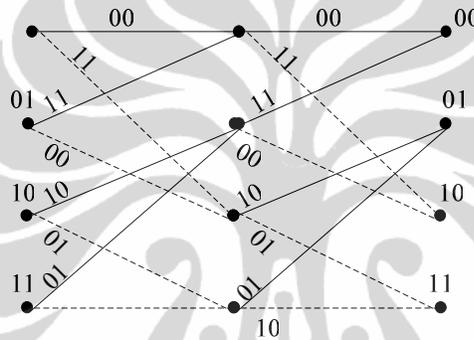
Salah satu bit pada *codeword* akan di-*puncture* menggunakan matriks *puncturing* sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{C.1}$$

sehingga diperoleh kode

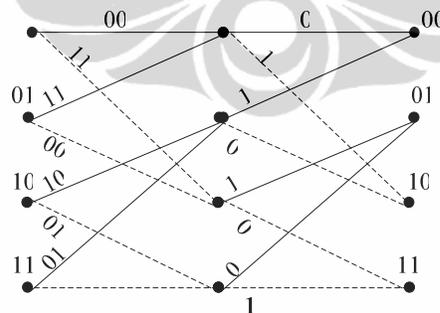


Gambar C.2 Diagram *trellis* untuk enkoder  $(1+D+D^2 \ 1+D^2)$



Gambar C.3 Diagram *trellis* untuk enkoder  $(1+D+D^2 \ 1+D^2)$  dengan *blocking* 2 kali ( $K = 2$ )

Diagram *trellis* yang dihasilkan oleh kode *punctured* diberikan pada Gambar C.4.



Gambar C. 4 Diagram *trellis* untuk kode berlaju  $R_c'' = 2/3$

II) Menggunakan generator polinomial yang sama dengan tahap I yaitu  $G(D) = (1+D+D^2 \ 1+ D^2)$ , dibentuk kode berlaju  $K/nK$  dengan  $K = 2$  dan  $n = 2$ . Generator  $G(D)$  dipecah menjadi  $n$  buah polinomial  $G_i(D)$ ,  $i = 0, \dots, n-1$  sehingga diperoleh  $G_0(D)$  dan  $G_1(D)$ . Masing-masing dari kedua polinomial  $G_0(D)$  dan

$G_1(D)$  akan dipecah kembali menjadi  $K$  buah polinomial. Dari  $G_0(D)$  terbentuk  $G_{ij} = G_{00}$  dan  $G_{01}$  sedangkan dari  $G_1(D)$  akan terbentuk  $G_{ij} = G_{10}$  dan  $G_{11}$ . Elemen anggota dari  $G_{00}$ ,  $G_{01}$ ,  $G_{10}$  dan  $G_{11}$  dapat ditentukan menggunakan persamaan (3.25).

Menggunakan persamaan (3.25) diketahui bahwa

- Elemen dari  $G_{00} = T_{j \bmod n, \lfloor \frac{j}{n} \rfloor - i} = T_{00}$
- Elemen dari  $G_{01} = T_{j \bmod n, \lfloor \frac{j}{n} \rfloor - i} = T_{10}$
- Elemen dari  $G_{10} = DT_{j \bmod n, \lfloor \frac{j}{n} \rfloor - i + K} = DT_{01}$
- Elemen dari  $G_{11} = DT_{j \bmod n, \lfloor \frac{j}{n} \rfloor - i + K} = DT_{11}$

Seluruh elemen tersebut dapat disusun menjadi matriks generator sesuai dengan persamaan (3.26), dengan  $K = 2$  sehingga diperoleh generator terekspansi

$$\begin{aligned}
 G_e &= [Z \times Mat \mid Mat] \\
 &= \left[ \begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ D & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} T_{01} & T_{11} \\ T_{00} & T_{10} \end{bmatrix} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} T_{01} & T_{11} \\ T_{00} & T_{10} \end{array} \right] \\
 &= \begin{bmatrix} T_{00} & T_{10} & T_{01} & T_{11} \\ DT_{01} & DT_{11} & T_{00} & T_{10} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{C.2}$$

Menggunakan matriks *puncturing* seperti diberikan pada (C.1), maka kolom keempat dari  $G_e$  di-*puncture* sehingga diperoleh

$$G' = \begin{bmatrix} T_{00} & T_{10} & T_{01} \\ DT_{01} & DT_{11} & T_{00} \end{bmatrix} \tag{C.3}$$

Untuk menghitung  $T_{ij}$  dan  $DT_{ij}$ , tinjau

$$G_0 = 1 + D + D^2 \tag{C.4a}$$

$$G_1 = 1 + D^2 \tag{C.4b}$$

dan

$$T_{ij} = \sum_{i=0}^{\infty} a_{iP_c+j} D^i \tag{C.5}$$

dimana  $a_i$  adalah koefisien dari elemen-elemen  $G_0$  maupun  $G_1$ . Dari persamaan (C.3) diperoleh

$$\begin{aligned}
 T_{00} &= a_{0,2+0}D^0 + a_{1,2+0}D^1 + a_{2,2+0}D^2 + \dots \\
 &= a_0 + a_2D + a_4D + \dots \\
 &= 1 + D
 \end{aligned}
 \tag{C.6}$$

Dengan cara yang sama diperoleh

$$T_{01} = 1 \tag{C.7}$$

Dari persamaan (C.4) dan dengan cara yang sama dengan yang digunakan untuk menghitung  $T_{00}$  dan  $T_{01}$  diperoleh

$$T_{10} = 1 + D \tag{C.8}$$

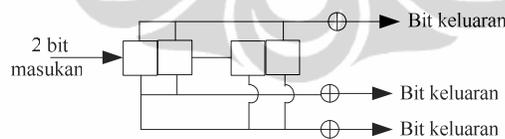
dan

$$T_{11} = 0 \tag{C.9}$$

Substitusi persamaan (C.6) – (C.9) ke persamaan (C.3) menghasilkan generator ekuivalen sebagai berikut

$$G' = \begin{bmatrix} 1+D & 1+D & 1 \\ D & 0 & 1+D \end{bmatrix} \tag{C.10}$$

dimana kolom pertama dari  $G'$  menunjukkan koneksi antara *shift register* ke *summing point* pertama pada enkoder konvolusional ekuivalen, dan kolom kedua dan ketiga berturut-turut menunjukkan koneksi antara *shift register* ke *summing point* kedua dan ketiga pada enkoder konvolusional ekuivalen. Dengan demikian bentuk enkoder yang dihasilkan menggunakan generator ekuivalen pada persamaan (C.10) adalah

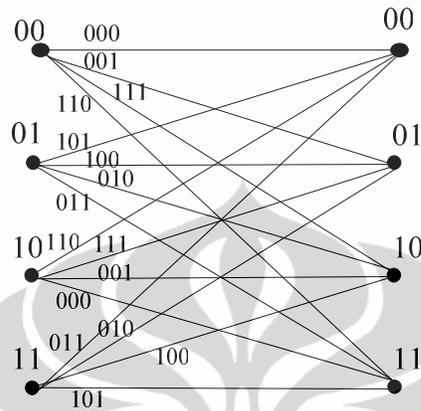


Gambar C.5 Enkoder yang dihasilkan menggunakan  $G'$

Diagram trellis yang dihasilkan dari enkoder pada Gambar C.5 diberikan pada Gambar C.6.

III. Dari perbandingan Gambar C.3 dan C.6 tampak bahwa baik kode yang diperoleh dengan  $G(D)$  lalu di-*puncture* dengan periode  $P_c = 2$  (dimana  $R_c' = 2/4$  yang dihasilkan oleh  $G(D)$  di-*puncture* menjadi  $R_c'' = 2/3$ ) maupun kode yang

diperoleh dari mem-*puncture* generator tereksansi  $G_e$  menjadi  $G'$  dengan periode  $P_c = 2$  (dimana  $R_c' = 2/4$  yang dihasilkan oleh  $G_e$  di-*puncture* menjadi  $R_c''' = 2/3$ ) memiliki jumlah *state* yang sama.



**Gambar C.6** Diagram trellis untuk kode berlaju  $R_c''' = 2/3$

Transisi antar *state* pada Gambar C.5 dan C.6 serta *codeword* yang dihasilkan adalah sama, namun pada Gambar C.5 transisi antar *state* terjadi melewati sebuah *state* tambahan. Hal ini disebabkan pada enkoder yang dibentuk menggunakan  $G(D)$  hanya terdapat satu bit masukan setiap satuan waktu, sedangkan pada enkoder yang dibentuk menggunakan  $G'$  terdapat dua bit masukan pada setiap satuan waktu.

Gambar C.6 dengan demikian menunjukkan representasi *non-punctured* yang ekuivalen dengan kode *punctured* dengan laju  $2/3$ .

**CONTOH PERHITUNGAN PARAMETER KODE RCPC  
MENGUNAKAN KODE KONVOLUSIONAL EKIVALEN**

Misal akan dibentuk sebuah kode berlaju  $R_{c1} = 6/18$  dan  $R_{c2} = 6/12$ , dari kode induk berlaju  $1/3$ . Dengan demikian berarti  $k/n = 1/3$ , dan akan dilakukan *blocking* 6 kali ( $K = 6$ ) sehingga diperoleh  $K/nK = 6/(3)(6) = 6/18$ .

Kode induk memiliki generator polinomial  $G(D) = [133\ 145\ 170]_8$ . Generator terekspansi  $G_e$  akan terdiri dari  $n = 3$  polinomial yang masing-masing kemudian dipecah kembali menjadi  $K = 6$  polinomial, sehingga diperoleh 18 polinomial  $T_{ij}$ . Menggunakan pers. (3.25), diketahui bahwa pada generator terekspansi  $G_e$  akan terdapat pula elemen  $DT_{ij}$  sesuai dengan hasil dari  $n \times i$ .

Untuk memperoleh parameter kode, dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Memecah  $G(D) = [133\ 145\ 170]_8$  atas  $n = 3$  polinomial sehingga diperoleh  $G_0(D)$ ,  $G_1(D)$ , dan  $G_2(D)$  sebagai berikut

$$G_0(D) = 133_8 = 1 + D^2 + D^3 + D^5 + D^6 \quad (D.1)$$

$$G_1(D) = 145_8 = 1 + D + D^4 + D^6 \quad (D.2)$$

$$G_2(D) = 170_8 = 1 + D + D^2 + D^3 \quad (D.3)$$

2. Memecah  $G_0(D)$  menjadi  $K = 6$  polinom  $T_{ij}$  sesuai metode pada [45] sesuai pola sebagai berikut

$$G_0(D) = 1 + D^2 + D^3 + D^5 + D^6 = a_0 D^0 + a_2 D^2 + a_3 D^3 + a_5 D^5 + a_6 D^6 \quad (D.4)$$

Polinomial pertama yang diperoleh adalah  $T_{00}$ , dimana

$$\begin{aligned} T_{00} &= a_{i \cdot p_c + j} D^i \quad i = 0, 1, 2, \dots; j = 0 \\ &= a_{0 \cdot 6 + 0} D^0 + a_{1 \cdot 6 + 0} D^1 + a_{2 \cdot 6 + 0} D^2 + \dots \\ &= a_0 D^0 + a_6 D^1 + a_{12} D^2 + \dots \end{aligned} \quad (D.5)$$

Dari pers. (D.4) diketahui bahwa koefisien maksimum untuk  $G_0(D)$  adalah  $a_6$ , sehingga koefisien  $a_{12}$  dan seterusnya pada pers. (D.5) akan bernilai 0. Dengan demikian diperoleh

$$T_{00} = 1 + D \quad (D.6)$$

Apabila dituliskan dalam notasi oktal akan diperoleh

$$T_{00} = 5_8 \quad (D.7)$$

Dengan cara yang sama diperoleh  $T_{01}$  hingga  $T_{05}$ . Keenam polinomial yang diperoleh dari  $G_0(D)$  diberikan pada Tabel D.1.

Tabel D.1 Polinomial yang Diperoleh Dari Pemecahan  $G_0(D)$

Polinomial dari $G_0(D)$	Nilai (Oktal)
$T_{00}$	5
$T_{01}$	0
$T_{02}$	4
$T_{03}$	4
$T_{04}$	0
$T_{05}$	4

3. Memecah  $G_1(D)$  menjadi  $K = 6$  polinom  $T_{ij}$  sesuai metode pada [45] sesuai pola sebagai berikut

$$G_1(D) = 1 + D + D^4 + D^6 = a_0 D^0 + a_1 D + a_4 D^4 + a_6 D^6 \quad (\text{D.8})$$

Polinomial pertama yang diperoleh adalah  $T_{10}$ , dimana

$$\begin{aligned} T_{10} &= a_{i \cdot p_c + j} D^i \quad i = 0, 1, 2, \dots; j = 0 \\ &= a_{0 \cdot 6 + 0} D^0 + a_{1 \cdot 6 + 0} D^1 + a_{2 \cdot 6 + 0} D^2 + \dots \\ &= a_0 D^0 + a_6 D^1 + a_{12} D^2 + \dots \end{aligned} \quad (\text{D.9})$$

Mengacu pada pers. (D.8) diketahui bahwa koefisien  $a_{12}$  dan seterusnya pada pers. (D.9) akan bernilai 0. Dengan demikian diperoleh

$$T_{10} = 1 + D = 5_8 \quad (\text{D.10})$$

Dengan cara yang sama diperoleh  $T_{11}$  hingga  $T_{15}$ . Keenam polinomial yang diperoleh dari  $G_1(D)$  diberikan pada Tabel D.2.

Tabel D.2 Polinomial yang Diperoleh Dari Pemecahan  $G_1(D)$

Polinomial dari $G_0(D)$	Nilai (Oktal)
$T_{10}$	5
$T_{11}$	4

$T_{12}$	0
$T_{13}$	0
$T_{14}$	4
$T_{15}$	0

4. Memecah  $G_2(D)$  menjadi  $K = 6$  polinom  $T_{ij}$  sesuai metode pada [45] sesuai pola sebagai berikut

$$G_2(D) = 1 + D + D^2 + D^3 = a_0 D^0 + a_1 D + a_2 D^2 + a_3 D^3 \quad (\text{D.11})$$

Polinomial pertama yang diperoleh adalah  $T_{20}$ , dimana

$$\begin{aligned} T_{20} &= a_{i-p_c+j} D^i \quad i = 0, 1, 2, \dots; j = 0 \\ &= a_{0,6+0} D^0 + a_{1,6+0} D^1 + a_{2,6+0} D^2 + \dots \\ &= a_0 D^0 + a_6 D^1 + a_{12} D^2 + \dots \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

Mengacu pada pers. (D.11) diketahui bahwa koefisien  $a_6$  dan seterusnya pada pers. (D.12) akan bernilai 0. Dengan demikian diperoleh

$$T_{20} = 1 = 4_8 \quad (\text{D.13})$$

Dengan cara yang sama diperoleh  $T_{21}$  hingga  $T_{25}$ . Keenam polinomial yang diperoleh dari  $G_2(D)$  diberikan pada Tabel D.3.

Tabel D.3 Polinomial yang Diperoleh Dari Pemecahan  $G_1(D)$

Polinomial dari $G_0(D)$	Nilai (Okta)
$T_{20}$	4
$T_{21}$	4
$T_{22}$	4
$T_{23}$	4
$T_{24}$	0
$T_{25}$	0

5. Menggunakan Tabel D.1 hingga D.3, diperoleh nilai-nilai  $DT_{ij}$  sebagai berikut

Tabel D.4 Nilai  $DT_{ij}$  yang diperoleh dari  $G_0(D)$ ,  $G_1(D)$ ,  $G_2(D)$ 

Polinomial dari $G_0(D)$	Nilai (Oktal)
$DT_{00}$	Tidak diperlukan
$DT_{01}$	0
$DT_{02}$	2
$DT_{03}$	2
$DT_{04}$	0
$DT_{05}$	2
$DT_{10}$	Tidak diperlukan
$DT_{11}$	2
$DT_{12}$	0
$DT_{13}$	0
$DT_{14}$	2
$DT_{15}$	0
$DT_{20}$	Tidak diperlukan
$DT_{21}$	2
$DT_{22}$	2
$DT_{23}$	2
$DT_{24}$	0
$DT_{25}$	0

6. Seluruh elemen polinomial yang telah ditentukan di atas disusun dalam bentuk matriks sesuai pers. 3.26, sehingga diperoleh  $G_e$  sebagai berikut

$$G_e = \begin{bmatrix} T_{00} & T_{10} & T_{20} & T_{01} & T_{11} & T_{21} & T_{02} & T_{12} & T_{22} & T_{03} & T_{13} & T_{23} & T_{04} & T_{14} & T_{24} & T_{05} & T_{15} & T_{25} \\ DT_{05} & DT_{15} & DT_{25} & T_{00} & T_{10} & T_{20} & T_{01} & T_{11} & T_{21} & T_{02} & T_{12} & T_{22} & T_{03} & T_{13} & T_{23} & T_{04} & T_{14} & T_{24} \\ DT_{04} & DT_{14} & DT_{24} & DT_{05} & DT_{15} & DT_{25} & T_{00} & T_{10} & T_{20} & T_{01} & T_{11} & T_{21} & T_{02} & T_{12} & T_{22} & T_{03} & T_{13} & T_{23} \\ DT_{03} & DT_{13} & DT_{23} & DT_{04} & DT_{14} & DT_{24} & DT_{05} & DT_{15} & DT_{25} & T_{00} & T_{10} & T_{20} & T_{01} & T_{11} & T_{21} & T_{02} & T_{12} & T_{22} \\ DT_{02} & DT_{12} & DT_{22} & DT_{03} & DT_{13} & DT_{23} & DT_{04} & DT_{14} & DT_{24} & DT_{05} & DT_{15} & DT_{25} & T_{00} & T_{10} & T_{20} & T_{01} & T_{11} & T_{21} \\ DT_{01} & DT_{11} & DT_{21} & DT_{02} & DT_{12} & DT_{22} & DT_{03} & DT_{13} & DT_{23} & DT_{04} & DT_{14} & DT_{24} & DT_{05} & DT_{15} & DT_{25} & T_{00} & T_{10} & T_{20} \end{bmatrix}$$

(D.14)

7. Setiap elemen pada matriks  $G_e$  pada pers. D.14 kemudian disubstitusi dengan nilai masing-masing seperti terdapat pada Tabel D.1 – D.4. Matriks  $G_e$  menghasilkan generator kode konvolusional ekuivalen dengan  $R_{c1} = 6/18$ .
8. Pada langkah terakhir, kolom-kolom pada matriks  $G_e$  dihapus sesuai dengan pola *puncturing* pada matriks *puncturing* yang digunakan enkoder. Sebagai contoh, bila digunakan matriks *puncturing* sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

maka kolom ke-1, 4, 7, 10, 13, dan 16 akan dihapus dari  $G_e$  sehingga dihasilkan generator kode konvolusional ekuivalen dengan  $R_{c2} = 6/12$ , sebagai berikut

$$G' = \begin{bmatrix} T_{10} & T_{20} & T_{11} & T_{21} & T_{12} & T_{22} & T_{13} & T_{23} & T_{14} & T_{24} & T_{15} & T_{25} \\ DT_{15} & DT_{25} & T_{10} & T_{20} & T_{11} & T_{21} & T_{12} & T_{22} & T_{13} & T_{23} & T_{14} & T_{24} \\ DT_{14} & DT_{24} & DT_{15} & DT_{25} & T_{10} & T_{20} & T_{11} & T_{21} & T_{12} & T_{22} & T_{13} & T_{23} \\ DT_{13} & DT_{23} & DT_{14} & DT_{24} & DT_{15} & DT_{25} & T_{10} & T_{20} & T_{11} & T_{21} & T_{12} & T_{22} \\ DT_{12} & DT_{22} & DT_{13} & DT_{23} & DT_{14} & DT_{24} & DT_{15} & DT_{25} & T_{10} & T_{20} & T_{11} & T_{21} \\ DT_{11} & DT_{21} & DT_{12} & DT_{22} & DT_{13} & DT_{23} & DT_{14} & DT_{24} & DT_{15} & DT_{25} & T_{10} & T_{20} \end{bmatrix} \quad (D.15)$$