



UNIVERSITAS INDONESIA

**ANALISIS FRAKTAL PADA PROSES *FINGERING*
ALIRAN CELAH SEMPIT FLUIDA NON-NEWTONIAN
DENGAN DAN TANPA GRADIEN TEMPERATUR**

SKRIPSI

**DANANG EKA PERMANA
0606073026**

**FAKULTAS TEKNIK
DEPARTEMEN TEKNIK MESIN
DEPOK
JULI 2010**



UNIVERSITAS INDONESIA

**ANALISIS FRAKTAL PADA PROSES *FINGERING*
ALIRAN CELAH SEMPIT FLUIDA NON-NEWTONIAN
DENGAN DAN TANPA GRADIEN TEMPERATUR**

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik

**DANANG EKA PERMANA
0606073026**

**FAKULTAS TEKNIK
DEPARTEMEN TEKNIK MESIN
DEPOK
JULI 2010**

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

**Skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar**

Nama : Danang Eka Permana

NPM : 0606073026

Tanda tangan :

Tanggal : 12 Juli 2010

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh :
Nama : Danang Eka Permana
NPM : 0606073026
Program Studi : Teknik Mesin
Judul Skripsi : Analisis Fraktal pada Proses *Fingering* Aliran
Celah Sempit Fluida non-Newtonian Dengan dan
Tanpa Gradien Temperatur

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik pada Program Studi Teknik Mesin Fakultas Teknik, Universitas Indonesia

DEWAN PENGUJI

Pembimbing : Dr. Ir. Harinaldi, M.Eng ()
Sekertaris : Ardiyansyah S.T., M.eng ()
Anggota : Dr. Ir. Warjito, M.Eng ()
Anggota : Dr. Ir. Engkos A. Kosasih M.T. ()

Ditetapkan di : Depok

Tanggal : 12 Juli 2010

UCAPAN TERIMA KASIH

Assalamu 'alaikum Wr. Wb.

Tiada daya dan upaya melainkan dari hadirat-Mu yang Maha Tinggi lagi Maha Besar. Dan tiada ilmu bagiku melainkan apa yang Engkau ajarkan padaku. Segala puji bagi-Mu, Tuhan seru sekalian alam, atas berkat, rahmat dan bimbingan-Mu, saya dapat menyelesaikan skripsi ini.

Saya menyadari bahwa tanpa bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak, dari masa perkuliahan sampai pada penyusunan skripsi ini, tentunya sangatlah sulit bagi saya untuk menyelesaikan skripsi ini. Untuk itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak, antara lain:

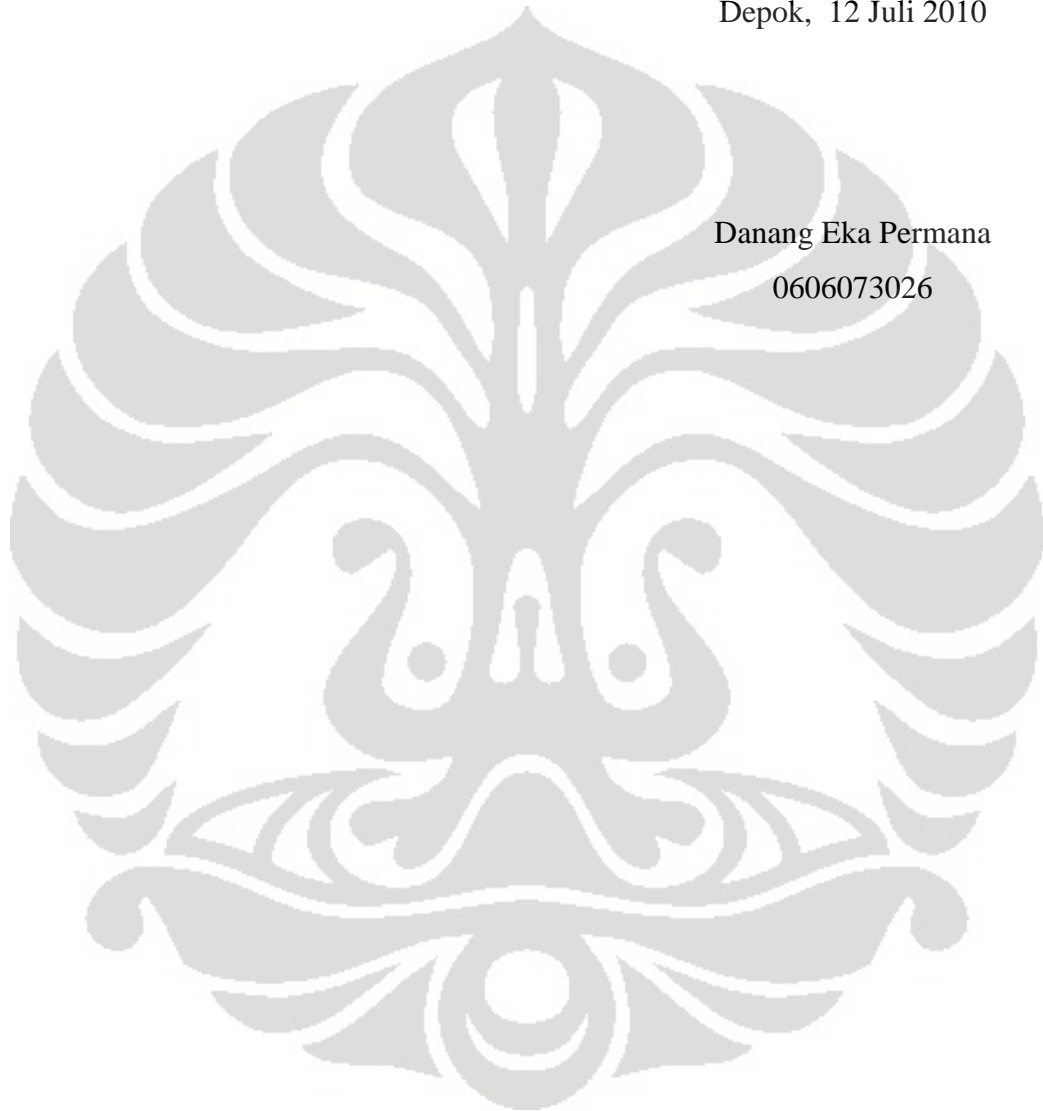
1. Bapak Dr. Ir. Harinaldi, M.Eng. selaku pembimbing skripsi dan ketua Departemen Teknik Mesin yang telah banyak meluangkan waktu, tenaga, dan pikiran untuk membimbing penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Dr. -Ing. Ir. Nasruddin M.Eng. selaku Pembimbing Akademis penulis dan dosen-dosen Departemen Teknik Mesin yang telah mengajarkan kami berbagai pengetahuan di bidang ini.
3. Ibu, Bapak dan adik saya tercinta beserta keluarga besar yang telah memberikan kasih sayang, doa, dan dukungan yang tidak terhingga baik moril dan materiil kepada penulis.
4. R.Achmad Farid, Danal Arfad, Priya Nugraha, R.Achmad Fachri, Lintang Martulesy, Nursanty Elisabeth, Martha Indah, Rikko Defriadi, Dipo Andika, Anggariawan dan Edwin Waskito serta teman-teman lain yang telah memberikan dukungannya agar penulis tetap semangat menyelesaikan skripsi ini.
5. Serta semua pihak yang tidak dapat disebutkan di sini, terima kasih atas bantuan dan dukungannya.

Akhir kata, saya berharap Allah SWT berkenan membalas segala kebaikan semua pihak yang telah membantu. Semoga skripsi ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu khususnya di bidang mekanika fluida.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Depok, 12 Juli 2010

Danang Eka Permana
0606073026



**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
SKRIPSI UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Danang Eka Permana
NPM : 0606073026
Program studi : Teknik Mesin
Departemen : Teknik Mesin
Fakultas : Teknik
Jenis karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia, **Hak Bebas Royalti Noneksklusif** (*Non-exclusive Royalty Free Right*) atas karya ilmiah saya yang berjudul:

**Analisis Fraktal pada Proses Fingering
Aliran Celah Sempit Fluida Non-Newtonian
Dengan dan Tanpa Gradian Temperatur**

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalih media/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok
Pada tanggal : 12 Juli 2010
Yang menyatakan

(Danang Eka Permana)

ABSTRAK

Nama : Danang Eka Permana
Program Studi : Teknik Mesin
Judul : Analisis Fraktal pada Proses *Fingering* Aliran Celah Sempit
Fluida Non-Newtonian Dengan dan Tanpa Gradien Temperatur

Fraktal adalah penggalan sebuah bentuk geometri yang bisa dibagi lagi menjadi bagian-bagian. Setiap bagian tersebut akan terlihat mirip dengan bentuk keseluruhannya. Derajat dari batas penggalan suatu fraktal disebut dimensi fraktal. Fraktal mempunyai tiga tingkat keserupaandiri: serupa diri secara persis, lemah dan statistic. Metode-metode yang dapat digunakan untuk penghitungan dimensi fraktal dapat digunakan: Metode Segitiga Planar, *Covering Blanket*, *Flat Structuring Element* dan *Box-Counting*. Aplikasi dari Fraktal analisis dapat digunakan dalam penentuan kualitas resapan bahan berserat. Pada penelitian ini analisis fraktal digunakan pada proses *fingering* yang terjadi pada aliran celah sempit dengan fluida non-Newtonian dengan divariasikan pada lebar celah (b), sudut kemiringan (α), dan jarak *heater* (dT/dx). Dengan menggunakan *software* MATLAB akan didapatkan nilai dimensi fraktal (D_f) yang digunakan untuk menganalisa data penelitian yang telah dilakukan. Hasil dari penelitian ini dihasilkan pola aliran karakteristik pada fluida non-Newtonian dimana nilai dimensi fraktal menunjukkan pertumbuhan *fingering* yang terjadi pada waktu spesifik tertentu. Pada gradien negatif ($dT/dx < 0$) pertumbuhan fluida terjadi dengan cepat diikuti oleh pertumbuhan fluida pada gradien positif ($dT/dx > 0$) dan tanpa gradien ($dT/dx = 0$). Selain itu didapatkan bahwa perbedaan sudut kemiringan dan lebar celah tidak mempengaruhi karakteristik fluida. Nilai t/t^* terletak pada range 0.25 – 3.5 dan nilai D_f terletak pada 0.8 – 2. Viskositas fluida menurun ketika terjadi kenaikan temperatur dan keduanya berpengaruh terhadap meningkatnya dimensi fraktal (D_f). Karakteristik fluida non-Newtonian dan Newtonian berbeda. Dengan melihat perbandingan antara dimensi fraktal (D_f) dan t/t^* , pada penelitian ini diperoleh nilai maksimal pada fluida non Newtonian $t/t^* = 3.5$ sedangkan pada fluida Newtonian mencapai $t/t^* = 10$ pada nilai D_f yang sama.

Kata Kunci:

Dimensi Fraktal (D_f), Fraktal, Viskositas, *Fingering*, Non-Newtonian, Sudut Kemiringan (α), Gradien Temperatur, Lebar Celah (b), Jarak *heater* (dT/dx)

ABSTRACT

Name : Danang Eka Permana
Study Program : Mechanical Engineering
Title : Fractal Analysis of *Fingering* Process in a Non-Newtonian Fluid Flow Through a Narrow Gap With and Without Temperature Gradient

Fractal geometry is a fragment of a form which can be subdivided into parts. Each section will look similar (at least approximately) overall shape. Degrees from the boundary of a fractal fragment is called fractal dimension. Fractal self-similarity has three levels: self-similar precisely, weak and statistics. The methods can be used for the calculation of fractal dimension can be used: Method of Planar Triangle, Covering Blanket, Flat Structuring Element and Box-Counting. Application of Fractal analysis can be used in determining the quality of absorbing fibrous material. In this study, fractal analysis is used to fingering processes that occurred in the narrow gap flow with non-Newtonian fluid with variation in gap width (b), inclination angle (α), and the distance between heater (dT / dx). By using MATLAB to obtain the fractal dimension (D_f) used to analyze the research undertaken. Results from this study resulted in the flow pattern characteristic of non-Newtonian fluid in which the value of fractal dimension shows the growth of fingering which occurs at a specific time. On the negative gradient ($dT / dx < 0$) the growth of fluid occurs rapidly followed by a positive gradient ($dT / dx > 0$) and without a gradient ($dT / dx = 0$). In addition it was found that the difference angle and width of the gap does not affect the characteristics of the fluid. The value of t / t^* lies in the 0.25 range - 3.5 and D_f value lies in the 0.8 - 2. Inversely proportional to fluid viscosity decreases with increasing temperature and is associated with increasing the fractal dimension (D_f). Characteristics of Newtonian and non Newtonian fluids are different. By comparison between fractal dimension (D_f) and t / t^* , a maximum value in this study non-Newtonian fluid was obtained at the $t / t^* = 3.5$, while in Newtonian fluids can reach the $t / t^* = 10$ at the same value of D_f .

Keyword:

Fractal Dimension (D_f), Fractal, Viscosities, *Fingering*, Non-Newtonian, Inclination Angel (α), Temperature Gradient, gap width (b), distance between heater (dT/dx), time spesific (t/t^*)

DAFTAR ISI

UNIVERSITAS INDONESIA	i
UNIVERSITAS INDONESIA	ii
HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
UCAPAN TERIMA KASIH	iv
HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI	vi
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	4
1.3 Batasan Masalah.....	4
1.4 Metodologi Penelitian	5
1.5 Sistematika Penulisan.....	5
BAB 2 DASAR TEORI	7
2.1 History	7
2.2 Karakteristik Aliran pada Fluida	8
2.2.1 Aliran Berotasi dan Tak-Berotasi.....	8
2.2.2 Karakteristik Aliran Tak-Berotasi pada <i>Hele-Shaw</i>	10
2.3 Tinjauan Pustaka	13
2.4 Analisis Fraktal.....	21
2.4.1 Geometri Fraktal	21
2.4.2 Aplikasi Analisis Fraktal.....	23
2.5 Dimensi Fraktal	25
2.5.1 Metode Segitiga Planar	26
2.5.2 Metode Covering Blanket	27
2.5.3 Metode Flat Structuring Element	28
2.5.4 Metode Box-Counting.....	29

BAB 3 PERALATAN DAN PROSEDUR PENELITIAN	32
3.1 Pengukuran Viskositas	32
3.1.1 Deskripsi Alat	32
3.1.2 Prosedur Pengukuran	33
3.1.3 Hasil Pengukuran	34
3.2 Pengujian Fluida Pada Hele Shaw Apparatus	35
3.2.1 Deskripsi Alat Hele Shaw Apparatus.....	35
3.2.2 Peralatan Pengujian	36
3.2.3 Skema Pengujian.....	39
3.2.4 Prosedur Pengujian	39
3.3 Metode Penelitian.....	44
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN.....	45
4.1 Hasil.....	46
4.2 Pembahasan	56
BAB 5 KESIMPULAN	61
DAFTAR PUSTAKA.....	62
LAMPIRAN.....	64

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2-1 Kecepatan Sudut dan Laju Regangan Dua Garis Fluida	9
Gambar 2-2 Pola Fingering Aliran Viskos	11
Gambar 2-3 Definisi dari Gelombang	13
Gambar 2-4 Flow Front <i>Fingering</i> Campuran PAA	15
Gambar 2-5 Fingering yang terjadi saat air diinjeksikan ke dalam sirup jagung	15
Gambar 2-6 Hasil Simulasi Larutan Anisotrop	16
Gambar 2-7 Skema Pengujian pada Lifting Hele Shaw Cell	18
Gambar 2-8 Stuktur Kerja Long Helle-Shaw Cell	19
Gambar 2-9 Experimental Setup 2D Random Model dengan Media Berpori	19
Gambar 2-10 Experimental Setup Flow System	20
Gambar 2-11 Fraktal Mandelbrot	22
Gambar 2-12 Contoh Fraktal	22
Gambar 2-13 Fraktal	23
Gambar 2-14 Contoh Lain Fraktal Dynamics pada Saat Manusia Berjalan	24
Gambar 2-15 Fraktal Julia	26
Gambar 3-1 Susunan Alat Pengukuran Viskositas	34
Gambar 3-2 Hele Shaw Appartus	36
Gambar 3-3 Skema Pengujian pada Hele Shaw Apparatus	39
Gambar 3-4 Wilayah Gangguan θ	41
Gambar 3-5 Pemotongan Gambar untuk Dijadikan m-file pada MATLAB	42
Gambar 3-6 Contoh m-File Fungsi-Fungsi Metode Box-Counting	43
Gambar 3-7 Skema Perhitungan Dimensi Fraktal dengan MATLAB	43
Gambar 4-1 Contoh Pola aliran yang didapat dari percobaan	45
Gambar 4-2 Contoh pengambilan gambar pada fluida uji dengan $\alpha = 15^\circ$	46
Gambar 4-3 Contoh grafik hubungan skala waktu dan skala dimensi fraktal	51
Gambar 4-4 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi fraktal pada berbagai variasi sudut kemiringan plat kaca dengan gradient temperatur positif	51

gambar 4-5 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi fraktal pada berbagai variasi sudut kemiringan plat kaca dengan gradient temperatur negatif	52
Gambar 4-6 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi faktal pada berbagai variasi lebar celah plat kaca	53
Gambar 4-7 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi faktal pada berbagai variasi lebar celah plat kaca	53
Gambar 4-8 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi faktal pada berbagai variasi jarak <i>heater</i>	54
Gambar 4-9 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi faktal pada berbagai variasi jarak <i>heater</i>	54
Gambar 4-10 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi fraktal pada fluida uji ; $b=1,5$ dan $\alpha=15^\circ$ dengan gradien temperatur positif dan negative	55
Gambar 4-11 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi fraktal pada fluida uji ; $b = 1,5$ dan $dT/dx = 0$	56
Gambar 4-12 Kemungkinan pola aliran yang terjadi pada celah sempit	58
Gambar 4-13 Perbandingan antara fluida Newtonian dengan fluida non-Newtonian	59

DAFTAR TABEL

Table 3-1 Hasil pengukuran viskositas dengan konsentrasi HDPE 2,2 %	34
Table 3-2 Hasil pengukuran viskositas dengan konsentrasi HDPE 1%	35
Table 4-1 Hasil Perhitungan Nilai-Nilai t/t^* dan Dimensi Fraktal	48



DAFTAR SIMBOL

Simbol	Arti	Satuan
ρ	massa jenis fluida	kg/m ³
μ	viskositas dinamik	N.s/m ² = Pa.S
σ	tegangan permukaan	N/m
t	waktu	detik
l^*	skala panjang	m
t^*	normalisasi waktu	detik
g	gravitasi	m/s ²
$b=h$	jarak celah	mm
α	sudut kemiringan plat	⁰ (derajat)
$\hat{\theta}$	tinggi gelombang maksimal	cm
y	tinggi gelombang	cm
Σl_i	panjang gelombang (udara)	cm
ω	kecepatan sudut	rad/s
∂u	perubahan kecepatan pada sumbu $-x$	m/s
∂v	perubahan kecepatan pada sumbu $-y$	m/s
∂w	perubahan kecepatan pada sumbu $-z$	m/s
$\partial x, \partial y, \partial z$	perubahan jarak sumbu $-x, -y,$ dan $-z$	m
φ	potensial kecepatan	
$\frac{\partial p}{\partial x}$	perubahan gradient tekanan	N/m ²
D_f	dimensi fraktal	
$\frac{dT}{dx}$	perubahan gradien temperatur	⁰ C/cm

BAB 1 PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Di akhir abad yang lalu Henry Hele-Shaw mengemukakan sebuah sistem untuk mempelajari aliran lapisan-tipis dalam suatu celah yang terbuat dari dua bahan yang transparan, plat paralel dipisahkan oleh jarak yang tipis (Hele Shaw 1898). Di tahun 50-an, Taylor menunjukkan bahwa alat ini bisa digunakan untuk mempelajari aliran minyak yang terjebak dalam sebuah reservoir ketika air diinjeksikan untuk memindahkan minyak tersebut (Saffman dan Taylor 1958). Ketika fluida dipindahkan oleh fluida lain yang memiliki viskositas lebih tinggi di dalam sebuah media serapan, permukaan yang saling berhubungan diantara fluida tersebut biasanya tidak stabil dan bisa memberikan struktur menarik (*fingers*) yang meningkat yang mungkin menunjukkan beberapa karakteristik fraktal (Chen and Wilkinson 1985).

Dimensi fraktal adalah salah satu cara yang telah digunakan untuk menggambarkan secara acak suatu geometri, termasuk porositas (Hddgen et al, 1997), aggregates formed in different fluid mechanical environments (Logan dan Kilps, 1995), dan karakterisasi pengolahan air limbah sistem (Bellouti et al, 1997). Dimensi fraktal digunakan dalam penelitian ini untuk mengkarakterisasi gangguan yang terjadi pada fluida (non-Newtonian) dalam kondisi aliran fluida yang berbeda (udara).

Ketika satu usaha dalam menggunakan fluida berviskositas rendah (seperti air) untuk mendorong fluida dengan viskositas lebih tinggi (seperti oli), maka akan muncul fenomena ketidakstabilan fluida yang disebut ‘ketidakstabilan *viscous fingering*’ dimana fluida berviskositas rendah membentuk karakteristik *finger* yang menerobos fluida dengan viskositas lebih tinggi. Hal ini dilakukan untuk memperjelas ketertarikan terhadap peningkatan pengendalian minyak/oli dengan menggenangi air, dan praktek aplikasi lainnya. Fenomena ini merupakan daya tarik dasar yang penting dan belum dimengerti sampai sekarang. Fenomena

tersebut dipelajari oleh Johann Nittmann dkk dalam artikelnya yang berjudul “*Fractal Growth of Viscous Fingers*”. Bersama kawan-kawannya, Johann Nittmann mempelajari fenomena ini secara detail di laboratorium dengan menggunakan sel Hele Shaw yang merupakan sepasang plat transparan yang terpisah dengan jarak 0,5 mm. Celah antara plat tersebut diisi dengan fluida dengan viskositas tinggi dan fluida dengan viskositas lebih rendah.

Sel Hele Shaw menetapkan model yang dapat diakses dengan mudah pada sebuah fenomena fisik sebagai aliran dua dimensi pada media *porous* (serapan) dan proses manufaktur dari injeksi *moulding* (cetakan). Dalam kasus yang terdahulu, dapat dibuat sebuah model karakteristik aliran media serapan di dalam dan sekitar sumur minyak. Dalam jurnalnya yang berjudul “*Numerical Solution of Hele Shaw Flows Driven by a Quadrupole*”, E. D. Kelly dan E. J. Hinch menjelaskan bahwa motivasi awal dari penelitian ini berkenaan dengan permasalahan yang dihadapi dengan teknik utama dalam pengendalian minyak. Metode ini meliputi pemompaan air melalui batu resapan pada sebuah lapangan minyak, dengan sasaran untuk mengeluarkan residu minyak yang tersisa setelah teknik ekstraksi awal selesai dilakukan. Sayangnya, diketahui bahwa ada minyak yang tertinggal di dasar dalam jumlah yang banyak ketika air muncul dari sumur produksi. Hasil ini dipercaya menjadi bagian yang sepadan untuk ketidakstabilan *fingering* dari titik temu minyak-air serupa dengan ketidakstabilan Saffman-Taylor (1958).

Model Hele-Shaw akan berguna dalam mempelajari pemberian gaya kepada polymer untuk dimasukkan ke dalam cetakan dengan bentuk yang diinginkan yang kemudian dibiarkan memadat seperti dalam kasus injeksi pencetakan. Dalam jangka waktu yang ditentukan akan memodelkan efek dari penginjeksian lelehan plastik pada sebuah poin di salah satu permukaannya, sebuah teknik yang seringkali digunakan untuk membantu mengurangi sebisa mungkin tekanan tinggi yang dibutuhkan dalam pemberian gaya. Untuk mengisi cetakan secara utuh, semua udara harus dikeluarkan melalui lubang udara dalam daerah yang terakhir diisi. Model Hele-Shaw bisa digunakan untuk memprediksi lokasi dari daerah tersebut, meskipun analisis awalnya hanya berupa asumsi dan penyederhanaan yang bisa dibuat.

Mekanisme *fingering* Hele-Shaw juga sesuai dengan keserupaan bentuk dan pertumbuhan gangguan lembaran *finger* pada formulasi geologi (Pollard *et al.*, 1975). Pemikiran bahwa itu semua dapat dipakai untuk sel Hele Shaw juga untuk meningkatkan pemahaman tentang matematika dan fisika dari permasalahan ini.

Mengacu pada fenomena tersebut dilakukan penelitian yang bersifat *engineering science* yang merupakan kelanjutan dari penelitian saudara Nidhom Asy'ari, dimana sebelumnya dipakai fluida Newtonian sebagai bahan alir, namun sekarang, guna lebih mendekati hasil pada keadaan yang sesungguhnya, digunakan fluida non-Newtonian sebagai bahan alir. Meskipun begitu, percobaan yang melibatkan fluida non Newtonian dunia industri seperti *liquid crystal*, ataupun bahan polimer belum dapat kami lakukan mengingat terbatasnya sumber daya yang ada.

Pada penelitian sebelumnya didapatkan kesimpulan bahwa gradient temperatur (baik yang positif atau yang negatif) dan sifat sifat dari fluida mempengaruhi pola aliran fluida dengan jarak celah dan kemiringan sudut tertentu. Oleh karena itu penulis ingin mengetahui adakah perbedaan pola aliran pada fluida non-Newtonian jika dilewatkan pada keadaan yang sama dengan penelitian sebelumnya

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah

1. Untuk mengamati karakteristik dimensi fraktal dari aliran tak-berotasi pada *Hele Shaw Apparatus* yang melewati medan yang memiliki gradien temperatur.
2. Untuk mengetahui sejauh mana pengaruh parameter-parameter yang digunakan, seperti variasi spasi *heater*, variasi lebar celah dan variasi kemiringan sudut aliran.

Penelitian yang dilakukan menggunakan metode analisis secara fraktal.

1.3 Batasan Masalah

Penelitian ini dilakukan dalam kondisi sebagai berikut:

1. Aliran yang terjadi dipengaruhi oleh perbedaan temperatur antar heater dan gaya gravitasi terhadap fluida yang mengalir diantara dua plat kaca yang sejajar dan memiliki lebar celah tertentu.
2. Alat yang dibuat hanya digunakan untuk melakukan penelitian mengenai karakteristik aliran Hele Shaw pada medan dengan gradien temperatur.
3. Penelitian dilakukan tanpa adanya reaksi kimia.
4. Fluida cair yang diuji adalah fluida campuran Oli SAE 20W-50 dengan *High density Polyethylene* 1 %
5. Variasi sudut plat yang digunakan adalah 15° , 45° , 75° , dengan referensi 0° pada bidang horizontal.
6. Variasi spasi *heater* yang digunakan adalah 2 cm, 5 cm, dan 8 cm.
7. Variasi celah antara kedua plat mulai dari 0,8 mm, 1,2 mm, dan 1,5 mm.
8. Satuan yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah Standar Internasional (SI).
9. Pengambilan data visualisasi pada hasil visualisasi menggunakan skala sentimeter blok.
10. Aliran yang terjadi diasumsikan aliran satu dimensi.
11. Pada perhitungan waktu spesifik

1.4 Metodologi Penelitian

Metodologi penelitian yang akan dilakukan adalah sebagai berikut :

1. Melakukan studi literature sesuai dengan pokok bahasan yaitu aliran tak-berotasi.
2. Merancang alat uji yang dinamakan *Hele Shaw Apparatus*
3. Membuat fluida uji dengan mencampurkan HDPE sebanyak satu persen berat minyak pelumas SAE 20W-50
4. Membangun *Helle-Shaw Apparatus* dan memasang alat ukur berupa millimeter pada plat kaca bagian depan, empat buah heater beserta *PID controller* sebagai pengontrolnya, busur derajat, dan sebuah *camera recorder* pada alat ini.
5. Melakukan percobaan dengan menggunakan fluida minyak pelumas, pada berbagai variasi sudut, perbedaan ketebalan celah kedua plat kaca sejajar dan jarak *heater*.
6. Melakukan perhitungan dan analisis fraktal terhadap hasil percobaan.

Penelitian ini merupakan penelitian lanjutan. Tahapan yang dilakukan dalam skripsi ini adalah analisis fraktal.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan laporan penelitian, disusun berdasarkan format berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Berisi latar belakang, perumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, metode penelitian dan sistematika penulisan dari penelitian.

BAB II DASAR TEORI

Berisi penjabaran dari teori dasar yang digunakan untuk mendukung penelitian.

BAB III PERALATAN DAN PROSEDUR PENELITIAN

Berisi tentang rincian peralatan yang digunakan selama berlangsungnya penelitian, dan penjelasan mengenai cara kerja alat beserta komponennya. Di samping itu, dikemukakan juga prosedur pengambilan data serta metode penelitian yang dilakukan.

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Berisi pengolahan data mentah yang kemudian dipresentasikan dalam bentuk kurva beserta analisis hasil penelitian yang dilakukan.

BAB V KESIMPULAN

Merupakan kesimpulan dari seluruh rangkaian proses penelitian yang dilakukan.



BAB 2 DASAR TEORI

2.1 History

Aliran dalam celah berpori merupakan masalah ilmiah yang sangat menantang dalam kepentingan teknologi. Meskipun kekentalan fluida pada suatu keadaan dimana syarat konvektif nonlinier dalam persamaan gerak yang diabaikan, kesulitan matematika yang disebabkan oleh keacakan dan kekacauan struktur membuat teori dasar sulit dibuat. Selain itu, percobaan sulit karena tidak mudah untuk melihat ke dalam medium berpori atau tahu persis posisi dari pengukuran. Kesulitan ini masih diperparah ketika fluida tidak homogen. Untuk kasus dua cairan tidak saling larut, ditambah ukuran mikroskopis dan makroskopis permukaan celah membuat masalah menjadi lebih sulit.

Pada sekitar tahun 1956, Sir Geoffrey Taylor mengunjungi Humble Oil Company dan tertarik pada masalah-masalah aliran dua-fasa dalam media berpori. Dia berhasil menemukan ketidakstabilan makroskopik yang dapat muncul ketika fluida yang kurang viscous mengisi fluida yang lebih viscous dan yang setidaknya dapat mengambil second recovery dari ladang minyak dengan proses coneing. Dia juga menyadari bahwa aliran dua dimensi dalam media berpori dimodelkan oleh aliran dalam Hele-Shaw (1898) yang terdiri dari aparat dua pelat sejajar datar dipisahkan oleh celah kecil b . Kemudian nilai velocity u dari viscous fluid pada celah sempit berkaitan dengan tekanan p dengan rumus

$$u = -\frac{b^2}{12\mu} \text{grad } p, \quad \text{div } u = 0$$

Dimana μ adalah viskositas fluida. Hal ini serupa dengan Darcy's law pada aliran dalam celah berpori dengan $b^2/12$.

Fenomena gerak interfacial antara dua fluida dengan viskositas yang berbeda bercampur pada celah sempit antara dua plat paralel (Hele-Shaw cell) sangat diperlukan dan dipertimbangkan. Aliran ini sangat menarik untuk dibahas karena berhubungan dengan pemilihan pola mekanikal dan pembentukan struktur fraktal dalam sejumlah aplikasi mekanikal. Perhatian tertuju pada konsentrasi dari *finger* yang disebabkan dari ketidakstabilan dari fluida yang kurang viscous

mendorong/menyusup ke fluida yang lebih viscous. Masalah ini ditinjau dan diprogres dari masalah tiga puluh tahun yang lalu mengenai penjelasan bentuk dan kestabilan dari *finger*. Paradox dan kontroversi terjadi pada penjelasan matematik da penjelasan fisik dari finger tersebut. Hasil teoritis pada struktur dan kestabilan dari bentuk benda disajikan pada suatu formulasi tertentu dengan kondisi batas pada interface dan dibandingkan dengan fenomena sewaktu eksperimental.

2.2 Karakteristik Aliran pada Fluida

Aliran dapat diklasifikasikan dalam banyak cara seperti aliran laminar (*laminar flow*), aliran turbulen (*turbulen flow*), aliran adiabatik (*adiabatic flow*), aliran isentropik (*isentropic flow*), aliran stedi/tunak (*steady flow*), aliran takstedi/taktunak (*ansteady flow*); aliran seragam (*uniform flow*), aliran takseragam (*nonuniform flow*); aliran rotasi (*rotational flow*), aliran takberotasi (*irrotational flow*), aliran satu dimensi (*one dimensional flow*), aliran dua dimensi (*two dimensional flow*), dan aliran tiga dimensi (*three dimensional flow*).

2.2.1 Aliran Berotasi dan Tak-Berotasi

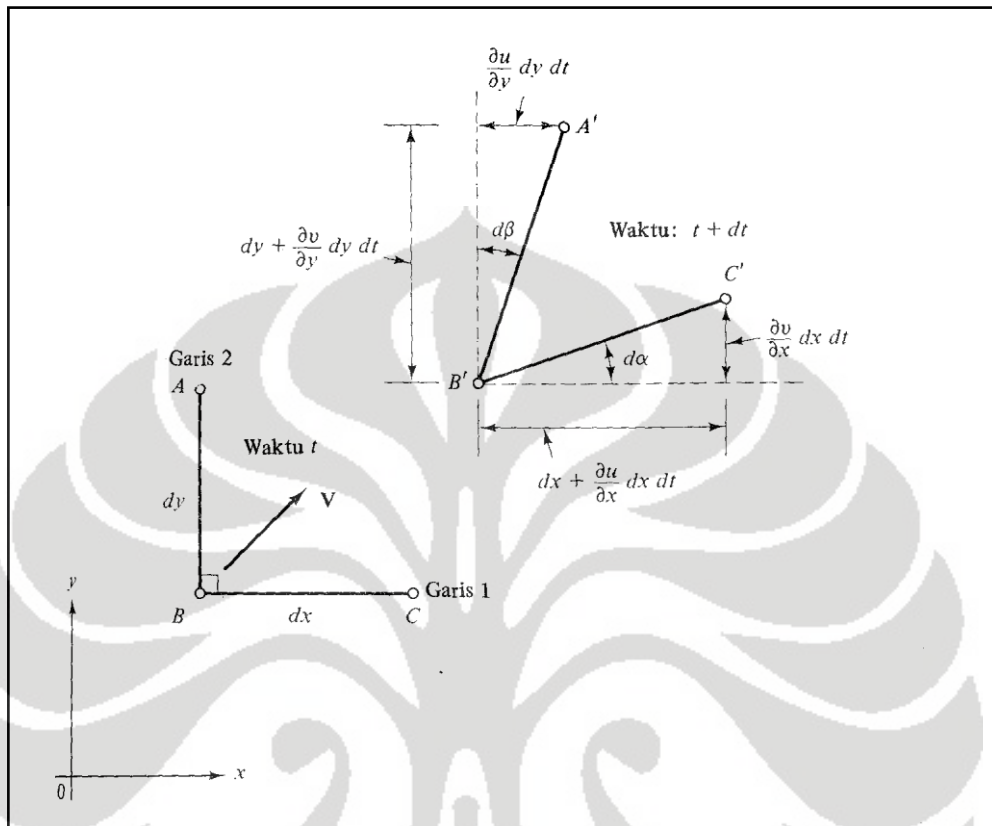
Jika partikel-partikel fluida di dalam suatu daerah mempunyai rotasi seputar suatu sumbu, alirannya disebut aliran berotasi, atau aliran vorteks. Jika fluida di dalam suatu daerah tidak mempunyai rotasi atau kecepatan sudutnya nol, maka alirannya dinamakan aliran takberotasi.

Hubungan differensial mengenai aliran berotasi dan takberotasi ini dapat diturunkan dengan memperhatikan gambar 2.1.

Dua garis Fluida, AB dan BC, yang semula tegak lurus pada saat t , bergerak dan berubah bentuk sehingga pada saat $t + dt$ mempunyai panjang $A'B'$ dan $B'C'$ yang sedikit berbeda, dan sedikit meleset dari garis tegak lurus dengan sudut $d\alpha$ dan $d\beta$. Secara kinematis perubahan bentuk itu terjadi karena A , B dan C mempunyai kecepatan yang sedikit berlainan bila kecepatan V mempunyai gradien ke ruangan.

Kita mendefinisikan kecepatan sudut ω_z sekeliling sumbu z sebagai laju rata-rata berlawanan dengan arah jarum jam

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{d\alpha}{dt} - \frac{d\beta}{dt} \right) \quad (2.1)$$



Gambar 2-1 Kecepatan Sudut dan Laju Regangan Dua Garis Fluida yang Mengalami Perubahan Bentuk di Bidang xy

Tetapi dari gambar 2.1 $d\alpha$ dan $d\beta$ terkait langsung dengan turunan kecepatan dalam batas dt yang kecil, sehingga:

$$d\alpha = \lim_{dt \rightarrow 0} \left(\tan^{-1} \frac{\partial v / \partial x dx dt}{dx + \partial u / \partial x dx dt} \right) = \frac{\partial v}{\partial x} dt \quad (2.2)$$

$$d\beta = \lim_{dt \rightarrow 0} \left(\tan^{-1} \frac{\partial u / \partial y dy dt}{dy + \partial v / \partial y dy dt} \right) = \frac{\partial u}{\partial y} dt \quad (2.3)$$

Kalau persamaan 2.1, 2.2 dan 2.3 kita gabung, maka akan kita peroleh:

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.4)$$

Dengan cara yang sama kita dapat menentukan kedua laju lainnya

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad \omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (2.5)$$

Sedangkan vektor rotasi ω adalah

$$\omega = i\omega_x + j\omega_y + k\omega_z \quad (2.6)$$

vektor Vortisitas, kurl $q = \nabla \times q$, didefinisikan sebagai dua kali vektor rotasi atau sama dengan 2ω .

Dengan asumsi bahwa fluida tidak mempunyai rotasi atau takberotasi, maka kurl $q=0$, atau dari persamaan 2.4 dan 2.5 kita dapat

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} \quad \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial z} \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.7)$$

Pembatasan terhadap kecepatan ini harus berlaku di tiap titik. Persamaan yang pertama adalah syarat aliran tak berotasi dua dimensi, dan merupakan syarat agar rumusan differensial

$$u dx + v dy$$

eksak, misalkan

$$u dx + v dy = -d\phi = -\frac{\partial \phi}{\partial x} dx - \frac{\partial \phi}{\partial y} dy \quad (2.8)$$

Tanda minusnya adalah sembarang, dan merupakan konvensi yang menyebabkan berkurangnya nilai ϕ dalam arah kecepatan. Dengan membandingkan suku-suku dari persamaan 2.8 diatas, kita dapatkan

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2.9)$$

Hal ini membuktikan dalam aliran dua dimensi suatu fungsi ϕ yang sedemikian rupa sehingga turunannya negatif terhadap arah manapun adalah komponen kecepatan dalam arah itu.

2.2.2 Karakteristik Aliran Tak-Berotasi pada *Hele-Shaw*

Pola pertumbuhan yang sama telah ditemukan pada *viscous fingering*. Analisis pola antarmuka ini rumit karena luasnya lingkup dari skala panjang, seperti yang diilustrasikan pada gambar 2.2 yang menunjukkan eksperimen *fingering* dari udara dalam lapisan fluida yang tipis.



Gambar 2-2 Pola Fingering Aliran Viskos dari Udara (Putih) yang Menembus Fluida uji (Hijau) pada Hele-Shaw Persegi

Pada *Hele Shaw* diasumsikan bahwa gradien tekanan lokal pada setiap arah, misalkan arah x , dapat dihubungkan langsung dengan tegangan viskositas, tanpa menimbulkan dampak-dampak kelembaman cairan, dengan cara :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2.10)$$

Dengan asumsi bahwa gradien tekanan $\frac{\partial p}{\partial x}$ akan meningkatkan aliran poiseuille setempat.

$$u = -\frac{1}{2\mu} z(h-z) \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.11)$$

dimana u adalah kecepatan lokal, μ Viskositas cairan, h jarak celah, dan z koordinat normal pada plat. Jika \bar{u} adalah rata-rata kecepatan yang melintasi celah, maka:

$$u = 6z \frac{(h-z)\bar{u}}{h^2} \quad (2.12)$$

Jika disubstitusikan ke persamaan (2.10) menghasilkan

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{12\mu\bar{u}}{h^2} \quad [\text{dalam arah } x]$$

dan

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{12\mu\bar{v}}{h^2} \quad [\text{dalam arah } y].$$

Sehingga \bar{u} dan \bar{V} dapat dipandang sebagai komponen-komponen dari sebuah gerakan takberotasi dengan potensial kecepatannya sebesar:

$$\phi = ph^2 / 12\mu \quad (2.13)$$

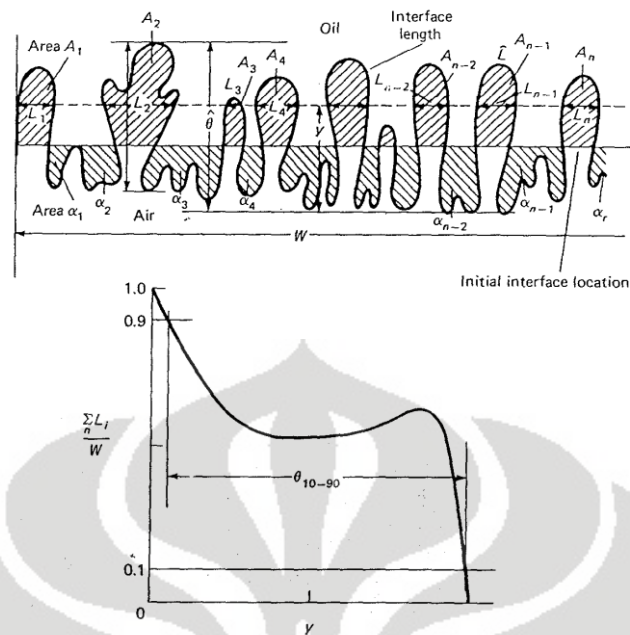
Dalam teori ketidakstabilan gaya tarik permukaan antara minyak dan udara menunjukkan bahwa panjang dan skala waktu dapat diturunkan rumus sebagai berikut:

$$\ell^* = 2\pi\sqrt{3} \left[\frac{T}{g \sin \alpha \Delta \rho} \right]^{1/2} \quad (2.14)$$

dan

$$t^* = 2\pi\sqrt{3} \frac{12(\mu_1 + \mu_2)T^{1/2}}{(g \sin \alpha \Delta \rho)^{3/2} b^2} \quad (2.15)$$

Untuk mengukur kemunculan sebuah gelombang, dapat dihitung dengan merencanakan perkembangan gelombang individu masing-masing θ seperti yang didefinisikan pada Gambar 2.3 sebagai sebuah pemungisian waktu. Dari ini dapat ditentukan jam berapa $[t_i]$ masing-masing gelombang berhenti yang pada awalnya semua gelombang $[N]$ tumbuh, setelah waktu $[t_i]_1$, satu gelombang berhenti tumbuh dan hanya $N - 1$ gelombang-gelombang sedang tumbuh. Proses ini berulang-ulang untuk akhirnya gelombang akan tertekan, sehingga $[N-n]$ gelombang berhenti tumbuh pada t_n .



Gambar 2-3 Definisi dari Gelombang

Ukuran lebar yang terakhir, θ_{10-90} pada prinsipnya identik dengan $\hat{\theta}$ dan skala-skala dalam cara yang sama, namun tehnik yang digunakan untuk mendapatkannya memberikan informasi yang berguna tentang penyebaran minyak dan udara yang relatif didalam permukaan. Sebuah hasil serupa didapatkan dengan menggambar garis-garis lurus pada berbagai tempat y serta menghitung panjang-panjangnya ($\sum \ell_i$) areal yang dipenuhi udara. ini kemudian dinormalisasikan oleh W dan digambarkan grafik sebagai sebuah fungsi dari y / θ_{10-90} atau y / θ .

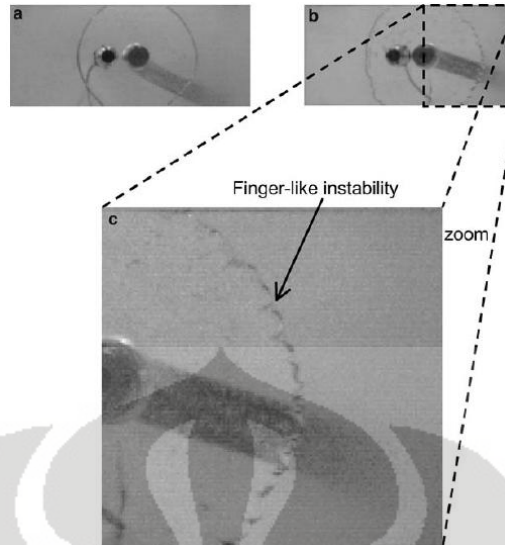
2.3 Tinjauan Pustaka

Eksperimen-eksperimen yang berkaitan dengan Hele Shaw Cell baik menggunakan fluida Newtonian maupun non Newtonian sudah banyak dilakukan dan dipublikasikan. Pada tahun 1996 Kondic et al dari Universitas Kent di Ohio melakukan penelitian tentang fluida non-Newtonian pada Hele Shaw Cell. Dengan menggunakan fluida dengan viskositas yang tergantung kepada *shear rate*, dia menerka bahwa fluida *shear thinning* dapat menghasilkan penyebaran ujung *fingering* yang stabil. Kondic menggunakan persamaan *Darcy's law* dimana viskositas suatu fluida bergantung kepada perbedaan tekanan pada permukaannya, hasilnya dia mendapatkan pada fluida dengan karakter *shear*

thinning kuat tidak memungkinkan pembentukan *Darcy's law* yang unik, dan ini berhubungan dengan timbulnya lapisan yang mengalami slip pada aliran^[1]

Dari Kanada, Kalonji et al melakukan penelitian tentang *flow front* instabilitas dengan fluida larutan polimer pada Hele Shaw persegi panjang. Pada penelitiannya kali ini mereka menggunakan dua jenis polimer sebagai bahan yang akan dilarutkan, yang pertama adalah PAA dengan berat molekul yang tinggi maupun rendah, sebagai bahan pelarutnya digunakan campuran air dan sirup jagung. Fluida kedua adalah fluida yang digunakan untuk memastikan larutan PAA tadi tidak lagi memiliki keraguan atas sifat-sifat fisiknya, seperti campuran yang tidak merata atau sebagainya. Fluida pembanding ini adalah campuran antara 0,1% PIB, 92,8% Pb dan 7,8% Kerosene.

Percobaan dilakukan dengan cara mengijeksikan fluida yang telah dipersiapkan ke dalam Hele Shaw persegi panjang menggunakan *extrusion*. Hele Shaw ini dirancang sedemikian rupa agar tidak ada udara yang terjebak di dalam sehingga mengganggu aliran fluida dan akhirnya menghasilkan *fingering* pada percobaan Saffman Taylor. Untuk memunculkan sifat non Newtonian dari fluida campuran tadi, eksperimen ini menggunakan alat Rheometric Dynamic Stress Rheometer SR-200 yang dilengkapi dengan plat kaca *parallel* dengan diameter 50mm. Alat ini dapat mengukur viskositas sebagai fungsi dari perubahan *shear rate* atas *shear stress* yang diberikan, sekaligus perbedaan gaya normal pada saat fluida pertama kali dialirkan. Hasil dari eksperimen ini menunjukkan adanya *fingering* yang terjadi pada larutan polimer dengan berat molekul yang besar, dengan waktu keluaran satu per beberapa ratus milidetik. Walaupun pada saat *shear rate* di atas titik kritis pola *fingering*, tinggi serta jumlahnya tetap sama. Tidak ada *secondary finger* yang ditemukan pada daerah interface kedua fluida^[2].



Gambar 2-4 Flow Front *Fingering* Campuran PAA ($5-6 \times 10^6 \text{ g mole}^{-1}$) pada Waktu Memasuki Hele Shaw Cell dengan Konsentrasi, c : a, = 0,015%, b dan c = 0,1%

Selain percobaan yang benar benar ilmiah seperti beberapa yang dijelaskan di atas, pada tahun 2006, Menke dan Krishnan juga melakukan penelitian pada fenomena instabilitas pada Hele Shaw cell. Percobaan yang dilakukan cukup sederhana, mereka tidak membuat Hele Shaw Cell dengan kaca atau plat sejenisnya namun dengan lembaran plastic. Pertama mereka meletakkan sirup jagung diantara lembaran plastic, kemudian, menggunakan teori bahwa instabilitas Saffman Taylor terjadi ketika fluida yang kurang viscous diinjeksikan pada fluida yang lebih viscous mereka menginjeksikan air yang sudah diberi warna pada tengah lembaran plastic secara perlahan sehingga membentuk pola fingering seperti pada gambar.



Figure 2(a) Original Image

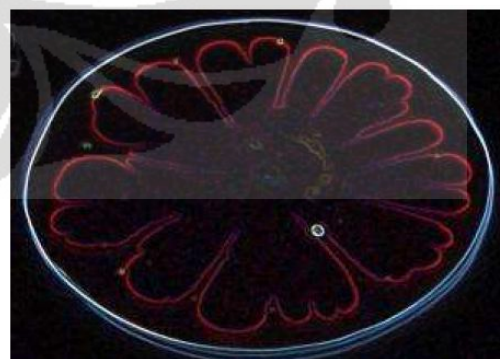
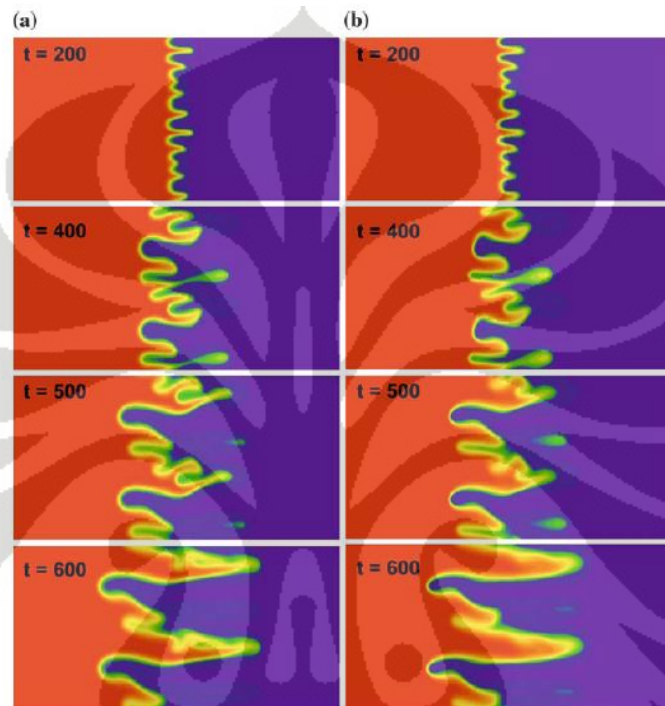


Figure 2(b) Image after manipulation

Gambar 2-5 Fingering yang terjadi pada saat air diinjeksikan ke dalam sirup jagung

Berdasarkan teorinya, pertumbuhan panjang serta jumlah gelombang yang terbentuk berhubungan dengan beberapa parameter seperti kecepatan injeksi, rasio viskositas, dan rasio massa jenis. Percobaan ini dilakukan hanya untuk menarik perhatian kalangan mahasiswa di daerah mereka untuk lebih memiliki rasa penasaran terhadap hal-hal seperti ini bukan untuk keperluan yang benar-benar ilmiah seperti yang dijelaskan sebelum sebelumnya^[3].



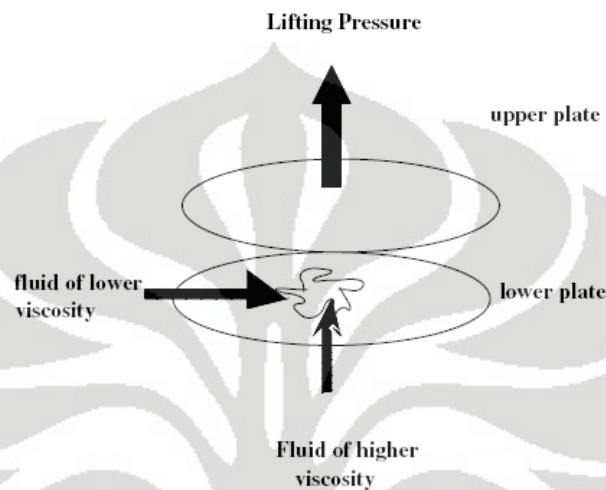
Gambar 2-6 Hasil Simulasi Larutan Anisotrop dengan $Pe= 1000$, $R= 3$, $A = 4$. (a) $L= 0$, (b) $L= 0,7$ $\alpha=1$

Eksperimen pertama yang mencoba mencari karakter dari penyebaran (*dispersion*) fluida pada tabung (annulus) dilakukan oleh Griffith. Sekitar 40 tahun setelah itu barulah analisa matematika pada pipa silinder (Taylor 1953) dan *cross section* saluran saluran (Aris 1956) dikembangkan. Hasil yang didapat adalah model dimana penyebaran pada arah longitudinal (searah dengan arah aliran) pada fluida bervariasi secara kuadratis dari kecepatan aliran rata-ratanya, sementara dispersi yang transversal (tegak lurus arah aliran) nol. Namun karena hasil ini valid jika dipakai pada aliran dengan *Peclet Number* yang besar dan aliran satu dimensi, maka membatasi peranannya dalam menyelesaikan masalah pada media berpori^[4-6].

Pada penelitian lain yang menyangkut *viscous fingering* diterbitkan oleh Springerlink, Miguel A. Moyers-Gonzalez dan Ian A. Frigaard (2007) membahas tentang ketidakstabilan kinematis pada annulus. Pada penelitian ini topik yang diambil adalah penggunaan fluida untuk menghilangkan lumpur pada sumur minyak dan gas. Masalah yang muncul pada kasus ini adalah fluida yang digunakan ini akan membentuk *fingering* di dalam sumur sehingga memuat saluran lumpur. Penelitian yang dilakukan menunjukkan bahwa, permukaan kontak antara fluida yang digunakan untuk membersihkan dan lumpur itu sendiri dalam beberapa keadaan akan menjadi tidak stabil. Penjelasan dari ketidakstabilan ini disampaikan lewat analisa stabilitas pada aliran Hele Shaw annular. Meskipun yang digunakan pada penelitian ini adalah fluida Newtonian, namun penulisnya percaya bahwa pada keadaan penelitian ini dapat mengeneralisasi keadaan yang sebenarnya dimana fluida *shear thinning* lah yang dipakai. Penelitian yang dilakukan menunjukan bahwa gaya apung azimuthal (*azimuthal buoyancy*) negatif membuat fluida menjadi lebih stabil pada dinding sumur yang menanjak, namun gaya apung ini juga yang pada arah axialnya mempergaruhi kecepatan aliran fluida pada interface dua permukaan. Pada beberapa kasus yang gaya apungnya tidak dominan, ditemukan bahwa ketidakstabilan ditekan oleh hasil kenaikan kecepatan dan penurunan perbedaan *Reynolds Number* pada interface kedua fluida, bahkan ketidakstabilan akibat kenaikan gaya apung yang kecil contohnya pada fluida dengan masa jenis besar terhadap fluida dengan masa jenis kecil dapat ditekan dengan cara ini. Keanehan atau keunikan pada annulus cenderung untuk memperbesar efek dari gaya apung pada stabilitas maupun ketidakstabilan fluida^[7-8]

Penelitian lain yang berhubungan dengan fluida non Newtonian dilakukan oleh Tafadar et al.(2007) penelitian ini menggunakan Lifting Hele Shaw Cell (LHSC). Prinsip kerja alat ini adalah meneliti adhesi dan *viscous fingering* dengan mengoprasikan LHSC dengan gaya angkat yang konstan, selanjutnya diukur waktu yang diperlukan untuk memisahkan kedua plat itu sebagai fungsi dari gaya angkat. Selain itu alat ini juga bisa mengukur pada gaya angkat berada mulai terjadi *visous fingering*. Sebagai media uji Tafadar menggunakan baik fluida Newtonian maupun non Newtonian. Fluida Newtonian

yang digunakan adalah olive oil, castor oil, soya oil, glycerol, glycol and silicone oil. Sementara fluida non Newtonian yang digunakan adalah Polyethylene Oxide dengan konsentrasi 3% dan cat minyak berwarna oranye. LHSC yang digunakan juga terdiri dari dua pasang plat, sepasang perspex dan sepasang kaca. Berikut adalah skema pengujiannya

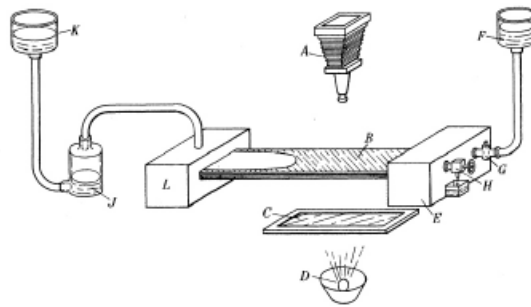


Gambar 2-7 Skema Pengujian pada Lifting Hele Shaw Cell

Hasil dari pengujian ini selanjutnya akan di plot dalam bentuk grafik T_s vs F_s dimana T_s adalah waktu separasi sementara F_s adalah gaya angkat yang digunakan. T_s diukur dengan akurasi 1-2% dari gambar yang direkam oleh video disaat gumpalan fluida terangkat. Metode ini berhasil pada fluida Newtonian dan untuk campuran PeO dengan konsentrasi sampai 7%.

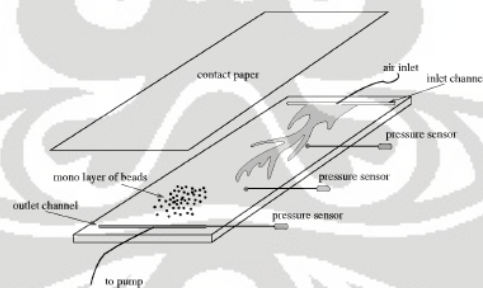
Pada fluida Newtonian ditemukan bahwa T_s mengikuti hukum *power law* yang umum, sementara pada non Newtonian dengan beberapa justifikasi akan mengikuti pola yang sama. Pada umumnya fluida Newtonian menghasilkan *fingering* yang dapat dilihat pada tekanan lebih dari 1,2 – 1,8 kg/cm². Diantara fluida Newtonian silicone oil menjadi fluida satu-satunya yang tidak menunjukkan *fingering* pada *range* gaya angkat yang digunakan. Pada non Newtonian, berlaku hal seperti silicon oil^[9].

Pada penelitian yang dilakukan Jean Schmittbuhl, Yves Meheust et al mengenai viscous fingering pada media berpori dengan menggunakan hele shaw cell dengan dua plat *parallel* dengan *rectangular section* berdasarkan stokes flow.



Gambar 2-8 Stuktur Kerja Long Helle-Shaw Cell

Prinsip kerja dari long hele shaw ini menggunakan Darcy's law dimana fluida yang kurang viscous mendorong fluida yang lebih viscous dengan adanya involves forces yaitu viscous forces $v = -(\kappa/\mu)\Delta P$ dengan mengabaikan tegangan permukaan pada boundary dan capillary forces $\delta P_c = -\gamma/r$ dimana $r =$ radius curvature dan $\gamma =$ interface tension (Saffman Taylor instability) pada percobaan ini diberikan gangguan berupa beads yang menjadikan helleshaw ini menjadi celah sempit yang berpori. Pada percobaan ini diberikan pula pressure sensor. Fluida yang digunakan pada percobaan ini adalah udara dan glycerol atau bisa digantikan dengan air. Selain itu pada percobaan ini memvariasikan panjang dan lebar dari helleshaw nya dengan variasi $L \times W$; 840mm x 430mm ; 840mm x 215mm; 840mm x 110mm.

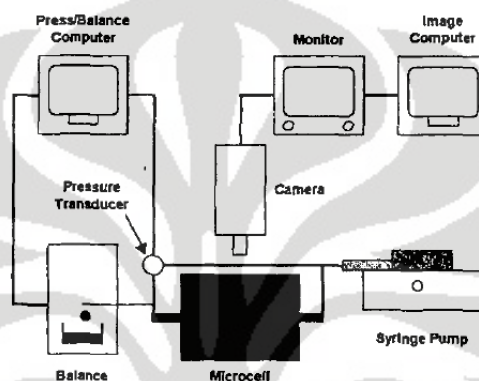


Gambar 2-9 Experimental Setup pada 2D Random Model dengan Media Berpori

Dari percobaan ini didapatkan hasil kesimpulan adanya gangguan pada model struktur berpori ini merupakan skala kecil dari model yang lebih besar dan didapatkan nilai dimensi fraktal yang besar dengan variasi lebar yang besar^[10]

Pada penelitian lain mengenai analisis *viscous fingering* pada *two-dimensional flow cell* dengan dimensi fraktal oleh Olubumni M. Ogunsola, Everett R. Rarner dan Duane H. Smith dari National Energy Laboratory, US Departement of Energy menjelaskan dalam experiment flow sistem yang

mengandung microflow cell yang menstimulasikan media berpori , *syringe pump* yang menyediakan constan volume rate pada fluida yang diinjeksikan, *pressure transducer* untuk mengukur pressure drop pada media alir. Didapatkan kesimpulan pada experiment ini mendemonstrasikan fungsi dari fraktal dimension merupakan fungsi dari saturation fluid tetapi independent pada physical properties dari media berpori. Analisis ini berguna pada penentuan hambatan pada media berpori dimana media tersebut akan terisi dengan fluida.^[11]



Gambar 2-10 Experimental Setup Flow System

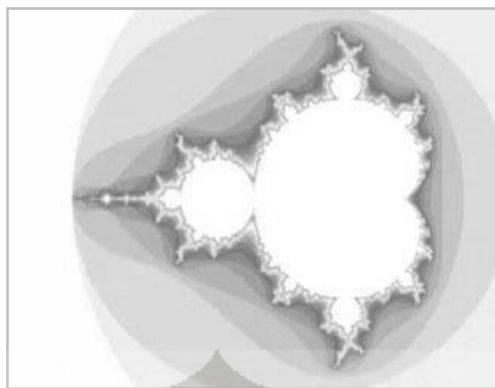
Pomeau menyebutkan bahwa asimtot analisis equation mempunyai banyak solution. Posisi fingering akan stabil pada penerimaan heat-flux yang sesuai. Namun banyak konflik yang terjadi antara theory, computasi dan experiment (pada teori dan perhitungan menjelaskan sesuatu yang akan menjadi ide untuk menentukan definisi yang tepat. Dengan teori dapat mengurangi masalah yang terjadi pada persamaan dengan steady solution dan menentukan analisis dan numerical pada existensi dan stabilitas dari persamaan. Dengan computasi akan memecahkan nilai-nilai yang tidak terdapat pada standard an menjelaskan evolution time dari kondisi yang sesuai. Contoh: carrying out a numerical experiment or simulation)^[12]

2.4 Analisis Fraktal

2.4.1 Geometri Fraktal

Benda-benda yang sekarang disebut fraktal sudah ditemukan dan dipelajari jauh sebelum kata fraktal muncul. Pada tahun 1872 Karl Theodor Wilhelm Weierstrass menemukan contoh fungsi dengan sifat yang tidak intuitif yaitu kontinu di manapun namun tidak terdiferensiasi di manapun — grafik dari fungsi tersebut akan disebut fraktal di masa sekarang^[13]. Di tahun 1904 Helge von Koch, tidak puas dengan definisi Weierstraß yang sangat abstrak dan analitis, memberikan definisi yang lebih geometris untuk fungsi yang mirip, yang sekarang disebut bunga salju Koch. Ide mengenai kurva-kurva serupa diri dikembangkan lebih jauh oleh Paul Pierre Lévy, yang mengenalkan kurva fraktal baru bernama kurva Lévy C dalam tulisannya pada tahun 1938 berjudul *Plane or Space Curves and Surfaces Consisting of Parts Similar to the Whole*^[14].

Pada tahun 1960-an Benoît Mandelbrot mulai menyelidiki keserupa dirian dalam berbagai tulisannya seperti *How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension*. Penyelidikannya merupakan pengembangan dari penelitian Lewis Fry Richardson. Dengan pendekatan yang sangat visual, Mandelbrot mendapatkan hubungan dari berbagai topik matematika yang sebelumnya tidak berkaitan^[15]. Di tahun 1975, Mandelbrot menggunakan kata *fractal* untuk mendeskripsikan benda-benda serupa diri yang tidak memiliki dimensi yang jelas. Dia menurunkan kata *fractal* dari kata Latin *fractus* yang artinya "patah", "rusak", atau "tidak teratur". Kata *fractal* bukan diturunkan dari kata *fractional* (pecahan), seperti yang dipercaya banyak orang. Kata *fractional* sendiri juga diturunkan dari *fractus*.



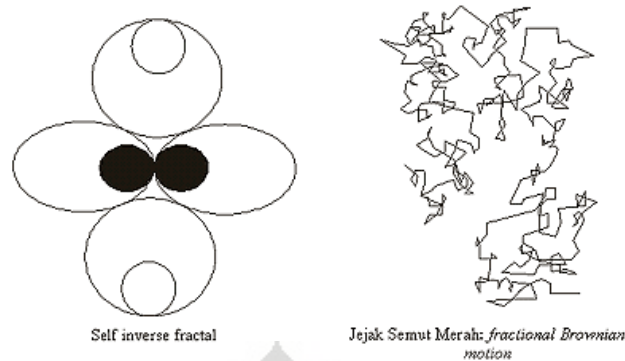
Gambar 2-11 Fraktal Mandelbrot



Gambar 2-12 Contoh Fraktal

Menurut Oldřich Zmeřkal dalam jurnalnya yang berjudul HarFA (*Harmonic and Fractal Image Analysis*), fraktal adalah penggalan sebuah bentuk geometri yang bisa dibagi lagi menjadi bagian-bagian. Setiap bagian tersebut akan terlihat mirip dengan bentuk keseluruhannya. Derajat dari batas penggalan suatu fraktal disebut dimensi fraktal. Dimensi fraktal ini menentukan bagaimana suatu fraktal itu berbeda dengan objek *Euclidean* (titik, garis, bidang, lingkaran, dll.).

Geometri fraktal mempunyai karakter-karakter penting antara lain *self similar*, *self affine*, *self inverse*, dan *self squaring*. Yang jelas skala panjangnya tidak spesifik atau invariant. Berbeda dengan geometri euklidean, penyekalaan fraktal dicirikan oleh bilangan-bilangan pecahan atau tak bulat (*noninteger*), yang disebut dimensi fraktal (*fractal dimensions*). Ciri-ciri yang biasanya dijumpai pada bangun fraktal, adalah bahwa bagian terkecil dari benda itu merupakan cerminan bentuk keseluruhannya (the part is reminiscent of the whole). Dengan kata lain, bahwa di dalam suatu himpunan fraktal, bagian dari himpunan tersebut merupakan skala kecil dari keseluruhannya.



Gambar 2-13 Fraktal

Ada tiga tingkat keserupadirian pada fraktal:

- a. Serupa diri secara persis. Ini adalah keserupadirian yang paling kuat. Fraktalnya terlihat sama persis pada berbagai skala.
- b. Serupa diri secara lemah. Ini adalah keserupadirian yang tidak terlalu ketat. Fraktalnya terlihat mirip (tapi tidak persis sama) pada skala yang berbeda. Fraktal jenis ini memuat salinan dirinya dalam bentuk yang terdistorsi maupun rusak.
- c. Serupa diri secara statistik. Ini adalah keserupadirian yang paling lemah. Fraktalnya memiliki ukuran numeris atau statistik yang terjaga pada skala yang berbeda. Kebanyakan definisi fraktal yang wajar secara trivial mengharuskan suatu bentuk keserupadirian statistik. Dimensi fraktal sendiri adalah ukuran numeris yang terjaga pada berbagai skala.

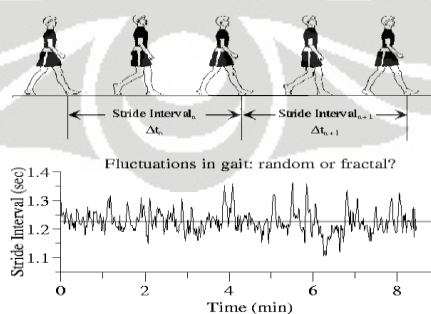
2.4.2 Aplikasi Analisis Fraktal

Analisa fraktal efisien untuk mendeskripsikan variasi pada skala yang luas. Umumnya pola-pola dihasilkan oleh variasi proses yang berjalan pada banyak skala tingkatan organisme. Fraktal akan membantu untuk memahami jalannya proses ekologi, walaupun informasinya tidak dapat dihubungkan dengan suatu proses tertentu. Russel dan kawan-kawan (Russel et al 1992 dalam Ferina, 1998) mempelajari penyebaran burung laut dan makanan, dengan menggunakan analisa fraktal. Dalam studi ini menentukan hubungan antara pemangsa dan predator. Peneliti menggunakan metode berdasarkan teori geostatic dan variabel

regional (RV). Variabel regional ini terlalu sulit untuk digambarkan dengan model matematika sederhana, karena adanya karakter berbeda dari contoh yang ada disekitarnya^[16].

Analisis geometri fraktal ditenggarai cukup *powerful* untuk memecahkan berbagai permasalahan fenomena alam yang agak rumit. Aplikasinya telah dicoba banyak orang di luar negeri untuk berbagai keperluan, misalnya di bidang kedokteran untuk mendeteksi penyebaran penyakit khususnya kanker, di bidang pertanian untuk mempelajari sistem perakaran tanaman, di bidang rock mechanics untuk mengidentifikasi perkembangan rekahan batuan. Sahimi dan Yortsos (1990) mengaplikasikan geometri fraktal pada media berpori, untuk menentukan penyebaran porositas, heterogenitas dan permeabilitas batuan, termasuk di dalamnya membantu menghitung aliran, migrasi, dan proses pendesakan minyak bumi di dalam reservoir.

Di Indonesia, Sukmono (1997), mencoba memprediksi siklus kegempaan pada Sistem Sesar Sumatra dengan analisis fraktal. Sementara itu metode serupa telah diterapkan guna memantau kegiatan magmatisme Gunung Merapi (Kusumayudha dkk, 1998). Di bidang hidrogeologi analisis fraktal telah diaplikasikan untuk menduga pola aliran sungai bawah tanah di daerah batugamping karst Gunungsewu (Kusumayudha, 2000), dan untuk memetakan zona lahan air tanah celah di Kulonprogo (Kusumayudha & Pratiknyo, 2002). Di bidang bencana, metode ini dicoba untuk mendeliniasi zona rawan longsor di Kulonprogo (Kusumayudha, 2002).



Gambar 2-14 Contoh Lain Fraktal Dynamics pada Saat Manusia Berjalan

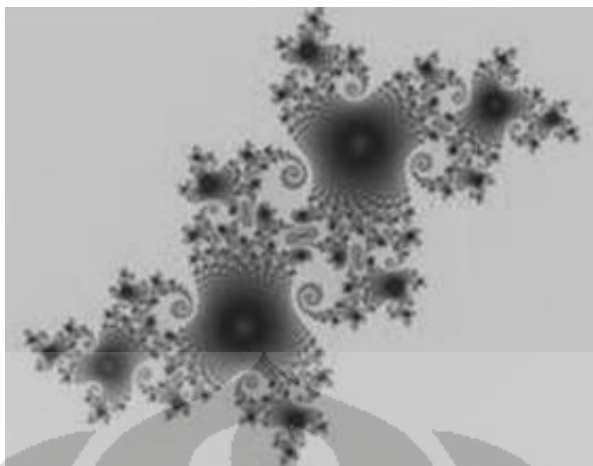
Karena sebuah geometri fraktal pada umumnya berevolusi dengan arah pemekaran yang jelas, maka analisis ini dapat dimanfaatkan untuk proses

ekstrapolasi atau pendugaan. Hasil berbagai penelitian menunjukkan adanya korelasi antara besaran dimensi fraktal pada suatu fenomena, dengan proses alam yang bekerja padanya.

Meskipun fraktal ada di mana-mana dan analisisnya seakan-akan menjanjikan pemecahan terhadap kuantifikasi benda-benda alam yang tak beraturan, namun tidak semua obyek natural itu fraktal dan dapat “difraktalkan”. Oleh karena itu permasalahannya tidak selamanya dapat diselesaikan dengan pendekatan fraktal.

2.5 Dimensi Fraktal

Pada tahun 1918 Gaston Julia, seorang matematikawan Perancis, menemukan pola fraktal dari manipulasi persamaan $z_{n+1} = z_n^2 + c$. Z adalah bilangan kompleks, sedang c adalah suatu konstanta kompleks. Komponen bilangan kompleks $z = x + i*y$, x riil dan y imajiner, dipetakan langsung ke sumbu Euclidian x dan y . Dengan melakukan pengulangan terus-menerus terhadap persamaan ini sampai batas pengulangan tertentu, untuk tiap titik Z_n awal diperoleh dua jenis karakteristik posisi yaitu titik-titik yang selalu tetap pada batas tertentu dan titik-titik yang cenderung menjauh dan tak terbatas. Titik-titik yang berada dalam batas tertentu ini disebut titik tertahan, sedangkan titik yang menjauh disebut titik terlempar. Pada bidang gambar x - y , jika dari titik awal z diperoleh titik terlempar, maka banyaknya pengulangan digunakan sebagai warna titik asal tersebut. Sebaliknya jika dari titik awal x - y diperoleh titik tertahan, pada titik tersebut diwarnai dengan warna hitam. Dari proses tersebut ternyata diperoleh bangun fraktal.



Gambar 2-15 Fraktal Julia

Algoritma yang ada untuk menghitung dimensi fraktal D_f berdasar pada pendekatan geometris atau *stochastic* yang dapat disamakan dengan definisi alternatif dari sekumpulan dimensi. Algoritma geometris menganggap grafik dari gambar sebagai objek 3-dimensi. Algoritma *Stochastic* mengasumsikan bahwa gambar bisa dianggap sebagai fungsi *Brownian*, golongan khusus dari fraktal dengan definisi sifat statistik yang baik.

Berikut ini adalah metode-metode yang dapat digunakan untuk melakukan perhitungan dimensi fraktal.

2.5.1 Metode Segitiga Planar

Algoritma ini merupakan adaptasi dari metode *yardstick*, digunakan untuk pengukuran panjang kurva sampai pengukuran luas permukaan grafik dari gambar *greystone*. Grafik G pada gambar f adalah kumpulan dari titik (x,t) dimana x merupakan domain dari definisi f dan $t = f(x)$:

$$G(f) = \{(x,t) \in R^2 \times R \mid t = f(x)\} \quad (2.16)$$

Dalam prakteknya, f adalah sebuah fungsi tersendiri dan maka dari itu grafik dari f lebih merupakan kumpulan titik-titik daripada sebuah permukaan. Permukaan didapatkan dengan mengira-ngira grafik dengan segitiga planar. Luas permukaan dari keseluruhan grafik kemudian dihitung untuk berbagai skala ϵ dengan menambah luasan dari semua segitiga planar dan dimensi fraktal diperkirakan dari plot log-log dari $S(\epsilon)$ dengan ϵ .

Luas permukaan dari segitiga planar yang ditentukan melalui grafik dari gambar *greystone* tidak memiliki satuan intrinsik dan merupakan gabungan dari satuan spatial dan intensitas. Tentunya pengukuran luas permukaan dari grafik gambar *greystone* tidak berdimensi.

$$S[\Lambda_t \Lambda_x G(f)] \neq \lambda_t^{k_t} \lambda_x^{k_x} S[G(f)] \quad (2.17)$$

Dimensi fraktal ditentukan langsung dari pengukuran luas permukaan grafik gambar dan tergantung dari skala penggambaran. Hal ini membuat perbandingan antara satu gambar dengan yang lainnya menjadi tidak berarti, kecuali ketika satuan intensitas dan bidang gambar bernilai sama.

2.5.2 Metode Covering Blanket

Minkowski menyarankan untuk menghitung panjang kurva R^2 dengan mengganti setiap titik dari kurva dengan piringan B berdiameter ϵ and membagi luas permukaan dari *ribbon* yang dihasilkan dengan ϵ . Mengganti tiap titik pada kurva dengan piringan B_ϵ untuk menampilkan penambahan \oplus atau perbesaran *Minkowski* pada kurva dengan piringan B_ϵ :

$$L_\epsilon(C) = \frac{S(C \oplus B_\epsilon)}{\epsilon} \quad (2.18)$$

Dimensi Minkowski D sama dengan:

$$\begin{aligned} D(C) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[2 - \frac{\log[S(C \oplus B_\epsilon)]}{\log \epsilon} \right] \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[1 - \frac{\log[L_\epsilon(C)]}{\log \epsilon} \right] \end{aligned} \quad (2.19)$$

Bouligand menunjukkan bahwa definisi ini sesuai dengan dimensi non-integer D . Setelah itu dimensi Minkowski diarahkan kepada dimensi Minkowski-Bouligand. Jika kurva serupa diri secara statistic maka tidak perlu menghitung limit karena eksponen dari regresi logaritma dari L_ϵ terhadap ϵ sama dengan $1-D$.

Metode *covering blanket* memperluas prinsip ini menjadi grafik fungsi 2-d atau intensitas permukaan. Setiap titik pada permukaan digantikan oleh bulatan B dengan diameter ϵ . Permukaan kemudian menjadi sebuah '*Minkowski*

Pancake'. Luas dari intensitas permukaan diperoleh dari membagi volume V dengan ϵ pada permukaan yang diperluas.

$$S_{\epsilon}(f) = \frac{V[G(f) \oplus B_{\epsilon}]}{\epsilon} \quad (2.20)$$

Volume grafik yang diperluas bukanlah apa-apa tetapi perbedaan antara volume gambar yang diperluas dikurangi dengan volume gambar yang dikikis (substraksi Minkowski atau erosi didenotasikan dengan \ominus):

$$V[G(f) \oplus B_{\epsilon}] = V[(f \oplus B_{\epsilon}) - (f \ominus B_{\epsilon})] \quad (2.21)$$

Hal tersebut di atas ekuivalen dengan volume dari gradient morfologis padat dari f , dengan struktur elemen 3-d.

Perluasan dan pengikisan dengan struktur elemen tak-datar merupakan non-dimensional untuk intensitas dan skala bidang gambar yang berubah-ubah karena mereka tidak berubah dengan skala ini. Mengikuti hal tersebut, metode *covering blanket* tidak berdimensi untuk skala intensitas dan bidang gambar yang tidak diketahui. Jika skala ini diketahui secara presisi, maka bentuk dari B_{ϵ} bisa dimodifikasi untuk disesuaikan dan hasil dimensi fraktalnya tidak beragam terhadap skala gambar. Tetapi pada prakteknya, nilai perbesaran dan pengaturan keuntungan/kerugian yang akurat jarang sekali tersedia.

Selain itu, satuan fisik dari diameter struktur elemen tidak didefinisikan. Dengan menggunakan struktur elemen bola, diharapkan bisa memisahkan lapisan dengan jarak 1. Satuan dari konstanta ini tidak didefinisikan, karena jarak *Euclidean* pada ruang *non-Euclidean* 3-d ini tidak memiliki arti fisik.

2.5.3 Metode Flat Structuring Element

Perhitungan dimensi fraktal didapat dengan lebih mempertimbangkan lingkaran datar H_{ϵ} dengan diameter ϵ pada persamaan 2.20 daripada bulatan B_{ϵ} . Tentu saja perbesaran/pengikisan berdimensi untuk skala intensitas sumbu yang tidak diketahui.

$$\Lambda_i(f \oplus H_{\epsilon}) = (\Lambda_i f) \oplus H_{\epsilon} \quad (2.22)$$

Selain itu, pengukuran volume adalah berdimensi:

$$V[\Lambda_i(f \oplus H_{\epsilon})] = \lambda_i V[f \oplus H_{\epsilon}] + V(O) \quad (2.23)$$

Istilah konstanta $V(O)$ menghilang ketika mengurangi gambar yang dikikis dari gambar yang diperbesar (lihat persamaan 2.21).

Pengikisan dan perbesaran tidak berdimensi untuk skala bidang gambar yang tidak diketahui karena ukuran struktur elemennya harus sesuai dengan faktor skala. Bagaimanapun, pengukuran dimensi fraktal menggunakan metode struktur elemen datar berdimensi untuk skala bidang gambar yang tidak diketahui. Hal ini sepadan dengan algoritma alami beraneka skala. Perbesaran dan pengikisan ditunjukkan untuk semua ukuran ϵ struktur elemen. Oleh karena itu, perubahan perbesaran hanya menghasilkan pergeseran penurunan garis $\log[V(\epsilon)]$ terhadap ϵ sepanjang sumbu x .

Metode struktur elemen datar dan metode *Covering Blanket* memungkinkan perbedaan antara *subgraph* (permukaan dalam dari objek 3-d) dan *overgraph* (permukaan luar) pada gambar. Permukaan ‘luar’ dan ‘dalam’ bisa dihitung dengan menggunakan gradien luar atau dalam. Untuk dimensi fraktal D^+ *overgraph*, gradien luar dipertimbangkan:

$$S_{\epsilon}^{+}(f) = \frac{V[(f \oplus H_{\epsilon}) - f]}{\epsilon} \quad (2.24)$$

Untuk dimensi fraktal D^- *subgraph*, digunakan gradien dalam:

$$S_{\epsilon}^{-}(f) = \frac{V[f - (f \ominus H_{\epsilon})]}{\epsilon} \quad (2.25)$$

Bagaimanapun, beberapa praktek aplikasinya dimana tekstur tidak simetris membuat pengukuran menjadi berguna.

2.5.4 Metode Box-Counting

Pembuatan kisi-kisi kotak dengan sisi ϵ pertama-tama didefinisikan dan digunakan untuk menutup sekumpulan X yang sedang dipelajari. Jumlah N_{ϵ} dari perpotongan kotak kemudian dihitung. Dimensi kotak didefinisikan oleh Bouligand (1928) sebagai berikut:

$$D(X) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log[N_{\epsilon}(X)]}{\log \epsilon} \quad (2.26)$$

Voss menyarankan algoritma berikut untuk memperkirakan dimensi kotak dari gambar intensitas permukaan. Kubus dengan ukuran ϵ dipusatkan pada

setiap titik di grafik gambar. Hal itu memungkinkan untuk memperkirakan $PR_G(m, \epsilon)$, peluang untuk menemukan titik m dari permukaan dalam seperti kubus. Jumlah rata-rata kubus yang dibutuhkan per *pixel* untuk memenuhi keseluruhan grafik gambar adalah:

$$N_\epsilon[G(f)] = \sum_{m=1}^{\epsilon^2} \frac{1}{m} PR_{G(f)}(m, \epsilon) \quad (2.27)$$

Untuk kumpulan keserupadirian, mempengaruhi hubungan berikut: $N_\epsilon \propto \epsilon^{-D}$. Keller merencanakan pengadaptasian metode ini untuk mengurai dan membagi tekstur.

Pengertian kotak persegi dipusatkan pada sebuah titik di grafik gambar berubah-ubah karena memiliki satuan yang beragam. Selanjutnya jumlah kotak untuk resolusi yang diberikan merupakan pengukuran tidak berdimensi.

$$N_\epsilon[\Lambda_t \Lambda_x G(f)] \neq \lambda_x^{k_x} \lambda_t^{k_t} N_\epsilon[G(f)] \quad (2.28)$$

Sebenarnya, ketika mengukur nilai gambar *greytone*, jumlah kotak yang tersisa sama pada daerah datar tetapi berubah pada daerah sisanya tergantung dari kemiringannya. Selanjutnya dimensi fraktal diperkirakan tidak akan beragam untuk skala gambar. Permasalahan ini bisa dikurangi jika intensitas skalanya diketahui sejak kotak-kotak tersebut bisa direntangkan.

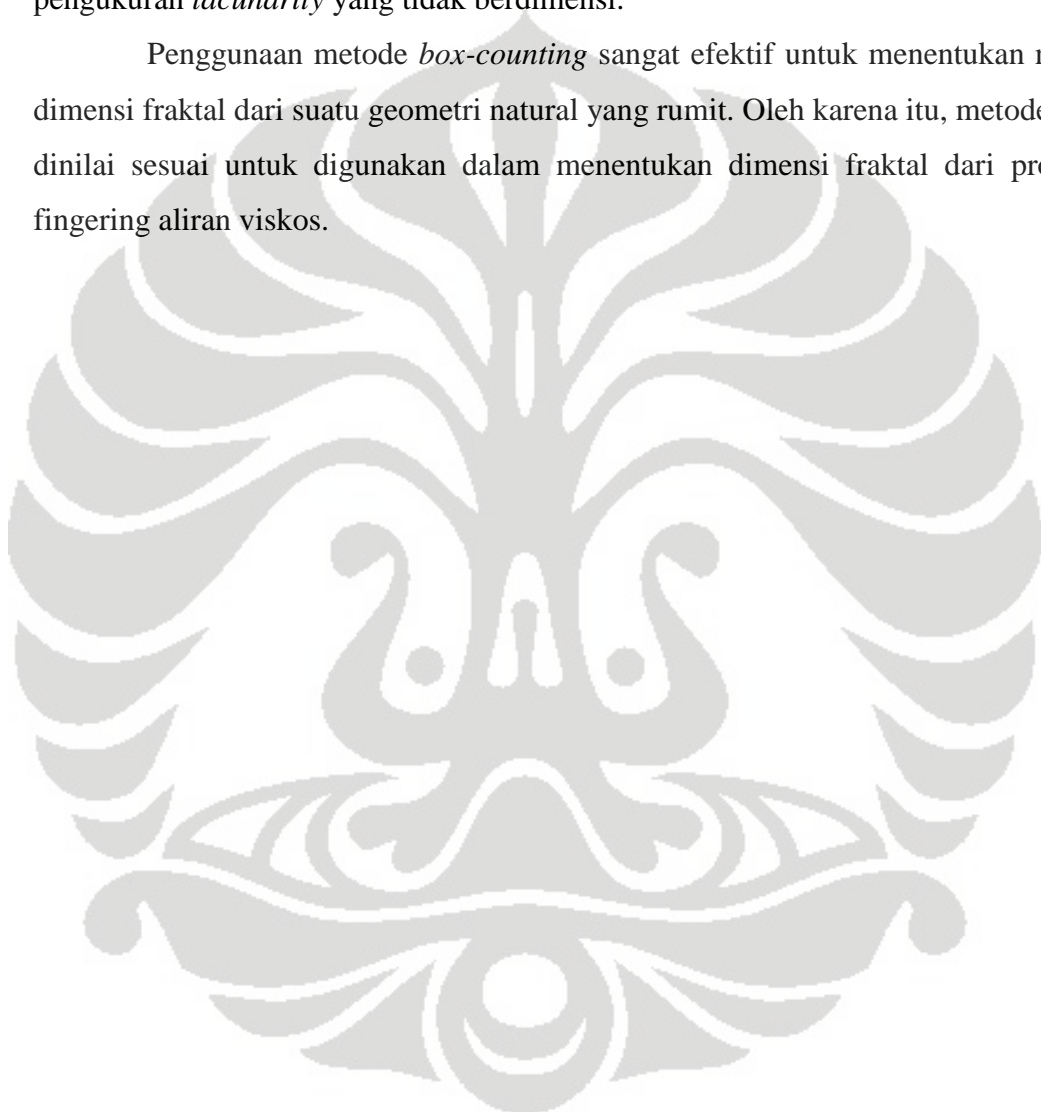
Ada permasalahan lain dengan dimensi box. Sebenarnya, kotak-kotak itu diletakkan berubah-ubah sepanjang intensitas permukaan tetapi dalam teorinya kotak-kotak tersebut harus diletakkan untuk meminimalisasi jumlah totalnya. Pengukuran dimensi fraktal yang tidak sesuai dipelajari oleh Keller tidak sepadan untuk permasalahan perhitungan tetapi juga kekurangan dalam meminimalisasi jumlah kotak dalam algoritma (efek meningkat dengan kekasaran dari gambar asli sejak posisi kotak dari gambar datarnya optimal).

Mandelbrot menjelaskan pengertian *lacunarity* untuk membedakan tekstur membagi sama D tetapi memiliki perbedaan penampilan. Semakin besar *lacunarity*, semakin besar pulah kerenggangan fraktal (dalam arti bahwa itu cenderung termasuk interval yang besar). Voss mengusulkan untuk memperkirakan *lacunarity* Λ dari lebarnya penyebaran $PR_{G(f)}(m, \epsilon)$ pada panjang ϵ yang ditetapkan:

$$\Lambda(\epsilon) = \frac{E[M^2(\epsilon)] - E^2[M(\epsilon)]}{E^2[M(\epsilon)]} \quad (2.29)$$

Dimana E melambangkan ekspektasi matematika dan $M(\epsilon) = \sum_{m=1}^{t^2} mPR_{G(f)}(m, \epsilon)$. Keller menggunakan variasi dari definisi ini untuk membadakan tekstur alami memiliki dimensi fraktal yang sama. Seperti pengukuran *lacunarity* yang tidak berdimensi.

Penggunaan metode *box-counting* sangat efektif untuk menentukan nilai dimensi fraktal dari suatu geometri natural yang rumit. Oleh karena itu, metode ini dinilai sesuai untuk digunakan dalam menentukan dimensi fraktal dari proses fingering aliran viskos.



BAB 3

PERALATAN DAN PROSEDUR PENELITIAN

3.1 Pengukuran Viskositas

Dalam penelitian ini fluida yang digunakan adalah fluida yang belum pernah digunakan sebelumnya, semua karakteristik yang berhubungan dengan penelitian ini harus didapatkan dengan cara pengukuran.

3.1.1 Deskripsi Alat

A. Viskometer Ostwald

Ukuran : 450

Konstanta C : 3,098 pada 40°C dan 3,089 pada 100°C

Aksesoris : Vakum karet

Fungsi : Sebagai sarana pengukur viskositas fluida

B. Gelas Ukur

Ukuran : 2 liter

Fungsi : Tempat menaruh air sehingga viskometer dapat direndam di dalamnya dan didapatkan temperatur pengujian yang diinginkan

C. Hotplate and Stirrer

Aksesoris : Batang magnet berukuran panjang 6 cm

Penjepit viskometer

Fungsi : Memanaskan temperatur air dalam gelas ukur. Batang magnet akan berputar ketika alat dinyalakan sehingga kondisi air dapat dianggap homogen

D. Termometer

Media : Alkohol

Fungsi : Mengukur temperatur air yang ada dalam gelas ukur

E. Stopwatch

Fungsi : Mencatat waktu yang diperlukan fluida untuk melintasi garis parameter yang ada pada viskometer

3.1.2 Prosedur Pengukuran

1. Masukkan fluida yang ingin diuji ke dalam viskometer, pastikan jumlahnya memenuhi setidaknya $\frac{3}{4}$ bagian gelembung penampung
2. Isi gelas ukur seperlunya dengan air, masukan magnet pengaduk ke dalamnya
3. Rendam viskometer dalam gelas ukur, pastikan garis parameter pada viskometer harus terendam air
4. Nyalakan *Hotplate and Stirrer*. Gunakan thermometer untuk memantau temperatur air yang diinginkan
5. Ketika temperatur sudah pada angka yang diinginkan, sedot fluida pada viskometer dengan vakum karet hingga ketinggian permukaan fluida melewati garis parameter viskometer
6. Cabut vakum karet dan biarkan fluida mengalir, catat waktu yang dibutuhkan fluida untuk melewati garis parameter dengan stopwatch
7. Waktu yang didapat (detik) dikalikan dengan konstanta viscometer pada temperatur uji, sehingga didapatkan viskositas dengan satuan *centipoise*.



Gambar 3-1 Susunan Alat Pengukuran Viskositas

3.1.3 Hasil Pengukuran

Setelah melakukan pengukuran beberapa kali maka kita dapat mengambil waktu rata-rata yang dibutuhkan fluida untuk melintasi jarak antara dua garis pada viskometer. Waktu rata-rata tersebut dikalikan konstanta C pada viscometer untuk mendapatkan besaran viskositas dengan satuan *centipoises*. Berikut adalah data hasil pengukuran viskositas.

Table 3-1 Hasil pengukuran viskositas dengan konsentrasi HDPE 2,2 %

PENGUKURAN VISKOSITAS FLUIDA CAMPURAN OLI SAE 20W-50 HDPE 2,2 %							
25°C		40°C		60°C		80°C	
waktu	rata-rata	waktu	rata-rata	waktu	rata-rata	waktu	rata-rata
-		11'53"	12'12"	3'57"	3'08"	1'31"	1'49"
-		10'30"		2'28"		1'42"	
-		12'30"		2'55"		1'54"	
-		12'55"		3'22"		2'05"	
		$\mu = 2.267,73\text{cP}$		$\mu = 566,38\text{cP}$		$\mu = 337,028\text{cP}$	

Table 3-2 Hasil pengukuran viskositas dengan konsentrasi HDPE 1%

PENGUKURAN VISKOSITAS FLUIDA CAMPURAN OLI SAE 20W-50 HDPE 1 %							
25C		40C		60C		80C	
waktu	rata-rata	waktu	rata-rata	waktu	rata-rata	waktu	rata-rata
4'08"	4'03"	1'50"	1'43"	45"	45"	24	24"
4'03"		1'44"		45"		24	
4'00"		1'38"		45"		24	
3'59"		1'38		46"		24	
$\mu=506,9\text{cP}$		$\mu = 309,8\text{cP}$		$\mu=139,27\text{cP}$		$\mu= 74,2 \text{ cP}$	

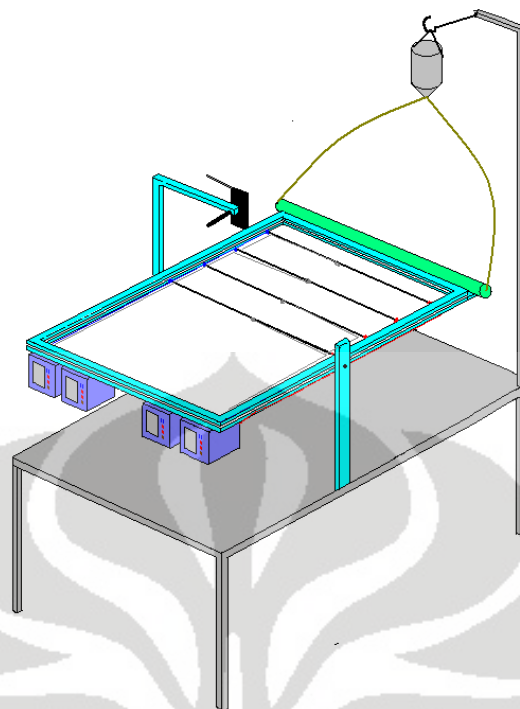
Karena pada perhitungan yang digunakan adalah viskositas pada keadaan temperatur 25°C maka diputuskan untuk memilih Oli SAE 20W-50 dengan HDPE 1 % sebagai fluida uji yang digunakan.

3.2 Pengujian Fluida Pada Hele Shaw Apparatus

Setelah mendapatkan viskositas dari fluida yang akan diuji cobakan, maka penelitian *viscous fingering* pada fluida Non-Newtonian dapat segera dilakukan.

3.2.1 Deskripsi Alat Hele Shaw Apparatus

Peralatan pengujian hasil rancang bangun yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Hele shaw Apparatus* (Gb. 3.2). Peralatan ini terdapat di Laboratorium Mekanika Fluida, Lantai 3 Departemen Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Indonesia.



Gambar 3-2 Hele Shaw Appartus

Prinsip kerja alat ini adalah mengalirkan fluida cair diantara dua plat kaca tebal didalam sebuah kerangka, yang mempunyai celah dan sudut kemiringan tertentu sehingga akan membentuk pola aliran takberotasi. Celah antara dua plat kaca dan sudut kemiringan tersebut dapat diatur secara manual sesuai dengan keinginan.

3.2.2 Peralatan Pengujian

Secara garis besar peralatan yang digunakan untuk penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Komponen Utama

A. Plat penguji

Bahan	: Plat kaca tebal 8 mm
Ukuran	: 80 x 59 cm
Rangka	: Besi hollow ukuran 2 x 2 cm
Gasket	: Lilin mainan
Fungsi	: Sebagai tempat untuk mengalirnya fluida sehingga dapat diketahui pola alirannya.

Dilengkapi dengan tiang penyangga recorder yang bisa dinaikturunkan.

B. Heater

Bahan : Besi rondbar
Ukuran : \varnothing 8 mm
Jumlah : 4 buah
Fungsi : Sebagai alat untuk memanasi fluida dan menciptakan daerah gradien temperatur pada plat kaca.

C. PID Controller

Aksesoris : Termokopel
Satu buah terminal kabel
Empat buah relay mekanik
Jumlah : 4 buah
Fungsi : Sebagai alat untuk mengontrol besar temperatur pada heater dengan menghubungkan kabel dan penjepit kabel ke heater sehingga tercipta gradien temperatur.

D. Kantong reservoir

Bahan : Botol plastik
Ukuran : 1.5 liter
Aksesoris : 1 buah ball Valve $\frac{1}{4}$ " dan selang
Fungsi : Sebagai tempat menampung cairan sebelum dimasukkan ke sistem.

E. Pengisi fluida

Bahan : Pipa akrilik
Ukuran : \varnothing dalam $\frac{3}{4}$ " dan 1"
Fungsi : Sebagai alat untuk memasukkan cairan ke celah plat kaca.

F. Busur derajat

Ukuran : \varnothing 10 cm
Fungsi : Untuk mengetahui derajat kemiringan alat.

G. Spacer

- Bahan : Plat BJLS / Seng
 Ukuran : Tebal 1.5 mm, 1.2 mm dan 0.8 mm
 Fungsi : Untuk mengukur celah antara 2 plat kaca.

H. Mur baut

- Ukuran : M10x1.5
 Jumlah : 4 buah
 Fungsi : Untuk mengencangkan antara kerangka plat kaca atas dan kerangka plat kaca bawah.

I. Meja

- Ukuran : 100x75x75 cm
 Rangka : Besi hollow ukuran 2x2 cm
 Fungsi : Sebagai tempat dudukan plat penguji.
 Dilengkapi dengan tiang untuk kantong reservoir yang bisa dinaikturunkan.

2. Komponen Pelengkap

A. *Support* penyangga plat penguji

- Fungsi : untuk menyangga plat penguji pada berbagai sudut

B. Recorder/Handycam

- Fungsi : untuk merekam gerakan fluida

C. Komputer

- Fungsi : untuk melihat/ mengolah gambar hasil rekaman

D. Bak drain

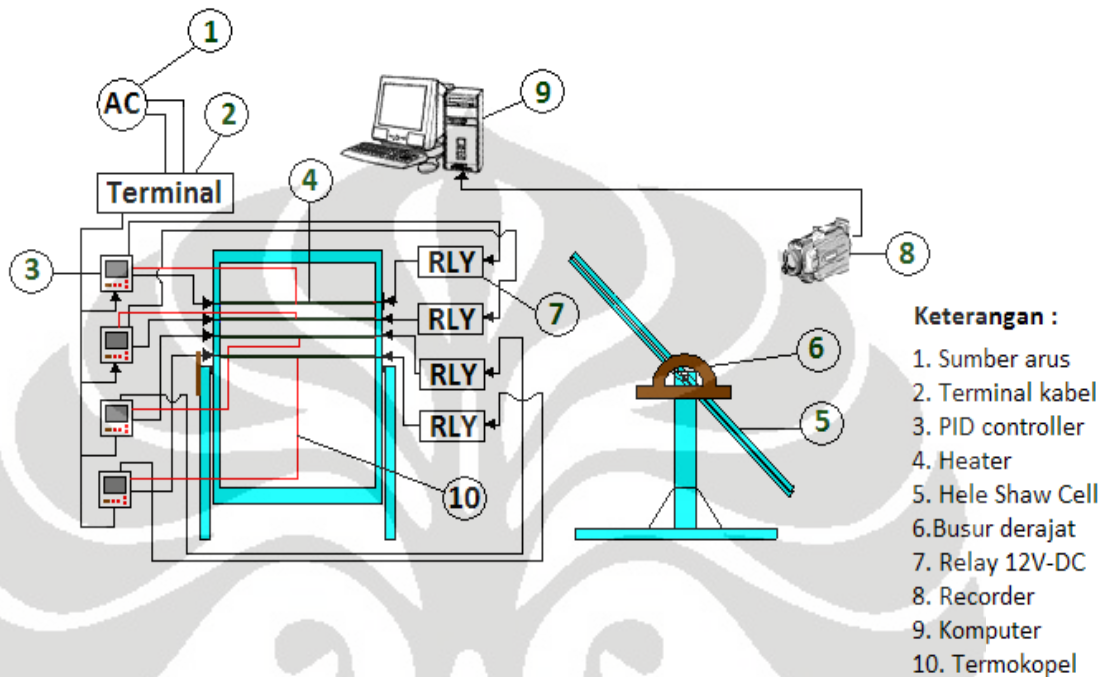
- Fungsi : untuk menampung fluida bekas pemakaian.

E. Kunci pas

- Ukuran : 17 mm
 Fungsi : untuk mengencangkan mur baut kerangka kaca.

3.2.3 Skema Pengujian

Sistem pengujian yang terdiri dari dua lapisan plat kaca pengujian dan komponen pelengkap dari *Hele Shaw Apparatus* ditunjukkan secara skematik pada gambar 3.3.



Gambar 3-3 Skema Pengujian pada Hele Shaw Apparatus

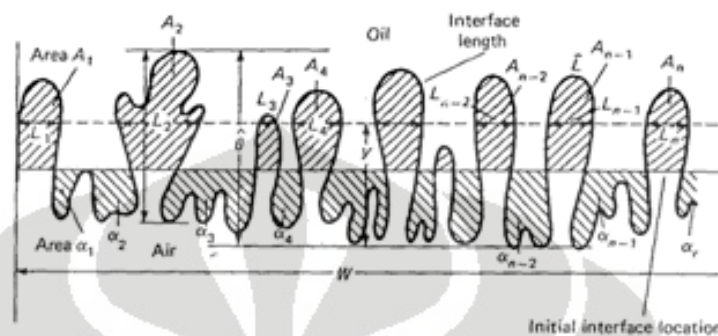
3.2.4 Prosedur Pengujian

Prosedur pengujian dikelompokkan menjadi beberapa tahap:

1. Tahap Persiapan
 - a. Memasang kerangka plat kaca bagian bawah.
 - b. Melevel posisi horisontal plat kaca bagian bawah dengan menggunakan waterpas. Pada posisi ini kedua penunjuk sudut harus menunjuk angka 0.
 - c. Membersihkan kedua permukaan kaca, baik plat kaca bagian bawah maupun plat kaca bagian atas.
 - d. Memasang kerangka plat kaca bagian atas.
 - e. Mengatur celah kedua kaca dengan menggunakan spacer, kemudian keempat bautnya dikencangkan satu persatu. (Karena kita mengambil data dengan celah kaca bervariasi maka kita mengambil data urut dari celah yang terbesar yaitu 1.5 mm, 1.2 mm dan 0.8 mm).

- f. Memasang lilin mainan di sepanjang tepi kerangka kaca sehingga cairan tidak keluar dari sistem.
 - g. Setelah semua tepi tertutup rapat, maka sistem diputar hingga mendekati posisi vertikal.
 - h. Memasang kantong reservoir dan selang-selangnya, dengan valve pada kondisi tertutup.
 - i. Memasukkan fluida/cairan ke dalam kantong reservoir.
 - j. Memasukkan cairan ke pengisi fluida dengan membuka valve pada kantong reservoir.
 - k. Setelah pengisi fluida penuh, fluida dimasukkan ke celah kaca hingga terisi 20 ~ 30 cm dari sisi bawah, dan dibiarkan selama beberapa waktu hingga bekas aliran cairan dari atas menipis.
 - l. Kemudian sistem diputar sehingga cairan pada posisi atas dan ditunggu hingga semua cairan mengalir ke bawah dan bekas aliran cairan menipis.
 - m. Hal ini pertama kali dilakukan berulang-ulang hingga bekas alirannya merata dan membentuk lapisan tipis pada plat kaca sehingga permukaan kaca benar-benar licin / kekasarannya mendekati nol.
 - n. Memasang recorder/handycam yang digunakan untuk mengamati dan mengambil data.
2. Tahap Pengoperasian dan Pengambilan Data.
- a. Sistem diposisikan pada posisi vertikal dengan pengisi fluida dibagian atas.
 - b. Setelah bekas aliran cairan menipis pada permukaan kaca, sistem diputar hingga membentuk sudut sesuai dengan yang ditentukan yaitu 15° , 45° dan 75° .
 - c. Tombol *Record* pada *handycam* ditekan sehingga pola aliran cairan terekam oleh *recorder*.
 - d. Mencatat perubahan pola aliran dari *recorder* melalui bantuan komputer.

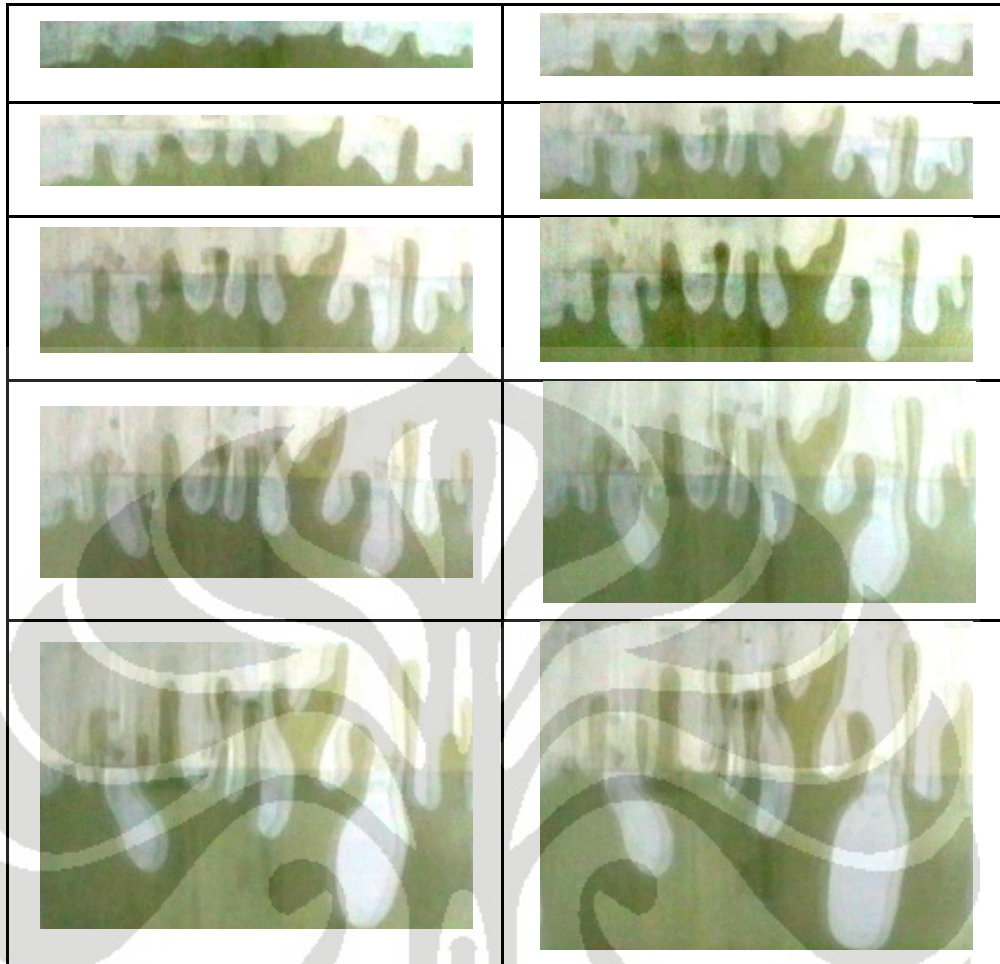
3. Tahap Pengolahan Data dengan Menggunakan MATLAB
 - a. Memotong gambar yang didapat recorder hingga hanya menampilkan gambar di wilayah gangguan θ (gambar 3.4).



Gambar 3-4 Wilayah Gangguan θ

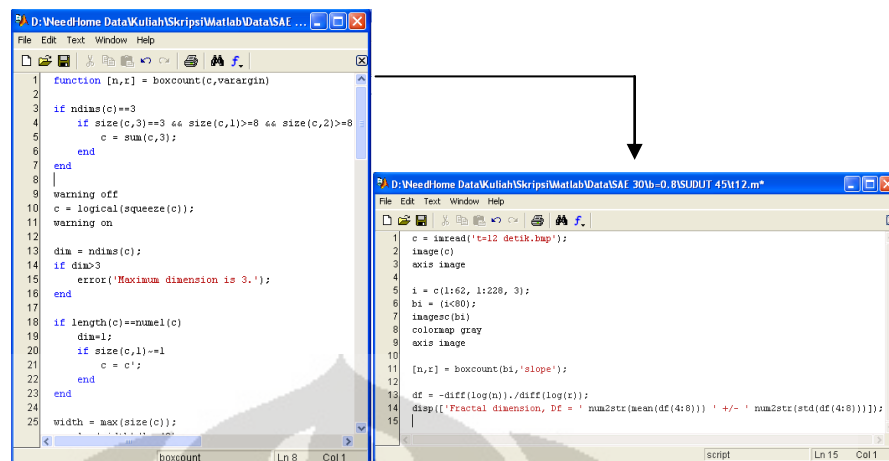
Visualisasi yang didapat dari eksperimen berupa video yang kemudian diubah menjadi foto-foto untuk setiap waktu pola aliran yang akan diamati. Foto yang menampilkan keseluruhan bagian dari plat kaca tersebut lalu dipotong pada wilayah gangguan θ seperti yang terlihat pada gambar 3.5 yang selanjutnya akan dihitung dimensi fraktalnya. Setiap foto yang telah dilakukan pemotongan diberi nama file dan dilakukan proses perhitungan dengan menggunakan bantuan Software MATLAB.

- b. Memasukkan nama file dan ukuran (dalam satuan *pixel*) gambar yang telah diubah ke dalam program MATLAB yang telah dibuat.



Gambar 3-5 Pemotongan Gambar untuk Dijadikan m-file pada MATLAB

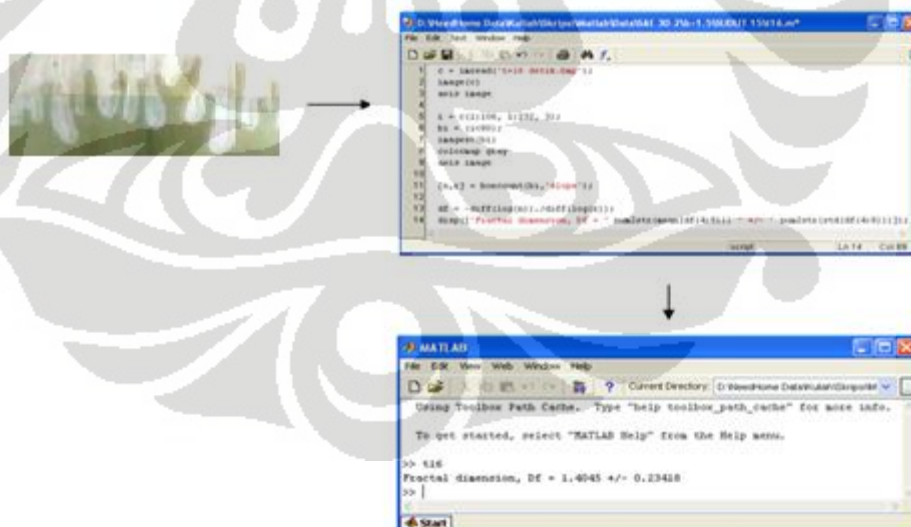
Program MATLAB untuk menghitung dimensi fraktal dibuat dalam bentuk *M-file*. Untuk algoritma perhitungan dimensi fraktal yang menggunakan metode *box-counting* disimpan dengan nama file '*boxcount.m*'. Sedangkan untuk menganalisa foto pola aliran digunakan nama file tersendiri sesuai dengan waktu pengamatannya. Nama file gambar yang akan diproses dimasukkan ke dalam *command* pada *m-file* tersebut. Fungsi-fungsi yang ada pada *m-file* yang digunakan untuk perhitungan dimensi fraktal dapat dilihat di lampiran.



Gambar 3-6 Contoh m-File Fungsi-Fungsi Metode Box-Counting

- c. Menjalankan program MATLAB dan mencatat dimensi fraktal yang ditampilkan.

Setelah sejumlah *m-file* yang dibutuhkan dibuat, maka langkah selanjutnya adalah memasukkan nama *m-file* dari foto pola aliran fluida yang akan dihitung dimensi fraktalnya ke dalam program MATLAB seperti yang terlihat pada skema yang ditunjukkan oleh gambar 3.7. Diagram alur algoritma dari perhitungan dimensi fraktal menggunakan program ini dapat dilihat pada lampiran.



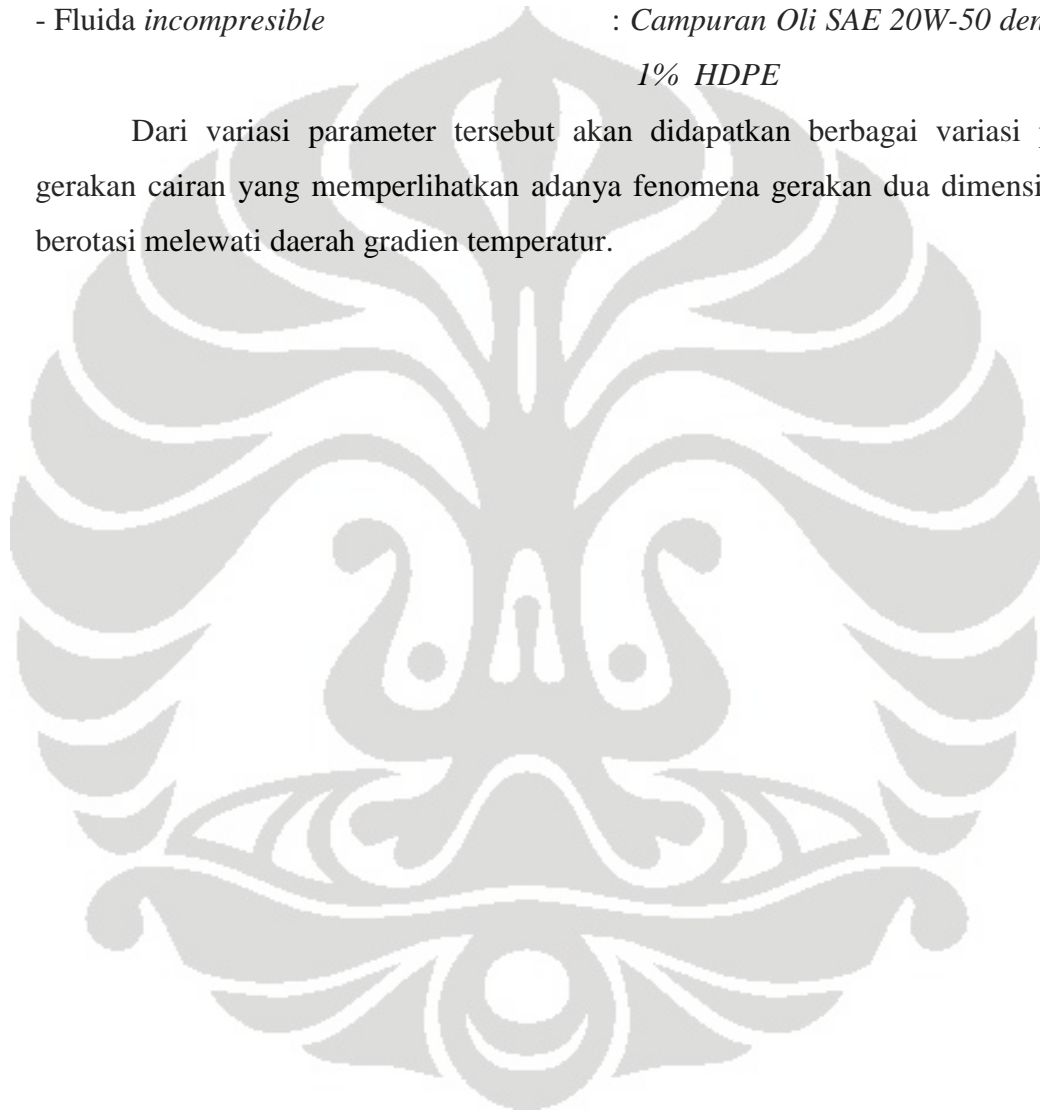
Gambar 3-7 Skema Perhitungan Dimensi Fraktal dengan Menggunakan MATLAB

3.3 Metode Penelitian

Pengujian dilakukan dengan sejumlah parameter yang divariasikan guna mendapatkan pola gerakan fluida melewati daerah gradien temperatur, yaitu:

- Besarnya celah kaca, (b) : 1.5mm, 1.2mm, dan 0.8mm
- Besarnya sudut kemiringan, (α) : 15°, 45°, dan 75°.
- Besarnya gradien temperatur (dt/dx) : $\pm 2.5^{\circ}\text{C}/\text{cm}$ - $\pm 10^{\circ}\text{C}/\text{cm}$
- Fluida *incompressible* : *Campuran Oli SAE 20W-50 dengan 1% HDPE*

Dari variasi parameter tersebut akan didapatkan berbagai variasi pola gerakan cairan yang memperlihatkan adanya fenomena gerakan dua dimensi tak berotasi melewati daerah gradien temperatur.



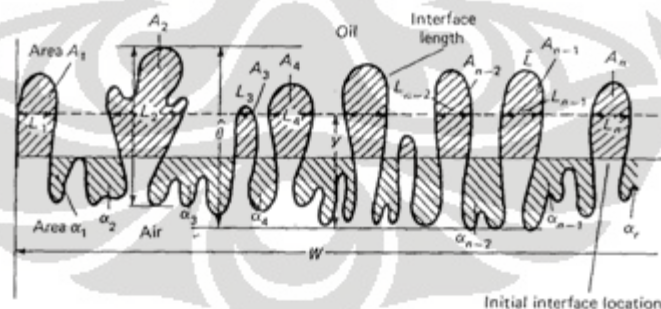
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari percobaan yang telah dilakukan, didapatkan data mentah berupa perubahan bentuk pola aliran seperti pada gambar 4.1 pada berbagai posisi kemiringan dan tebal celah yang berbeda-beda, yang diambil dengan menggunakan handycam. Fluida yang digunakan adalah campuran HDPE (High Density Polyethylene) dengan Oli 20W50. Setelah pada bab sebelumnya telah dijelaskan bagaimana untuk mendapatkan nilai-nilai dari massa jenis fluida (ρ), viskositas dinamik (μ), dan tegangan permukaan (T), pada bab ini akan dibahas mengenai hasil penelitian yang telah dilakukan.

Berdasarkan teori yang dikembangkan oleh Saffan dan Taylor dalam bukunya “*The Penetration of a Fluid Into a Porous Medium of Hele-Shaw Cell containing a More Viscous Fluid*” nilai-nilai tersebut dapat digunakan untuk menghitung normalisasi waktu (t^*) yaitu:

$$t^* = 2\pi\sqrt{3} \frac{12(\mu_1 + \mu_2)T^{1/2}}{(g \sin \alpha \Delta\rho)^{3/2} b^2} \quad (4.1)$$

sehingga dapat dibuat grafik koordinat dimensi fraktal terhadap t/t^* yang menunjukkan hubungan pertumbuhan gelombang dengan waktu.

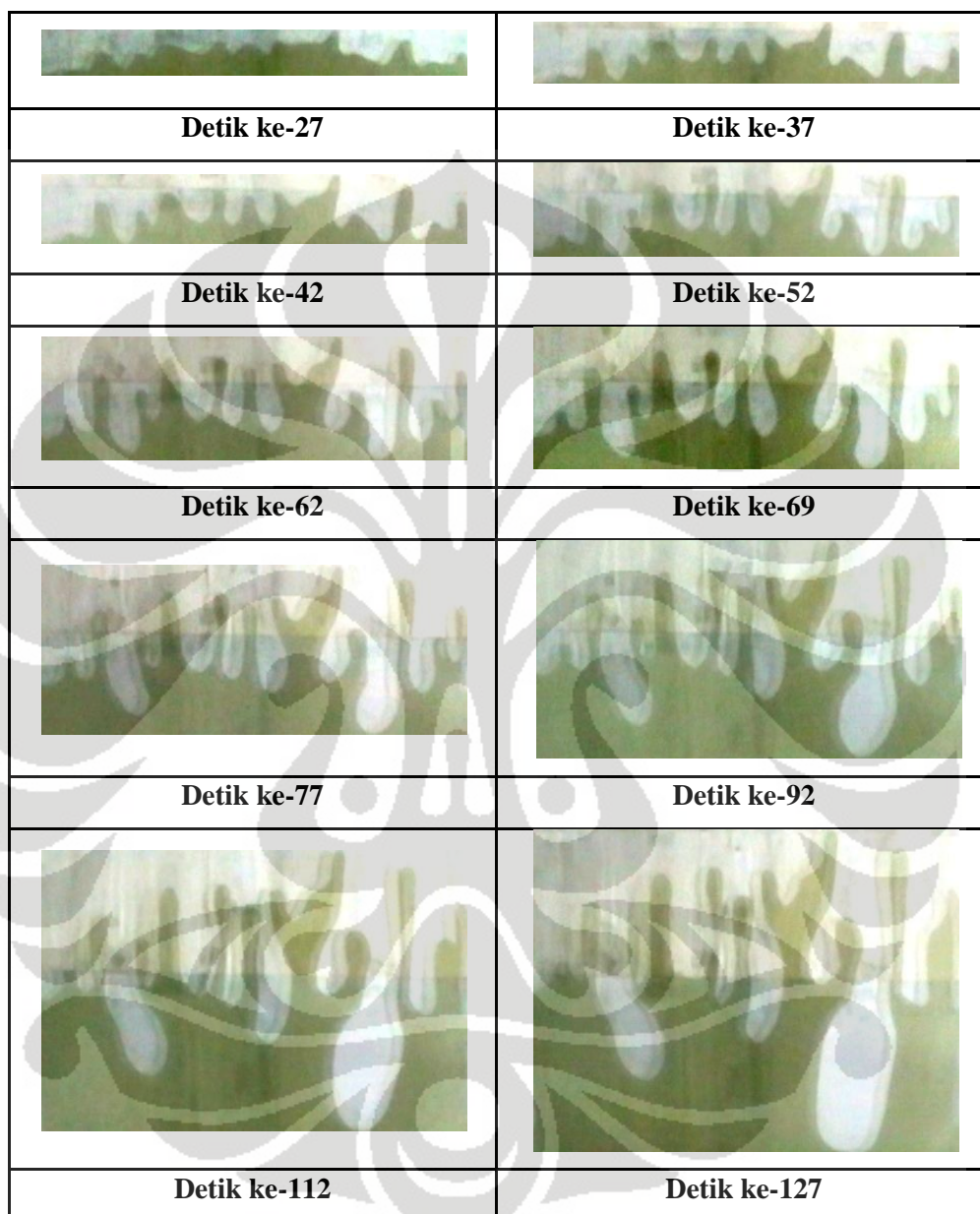


Gambar 4-1 Contoh Pola aliran yang didapat dari percobaan

Dari gambar 4.1 akan dilakukan perhitungan dimensi fraktal pada daerah gangguan $\hat{\theta}$.

4.1 Hasil

Pada gambar 4.2 diberikan contoh pengambilan gambar aliran takberotasi pada campuran HDPE dengan Oli 20W50, $\alpha = 15^\circ$ dan tebal celah $b=1.5$ mulai dari detik ke-27 sampai dengan detik ke-127.



Gambar 4-2 Contoh pengambilan gambar pada fluida uji dengan $\alpha = 15^\circ$ dan tebal celah $b=1.5$ tanpa gradient temperatur ($dT/dx = 0$).

Setelah mendapatkan gambar yang hanya menampilkan bentuk geometri fingering pada daerah gangguan $\hat{\theta}$, dengan menggunakan bantuan software MATLAB 7.8.0 (r2009a) dan memasukan fungsi boxcount maka dapat dihitung

besarnya dimensi fraktal dari bentuk tersebut dan juga dapat dibuat grafik yang menunjukkan besarnya dimensi fraktal terhadap normalisasi waktu t/t^* . Berikut adalah contoh dari perhitungan normalisasi waktu dari aliran yang terbentuk pada fluida dengan fluida uji, $\alpha = 15^\circ$ dan tebal celah $b=1.5$ tanpa gradient temperatur ($dT/dx = 0$)

campuran *HDPE dengan Oli 20W50*

$$\rho = 822.5 \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

$$\mu = 0.5 \text{ (N.s)/m}^2$$

$$T = 0.02 \text{ (N/m)}$$

Udara

$$\rho = 1.2 \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

$$\mu = 1.81 \times 10^{-6} \text{ (N.s)/m}^2$$

Kondisi:

$$b = 1.5 \text{ mm} = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\alpha = 15^\circ$$

$$t = 27 - 127 \text{ detik}$$

$$g = 9.8 \text{ kg.m/s}^2$$

$$dT/dx = 0$$

$$t^* = 2\pi\sqrt{3} \frac{12(\mu_1 + \mu_2)T^{1/2}}{(g \sin \alpha \Delta\rho)^{3/2} b^2} = 2\pi\sqrt{3} \frac{12(0,5 + 1,81 \times 10^{-6}) \times (0,02)^{1/2}}{(9,81 \times \sin 15 \times (822,5 - 1,2))^{3/2} \times (1,5 \times 10^{-3})^2}$$

$$t^* = 6.43$$

Table 4-1 Hasil Perhitungan Nilai-Nilai t/t^* dan Dimensi Fraktal

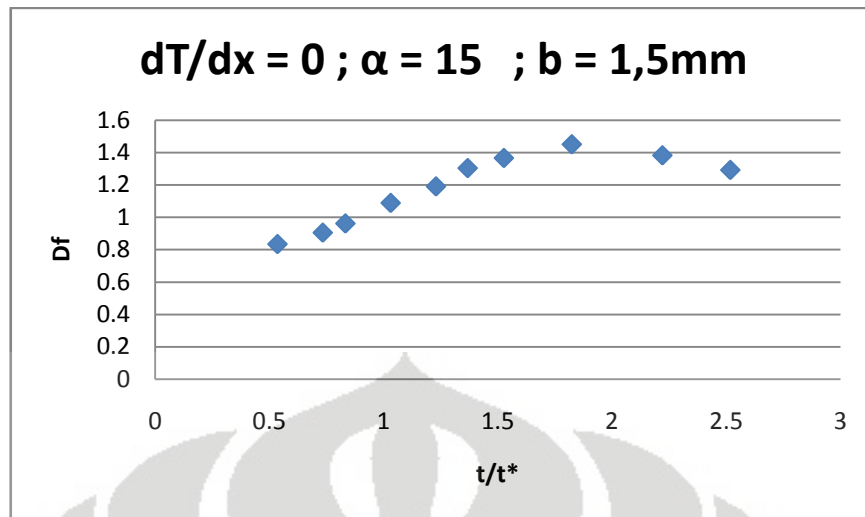
$dT/dx = 0$					
$\alpha = 15$		$\alpha = 45$		$\alpha = 75$	
t/t^*	Df	t/t^*	Df	t/t^*	Df
0.535361	0.8338	0.923888	0.8181	1.400147	0.89837
0.733643	0.90471	1.385832	1.0386	2.022434	1.034
0.832784	0.96147	1.847776	1.2753	3.111438	1.0715
1.031066	1.0886	2.30972	1.4111	3.889297	1.2196
1.229348	1.1908	3.233608	1.4759	4.667156	1.4217
1.368146	1.3041	4.157497	1.58814	5.445016	1.549
1.526771	1.3666				
1.824194	1.4515				
2.220758	1.3831				
2.518181	1.2926				
$dT/dx = +2.5$					
$\alpha = 15$		$\alpha = 45$		$\alpha = 75$	
t/t^*	Df	t/t^*	Df	t/t^*	Df
0.237938	1.3741	0.461944	1.2217	0.622288	1.2217
0.337079	1.5055	0.646722	1.392	1.089003	1.238
0.43622	1.6501	0.831499	1.4448	1.555719	1.2948
0.535361	1.7387	1.016277	1.538	1.866863	1.388
0.634502	1.75	1.201055	1.5685	2.333578	1.4685
0.832784	1.634	1.478221	1.698	2.955866	1.748
		1.755387	1.629299		
$dT/dx = -2.5$					
$\alpha = 15$		$\alpha = 45$		$\alpha = 75$	
t/t^*	Df	t/t^*	Df	t/t^*	Df
0.356908	1.32	1.016277	1.2419	1.244575	1.1016
0.456049	1.3826	1.478221	1.4217	1.711291	1.2951
0.55519	1.5147	1.940165	1.6215	2.178006	1.4916
0.753471	1.6424	2.402109	1.8136	2.644722	1.5802
0.951753	1.6939	2.864053	1.6647	2.955866	1.5089
1.150035	1.595				

dT/dx = +4					
$\alpha = 15$		$\alpha = 45$		$\alpha = 75$	
t/t*	Df	t/t*	Df	t/t*	Df
0.2974	1.338	0.554	1.148	0.933	1.174
0.3569	1.37	0.739	1.215	1.089	1.28
0.456	1.444	0.831	1.249	1.245	1.336
0.5552	1.526	1.201	1.424	1.4	1.42
0.6543	1.536	1.478	1.521	2.022	1.583
0.7535	1.601	1.755	1.652	2.489	1.73
0.9518	1.7	2.033	1.646	2.956	1.697
1.0509	1.752	2.402	1.634	3.267	1.635
1.2492	1.732				
1.3285	1.674				
1.4078	1.632				

dT/dx = -4					
$\alpha = 15$		$\alpha = 45$		$\alpha = 75$	
t/t*	Df	t/t*	Df	t/t*	Df
0.2776	1.337	0.4619	1.161	1.089	1.31
0.4759	1.474	0.7391	1.39	1.5557	1.439
0.6742	1.561	1.1087	1.486	2.0224	1.611
0.8724	1.611	1.3858	1.624	2.178	1.753
1.0707	1.694	1.663	1.675	2.3336	1.807
1.269	1.719	1.9402	1.617	2.8003	1.791
1.4673	1.754	2.2173	1.608	3.267	1.751
1.6656	1.707	2.4945	1.617		
1.8639	1.68	2.7717	1.641		
2.0621	1.664				
2.2604	1.697				
2.3794	1.699				

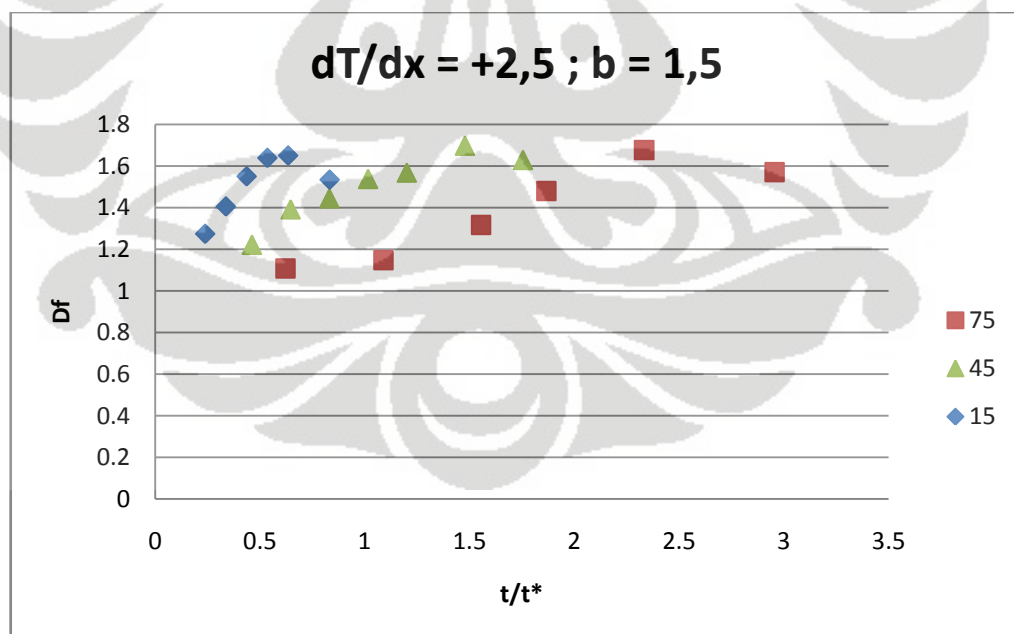
dT/dx = +10					
$\alpha = 15$		$\alpha = 45$		$\alpha = 75$	
t/t*	Df	t/t*	Df	t/t*	Df
0.2578	1.383	0.6467	1.544	0.933431	1.551
0.3966	1.542	0.9239	1.658	1.089003	1.639
0.5354	1.622	1.1087	1.659	1.244575	1.652
0.6742	1.651	1.2934	1.747	1.400147	1.668
0.813	1.634	1.4782	1.806	1.555719	1.707
0.9518	1.638	1.663	1.649	1.711291	1.762
1.0906	1.544	1.8478	1.622	1.866863	1.797
1.2293	1.485	2.0326	1.708	2.022434	1.824
1.3681	1.511	2.2173	1.727	2.178006	1.84
1.5069	1.549			2.333578	1.666

dT/dx = -10					
$\alpha = 15$		$\alpha = 45$		$\alpha = 75$	
t/t*	Df	t/t*	Df	t/t*	Df
0.257767	1.4101	0.646722	1.376	0.777859	1.458
0.356908	1.514	0.923888	1.504	1.244575	1.618
0.396564	1.5615	1.201055	1.614	1.711291	1.712
0.456049	1.597	1.478221	1.716	2.178006	1.795
0.55519	1.641	1.755387	1.708	2.644722	1.745
0.654331	1.686	2.032554	1.749	3.111438	1.78
0.753471	1.722	2.30972	1.784	3.578153	1.816
0.852612	1.769	2.586887	1.647		
0.951753	1.798	2.864053	1.695		
1.050894	1.819				
1.150035	1.725				
1.229348	1.659				



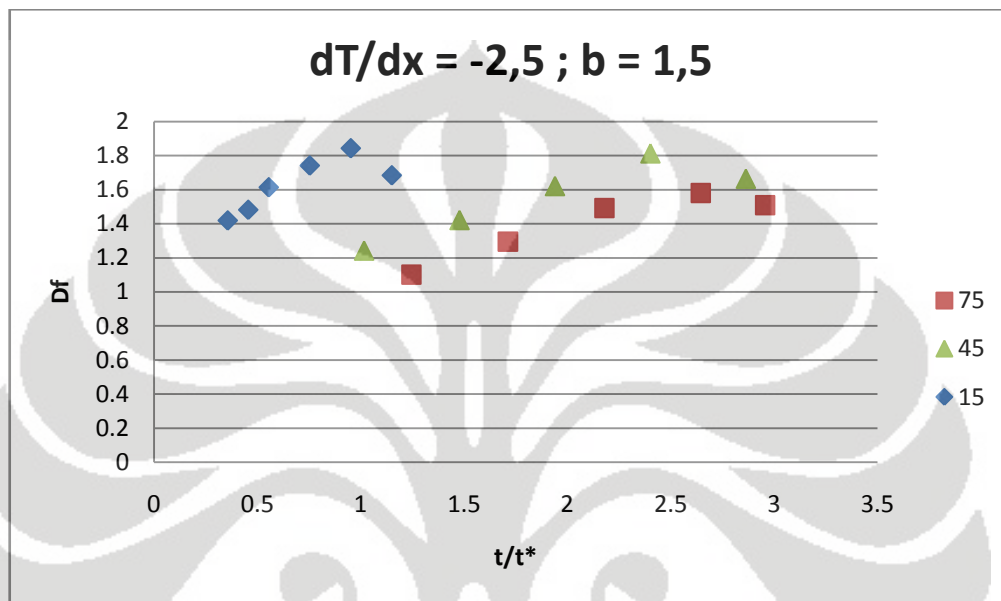
Gambar 4-3 contoh grafik hubungan skala waktu dan skala dimensi fraktal

Gambar diatas menunjukkan grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi fraktal yang dihasilkan oleh percobaan *helle-shaw apparatus* dengan menggunakan fluida uji, lebar celah plat kaca sebesar 1,5 mm dan sudut kemiringan sebesar 15°. Dari grafik tersebut terlihat seiring bertumbuhnya gelombang maka dimensi dari geometri fraktal gelombang tersebut juga akan meningkat dan ketika mencapai skala waktu tertentu akan berhenti berkembang.



Gambar 4-4 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi fraktal pada berbagai variasi sudut kemiringan plat kaca dengan gradient temperatur positif

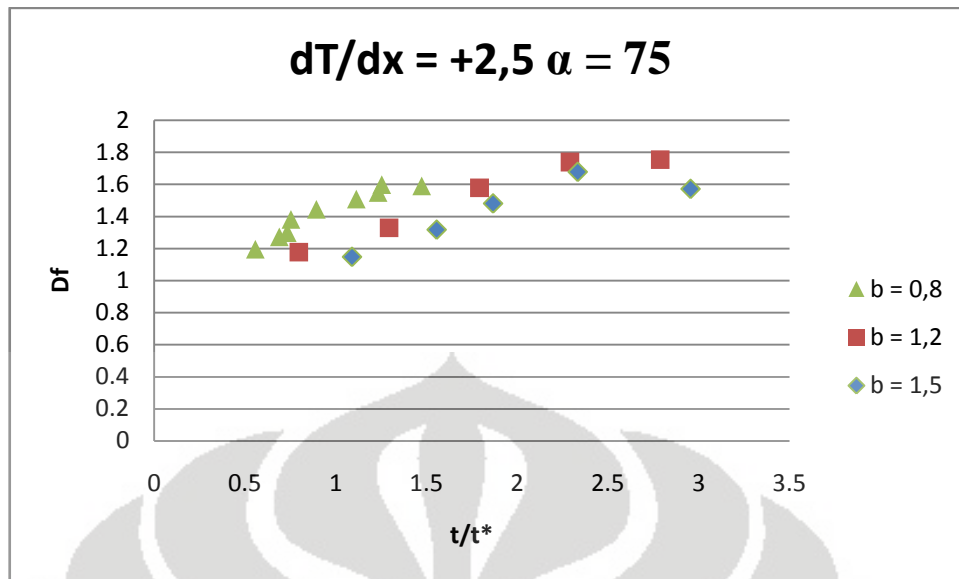
Gambar 4.4 menunjukkan perbandingan grafik dari variasi kemiringan plat kaca pada $dT/dx = +2,5$ dengan lebar celah 1,5 mm. Berdasarkan gambar tersebut dapat dilihat perbandingan dimensi aliran pada fluida jika ada perbedaan kemiringan, sehingga dapat diketahui pengaruh dari kemiringan terhadap pertumbuhan gelombang yang terbentuk.



gambar 4-5 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi fraktal pada berbagai variasi sudut kemiringan plat kaca dengan gradient temperatur negatif

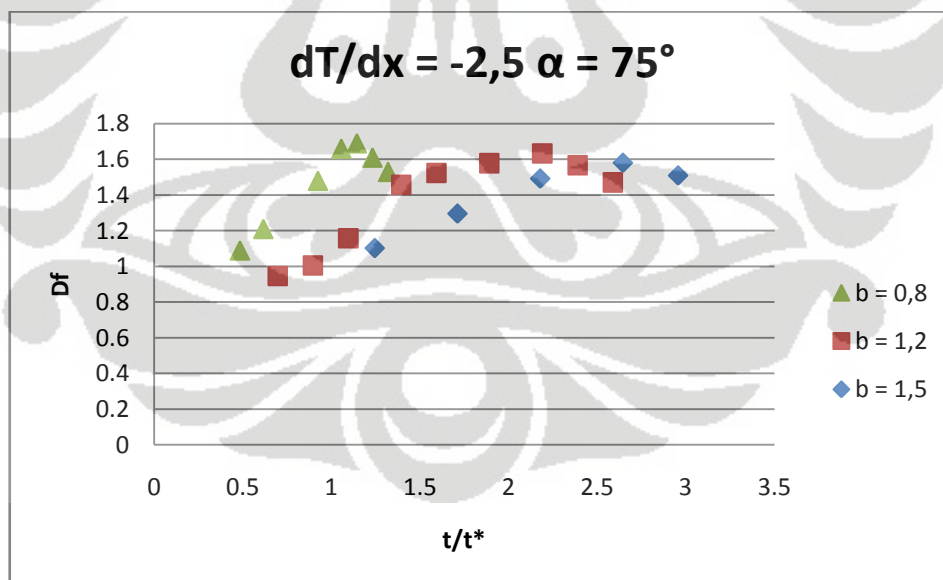
Gambar 4.5 menunjukkan perbandingan grafik dari variasi kemiringan plat kaca pada $dT/dx = -2,5$ dengan lebar celah 1,5 mm. Berdasarkan gambar tersebut dapat dilihat perbandingan dimensi aliran pada fluida jika ada perbedaan kemiringan, sehingga dapat diketahui pengaruh dari kemiringan terhadap pertumbuhan gelombang yang terbentuk.

Perbandingan grafik dari variasi lebar celah plat kaca dengan menggunakan fluida uji, sudut kemiringan $\alpha=75^\circ$ dan $dT/dx = +2.5$ ditunjukkan oleh gambar 4.6. Grafik tersebut memperlihatkan pengaruh perbedaan lebar celah plat kaca terhadap pertumbuhan dari gelombang atau fingering.

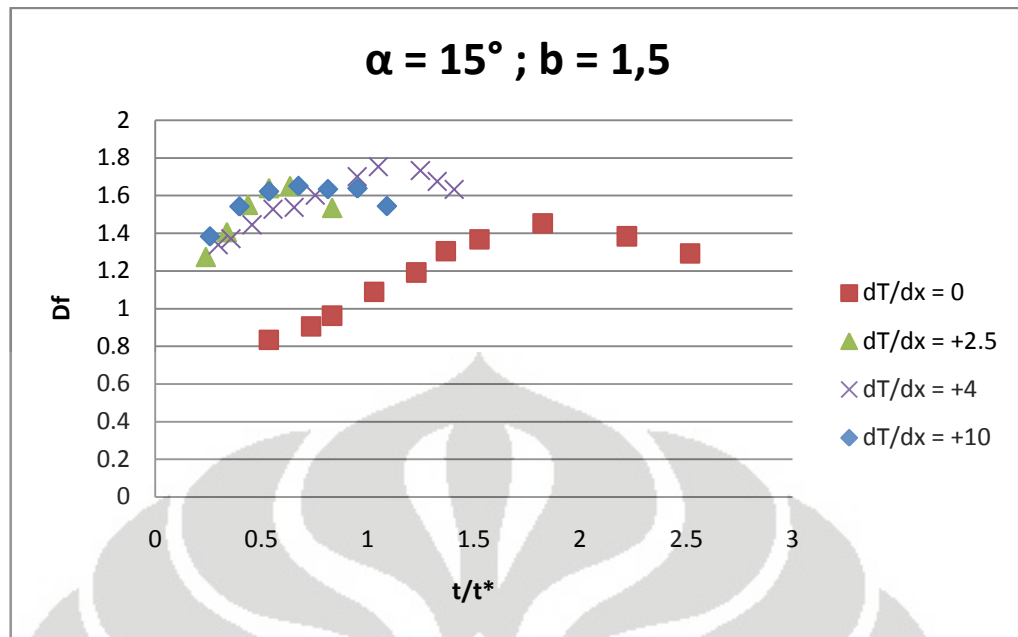


Gambar 4-6 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi faktal pada berbagai variasi lebar celah plat kaca

Perbandingan grafik dari variasi lebar celah plat kaca dengan menggunakan fluida uji, sudut kemiringan $\alpha=75^\circ$ dan $dT/dx = -2.5$ ditunjukkan oleh gambar 4.7. Grafik tersebut memperlihatkan pengaruh perbedaan lebar celah plat kaca terhadap pertumbuhan dari gelombang atau fingering.

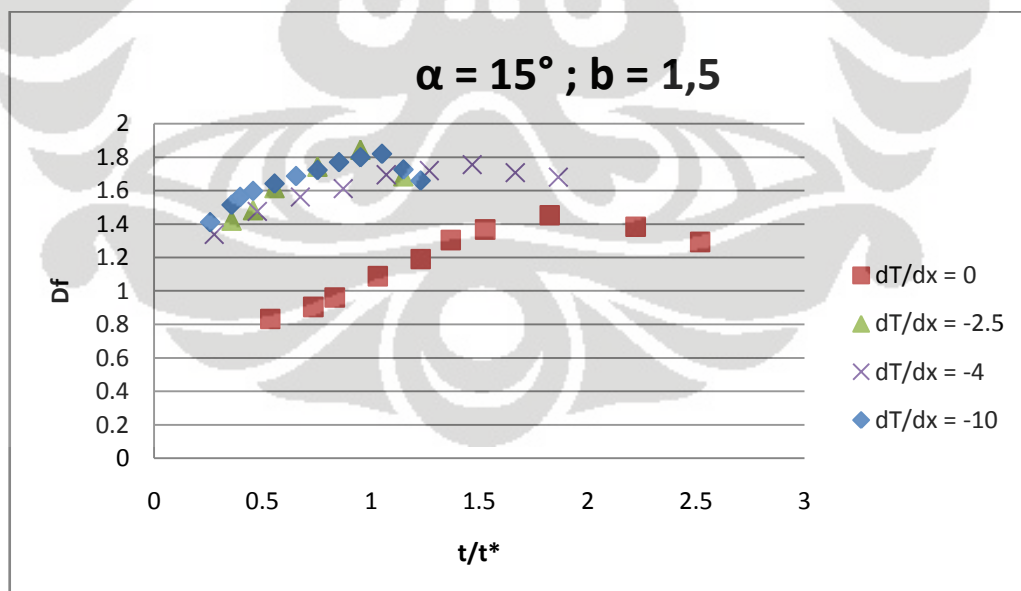


Gambar 4-7 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi faktal pada berbagai variasi lebar celah plat kaca



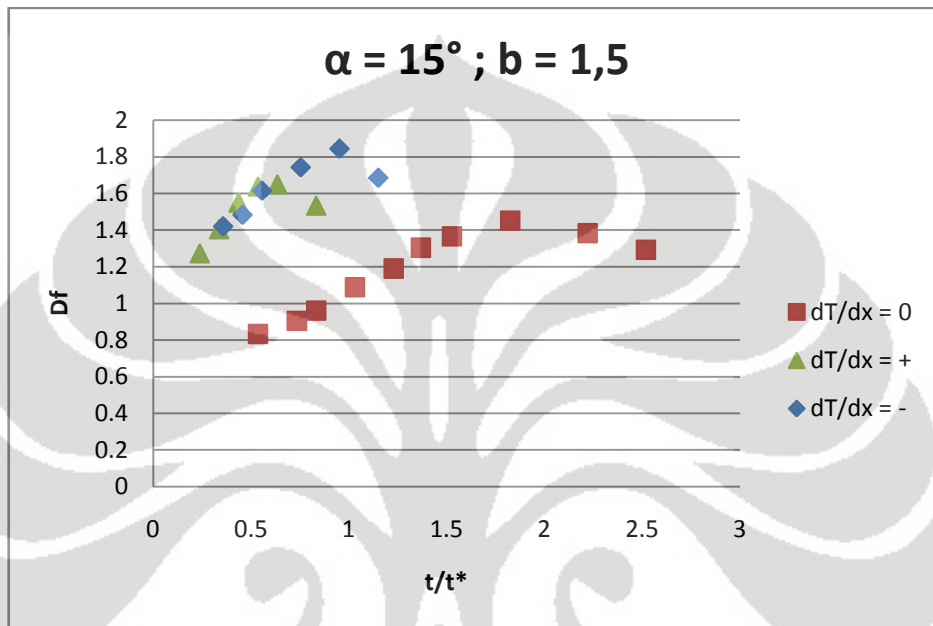
Gambar 4-8 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi faktal pada berbagai variasi jarak *heater*

Perbandingan grafik dari variasi lebar celah plat kaca dengan menggunakan fluida uji, sudut kemiringan $\alpha=75^\circ$ dan $b=1,5$ ditunjukkan oleh gambar 4.9. Grafik tersebut memperlihatkan pengaruh perbedaan lebar celah plat kaca terhadap pertumbuhan dari gelombang atau *fingering*.



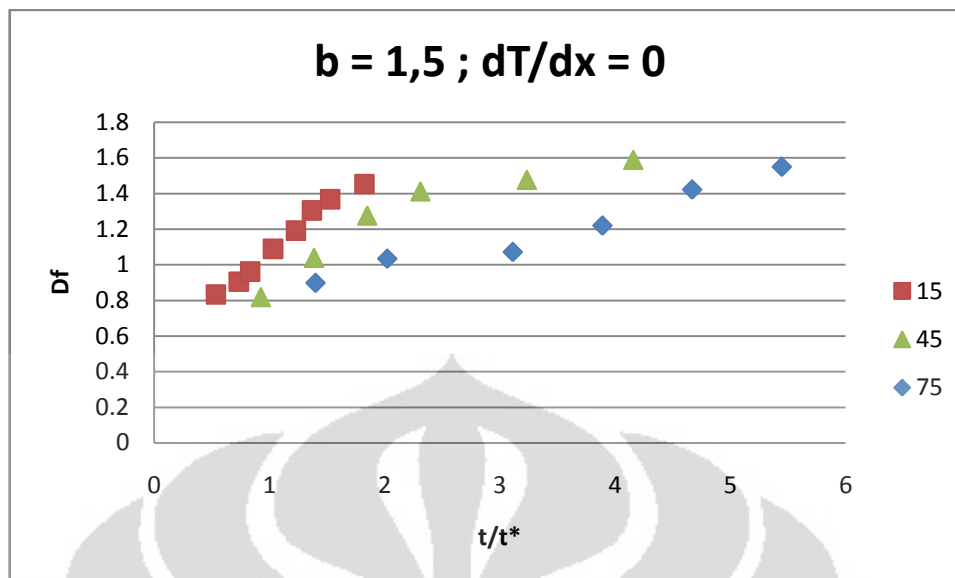
Gambar 4-9 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi faktal pada berbagai variasi jarak *heater*

Perbandingan grafik dari variasi lebar celah plat kaca dengan menggunakan fluida uji, sudut kemiringan $\alpha=75^\circ$ dan $b=1,5$ ditunjukkan oleh gambar 4.9. Grafik tersebut memperlihatkan pengaruh perbedaan lebar celah plat kaca terhadap pertumbuhan dari gelombang atau fingering.



Gambar 4-10 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi fraktal pada fluida uji ; $b=1,5$ dan $\alpha=15^\circ$ dengan gradien temperatur positif dan negative

Gambar 4.10 di atas menunjukkan grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi fraktal yang membandingkan hasil eksperimen yang menggunakan gradien temperatur positif dan negatif. Dari grafik tersebut dapat dilihat perbedaan pola aliran yang terjadi dari eksperimen yang dilakukan.



Gambar 4-11 Grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi fraktal pada fluida uji ; $b = 1,5$ dan $dT/dx = 0$

Gambar 4.11 di atas menunjukkan grafik hubungan antara skala waktu dan skala dimensi fraktal yang membandingkan hasil eksperimen yang menggunakan gradien temperatur positif, negative dan tanpa gradient pada variasi sudut (α). Dari grafik tersebut dapat dilihat perbedaan pola aliran yang terjadi dari eksperimen yang dilakukan.

4.2 Pembahasan

Setelah kita perhatikan semua foto hasil eksperimen, dapat kita lihat bahwa pada awalnya akan muncul gelombang-gelombang dengan diameter kecil, lalu diantara gelombang-gelombang tersebut akan tumbuh lebih besar dari yang lainnya. Gelombang-gelombang besar tersebut lama-kelamaan akan berhenti dan pecah menjadi gelombang-gelombang yang lebih kecil lagi. Seiring bertumbuhnya gelombang-gelombang tersebut, maka dimensi fraktal dari geometri gelombang yang terbentuk juga akan meningkat.

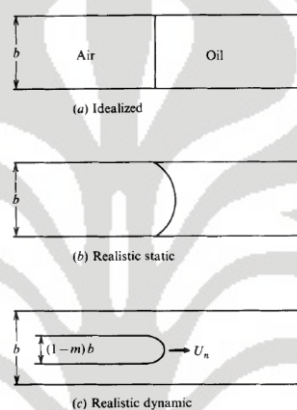
Berdasarkan analisis fraktal yang dilakukan dengan menghitung dimensi fraktal dari geometri gelombang-gelombang yang terbentuk, tidak mencapai nilai $t/t^* < 4$. Nilai t/t^* pada percobaan ini hampir semuanya dimulai pada nilai 0.25. Dilihat dari grafik 4-10 terlihat jelas bahwa dengan adanya heater akan meningkatkan nilai dari dimensi fraktalnya. Hal ini terjadi karena perubahan

viskositas yang di dapat ketika fluida melewati *heater*. Hal ini sama seperti yang dijelaskan R.Achmad Farid^[19] pada saat penjelasan perbandingan antara gradient positif, gradient negative dan tanpa gradien . Pada gambar 4-10 nilai dimensi fractal pada penggunaan gradient positif maupun negative mulai berkembang pada t/t^* 0.3 dan nilai D_f bernilai 1.2 sangat berbeda dengan tanpa adanya gradient temperatur dimana nilai t/t^* baru dimulai pada 0.5 dan nilai D_f bernilai 0.8. Perbedaan ini terjadi karena perkembangan gelombang yang terjadi pada gradient positif maupun negative tumbuh dengan sangat cepat sementara tanpa adanya gradient temperatur perkembangan gelombang terjadi dengan lambat. Kemudian perbandingan pada grafik gradien positif berada dibawah grafik negative dikarenakan saat fluida melewati gradient negative dengan temperatur 100°C maka nilai viskositas dari fluida akan berkurang dan memungkinkan terjadinya percepatan pada pertumbuhan gelombang yang terjadi. Lain halnya pada saat melewati gradient positif, nilai dimensi fractal (D_f) tidak sebesar gradient negative karena fluida melewati heater 40° dan nilai viskositasnya masih lebih besar pada gradient positif. Sehingga didapatkan grafik dengan gradient negative lebih tinggi daripada gradient positif maupun tanpa adanya gradient.

Pada grafik 4-8 dan 4-9 dapat dilihat bahwa nilai dimensi fractal dan t/t^* hampir mendekati sama pada saat nilai dari variasi antara celah gap (b), sudut kemiringan (α) dan jarak heater (dT/dx) sama. Namun nilai t/t^* pada gradient negative lebih tinggi, hal ini disebabkan karena pada fluida uji viskositas sangat dipengaruhi oleh nilai temperature. Viskositas fluida akan menurun ketika terjadi kenaikan temperaturnya dan dengan adanya kenaikan temperatur maka pertumbuhan gelombang akan meningkat seiring dengan kenaikan nilai dimensi fractal (D_f) .

Pada grafik 4-6 dan 4-7 pada variasi perbandingan nilai gap (b) dengan gap 0.8; 1.2 ; 1.5 dapat dilihat nilai pada grafik gap 0.8 mempunyai nilai paling tinggi dibandingkan dengan nilai pada gap 1.2 dan gap 1.5. Hal ini disebabkan pada saat gap 0.8 terdapat lebih banyak gangguan dibandingkan pada gap 1.2 dan 1.5. Kejadian ini juga dijelaskan sesuai dengan kutipan Menke Krishnan pada jurnalnya "*Saffman-Taylor Instability using Hele Shaw Cell*" bahwa "*A flow is said to be stable if small disturbances initially in the flow die out or remain small,*

and is said to be unstable if these small disturbances grow.”^[18] Apa yang terjadi pada fluida uji sesuai dengan teori, karena lebar celah kaca yang lebih kecil akan lebih banyak menimbulkan gangguan pada aliran, sehingga ketidakstabilan (*fingering*) fluida lebih cepat berkembang. Perbedaan bentuk grafik pada variasi gap ini dimungkinkan terjadi karena adanya bentuk interface yang mungkin terjadi pada celah sempit seperti yang dijelaskan P. G Saffman dalam jurnalnya “*viscous vinging in helle-shaw cell*” yang menjelaskan bahwa akan adanya *possible interface shapes in the narrow gap*.



Gambar 4-12 Kemungkinan yang terjadi pada celah sempit

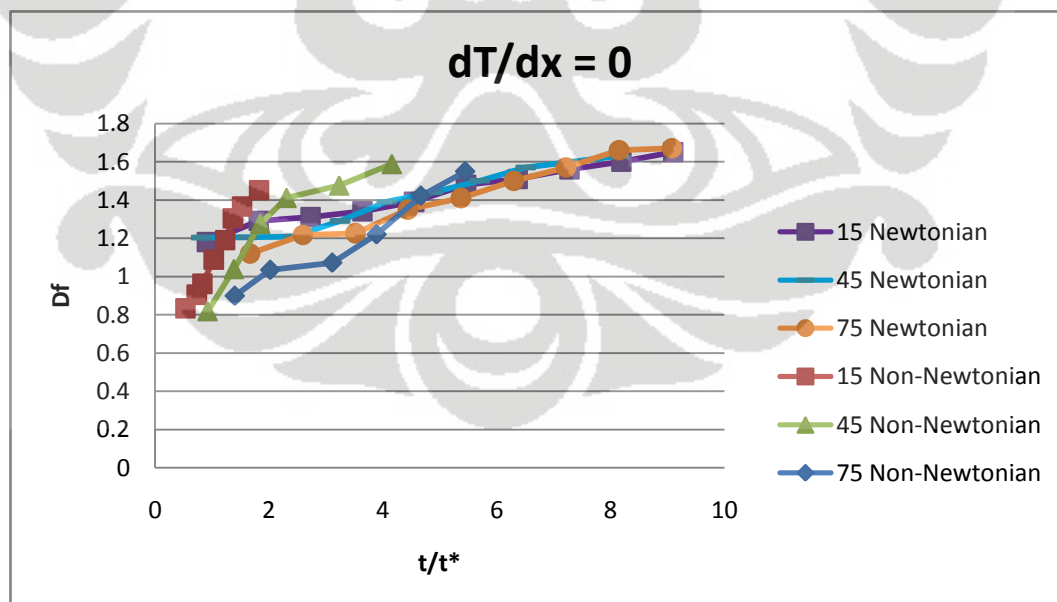
Dari eksperimen yang dilakukan dengan jenis fluida dan lebar celah yang sama namun dengan sudut kemiringan plat yang berbeda didapatkan bahwa perbedaan sudut kemiringan tersebut tidak berpengaruh pada perbedaan dimensi fraktal terhadap waktu spesifiknya. Demikian pula yang terjadi jika eksperimen dilakukan dengan jarak heater dan sudut kemiringan yang sama namun lebar celahnya berbeda. Hal ini menunjukkan bahwa nilai dimensi fraktal tidak bergantung pada sifat fisik dari media aliran dan rasio pergerakan meskipun hasil yang ditunjukkan oleh grafik masih menunjukkan sedikit sekali perbedaan seperti yang diungkapkan oleh Olubunmu M. Ongunsula dkk dalam jurnalnya yang berjudul “*Analysis of Viscous Fingering in Two-Dimensional Flow Cell by Fractal Dimension*”^[11].

Penjelasan lain yang mendukung grafik 4-6 dan 4-7 berasal dari penelitian yang dilakukan Jean Schmittbuhl, Yves Meheust et al mengenai viscous fingering pada media berpori dengan menggunakan helleshaw cell dengan dua plat parallel dengan rectangular section berdasarkan stokes flow menjelaskan

adanya gangguan pada model struktur berpori ini merupakan skala kecil dari model yang lebih besar dan didapatkan nilai dimensi fractal yang besar dengan nilai gangguan yang besar

Selanjutnya pada grafik 4-4 dan 4-5 dapat kita lihat nilai dimensi fractal yang tinggi pada $\alpha=15^\circ$ dan diikuti oleh $\alpha=45^\circ$ dan $\alpha=75^\circ$. Pada gradient positif maupun negative nilai dimensi fractal pada $\alpha=15^\circ$ terlihat pertumbuhan yang cukup cepat dibandingkan dengan $\alpha=45^\circ$ dan $\alpha=75^\circ$ pada t/t^* yang kecil namun semakin besar nilai t/t^* maka pertumbuhan gelombang akan semakin melambat seiring dengan menurunnya nilai dimensi fractal (Df). Hal ini dapat disebabkan karena dengan aliran yang lebih lambat pada α yang lebih kecil memungkinkan kalor dari *heater* terserap lebih baik. Viskositas yang turun akibat kalor akan mempengaruhi tinggi *fingering* yang terjadi. Hal ini sesuai dengan yang dikemukakan Ljubinko Kondic, et.al pada jurnal “*Non Newtonian Hele Shaw Flow and The Saffman-Taylor Instability*” mengatakan bahwa daerah *interface* antara kedua fluida adalah daerah dengan kecepatan tertinggi dan viskositas terendah.

Gambar 4-13 Perbandingan antara fluida Newtonian dengan fluida non-Newtonian



Pada grafik 4-12 dapat dilihat bahwa karakteristik dari kedua fluida ini sangat berbeda. Sangat terlihat jelas pada perbandingan antara dimensi fractal

dan t/t^* , pada fluida non Newtonian pertumbuhan gelombang terjadi pada t/t^* yg kecil sedangkan fluida Newtonian besar dan nilai maksimal yang diperoleh pada fluida non Newtonian $t/t^* = 3.5$ sedangkan pada fluida Newtonian dapat mencapai $t/t^* = 10$. Selain itu dapat dilihat juga bahwa nilai dimensi fractal pada fluida non Newtonian maksimal terjadi saat t/t^* kecil dengan kata lain pertumbuhan gelombang yang terjadi dengan sangat cepat sementara pada fluida Newtonian pertumbuhan gelombang terjadi secara perlahan dan cenderung mengalami kenaikan secara stabil yang terlihat pada grafik 15° , 45° dan 75° pada fluida non Newtonian (grafik 4-11) berbanding fluida Newtonian. Hal ini terjadi karena viskositas kedua fluida ini jauh berbeda glycerin memiliki viskositas = 1,5 Pa.S sementara oli + HDPE memiliki viskositas = 0,5 Pa.S sehingga *fingering* lebih mudah dibentuk dan kestabilan viskositas glycerin lebih tinggi daripada oli + HDPE karena oli + HDPE lebih responsive terhadap perubahan temperatur yang terjadi ketika oli + HDPE menerima temperatur yang besar secara drastis maka nilai viskositasnya akan turun secara drastis pula.

BAB 5 KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan analisa dari penelitian yang telah dilakukan, dapat diambil beberapa kesimpulan, yaitu:

1. Perbedaan sudut kemiringan dan lebar celah pada penelitian tidak mempengaruhi karakteristik aliran.
2. Pemberian gradien temperatur pada aliran Hele Shaw mempengaruhi viskositas, *fingering* dan karakteristik aliran.
3. *Fingering* akan mempengaruhi nilai dimensi fraktal (D_f).
4. Karakteristik fluida non Newtonian dan Newtonian berbeda. Dapat dilihat pada perbandingan antara dimensi fraktal (D_f) dan t/t^* , pada fluida non Newtonian nilai maksimal $t/t^*= 5$ sedangkan pada fluida Newtonian mencapai $t/t^*= 10$ pada nilai D_f yang sama

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Ljubinko Kondic, Peter Palffy-Muhoray, and Michael J. Shelley. (1996). Models of non-Newtonian Hele Shaw Flow. Volume 54 Number 5
- [2] Kalonji K Kabanemi, Jean-Francois Hetu, Samira H Sammoun.(2005). Elastic flow-front fingering instability in flowing polymer solutions. *Rheol Acta*.45: 493-704
- [3] Kaleena Menke, Gopi Krishnan.(2006). *Saffman Taylor Instability using a Hele Shaw Cell*.
- [4] Taylor G.I.(1953). Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube. *Proc.Soy.Soc.Lond.A*. 219, 186-203
- [5] Aris, R.(1956). On the dispersion of a solute in a fluid flowing through a tube.*Proc. Soy. Soc. A*. 235, 67-77
- [6] Taylor, G.I.(1954). Conditions under which dispersion of a solute in a stream of solvent can be used to measure molecular diffusion. *Proc. Soy. Soc. Lond.A*. 255, 473-477
- [7] Miguel A. Moyers-Gonzalez · Ian A. Frigaard. (2007) Kinematic instabilities in two-layer eccentric annular flows, part 1: Newtonian fluids. *J. Eng. Math*. 62: 103-131
- [8] Zimmerman,W.B., Homsy, G.M.(1992).: Viscous fingering in miscible displacement: unification of effects of viscosity contrast, anisotropic dispersion, and velocity dependence of dispersion on nonlinear finger propagation. *Pshyc. Fluids. A*. 4, 348-2359
- [9] Tarfadar et al. Adhesion and Fingering in Lifting Hele Shaw cell; Role of Substrate. *Eur. Phys. J. E*. 25, 267-275
- [10] Jean Schmittbuhl, Yves Meheust et al; Viscous fingering in porous media; *Phys. Rev. E* 70, 026301, 2004
- [11] Olubunmi M. Ogunsola, Everett R Ramer, Duane H. Smith; Analysis of Viscous Fingering in Two-Dimensional Flow Cell by Fractal Dimension
- [12] Pomeau Y., 1980 The Saffman-Taylor fingers in the limit of very large surface tension. *Stud.Bppl. Math*. **73**, 75-89.

- [13] Karl Theodor Wilhelm Weierstrass; Encyclopædia Britannica, 1872.
- [14] Paul Pierre Lévy; *Plane or Space Curves and Surfaces Consisting of Parts Similar to the Whole*; 1983.
- [15] Benoît Mandelbrot; *How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension*.
- [16] Russel et all 1992 ;*Ferina*, 1998.
- [17] Moisy, F. *Computing a Fractal Dimension with MATLAB: 1D, 2D, and 3D Box-counting*. Paris: University Paris Sud, 2008.
- [18] Saffman. P. G; Viscous fingering in Hele-Shaw cells; *J . Fluid Mech.* (1986), *vol.* 173, *p p .* 73-94
- [19] Farid, R.Achmad. Aliran Fluida non Newtonian pada Celah Sempit Dengan dan Tanpa Gradien Temperatur, *Skripsi*. Depok: Departemen Teknik Mesin Universitas Indonesia, 2010.
- [20] Asy'ari, Nidhom. Analisis Fraktal Pada Proses *Fingering* Aliran Celah Sempit Fluida Newtonian, *Skripsi*. Depok: Departemen Teknik Mesin Universitas Indonesia, 2009
- [21] Sukiyatno. *Karakteristik Aliran Takberotasi pada Hele Shaw*, *Skripsi*. Depok: Departemen Teknik Mesin Universitas Indonesia, 2004.
- [22] Mandelbrot, B. B. *The Fractal Geometry of Nature*. San Fransisco: Freeman, 1982.
- [23] Soille, Pierre., Jean, F Rivest. *On the Validity of Fractal Dimension Measurements in Image Analysis*. Canada: Dept. of Electrical Engineering - University of Ottawa, 1996.
- [24] Zmeškal, Oldřich. *Fractal Analysis of Image Structure*. Purkynova: Brno University of Technology, 2001.
- [25] Nittmann Johann. *Fractal Growth of Viscous Fingers: Quantitative Characterization of a Fluid Instability Phenomenon*. France: Etudes et Fabrication Dowell Schlumberger, 1985.

LAMPIRAN**Lampiran 1**

Spesifikasi Fluida

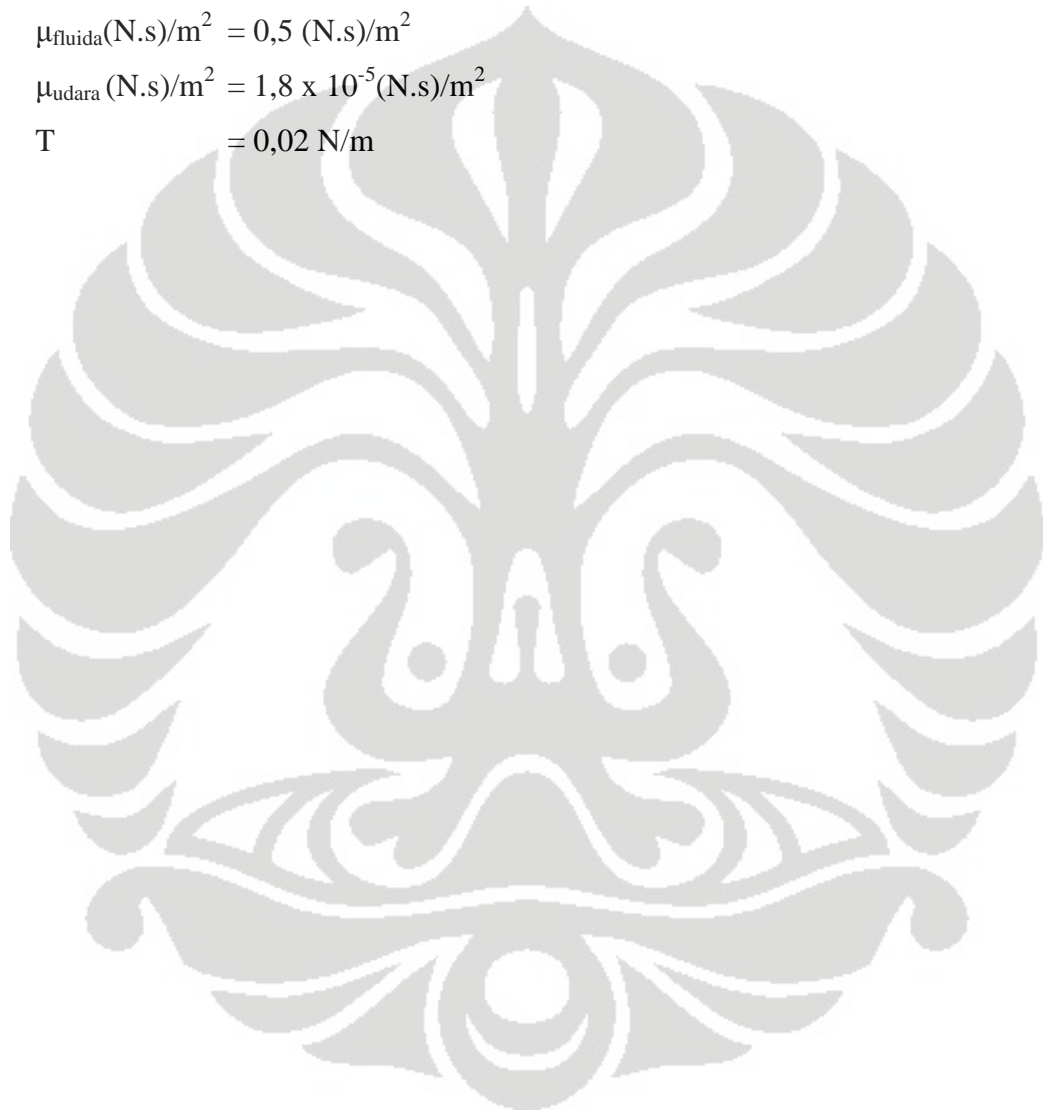
$$\rho_{\text{fluida}} (\text{kg/m}^3) = 822,5 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{udara}} (\text{kg/m}^3) = 1,2 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_{\text{fluida}} (\text{N.s})/\text{m}^2 = 0,5 (\text{N.s})/\text{m}^2$$

$$\mu_{\text{udara}} (\text{N.s})/\text{m}^2 = 1,8 \times 10^{-5} (\text{N.s})/\text{m}^2$$











$$T = 0,02 \text{ N/m}$$



Lampiran 2

Gambar potongan foto hasil eksperimen

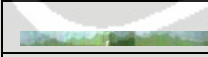





Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = 0 ; Sudut kemiringan (α) = 15°

				
Detik ke-27	Detik ke-37	Detik ke-42	Detik ke-52	Detik ke-62
				
Detik ke-69	Detik ke-77	Detik ke-92	Detik ke-112	Detik ke-127











Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = 0 ; Sudut kemiringan (α) = 45°

				
Detik ke-10	Detik ke-15	Detik ke-20	Detik ke-25	Detik ke-35
				
Detik ke-45				

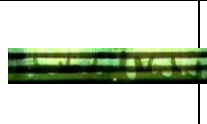
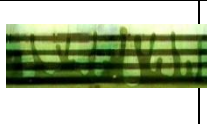







Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = 0 ; Sudut kemiringan (α) = 75°

				
Detik ke-9	Detik ke-13	Detik ke-20	Detik ke-25	Detik ke-31
				
Detik ke-35				

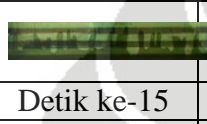
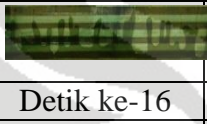




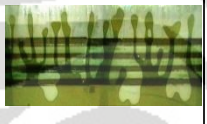



Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = +10 ; Sudut kemiringan (α) = 15°

				
Detik ke-13	Detik ke-20	Detik ke-27	Detik ke-34	Detik ke-41
				
Detik ke-48	Detik ke-55	Detik ke-63	Detik ke-69	Detik ke-76


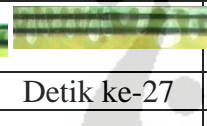










Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = +10 ; Sudut kemiringan (α) = 45°

				
Detik ke-13	Detik ke-20	Detik ke-27	Detik ke-34	Detik ke-41
				
Detik ke-48	Detik ke-55	Detik ke-63	Detik ke-69	

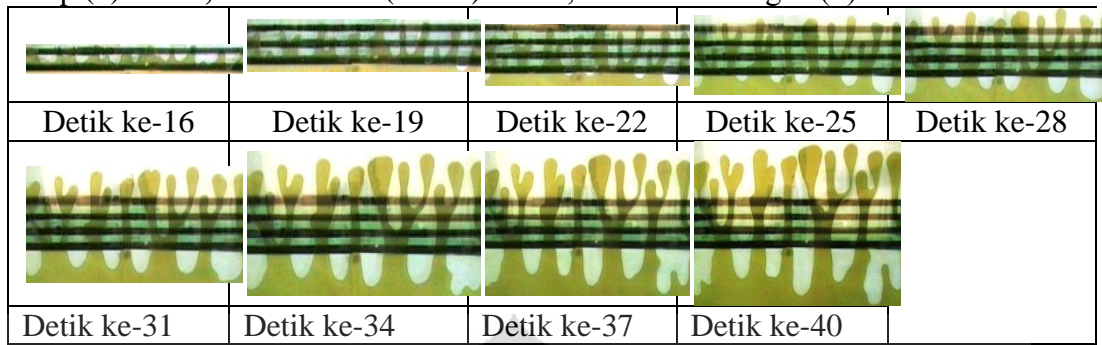
Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = +10 ; Sudut kemiringan (α) = 75°

				
Detik ke-15	Detik ke-16	Detik ke-17	Detik ke-18	Detik ke-19
				
Detik ke-20	Detik ke-21	Detik ke-22	Detik ke-23	Detik ke-24

Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = -10 ; Sudut kemiringan (α) = 15°

				
Detik ke-22	Detik ke-27	Detik ke-29	Detik ke-32	Detik ke-37
				
Detik ke-42	Detik ke-47	Detik ke-52	Detik ke-57	Detik ke-62
				
Detik ke-67	Detik ke-71			

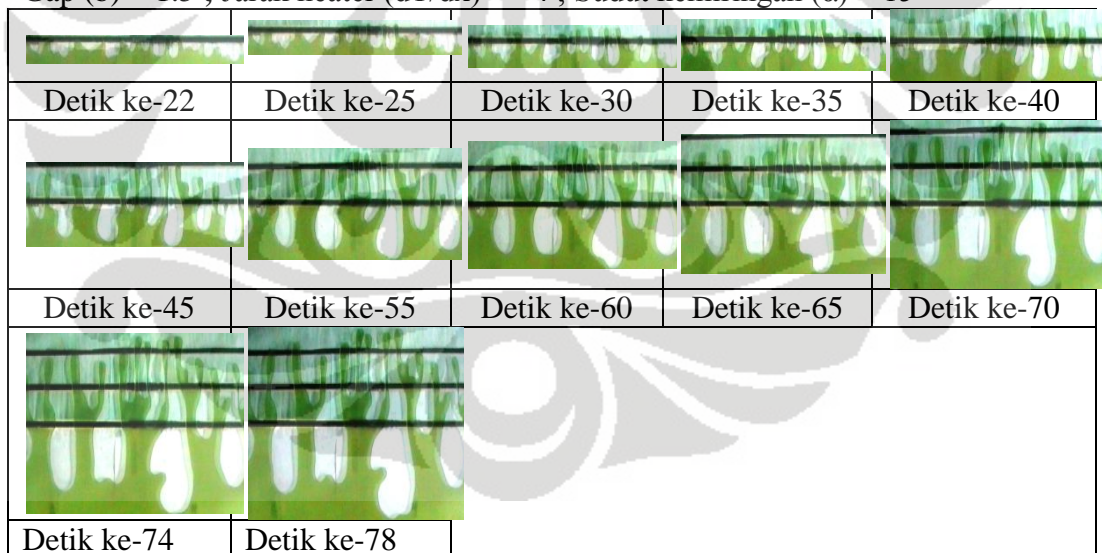
Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = -10 ; Sudut kemiringan (α) = 45°



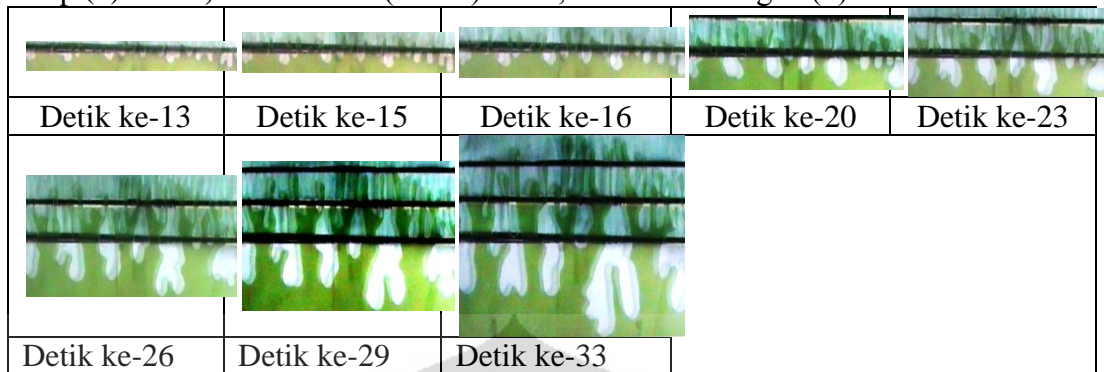
Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = -10 ; Sudut kemiringan (α) = 75°



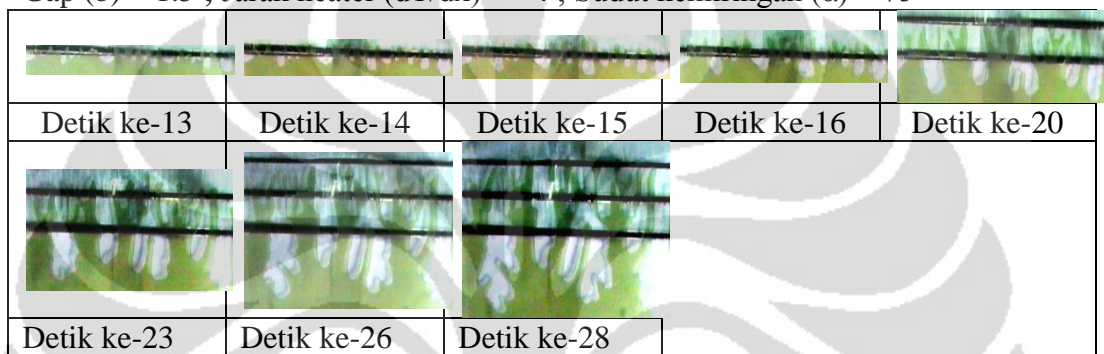
Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = +4 ; Sudut kemiringan (α) = 15°



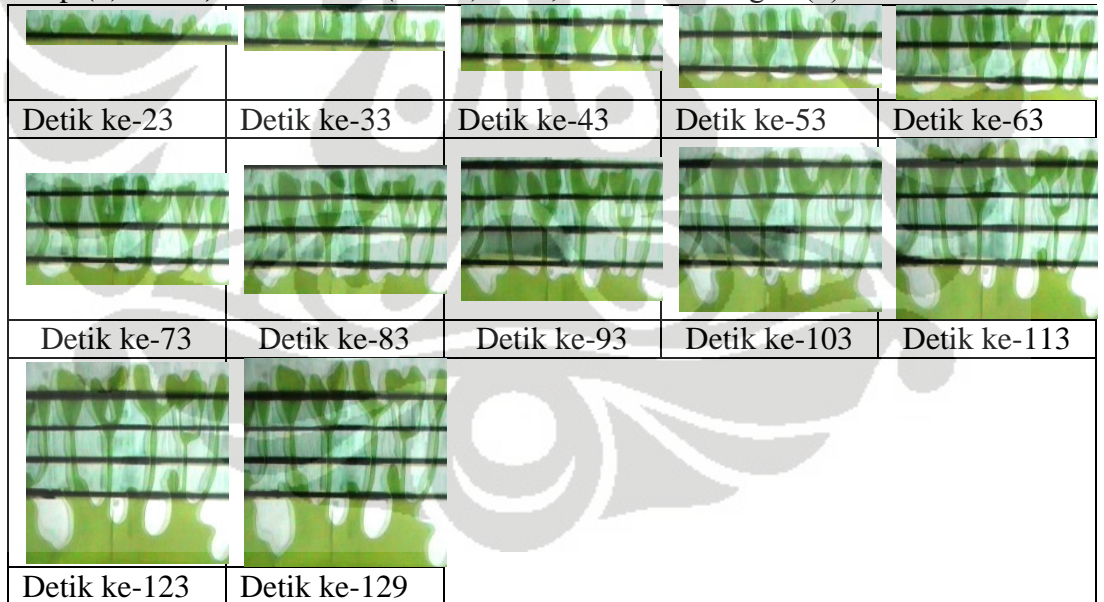
Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = +4 ; Sudut kemiringan (α) = 45°



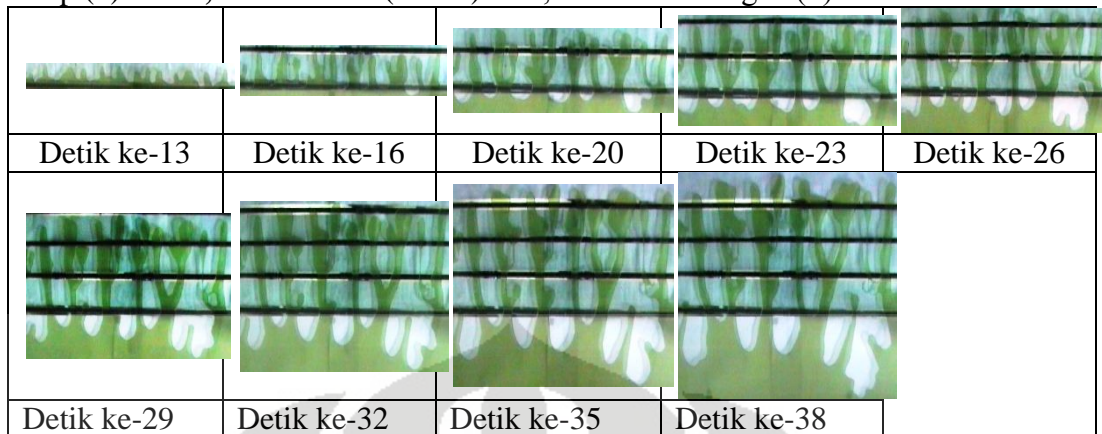
Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = +4 ; Sudut kemiringan (α) = 75°



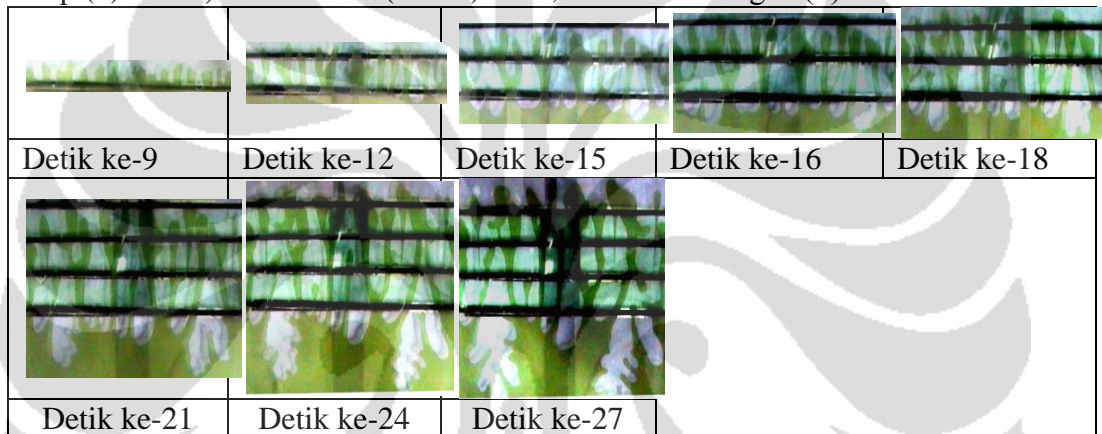
Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = -4 ; Sudut kemiringan (α) = 15°



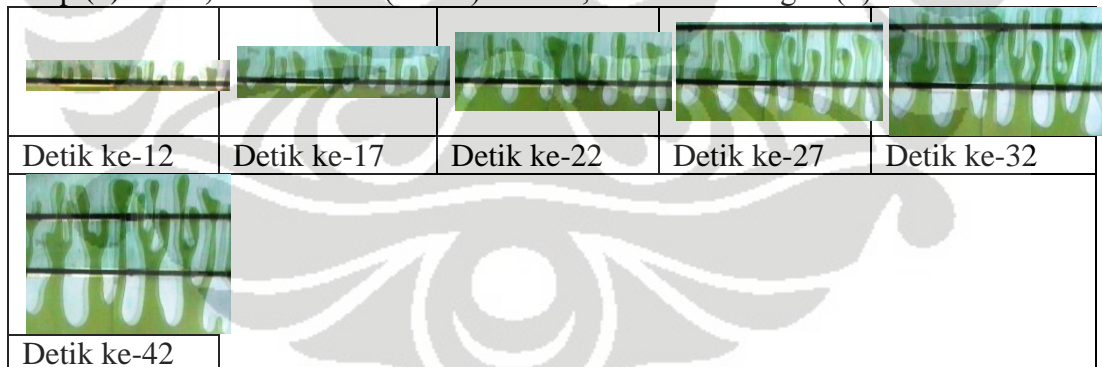
Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = -4 ; Sudut kemiringan (α) = 45°



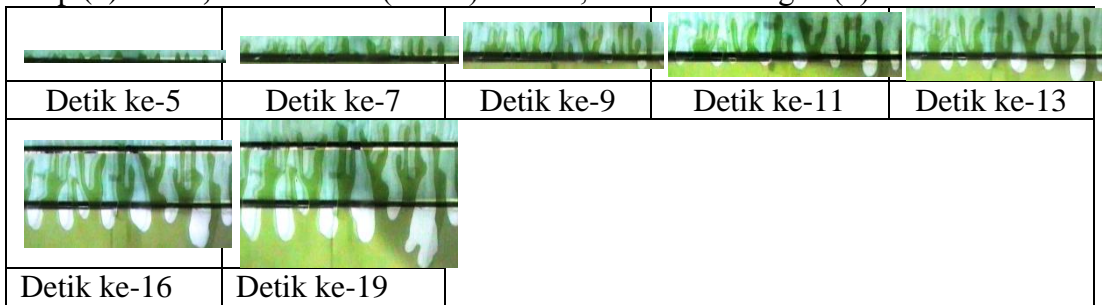
Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = -4 ; Sudut kemiringan (α) = 75°



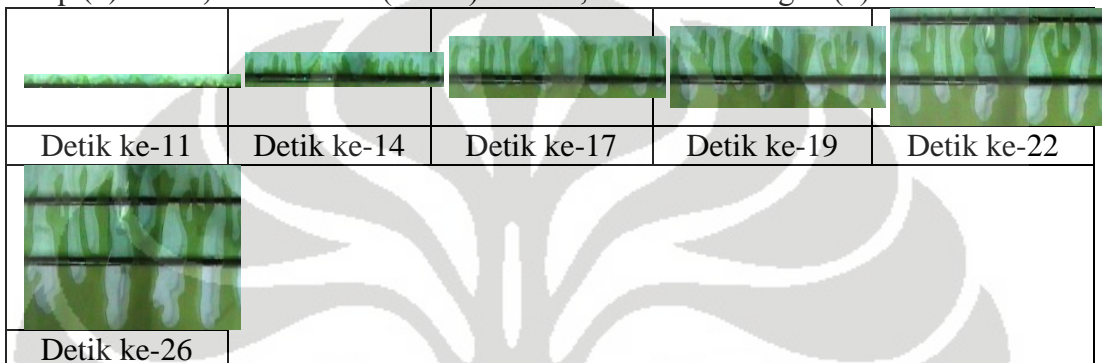
Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = +2.5 ; Sudut kemiringan (α) = 15°



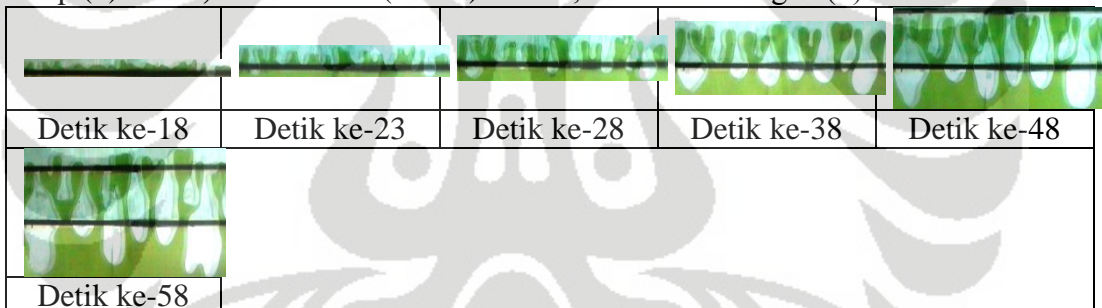
Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = +2.5 ; Sudut kemiringan (α) = 45°



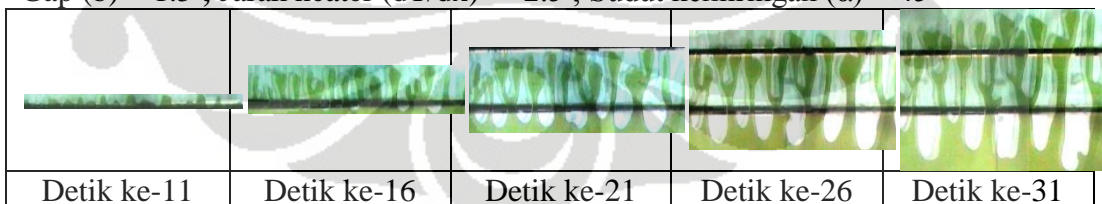
Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = +2.5 ; Sudut kemiringan (α) = 75°



Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = -2.5 ; Sudut kemiringan (α) = 15°



Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = -2.5 ; Sudut kemiringan (α) = 45°



Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = -2.5 ; Sudut kemiringan (α) = 75°



Lampiran 3

m-file perhitungan dimensi fraktal dengan MATLAB

Boxcount.m

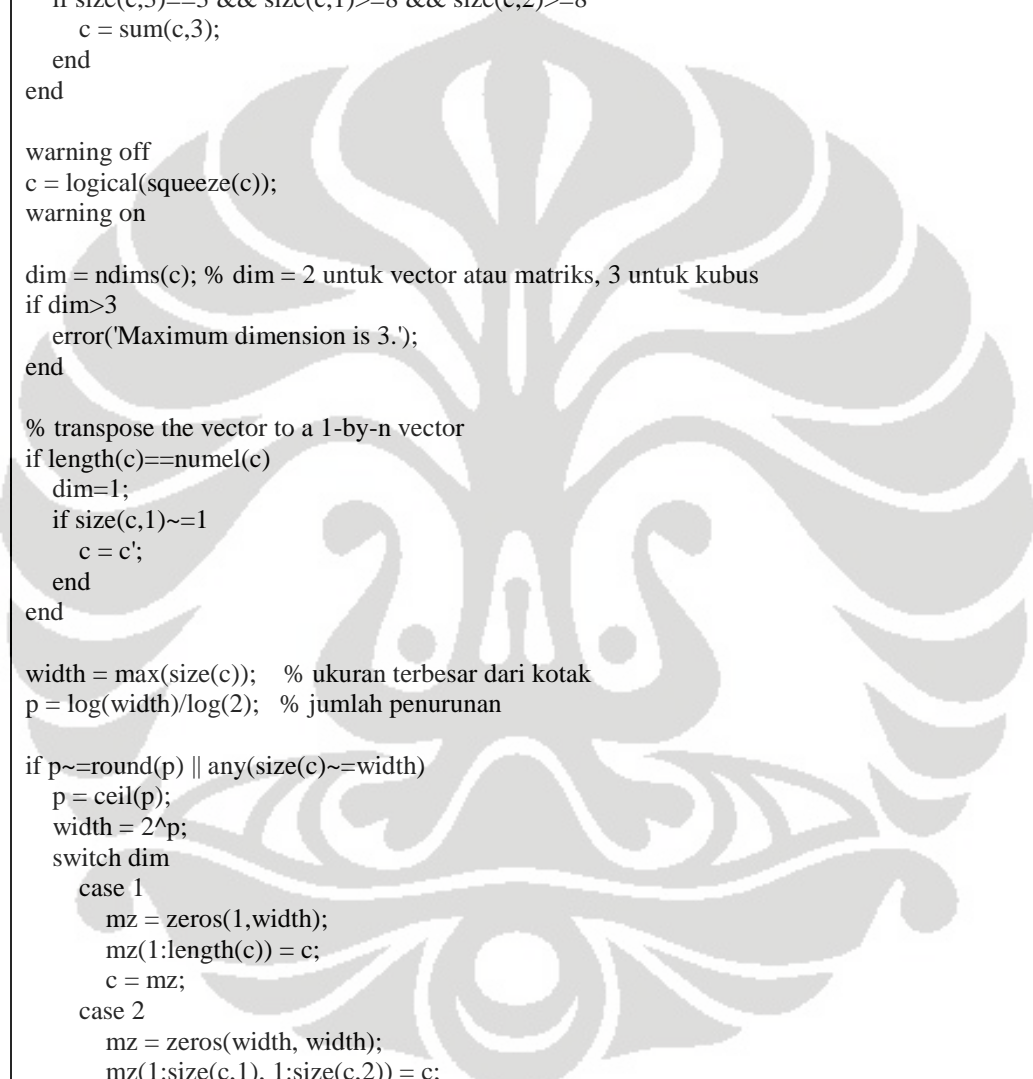
```
function [n,r] = boxcount(c,varargin)

% pengaturan argument input
error(nargchk(1,2,nargin));

% memeriksa gambar asal (m-by-n-by-3 array)
if ndims(c)==3
    if size(c,3)==3 && size(c,1)>=8 && size(c,2)>=8
        c = sum(c,3);
    end
end

warning off
c = logical(squeeze(c));
warning on

dim = ndims(c); % dim = 2 untuk vector atau matriks, 3 untuk kubus
if dim>3
    error('Maximum dimension is 3.');
```



```
end

% transpose the vector to a 1-by-n vector
if length(c)==numel(c)
    dim=1;
    if size(c,1)~=1
        c = c';
    end
end

width = max(size(c)); % ukuran terbesar dari kotak
p = log(width)/log(2); % jumlah penurunan

if p~=round(p) || any(size(c)~=width)
    p = ceil(p);
    width = 2^p;
    switch dim
        case 1
            mz = zeros(1,width);
            mz(1:length(c)) = c;
            c = mz;
        case 2
            mz = zeros(width, width);
            mz(1:size(c,1), 1:size(c,2)) = c;
            c = mz;
        case 3
            mz = zeros(width, width, width);
            mz(1:size(c,1), 1:size(c,2), 1:size(c,3)) = c;
            c = mz;
    end
end

n=zeros(1,p+1); % menentukan jumlah kotak dari ukuran r terlebih dahulu

switch dim
```

```

case 1    %----- 1D boxcount -----%

n(p+1) = sum(c);
for g=(p-1):-1:0
    siz = 2^(p-g);
    siz2 = round(siz/2);
    for i=1:siz:(width-siz+1)
        c(i) = ( c(i) || c(i+siz2));
    end
    n(g+1) = sum(c(1:siz:(width-siz+1)));
end

case 2    %----- 2D boxcount -----%

n(p+1) = sum(c(:));
for g=(p-1):-1:0
    siz = 2^(p-g);
    siz2 = round(siz/2);
    for i=1:siz:(width-siz+1)
        for j=1:siz:(width-siz+1)
            c(i,j) = ( c(i,j) || c(i+siz2,j) || c(i,j+siz2) || c(i+siz2,j+siz2) );
        end
    end
    n(g+1) = sum(sum(c(1:siz:(width-siz+1),1:siz:(width-siz+1))));
end

case 3    %----- 3D boxcount -----%

n(p+1) = sum(c(:));
for g=(p-1):-1:0
    siz = 2^(p-g);
    siz2 = round(siz/2);
    for i=1:siz:(width-siz+1),
        for j=1:siz:(width-siz+1),
            for k=1:siz:(width-siz+1),
                c(i,j,k)=( c(i,j,k) || c(i+siz2,j,k) || c(i,j+siz2,k) ...
                    || c(i+siz2,j+siz2,k) || c(i,j,k+siz2) || c(i+siz2,j,k+siz2) ...
                    || c(i,j+siz2,k+siz2) || c(i+siz2,j+siz2,k+siz2));
            end
        end
    end
    n(g+1) = sum(sum(sum(c(1:siz:(width-siz+1),1:siz:(width-siz+1),1:siz:(width-siz+1))));
end

end
n = n(end:-1:1);
r = 2.^(0:p); % box size (1, 2, 4, 8...)

if any(strncmpi(varargin,'slope',1))
    s=-gradient(log(n))./gradient(log(r));
    semilogx(r, s, 's-');
    ylim([0 dim]);
    xlabel('r, box size'); ylabel('- d ln n / d ln r, local dimension');
    title([num2str(dim) 'D box-count']);
elseif nargin==0 || any(strncmpi(varargin,'plot',1))
    loglog(r,n,'s-');
    xlabel('r, box size'); ylabel('n(r), number of boxes');

```

```

title([num2str(dim) 'D box-count']);
end
if nargin==0
clear r n
end

```

Gap (b) = 1.5 ; Jarak heater (dT/dx) = 0 ; Sudut kemiringan (α) = 15°

Detik ke-27

```

%% Box-counting of a natural image.
% Consider now this RGB (2272x1704) picture of a tree (J.A. Adam,
% http://epod.usra.edu/archive/images/fractal_tree.jpg ):
c = imread('tanpa 27.jpeg');
image(c)
axis image

%%
% Let's extract a rectangle in the blue (3rd) plane, and binarize
the
% image for levels < 80 (white pixels are logical 'true'):

i = c(1:45, 1:420, 3);
bi = (i<80);
imagesc(bi)
colormap gray
axis image

%%

[n,r] = boxcount(bi,'slope');

%%
% The boxcount shows that the local exponent is approximately
constant for
% less than one decade, in the range 8 < R < 128 (the 'exact'
value of Df
% depends on the threshold, 80 gray levels here):

df = -diff(log(n))./diff(log(r));
disp(['Fractal dimension, Df = ' num2str(mean(df(4:8))) ' +/- '
num2str(std(df(4:8)))]);

imread('tanpa 27.jpeg');

```


detik ke-37

```

%% Box-counting of a natural image.
% Consider now this RGB (2272x1704) picture of a tree (J.A. Adam,
% http://epod.usra.edu/archive/images/fractal_tree.jpg ):
c = imread('tanpa 37.jpeg');
image(c)
axis image

%%
% Let's extract a rectangle in the blue (3rd) plane, and binarize
the
% image for levels < 80 (white pixels are logical 'true'):

i = c(1:60, 1:420, 3);
bi = (i<80);
imagesc(bi)
colormap gray
axis image

%%

[n,r] = boxcount(bi,'slope');

%%
% The boxcount shows that the local exponent is approximately
constant for
% less than one decade, in the range 8 < R < 128 (the 'exact'
value of Df
% depends on the threshold, 80 gray levels here):

df = -diff(log(n))./diff(log(r));
disp(['Fractal dimension, Df = ' num2str(mean(df(4:8))) ' +/- '
num2str(std(df(4:8)))]);

imread('tanpa 37.jpeg');

```

detik ke-42

```

%% Box-counting of a natural image.
% Consider now this RGB (2272x1704) picture of a tree (J.A. Adam,
% http://epod.usra.edu/archive/images/fractal_tree.jpg ):
c = imread('tanpa 42.jpeg');
image(c)
axis image

%%
% Let's extract a rectangle in the blue (3rd) plane, and binarize
the
% image for levels < 80 (white pixels are logical 'true'):

i = c(1:68, 1:420, 3);
bi = (i<80);
imagesc(bi)
colormap gray
axis image

%%

```

```

[n,r] = boxcount(bi, 'slope');

%%
% The boxcount shows that the local exponent is approximately
constant for
% less than one decade, in the range  $8 < R < 128$  (the 'exact'
value of Df
% depends on the threshold, 80 gray levels here):

df = -diff(log(n))./diff(log(r));
disp(['Fractal dimension, Df = ' num2str(mean(df(4:8))) ' +/- '
num2str(std(df(4:8)))]);

imread('tanpa 42.jpeg');

detik ke-52
%% Box-counting of a natural image.
% Consider now this RGB (2272x1704) picture of a tree (J.A. Adam,
% http://epod.usra.edu/archive/images/fractal\_tree.jpg):
c = imread('tanpa 42.jpeg');
image(c)
axis image

%%
% Let's extract a rectangle in the blue (3rd) plane, and binarize
the
% image for levels < 80 (white pixels are logical 'true'):

i = c(1:68, 1:420, 3);
bi = (i<80);
imagesc(bi)
colormap gray
axis image

%%

[n,r] = boxcount(bi, 'slope');

%%
% The boxcount shows that the local exponent is approximately
constant for
% less than one decade, in the range  $8 < R < 128$  (the 'exact'
value of Df
% depends on the threshold, 80 gray levels here):

df = -diff(log(n))./diff(log(r));
disp(['Fractal dimension, Df = ' num2str(mean(df(4:8))) ' +/- '
num2str(std(df(4:8)))]);

imread('tanpa 42.jpeg');

```

detik ke-62

```

%% Box-counting of a natural image.
% Consider now this RGB (2272x1704) picture of a tree (J.A. Adam,
% http://epod.usra.edu/archive/images/fractal_tree.jpg ):
c = imread('tanpa 62.jpeg');
image(c)
axis image

%%
% Let's extract a rectangle in the blue (3rd) plane, and binarize
the
% image for levels < 80 (white pixels are logical 'true'):

i = c(1:122, 1:420, 3);
bi = (i<80);
imagesc(bi)
colormap gray
axis image

%%

[n,r] = boxcount(bi,'slope');

%%
% The boxcount shows that the local exponent is approximately
constant for
% less than one decade, in the range 8 < R < 128 (the 'exact'
value of Df
% depends on the threshold, 80 gray levels here):

df = -diff(log(n))./diff(log(r));
disp(['Fractal dimension, Df = ' num2str(mean(df(4:8))) ' +/- '
num2str(std(df(4:8)))]);

imread('tanpa 62.jpeg');

```

detik ke-69

```

%% Box-counting of a natural image.
% Consider now this RGB (2272x1704) picture of a tree (J.A. Adam,
% http://epod.usra.edu/archive/images/fractal_tree.jpg ):
c = imread('tanpa 69.jpeg');
image(c)
axis image

%%
% Let's extract a rectangle in the blue (3rd) plane, and binarize
the
% image for levels < 80 (white pixels are logical 'true'):

i = c(1:140, 1:420, 3);
bi = (i<80);
imagesc(bi)
colormap gray
axis image

```

```

%%

[n,r] = boxcount(bi, 'slope');

%%
% The boxcount shows that the local exponent is approximately
constant for
% less than one decade, in the range  $8 < R < 128$  (the 'exact'
value of Df
% depends on the threshold, 80 gray levels here):

df = -diff(log(n))./diff(log(r));
disp(['Fractal dimension, Df = ' num2str(mean(df(4:8))) ' +/- '
num2str(std(df(4:8)))]);

imread('tanpa 69.jpeg');

detik ke-77
%% Box-counting of a natural image.
% Consider now this RGB (2272x1704) picture of a tree (J.A. Adam,
% http://epod.usra.edu/archive/images/fractal\_tree.jpg):
c = imread('tanpa 77.jpeg');
image(c)
axis image

%%
% Let's extract a rectangle in the blue (3rd) plane, and binarize
the
% image for levels < 80 (white pixels are logical 'true'):

i = c(1:167, 1:420, 3);
bi = (i<80);
imagesc(bi)
colormap gray
axis image

%%

[n,r] = boxcount(bi, 'slope');

%%
% The boxcount shows that the local exponent is approximately
constant for
% less than one decade, in the range  $8 < R < 128$  (the 'exact'
value of Df
% depends on the threshold, 80 gray levels here):

df = -diff(log(n))./diff(log(r));
disp(['Fractal dimension, Df = ' num2str(mean(df(4:8))) ' +/- '
num2str(std(df(4:8)))]);

imread('tanpa 77.jpeg');

```

detik ke-92

```

%% Box-counting of a natural image.
% Consider now this RGB (2272x1704) picture of a tree (J.A. Adam,
% http://epod.usra.edu/archive/images/fractal_tree.jpg ):
c = imread('tanpa 92.jpeg');
image(c)
axis image

%%
% Let's extract a rectangle in the blue (3rd) plane, and binarize
the
% image for levels < 80 (white pixels are logical 'true'):

i = c(1:215, 1:420, 3);
bi = (i<80);
imagesc(bi)
colormap gray
axis image

%%

[n,r] = boxcount(bi,'slope');

%%
% The boxcount shows that the local exponent is approximately
constant for
% less than one decade, in the range 8 < R < 128 (the 'exact'
value of Df
% depends on the threshold, 80 gray levels here):

df = -diff(log(n))./diff(log(r));
disp(['Fractal dimension, Df = ' num2str(mean(df(4:8))) ' +/- '
num2str(std(df(4:8)))]);

imread('tanpa 92.jpeg');

```

detik ke-112

```

%% Box-counting of a natural image.
% Consider now this RGB (2272x1704) picture of a tree (J.A. Adam,
% http://epod.usra.edu/archive/images/fractal_tree.jpg ):
c = imread('tanpa 112.jpeg');
image(c)
axis image

%%
% Let's extract a rectangle in the blue (3rd) plane, and binarize
the
% image for levels < 80 (white pixels are logical 'true'):

i = c(1:277, 1:420, 3);
bi = (i<80);
imagesc(bi)
colormap gray
axis image

%%

```

```

[n,r] = boxcount(bi, 'slope');

%%
% The boxcount shows that the local exponent is approximately
constant for
% less than one decade, in the range  $8 < R < 128$  (the 'exact'
value of Df
% depends on the threshold, 80 gray levels here):

df = -diff(log(n))./diff(log(r));
disp(['Fractal dimension, Df = ' num2str(mean(df(4:8))) ' +/- '
num2str(std(df(4:8)))]);

imread('tanpa 112.jpeg');

detik ke-127
%% Box-counting of a natural image.
% Consider now this RGB (2272x1704) picture of a tree (J.A. Adam,
% http://epod.usra.edu/archive/images/fractal\_tree.jpg):
c = imread('tanpa 127.jpeg');
image(c)
axis image

%%
% Let's extract a rectangle in the blue (3rd) plane, and binarize
the
% image for levels < 80 (white pixels are logical 'true'):

i = c(1:318, 1:420, 3);
bi = (i<80);
imagesc(bi)
colormap gray
axis image

%%

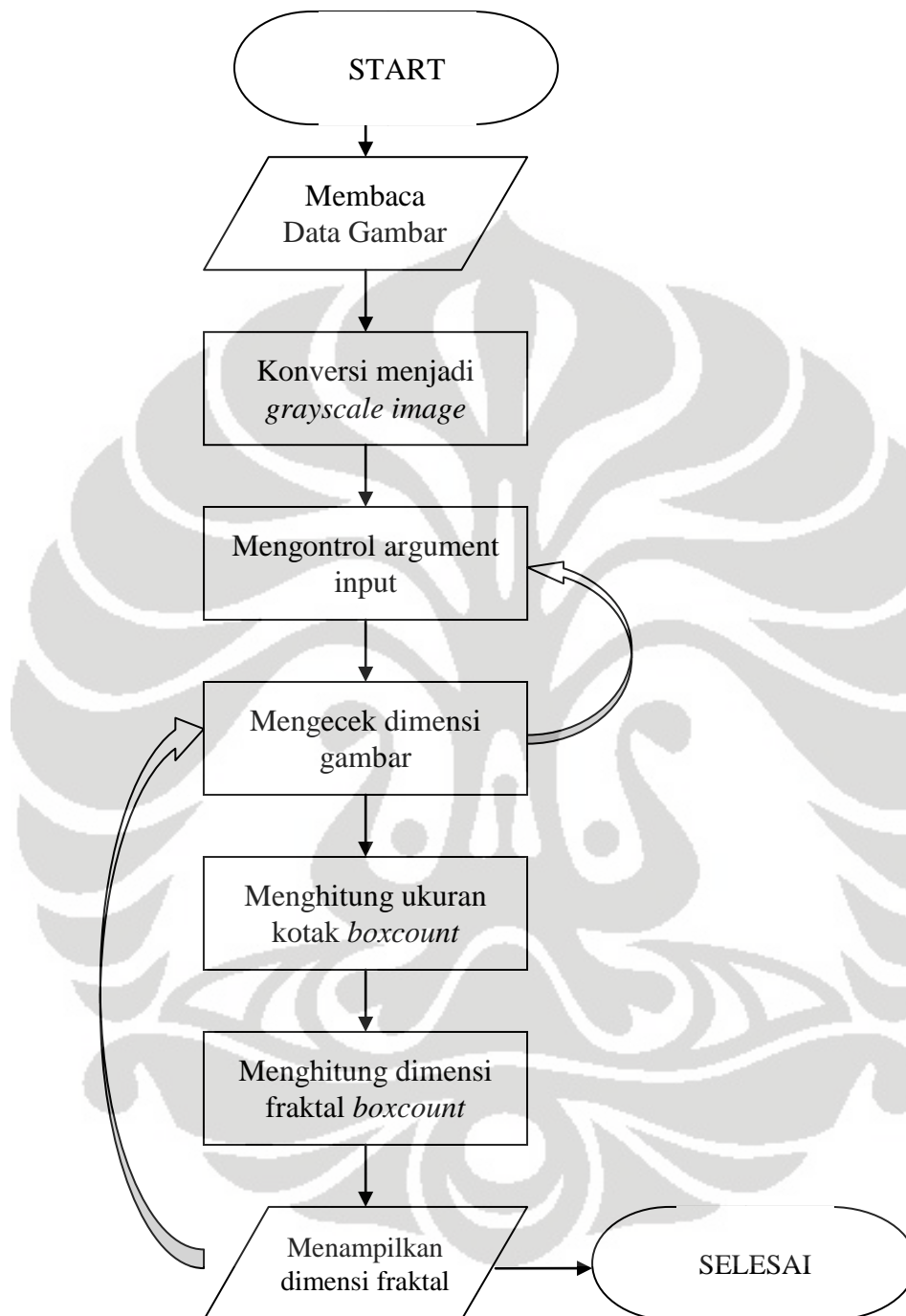
[n,r] = boxcount(bi, 'slope');

%%
% The boxcount shows that the local exponent is approximately
constant for
% less than one decade, in the range  $8 < R < 128$  (the 'exact'
value of Df
% depends on the threshold, 80 gray levels here):

df = -diff(log(n))./diff(log(r));
disp(['Fractal dimension, Df = ' num2str(mean(df(4:8))) ' +/- '
num2str(std(df(4:8)))]);

imread('tanpa 127.jpeg');

```

Lampiran 4**Diagram alur algoritma metode box-counting**

Referensi: Moisy, F. *Computing a Fractal Dimension with MATLAB: 1D, 2D, and 3D Box-counting*. Paris: University Paris Sud, 2008.