



UNIVERSITAS INDONESIA

**ALIRAN FLUIDA NON NEWTONIAN PADA CELAH SEMPIT
DENGAN DAN TANPA GRADIEN TEMPERATUR**

SKRIPSI

**R ACHMAD FARID H
0606073442**

**FAKULTAS TEKNIK
DEPARTEMEN TEKNIK MESIN
DEPOK
JUNI 2010**



UNIVERSITAS INDONESIA

**ALIRAN FLUIDA NON NEWTONIAN PADA CELAH SEMPIT
DENGAN DAN TANPA GRADIEN TEMPERATUR**

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik

**R ACHMAD FARID H
0606073442**

**FAKULTAS TEKNIK
DEPARTEMEN TEKNIK MESIN
DEPOK
JUNI 2010**

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

**Skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar**

Nama : R Achmad Farid H

NPM : 0606073442

Tanda tangan :

Tanggal : 13 Juli 2010

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh :
Nama : R. Achmad Farid H
NPM : 0606073442
Program Studi : Teknik Mesin
Judul Skripsi : Aliran Fluida non-Newtonian pada Celah Sempit
Dengan dan Tanpa Gradien Temperatur

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik pada Program Studi Teknik Mesin Fakultas Teknik, Universitas Indonesia

DEWAN PENGUJI

Pembimbing : Dr. Ir. Harinaldi, M.Eng ()

Sekretaris : Ardiyansyah, ST. M.Eng ()

Anggota : Dr. Ir. Wardjito, M.Eng ()

Anggota : Dr. Ir. Engkos A Kosasih, MT ()

Ditetapkan di : Depok

Tanggal : 13 Juli 2010

UCAPAN TERIMA KASIH

Assalamu 'alaikum Wr. Wb.

Tiada daya dan upaya melainkan dari hadirat-Mu yang Maha Tinggi lagi Maha Besar. Dan tiada ilmu bagiku melainkan apa yang Engkau ajarkan padaku. Segala puji bagi-Mu, Tuhan seru sekalian alam, atas berkat, rahmat dan bimbingan-Mu, saya dapat menyelesaikan skripsi ini.

Saya menyadari bahwa tanpa bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak, dari masa perkuliahan sampai pada penyusunan skripsi ini, tentunya sangatlah sulit bagi saya untuk menyelesaikan skripsi ini. Untuk itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak, antara lain:

1. Orang Tua saya tercinta beserta keluarga besar yang telah memberikan kasih sayang, doa, dan dukungan yang tidak terhingga baik moril dan materiil kepada penulis.
2. Bapak Dr. Ir. Harinaldi, M.Eng. selaku pembimbing skripsi dan ketua Departemen Teknik Mesin yang telah banyak meluangkan waktu, tenaga, dan pikiran untuk membimbing penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Prof Dr Ir. Budiarmo M.Eng selaku Pembimbing Akademis penulis dan dosen-dosen Departemen Teknik Mesin yang telah mengajarkan kami berbagai pengetahuan di bidang ini.
4. Danang Eka Permana selaku rekan penulis dalam menjalankan skripsi ini
5. Priya Nugraha, Dipo Andika, Damora Rakashiwi, Nursanty Elizabeth, dan Martha Indah RL selaku rekan penulis di laboratorium Mekanika Fluida Departemen Teknik Mesin Universitas Indonesia.
6. Danal Arfad, R Achmad Fakhri H, Edwin Waskito Jakti, Anggariawan Adi, Reza Kurnia dan Lintang Martulesy yang selalu menjadi rekan yang luar biasa selama masa perkuliahan.
7. Shilfa filayuri sebagai orang yang memberikan penulis semangat dan kasih sayang sehingga skripsi ini dapat terselesaikan
8. Serta semua pihak yang tidak dapat disebutkan di sini, terima kasih atas bantuan dan dukungannya.

Akhir kata, saya berharap Allah SWT berkenan membalas segala kebaikan semua pihak yang telah membantu. Semoga skripsi ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu khususnya di bidang teknik pembakaran.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Depok, 21 Juni 2010

R. Achmad Farid H
0606073442



HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : R. Achmad Farid H
NPM : 0606073442
Program studi : Teknik Mesin
Departemen : Teknik Mesin
Fakultas : Teknik
Jenis karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia, **Hak Bebas Royalti Noneksklusif** (*Non-exclusive Royalty Free Right*) atas karya ilmiah saya yang berjudul:

Aliran Fluida non-Newtonian pada Celah Sempit Dengan dan Tanpa Gradien Temperatur

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalih media/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok
Pada tanggal : 13 Juli 2010

Yang menyatakan

(R. Achmad Farid H)

ABSTRAK

Nama : R. Achmad Farid H
Program Studi: Teknik Mesin
Judul : Aliran Fluida non Newtonian Pada Celah Sempit Dengan dan Tanpa Gradien Temperatur

Viscous fingering adalah fenomena yang terjadi pada aliran di celah sempit ketika fluida yang kurang viskos dihadapkan dengan fluida yang lebih viskos. Fenomena ini sudah lama terjadi dan menjadi bahan penelitian dalam bertahun-tahun. Pada zaman sekarang penelitian seperti ini gencar dilakukan guna mempelajari *fingering* yang dapat mewakili fenomena yang terjadi pada dunia industri khususnya pada *injection molding*. Pada penelitian ini dilakukan proses rekonstruksi *viscous fingering* dengan alat Hele Shaw Cell dengan gradien temperatur. Untuk mendekati keadaan yang sebenarnya, digunakan fluida non Newtonian dengan karakteristik *shear thinning*. Dari hasil penelitian didapatkan fluida uji mengalami perbedaan kecepatan aliran ketika melewati gradien temperatur, meskipun begitu karakternya terhadap jarak celah kaca dan variasi kemiringan sudut. Didapatkan pula bahwa fluida uji memiliki karakter yang berbeda dengan fluida Newtonian yang sebelumnya telah diujicobakan oleh Azwar Effendy (2008).

Kata kunci:

shear thinning, newtonian, lebar celah, sudut kemiringan, gradien temperatur

ABSTRACT

Name : R. Achmad Farid H
Study Program : Mechanical Engineering
Title : Non Newtonian Flows in Thin Gap with and Without temperature gradient

Viscous fingering is a phenomena that happen when a less viscous fluid facing the more viscous one in a thin gap. This phenomenon had been discovering a long time ago and become a subject for research for decades. Now days the same research are doing to find a match character that will give us a fragment of what happen in industrial world particularly in injection molding. In this research, we reconstruct fingering phenomena in Hele Shaw Cell with and without temperature gradient. To match a real situation, a non-Newtonian shear thinning fluid is used. The experiment shows that the wave of test fluid growth faster when flow towards temperature gradient, but the flow character in degree of angle and thin gap space variation did not changes. The experiment also shows that shear-thinning fluid has a different character from Newtonians fluids that already test by Azwar Effendy (2008)

Key words :

shear thinning, newtonian, thin gap space, degree of angle, temperature gradient

DAFTAR ISI

UNIVERSITAS INDONESIA	i
HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
UCAPAN TERIMA KASIH	iv
HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR SIMBOL	xv
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	2
1.3 Batasan Masalah.....	2
1.4 Metodologi Penelitian	3
1.5 Sistematika Penulisan.....	4
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Karakteristik Aliran pada Fluida	5
2.1.1 Aliran Berotasi dan Tak-Berotasi.....	5
2.1.2 Karakteristik Aliran Tak-Berotasi pada <i>Hele-Shaw</i>	7
2.2 Penelitian Terdahulu.....	10
BAB 3 PERALATAN DAN PROSEDUR PENELITIAN	19
3.1 Pengukuran viskositas	19
3.1.1 Deskripsi alat.....	19
3.1.2 Prosedur pengukuran.....	20
3.1.3 Hasil pengukuran viskositas.....	21
3.2 Pengujian fluida pada Hele Shaw Apparatus	22
3.2.1 Deskripsi alat Hele Shaw Apparatus.....	22
3.2.2 Peralatan pengujian	23
3.2.3 Skema Pengujian.....	25
3.2.4 Prosedur Pengujian	26

3.3	Metode Penelitian.....	27
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN.....		28
4.1	Analisa Visualisasi Aliran Fluida.....	28
4.1.1	Visualisasi aliran fluida pada medan temperatur negatif.....	28
4.1.2	Visualisasi aliran fluida pada medan temperatur positif.....	31
4.2	Hasil perhitungan dan grafik perkembangan aliran.....	34
4.2.1	Hasil Perhitungan Gradien Temperatur Negatif	35
4.2.2	Hasil perhitungan gradien temperatur positif.....	38
4.2.3	Hasil perhitungan aliran fluida tanpa gradien temperatur.....	40
4.3	Pembahasan	42
4.3.1	Aliran pada medan gradien temperatur negatif.....	42
4.3.2	Aliran pada medan gradien temperatur positif.....	44
4.3.3	Aliran fluida tanpa melewati gradien temperatur.....	46
4.3.4	Perbandingan aliran dengan $dT/dx > 0$, $dT/dx < 0$, dan $dT/dx = 0$.	47
BAB 5 KESIMPULAN		50
DAFTAR PUSTAKA.....		51
LAMPIRAN.....		54

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Kecepatan sudut dan laju regangan dua garis fluida yang mengalami perubahan bentuk di bidang xy.....	6
Gambar 2.2 Pola Fingering aliran viskos dari udara (putih) yang menembus minyak (Hijau) pada Hele-Shaw Cell.....	8
Gambar 2.3 Definisi-definisi dari gelombang.....	10
Gambar 2.4 Flow front <i>fingering</i> campuran PAA ($5-6 \times 10^6 \text{ g mole}^{-1}$) pada waktu memasuki Hele Shaw Cell dengan konsentrasi, c : a, = 0,015%, b dan $c = 0,1\%$	12
Gambar 2.5 Fingering yang terjadi pada saat air diinjeksikan ke dalam sirup jagung	13
Gambar 2.6 Hasil simulasi larutan anisotrop dengan $Pe= 1000, R= 3, A = 4$. (a) $L= 0$, (b) $L= 0,7 \alpha=1$	14
Gambar 2.7 Skema Pengujian pada Lifting Hele Shaw Cell	17
Gambar 3.1 Skema alat pengukuran viskositas	21
Gambar 3.2 Hele Shaw Appartus.....	22
Gambar 3.3 Skema pengujian pada Hele Shaw Apparatus.....	25
Gambar 4.1 Perkembangan fingering aliran fluida dengan dT/dx berbeda, α dan b sama., detik ke 30. A, $dT/dx= -10$. B, $dT/dx= -4$. C, $dT/dx= -2,5$	29
Gambar 4.2 Contoh perbandingan grafik pola fingering dengan dT/dx berbeda .	29
Gambar 4.3 Perkembangan fingering fluida pada $dT/dx = -20, b= 1,5\text{mm}$. $A= 15, C= 75^\circ$	30
Gambar 4.4 Contoh perbandingan pola fingering pada sudut aliran yang berbeda.....	30
Gambar 4.5 Perkembangan fingering fluida pada $dT/dx = -20, \alpha= 15^\circ$ detik ke -30, $A= 0,8\text{mm}, B= 1,2\text{mm}, C= 1,5\text{mm}$	31
Gambar 4.6 Contoh perbandingan pola <i>fingering</i> pada variasi lebar celah	31
Gambar 4.7 Perkembangan fingering aliran fluida dengan $\alpha= 15^\circ, b= 1,5\text{mm}$ pada detik ke 40. A, $dT/dx= 10$. B, $dT/dx= 4$. C, $dT/dx= 2,5$	32
Gambar 4.8 Contoh perbandingan pola fingering fluida pada variasi jarak heater.....	32

Gambar 4.9 Visualisasi aliran fluida pada saat $dT/dx= 10$, $b= 1,5\text{mm}$. α pada gambar $A= 15^\circ$, $B= 45^\circ$, $C= 75^\circ$	33
Gambar 4.10 Contoh perkembangan fingering pada variasi kemiringan sudut alir.....	33
Gambar 4.11 Perkembangan fingering fluida pada $dT/dx = 20$, $\alpha= 15^\circ$ detik ke 30, $A= 0,8\text{mm}$, $B= 1,2\text{mm}$, $C= 1,5\text{mm}$	34
Gambar 4.12 Contoh pola fingering fluida pada variasi lebar celah plat kaca	34
Gambar 4.13 Contoh pola aliran yang didapat dari percobaan. Gambar di atas menunjukkan variabel variabel yang dipakai pada perhitungan	35
Gambar 4.14 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu pada fluida uji pada $\alpha= 75^\circ$; $b= 1,2\text{ mm}$ dT/dx yang berbeda	37
Gambar 4.15 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu pada fluida uji pada $\alpha= 75^\circ$; $dT/dX= -10/\text{cm}$; lebar celah (b) yang berbeda	37
Gambar 4.16 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu pada $b = 1,2\text{ mm}$; $dT/dx = -10/\text{cm}$; sudut aliran yang berbeda	38
Gambar 4.17 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu pada $b= 1,2\text{ mm}$; $\alpha= 75^\circ$; dT/dx yang berbeda	39
Gambar 4.18 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu pada $b= 1,2\text{mm}$; $dT/dx=-10/\text{cm}$; kemiringan sudut alir (α) yang berbeda.....	39
Gambar 4.19 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu pada $\alpha=75^\circ$; $dT/dx= 10/\text{cm}$; lebar celah kaca (b) yang berbeda	40
Gambar 4.20 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu aliran fluida pada $b=1,5\text{mm}$; sudut kemiringan (α) yang berbeda.....	41
Gambar 4.21 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu aliran fluida pada $\alpha= 75^\circ$; lebar celah kaca (b) yang berbeda.....	42
Gambar 4.22 Perbandingan bentuk aliran pada $t^* = 0,88$. $A = 1,5^\circ$, $B= 45^\circ$, $C = 75^\circ$	43
Gambar 4.23 Perbandingan bentuk aliran pada $t^* = 1$. $A = 1,5\text{ mm}$, $B= 1,2\text{ mm}$, $C = 0,8\text{ mm}$	44
Gambar 4.24 Perbandingan θ pada $t^* = 0,58$. $A= 15^\circ$, $B= 45^\circ$, $C= 75^\circ$	45
Gambar 4.25 Perbandingan θ pada $t^* = 1$. $A= 0,8\text{mm}$, $B= 1,2\text{mm}$, $C= 1,5\text{mm}$...	46

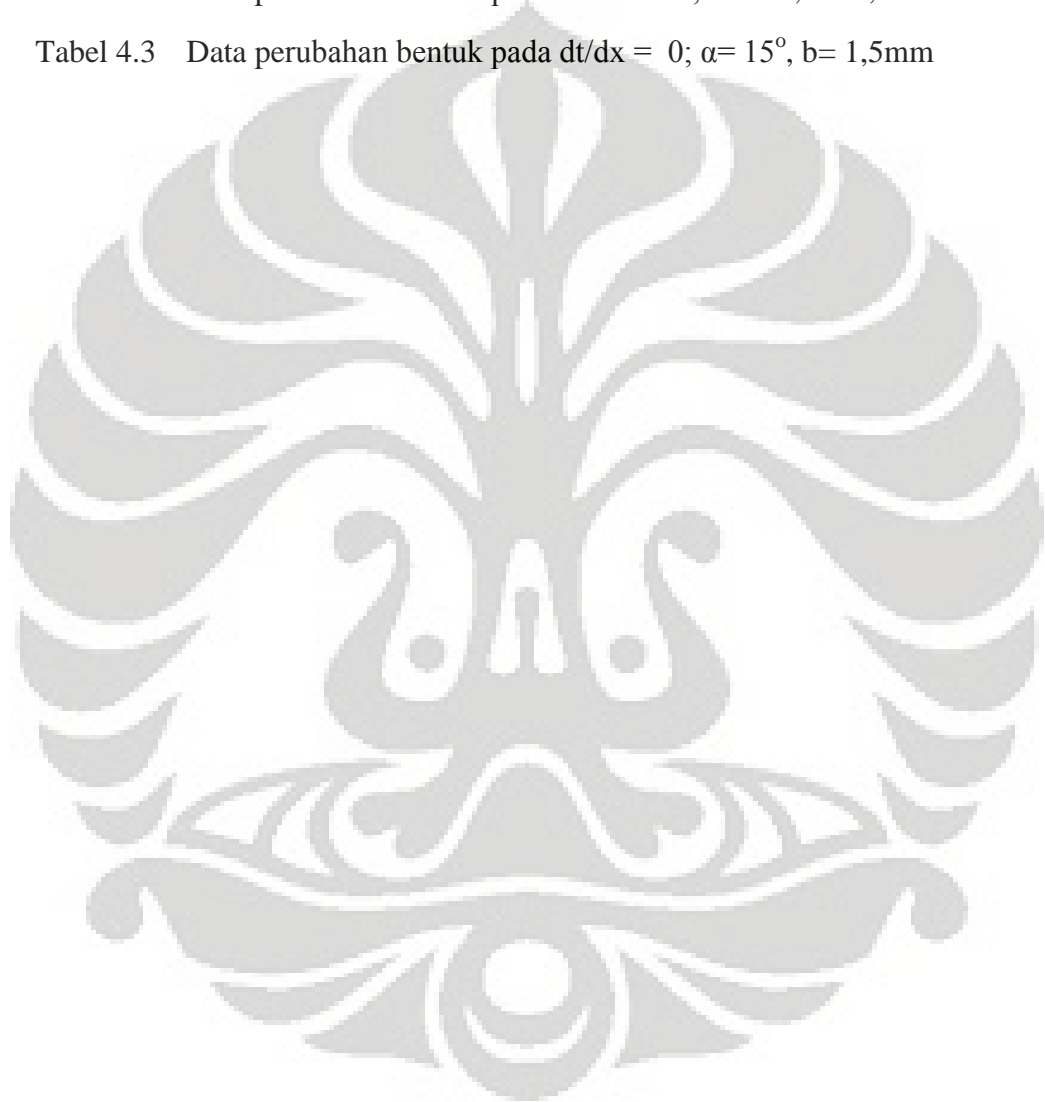
Gambar 4.26 Perbandingan skala panjang dan skala waktu pada $b = 0,8\text{mm}$; $\alpha = 75^\circ$; variasi $dT/dx < 0$; $dT/dx > 0$; $dT/dx = 0$ 48

Gambar 4.27 Perbandingan hasil variasi lebar celah (b). glycerin (atas) fluida uji (bawah)..... 49



DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Hasil pengukuran viskositas dengan konsentrasi HDPE 2,2%	21
Tabel 3.2	Hasil pengukuran viskositas dengan konsentrasi HDPE 1%	22
Tabel 4.1	Data perubahan bentuk pada $dt/dx = -10$; $\alpha = 75^\circ$, $b = 1,2\text{mm}$	36
Tabel 4.2	Data perubahan bentuk pada $dt/dx = 10$; $\alpha = 75^\circ$, $b = 1,2\text{mm}$	38
Tabel 4.3	Data perubahan bentuk pada $dt/dx = 0$; $\alpha = 15^\circ$, $b = 1,5\text{mm}$	41



DAFTAR SIMBOL

Simbol	Arti	Satuan
ρ	massa jenis fluida	kg/m ³
μ	viskositas dinamik	N.s/m ² = Pa.S
σ	tegangan permukaan	N/m
t	waktu	detik
l^*	skala panjang	m
t^*	normalisasi waktu	detik
g	gravitasi	m/s ²
$b=h$	jarak celah	mm
α	sudut kemiringan plat	⁰ (derajat)
$\hat{\theta}$	tinggi gelombang maksimal	cm
y	tinggi gelombang	cm
Σl_i	panjang gelombang (udara)	cm
ω	kecepatan sudut	rad/s
∂u	perubahan kecepatan pada sumbu $-x$	m/s
∂v	perubahan kecepatan pada sumbu $-y$	m/s
∂w	perubahan kecepatan pada sumbu $-z$	m/s
$\partial x, \partial y, \partial z$	perubahan jarak sumbu $-x, -y,$ dan $-z$	m
φ	potensial kecepatan	
$\frac{\partial p}{\partial x}$	perubahan gradient tekanan	N/m ²
$\frac{dT}{dx}$	perubahan gradien temperatur	⁰ C/cm

BAB 1 PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Mekanika Fluida adalah salah satu cabang ilmu mekanika terapan yang mempelajari tentang pergerakan fluida (termasuk diantaranya cairan, gas dan plasma) dan gaya-gaya yang ada di dalamnya. Bidang yang dipelajari pada mekanika fluida termasuk diantaranya statika fluida, ilmu yang mencakup keadaan fluida disaat setimbang dan dinamika fluida, ilmu yang mencakup keadaan fluida ketika bergerak. Banyak buku yang telah membahas masalah mekanika fluida, namun keadaan apapun yang tertulis di buku adalah keadaan teoritis yang keberadaannya jelas akan berbeda dengan kenyataan di lapangan. Hal ini disebabkan karena apa yang tertulis di buku adalah idealisasi dari keadaan sebenarnya.

Salah satu hal yang dapat dijadikan alasan untuk meneliti fenomena *fingering* yang terjadi pada fluida non Newtonian ketika melewati Hele Shaw Cell (HSC) adalah karena itu menunjukkan analogi yang akurat dengan bagaimana proses solidifikasi pada fluida. Ketidakstabilan interaksi fluida ke fluida yang diteliti oleh Saffman-Taylor menunjukkan persamaan seperti fenomena solidifikasi yang diteliti oleh Mullins-Sereka. Fenomena *fingering* yang terjadi pada HSC adalah hal yang mengindikasikan solidifikasi pada fluida. Aplikasi dari penelitian ini dapat dijumpai di dunia industri yang banyak menggunakan teknik *molding*, terutama *injection molding*. Pada *injection molding* fluida akan mengalir melalui *injector* dan mengisi celah *mold*. Keadaan fluida ketika mengisi celah tersebut akan menentukan hasil *molding*. Pada saat mengisi celah *mold*, fluida akan mengalami penurunan temperatur dan akhirnya berubah fase menjadi solid.

Mengacu pada fenomena tersebut dilakukan penelitian yang bersifat *engineering science* yang merupakan kelanjutan dari penelitian saudara Azwar Effendi, dimana sebelumnya dipakai fluida Newtonian sebagai bahan alir, namun sekarang, guna lebih mendekati hasil pada keadaan yang sesungguhnya, digunakan fluida non-Newtonian sebagai bahan alir. Meskipun begitu, percobaan yang melibatkan fluida non Newtonian dunia industri seperti *liquid crystal*, ataupun bahan polimer belum dapat kami lakukan mengingat terbatasnya sumber daya yang ada.

Pada penelitian sebelumnya didapatkan kesimpulan bahwa gradient temperature (baik yang positif atau yang negatif) dan sifat sifat dari fluida mempengaruhi pola aliran fluida dengan jarak celah dan kemiringan sudut tertentu. Oleh karena itu penulis ingin mengetahui adakan perbedaan pola aliran pada fluida non-Newtonian jika dilewatkan pada keadaan yang sama dengan penelitian sebelumnya

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah

1. Untuk mengamati karakteristik dimensi fraktal dari aliran tak berotasi pada *Hele Shaw Apparatus* yang melewati medan yang memiliki gradien temperatur.
2. Untuk mengetahui sejauh mana pengaruh parameter-parameter yang digunakan, seperti variasi spasi heater, variasi lebar celah dan variasi kemiringan sudut aliran.

Penelitian yang dilakukan menggunakan metode analisis secara length scale

1.3 Batasan Masalah

Adapun penelitian ini dilakukan dalam kondisi sebagai berikut:

1. Aliran yang terjadi dipengaruhi oleh perbedaan temperatur antar heater dan gaya gravitasi terhadap fluida yang mengalir diantara dua plat kaca yang sejajar dan memiliki lebar celah tertentu.
2. Alat yang dibuat hanya digunakan untuk melakukan penelitian mengenai karakteristik aliran Hele Shaw pada medan dengan gradien temperatur.

3. Penelitian dilakukan tanpa adanya reaksi kimia.
4. Fluida cair yang diuji adalah fluida campuran Oli SAE 20W-50 dengan *High density Polyethylene* 1 %
5. Variasi sudut plat yang digunakan adalah 15° , 45° , 75° , dengan referensi 0° pada bidang horizontal.
6. Variasi spasi heater yang digunakan adalah 2 cm, 5 cm, dan 8 cm.
7. Variasi celah antara kedua plat mulai dari 0,8 mm, 1,2 mm, dan 1,5 mm.
8. Satuan yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini adalah Standar Internasional (SI).
9. Pengambilan data visualisasi pada hasil visualisasi menggunakan skala centimeter block.
10. Aliran yang terjadi diasumsikan aliran satu dimensi.
11. Pada perhitungan normalisasi waktu dan panjang, viskositas, tegangan permukaan dan berat jenis fluida uji dianggap konstan.

1.4 Metodologi Penelitian

Metodologi penelitian yang akan dilakukan adalah sebagai berikut :

1. Melakukan studi *literature* sesuai dengan pokok bahasan yaitu aliran takberotasi.
2. Merancang alat uji yang dinamakan *Helle-Shaw Apparatus*.
3. Membuat fluida uji dengan mencampurkan HDPE sebanyak satu persen berat minyak pelumas SAE 20W-50
4. Membangun *Helle-Shaw Apparatus* dan memasang alat ukur berupa millimeter pada plat kaca bagian depan, empat buah heater beserta *PID controller* sebagai pengontrolnya, busur derajat, dan sebuah kamera *camera recorder* pada alat ini.
5. Melakukan percobaan dengan menggunakan fluida yang telah dibuat pada berbagai sudut kemiringan, perbedaan lebar celah kaca, dan jarak *heater*.
6. Melakukan perhitungan terhadap hasil percobaan.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan laporan penelitian, disusun berdasarkan format berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Berisikan latar belakang, perumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, metode penelitian dan sistematika penulisan dari penelitian.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Berisikan penjabaran dari teori dasar sistem pembakaran yang digunakan untuk mendukung penelitian.

BAB III PERALATAN DAN PROSEDUR PENELITIAN

Berisi tentang rincian peralatan yang digunakan selama berlangsungnya penelitian, dan penjelasan mengenai cara kerja alat beserta komponennya. Di samping itu, dikemukakan juga mengenai prosedur pengambilan data serta metode penelitian yang dilakukan.

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Berisikan mengenai pengolahan data mentah yang kemudian dipresentasikan dalam bentuk kurva beserta analisis hasil penelitian yang dilakukan.

BAB V KESIMPULAN

Merupakan kesimpulan dari seluruh rangkaian proses penelitian yang dilakukan.

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Karakteristik Aliran pada Fluida

Aliran dapat diklasifikasikan dalam banyak cara seperti aliran laminar (*laminar flow*), aliran turbulen (*turbulen flow*), aliran adiabatik (*adiabatic flow*), aliran isentropik (*isentropic flow*), aliran stedi/tunak (*steady flow*), aliran takstedi/taktunak (*ansteady flow*); aliran seragam (*uniform flow*), aliran takseragam (*nonuniform flow*); aliran rotasi (*rotational flow*), aliran takberotasi (*irrotational flow*), aliran satu dimensi (*one dimensional flow*), aliran dua dimensi (*two dimensional flow*), dan aliran tiga dimensi (*three dimensional flow*).

2.1.1 Aliran Berotasi dan Tak-Berotasi

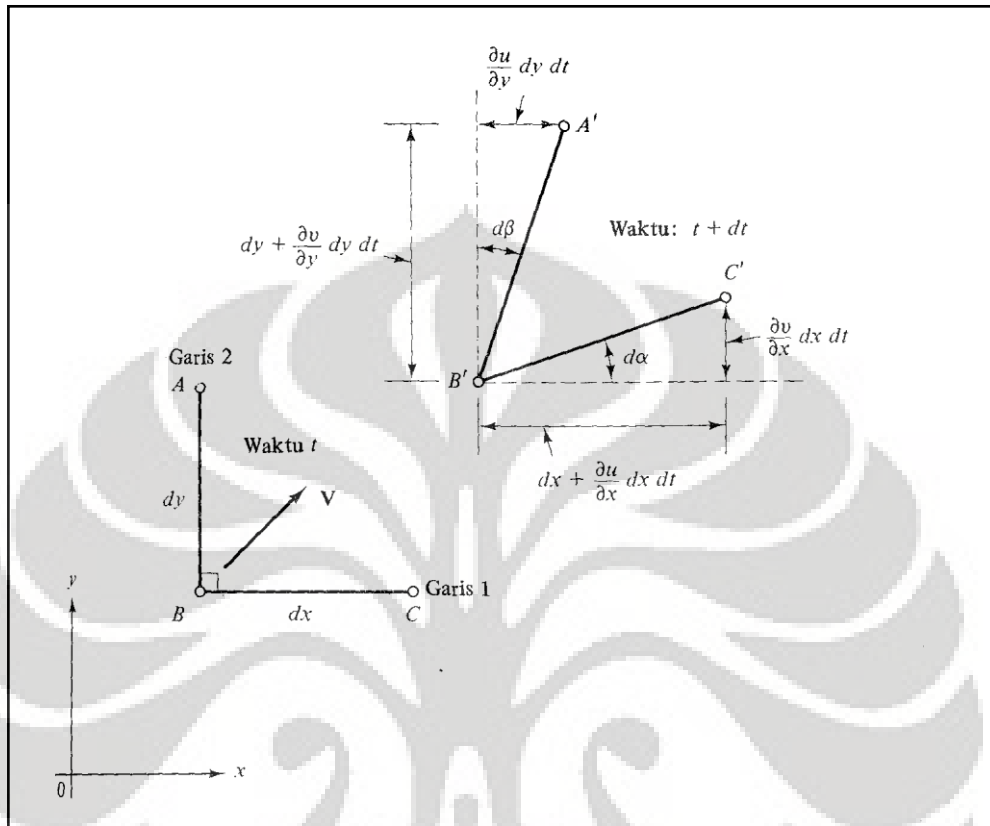
Jika partikel-partikel fluida di dalam suatu daerah mempunyai rotasi seputar suatu sumbu, alirannya disebut aliran berotasi, atau aliran vorteks. Jika fluida di dalam suatu daerah tidak mempunyai rotasi atau kecepatan sudutnya nol, maka alirannya dinamakan aliran takberotasi.

Hubungan differensial mengenai aliran berotasi dan takberotasi ini dapat diturunkan dengan memperhatikan gambar 2.1.

Dua garis Fluida, AB dan BC, yang semula tegak lurus pada saat t , bergerak dan berubah bentuk sehingga pada saat $t + dt$ mempunyai panjang $A'B'$ dan $B'C'$ yang sedikit berbeda, dan sedikit meleset dari garis tegak lurus dengan sudut $d\alpha$ dan $d\beta$. Secara kinematis perubahan bentuk itu terjadi karena A, B dan C mempunyai kecepatan yang sedikit berlainan bila kecepatan V mempunyai gradien ke ruangan.

Kita mendefinisikan kecepatan sudut ω_z sekeliling sumbu z sebagai laju rata-rata berlawanan dengan arah jarum jam

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{d\alpha}{dt} - \frac{d\beta}{dt} \right) \quad (2.1)$$



Gambar 2.1 Kecepatan sudut dan laju regangan dua garis fluida yang mengalami perubahan bentuk di bidang xy

Tetapi dari gambar 2.1 $d\alpha$ dan $d\beta$ terkait langsung dengan turunan kecepatan dalam batas dt yang kecil, sehingga:

$$d\alpha = \lim_{dt \rightarrow 0} \left(\tan^{-1} \frac{\partial v / \partial x dx dt}{dx + \partial u / \partial x dx dt} \right) = \frac{\partial v}{\partial x} dt \quad (2.2)$$

$$d\beta = \lim_{dt \rightarrow 0} \left(\tan^{-1} \frac{\partial u / \partial y dy dt}{dy + \partial v / \partial y dy dt} \right) = \frac{\partial u}{\partial y} dt \quad (2.3)$$

Kalau persamaan 2.1, 2.2 dan 2.3 kita gabung, maka akan kita peroleh:

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.4)$$

Dengan cara yang sama kita dapat menentukan kedua laju lainnya

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad \omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (2.5)$$

Sedangkan vektor rotasi ω adalah

$$\omega = i\omega_x + j\omega_y + k\omega_z \quad (2.6)$$

vektor Vortisitas, kurl $q = \nabla_{xq}$, didefinisikan sebagai dua kali vektor rotasi atau sama dengan 2ω .

Dengan asumsi bahwa fluida tidak mempunyai rotasi atau takberotasi, maka kurl $q=0$, atau dari persamaan 2.4 dan 2.5 kita dapat

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} \quad \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial z} \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.7)$$

Pembatasan terhadap kecepatan ini harus berlaku ditiap titik. Persamaan yang pertama adalah syarat aliran tak berotasi dua dimensi, dan merupakan syarat agar rumusan differensial

$$u dx + v dy$$

Eksak, misalkan

$$u dx + v dy = -d\phi = -\frac{\partial \phi}{\partial x} dx - \frac{\partial \phi}{\partial y} dy \quad (2.8)$$

Tanda minusnya adalah sembarang, dan merupakan konvensi yang menyebabkan berkurangnya nilai ϕ dalam arah kecepatan. Dengan membandingkan suku-suku dari persamaan 2.8 diatas, kita dapatkan

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2.9)$$

Hal ini membuktikan dalam aliran dua dimensi suatu fungsi ϕ yang sedemikian rupa sehingga turunannya negatif terhadap arah manapun adalah komponen kecepatan dalam arah itu.

2.1.2 Karakteristik Aliran Tak-Berotasi pada *Hele-Shaw*

Pola pertumbuhan yang sama telah ditemukan pada *viscous fingering*. Analisis pola antarmuka ini rumit karena luasnya lingkup dari skala panjang, seperti yang diilustrasikan pada gambar 2.2 yang menunjukkan eksperimen *fingering* dari udara dalam lapisan minyak yang tipis.



Gambar 2.2 Pola Fingering aliran viskos dari udara (putih) yang menembus minyak (Hijau) pada Hele-Shaw Cell

Pada *Hele Shaw* diasumsikan bahwa gradien tekanan lokal pada setiap arah, misalkan arah x , dapat dihubungkan langsung dengan tegangan viskositas, tanpa menimbulkan dampak-dampak kelembaman cairan, dengan cara :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2.10)$$

Dengan asumsi bahwa gradien tekanan $\frac{\partial p}{\partial x}$ akan meningkatkan aliran poiseuille setempat.

$$u = -\frac{1}{2\mu} z(h-z) \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.11)$$

dimana u adalah kecepatan lokal, μ Viskositas cairan, h jarak celah, dan z koordinat normal pada plat. Jika \bar{u} adalah rata-rata kecepatan yang melintasi celah, maka:

$$u = 6z \frac{(h-z)\bar{u}}{h^2} \quad (2.12)$$

Jika disubstitusikan ke persamaan (2.10) menghasilkan

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{12\mu\bar{u}}{h^2} \quad [\text{dalam arah } x]$$

dan

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{12\mu\bar{V}}{h^2} \quad [\text{dalam arah } y].$$

Sehingga \bar{u} dan \bar{V} dapat dipandang sebagai komponen-komponen dari sebuah gerakan takberotasi dengan potensial kecepatannya sebesar:

$$\phi = \rho h^2 / 12 \mu \quad (2.13)$$

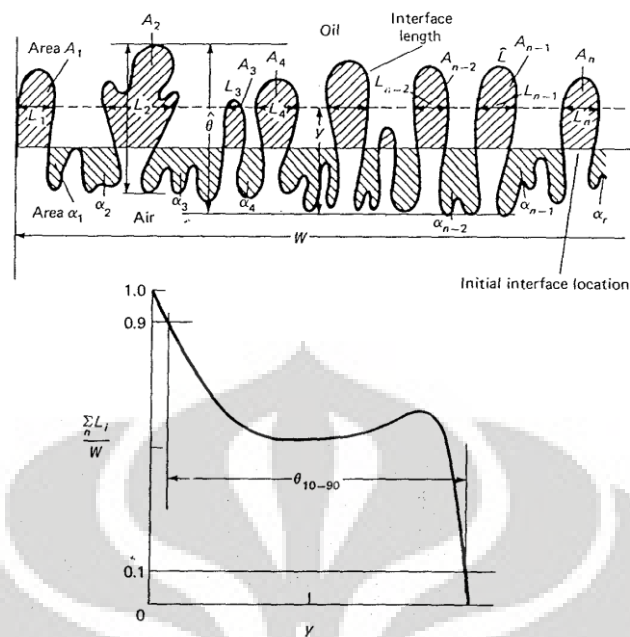
Dalam teori ketidakstabilan gaya tarik permukaan antara minyak dan udara menunjukkan bahwa panjang dan skala waktu dapat diturunkan rumus sebagai berikut:

$$\ell^* = 2\pi \sqrt{3} \left[\frac{T}{g \sin \alpha \Delta \rho} \right]^{1/2} \quad (2.14)$$

dan

$$t^* = 2\pi \sqrt{3} \frac{12 (\mu_1 + \mu_2) T^{1/2}}{(g \sin \alpha \Delta \rho)^{3/2} b^2} \quad (2.15)$$

Untuk mengukur kemunculan sebuah gelombang, dapat dihitung dengan merencanakan perkembangan gelombang individu masing-masing θ seperti yang didefinisikan pada Gambar 2.3 sebagai sebuah pemungisian waktu. Dari ini dapat ditentukan jam berapa t_n masing-masing gelombang berhenti yang pada awalnya semua gelombang $[N]$ tumbuh, setelah waktu t_{n-1} , satu gelombang berhenti berkembang dan hanya $N - 1$ gelombang-gelombang sedang tumbuh. Proses ini berulang-ulang untuk akhirnya gelombang akan tertekan, sehingga $[N-n]$ gelombang berhenti tumbuh pada t_n .



Gambar 2.3 Definisi-definisi dari gelombang

Ukuran lebar yang terakhir, θ_{10-90} pada prinsipnya identik dengan $\hat{\theta}$ dan skala-skala dalam cara yang sama, namun tehnik yang digunakan untuk mendapatkannya memberikan informasi yang berguna tentang penyebaran minyak dan udara yang relatif didalam permukaan. Sebuah hasil serupa didapatkan dengan menggambar garis-garis lurus pada berbagai tempat y serta menghitung panjang-panjangnya ($\sum l_i$) areal yang dipenuhi udara. ini kemudian dinormalisasikan oleh W dan digambarkan grafik sebagai sebuah fungsi dari y / θ_{10-90} atau y / θ .

2.2 Penelitian Terdahulu

Eksperimen eksperimen yang berkaitan dengan Hele Shaw Cell baik menggunakan fluida Newtonian maupun non Newtonian sudah banyak dilakukan dan dipublikasikan. Pada tahun 1996 Kondic et al dari Universitas Kent di Ohio melakukan penelitaian tentang fluida non-Newtonian pada Hele Shaw Cell. Dengan menggunakan fluida dengan viskositas yang terngantung kepada shear rate, dia menerka bahwa fluida *shear thinning* dapat menghasilkan penyebaran ujung fingering yang stabil. Kondic menggunakan persamaan *Darcy law* dimana viskositas suatu fluida bergantung kepada perbedaan tekanan pada permukaannya,

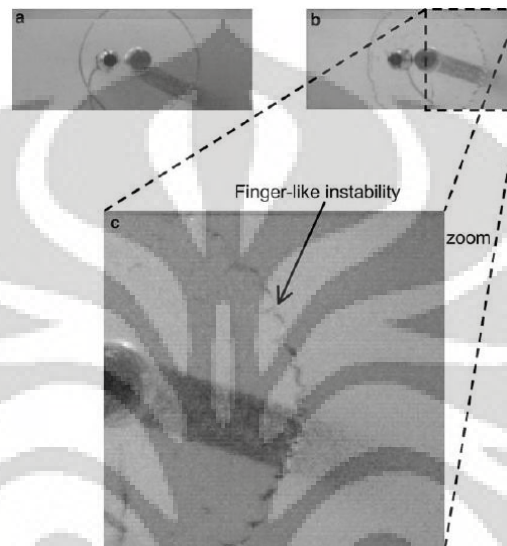
hasilnya dia mendapatkan pada fluida dengan karakter *shear thinning* kuat tidak memungkinkan pembentukan Darcy law yang unik, dan ini berhubungan dengan timbulnya lapisan yang mengalami slip pada aliran^[1]

Pada tahun 1998 kembali Kondic et al. melakukan eksperimen dengan menginjeksikan gelembun udara pada fluida non Newtonian *Shear thinning* menggunakan Hele Shaw Cell radial untuk menyediliki instabilitas Saffman-Taylor. Pada penelitian tersebut Kondic memiliki teori bahwa fluida *shear thinning* adalah bahan yang sangat penting untuk mengurangi terjadinya “splitting tip” pada aliran fluida. Untuk mendukung teorinya tersebut, dia tidak menggunakan cara length scale seperti yang dikemukakan Saffman Taylor, tetapi menggunakan *Darcy Law* yang telah digeneralisasi melakukan simulasi pengembangan gelembung gas yang diinjeksikan pada fluida yang memiliki karakter *shear thinning kuat*. Hasil simulasi tersebut menunjukkan bahwa fluida *shear thinning* dapat memodifikasi perubahan *interface* antara dua fluida tersebut, dan dapat membuat fingering dengan “tip splitting” yang lebih sedikit^[2].

Dari Kanada, Kalonji et al melakukan penelitian tentang flow front instabilitas dengan fluida larutan polimer pada Hele Shaw persegi panjang. Pada penelitiannya ini mereka menggunakan dua jenis polimer sebagai bahan yang akan dilarutkan, yang pertama adalah PAA dengan berat molekul yang tinggi mauun rendah, sebagai bahan pelarutnya digunakan campuran air dan sirup jagung. Fluida kedua adalah fluida yang digunakan untuk memastikan larutan PAA tadi tidak lagi memiliki keraguan atas sifat-sifat fisiknya, seperti campuran yang tidak merata atau sebagainya. Fluida pembanding ini adalah campuran antara 0,1% PIB, 92,8% Pb dan 7,8% Kerosene.

Percobaan dilakukan dengan cara menginjeksikan fluida yang telah dipersiapkan ke dalam Hele Shaw persegi panjang menggunakan *extrusion*. Hele Shaw ini dirancang sedemikian rupa agar tidak ada udara yang terjebak di dalam sehingga mengganggu aliran fluida dan akhirnya menghasilkan *fingering* seperti pada percobaan Saffman Taylor. Untuk memunculkan sifat non Newtonian dari fluida campuran tadi, eksperimen ini menggunakan alat Rheometric Dynamic Stress Rheometer SR-200 yang dilengkapi dengan plat kaca paralel dengan diameter 50mm. alat ini dapat mengukur viskositas sebagai fungsi dari perubahan *shear*

rate atas *shear stress* yang diberikan, sekaligus perbedaan gaya normal pada saat fluida pertama kali dialirkan. Hasil dari eksperimen ini menunjukkan adanya *fingering* yang terjadi pada larutan polimer dengan berat molekul yang besar, dengan waktu keluaran satu per beberapa ratus milidetik. Walaupun pada saat *shear rate* di atas titik kritis pola *fingering*, tinggi serta jumlahnya tetap sama. Tidak ada *secondary finger* yang ditemukan pada daerah *interface* kedua fluida [3].



Gambar 2.4 Flow front *fingering* campuran PAA ($5\text{-}6 \times 10^6 \text{ g mole}^{-1}$) pada waktu memasuki Hele Shaw Cell dengan konsentrasi, c: a, = 0,015%, b dan c = 0,1%

Selain percobaan yang benar benar ilmiah seperti beberapa yang dijelaskan di atas, pada tahun 2006, Menke dan Krishnan juga melakukan penelitian pada fenomena instabilitas pada Hele Shaw cell. Percobaan yang dilakukan cukup sederhana, mereka tidak membuat Hele Shaw Cell dengan kaca atau plat sejenisnya namun dengan lembaran plastik. Pertama mereka meletakkan sirup jagung diantara lembaran plastic, kemudian, menggunakan teori bahwa instabilitas Saffman Taylor terjadi ketika fluida yang kurang *viscous* diinjeksikan pada fluida yang lebih *viscous* mereka menginjeksikan air yang sudah diberi warna pada tengah lembaran plastik secara perlahan sehingga membentuk pola *fingering* seperti pada gambar.

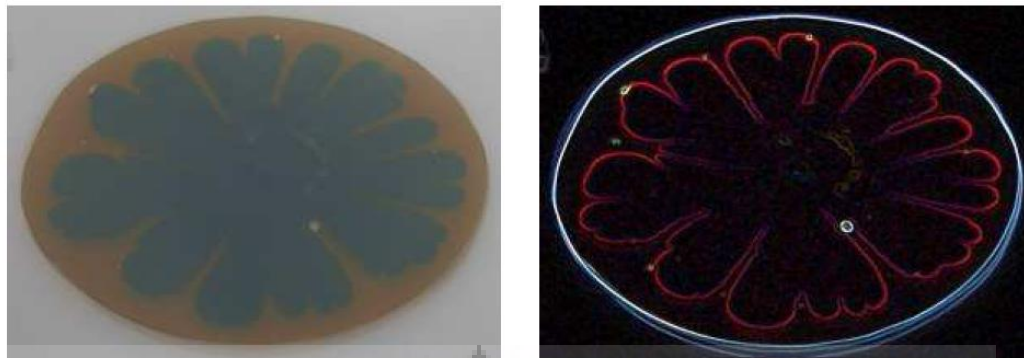


Figure 2(a) Original Image

Figure 2(b) Image after manipulation

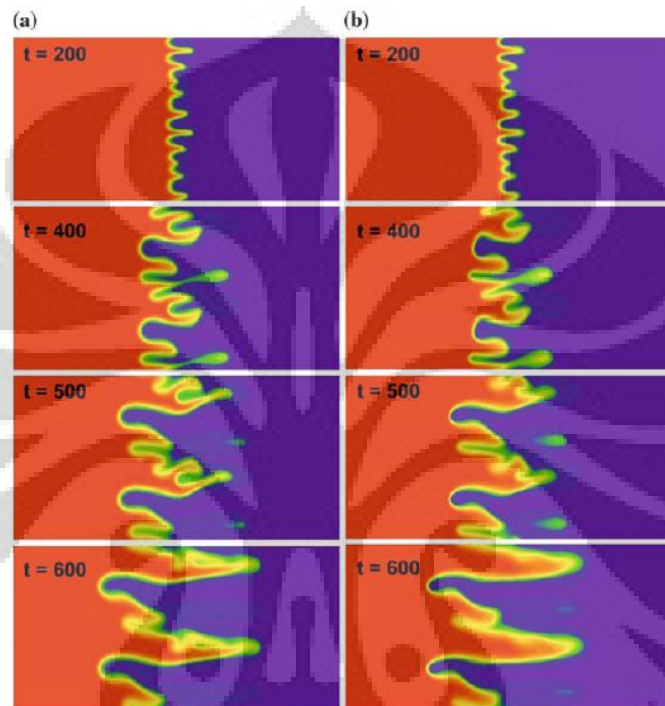
Gambar 2.5 Fingering yang terjadi pada saat air diinjeksikan ke dalam sirup jagung

Berdasarkan teorinya, pertumbuhan panjang serta jumlah gelombang yang terbentuk berhubungan dengan beberapa parameter seperti kecepatan injeksi, rasio viskositas, dan rasio massa jenis. Percobaan ini dilakukan hanya untuk menarik perhatian kalangan mahasiswa di daerah mereka untuk lebih memiliki rasa penasaran terhadap hal hal seperti ini bukan untuk keperluan yang benar benar ilmiah seperti yang dijelaskan sebelum sebelumnya^[4].

Penelitian tentang *viscous fingering* pada fluida tidak hanya dilakukan pada Hele Shaw Cell, tapi juga pada media berpori. Namun kenyataannya penelitian pada Hele Shaw Cell lebih sering dilakukan mengingat metode ini lebih simpel dan dapat dianalogikan dengan keadaan pada media berpori yang sebenarnya (porous media). Hal ini tidak terlepas dari peran *Darcy Law* yang berhasil merata-rata sifat aliran pada celah kaca dengan baik. Pada tahun 2007 Ghezmat dan Azaiez melakukan permodelan matematika untuk meninjau ulang instabilitas aliran non Newtonian pada media berpori. Mereka melakukan penelitian terhadap dispersi (penyebaran) aliran pada arah loghitudinal dan transversal dari suatu fluida dengan menggunakan analisa stabilitas dan simulasi non linear. Hasil yang ditemukan adalah fluida *velocity-dependent dispersion* (penyebaran yang bergantung pada kecepatan aliran) yang isotrop tidak memberikan pengaruh yang substansial pada perkembangan istabilitas. Di sisi lain, fluida *velocity dependent dispersion* yang isotrop mempunyai karakter istabilitas yang berbeda dan stuktur fingering yang lebih rumit. Ditunjukkan pula bahwa fluida *velocity dependent* yang tidak isotrop memberikan pengaruh pada

perkembangan *fingering*, khususnya pada mekanisme interaksi antar *finger* yang berdekatan.

Dari permodelan matematika Ghesmat dan Azaiez menemukan bilangan bilangan non dimensional seperti: kekuatan disperse, L ; rasio kelarutan (dispersivity ratio), α ; *mobility ratio*, R ; *Peclet Number*, Pe dan *Cell Aspect Ratio*, A . [5].



Gambar 2.6 Hasil simulasi larutan anisotrop dengan $Pe=1000$, $R=3$, $A=4$. (a) $L=0$, (b) $L=0,7$ $\alpha=1$

Eksperimen pertama yang mencoba mencari karakter dari penyebaran (*dispersion*) fluida pada tabung (*annulus*) dilakukan oleh Griffith (1911). Sekitar 40 tahun setelah itu barulah analisa matematika pada hal pipa silinder (Taylor 1953) dan *cross section* saluran saluran (Aris 1956) dikembangkan. Hasil yang didapat adalah model dimana penyebaran pada arah loghitudinal (searah dengan arah aliran) pada fluida bervariasi secara kuadratis dari kecepatan aliran rata ratanya, sementara dispersi yang transversal (tegak lurus arah aliran) nol. Namun karena hasil ini valid jika dipakai pada aliran dengan *Peclet Number* yang besar dan aliran satu dimensi, maka membatasi peranannya dalam menyelesaikan masalah pada media berpori^[6-8].

Korelasi yang banyak antara variasi dispersi pada arah loghitudinal dan transversal juga telah dilakukan pada media yang lain (Perkins 1963, Cobranous

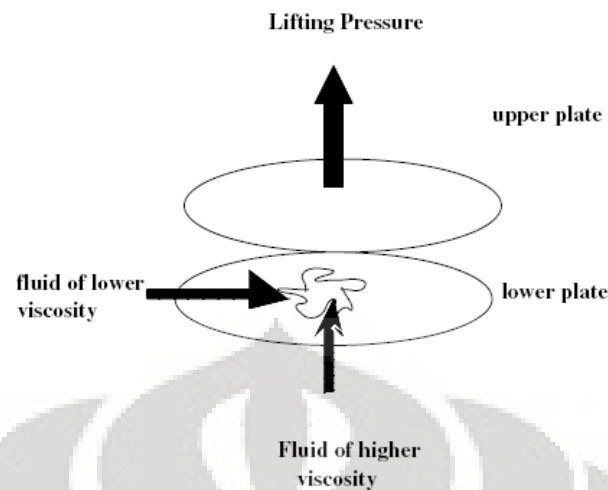
1971). Penelitian yang dilakukan berdasarkan bukan hanya pada perhitungan matematika dan numeric namun juga korelasi empiris yang menunjukkan bahwa koefisien penyebaran memiliki variasi yang lebih sedikit pada *peclet Number* yang diajukan oleh permodelan Aris dan Taylor. Penelitian ini juga menunjukkan variasi penyebaran fluida pada media berpori lebih banyak ke arah loghitudinal dibanding ke arah transversal.^[9-10]

Simulasi non linear pertama yang menganalisa tentang penyebaran viscous fingering pada Hele Shaw Cell dikemukakan oleh Zimmerman dan Homsy (1991). Pada penelitian ini penulisnya menggunakan permodelan Taylor-Aris untuk menghitung efek penyebaran ke arah loghitudinal yang sebelumnya telah diketahui memiliki variasi kuadratis terhadap kecepatan aliran. Hal yang perlu dicatat adalah karena disperse pada arah transversal yang lemah, maka kemunculan *tip splitting* jarang ditemui. Pada study lainnya Zimmerman dan Homsy (1992) meneliti kemungkinan untuk menerbitkan permodelan untuk rata-rata kebiasaan fingering pada waktu yang lama untuk fluida anisotropik. Dengan masih menggunakan permodelan Taylor-Aris dengan penyebaran yang bergantung pada kecepatan aliran, mereka menunjukkan pentingnya untuk menghitung variasi penyebaran *finger* ke arah loghitudinal terhadap kecepatan dan memberikan interpretasi fisik yang asli atas penyebaran *finger* pada arah loghitudinal. Pada kedua jurnalnya ini penulisnya tidak mencantumkan apapun yang berkaitan dengan penyebaran *finger* pada arah transversal^[11-12]

Pada penelitian lain yang menyangkut *viscous fingering* diterbitkan oleh Springerlink, Miguel A. Moyers-Gonzalez dan Ian A. Frigaard (2007) membahas tentang ketidakstabilan kinematis pada annulus. Pada penelitian ini topik yang diambil adalah penggunaan fluida untuk menghilangkan lumpur pada sumur minyak dan gas. Masalah yang muncul pada kasus ini adalah fluida yang digunakan ini akan membenuk *fingering* di dalam sumur sehingga memuat saluran lumpur. Penelitian yang dilakukan menunjukkan bahwa, permukaan kontak antara fluida yang digunakan untuk membersihkan dan lumpur itu sendiri dalam beberapa keadaan akan menjadi tidak stabil. Penjelasan dari ketidakstabilan ini disampaikan lewat analisa stabilitas pada aliran Hele Shaw annular. Meskipun yang digunakan pada penelitian ini adalah fluida Newtonian, namun penulisnya

percaya bahwa pada keadaan penelitian ini dapat mengeneralisasi keadaan yang sebenarnya dimana fluida shear thinning lah yang dipakai. Penelitian yang dilakukan menunjukan bahwa gaya apung azimuthal (azhimuthal buoyancy) negatif membuat fluida menjadi lebih stabil pada dinding sumur yang menanjak, namun gaya apung ini juga yang pada arah axialnya mempergaruhi kecepatan aliran fluida pada *interface* dua permukaan. Pada beberapa kasus yang gaya apungnya tidak dominan, ditemukan bahwa ketidakstabilan ditekan oleh hasil kenaikan kecepatan dan penurunan perbedaan *Reynolds Number* pada *interface* kedua fluida, bahkan ketidakstabilan akibat kenaikan gaya apung yang kecil i.e pada fluida dengan masa jenis besar terhadap fluida dengan masa jenis kecil dapat ditekan dengan cara ini. Keanihan atau keunikan pada annulus cenderung untuk memperbesar efek dari gaya apung pada stabilitas maupun ketidakstabilan fluida^[13]

Penelitian lain yang berhubungan dengan fluida non Newtonian dilakukan oleh Tafadar et al.(2007) penelitian ini menggunakan Lifting Hele Shaw Cell (LHSC). Prinsip kerja alat ini adalah meneliti adhesi dan viscous fingering dengan mengoprasikan LHSC dengan gaya angkat yang konstan, selanjutnya diukur waktu yang diperlukan untuk memisahkan kedua plat itu sebagai fungsi dari gaya angkat. Selain itu alat ini juga bisa mengukur pada gaya angkat dimana mulai terjadi *visous fingering*. Sebagai media uji Tafadar menggunakan baik fluida Newtonian maupun non Newtonian. Fluida Newtonian yang digunakan adalah olive oil, castor oil, soya oil, glycerol, glycol and silicone oil. Sementara fluida non Newtonian yang digunakan adalah Polyethilene Oxide dengan konsentrasi 3% dan cat minyak berwarna oranye. LHSC yang digunakan juga terdiri dari dua pasang plat, sepasang perspex dan sepasang kaca. Berikut adalah skema pengujiannya



Gambar 2.7 Skema Pengujian pada Lifting Hele Shaw Cell

Hasil dari pengujian ini selanjutnya akan di plot dalam bentuk grafik T_s vs F_s dimana T_s adalah waktu separasi sementara F_s adalah gaya angkat yang digunakan. T_s diukur dengan akurasi 1-2% dari gambar yang direkam oleh video saat gumpalan fluida terangkat. Metode ini berhasil pada fluida Newtonian dan untuk campuran PeO dengan konsentrasi sampai 7%.

Pada fluida Newtonian ditemukan bahwa T_s mengikuti hukum *power law* yang umum, sementara pada non Newtonian dengan beberapa justifikasi akan mengikuti pola yang sama. Pada umumnya fluida Newtonian menghasilkan *fingering* yang dapat dilihat pada tekanan lebih dari 1,2 – 1,8 kg/cm². Diantara fluida Newtonian silicone oil menjadi fluida satu satunya yang tidak menunjukkan *fingering* pada range gaya angkat yang digunakan. Pada non Newtonian, berlaku hal seperti silicon oil. Percobaan dengan LHSC yang lain yang dilakukan oleh Amar et al. (2005) peralatan mereka bekerja seperti yang dilakukan oleh Tafadar, hanya saja plat yang di bagian atas diangkat dengan kecepatan yang konstan dan variasi gaya yang digunakan dapat diukur. Amar menggunakan LHSC untuk melihat *fingering* yang terjadi. Hasil percobaan menunjukkan bahwa analisis linear tidak tepat untuk menjelaskan *fingering* yang terjadi, khususnya pada saat pengangkatan ada *finger* yang menyatu, dengan begitu jumlah *finger* yang terjadi akan berkurang^[14-15].

P.G saffman sendiri yang namanya sering muncul jika menyinggung soal *fingering* mengeluarkan jurnalnya “Viscous Fingering in Hele Shaw Cell” pada tahun 1986. Pada jurnalnya ini Saffman lebih banyak bercerita tentang *fingering*

secara umum, paradoks dan kontroversi yang muncul antara matematika dan fisika. Hasil teoritis dari struktur kestabilan cuma muncul pada keadaan dan batasan kondisi tertentu^[16].

Penelitian yang berhubungan dengan Hele Shaw Cell di Universitas Indonesia dilakukan oleh Sukiyatno (2004) tentang *karakteristi aliran tak berotasi pada Hele Shaw Cell*, Azwar Effendy (2008) "*Aliran Hele Shaw melalui Medan dengan Gradien Temperatur*". Pada kedua penelitian yang dilakukan dipakai fluida Newtonian glycerin, SAE 30, dan castor oil. Azwar menyebutkan dalam penelitiannya bahwa fluida non Newtonian memiliki karakteristik aliran paling cepat di gradien temperatur negatif pada celah kaca yang paling kecil sementara pada gradien temperatur positif aliran paling cepat terjadi pada celah kaca paling besar. Selain analisa length scale yang dilakukan oleh Sukiyatno maupun Azwar, telah dilakukan juga analisa fractal pada fluida Newtonian oleh Nidhom Asy'ari (2009). Nidhom pada skripsinya mengatakan bahwa dimensi fractal dari fingering yang terjadi pada fluida Newtonian tidak berubah karakter terhadap kemiringan aliran dan lebar celah, namun berubah berdasarkan gradient temperatur^[17-19]

BAB 3

PERALATAN DAN PROSEDUR PENELITIAN

3.1 Pengukuran viskositas

Dalam penelitian ini fluida yang digunakan adalah fluida yang belum pernah digunakan sebelumnya, semua karakteristik yang berhubungan dengan penelitian ini harus didapatkan dengan cara pengukuran.

3.1.1 Deskripsi alat

A. Viskometer Ostwald

Ukuran : 450
Konstanta C : 3,098 pada 40°C dan 3,089 pada 100°C
Aksesoris : Vakum karet
Fungsi : Sebagai sarana pengukur viskositas fluida

B. Gelas Ukur

Ukuran : 2 liter
Fungsi : Tempat menaruh air sehingga viskometer dapat direndam di dalamnya dan didapatkan temperatur pengujian yang diinginkan

C. Hotplate and Stirrer

Aksesoris : Batang magnet berukuran panjang 6 cm
Penjepit viskometer
Fungsi : Memanaskan temperatur air dalam gelas ukur. Batang magnet akan berputar ketika alat dinyalakan sehingga kondisi air dapat dianggap homogen

D. Termometer

Media : Alkohol

Fungsi : Mengukur temperatur air yang ada dalam gelas ukur

E. Stopwatch

Fungsi : Mencatat waktu yang diperlukan fluida untuk melintasi garis parameter yang ada pada viskometer

3.1.2 Prosedur pengukuran

1. Masukkan fluida yang ingin diuji ke dalam viskometer. Pastikan jumlahnya memenuhi paling tidak $\frac{3}{4}$ bagian gelembung penampung
2. Isi gelas ukur dengan air secukupnya dan masukan magnet pengaduk ke dalamnya
3. Rendam viskometer di dalam gelas ukur, pastikan garis parameter yang ada berada di bawah permukaan air
4. Nyalakan hotplate and stirrer, gunakan termometer untuk mengukur temperatur air
5. Ketika temperatur sudah pada titik yang diinginkan, sedot fluida dengan vakum karet sampai permukannya melebihi garis parameter
6. Lepas vakum karet, biarkan fluida mengalir turun. catat waktu yang diperlukan fluida untuk melewati garis parameter dengan stopwatch
7. Waktu yang didapat (detik) dikalikan dengan konstanta viskometer pada temperatur uji, sehingga didapatkan viskositas dengan satuan *centipoises*



Gambar 3.1 Skema alat pengukuran viskositas

3.1.3 Hasil pengukuran viskositas

Setelah melakukan pengukuran beberapa kali maka kita dapat mengambil waktu rata rata yang dibutuhkan fluida untuk melintasi jarak antara dua garis pada viskometer. Waktu rata rata tersebut dikalikan dengan menggunakan konstanta C pada viscometer untuk mendapatkan besaran viskositas dengan satuan *centipoises*. Berikut adalah data hasil pengukuran viskositas.

Tabel 3.1 Hasil pengukuran viskositas dengan konsentrasi HDPE 2,2 %

PENGUKURAN VISKOSITAS FLUIDA CAMPURAN OLI SAE 20W-50 HDPE 2,2 %							
25°C		40°C		60°C		80°C	
waktu	rata-rata	waktu	rata-rata	waktu	rata-rata	waktu	rata-rata
-		11'53"	12'12"	3'57"	3'08"	1'31"	1'49"
-		10'30"		2'28"		1'42"	
-		12'30"		2'55"		1'54"	
-		12'55"		3'22"		2'05"	
		$\mu = 2.267,73\text{cP}$		$\mu = 566,38\text{cP}$		$\mu = 337,028\text{cP}$	

Tabel 3.2 Hasil pengukuran viskositas dengan konsentrasi HDPE 1%

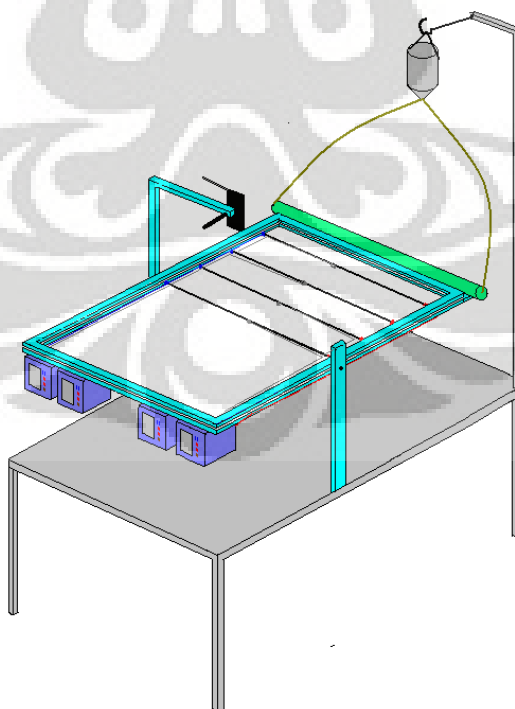
PENGUKURAN VISKOSITAS FLUIDA CAMPURAN OLI SAE 20W-50 HDPE 1 %							
25C		40C		60C		80C	
waktu	rata-rata	waktu	rata-rata	waktu	rata-rata	waktu	rata-rata
4'08"	4'03"	1'50"	1'43"	45"	45"	24	24"
4'03"		1'44"		45"		24	
4'00"		1'38"		45"		24	
3'59"		1'38"		46"		24	
$\mu=506,9\text{cP}$		$\mu = 309,8\text{cP}$		$\mu=139,27\text{cP}$		$\mu= 74,2 \text{ cP}$	

Karena pada perhitungan yang digunakan adalah viskositas pada keadaan temperatur 25°C maka diputuskan untuk memilih Oli SAE 20W-50 dengan HDPE 1 % sebagai fluida uji yang digunakan.

3.2 Pengujian fluida pada Hele Shaw Apparatus

3.2.1 Deskripsi alat Hele Shaw Apparatus

Peralatan pengujian hasil rancang bangun yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Hele-shaw Apparatus* (Gb. 3.1). Peralatan ini terdapat di Laboratorium Mekanika Fluida, Lantai 3 Departemen Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Indonesia.



Gambar 3.2 Hele Shaw Appartus

Prinsip kerja alat ini adalah mengalirkan fluida cair diantara dua plat kaca tebal didalam sebuah kerangka, yang mempunyai celah dan sudut kemiringan tertentu sehingga akan membentuk pola aliran takberotasi. Celah antara dua plat kaca dan sudut kemiringan tersebut dapat diatur secara manual sesuai dengan keinginan kita.

3.2.2 Peralatan pengujian

Secara garis besar peralatan yang digunakan untuk penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Komponen Utama

A. Plat penguji

Bahan	: Plat kaca tebal 8 mm
Ukuran	: 80 x 59 cm
Rangka	: Besi hollow ukuran 2 x 2 cm
Gasket	: Lilin mainan
Fungsi	: Sebagai tempat untuk mengalirnya cairan sehingga dapat diketahui pola alirannya. Dilengkapi dengan tiang penyangga recorder yang bisa dinaikturunkan.

B. Heater

Bahan	: Besi rondbar
Ukuran	: Ø 8 mm
Jumlah	: 4 buah
Fungsi	: Sebagai alat untuk memanasi fluida dan menciptakan daerah gradien temperatur pada plat kaca.

C. PID Controller

Aksesoris	: Termokopel Satu buah terminal kabel Empat buah relay mekanik
Jumlah	: 4 buah
Fungsi	: Sebagai alat untuk mengontrol besar temperatur pada heater dengan menghubungkan kabel dan

penjepit kabel ke heater sehingga tercipta gradien temperatur.

D. Kantong reservoir

Bahan : Botol plastik
 Ukuran : 1.5 liter
 Aksesoris : 1 buah ball Valve ¼” dan selang
 Fungsi : Sebagai tempat menampung cairan sebelum dimasukkan ke sistem.

E. Pengisi fluida

Bahan : Pipa akrilik
 Ukuran : Ø dalam ¾” dan 1”
 Fungsi : Sebagai alat untuk memasukkan cairan ke celah plat kaca.

F. Busur derajat

Ukuran : Ø 10 cm
 Fungsi : Untuk mengetahui derajat kemiringan alat.

G. Spacer

Bahan : Plat BJLS / Seng
 Ukuran : Tebal 1.5 mm, 1.2 mm dan 0.8 mm
 Fungsi : Untuk mengukur celah antara 2 plat kaca.

H. Mur baut

Ukuran : M10x1.5
 Jumlah : 4 buah
 Fungsi : Untuk mengencangkan antara kerangka plat kaca atas dan kerangka plat kaca bawah.

I. Meja

Ukuran : 100x75x75 cm
 Rangka : Besi hollow ukuran 2x2 cm
 Fungsi : Sebagai tempat dudukan plat penguji.
 Dilengkapi dengan tiang untuk kantong reservoir yang bisa dinaikturunkan.

2. Komponen Pelengkap

A. *Support* penyangga plat penguji

Fungsi : untuk menyangga plat penguji pada berbagai sudut

B. Recorder/Handycam

Fungsi : untuk merekam gerakan fluida

C. Komputer

Fungsi : untuk melihat/ mengolah gambar hasil rekaman

D. Bak drain

Fungsi : untuk menampung fluida bekas pemakaian.

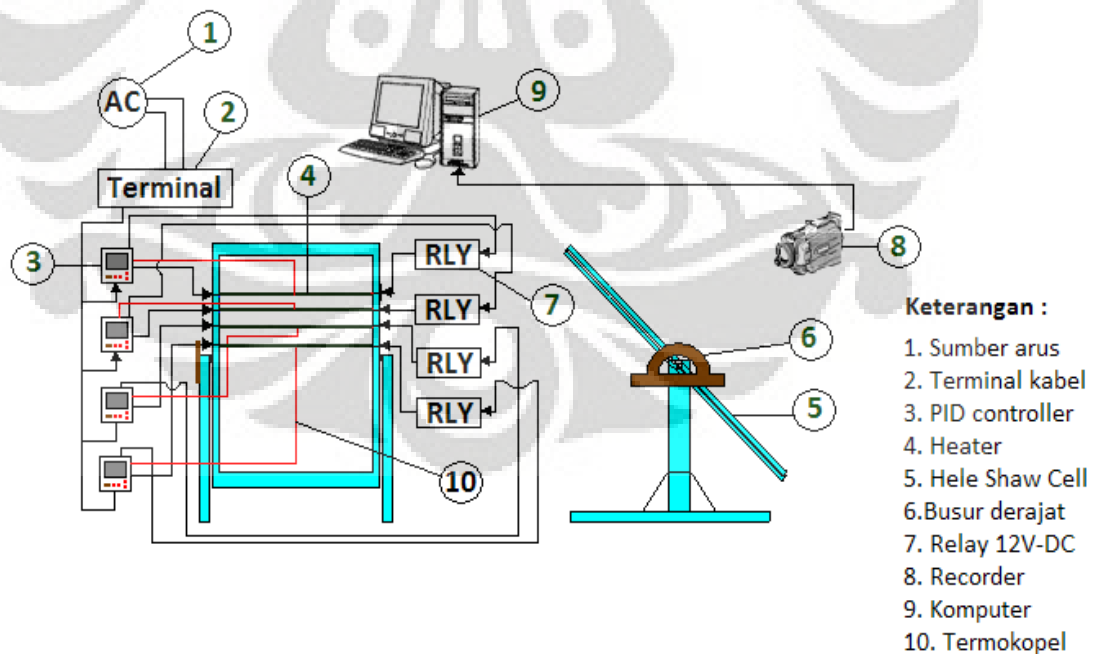
E. Kunci pas

Ukuran : 17 mm

Fungsi : untuk mengencangkan mur baut kerangka kaca.

3.2.3 Skema Pengujian

Sistem pengujian yang terdiri dari dua lapisan plat kaca pengujian dan komponen pelengkap dari *Hele Shaw Apparatus* ditunjukkan secara skematik pada gambar 3.2.



Gambar 3.3 Skema pengujian pada Hele Shaw Apparatus

3.2.4 Prosedur Pengujian

Prosedur pengujian dikelompokkan menjadi beberapa tahap:

1. Tahap Persiapan
 - a. Memasang kerangka plat kaca bagian bawah.
 - b. Melevel posisi horisontal plat kaca bagian bawah dengan menggunakan waterpas. Pada posisi ini kedua penunjuk sudut harus menunjuk angka 0.
 - c. Membersihkan kedua permukaan kaca, baik plat kaca bagian bawah maupun plat kaca bagian atas.
 - d. Memasang kerangka plat kaca bagian atas.
 - e. Mengatur celah kedua kaca dengan menggunakan spacer, kemudian keempat bautnya dikencangkan satu persatu. (Karena kita mengambil data dengan celah kaca bervariasi maka kita mengambil data urut dari celah yang terbesar yaitu 1.5 mm, 1.2 mm dan 0.8 mm).
 - f. Memasang *Silicon Rubber* di sepanjang tepi kerangka kaca sehingga cairan tidak keluar dari sistem.
 - g. Setelah semua tepi tertutup rapat, maka sistem diputar hingga mendekati posisi vertikal.
 - h. Memasang kantong reservoir dan selang-selangnya, dengan valve pada kondisi tertutup.
 - i. Memasukkan fluida/cairan ke dalam kantong reservoir.
 - j. Memasukkan cairan ke pengisi fluida dengan membuka valve pada kantong reservoir.
 - k. Setelah pengisi fluida penuh, fluida dimasukkan ke celah kaca hingga terisi 20 ~ 30 cm dari sisi bawah, dan dibiarkan selama beberapa waktu hingga bekas aliran cairan dari atas menipis.
 - l. Kemudian sistem diputar sehingga cairan pada posisi atas dan ditunggu hingga semua cairan mengalir ke bawah dan bekas aliran cairan menipis.
 - m. Hal ini pertama kali dilakukan berulang-ulang hingga bekas alirannya merata dan membentuk lapisan tipis pada plat kaca sehingga permukaan kaca benar-benar licin / kekasarannya mendekati nol.

- n. Memasang recorder/handycam yang digunakan untuk mengamati dan mengambil data.
2. Tahap Pengoperasian dan Pengambilan Data.
 - a. Sistem diposisikan pada posisi vertikal dengan pengisi fluida dibagian atas.
 - b. Setelah bekas aliran cairan menipis pada permukaan kaca, sistem diputar hingga membentuk sudut sesuai dengan yang ditentukan yaitu 15° , 45° dan 75° .
 - c. Tombol *Record* pada *handycam* ditekan sehingga pola aliran cairan terekam oleh *recorder*.
 - d. Mencatat perubahan pola aliran dari *recorder* melalui bantuan komputer.

3.3 Metode Penelitian

Pengujian dilakukan dengan sejumlah parameter yang divariasikan guna mendapatkan pola gerakan fluida melewati daerah gradien temperatur, yaitu:

- Besarnya celah kaca, (b) : 1.5mm, 1.2mm, dan 0.8mm
- Besarnya sudut kemiringan, (α) : 15° , 45° , dan 75° .
- Besarnya gradien temperatur (dt/dx) : $\pm 2.5^\circ\text{C}/\text{cm}$ - $\pm 10^\circ\text{C}/\text{cm}$
- Fluida *incompressible* : *Campuran Oli SAE 20W-50 dengan 1% HDPE*

Dari variasi parameter tersebut akan didapatkan berbagai variasi pola gerakan cairan yang memperlihatkan adanya fenomena gerakan dua dimensi tak berotasi melewati daerah gradien temperatur

BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

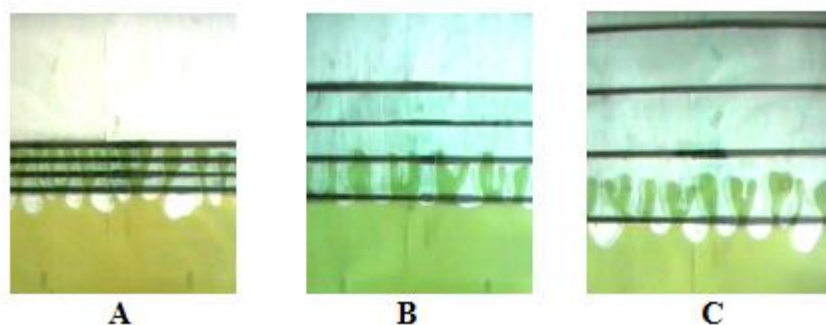
4.1 Analisa Visualisasi Aliran Fluida

Dari pengambilan data yang dilakukan dengan *camera recorder*, langkah selanjutnya adalah membagi video tersebut menjadi satu gambar tiap detiknya. Dari gambar-gambar tersebut, kita dapat mengetahui perubahan bentuk ketidakstabilan (*fingering*) fluida yang berupa tinggi gelombang (y), tinggi gelombang maksimal (θ), dan jumlah gelombang yang terbentuk ($\sum \ell_i$) pada saat melewati graden temperatur.

Dengan membandingkan data satu dan yang lain, kita dapat melihat perbedaan tingkat ketidakstabilan berdasarkan variasi jarak heater, sudut kemiringan aliran dan perbedaan lebar celah kaca. Adapun medan gradien temperatur yang digunakan adalah medan temperatur positif dan negatif. Berikutnya dapat dilihat visualisasi dari aliran pada medan temperatur negatif

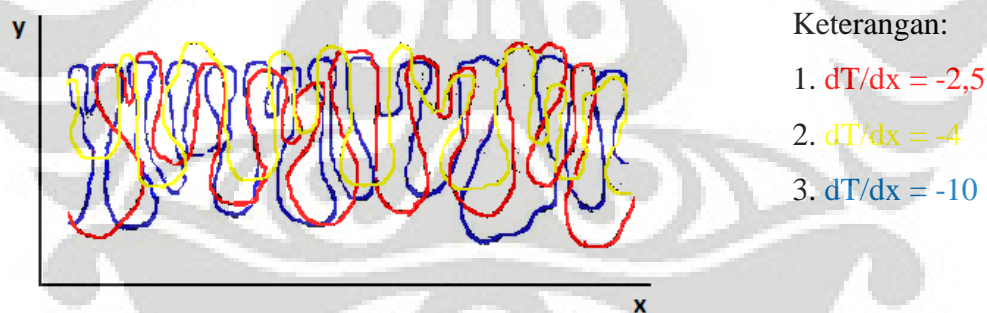
4.1.1 Visualisasi aliran fluida pada medan temperatur negatif

Disini kita bisa membandingkan aliran fluida yang melewati gradien temperatur negatif dengan variasi jarak heater (dT/dx), kemiringan sudut alir (α) dan lebar celah kaca (b). Di bawah ini merupakan contoh aliran fluida uji dengan jarak heater yang berubah, kemiringan sudut alir 15 derajat serta lebar celah kaca 1,5 mm pada kondisi detik ke 30.



Gambar 4.1 Perkembangan fingering aliran fluida dengan dT/dx berbeda, α dan b sama., detik ke 30. A, $dT/dx = -10$. B, $dT/dx = -4$. C, $dT/dx = -2,5$

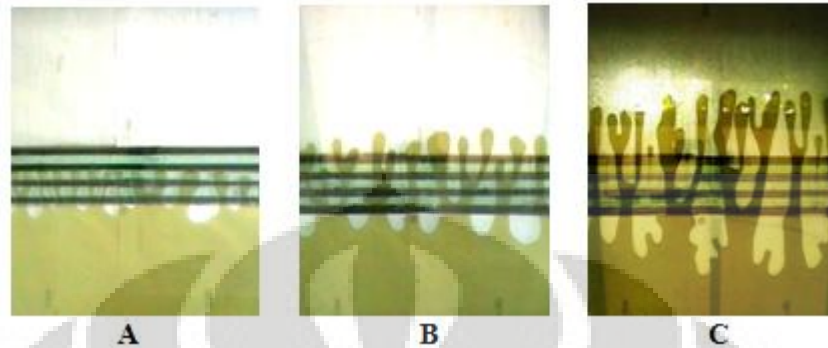
Dari gambar diatas terlihat bahwa aliran yang paling banyak membentuk gelombang adalah aliran dengan dT/dx yang paling tinggi. Hal ini disebabkan karena panas yang terkonsentrasi pada jarak yang sempit tersebut membuat viskositas fluida menurun dan hasilnya adalah proses *fingering* yang lebih banyak. Namun meskipun begitu aliran yang memiliki *fingering* paling sedikit bukanlah yang memiliki dT/dx paling kecil. Hal ini disebabkan karena pada gambar B dan C panas yang diterima fluida relatif tidak jauh berbeda, sehingga, kestabilan temperatur yang lebih baik pada gambar B membuat *fingering* menjadi lebih sedikit. Berikut adalah penampakan grafik perbedaan pola aliran



Gambar 4.2 Contoh perbandingan grafik pola fingering dengan dT/dx berbeda

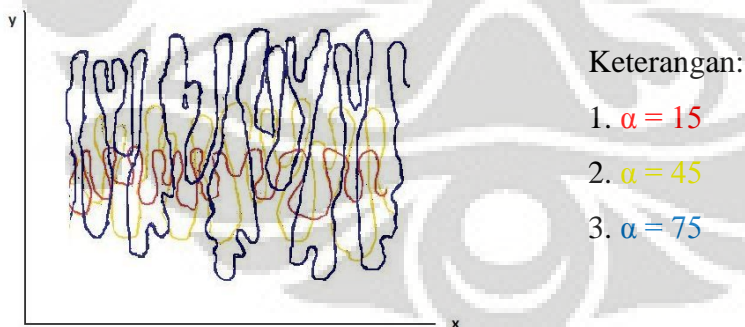
Setelah melihat grafik perbandingan pola aliran kita dapat menyimpulkan bahwa meskipun terdapat perbedaan jumlah gelombang yang terbentuk ($\sum l_i$), namun tinggi gelombang yang terbentuk (θ) tidak memiliki perbedaan yang signifikan.

Selanjutnya kita dapat membandingkan perbedaan pola aliran ketika memiliki dT/dx dan b yang sama namun dengan sudut aliran yang berbeda pada detik ke 20



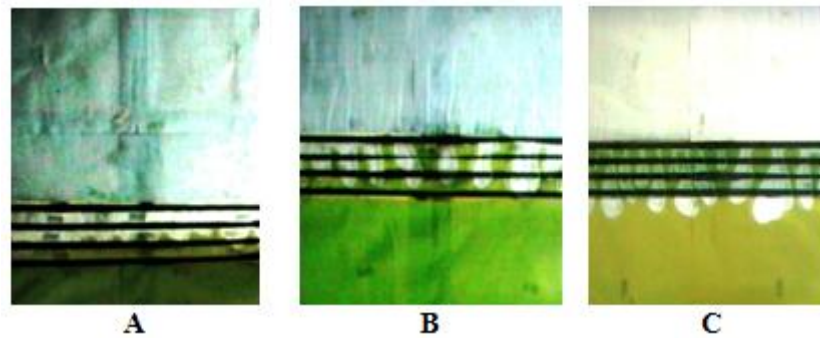
Gambar 4.3 Perkembangan fingering fluida pada $dT/dx = -20$, $b = 1,5\text{mm}$. $A = 15^\circ$, $B = 45^\circ$, $C = 75^\circ$

Pada gambar di atas jelas terlihat perbedaan jumlah gelombang yang terbentuk maupun tinggi gelombangnya. Pada saat sudut aliran 15 derajat gelombang berjalan dengan perlahan sehingga membuat tinggi gelombang yang terbentuk paling pendek. Sementara sebaliknya terjadi pada saat kemiringan sudut 75 derajat, gravitasi mempengaruhi kecepatan aliran fluida, sehingga kecepatan aliran tinggi, ini membuat tinggi gelombang makin besar. Berikut adalah contoh grafik perkembangan fluida dengan perbandingan sudut yang berbeda.



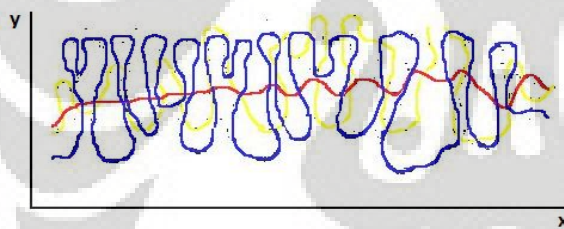
Gambar 4.4 Contoh perbandingan pola fingering pada sudut aliran yang berbeda

Selanjutnya kita dapat membandingkan perbedaan pola aliran ketika memiliki dT/dx dan α yang sama namun dengan lebar celah kaca yang berbeda pada detik ke 30



Gambar 4.5 Perkembangan fingering fluida pada $dT/dx = -20$, $\alpha = 15^\circ$ detik ke -30, A= 0,8mm, B= 1,2mm, C= 1,5mm

Pada gambar diatas jelas terlihat perbedaan fingering yang terjadi pada variasi lebar celah. Dari gambar dapat dikatakan pada waktu (t) yang sama *fingering* terjadi lebih cepat pada lebar celah yang lebih besar. Ini mengindikasikan bahwa pengaruh lebar celah kaca lebih kecil dibanding pengaruh perubahan sudut aliran. Berikut adalah contoh grafik perbedaan pola aliran pada variasi lebar celah yang berbeda.



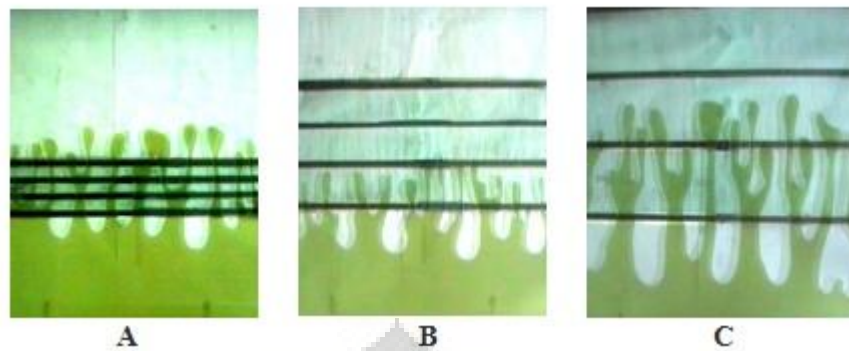
Keterangan:

1. $b = 0,8 \text{ mm}$
2. $b = 1,2 \text{ mm}$
3. $b = 1,5 \text{ mm}$

Gambar 4.6 Contoh perbandingan pola *fingering* pada variasi lebar celah

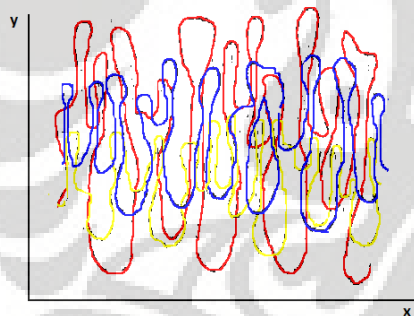
4.1.2 Visualisasi aliran fluida pada medan temperatur positif

Sama seperti aliran pada gradien temperatur negatif, kali ini juga kami membandingkan antara aliran fluida uji pada keadaan variasi lebar celah kaca, jarak heater dan kemiringan sudut aliran. Di bawah ini adalah visualisasi aliran fluida pada lebar celah dan sudut kemiringan yang sama dan dT/dx yang berbeda.



Gambar 4.7 Perkembangan fingering aliran fluida dengan $\alpha = 15^\circ$, $b = 1,5\text{mm}$ pada detik ke 40.
A, $dT/dx = 10$. B, $dT/dx = 4$. C, $dT/dx = 2,5$

Dari gambar diatas jelas didapatkan bahwa aliran yang melewati dT/dx yang lebih besar akan membentuk lebih banyak gelombang. Tinggi fingering yang terjadi yang terjadi pada pada $dT/dx = 2,5$ lebih besar disebabkan karena konsentrasi panas yang diterima lebih sedikit, sehingga fluida lebih berkembang kearah (θ) dibanding kearah (Σl_i) . Berikut adalah perbandingan grafik perkembangan aliran fluida pada variasi jarak heater.

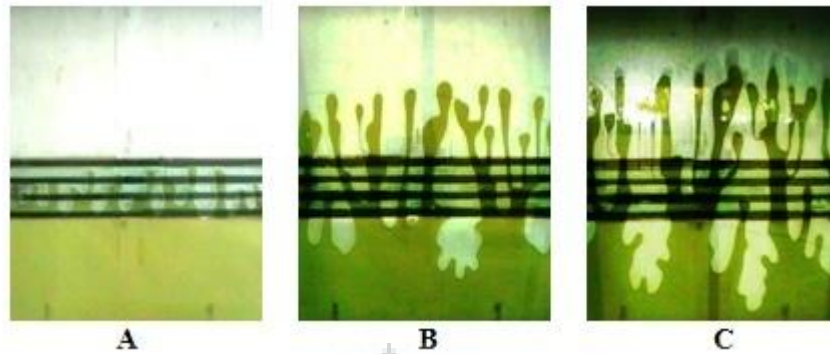


Keterangan:

1. $dT/dx = -2,5$
2. $dT/dx = -4$
3. $dT/dx = -10$

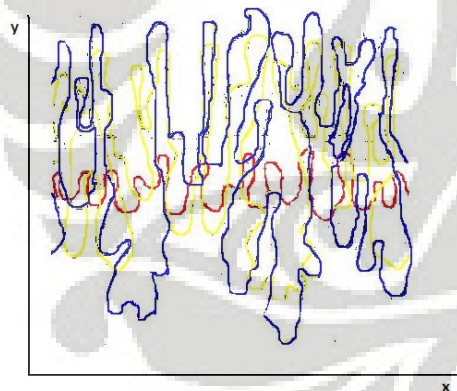
Gambar 4.8 Contoh perbandingan pola fingering fluida pada variasi jarak heater

Selanjutnya kita bisa membandingkan perkembangan aliran fluida pada dengan variasi kemiringan sudut aliran. Secara teori, kemiringan sudut alir akan mempengaruhi kecepatan aliran fluida seperti yang terjadi pada saat fluida melewati medan gradien temperatur negatif. Berikut adalah visualisasi aliran yang melewati variasi kemiringan sudut.



Gambar 4.9 Visualisasi aliran fluida pada saat $dT/dx=10$, $b=1,5\text{mm}$. α pada gambar A= 15° , B= 45° , C= 75° .

Sama seperti yang dialami fluida pada saat melintasi gradien temperatur negatif, θ paling besar terjadi pada kemiringan sudut paling besar, pada kasus ini 75 derajat. Sementara itu banyaknya gelombang yang terjadi pada gambar C terlihat lebih sedikit mungkin disebabkan karena pada t yang sama dengan gambar A, pertumbuhan gelombang kecil sudah berhenti dan membentuk satu gelombang yang besar. Adapun contoh perbandingan perkembangan *fingering* dapat dilihat dari grafik di bawah ini.

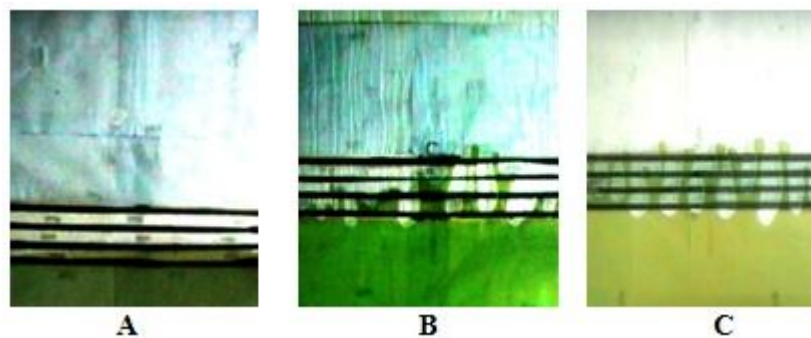


Keterangan:

1. $\alpha = 15$
2. $\alpha = 45$
3. $\alpha = 75$

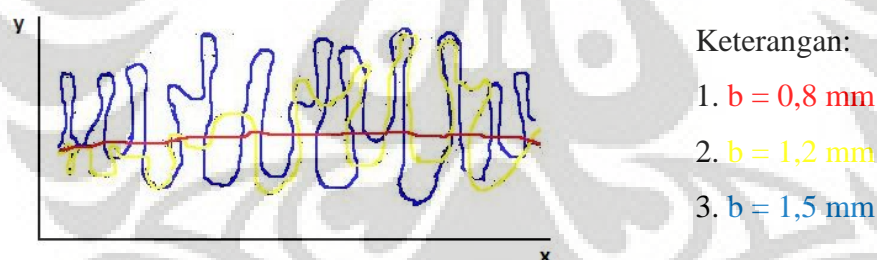
Gambar 4.10 Contoh perkembangan *fingering* pada variasi kemiringan sudut alir

Selanjutnya kita akan membandingkan visualisasi aliran fluida ketika melewati lebar celah yang berbeda. Berikut ini adalah aliran fluida pada dT/dx dan α yang sama pada detik ke 30.



Gambar 4.11 Perkembangan *fingering* fluida pada $dT/dx = 20$, $\alpha = 15^\circ$ detik ke 30, A= 0,8mm, B= 1,2mm, C= 1,5mm

Hal yang terlihat pada gambar diatas adalah pengulang peristiwa yang terjadi pada saat fluida melewati gradien negatif. Perkembangan *fingering* lebih cepat terjadi pada lebar celah yang lebih besar. Namun jika diperhatikan kita akan menemukan bahwa tinggi gelombang yang terjadi pada gambar diatas lebih pendek dibanding ketika melewati gradien temperatur negatif, hal ini terjadi karena pada gradien negatif fluida melewati heater yang lebih panas terlebih dahulu, sehingga perkembangan gelombang lebih cepat. Berikut adalah contoh grafik perkembangan *fingering* yang terjadi.



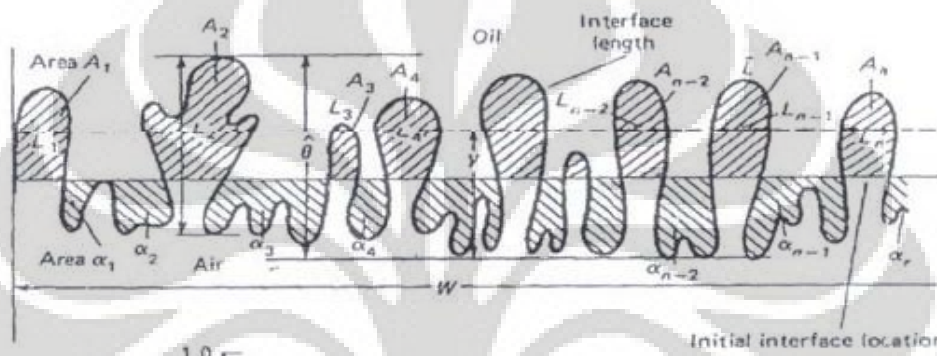
Gambar 4.12 Contoh pola *fingering* fluida pada variasi lebar celah plat kaca

4.2 Hasil perhitungan dan grafik perkembangan aliran

Dari percobaan yang telah dilakukan, didapatkan data mentah berupa perubahan bentuk pola aliran seperti pada gambar 4.1 pada berbagai posisi kemiringan dan tebal celah yang berbeda-beda, yang diambil dengan menggunakan camera recorder. Fluida yang digunakan adalah campuran oli SAE 20W-50 dengan satu persen *High Density Poliethylene*. Dengan pengukuran kita

akan mendapat nilai-nilai: massa jenis fluida (ρ), viskositas dinamik (μ), dan tegangan permukaan (T).

Setelah video laju aliran dibagi menjadi beberapa range waktu sesuai dengan laju aliran melewati Hele Shaw Cell, maka selanjutnya didapatkan nilai nilai t^* , l^* , y , (θ), ($\sum l_i$) dan W , caranya dengan melakukan pengukuran langsung dengan skala yang telah dipasang pada Hele Shaw Cell. Karena banyaknya data yang ada, hanya beberapa hasil perhitungan yang ditampilkan disini. Selebihnya hasil perhitungan dapat dilihat di lampiran



Gambar 4.13 Contoh pola aliran yang didapat dari percobaan. Gambar di atas menunjukkan variabel variabel yang dipakai pada perhitungan

4.2.1 Hasil Perhitungan Gradien Temperatur Negatif

Di bawah ini akan ditunjukkan beberapa hasil perhitungan dari fluida yang kami gunakan dalam percobaan. Hasil perhitungan ditampilkan dalam bentuk tabel dan grafik, diambil beberapa sebagai contoh, sehubungan dengan banyaknya data yang diperoleh.

Dari data yang diperoleh dapat dilihat kapan aliran fluida uji telah mengalami *fingering* dan telah dapat diukur untuk mendapatkan hasil perhitungan. Sebelumnya dihitung dahulu besar nilai l^* yang merupakan skala panjang dan t^* yang merupakan skala waktu dari masing-masing aliran pada setiap kemiringan sudut dan lebar celah. Berikut ini ditampilkan contoh perhitungan aliran fluida uji pada salah satu kemiringan sudut dan lebar celah.

Oli SAE 20W-50 + HDPE 1 %

$$\rho = 822,5 \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

$$\mu = 5 \times 10^{-1} \text{ (N.s)/m}^2$$

$$T = 0.02 \text{ (N/m)}$$

Udara

$$\rho = 1.2 \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

$$\mu = 1.81 \times 10^{-6} \text{ (N.s)/m}^2$$

Kondisi:

$$b = 1.5 \text{ mm} = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\alpha = 15^\circ$$

$$g = 9.8 \text{ kg.m/s}^2$$

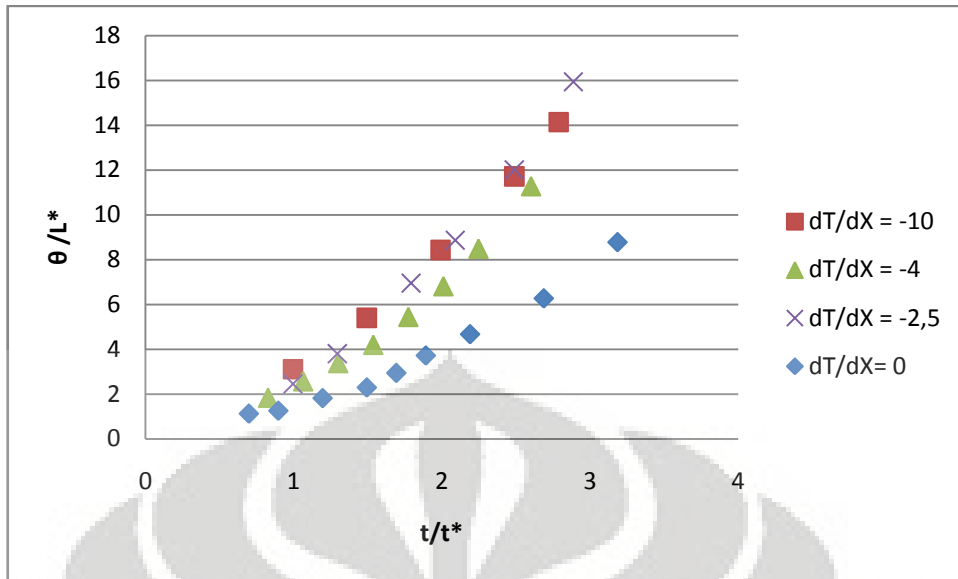
Berdasarkan teori yang dikembangkan oleh Saffan dan Taylor dalam bukunya "*The Penetration of a Fluid Into a Porous Medium of Hele-Shaw Cell containing a More Viscous Fluid*" nilai-nilai tersebut dapat digunakan untuk menghitung normalisasi waktu (t^*) dan (ℓ^*) yaitu:

$$t^* = 2\pi\sqrt{3} \frac{12(\mu_1 + \mu_2)T^{1/2}}{(g \sin \alpha \Delta\rho)^{3/2} b^2} \quad \ell^* = 2\pi\sqrt{3} \left[\frac{T}{g \sin \alpha \Delta\rho} \right]^{1/2}$$

Tabel 4.1 Data perubahan bentuk pada $dt/dx = -10$; $\alpha = 75^\circ$, $b = 1,2\text{mm}$

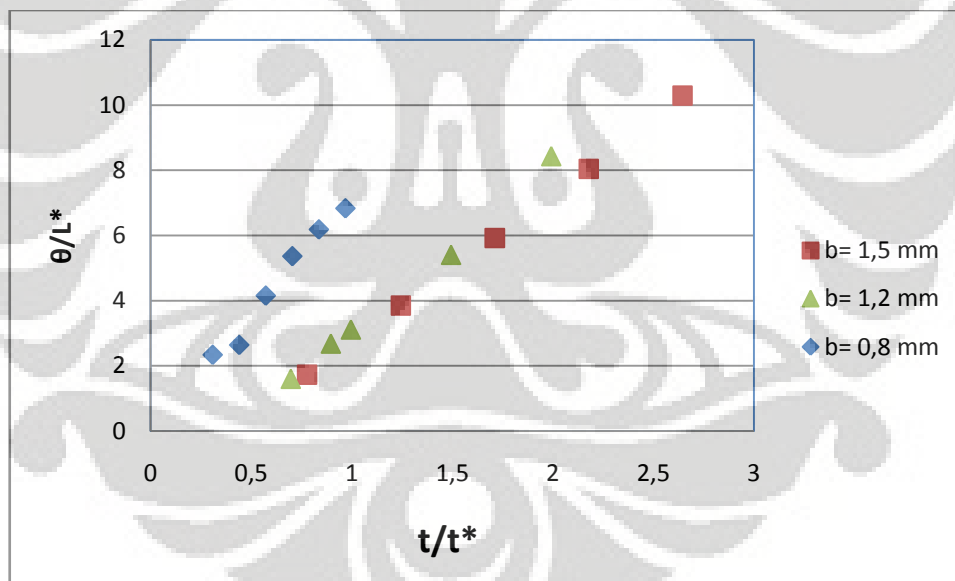
τ	ℓ^*	t^*	$\sum \ell_i \text{ (cm)}$	$\theta \text{ (cm)}$	$y \text{ (cm)}$	$W \text{ (cm)}$	t/t^*	$\theta/\ell^* \text{ (m)}$
7	0,0178	10,044	15,909	2,8462	1,2308	38,064	0,697	1,598963
9	0,0178	10,044	13	4,7692	2,3846	38,064	0,896	2,679343
10	0,0178	10,044	22,273	5,5385	2,6923	38,064	0,996	3,111495
15	0,0178	10,044	22,455	9,6154	5	38,064	1,493	5,401901
20	0,0178	10,044	21,636	15	7,2308	38,064	1,991	8,426966
25	0,0178	10,044	24,273	20,846	10,385	38,064	2,489	11,71132
28	0,0178	10,044	22,636	25,154	14,615	38,064	2,788	14,13137

Dari tabel perhitungan aliran tak berotasi dapat dibuat satu contoh grafik yang menggambarkan karakteristik kecepatan aliran tak berotasi melewati medan gradien temperatur negatif dengan variasi jarak *heater*, sekaligus aliran fluida yang tidak melewati gradien temperatur

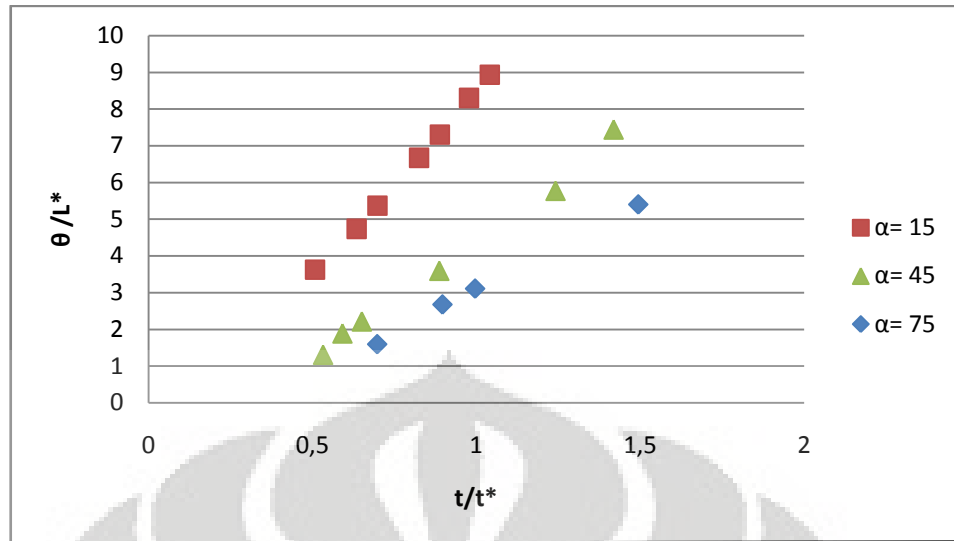


Gambar 4.14 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu pada fluida uji pada $\alpha = 75^\circ$; $b = 1,2$ mm dT/dx yang berbeda

Adapun contoh grafik yang menggambarkan kecepatan aliran fluida uji pada lebar celah kaca yang berbeda dapat dilihat di bawah ini



Gambar 4.15 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu pada fluida uji pada $\alpha = 75^\circ$; $dT/dx = -10/cm$; lebar celah (b) yang berbeda



Gambar 4.16 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu pada $b = 1,2 \text{ mm}$; $dT/dx = -10/cm$; sudut aliran yang berbeda

4.2.2 Hasil perhitungan gradien temperatur positif

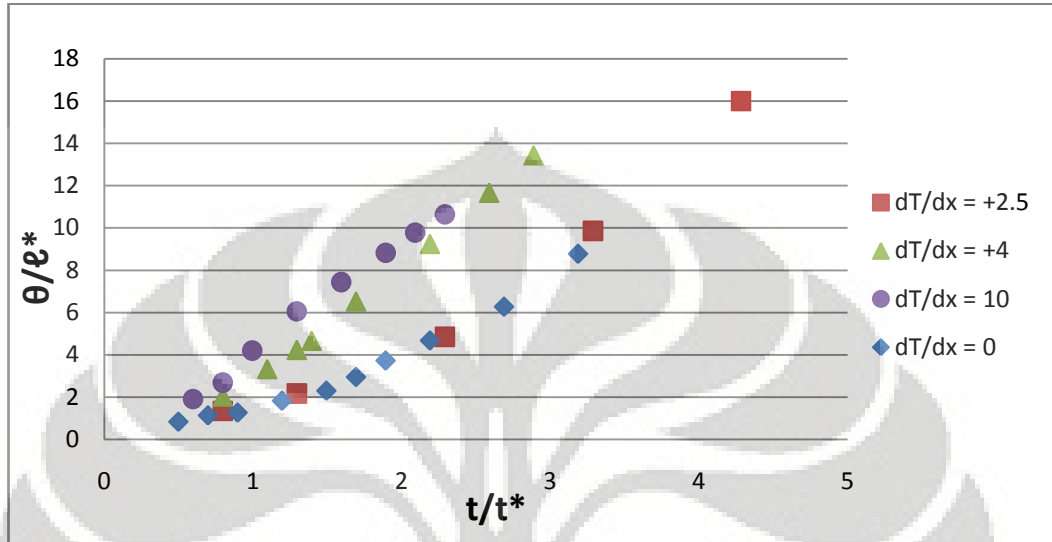
Semua variabel pada kondisi ini sama dengan yang ada pada hasil perhitungan pada gradien temperatur negatif, baik itu kemiringan sudut, lebar celah serta jarak antar heater. hal yang membedakan adalah, kali ini heater disusun sedemikian rupa sehingga fluida kenaikan temperatur yang meningkat dari waktu ke waktu, atau medan gradien temperaturnya bernilai positif

Tabel 4.2 Data perubahan bentuk pada $dt/dx = 10$; $\alpha = 75^\circ$, $b = 1,2\text{mm}$

T	l^*	t^*	$\sum l_i \text{ (cm)}$	$\theta \text{ (cm)}$	$y \text{ (cm)}$	$W \text{ (cm)}$	t/t^*	$\theta/l^* \text{ (m)}$
6	0,0178	10,044	19,182	3,3846	1,538462	38,064	0,597	1,90147
8	0,0178	10,044	13,273	4,7692	2,615385	38,064	0,797	2,67934
10	0,0178	10,044	10,364	7,4615	3,461538	38,064	0,996	4,19188
13	0,0178	10,044	9,6364	10,769	5,384615	38,064	1,294	6,05013
16	0,0178	10,044	14,545	13,231	5,923077	38,064	1,593	7,43302
19	0,0178	10,044	13,636	15,692	8	38,064	1,892	8,8159
21	0,0178	10,044	13,636	17,385	8,692308	38,064	2,091	9,76664
23	0,0178	10,044	9,8182	18,923	9,538462	38,064	2,29	10,6309

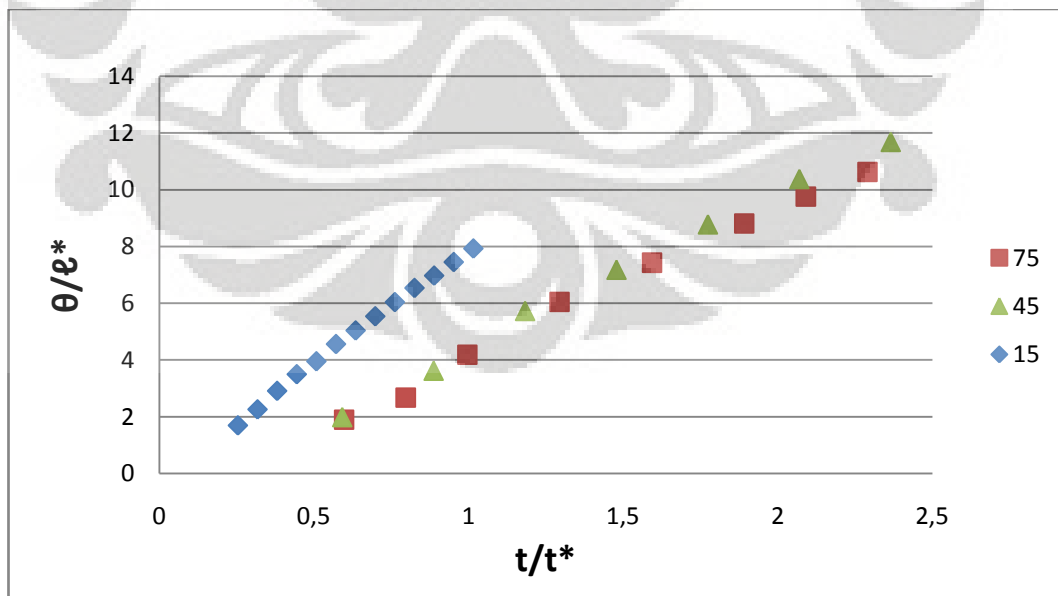
Dari tabel perhitungan aliran tak berotasi dapat dibuat satu contoh grafik yang menggambarkan karakteristik kecepatan aliran tak berotasi melewati medan gradien temperatur negatif dengan variasi jarak heater. Pada grafik di bawah ini

ditampilkan perbandingan kecepatan aliran dengan medan gradien temperatur nol yang telah dilakukan pada eksperimen sebelumnya. Berikut adalah grafik yang menggambarkan perbandingan kondisi aliran fluida pada saat melewati variasi jarak *heater*.



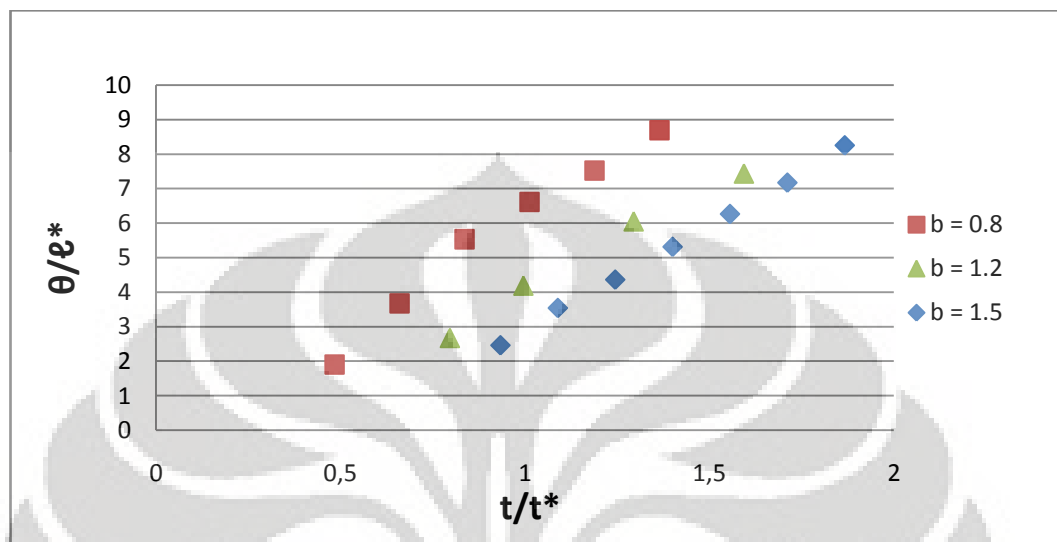
Gambar 4.17 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu pada $b=1,2$ mm; $\alpha=75^\circ$; dT/dx yang berbeda

Adapun contoh grafik yang menggambarkan karakteristik kecepatan aliran fluida pada lebar celah yang berbeda dengan kemiringan sudut dan jarak *heater* yang tetap dapat dilihat di bawah ini.



Gambar 4.18 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu pada $b=1,2$ mm; $dT/dx=-10$ /cm; kemiringan sudut alir (α) yang berbeda

Grafik selanjutnya adalah perbandingan antara kecepatan aliran fluida uji pada variasi lebar celah yang berbeda.



Gambar 4.19 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu pada $\alpha=75^\circ$; $dT/dx= 10/cm$; lebar celah kaca (b) yang berbeda

4.2.3 Hasil perhitungan aliran fluida tanpa gradien temperatur

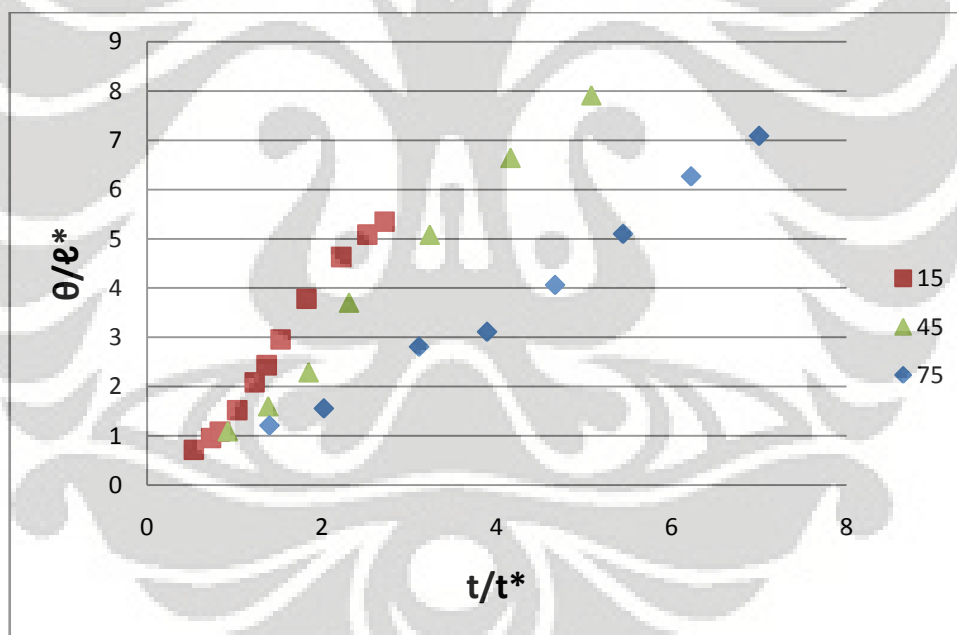
Sebelum melakukan percobaan menggunakan gradien temperatur positif maupun negatif, dilakukan percobaan tanpa gradien temperatur terlebih dahulu. Perbandingan yang muncul dari percobaan ini adalah perubahan pola aliran pada variasi lebar celah, dan variasi kemiringan sudut alir. Cara pengolahan data kali ini sama dengan yang telah dibahas pada perhitungan gradien temperatur positif dan negatif.

Berikut adalah contoh tabel perhitungan dari data aliran fluida uji tanpa menggunakan gradien temperatur.

Tabel 4.3 Data perubahan bentuk pada $dt/dx = 0$; $\alpha = 15^\circ$, $b = 1,5\text{mm}$

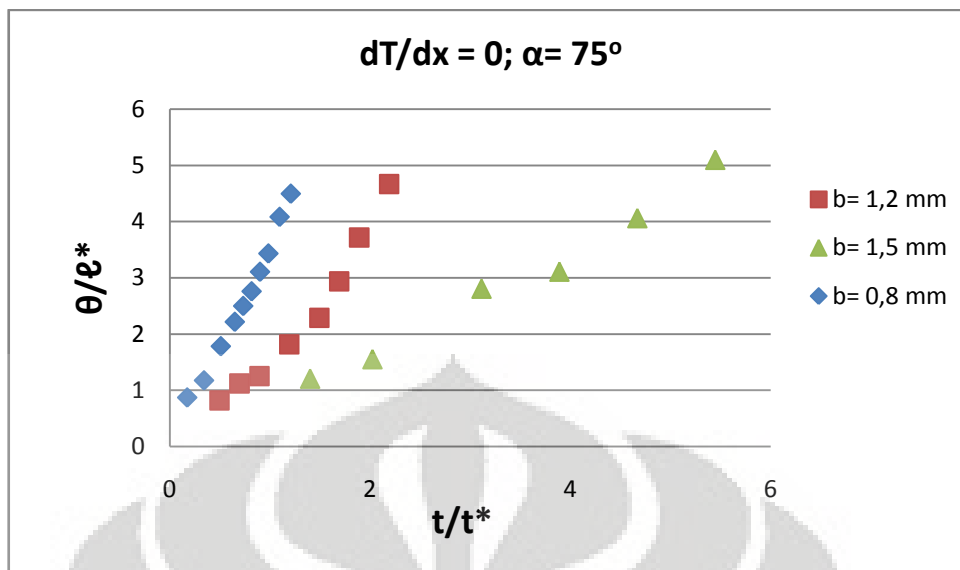
T	ℓ^*	t^*	θ (cm)	y (cm)	$\sum \ell_i$ (cm)	W(cm)	t/t^*	$\theta/\ell^*(m)$
27	0,0354	50,433	2,5385	1,2308	18,615	46,064	0,5354	0,7171
37	0,0354	50,433	3,3846	1,6923	18,615	46,064	0,7336	0,9561
42	0,0354	50,433	3,8462	1,9231	16,462	38,064	0,8328	1,0865
52	0,0354	50,433	5,3846	2,6923	18,615	38,064	1,0311	1,5211
62	0,0354	50,433	7,3846	3,6923	17	38,064	1,2293	2,086
69	0,0354	50,433	8,6154	4,3077	15,692	38,064	1,3681	2,4337
77	0,0354	50,433	10,462	5,2308	15,231	38,064	1,5268	2,9552
92	0,0354	50,433	13,385	6,6923	13,846	38,064	1,8242	3,781
112	0,0354	50,433	16,385	8,3077	13,692	38,064	2,2208	4,6284

Dari tabel di atas dapat dibuat satu contoh grafik yang menggambarkan perbedaan keadaan fluida alir saat melewati $dT/dx = 0$. Berikut adalah grafik perbandingan yang menggambarkan keadaan aliran pada variasi sudut kemiringan aliran



Gambar 4.20 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu aliran fluida pada $b=1,5\text{mm}$; sudut kemiringan (α) yang berbeda

Grafik lain yang dapat ditampilkan pada aliran tanpa gradien temperatur adalah grafik perbandingan keadaan aliran pada variasi lebar celah plat kaca. Di bawah ini adalah grafik yang menunjukkan perbedaan aliran pada sudut kemiringan 75 derajat



Gambar 4.21 Grafik perbandingan skala panjang dan skala waktu aliran fluida pada $\alpha = 75^\circ$; lebar celah kaca (b) yang berbeda

4.3 Pembahasan

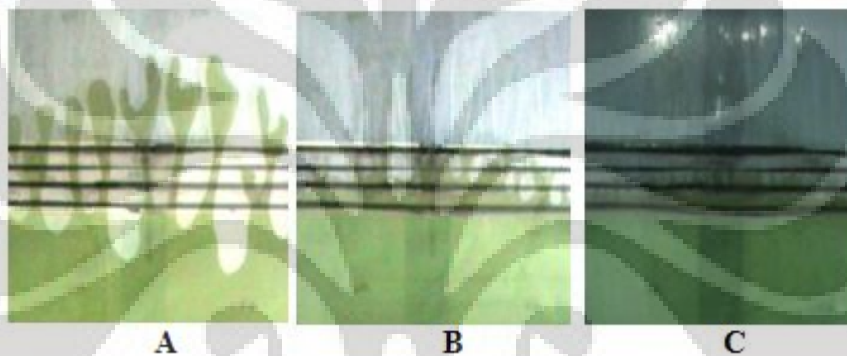
4.3.1 Aliran pada medan gradien temperatur negatif

Dari hasil yang telah ditampilkan di atas, baik itu berupa visualisasi, perhitungan dan grafik dapat dilihat ada tidaknya perubahan karakteristik aliran pada saat fluida melewati medan gradien temperatur negatif. Gambar 4.14 menunjukkan adanya perubahan kecepatan aliran ketika fluida melewati gradien temperatur dibandingkan ketika fluida dialirkan tanpa melewati gradien temperatur. Hal ini terjadi karena perubahan viskositas yang di dapat ketika fluida melewati *heater*. Selain itu hasil dari percobaan menunjukkan bahwa gradien garis terbesar ada pada $dT/dx = -2,5/cm$, hal ini berarti fluida mengalami perkembangan gelombang lebih cepat pada jarak *heater* delapan centimeter. Perbedaan ini bisa terjadi diakibatkan ketika fluida melewati $dT/dx = -10/cm$ pemberian kalor ke fluida oleh *heater* akan terjadi lebih singkat, sehingga setelah *heater* terakhir ($40^\circ C$) terlewati, viskositas fluida akan cepat kembali ke viskositas awal. Sedangkan pada $dT/dx = -10/cm$ pemberian kalor berlangsung lebih lama, sehingga viskositas fluida lebih kecil.

Namun, jika itu alasannya maka akan timbul pertanyaan mengapa gradien garis $dT/dx = -4$ tidak berada diantara $dT/dx = -10/cm$ dan $dT/dx = -2,5/cm$. Hal ini mungkin terjadi karena pada $dT/dx = -4/cm$ fluida tidak menerima

heat flux sebesar pada $dT/dx = -10/cm$ dan kecepatan aliran yang tinggi akibat kemiringan membuat fluida lebih cepat melewati *heater* terakhir.

Selanjutnya pada gambar 4.3 dan 4.4 terlihat bahwa fluida dengan kemiringan sudut aliran (α) yang lebih besar akan memiliki tinggi gelombang (θ) yang lebih besar pula pada waktu (t) yang sama. Hal ini berkebalikan dengan apa yang disampaikan pada gambar 4.16. Pada grafik tersebut fluida dengan $\alpha = 15^\circ$ memiliki gradien garis yang lebih besar. Hal ini terjadi karena pada analisa visualisasi yang dipakai adalah skala waktu (t) sementara pada perhitungan memakai waktu spesifik (t^*) dengan $f(t^*) = (\mu, \alpha, \rho, b)$. berikut adalah perbandingan visualisasi ketika $t^* = 0,88$ pada ketiga nilai α .

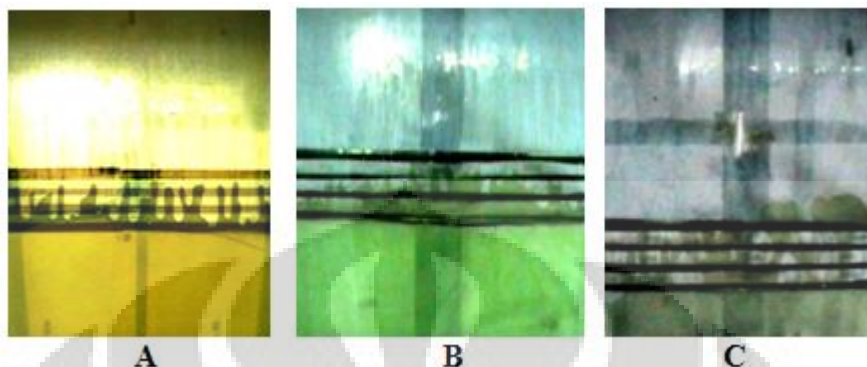


Gambar 4.22 Perbandingan bentuk aliran pada $t^* = 0,88$. A = $1,5^\circ$, B = 45° , C = 75°

Aliran yang lebih lambat pada α yang lebih kecil memungkinkan kalor dari *heater* terserap lebih baik. Viskositas yang turun akibat kalor akan mempengaruhi tinggi *fingering* yang terjadi. Hal ini sesuai dengan yang dikemukakan Ljubinko Kondic, et.al pada jurnal “*Non Newtonian Hele Shaw Flow and The Saffman-Taylor Instability*” mengatakan bahwa daerah *interface* antara kedua fluida adalah daerah dengan kecepatan tertinggi dan viskositas terendah^[1].

Selanjutnya pada gambar 4.5 dan 4.6 terlihat perbedaan pola aliran yang diakibatkan oleh variasi lebar celah antar plat kaca (b). Gambar 4.6 menunjukkan b yang lebih besar akan memimbulkan θ yang lebih besar pula. Namun sekali lagi hal ini bertolak-belakang dengan apa yang disampaikan pada gambar 4.15. pada gambar tersebut b yang terkecil justru memiliki gradien garis yang paling besar.

Perbedaan ini sekali lagi menunjukkan jika perbandingan skala waktu dengan waktu spesifik sangatlah berbeda. Berikut adalah gambar aliran fluida pada waktu spesifik yang sama.



Gambar 4.23 Perbandingan bentuk aliran pada $t^* = 1$. A = 1,5 mm, B = 1,2 mm, C = 0,8 mm

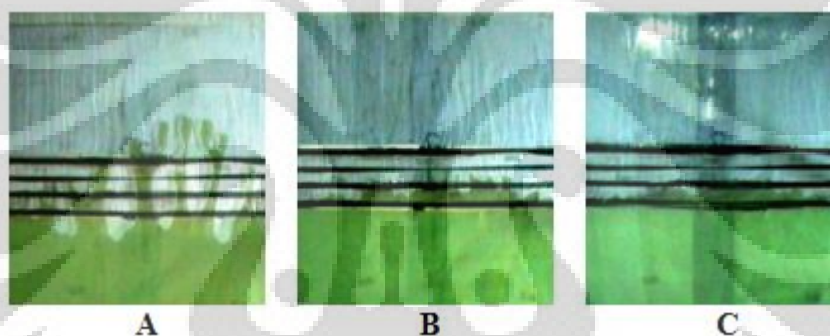
Gambar di atas jelas menunjukkan hasil yang sama seperti yang ada pada gambar 4.15. Hal ini terjadi karena jarak celah kaca yang lebih kecil berarti lebih sedikit jumlah fluida yang harus dipanaskan, maka dengan *heat flux* yang sama $b = 0,8$ mm gelas memiliki penurunan viskositas yang lebih cepat. Selain itu mengutip apa yang dikatakan Menke-Krishnan pada jurnal mereka “*Saffman-Taylor Instability using Hele Shaw Cell*” bahwa “*A flow is said to be stable if small disturbances initially in the flow die out or remain small, and is said to be unstable if these small disturbances grow*”.^[4] Apa yang terjadi pada fluida uji sesuai dengan teori, karena lebar celah kaca yang lebih kecil akan lebih banyak menimbulkan gangguan pada aliran, sehingga ketidakstabilan (*fingering*) fluida lebih cepat berkembang.

4.3.2 Aliran pada medan gradien temperatur positif

Pada medan gradien temperatur positif, kecepatan aliran jelas bertambah cepat ketika fluida dialirkan melewati gradien temperatur dibanding tanpa gradien temperatur. (gambar 4.17). Hasil yang berbeda terjadi pada perbandingan dT/dx . Sebelumnya pada medan gradien temperatur negatif, garis yang memiliki gradien paling besar adalah $dT/dx = -2,5/cm$, kali ini gradien garis paling besar ada pada $dT/dx = 4$ cm. Hal ini bisa terjadi diakibatkan karena pada medan temperatur positif fluida menerima *heat flux* paling besar pada $dT/dx = 10/cm$, dan paling rendah pada $dT/dx = 2,5$. Sehingga dari perbandingan jarak *heater* kita bisa

menyimpulkan $dT/dx = 4$ memberi *heat flux* yang besar dan durasinya paling sesuai untuk mempertahankan laju aliran dan viskositas fluida. Meskipun begitu tidak tertutup kemungkinan bahwa perbedaan ini juga bisa dihasilkan oleh perbedaan keadaan pada Hele Shaw Cell itu sendiri yang diakibatkan oleh kesalahan dalam pengambilan data.

Pada gambar 4.9 dan 4.10 terlihat visualisasi aliran fluida pada variasi sudut kemiringan α . Perkembangan terhadap waktu (t) yang paling besar terjadi pada $\alpha = 75^\circ$. Sama seperti yang terjadi pada gradien temperatur negatif, hasil yang bertolak-belakang di ungkapkan pada gambar 4.18 dimana gradien garis paling besar ada pada $\alpha = 15^\circ$. Hal ini terjadi karena perbandingan yang digunakan pada analisa visualisasi adalah skala waktu (t) dan pada analisa perhitungan adalah waktu spesifik (t^*). Berikut adalah gambar perbandingan perkembangan tinggi gelombang aliran fluida (θ) pada ketiga nilai α .



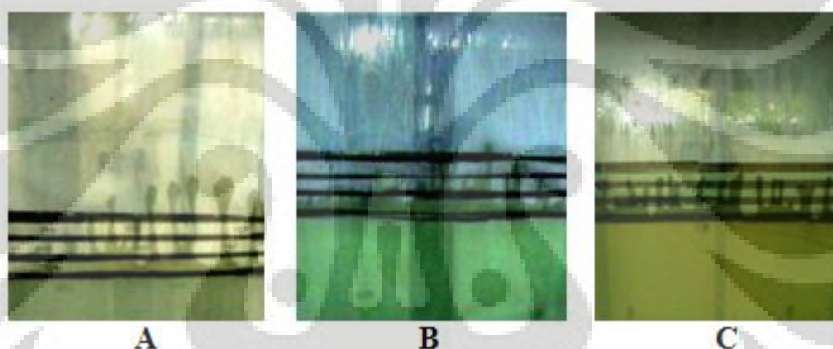
Gambar 4.24 Perbandingan θ pada $t^* = 0,58$. A= 15° , B= 45° , C= 75°

Gambar diatas menunjukkan dengan perbandingan waktu spesifik (t^*) sebagai fungsi dari (μ, α, ρ, b) , aliran dengan sudut alir paling kecil justru memiliki tinggi gelombang yang paling besar, sementara pada $\alpha = 45^\circ$ dan $\alpha = 75^\circ$ perbedaan tinggi gelombang tidaklah signifikan sesuai yang telah dijelaskan pada gambar 4.18. Selain itu gambar di atas juga menunjukkan bahwa pada sudut aliran yang kecil *fingering* akan lebih teratur dibanding pada sudut aliran yang besar.

Hal ini, seperti yang telah dijelaskan sebelumnya terjadi karena pada sudut aliran yang lebih kecil, fluida melewati heater dengan lebih lambat pada skala waktu (t) sehingga dengan *heat flux* yang sama jumlah kalor yang diterima akan semakin besar, sehingga perkembangan tinggi gelombang akan semakin cepat. Pernyataan yang mendukung teori ini ada dalam jurnal tentang fluida *shear thinning* yang dikeluarkan oleh University of Ohio “*shear thinning—was a crucial*

ingredient in suppressing tip splitting, and might lead to the appearance of dendrite like structures in complex fluids. In this scenario, the tip of a finger lies in a region of high shear, lower viscosity, which causes it to advance with higher relative velocity than surrounding portions of the interface, suppressing the spreading of the tip.”^[2]

Gambar 4.11 dan 4.12 menunjukkan bahwa perkembangan tinggi gelombang pada gradien temperatur positif dipengaruhi oleh perubahan lebar celah kaca. Pada gambar tersebut terlihat celah kaca yang lebih besar menghasilkan tinggi gelombang yang lebih besar pula. Namun bukan itu yang ditunjukkan oleh gambar 4.19, pada gambar tersebut celah kaca yang paling kecil justru memiliki gradien garis paling besar. Seperti sebelumnya untuk membuktikan grafik pada gambar 4.18 visualisasi pada sudut kemiringan (α) dan jarak heater (dT/dx) yang sama akan dibandingkan pada skala waktu spesifik



Gambar 4.25 Perbandingan θ pada $t^* = 1$. A= 0,8mm, B= 1,2mm, C= 1,5mm

Gambar di atas menunjukkan bahwa pada skala waktu spesifik yang sama aliran fluida pada celah kaca yang lebih kecil memiliki tinggi gelombang (θ) yang paling besar. Hal ini membuktikan bahwa tidak ada perbedaan karakteristik dari aliran fluida yang melewati gradien temperatur negatif dan fluida yang melewati gradien temperatur positif, pada variasi lebar celah kaca

4.3.3 Aliran fluida tanpa melewati gradien temperatur

Pada aliran fluida yang tidak melewati gradien temperatur yang dibandingkan adalah variasi lebar celah kaca dan sudut aliran. Pada gambar 4.20 terlihat bahwa fluida gradien garis paling besar ketika sudut alir yang paling kecil. Hal ini sama seperti yang terjadi ketika fluida melewati gradien temperatur positif

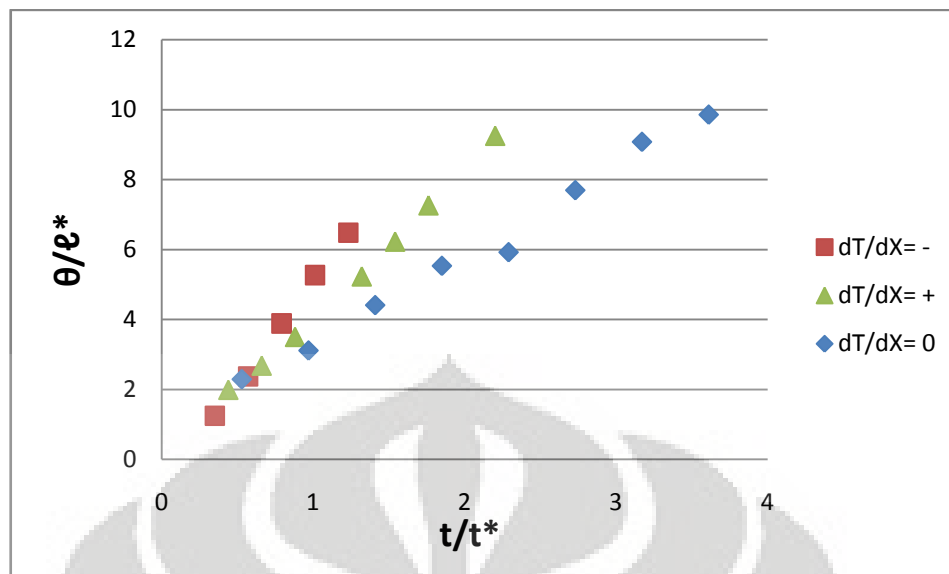
maupun negatif. Berarti perubahan yang dilakukan oleh adanya gradien temperatur adalah perubahan kecepatan tumbuh gelombang semata, sementara karakteristik aliran fluida pada kemiringan sudut tidak berubah.

Hal ini bisa terjadi karena selain viskositas, tidak ada yang berubah dari sifat fluida uji ketika melewati gradien temperatur, sehingga selain kecepatan aliran, karakteristik fluida yang seperti dikatakan oleh Ljubinko Kondic, et.al pada jurnal “*Non Newtonian Hele Shaw Flow and The Saffman-Taylor Instability*” [2] bahwa fluida shear thinning memiliki karakteristik untuk menekan timbulnya “tip splitting” tidak berubah. kestabilan karakteristik ini membuat fluida dengan α paling besar yang notabene memiliki kecepatan alir terhadap waktu (t) dan *shear stress* paling besar justru membuat perkembangan skala tinggi gelombang terhadap skala waktu spesifik (θ/ℓ^* vs t/t^*) menjadi lebih lambat.

Pada gambar 4.21 didapatkan bahwa fluida memiliki gradien garis paling besar ketika ada pada jarak celah kaca (b) = 0,8 mm. Hal ini sama dari apa yang terjadi ketika fluida dilewatkan di gradien temperatur positif maupun negatif . Tanpa adanya gradien temperatur, secara otomatis yang mengendalikan aliran fluida adalah gangguan yang dialami fluida itu sendiri, semakin kecil b maka gangguan akan semakin banyak dan perkembangan tinggi gelombang akan semakin cepat.

4.3.4 Perbandingan aliran dengan $dT/dx \geq 0$, $dT/dx \leq 0$, dan $dT/dx = 0$

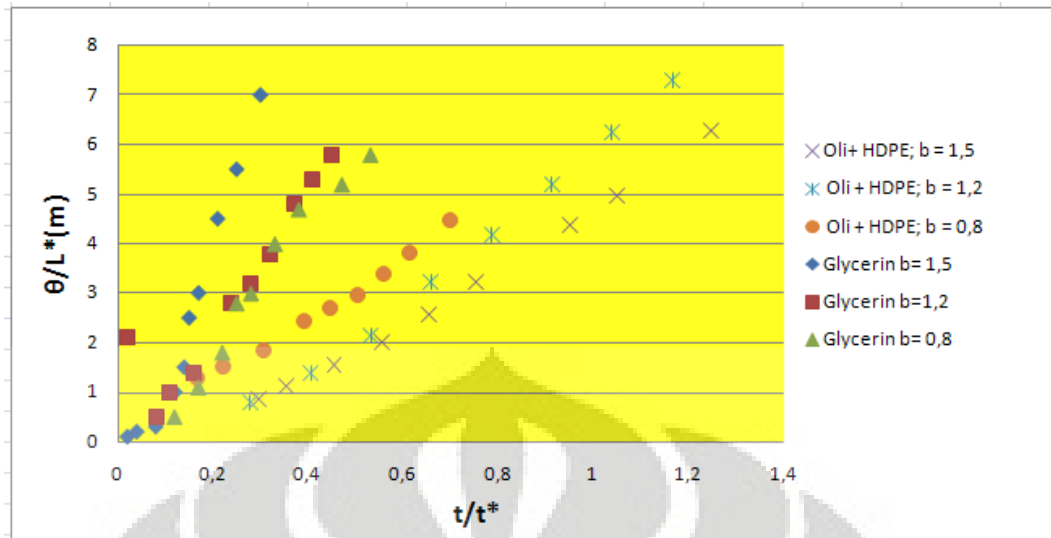
Setelah membandingkan keadaan yang dialami fluida pada variasi lebar celah, kemiringan sudut dan jarak *heater* pada semua kondisi diatas, kita dapat mengambil perbandingan secara keseluruhan yaitu (θ/ℓ^* vs t/t^*) pada $dT/dx \geq 0$, $dT/dx \leq 0$, dan $dT/dx = 0$. Berikut adalah grafik skala panjang vs skala waktu dari ketiga kondisi di atas.



Gambar 4.26 Perbandingan skala panjang dan skala waktu pada $b = 0,8\text{mm}$; $\alpha = 75^\circ$; variasi $dT/dx \leq 0$; $dT/dx \geq 0$; $dT/dx = 0$

Dari grafik di atas kita dapat menyimpulkan bahwa perubahan kecepatan aliran dalam skala waktu (t/t^*) terhadap kecepatan perkembangan tinggi gelombang dalam skala panjang (θ/ℓ^*) lebih besar terjadi pada gradien temperatur negatif dibanding gradien temperatur positif. Hal ini kemungkinan terjadi karena pada gradien temperatur negatif, fluida mengalami *heat flux* yang besar terlebih dahulu dibandingkan dengan gradien temperatur positif. Meskipun begitu tidak menutup kemungkinan jika data yang didapat jauh lebih besar dalam skala panjang dan skala waktu akan didapatkan persinggungan antara grafik $dT/dx \leq 0$ dan grafik $dT/dx \geq 0$

Selanjutnya kita akan membandingkan antara hasil yang diperoleh dengan data pada percobaan menggunakan fluida Newtonian yang dikerjakan oleh Azwar Effendy^[18]. Grafik Berikut menunjukkan hasil varisasi celah pada fluida glycerin dengan fluida uji yang dipakai sekarang.



Gambar 4.27 Perbandingan hasil variasi lebar celah pada $\alpha = 15^\circ$ dan $dT/dx = 4^\circ\text{C}/\text{cm}$

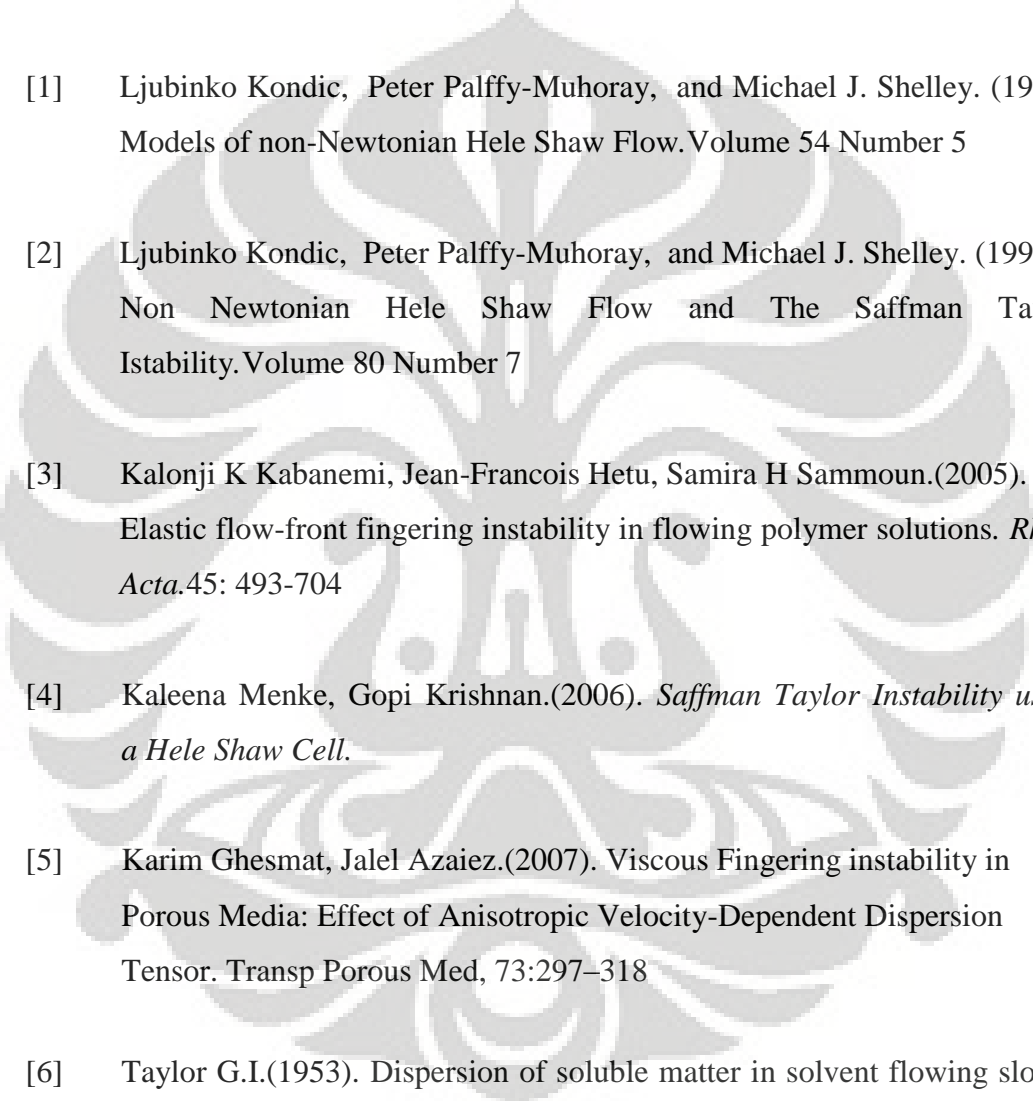
Pada grafik di atas jelas menampakan perbedaan sifat aliran fluida glycerin dengan fluida uji yang dipakai. Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, *fingering* pada terjadi pada fluida uji Oli SAE 20W-50 + HDPE 1 % paling cepat terjadi pada jarak lebar kaca paling kecil karena disitulah terjadi gangguan paling banyak. Semantara hasil berkebalikan ditunjukkan oleh fluida glycerin. Adapun jika dibandingkan, akan terlihat bahwa fluida uji menalami proses *fingeing* yang lebih lambat dibanding glycerin yang memiliki viskositas lebih tinggi.

BAB 5 KESIMPULAN

Berdasarkan hasil perhitungan, grafik sampai dengan pembahasan dapat diambil kesimpulan mengenai karakteristik aliran fluida non-Newtonian *shear thinning*, yaitu:

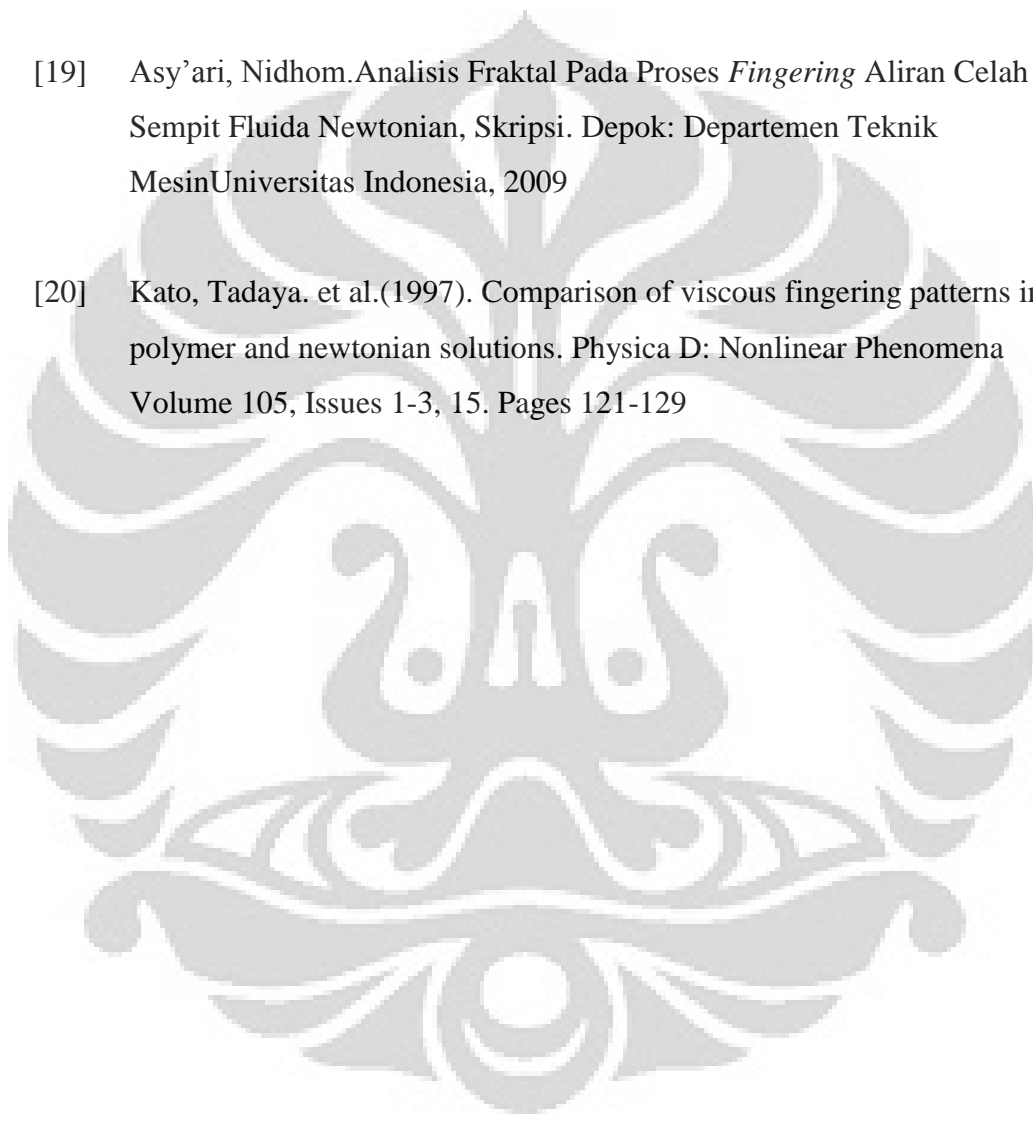
1. Berbeda dengan karakteristik fluida Newtonian^[18], aliran fluida *shear thinning* pada Hele Shaw Cell memiliki gradien kecepatan yang paling besar pada lebar celah (b) terkecil dan sudut alir (α) terkecil pula, baik pada $dT/dx \geq 0$, $dT/dx \leq 0$, dan $dT/dx = 0$
2. Pemberian gradien temperatur pada aliran Hele Shaw mempengaruhi karakteristik dari aliran.
 - a. Aliran Hele Shaw dengan $dT/dx \geq 0$ akan memiliki gradien kecepatan aliran paling besar pada jarak *heater* $dx = 4$ cm
 - b. Aliran Hele Shaw dengan $dT/dx \leq 0$ akan memiliki gradien kecepatan aliran paling besar pada jarak *heater* $dx = 8$ cm
3. Pada lebar celah (b), sudut kemiringan aliran (α) dan jarak heater yang sama, gradien kecepatan paling besar ada pada aliran Hele Shaw dengan $dT/dx \leq 0$, diikuti oleh aliran Hele Shaw dengan $dT/dx \geq 0$, dan Aliran Hele Shaw dengan $dT/dx = 0$

DAFTAR PUSTAKA

- 
- [1] Ljubinko Kondic, Peter Palffy-Muhoray, and Michael J. Shelley. (1996). Models of non-Newtonian Hele Shaw Flow. Volume 54 Number 5
- [2] Ljubinko Kondic, Peter Palffy-Muhoray, and Michael J. Shelley. (1998). Non Newtonian Hele Shaw Flow and The Saffman Taylor Instability. Volume 80 Number 7
- [3] Kalonji K Kabanemi, Jean-Francois Hetu, Samira H Sammoun.(2005). Elastic flow-front fingering instability in flowing polymer solutions. *Rheol Acta*.45: 493-704
- [4] Kaleena Menke, Gopi Krishnan.(2006). *Saffman Taylor Instability using a Hele Shaw Cell*.
- [5] Karim Ghesmat, Jalel Azaiez.(2007). Viscous Fingering instability in Porous Media: Effect of Anisotropic Velocity-Dependent Dispersion Tensor. *Transp Porous Med*, 73:297–318
- [6] Taylor G.I.(1953). Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube. *Proc.Soy.Soc.Lond.A*. 219, 186-203
- [7] Aris, R.(1956). On the dispersion of a solute in a fluid flowing through a tube.*Proc. Soy. Soc. A*. 235, 67-77

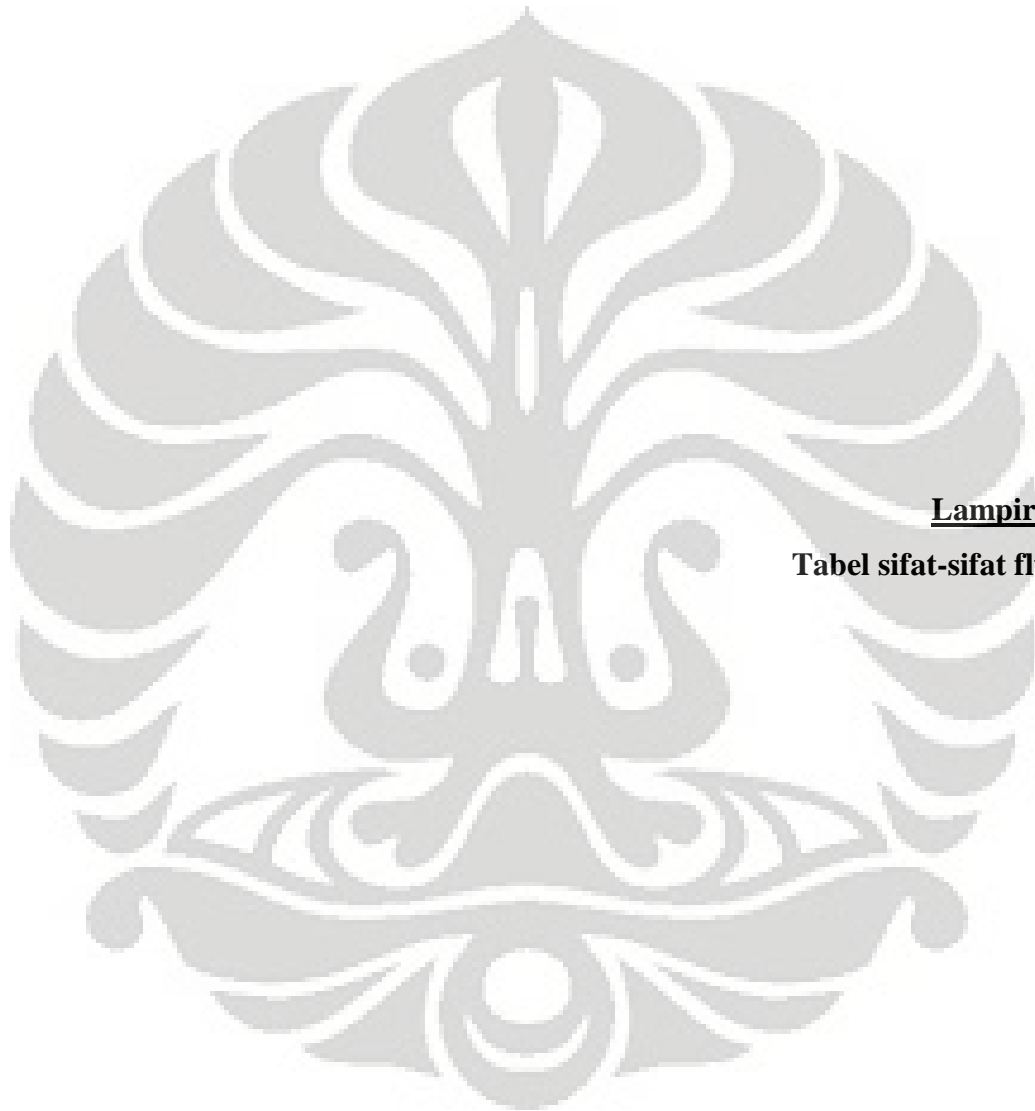
- [8] Taylor, G.I.(1954). Conditions under which dispersion of a solute in a stream of solvent can be used to measure molecular diffusion. Proc. Soy. Soc. Lond.A. 255, 473-477
- [9] Perkins, T.K., Johnston, O.C.(1963). Review of diffusion and dispersion in porous media. Oc. Pet. Eng. 3, 70-84
- [10] Fried, J.J., Combarous, M.A.(1971).Dispersion in porous media. Adv. Hydrosci. 7, 169-282
- [11] Zimmerman, W.B., Homsy, G.M.(1991). Nonlinear viscous fingering in miscible displacement with anisotropic dispersion. Pshyc. Fluids. A. 3, 1869-1872
- [12] Zimmerman,W.B., Homsy, G.M.(1992).: Viscous fingering in miscible displacement: unification of effects of viscosity contrast, anisotropic dispersion, and velocity dependence of dispersion on nonlinear finger propagation. Pshyc. Fluids. A. 4, 348-2359
- [13] Miguel A. Moyers-Gonzalez · Ian A. Frigaard. (2007) Kinematic instabilities in two-layer eccentric annular flows, part 1: Newtonian fluids. J. Eng. Math. 62: 103-131
- [14] Tarfadar et al. Adhesion and Fingering in Lifting Hele Shaw cell; Role of Substrate. Eur. Phys. J. E. 25, 267-275
- [15] M. Ben Amar, D. Bonn,(2005). Physica. D, 209. 1
- [16] Taylor, P.G. (1986). Viscous Fingering in Hele Shaw Cell. J. Fluid Mech.vol. 173. Pp. 73-94

- [17] Sukiyatno. *Karakteristik Aliran Takberotasi pada Hele Shaw, Skripsi*. Depok: Departemen Teknik Mesin Universitas Indonesia, 2004.
- [18] Effendy, Azwar. *Aliran Hele Shaw melalui Medan dengan Gradien Temperatur, Skripsi*. Depok: Departemen Teknik Mesin Universitas Indonesia, 2008.
- [19] Asy'ari, Nidhom. *Analisis Fraktal Pada Proses Fingering Aliran Celah Sempit Fluida Newtonian, Skripsi*. Depok: Departemen Teknik Mesin Universitas Indonesia, 2009
- [20] Kato, Tadaya. et al.(1997). Comparison of viscous fingering patterns in polymer and newtonian solutions. *Physica D: Nonlinear Phenomena* Volume 105, Issues 1-3, 15. Pages 121-129





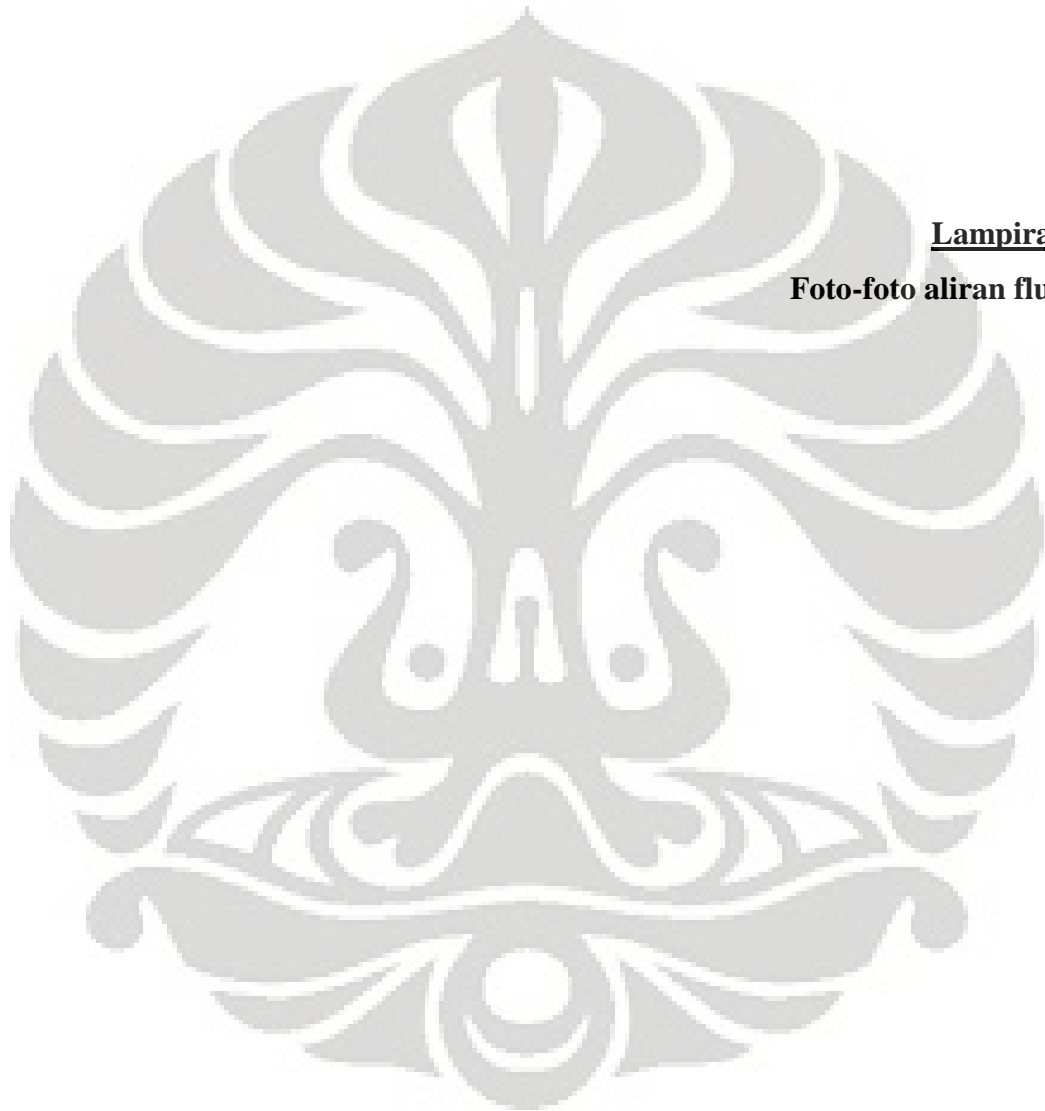
LAMPIRAN



Lampiran 1
Tabel sifat-sifat fluida

Tabel sifat sifat fluida pada 1 atm 20°C

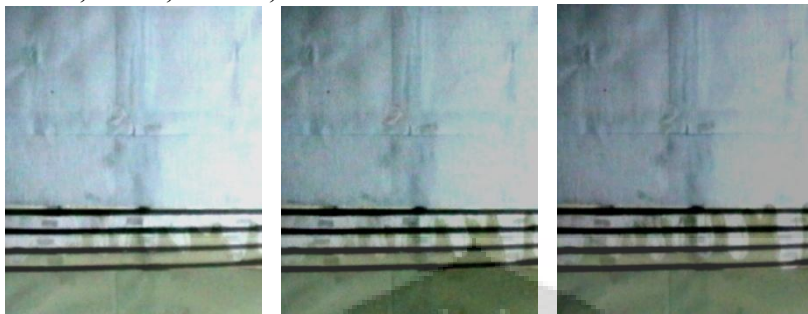
FLUIDA	ρ (kg/m ³)	μ (N.s)/m ²	T (N/m)
Oli 20W-50 + HDPE	822,5	5×10^{-1}	2×10^{-2}
Udara	1.2	1.81×10^{-6}	1.8×10^{-5}



Lampiran 2
Foto-foto aliran fluida

Gambar Perkembangan aliran Oli SAE 20W-50 + HDPE 1% Pada $dT/dx \leq 0$

I. $b = 0,8 \text{ mm}$; $\alpha = 15$; $dT/dx = -10^\circ\text{C/cm}$



t = 42

t = 52

t = 62

$b = 0,8 \text{ mm}$; $\alpha = 45$; $dT/dx = -10^\circ\text{C/cm}$



t = 20

t = 25

t = 30

$b = 0,8 \text{ mm}$; $\alpha = 75$; $dT/dx = -10^\circ\text{C/cm}$



t = 16

t = 19

t = 22

$b = 0,8 \text{ mm}$; $\alpha = 15$; $dT/dx = -4^\circ\text{C/cm}$



t = 40

t = 70

t = 80

$b = 0,8 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = -4^\circ\text{C/cm}$



$t = 31$



$t = 41$



$t = 51$

$b = 0,8 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = -4^\circ\text{C/cm}$



$t = 21$



$t = 31$



$t = 41$

$b = 0,8 \text{ mm}; \alpha = 15; dT/dx = -2,5^\circ\text{C/cm}$



$t = 50$



$t = 70$



$t = 90$

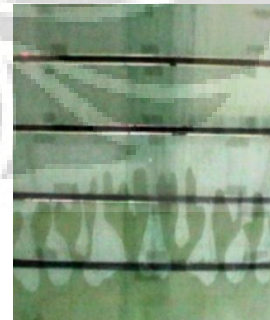
$b = 0,8 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = -2,5^\circ\text{C/cm}$



$t = 26$

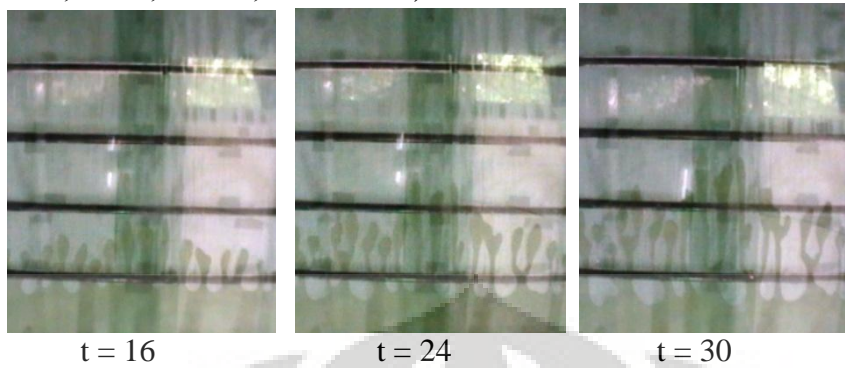


$t = 36$

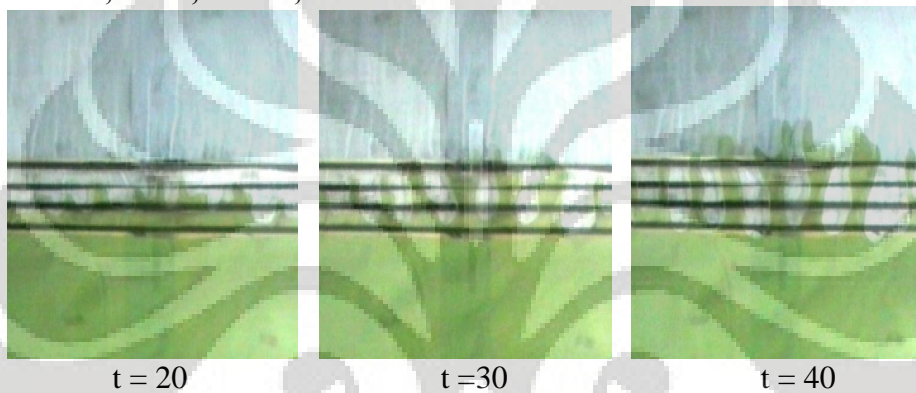


$t = 46$

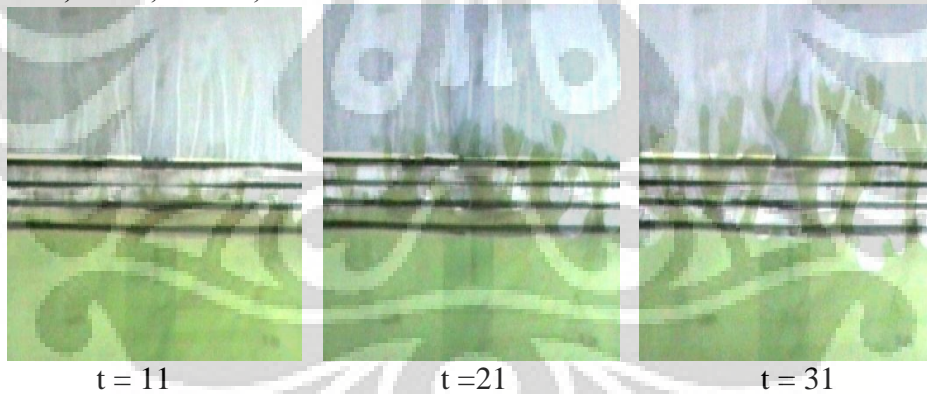
$b = 0,8 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = -2,5^\circ\text{C/cm}$



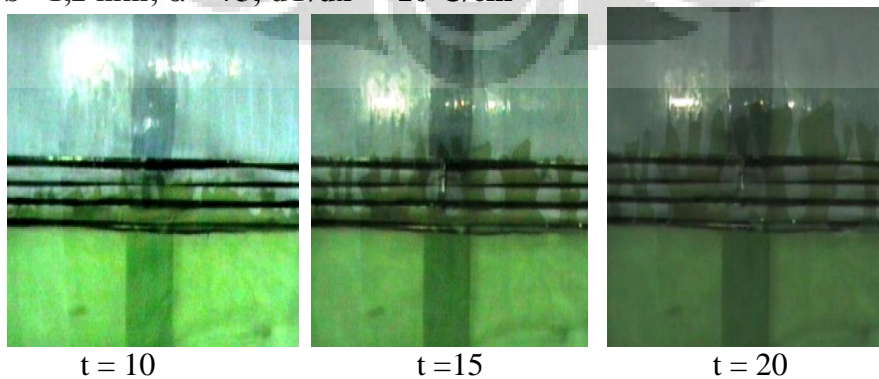
II. $b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 15; dT/dx = -10^\circ\text{C/cm}$



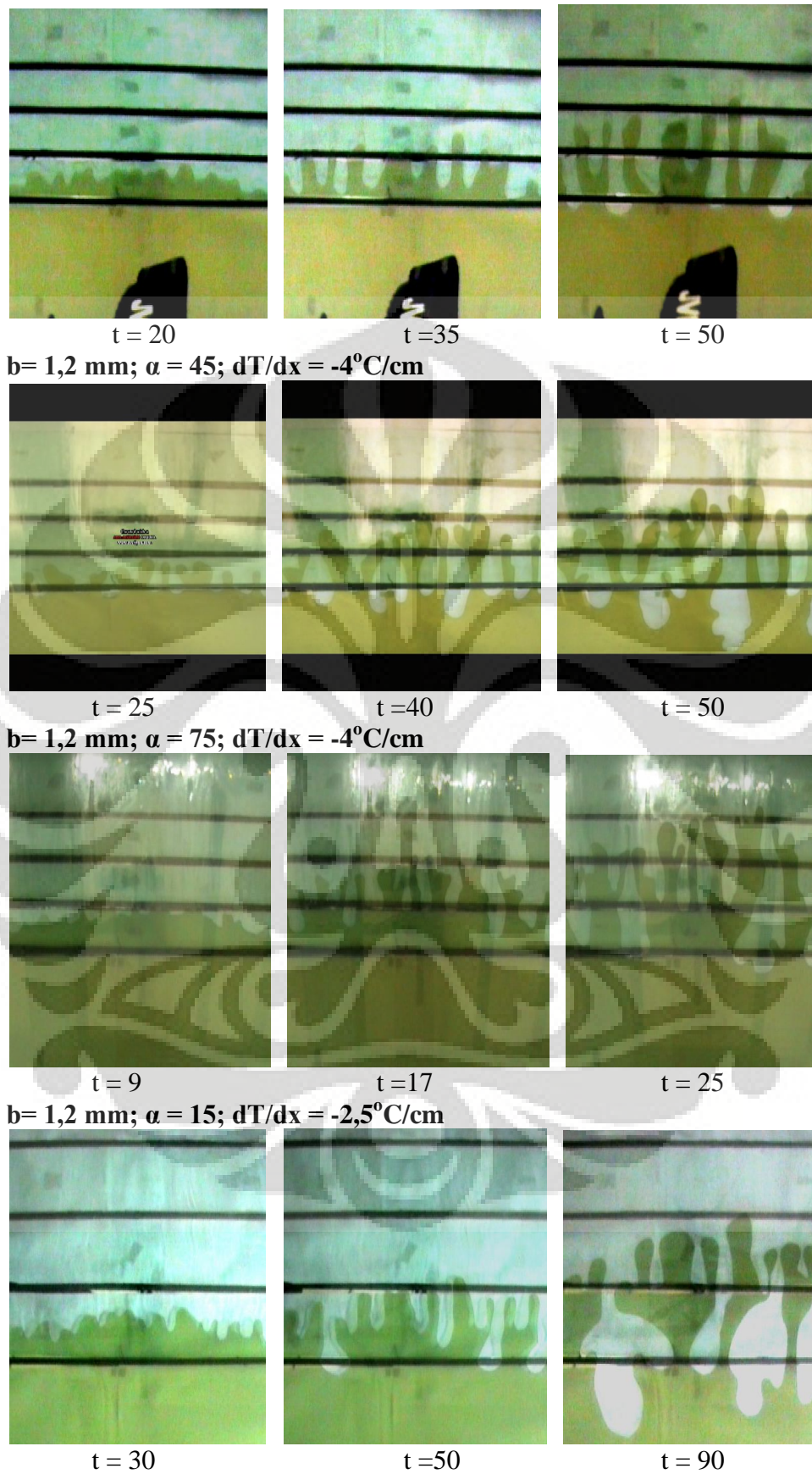
$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = -10^\circ\text{C/cm}$



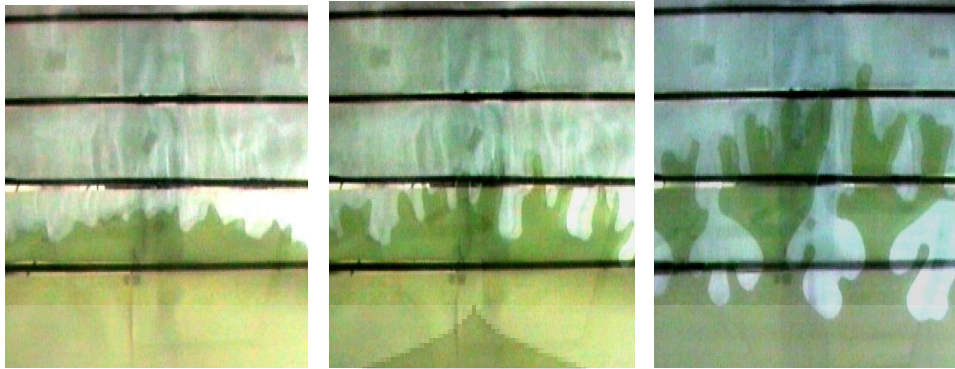
$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = -10^\circ\text{C/cm}$



$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 15; dT/dx = -4^\circ\text{C/cm}$



$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = -2,5^\circ\text{C/cm}$

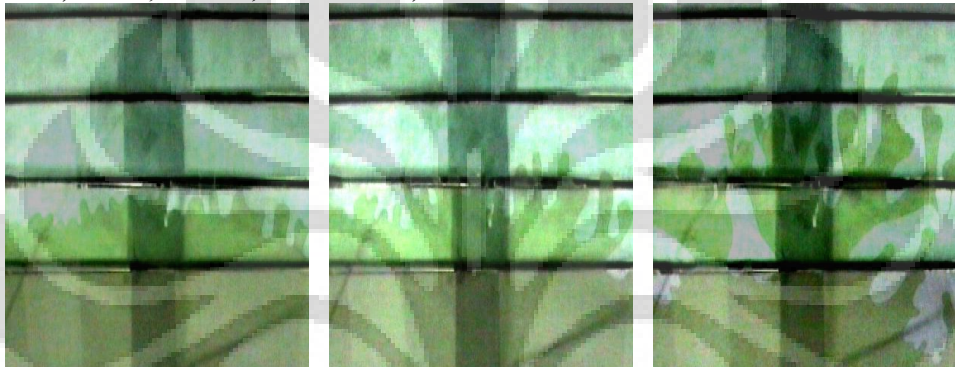


$t = 11$

$t = 20$

$t = 39$

$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = -2,5^\circ\text{C/cm}$



$t = 12$

$t = 17$

$t = 28$

III. $b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 15; dT/dx = -10^\circ\text{C/cm}$

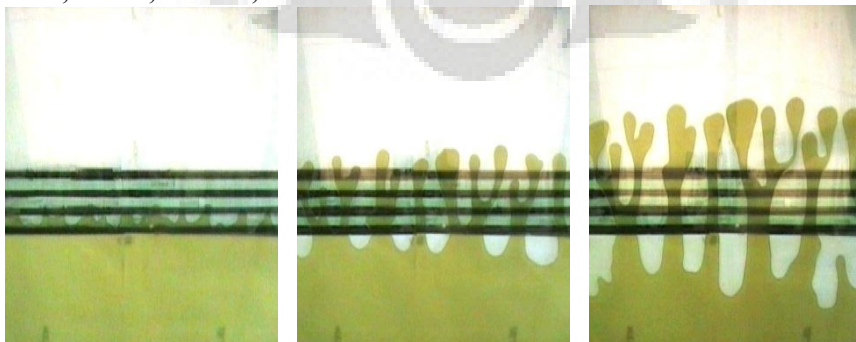


$t = 13$

$t = 25$

$t = 35$

$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = -10^\circ\text{C/cm}$



$t = 7$

$t = 19$

$t = 31$

$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = -10^\circ\text{C/cm}$



$t = 8$



$t = 17$



$t = 20$

$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 15; dT/dx = -4^\circ\text{C/cm}$



$t = 14$



$t = 24$



$t = 34$

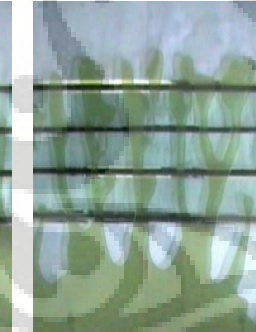
$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = -4^\circ\text{C/cm}$



$t = 6$

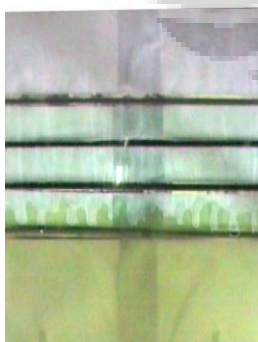


$t = 18$

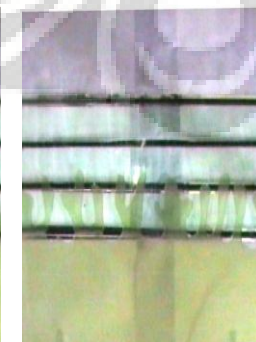


$t = 30$

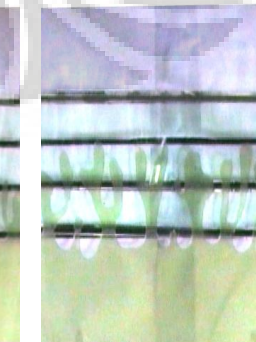
$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = -4^\circ\text{C/cm}$



$t = 7$

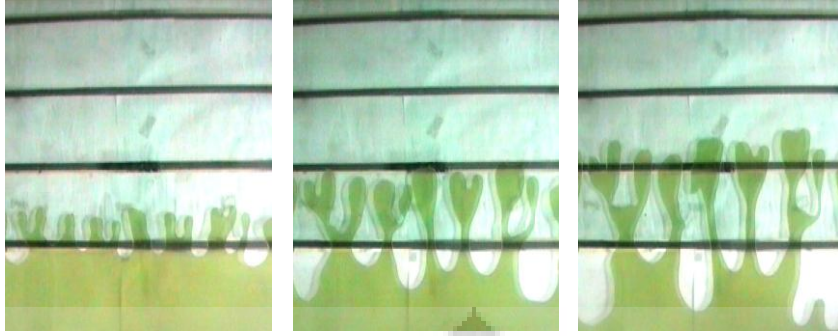


$t = 10$



$t = 13$

$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 15; dT/dx = -2,5^\circ\text{C/cm}$



$t = 20$

$t = 40$

$t = 56$

$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = -2,5^\circ\text{C/cm}$



$t = 7$

$t = 16$

$t = 25$

$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = -2,5^\circ\text{C/cm}$



$t = 6$

$t = 13$

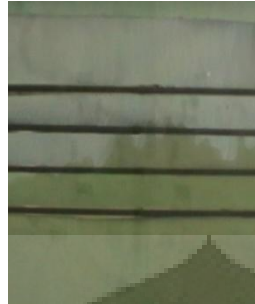
$t = 19$

Gambar Perkembangan aliran Oli SAE 20W-50 + HDPE 1% Pada $dT/dx \geq 0$

I. $b = 0,8 \text{ mm}$; $\alpha = 15$; $dT/dx = 4^\circ\text{C/cm}$



$t = 36$



$t = 69$



$t = 106$

$b = 0,8 \text{ mm}$; $\alpha = 45$; $dT/dx = 4^\circ\text{C/cm}$



$t = 28$



$t = 43$



$t = 61$

$b = 0,8 \text{ mm}$; $\alpha = 75$; $dT/dx = 4^\circ\text{C/cm}$



$t = 29$



$t = 37$

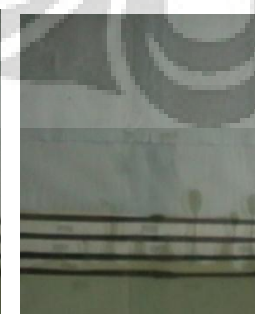


$t = 47$

$b = 0,8 \text{ mm}$; $\alpha = 15$; $dT/dx = 10^\circ\text{C/cm}$



$t = 124$

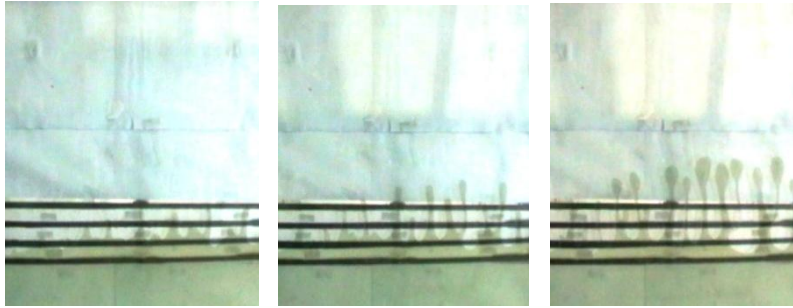


$t = 134$



$t = 163$

$b = 0,8 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = 10^\circ\text{C/cm}$

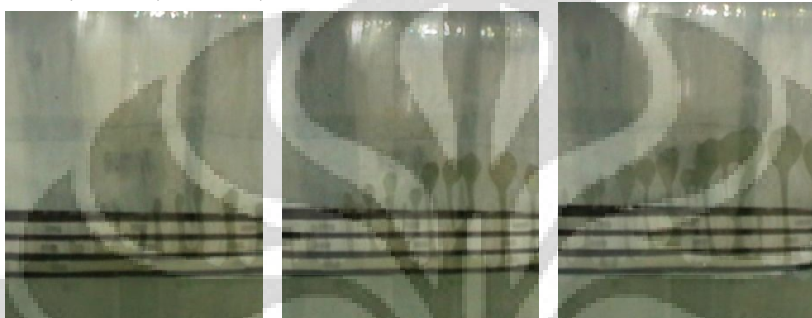


t = 20

t = 30

t = 40

$b = 0,8 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = 10^\circ\text{C/cm}$



t = 20

t = 30

t = 40

$b = 0,8 \text{ mm}; \alpha = 15; dT/dx = 2,5^\circ\text{C/cm}$



t = 40

t = 50

t = 130

$b = 0,8 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = 2,5^\circ\text{C/cm}$

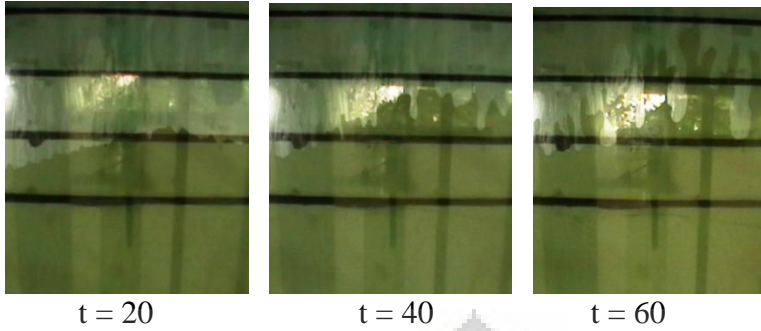


t = 20

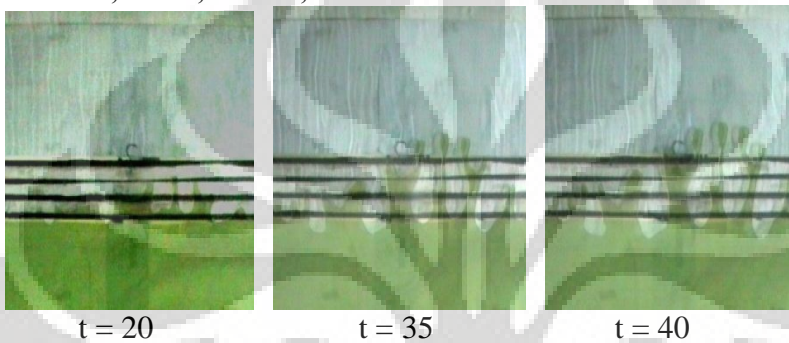
t = 40

t = 60

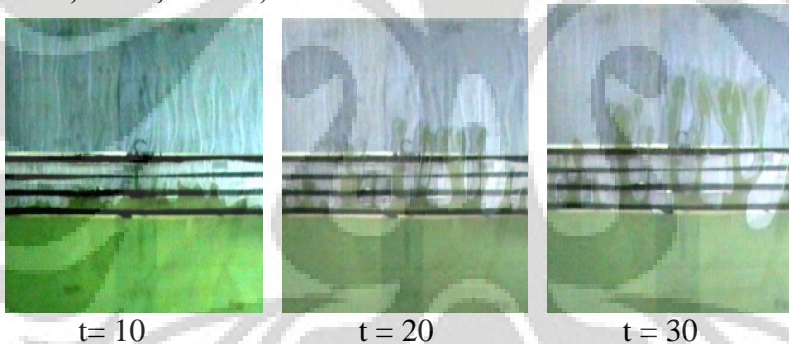
$b = 0,8 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = 2,5^\circ\text{C/cm}$



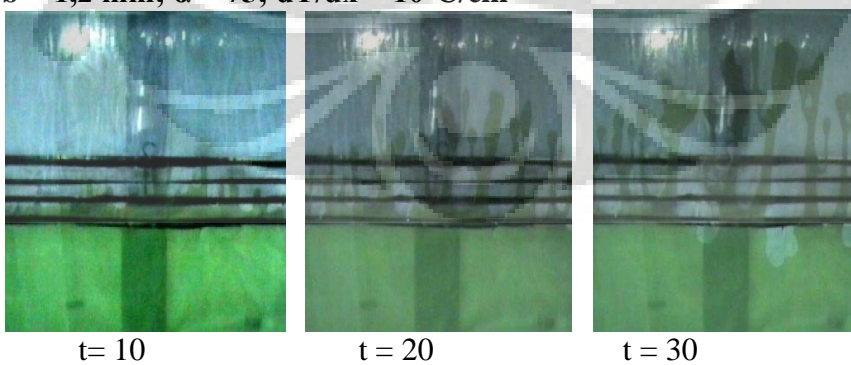
II. $b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 15; dT/dx = 10^\circ\text{C/cm}$



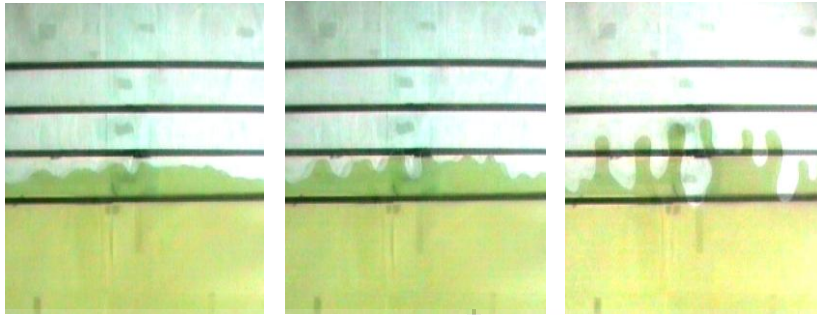
$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = 10^\circ\text{C/cm}$



$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = 10^\circ\text{C/cm}$



$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 15; dT/dx = 4^\circ\text{C/cm}$



t = 10

t = 20

t = 40

$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = 4^\circ\text{C/cm}$

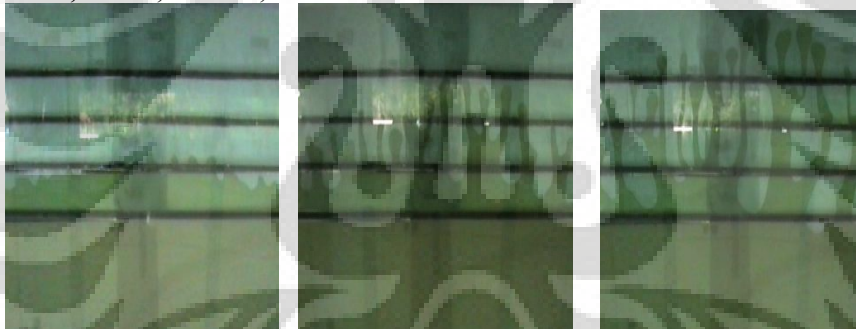


t = 10

t = 20

t = 30

$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = 4^\circ\text{C/cm}$



t = 10

t = 20

t = 30

$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 15; dT/dx = 2,5^\circ\text{C/cm}$

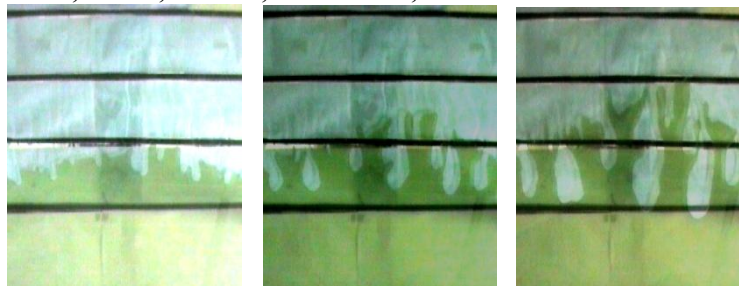


t = 40

t = 60

t = 120

$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = 2,5^\circ\text{C/cm}$

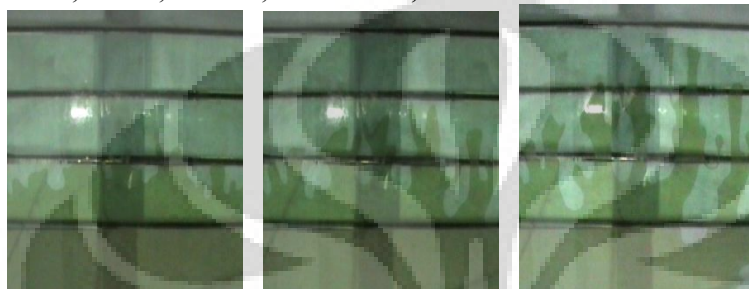


$t = 20$

$t = 30$

$t = 40$

$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = 2,5^\circ\text{C/cm}$



$t = 20$

$t = 30$

$t = 40$

III. $b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 15; dT/dx = 10^\circ\text{C/cm}$

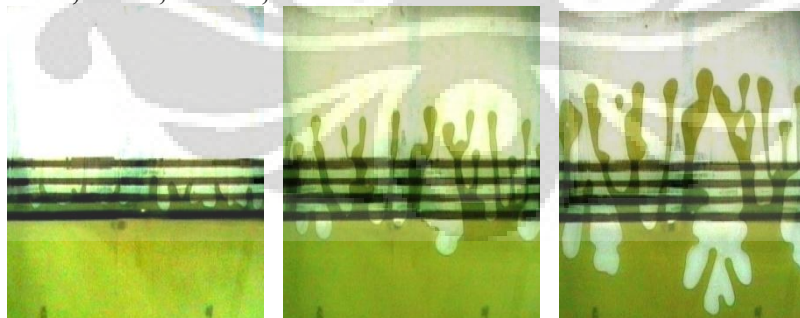


$t = 13$

$t = 41$

$t = 68$

$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = 10^\circ\text{C/cm}$



$t = 7$

$t = 16$

$t = 24$

$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = 10^\circ\text{C/cm}$



t = 6



t = 10

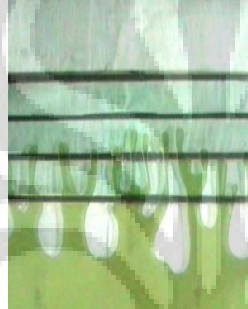


t = 14

$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 15; dT/dx = 4^\circ\text{C/cm}$



t = 33

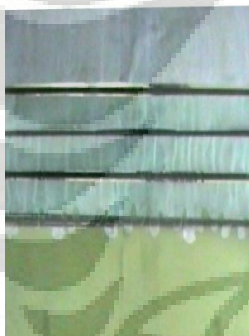


t = 53

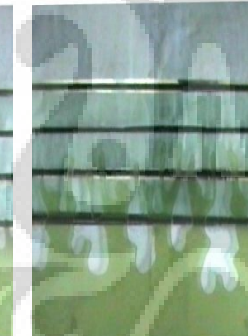


t = 71

$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = 4^\circ\text{C/cm}$



t = 8



t = 19



t = 26

$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = 4^\circ\text{C/cm}$



t = 9

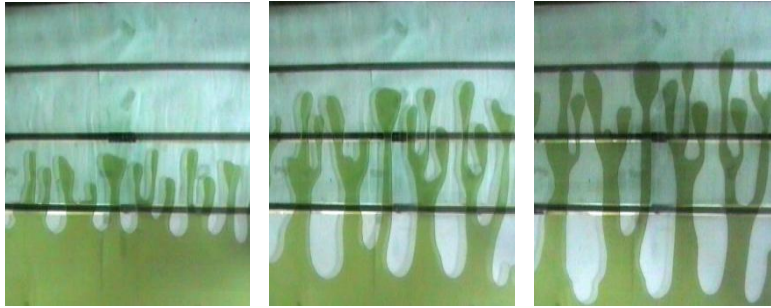


t = 13



t = 28

$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 15; dT/dx = 2,5^\circ\text{C/cm}$



t = 20

t = 40

t = 50

$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 45; dT/dx = 2,5^\circ\text{C/cm}$

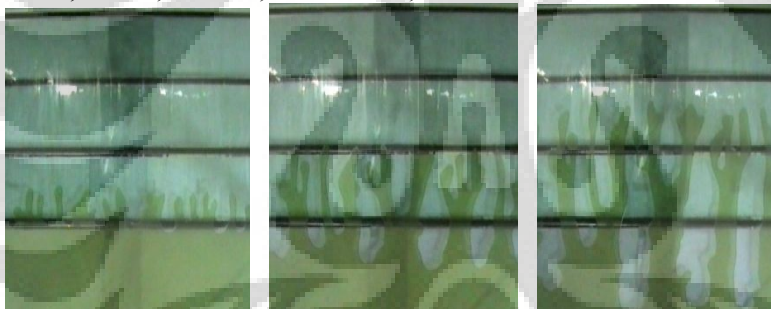


t = 10

t = 15

t = 20

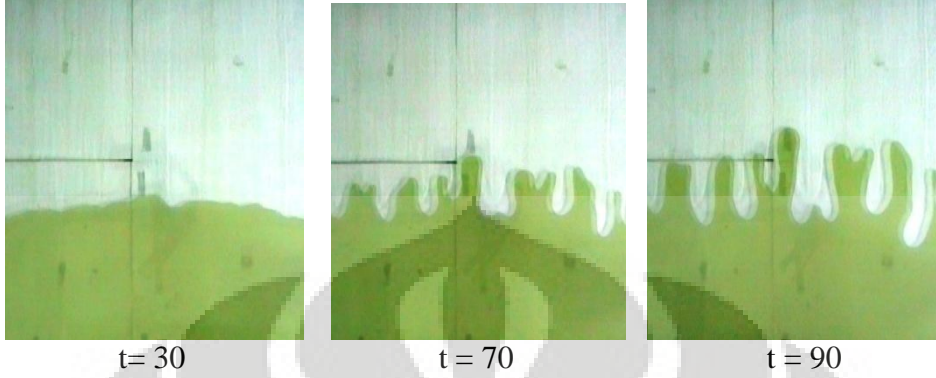
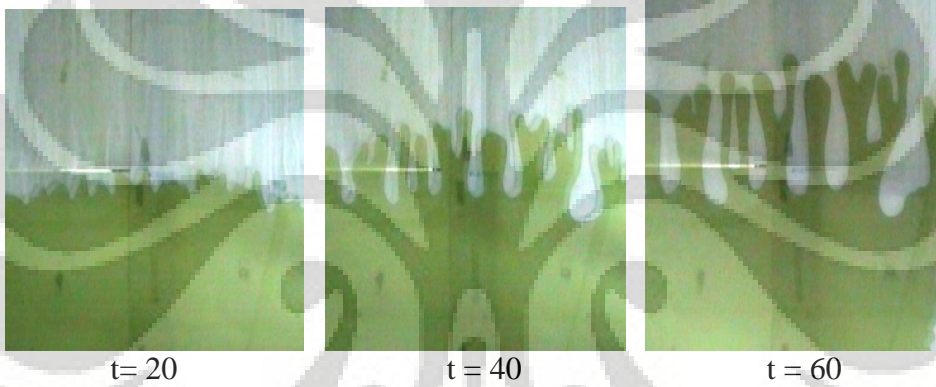
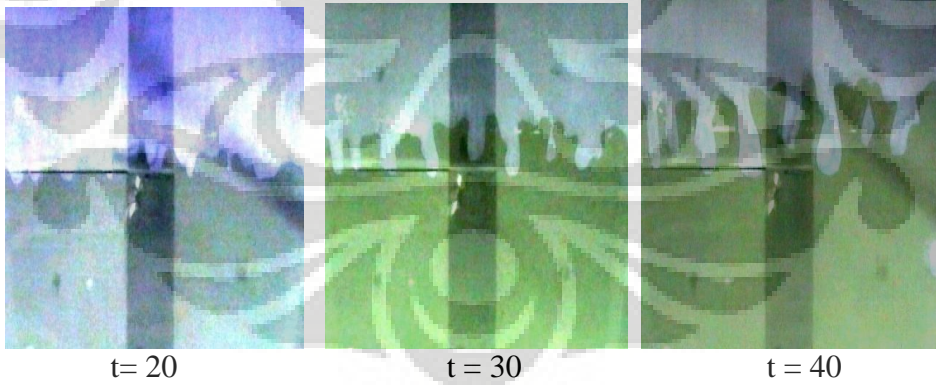
$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 75; dT/dx = 2,5^\circ\text{C/cm}$



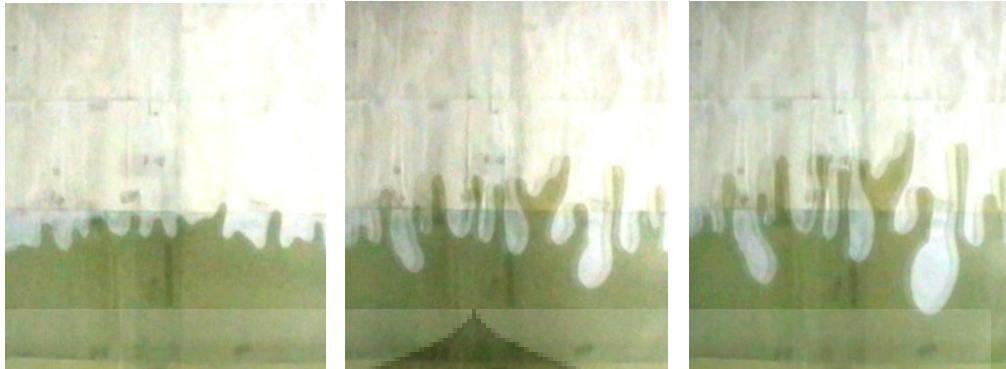
t = 8

t = 14

t = 20

Gambar Perkembangan aliran Oli SAE 20W-50 + HDPE 1% Pada $dT/dx = 0$ **$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 15$**  **$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 45$**  **$b = 1,5 \text{ mm}; \alpha = 75$** 

$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 15$



t = 40

t = 80

t = 100

$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 45$

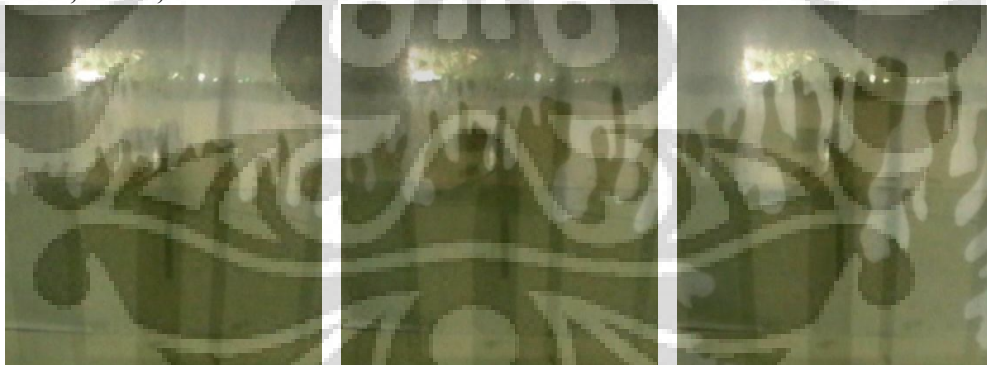


t = 30

t = 50

t = 60

$b = 1,2 \text{ mm}; \alpha = 75$

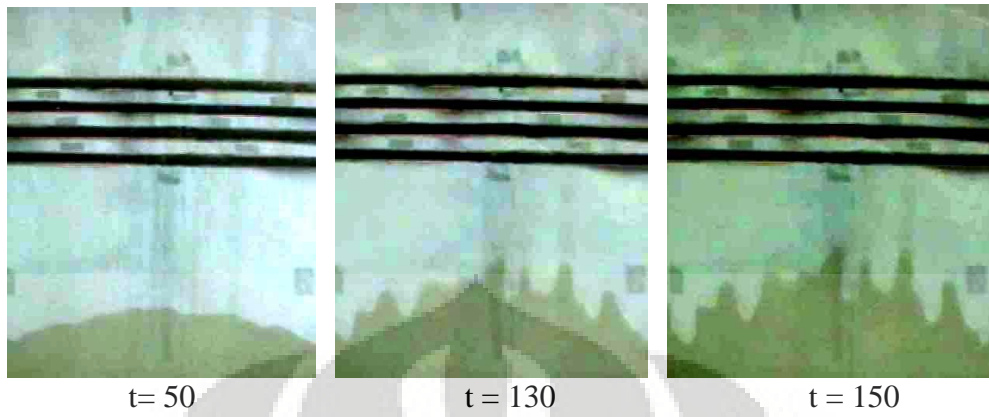


t = 30

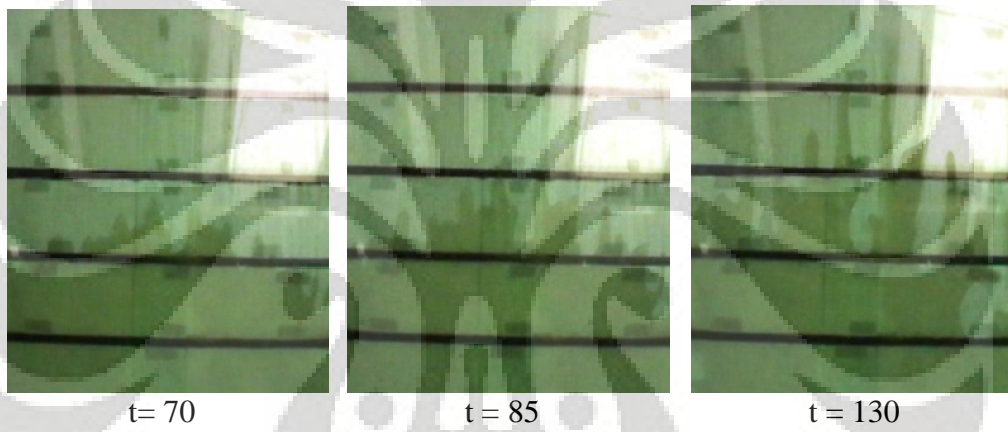
t = 40

t = 50

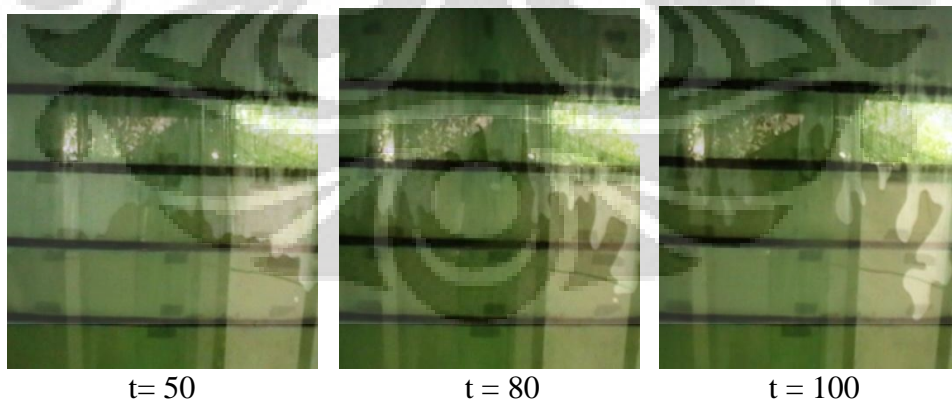
$b = 0,8 \text{ mm}; \alpha = 15$

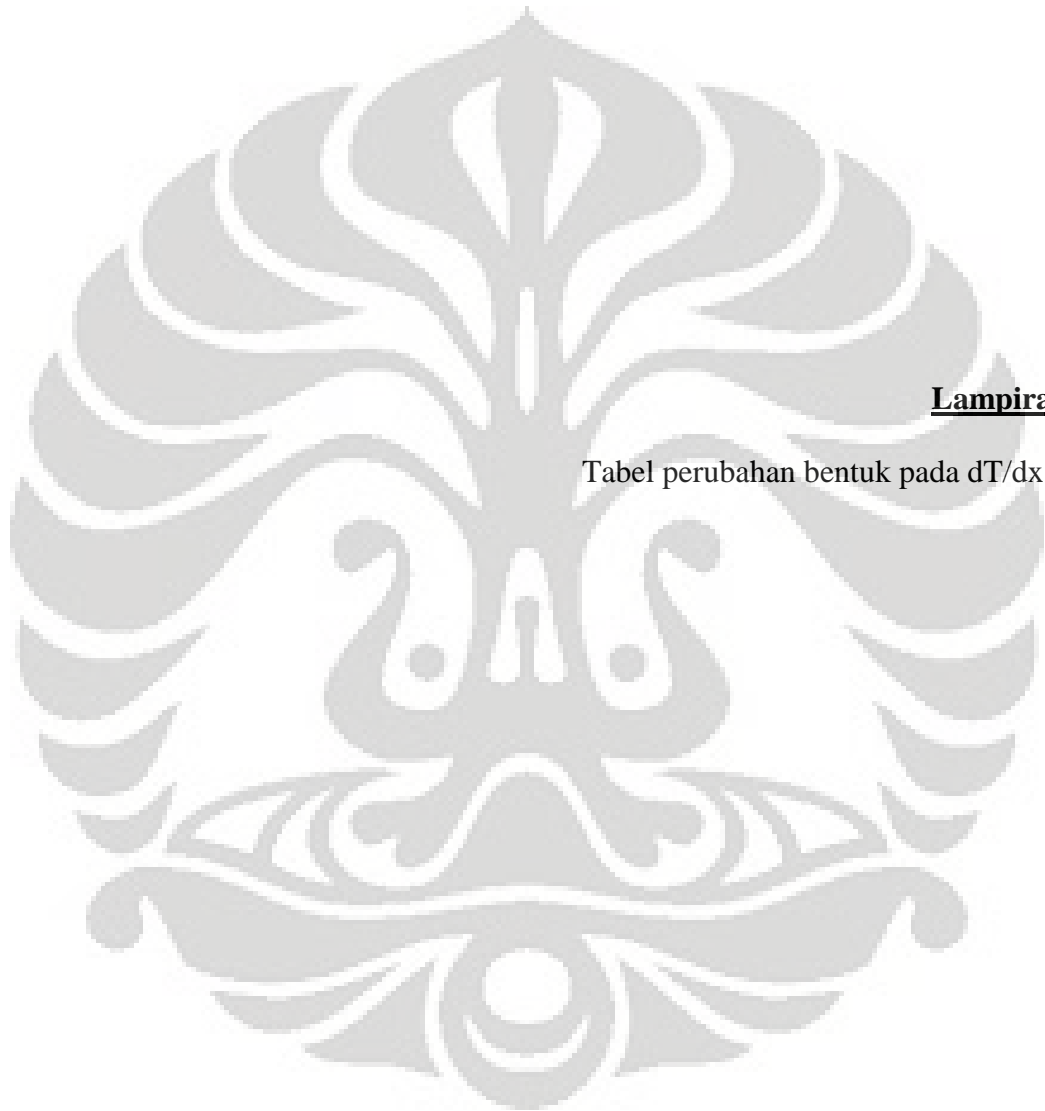


$b = 0,8 \text{ mm}; \alpha = 15$



$b = 0,8 \text{ mm}; \alpha = 15$



**Lampiran 3**

Tabel perubahan bentuk pada $dT/dx \leq 0$

Tabel Perubahan bentuk pada $b = 0,8$ dan $dT/dx = -10^{\circ}\text{C}/\text{cm}$

α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	10	0,035	178,94	0	0	0	38,064	0,056	0
	22	0,035	178,94	31,117	2,9231	1,231	38,064	0,123	0,8257
	27	0,035	178,94	24,456	3,5385	2,385	38,064	0,151	0,9996
	32	0,035	178,94	17,985	4,0769	2,385	38,064	0,179	1,1517
	37	0,035	178,94	15,511	4,3846	2,769	38,064	0,207	1,2386
	42	0,035	178,94	14,75	4,9231	2,923	38,064	0,235	1,3907
	47	0,035	178,94	15,035	5,4615	3,231	38,064	0,263	1,5428
	52	0,035	178,94	14,084	6,3846	3,462	38,064	0,291	1,8036
	57	0,035	178,94	15,416	7,4615	3,846	38,064	0,319	2,1078
	62	0,035	178,94	14,845	8,2308	4,154	38,064	0,346	2,3251
	67	0,035	178,94	14,559	8,6923	4,462	38,064	0,374	2,4555
	72	0,035	178,94	14,75	9,1538	4,615	38,064	0,402	2,5858
82	0,035	178,94	13,988	9,6923	8,615	38,064	0,458	2,7379	
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	10	0,021	38,55	10,943	4,0769	2,154	38,064	0,259	1,9231
	15	0,021	38,55	15,796	7,0769	3,385	38,064	0,389	3,3382
	20	0,021	38,55	18,175	8,9231	4,385	38,064	0,519	4,209
	25	0,021	38,55	18,841	10,538	5,538	38,064	0,649	4,971
	30	0,021	38,55	18,841	12	5,923	38,064	0,778	5,6604
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	7	0,018	22,72	24,836	4,1538	1,077	38,064	0,308	2,3336
	10	0,018	22,72	24,462	4,6923	3,231	38,064	0,44	2,6361
	13	0,018	22,72	21,462	7,3846	4,077	38,064	0,572	4,1487
	16	0,018	22,72	16	9,5385	5,385	38,064	0,704	5,3587
	19	0,018	22,72	15,385	11	6,308	38,064	0,836	6,1798
	22	0,018	22,72	15,692	12,154	6,462	38,064	0,968	6,828

Tabel perubahan bentuk pada $b = 0,8$ dan $dT/dx = -4/cm$

α	T	L*	t*	θ	y(cm)	$\Sigma Li(cm)$	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	10	0,04	178,9	2	1	22,692	38,06	0,0559	0,565
	20	0,04	178,9	3,231	1,615	21,077	38,06	0,1118	0,9126
	30	0,04	178,9	4,077	2	19,538	38,06	0,1677	1,1517
	50	0,04	178,9	6,615	3,231	19,769	38,06	0,2794	1,8688
	80	0,04	178,9	9,846	4,692	22,231	38,06	0,4471	2,7814
	100	0,04	178,9	11,85	5,769	21,923	38,06	0,5588	3,3464
	110	0,04	178,9	13,08	6,462	21,462	38,06	0,6147	3,694
	120	0,04	178,9	13,62	7,077	21,615	38,06	0,6706	3,8462
	140	0,04	178,9	15,92	8,538	22,615	38,06	0,7824	4,498
	160	0,04	178,9	18,08	9,538	20,846	38,06	0,8942	5,1065
α	T	L*	t*	θ	y(cm)	$\Sigma Li(cm)$	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	8	0,02	38,55	2,154	1,077	23,846	38,06	0,2075	1,016
	13	0,02	38,55	3,538	1,692	20,846	38,06	0,3372	1,6691
	18	0,02	38,55	4,615	2,462	20,923	38,06	0,4669	2,1771
	23	0,02	38,55	6,615	3,308	19,462	38,06	0,5966	3,1205
	28	0,02	38,55	8,846	4,538	21,923	38,06	0,7263	4,1727
	33	0,02	38,55	10,08	5,154	21,308	38,06	0,856	4,7533
α	T	L*	t*	θ	y(cm)	$\Sigma Li(cm)$	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	3	0,02	22,72	1	0,615	2,0769	38,06	0,132	0,5618
	8	0,02	22,72	2,231	1,385	14,385	38,06	0,3521	1,2532
	13	0,02	22,72	4,231	2	20,077	38,06	0,5722	2,3768
	18	0,02	22,72	6,923	3,462	20,538	38,06	0,7923	3,8894
	23	0,02	22,72	9,385	4,692	19,846	38,06	1,0123	5,2723
	28	0,02	22,72	11,54	5,769	19,231	38,06	1,2324	6,4823

Tabel Perubahan benuk pada $b = 0,8$ dan $dT/dx = -2,5/cm$

α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	$\gamma(cm)$	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	45	0,035	178,9	19,032	4,615	2,308	38,064	0,251	1,30378
	65	0,035	178,9	14,654	6,077	2,923	38,064	0,363	1,71664
	85	0,035	178,9	12,751	8,923	4,462	38,064	0,475	2,52064
	105	0,035	178,9	12,085	11,77	5,462	38,064	0,587	3,32464
	125	0,035	178,9	14,274	14	7	38,064	0,699	3,9548
	145	0,035	178,9	13,227	16,38	8,308	38,064	0,81	4,62842
	165	0,035	178,9	13,322	18,46	9,231	38,064	0,922	5,21512
	185	0,035	178,9	12,656	20,85	10,38	38,064	1,034	5,88874
	196	0,035	178,9	14,179	22		38,064	1,095	6,21469
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	$\gamma(cm)$	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	11	0,021	38,55	17,509	3,308	1,769	38,064	0,285	1,56023
	16	0,021	38,55	15,225	4,692	2,538	38,064	0,415	2,21335
	21	0,021	38,55	24,075	6,462	3,308	38,064	0,545	3,0479
	26	0,021	38,55	27,215	8	4,154	38,064	0,674	3,77358
	31	0,021	38,55	24,836	9,462	4,692	38,064	0,804	4,46299
	36	0,021	38,55	26,454	11,31	5,615	38,064	0,934	5,33382
	41	0,021	38,55	26,074	13	6,462	38,064	1,064	6,13208
	46	0,021	38,55	26,835	14,69	7,462	38,064	1,193	6,93033
	51	0,021	38,55	22,648	16,38	8,154	38,064	1,323	7,72859
	55	0,021	38,55	23,409	17,92		38,064	1,427	8,45428
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	$\gamma(cm)$	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	11	0,018	22,72	14,559	6,077	2,692	38,064	0,484	3,414
	14	0,018	22,72	19,032	8,769	4,462	38,064	0,616	4,92653
	21	0,018	22,72	20,554	11,85	5,769	38,064	0,924	6,65514
	24	0,018	22,72	20,554	13,62	6,692	38,064	1,056	7,64909
	26	0,018	22,72	20,459	15	7,692	38,064	1,144	8,42697
	28	0,018	22,72	20,269	15,54	7,769	38,064	1,232	8,72947
	30	0,018	22,72	19,983	16,77	8,385	38,064	1,32	9,42092

Tabel perubahan bentuk pada b 1,2 mm dT /dx= -10/cm

α	T	L*	t*	sLi(pix)	θ	γ (pix)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	15	0,035	78,8	17,455	3,15	1,6154	38,06	0,1904	0,8909
	19	0,035	78,8	17,909	4,69	1,7692	38,06	0,2411	1,3255
	22	0,035	78,8	16,455	6,08	2,7692	38,06	0,2792	1,7166
	30	0,035	78,8	15,273	9,54	0,0093	38,06	0,3807	2,6945
	40	0,035	78,8	16,727	12,8	6,5385	38,06	0,5076	3,6289
	50	0,035	78,8	14,727	16,8	8,4615	38,06	0,6345	4,7371
	55	0,035	78,8	14,636	19	9,6154	38,06	0,698	5,3672
	65	0,035	78,8	14,091	23,6	11,846	38,06	0,8249	6,671
	70	0,035	78,8	13	25,8	13,538	38,06	0,8883	7,3012
	77	0,035	78,8	13,182	29,4	15,538	38,06	0,9771	8,3007
	82	0,035	78,8	12	31,6	16,923	38,06	1,0406	8,9309
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	γ (cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	9	0,021	16,91	16,364	2,77	1,3077	38,06	0,5322	1,3062
	10	0,021	16,91	22,818	4	2,3077	38,06	0,5913	1,8868
	11	0,021	16,91	18,818	4,69	2,2308	38,06	0,6504	2,2134
	15	0,021	16,91	20	7,62	3,4615	38,06	0,8869	3,5922
	21	0,021	16,91	20,455	12,2	6,3077	38,06	1,2417	5,7692
	24	0,021	16,91	20,455	15,8	7,6923	38,06	1,4191	7,4383
	29	0,021	16,91	18,364	18,8	9,2308	38,06	1,7147	8,8534
	32	0,021	16,91	14	21,6	10,846	38,06	1,8921	10,196
	35	0,021	16,91	13,182	24,9	13,077	38,06	2,0695	11,756
	38	0,021	16,91	14,091	28,2	14,308	38,06	2,2469	13,28
	42	0,021	16,91	16,727	32,2	17,077	38,06	2,4834	15,167
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	γ (cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	7	0,018	10,04	15,909	2,85	1,2308	38,06	0,697	1,599
	9	0,018	10,04	13	4,77	2,3846	38,06	0,8961	2,6793
	10	0,018	10,04	22,273	5,54	2,6923	38,06	0,9957	3,1115
	15	0,018	10,04	22,455	9,62	5	38,06	1,4935	5,4019
	20	0,018	10,04	21,636	15	7,2308	38,06	1,9913	8,427
	25	0,018	10,04	24,273	20,8	10,385	38,06	2,4892	11,711
	28	0,018	10,04	22,636	25,2	14,615	38,06	2,7878	14,131

Tabel perubahan bentuk pada $b = 1,2 \text{ dT/dx} = -4/\text{cm}$

α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	22	0,035	78,802	23	4,4615	2,2308	38,064	0,279	1,26032
	30	0,035	78,802	17,636	6,3846	3,1538	38,064	0,381	1,80356
	38	0,035	78,802	15,909	9,2308	4,4615	38,064	0,482	2,60756
	46	0,035	78,802	14,455	12,462	6,3846	38,064	0,584	3,52021
	54	0,035	78,802	14,182	15,923	7,9231	38,064	0,685	4,49804
	62	0,035	78,802	16,727	18,615	9,3077	38,064	0,787	5,25858
	70	0,035	78,802	17,818	21,462	11,615	38,064	0,888	6,06258
	78	0,035	78,802	19,818	24,615	12,308	38,064	0,99	6,9535
	86	0,035	78,802	19,636	27,615	13,846	38,064	1,091	7,80096
	94	0,035	78,802	18,455	30,462	15,385	38,064	1,193	8,60495
98	0,035	78,802	18	32,231	16,846	38,064	1,244	9,10474	
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	11	0,021	38,55	17,509	3,3077	1,7692	38,064	0,285	1,56023
	16	0,021	38,55	15,225	4,6923	2,5385	38,064	0,415	2,21335
	21	0,021	38,55	24,075	6,4615	3,3077	38,064	0,545	3,0479
	26	0,021	38,55	27,215	8	4,1538	38,064	0,674	3,77358
	31	0,021	38,55	24,836	9,4615	4,6923	38,064	0,804	4,46299
	36	0,021	38,55	26,454	11,308	5,6154	38,064	0,934	5,33382
	41	0,021	38,55	26,074	13	6,4615	38,064	1,064	6,13208
	46	0,021	38,55	26,835	14,692	7,4615	38,064	1,193	6,93033
	51	0,021	38,55	22,648	16,385	8,1538	38,064	1,323	7,72859
	55	0,021	38,55	23,409	17,923		38,064	1,427	8,45428
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	9	0,018	10,044	21,818	4,3077	2,6154	38,064	0,896	2,42005
	10	0,018	10,044	21,636	5,1538	2,7692	38,064	0,996	2,89542
	11	0,018	10,044	22,182	6,0769	3,0769	38,064	1,095	3,414
	12	0,018	10,044	14,455	7,0769	4,1538	38,064	1,195	3,9758
	18	0,018	10,044	17,455	10,077	5	38,064	1,792	5,66119
	20	0,018	10,044	17,636	14,385	7,3077	38,064	1,991	8,08124
	26	0,018	10,044	22,273	20,769	10,385	38,064	2,589	11,6681

Tabel perubahan bentuk pada $b = 1,2$ dan $dT/dx = -2,5/cm$

α	T	L*	t*	θ	y(cm)	$\Sigma Li(cm)$	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	15	0,035	78,8	2,077	1,077	15,54	38,06	0,19	0,587
	30	0,035	78,8	4,385	2,231	18,15	38,06	0,381	1,239
	45	0,035	78,8	8,923	4,462	17,85	38,06	0,571	2,521
	60	0,035	78,8	13	6,615	25,85	38,06	0,761	3,672
	70	0,035	78,8	18,31	9,154	25,46	38,06	0,888	5,172
	80	0,035	78,8	22,15	11,08	21,46	38,06	1,015	6,258
	90	0,035	78,8	25,85	13,69	19,31	38,06	1,142	7,301
α	T	L*	t*	θ	y(cm)	$\Sigma Li(cm)$	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	8	0,021	16,91	2,308	1,231	16,92	38,06	0,473	1,089
	18	0,021	16,91	7,385	3,692	18,54	38,06	1,064	3,483
	28	0,021	16,91	15,69	7,846	20,38	38,06	1,656	7,402
	38	0,021	16,91	23,08	11,54	20,46	38,06	2,247	10,89
	48	0,021	16,91	30,77	15,38	21,92	38,06	2,838	14,51
α	T	L*	t*	θ	y(cm)	$\Sigma Li(cm)$	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	10	0,018	10,04	4,364			38,06	0,996	2,451
	13	0,018	10,04	6,764			38,06	1,294	3,8
	18	0,018	10,04	12,36			38,06	1,792	6,946
	21	0,018	10,04	15,78			38,06	2,091	8,866
	25	0,018	10,04	21,38			38,06	2,489	12,01
	29	0,018	10,04	28,36			38,06	2,887	15,93

Tabel perubahan bentuk pada $b = 1,5 \text{ dT/dx} = -10/\text{cm}$

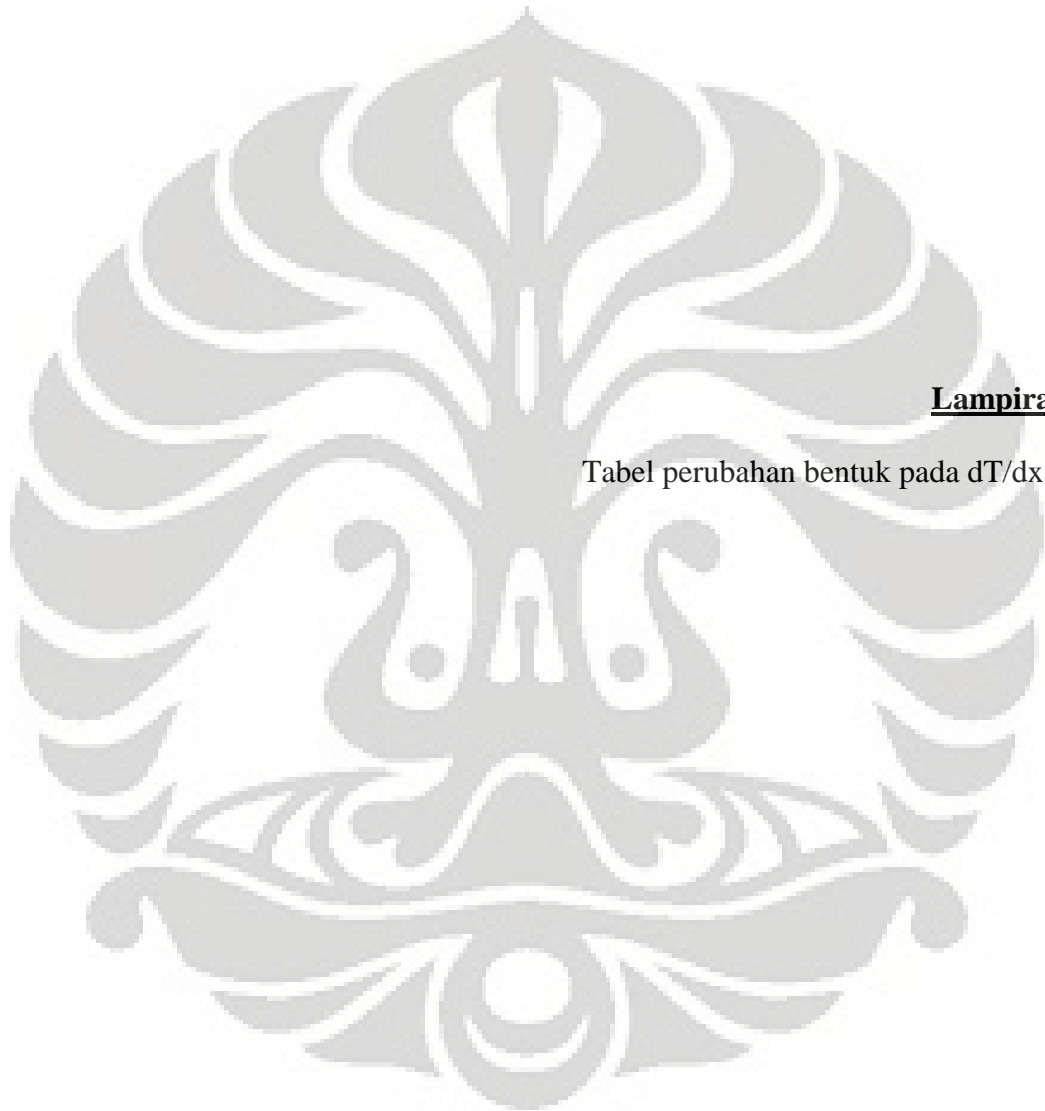
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	14	0,035	50,43	20,957	4,6923	2,308	38,06	0,278	1,3255
	19	0,035	50,43	17,218	6,4615	3,231	38,06	0,377	1,8253
	24	0,035	50,43	14,955	8,1538	4,077	38,06	0,476	2,3033
	29	0,035	50,43	13,676	9,6154	4,846	38,06	0,575	2,7162
	34	0,035	50,43	10,823	11,385	5,692	38,06	0,674	3,216
	39	0,035	50,43	10,134	13,308	6,615	38,06	0,773	3,7592
	44	0,035	50,43	8,2648	15,154	7,538	38,06	0,872	4,2807
	49	0,035	50,43	6,8873	16,846	8,385	38,06	0,972	4,7588
	54	0,035	50,43	9,4454	18,846	9,462	38,06	1,071	5,3238
	59	0,035	50,43	10,331	20,385	10,15	38,06	1,17	5,7584
	63	0,035	50,43	11,216	21,769	10,85	38,06	1,249	6,1495
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	7	0,021	10,82	21,449	3,4615	1,769	38,06	0,647	1,6328
	10	0,021	10,82	17,809	5,9231	2,923	38,06	0,924	2,7939
	13	0,021	10,82	16,136	8,7692	4,385	38,06	1,201	4,1364
	16	0,021	10,82	15,152	11,077	5,538	38,06	1,478	5,225
	19	0,021	10,82	15,644	13,231	6,615	38,06	1,755	6,2409
	22	0,021	10,82	15,447	15,538	7,692	38,06	2,033	7,3295
	25	0,021	10,82	14,463	17,538	8,769	38,06	2,31	8,2729
	28	0,021	10,82	13,283	20,308	10,15	38,06	2,587	9,5791
	31	0,021	10,82	12,496	23	11,54	38,06	2,864	10,849
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	5	0,018	6,428	16,136	3,0769	1,538	38,06	0,778	1,7286
	8	0,018	6,428	16,726	6,8462	3,385	38,06	1,245	3,8462
	11	0,018	6,428	15,447	10,538	5,231	38,06	1,711	5,9205
	14	0,018	6,428	15,841	14,308	7,154	38,06	2,178	8,038
	17	0,018	6,428	12,889	18,308	9,154	38,06	2,645	10,285
	20	0,018	6,428	12,299	22	11	38,06	3,111	12,36
	23	0,018	6,428	11,413	26,385	13,15	38,06	3,578	14,823

Tabel perubahan bentuk pada $b = 1,5 \text{ dT/dx} = -4/\text{cm}$

α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	14	0,0354	50,43	20,76	3,4615	1,6923	38,064	0,278	0,978
	24	0,0354	50,43	19,38	6,3077	3,3077	38,064	0,476	1,782
	34	0,0354	50,43	19,28	9,0769	4,6154	38,064	0,674	2,564
	44	0,0354	50,43	19,19	11,154	5,8462	38,064	0,872	3,151
	54	0,0354	50,43	16,23	13,462	6,9231	38,064	1,071	3,803
	64	0,0354	50,43	13,97	15,923	8	38,064	1,269	4,498
	74	0,0354	50,43	9,347	18,231	9,2308	38,064	1,467	5,15
	84	0,0354	50,43	5,903	20,846	10,385	38,064	1,666	5,889
	94	0,0354	50,43	5,215	23,385	11,692	38,064	1,864	6,606
	104	0,0354	50,43	5,215	26,308	13,154	38,064	2,062	7,432
	114	0,0354	50,43	5,018	29	14,231	38,064	2,26	8,192
	120	0,0354	50,43	6,297	29,769	15	38,064	2,379	8,409
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	5	0,0212	10,82	14,27	3,3077	1,9231	38,064	0,462	1,56
	8	0,0212	10,82	16,14	6,6154	3,3077	38,064	0,739	3,12
	12	0,0212	10,82	16,23	11,077	5,6154	38,064	1,109	5,225
	15	0,0212	10,82	14,17	14,385	7,2308	38,064	1,386	6,785
	18	0,0212	10,82	13,18	17,538	9,0769	38,064	1,663	8,273
	21	0,0212	10,82	11,31	20,692	10,385	38,064	1,94	9,761
	24	0,0212	10,82	11,02	23,923	11,923	38,064	2,217	11,28
	27	0,0212	10,82	10,72	27,077	13,692	38,064	2,494	12,77
30	0,0212	10,82	9,538	31	15,538	38,064	2,772	14,62	
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	7	0,0178	6,428	21,94	4,4615	2,3077	38,064	1,089	2,506
	10	0,0178	6,428	21,45	8,7692	4,4615	38,064	1,556	4,927
	13	0,0178	6,428	16,53	13,385	6,9231	38,064	2,022	7,519
	14	0,0178	6,428	14,96	14,846	7,5385	38,064	2,178	8,341
	15	0,0178	6,428	15,64	18,231	8,9231	38,064	2,334	10,24
	18	0,0178	6,428	11,41	24,077	12	38,064	2,8	13,53
	21	0,0178	6,428	11,22	29,769	15	38,064	3,267	16,72

Tabel perubahan bentuk pada $b = 1,5 \text{ mm}$ $Dt/dx = -2,5/cm$

α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	18	0,035	50,43	2,9231	1,462	25,46	38,064	0,35691	0,8257
	23	0,035	50,43	4,6154	2,308	18,15	38,064	0,45605	1,3038
	28	0,035	50,43	6,9231	3,462	15,85	38,064	0,55519	1,9557
	38	0,035	50,43	11,308	5,692	12,46	38,064	0,75347	3,1943
	48	0,035	50,43	15,692	7,846	8,231	38,064	0,95175	4,4329
	58	0,035	50,43	20,769	10,38	8,923	38,064	1,15004	5,867
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	11	0,021	10,82	2,3077	1,154	15,38	38,064	1,01628	1,0885
	16	0,021	10,82	6,9231	3,462	14,08	38,064	1,47822	3,2656
	21	0,021	10,82	12,308	6,154	14	38,064	1,94017	5,8055
	26	0,021	10,82	18,308	9,154	12,46	38,064	2,40211	8,6357
	31	0,021	10,82	24,462	12,23	10,69	38,064	2,86405	11,538
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	11	0,018	6,428	2,9231	1,462	15,92	38,064	1,71129	1,6422
	14	0,018	6,428	7,8462	3,923	17,46	38,064	2,17801	4,408
	17	0,018	6,428	12,154	6,077	14,38	38,064	2,64472	6,828
	20	0,018	6,428	17,538	8,769	14,23	38,064	3,11144	9,8531
	22	0,018	6,428	21,154	10,62	11,62	38,064	3,42258	11,884

**Lampiran 4**

Tabel perubahan bentuk pada $dT/dx \geq 0$

Tabel perubahan bentuk pada $b = 0,8 \text{ mm } dT/dx = 10/\text{cm}$

α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	θ/L^*
15	38	0,035	178,9	0	0	0	38,064	0,212	0
	48	0,035	178,9	2,7596	2,846	1,538	38,064	0,268	0,804
	58	0,035	178,9	6,0902	4	1,923	38,064	0,324	1,13
	68	0,035	178,9	4,9483	4,615	2,538	38,064	0,38	1,304
	78	0,035	178,9	4,758	5,615	2,692	38,064	0,436	1,586
	88	0,035	178,9	3,0451	6,462	3,231	38,064	0,492	1,825
	98	0,035	178,9	2,7596	7,462	3,769	38,064	0,548	2,108
	108	0,035	178,9	2,0935	8,462	4,615	38,064	0,604	2,39
	118	0,035	178,9	2,1887	9,154	4,692	38,064	0,659	2,586
	128	0,035	178,9	3,2354	9,923	5,154	38,064	0,715	2,803
	138	0,035	178,9	3,8064	10,23	5,308	38,064	0,771	2,89
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	θ/L^*
45	12	0,021	38,55		0		38,064	0,311	0
	15	0,021	38,55		2,692		38,064	0,389	1,27
	18	0,021	38,55	12,371	4,154	1,923	38,064	0,467	1,959
	21	0,021	38,55	11,134	5,385	2,538	38,064	0,545	2,54
	24	0,021	38,55	9,2304	6,385	2,846	38,064	0,623	3,012
	27	0,021	38,55	5,6144	8,154	4,077	38,064	0,7	3,846
	30	0,021	38,55	5,3289	9,615	4,769	38,064	0,778	4,536
	33	0,021	38,55	4,6628	10,62	5,154	38,064	0,856	5,007
	36	0,021	38,55	5,5192	11,46	5,615	38,064	0,934	5,406
	39	0,021	38,55	4,8531	12,15	6	38,064	1,012	5,733
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	θ/L^*
75	11	0,018	22,72	24,551	3,385	1,538	38,064	0,484	1,901
	15	0,018	22,72	10,563	6,538	3,077	38,064	0,66	3,673
	19	0,018	22,72	9,3256	9,846	4,615	38,064	0,836	5,532
	23	0,018	22,72	9,0401	11,77	5,615	38,064	1,012	6,612
	27	0,018	22,72	8,7546	13,38	6	38,064	1,188	7,519
	31	0,018	22,72	9,7062	15,46	8	38,064	1,364	8,686

Tabel perubahan bentuk pada $b = 0,8 \text{ mm}$ $dT/dx = 4/cm$

α	T	L^*	t^*	θ	$y(cm)$	$\Sigma Li(cm)$	W(cm)	t/t^*	θ/L^*
15	10	0,0354	178,94	2,385	1,4615	13,846	38,06	0,0559	0,6736
	20	0,0354	178,94	2,769	1,6923	21,077	38,06	0,1118	0,7823
	30	0,0354	178,94	4,538	2,2308	19,154	38,06	0,1677	1,2821
	40	0,0354	178,94	5,308	2,7692	17,462	38,06	0,2235	1,4993
	55	0,0354	178,94	6,538	3,4615	16,462	38,06	0,3074	1,847
	70	0,0354	178,94	8,615	4,6154	14,385	38,06	0,3912	2,4337
	80	0,0354	178,94	9,538	5,3846	11,154	38,06	0,4471	2,6945
	90	0,0354	178,94	10,54	5,8462	11	38,06	0,503	2,977
	100	0,0354	178,94	12	6,7692	9,9231	38,06	0,5588	3,3898
	110	0,0354	178,94	13,54	7,6154	10,077	38,06	0,6147	3,8244
	125	0,0354	178,94	15,85	8,5385	8,6923	38,06	0,6986	4,4763
α	T	L^*	t^*	θ	$y(cm)$	$\Sigma Li(cm)$	W(cm)	t/t^*	θ/L^*
45	10	0,0212	38,55	2,308	0,9231	22,231	38,06	0,2594	1,0885
	15	0,0212	38,55	3,615	1,8462	22,077	38,06	0,3891	1,7054
	25	0,0212	38,55	5,538	3	17,846	38,06	0,6485	2,6125
	30	0,0212	38,55	6,692	3,6154	17,769	38,06	0,7782	3,1567
	40	0,0212	38,55	9	4,7692	18,231	38,06	1,0376	4,2453
	45	0,0212	38,55	10,31	5,4615	13	38,06	1,1673	4,8621
	55	0,0212	38,55	13,08	7	10,077	38,06	1,4267	6,1684
	60	0,0212	38,55	14,38	7,6923	10	38,06	1,5564	6,7852
	70	0,0212	38,55	16,54	9,2308	9,2308	38,06	1,8158	7,8012
α	T	L^*	t^*	θ	$y(cm)$	$\Sigma Li(cm)$	W(cm)	t/t^*	θ/L^*
75	10	0,0178	22,72	3,538	1,8462	21,077	38,06	0,4401	1,9879
	15	0,0178	22,72	4,769	2,6923	18,308	38,06	0,6602	2,6793
	20	0,0178	22,72	6,231	3,3077	18,308	38,06	0,8803	3,5004
	30	0,0178	22,72	9,308	4,8462	17,154	38,06	1,3204	5,229
	35	0,0178	22,72	11,08	6	15,154	38,06	1,5405	6,223
	40	0,0178	22,72	12,92	6,5385	13,692	38,06	1,7606	7,2602
	50	0,0178	22,72	16,46	8	12,462	38,06	2,2007	9,2481

Tabel perubahan bentuk pada $b = 0,8 \text{ mm}$ $dT/dx = 2,5/cm$

α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	θ/L^*
15	30	0,035	178,94	14,464	3,692	1,846	38,06	0,1677	1,043
	65	0,035	178,94	18,271	5,615	2,462	38,06	0,3633	1,5863
	100	0,035	178,94	16,938	9,538	5	38,06	0,5588	2,6945
	135	0,035	178,94	15,987	13,69	6,615	38,06	0,7544	3,8679
	170	0,035	178,94	15,987	18,38	9,692	38,06	0,95	5,1934
	215	0,035	178,94	16,843	24,38	13,23	38,06	1,2015	6,8883
	240	0,035	178,94	15,225	30,31	17,15	38,06	1,3412	8,5615
	250	0,035	178,94	16,558	31,77	18,08	38,06	1,3971	8,9744
	270	0,035	178,94	17,224	35,31	18,85	38,06	1,5089	9,9739
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	θ/L^*
45	28	0,021	38,55	23,028	6,692	2,769	38,06	0,7263	3,1567
	33	0,021	38,55	17,7	7,769	4,231	38,06	0,856	3,6647
	38	0,021	38,55	20,935	9,385	4,462	38,06	0,9857	4,4267
	43	0,021	38,55	16,938	11	5,769	38,06	1,1154	5,1887
	48	0,021	38,55	17,985	12,77	6,231	38,06	1,2451	6,0232
	63	0,021	38,55	16,748	14,62	7,308	38,06	1,6342	6,894
	68	0,021	38,55	16,082	19,38	9,154	38,06	1,7639	9,1437
	74	0,021	38,55	14,084	21,77	10,77	38,06	1,9196	10,269
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	θ/L^*
75	24	0,018	22,72	19,983	6,538	3,769	38,06	1,0563	3,6733
	27	0,018	22,72	22,362	7	3,846	38,06	1,1884	3,9326
	28	0,018	22,72	23,599	7,154	3,769	38,06	1,2324	4,019
	33	0,018	22,72	20,745	8,462	4,538	38,06	1,4525	4,7537
	43	0,018	22,72	19,222	11,85	5,769	38,06	1,8926	6,6551
	48	0,018	22,72	17,129	14,08	7,077	38,06	2,1127	7,9084
	53	0,018	22,72	16,558	15,69	7,692	38,06	2,3327	8,8159
	58	0,018	22,72	16,463	17,54	8	38,06	2,5528	9,8531
	63	0,018	22,72	14,845	19,15	9,154	38,06	2,7729	10,761

Tabel perubahan bentuk pada $b = 1,2 \text{ mm } dT/dx = 10 / \text{cm}$

α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	20	0,035	78,8019	11	6	2,923	38,06	0,254	1,695
	25	0,035	78,8019	9	8	3,923	38,06	0,317	2,26
	30	0,035	78,8019	8,545	10,31	5	38,06	0,381	2,912
	35	0,035	78,8019	8	12,38	6,154	38,06	0,444	3,498
	40	0,035	78,8019	5,091	14	7	38,06	0,508	3,955
	45	0,035	78,8019	9,364	16,15	8,077	38,06	0,571	4,563
	50	0,035	78,8019	7,909	17,85	8,923	38,06	0,635	5,041
	55	0,035	78,8019	6,818	19,62	10	38,06	0,698	5,541
	60	0,035	78,8019	9,455	21,38	10,77	38,06	0,761	6,041
	65	0,035	78,8019	11,91	23,15	11,54	38,06	0,825	6,541
	70	0,035	78,8019	11,55	24,69	12,31	38,06	0,888	6,975
	75	0,035	78,8019	12,18	26,38	13,15	38,06	0,952	7,453
	80	0,035	78,8019	10,82	28,08	14	38,06	1,015	7,931
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	10	0,021	16,9122	11,18	4,231	1,692	38,06	0,591	1,996
	15	0,021	16,9122	8,273	7,692	3,385	38,06	0,887	3,628
	20	0,021	16,9122	8,545	12,15	5,615	38,06	1,183	5,733
	25	0,021	16,9122	9,364	15,23	7,692	38,06	1,478	7,184
	30	0,021	16,9122	9,818	18,62	8,846	38,06	1,774	8,781
	35	0,021	16,9122	9,455	22	11,23	38,06	2,07	10,38
	40	0,021	16,9122	9,455	24,77	12,31	38,06	2,365	11,68
	50	0,021	16,9122	8,818	32,46	18,31	38,06	2,956	15,31
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	6	0,018	10,0436	19,18	3,385	1,538	38,06	0,597	1,901
	8	0,018	10,0436	13,27	4,769	2,615	38,06	0,797	2,679
	10	0,018	10,0436	10,36	7,462	3,462	38,06	0,996	4,192
	13	0,018	10,0436	9,636	10,77	5,385	38,06	1,294	6,05
	16	0,018	10,0436	14,55	13,23	5,923	38,06	1,593	7,433
	19	0,018	10,0436	13,64	15,69	8	38,06	1,892	8,816
	21	0,018	10,0436	13,64	17,38	8,692	38,06	2,091	9,767
	23	0,018	10,0436	9,818	18,92	9,538	38,06	2,29	10,63

Tabel perubahan bentuk pada $b = 1,2 \text{ mm}$ $dT/dx = 4/\text{cm}$

α	T	L*	t*	sLi(pix)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	22	0,035	78,8019	23,18	2,769	1,462	38,06	0,279	0,782
	32	0,035	78,8019	18,45	4,846	2,308	38,06	0,406	1,369
	42	0,035	78,8019	15,82	7,538	3,692	38,06	0,533	2,13
	52	0,035	78,8019	17,82	11,38	5,692	38,06	0,66	3,216
	62	0,035	78,8019	17,91	14,77	6,615	38,06	0,787	4,172
	72	0,035	78,8019	17,27	18,38	9,231	38,06	0,914	5,193
	82	0,035	78,8019	16,18	22,15	11,08	38,06	1,041	6,258
	92	0,035	78,8019	19	25,92	12,92	38,06	1,167	7,323
	102	0,035	78,8019	16,36	29,15	14,31	38,06	1,294	8,236
	107	0,035	78,8019	15,91	30,77	15,38	38,06	1,358	8,692
112	0,035	78,8019	15,27	32,38	16,15	38,06	1,421	9,148	
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	10	0,021	16,9122	20,27	3,923	1,923	38,06	0,591	1,851
	13	0,021	16,9122	13,45	5,231	2,538	38,06	0,769	2,467
	16	0,021	16,9122	15	7	3,462	38,06	0,946	3,302
	21	0,021	16,9122	11,27	11,08	6	38,06	1,242	5,225
	24	0,021	16,9122	13,09	14	7,308	38,06	1,419	6,604
	27	0,021	16,9122	13,73	16,46	8,462	38,06	1,596	7,765
	31	0,021	16,9122	16,09	20,38	10,08	38,06	1,833	9,615
	36	0,021	16,9122	14,82	24,85	12,38	38,06	2,129	11,72
	40	0,021	16,9122	13,27	27,85	14,23	38,06	2,365	13,13
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	8	0,018	10,0436	18	3,615	2,308	38,06	0,797	2,031
	11	0,018	10,0436	21,91	5,923	2,692	38,06	1,095	3,328
	13	0,018	10,0436	12,55	7,538	3,692	38,06	1,294	4,235
	14	0,018	10,0436	13,18	8,308	4,462	38,06	1,394	4,667
	17	0,018	10,0436	13,82	11,62	5,769	38,06	1,693	6,525
	22	0,018	10,0436	15,36	16,46	8,154	38,06	2,19	9,248
	26	0,018	10,0436	13,91	20,77	10,15	38,06	2,589	11,67
	29	0,018	10,0436	13,09	23,92	12,15	38,06	2,887	13,44

Tabel perubahan bentuk pada $b = 1,2 \text{ dT/dx} = 2,5/\text{cm}$

α	T	L*	t*	sLi(pix)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	15	0,0354	78,8	2,0769	1,1538	18,54	38,06	0,1904	0,5867
	30	0,0354	78,8	3,4615	1,9231	15,77	38,06	0,3807	0,5432
	50	0,0354	78,8	5,8462	2,6154	16,77	38,06	0,6345	0,7388
	70	0,0354	78,8	9	4,3846	13,46	38,06	0,8883	1,2386
	90	0,0354	78,8	13,846	7,0769	12,62	38,06	1,1421	1,9991
	110	0,0354	78,8	18,385	9,2308	14,92	38,06	1,3959	2,6076
	130	0,0354	78,8	23,615	11,923	19,69	38,06	1,6497	3,3681
	150	0,0354	78,8	29,077	14,615	17,54	38,06	1,9035	4,1286
α	T	L*	t*	sLi(pix)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	14	0,0212	16,91	3,6923	2,0769	14,77	38,06	0,8278	1,7417
	24	0,0212	16,91	7,5385	3,8462	13,08	38,06	1,4191	1,8142
	39	0,0212	16,91	16,385	8,1538	16,54	38,06	2,306	3,8462
	49	0,0212	16,91	24,846	13	16,85	38,06	2,8973	6,1321
	59	0,0212	16,91	30,154	14,769	13,38	38,06	3,4886	6,9666
α	T	L*	t*	sLi(pix)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	8	0,0178	10,04	2,3846	1,2308	22,54	38,06	0,7965	1,3397
	13	0,0178	10,04	3,8462	2	16,85	38,06	1,2944	1,1236
	23	0,0178	10,04	8,6154	4,3846	16,69	38,06	2,29	2,4633
	33	0,0178	10,04	17,538	8,7692	15,69	38,06	3,2857	4,9265
	43	0,0178	10,04	28,462	14,231	13,38	38,06	4,2813	7,9948

Tabel perubahan bentuk pada $b = 1,5 \text{ dT/dx} = 10/\text{cm}$

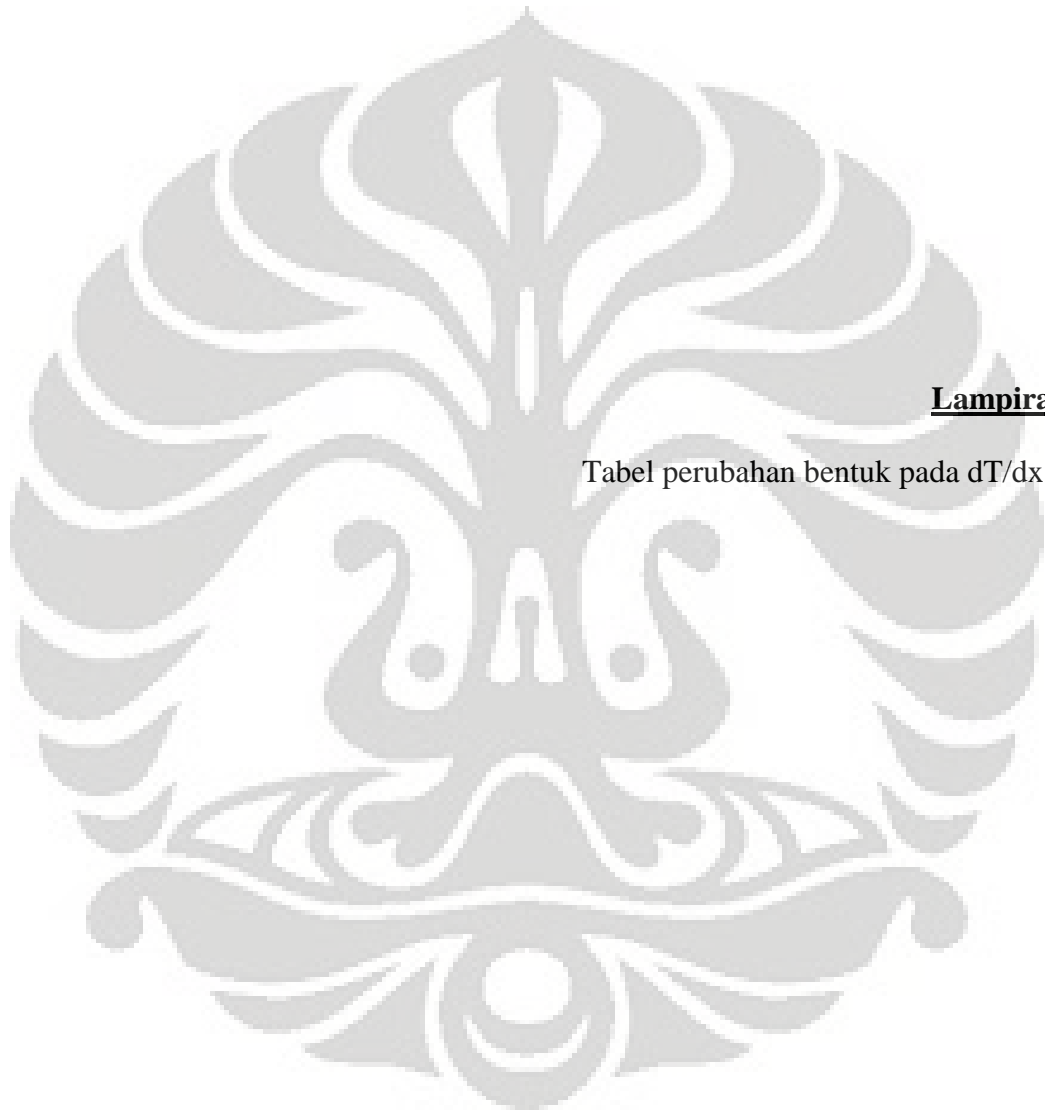
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	13	0,0354	50,433	19,38	3,692	1,85	38,06	0,258	1,04302
	20	0,0354	50,433	15,89	6,462	3,38	38,06	0,397	1,82529
	27	0,0354	50,433	15,05	9,615	4,85	38,06	0,535	2,71621
	34	0,0354	50,433	12,4	12,77	6,38	38,06	0,674	3,60713
	41	0,0354	50,433	11,71	15,46	7,69	38,06	0,813	4,36767
	48	0,0354	50,433	12,86	17,69	1,15	38,06	0,952	4,99783
	55	0,0354	50,433	12,69	20,08	10	38,06	1,091	5,67145
	62	0,0354	50,433	12,69	22,54	11,2	38,06	1,229	6,3668
	69	0,0354	50,433	11,71	24,92	12,5	38,06	1,368	7,04042
	76	0,0354	50,433	12,5	27,23	13,6	38,06	1,507	7,69231
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	7	0,0212	10,824	9,642	4,154	2,08	38,06	0,647	1,95936
	10	0,0212	10,824	13,28	8,538	4,23	38,06	0,924	4,02758
	12	0,0212	10,824	12,89	11,31	5,62	38,06	1,109	5,33382
	14	0,0212	10,824	13,28	14,31	7,15	38,06	1,293	6,74891
	16	0,0212	10,824	11,31	17,38	8,69	38,06	1,478	8,20029
	18	0,0212	10,824	12,5	20,23	10,2	38,06	1,663	9,54282
	20	0,0212	10,824	12,1	23,23	11,6	38,06	1,848	10,9579
	22	0,0212	10,824	11,81	26,23	13,1	38,06	2,033	12,373
	24	1,0212	10,824	14,36	29,31	14,6	38,06	2,217	0,28699
	α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*
75	6	0,0178	6,4279	13,28	4,385	2,15	38,06	0,933	2,46327
	7	0,0178	6,4279	13,48	6,308	3,15	38,06	1,089	3,54365
	8	0,0178	6,4279	11,61	7,769	4,08	38,06	1,245	4,36474
	9	0,0178	6,4279	11,41	9,462	4,69	38,06	1,4	5,31547
	10	0,0178	6,4279	11,81	11,15	5,62	38,06	1,556	6,26621
	11	0,0178	6,4279	12,1	12,77	6,46	38,06	1,711	7,17373
	12	0,0178	6,4279	12,2	14,69	7,31	38,06	1,867	8,25411
	13	0,0178	6,4279	13,09	16,31	8,15	38,06	2,022	9,16162
	14	0,0178	6,4279	12,69	17,92	8,92	38,06	2,178	10,0691
	15	0,0178	6,4279	13,58	19,69	9,85	38,06	2,334	11,0631

Tabel perubahan bentuk pada $b = 1,5 \text{ mm}$ $dT/dx = 4/cm$

α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	15	0,035	50,4	16,73	3,077	1,61538	38,0636	0,2974	0,86919
	18	0,035	50,4	13,09	4	2	38,0636	0,3569	1,12994
	23	0,035	50,4	13,38	5,462	2,76923	38,0636	0,456	1,54281
	28	0,035	50,4	12,4	7,154	3,61538	38,0636	0,5552	2,02086
	33	0,035	50,4	13,97	9,154	4,61538	38,0636	0,6543	2,58583
	38	0,035	50,4	13,48	11,38	5,76923	38,0636	0,7535	3,21599
	48	0,035	50,4	19,48	15,46	7,69231	38,0636	0,9518	4,36767
	53	0,035	50,4	19,97	17,54	8,76923	38,0636	1,0509	4,95437
	63	0,035	50,4	18,69	22,23	11,1538	38,0636	1,2492	6,27988
	67	0,035	50,4	19,48	24	13,1538	38,0636	1,3285	6,77966
71	0,035	50,4	18,01	26,15	13,6923	38,0636	1,4078	7,38809	
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	6	0,021	10,8	24,2	3,385	1,69231	38,0636	0,5543	1,59652
	8	0,021	10,8	21,35	5,692	2,92308	38,0636	0,7391	2,68505
	9	0,021	10,8	19,97	6,538	3,69231	38,0636	0,8315	3,08418
	13	0,021	10,8	17,42	10,15	5,15385	38,0636	1,2011	4,78955
	16	0,021	10,8	18,5	13,08	6,61538	38,0636	1,4782	6,16836
	19	0,021	10,8	18,6	16,77	8,46154	38,0636	1,7554	7,91001
	22	0,021	10,8	20,37	20,85	10,5385	38,0636	2,0326	9,83309
	26	0,021	10,8	17,02	26,38	13,3846	38,0636	2,4021	12,4456
α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	6	0,018	6,43	24,3	3,538	1,76923	38,0636	0,9334	1,9879
	7	0,018	6,43	21,06	4,538	2,07692	38,0636	1,089	2,5497
	8	0,018	6,43	19,87	5,615	2,92308	38,0636	1,2446	3,15471
	9	0,018	6,43	18,01	6,769	3,46154	38,0636	1,4001	3,80294
	13	0,018	6,43	17,12	12,85	6,61538	38,0636	2,0224	7,21694
	16	0,018	6,43	19,48	16,85	1,38462	38,0636	2,4892	9,46413
	19	0,018	6,43	19,09	21,77	11,4615	38,0636	2,9559	12,2299
	21	0,018	6,43	18,4	24,77	12,7692	38,0636	3,267	13,9153

Tabel perubahan bentuk pada $b= 1,5\text{mm}$ $dT/dx= 2,5/\text{cm}$

α	T	L^*	t^*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(\text{m})$
15	20	0,0354	50,433	4,6154	2,3077	13,308	38,064	0,3966	1,3038
	25	0,0354	50,433	7,8462	3,9231	10,923	38,064	0,4957	2,2164
	30	0,0354	50,433	11,538	5,7692	10,462	38,064	0,5948	3,2595
	35	0,0354	50,433	15,385	7,6923	14,538	38,064	0,694	4,3459
	40	0,0354	50,433	18,923	9,4615	13,846	38,064	0,7931	5,3455
	50	0,0354	50,433	25,385	12,692	12,769	38,064	0,9914	7,1708
α	T	L^*	t^*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(\text{m})$
45	14	0,0212	10,824	2,7692	1,3846	16,923	38,064	1,2934	1,3062
	16	0,0212	10,824	3,8462	1,1538	12	38,064	1,4782	1,8142
	18	0,0212	10,824	6	3	13,615	38,064	1,663	2,8302
	20	0,0212	10,824	8,9231	4,4615	14,538	38,064	1,8478	4,209
	22	0,0212	10,824	12	6	14,385	38,064	2,0326	5,6604
	25	0,0212	10,824	16,923	8,4615	14,385	38,064	2,3097	7,9826
	28	0,0212	10,824	22,154	11,077	13,308	38,064	2,5869	10,45
α	T	L^*	t^*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(\text{m})$
75	11	0,0178	6,4279	2,6923	1,4615	24,846	38,064	1,7113	1,5125
	14	0,0178	6,4279	4,9231	2,4615	15,077	38,064	2,178	2,7658
	17	0,0178	6,4279	8,6154	4,3077	16	38,064	2,6447	4,8401
	19	0,0178	6,4279	12,154	6,0769	14,769	38,064	2,9559	6,828
	22	0,0178	6,4279	16,923	8,4615	14,385	38,064	3,4226	9,5073
	26	0,0178	6,4279	23,846	11,923	14,077	38,064	4,0449	13,397



Lampiran 5

Tabel perubahan bentuk pada $dT/dx = 0$

Tabel $dT/dx = 0$; $b = 0,8 \text{ mm}$

α	T	L*	t*	θ (cm)	y(cm)	ΣLi (cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	31	0,035	178,9	3,08	1,769	18,15	38,06	0,173	0,869
	61	0,035	178,9	4,15	2,308	17	38,06	0,341	1,173
	91	0,035	178,9	6,31	3,462	15,62	38,06	0,509	1,782
	116	0,035	178,9	7,85	4	19,23	38,06	0,648	2,216
	131	0,035	178,9	8,85	4,769	19	38,06	0,732	2,499
	146	0,035	178,9	9,77	5,385	16,54	38,06	0,816	2,76
	161	0,035	178,9	11	6,154	15,62	38,06	0,9	3,107
	176	0,035	178,9	12,2	6,769	15,69	38,06	0,984	3,433
	196	0,035	178,9	14,5	8,308	15,23	38,06	1,095	4,085
	216	0,035	178,9	15,9	8,462	16,31	38,06	1,207	4,498
α	T	L*	t*	θ (cm)	y(cm)	ΣLi (cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	16	0,021	38,55	4,23	2,154	21,69	38,06	0,415	1,996
	31	0,021	38,55	5,69	2,846	17,92	38,06	0,804	2,685
	46	0,021	38,55	7,31	3,692	17,54	38,06	1,193	3,447
	66	0,021	38,55	9,23	4,615	18,15	38,06	1,712	4,354
	81	0,021	38,55	11,5	5,769	15,15	38,06	2,101	5,443
	96	0,021	38,55	14,8	7,385	18,31	38,06	2,49	6,967
	111	0,021	38,55	21,8	10,92	16,08	38,06	2,879	10,3
	131	0,021	38,55	25,8	12,92	23,15	38,06	3,398	12,19
	146	0,021	38,55	28,9	14,46	22,69	38,06	3,787	13,64
α	T	L*	t*	θ (cm)	y(cm)	ΣLi (cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	12	0,018	22,72	4,08	2,077	19,38	38,06	0,528	2,29
	22	0,018	22,72	5,54	2,769	22,46	38,06	0,968	3,111
	32	0,018	22,72	7,85	3,923	22,31	38,06	1,408	4,408
	42	0,018	22,72	9,85	4,923	22,62	38,06	1,849	5,532
	52	0,018	22,72	10,5	5,308	26,77	38,06	2,289	5,92
	62	0,018	22,72	13,7	6,846	22,08	38,06	2,729	7,692
	72	0,018	22,72	16,2	8,077	20,54	38,06	3,169	9,075
	82	0,018	22,72	17,5	8,769	20,46	38,06	3,609	9,853

Tabel $dT/dx = 0$ pada $b = 1,2$ mm

α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	28	0,035	78,8	3,5385	1,77	13,38	38,064	0,355	0,99957
	43	0,035	78,8	5	2,54	11,54	38,064	0,546	1,41243
	62	0,035	78,8	9,2308	4,62	11,77	38,064	0,787	2,60756
	82	0,035	78,8	14,154	7,08	12,38	38,064	1,041	3,99826
	98	0,035	78,8	17,692	8,85	14,38	38,064	1,244	4,99783
	118	0,035	78,8	22,462	11,2	20,08	38,064	1,497	6,34507

α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	30	0,021	16,91	2,2308	1,15	18,46	38,064	1,774	1,05225
	45	0,021	16,91	7,3077	3,62	22,92	38,064	2,661	3,44702
	55	0,021	16,91	14,154	7,08	20	38,064	3,252	6,67634
	60	0,021	16,91	18	9	21,31	38,064	3,548	8,49057
	70	0,021	16,91	26,462	13,2	21,85	38,064	4,139	12,4819

α	T	L*	t*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
75	5	0,018	10,04	1,4615	0,77	19,23	38,064	0,498	0,82109
	7	0,018	10,04	2	1	19,62	38,064	0,697	1,1236
	9	0,018	10,04	2,2308	1,15	20,15	38,064	0,896	1,25324
	12	0,018	10,04	3,2308	1,62		38,064	1,195	1,81504
	15	0,018	10,04	4,0769	2,08		38,064	1,493	2,29041
	17	0,018	10,04	5,2308	2,62		38,064	1,693	2,93863
	19	0,018	10,04	6,6154	3,31		38,064	1,892	3,71651
	22	0,018	10,04	8,3077	4,15		38,064	2,19	4,66724
	27	0,018	10,04	11,154	5,69		38,064	2,688	6,26621
	32	0,018	10,04	15,615	7,85		38,064	3,186	8,77269

Tabel $dT/dx = 0$; $b=1,5$ mm

α	T	L^*	t^*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
15	27	0,035	50,433	2,5385	1,231	18,615	46,064	0,535	0,71708
	37	0,035	50,433	3,3846	1,692	18,615	46,064	0,734	0,95611
	42	0,035	50,433	3,8462	1,923	16,462	38,064	0,833	1,08648
	52	0,035	50,433	5,3846	2,692	18,615	38,064	1,031	1,52108
	62	0,035	50,433	7,3846	3,692	17	38,064	1,229	2,08605
	69	0,035	50,433	8,6154	4,308	15,692	38,064	1,368	2,43372
	77	0,035	50,433	10,462	5,231	15,231	38,064	1,527	2,95524
	92	0,035	50,433	13,385	6,692	13,846	38,064	1,824	3,78096
	112	0,035	50,433	16,385	8,308	13,692	38,064	2,221	4,62842

α	T	L^*	t^*	sLi(cm)	θ	y(cm)	W(cm)	t/t*	$\theta/L^*(m)$
45	10	0,021	10,824	2,3077	1,154	18,615	46,064	0,924	1,08853
	15	0,021	10,824	3,3846	1,692	18,615	46,064	1,386	1,59652
	20	0,021	10,824	4,8462	2,462	18,615	46,064	1,848	2,28592
	25	0,021	10,824	7,8462	3,923	18,615	46,064	2,31	3,70102
	35	0,021	10,824	10,769	5,385	18,615	46,064	3,234	5,07983
	45	0,021	10,824	14,077	7,077	18,615	46,064	4,157	6,64006
	55	0,021	10,824	16,769	8,385	18,615	46,064	5,081	7,91001