

BAB IV

IMPLEMENTASI SKEMA RUNGE-KUTTA

Pada bab ini akan dibahas implementasi skema – skema yang telah dijelaskan pada Bab II dan Bab III pada suatu model pergerakan harga saham pada Bab II. Pada akhir bab ini, juga dibahas hasil – hasil implementasi yang didapat.

4.1 IMPLEMENTASI

Setelah mempelajari skema – skema numerik pada Bab II dan Bab III, selanjutnya akan dibahas implementasi skema Runge-Kutta PDS untuk menggambarkan pergerakan harga saham yang memiliki bentuk Persamaan Diferensial Stokastik (27), yaitu

$$dS = (\mu - D)Sdt + \sigma SdW ,$$

dengan

S : harga saham pada saat t

μ : tingkat imbal hasil / *return* dalam setahun

D : tingkat hasil *dividend yield*

σ : volatilitas harga saham

W : proses Wiener

Sebelum skema Runge-Kutta diimplementasikan untuk menggambarkan pergerakan harga saham, akan dibandingkan bagaimana hasil aproksimasi solusi dengan menggunakan skema Euler Maruyama, skema Milstein, skema RK PDS 4-*stage*, dengan solusi eksplisit. Pada langkah berikutnya, skema Runge-Kutta PDS 4-*stage* dengan *strong convergence* 1,5 pada (47) dan (49) akan diimplementasikan untuk pencarian solusi numerik dari model Persamaan Diferensial Stokastik dalam mengaproksimasi harga saham Mc. Donald's Corporation pada tahun 2006, 2007, dan 2008 dengan menggunakan Matlab 7. Listing program dari metode tersebut terlampir pada lampiran 1. Pada akhir dari bab ini, akan dibahas pula mengenai prediksi harga saham pada tahun 2009. Untuk mengaproksimasi harga saham pada tahun 2006, digunakan data – data dari tahun 2005, untuk mengaproksimasi harga saham pada tahun 2007, digunakan data – data dari tahun 2006, dan untuk mengaproksimasi harga saham pada tahun 2008, digunakan data – data dari tahun 2007. Implementasi dilakukan menggunakan data observasi berikut :

1. Data historis harga saham (S) Mc.Donald's Corporation (MCD) periode 1 Januari 2005 – 20 November 2008. Data ini diambil dari alamat situs <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=MCD> [17], terlampir pada Lampiran 2. Dari data ini kemudian dihitung volatilitas harga saham σ untuk setiap tahun yakni dengan menggunakan teori pada subbab 2.6.3 menggunakan bantuan *software* MS Exel dan diperoleh data volatilitas per tahun pada tabel 4.1 sebagai berikut :

Tahun	Volatilitas (σ)
2005	0,23352995 \approx 23,35 %
2006	0,177504186 \approx 17,75 %
2007	0,187010224 \approx 18,70 %

Tabel 4.1 Tabel volatilitas pada tahun 2005, 2006, dan 2007.

2. Harga saham (S_0), dan *dividend yield* (D) MCD saat ini, diambil pada data tiap akhir tahun berdasarkan [17], contohnya, jika akan diaproksimasi harga saham pada tahun 2006, digunakan harga saham pada tanggal 30 Desember 2005 sebagai nilai S_0 , jika akan diaproksimasi harga saham pada tahun 2007, digunakan harga saham pada tanggal 29 Desember 2006 sebagai nilai S_0 , dan jika akan diaproksimasi harga saham pada tahun 2008, digunakan harga saham pada tanggal 31 Desember 2007 sebagai nilai S_0 .

Data ini diambil dari alamat situs <http://finance.yahoo.com/q?s=MCD> [17] pada Lampiran 2. Diperoleh harga saham saat ini S_0 pada tabel 4.2 yaitu :

Tahun	S_0
2006	\$ 33,72
2007	\$ 44,33
2008	\$ 58.91

Tabel 4.2 Tabel nilai S_0 pada tahun 2006, 2007, dan 2008.

Selanjutnya, dengan menggunakan teori di subbab 2.6.3 didapat *dividend yield* D untuk setiap tahun pada tabel 4.3 sebagai berikut:

Tahun	<i>Dividend yield</i> D
2005	0,019869514 \approx 1,99 %
2006	0,022558087 \approx 2,26 %
2007	0,02546257 \approx 2,55 %

Tabel 4.3 Tabel nilai D pada tahun 2005, 2006, dan 2007.

3. Dengan menggunakan teori di subbab 2.6.3 pula, didapat tingkat imbal hasil μ pada tabel 4.4 untuk setiap tahun sebagai berikut:

Tahun	μ
2005	0,050481986
2006	0,273570516
2007	0,284349207

Tabel 4.4 Tabel nilai μ pada tahun 2005, 2006, dan 2007.

Sehingga dengan mensubstitusi nilai-nilai parameter pada model pergerakan harga saham (27), didapat model aproksimasi pergerakan harga saham untuk Mc.Donald's Corporation pada tiap tahun.

Untuk mengaproksimasi pergerakan harga saham pada tahun 2006, digunakan data – data pada tahun 2005, yakni $\sigma_{2005} = 23,35 \%$, $D_{2005} = 1,99 \%$, $\mu_{2005} = 0,050481986$ dan $S_0 = \$ 33,72$, sehingga persamaan (27) menjadi

$$dS = (0,050481986 - 0,019869514) Sdt + 0,23352995 SdW . \quad (50a)$$

Sedangkan untuk mengaproksimasi pergerakan harga saham pada tahun 2007, digunakan data – data pada tahun 2006, yakni $\sigma_{2006} = 17,75 \%$, $D_{2006} = 2,26 \%$, $\mu_{2006} = 0,273570516$ dan $S_0 = \$ 44,33$, sehingga persamaan (27) menjadi

$$dS = (0,273570516 - 0,022558087) Sdt + 0,177504186 SdW . \quad (50b)$$

Untuk mengaproksimasi pergerakan harga saham pada tahun 2008, digunakan data – data pada tahun 2007, yakni $\sigma_{2007} = 18,70 \%$, $D_{2007} = 2,55 \%$, $\mu_{2007} = 0,284349207$ dan $S_0 = \$ 58.91$, sehingga persamaan (27) menjadi

$$dS = (0,284349207 - 0,02546257) Sdt + 0,187010224 SdW . \quad (50c)$$

Solusi eksplisit (34a) dari PDS (50a), (50b), dan (50c) adalah nilai estimasi pergerakan harga saham dari Mc.Donald's Corporation. Kemudian akan ditentukan pula solusi aproksimasi dengan menggunakan skema RK PDS 4-stage yang memiliki order *strong convergence* order 1,5. Selain itu akan dibahas bagaimana solusi aproksimasi dengan menggunakan skema Euler Maruyama yang memiliki order *strong convergence* order 0,5 pada subbab 2.5.1, dan solusi hasil aproksimasi dengan menggunakan skema Milstein yang memiliki order *strong convergence* order 1 pada subbab 2.5.2.

Pada implementasi, akan dilihat bagaimana pengaruh dari perubahan besar langkah ($\Delta t=h$) terhadap RMSE (Root Mean Square Error) untuk skema Euler Maruyama, skema Milstein, dan skema Runge-Kutta PDS. RMSE (Root Mean Square Error) merupakan akar dari MSE (Mean Square Error) yang dapat dihitung dengan menggunakan rumus berikut

$$MSE = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \left(\left(x_k(t_{ujung}) - x_k(\tau_{ujung}) \right)^2 \right)$$

dimana M adalah banyaknya simulasi, $x_k(t_{ujung})$ adalah solusi aproksimasi pada lintasan ke – k di titik ujung, dan $x_k(\tau_{ujung})$ adalah solusi eksplisit pada lintasan ke – k di titik ujung.

Selanjutnya akan dilihat pula bagaimana pengaruh dari perubahan besarnya panjang interval $[0, T]$ terhadap RMSE untuk skema Euler Maruyama, skema Milstein, dan skema Runge-Kutta PDS. Semua ini akan dibahas pada subbab berikut.

4.2 PROSES DAN HASIL IMPLEMENTASI

Seperti yang telah dibahas pada subbab 2.1, bahwa solusi suatu PDS merupakan sebuah lintasan. Karena pada suatu PDS mengandung proses Wiener yang merupakan variabel random, maka lintasan yang dihasilkan pada waktu yang berbeda, juga merupakan variabel random. Dengan

perkataan lain, untuk simulasi yang berbeda, akan dihasilkan lintasan yang berbeda pula.

Implementasi berikut menggunakan input / parameter – parameter yang telah dijelaskan pada subbab 4.1. Banyaknya simulasi $M = 1000$. Pada program yang dijalankan, bilangan random berdistribusi normal standar dibangkitkan dengan menggunakan fungsi *clock* dengan tujuan mendapatkan bilangan random yang berbeda – beda untuk tiap simulasi.

(`'state',sum(clock*100)`) adalah pembangkit bilangan random untuk W_n dan

(`'state',sum(clock*1000)`) adalah pembangkit bilangan random untuk \tilde{W}_n .

Secara garis besar, implementasi ditujukan untuk 3 (tiga) hal sebagai berikut :

- A. Membandingkan metode – metode numerik yang telah dibahas pada Bab II dan Bab III dalam mengaproksimasi solusi suatu PDS.
- B. Menggambarkan bagaimana solusi aproksimasi skema Runge-Kutta PDS 4-*stage* dalam mengaproksimasi harga saham.
- C. Memprediksikan pergerakan harga saham di tahun 2009.

Untuk implementasi A dilakukan 4 langkah sebagai berikut:

1. Membandingkan aproksimasi pergerakan harga saham terhadap waktu t yang diperoleh dengan menggunakan skema EM, skema Milstein, skema RK PDS 4-*stage*, dan solusi eksplisitnya dengan 1000 simulasi dengan cara menampilkan 5 lintasan dari setiap skema beserta rata – rata dari 1000 simulasi.

2. Membandingkan solusi numerik yang dihasilkan skema EM, skema Milstein, skema RK PDS 4-*stage* dengan solusi eksplisit dari (50c) dengan cara mengambil sebuah lintasan aproksimasi pada setiap skema, dan menjadikannya dalam satu gambar..
3. Melihat pengaruh perubahan besar langkah ($\Delta t=h$) terhadap RMSE untuk skema Euler Maruyama, skema Milstein, dan skema Runge-Kutta PDS 4-*stage*.
4. Melihat pengaruh perubahan besar panjang interval $[0, T]$ terhadap RMSE untuk skema Euler Maruyama, skema Milstein, dan skema Runge-Kutta PDS.

Untuk dapat memenuhi implementasi B dilakukan langkah 5 sebagai berikut :

5. Estimasi pergerakan harga saham dari Mc.Donald's Corporation pada tahun 2006, 2007, dan 2008 berdasarkan data satu tahun sebelumnya menggunakan skema Runge-Kutta PDS 4-*stage*. Pada langkah selanjutnya akan diaproksimasi pergerakan harga saham terhadap waktu t pada tahun 2006 dan 2007, berdasarkan data harga saham pada tahun 2005.

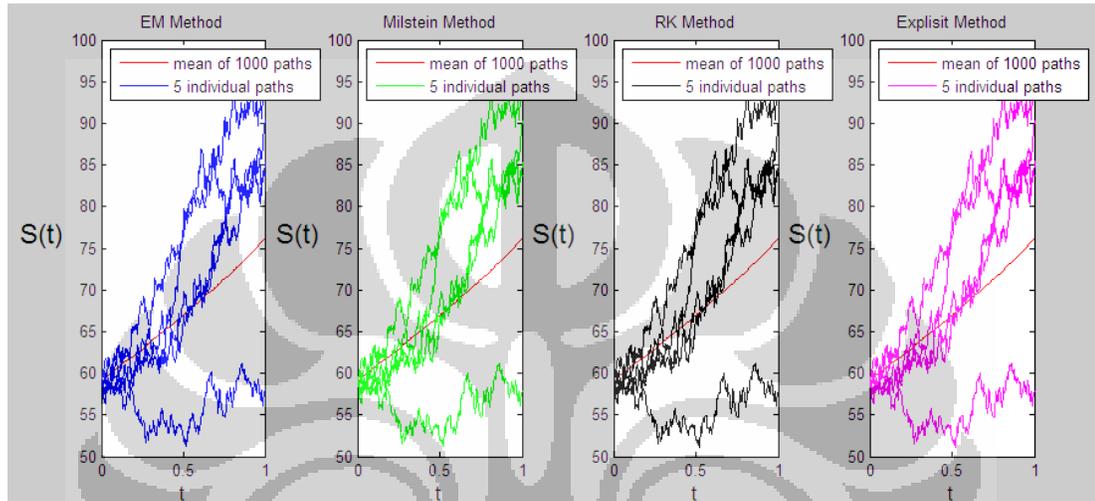
Selanjutnya, untuk implementasi C dilakukan langkah 6 berikut :

6. Memprediksikan pergerakan harga saham pada tahun 2009.

Untuk memenuhi langkah ke-1, yaitu membandingkan pergerakan harga saham terhadap waktu t yang diperoleh dengan menggunakan skema EM, skema Milstein, skema RK PDS 4-*stage*, dan solusi eksplisitnya dengan 1000 simulasi, akan diaproksimasi harga saham pada tahun 2008

menggunakan model pergerakan harga saham (50c). Sehingga didapat

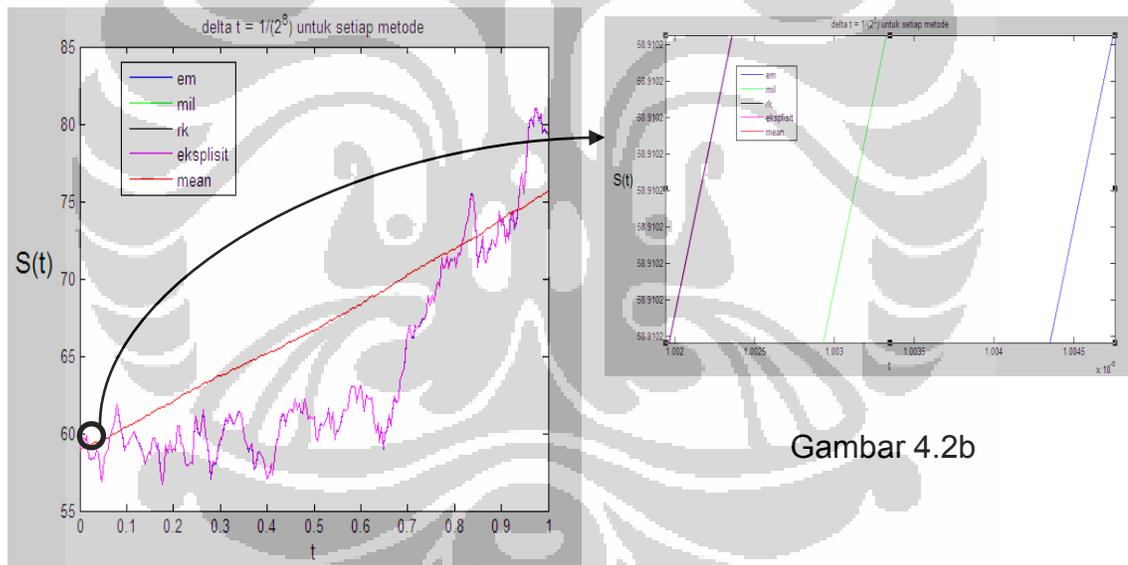
Gambar 4.1 sebagai berikut.



Gambar 4.1 Aproksimasi nilai harga saham $S(t)$ pada tahun 2008 terhadap waktu t , dengan $\Delta t = 2^{-8}$ pada interval $[0,1]$ dengan menggunakan skema EM, Milstein, RK PDS 4-stage, dan solusi eksplisit.

Gambar 4.1 merupakan hasil aproksimasi nilai harga saham Mc.Donald's corporation (berupa 5 lintasan) dan rata – rata dari 1000 simulasi hasil aproksimasi di tiap titik diskritisasi dengan besar langkah $\Delta t = 2^{-8}$ dan panjang interval $[0,1]$ untuk tahun 2008 dengan menggunakan metode numerik Euler Maruyama (11), Milstein (13), dan Runge-Kutta 4-stage (47) dan (49). Penyelesaian dengan menggunakan solusi eksplisit (34a) juga ditampilkan. Lintasan merah pada tiap grafik di atas merupakan rata – rata dari 1000 lintasan / simulasi. Dari keempat grafik ini, tidak terlalu

nampak perbedaan antara solusi numerik yang didapat dengan menggunakan skema Euler Maruyama (11), Milstein (13), dan Runge-Kutta 4-stage (47) dan (49). Oleh karena itu, untuk memenuhi langkah ke-2, diambil sebuah lintasan pada iterasi yang sama untuk tiap skema. Hal ini dapat dilakukan dengan menggunakan nilai Wiener yang sama pada tiap skema. Keempat lintasan tersebut ditampilkan dalam sebuah gambar yaitu Gambar 4.2 berikut.



Gambar 4.2a

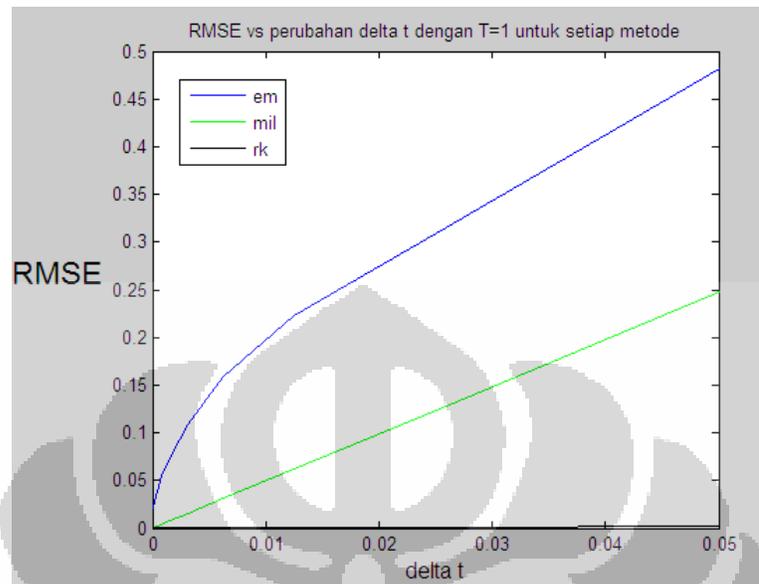
Gambar 4.2b

Gambar 4.2 Sebuah lintasan aproksimasi nilai harga saham $S(t)$ pada tahun 2008 terhadap waktu t untuk setiap skema, dengan $\Delta t = 2^{-8}$ pada interval $[0, 1]$ dengan menggunakan skema EM, Milstein, RK PDS 4-stage, dan solusi eksplisit beserta pembesarannya.

Pada Gambar 4.2, ditampilkan 4 (empat) buah lintasan untuk mengaproksimasi harga saham pada saat t dengan menggunakan

metode numerik EM (11), Milstein (13), dan RK 4-*stage* (47) dan (49), solusi eksplisit dari model harga saham (34a) juga ditampilkan. Pada Gambar 4.2a, ternyata belum terlalu tampak perbedaan antara solusi numerik yang didapat dengan menggunakan skema Euler Maruyama (11), Milstein (13), dan Runge-Kutta 4-*stage* (47) dan (49). Maka dari itu, Gambar 4.2b merupakan perbesaran dari Gambar 4.2a di sekitar $t = 0.00001$. Dengan melihat posisi dari tiap lintasan, lintasan solusi yang dihasilkan skema EM merupakan lintasan terjauh dari lintasan solusi eksplisit. Dibandingkan dengan posisi lintasan solusi EM, lintasan solusi skema Milstein lebih dekat dengan lintasan solusi eksplisit. Akan tetapi, lintasan yang paling dekat dengan lintasan solusi eksplisit, ialah lintasan solusi dari skema Runge-Kutta PDS 4-*stage*. Dengan perkataan lain, terlihat bahwa eror yang dihasilkan metode EM akan lebih besar dibandingkan eror yang dihasilkan metode Milstein, dan eror skema RK PDS 4-*stage* relatif lebih kecil dibandingkan eror dari skema EM dan eror dari skema Milstein. Dengan perkataan lain, lintasan yang dihasilkan oleh skema RK PDS 4-*stage* merupakan *path* yang paling mendekati lintasan solusi eksplisit dibandingkan metode lainnya.

Selanjutnya akan dibahas langkah ke-3, yaitu melihat pengaruh perubahan besar langkah ($\Delta t=h$) terhadap RMSE untuk skema Euler Maruyama, skema Milstein, dan skema Runge-Kutta PDS 4-*stage*.



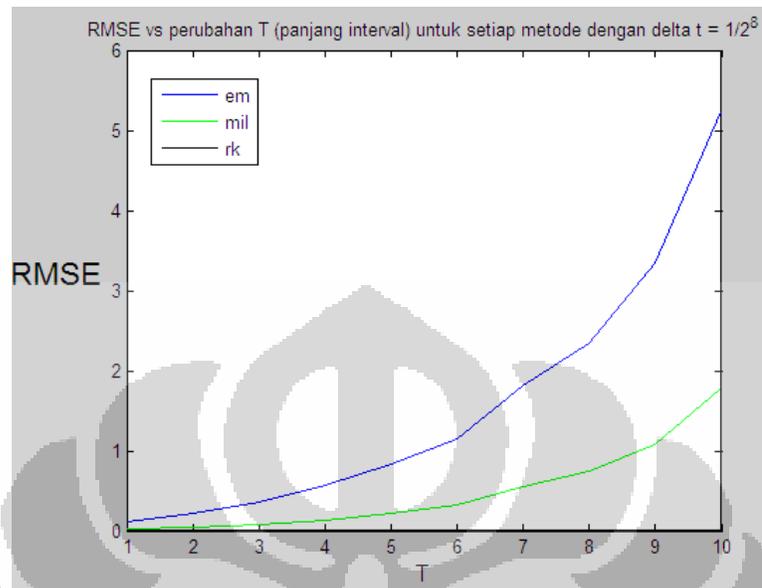
Gambar 4.3 Grafik perubahan RMSE terhadap perubahan Δt pada interval $[0,1]$ untuk skema EM, Milstein, dan RK PDS 4-stage.

Sumbu x pada Gambar 4.3 merepresentasikan besar langkah Δt , sedangkan sumbu y merepresentasikan RMSE. Gambar 4.3 menampilkan pengaruh perubahan Δt terhadap RMSE aproksimasi yang dihasilkan oleh metode EM, Milstein, dan RK PDS 4-stage dengan panjang interval tetap $[0,1]$ terhadap solusi eksplisit. Secara umum, setiap grafik pada Gambar 4.3 memiliki *trend* yang sama. Semakin besar Δt , semakin besar pula RMSE yang dihasilkan pada setiap metode numerik yang telah disebutkan di atas. Hal ini sesuai dengan teori yang dibahas lebih lanjut pada [1] mengenai metode numerik untuk penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa yang juga berlaku untuk permasalahan Persamaan Diferensial Stokastik, bahwa dengan menambah besar langkah (*step size*) akan memberikan eror yang semakin meningkat pula. Misalnya pada skema Euler Maruyama pada $\Delta t =$

0,0001, RMSE nya ialah 0,0196, pada $\Delta t = 0,0002$, RMSE nya ialah 0,0279, sedangkan pada $\Delta t = 0,0004$, RMSE nya ialah 0,0389.

Akan tetapi solusi aproksimasi yang dihasilkan oleh skema RK PDS 4-*stage* tetap memberikan RMSE yang terkecil dibandingkan metode lainnya. Misalnya pada $\Delta t = 0,0250$, RMSE yang dihasilkan skema EM ialah 0,3094, sedangkan RMSE yang dihasilkan skema Milstein ialah 0,1240, dan RMSE yang dihasilkan skema Runge-Kutta PDS 4-*stage* ialah 0,0006. Fenomena ini sesuai dengan teori yang telah dibahas bahwa metode numerik dengan order konvergensi yang lebih tinggi akan menghasilkan aproksimasi solusi yang lebih baik. Hal ini dikarenakan order konvergensi dari metode RK PDS 4-*stage* lebih besar dibandingkan order konvergensi dari skema EM dan skema Milstein.

Selanjutnya, akan dibahas langkah ke-4, yaitu melihat pengaruh perubahan besar panjang interval $[0, T]$ terhadap RMSE untuk skema Euler Maruyama, skema Milstein, dan skema Runge-Kutta PDS. Gambar 4.4, memberikan gambaran pengaruh perubahan besar panjang interval $[0, T]$ terhadap RMSE untuk setiap skema yang telah disebutkan.



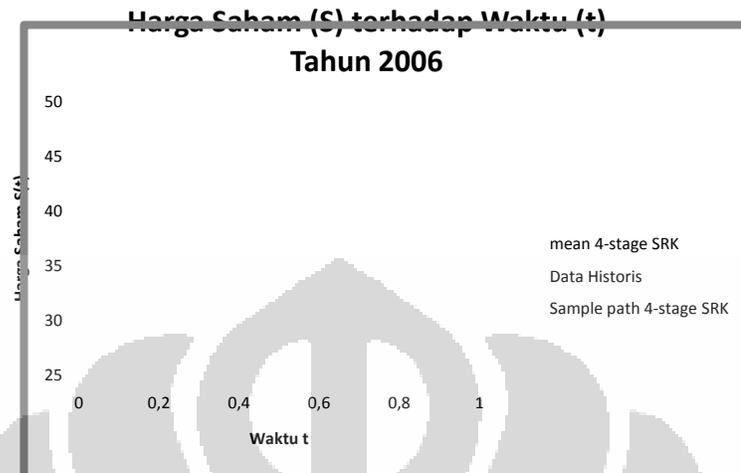
Gambar 4.4 Grafik perubahan RMSE terhadap perubahan panjang interval $[0, T]$ dengan $\Delta t = 2^{-8}$ untuk skema EM, Milstein, dan RK PDS 4-stage.

Sumbu x pada Gambar 4.4 merepresentasikan panjang interval aproksimasi $[0, T]$, sedangkan sumbu y merepresentasikan RMSE. Gambar 4.4 memperlihatkan pengaruh dari panjang interval $[0, T]$ terhadap RMSE yang dihasilkan oleh metode numerik EM, Milstein, dan RK PDS 4-stage dengan nilai $\Delta t = 2^{-8}$ yang tetap. Dapat terlihat bahwa *trend* dari ketiga grafik pada Gambar 4.4 adalah sama, yaitu semakin panjang interval aproksimasi $[0, T]$, semakin meningkat pula RMSE yang dihasilkan oleh tiap skema tersebut. Sehingga dengan perkataan lain, semakin panjang interval $[0, T]$, semakin besar eror yang dihasilkan.

Akan tetapi solusi aproksimasi yang dihasilkan oleh skema RK tetap memberikan RMSE yang terkecil dibandingkan metode lainnya. Hal ini sesuai

dengan teori yang telah dibahas bahwa metode numerik dengan order konvergensi yang lebih tinggi akan menghasilkan aproksimasi solusi yang lebih baik. Hal ini dikarenakan order *strong convergence* dari metode Runge-Kutta PDS 4-stage ialah 1,5 lebih besar dibandingkan skema EM dan skema Milstein yang masing – masing memiliki order *strong convergence* 0,5 dan 1.

Untuk memenuhi langkah ke-5, yaitu mengestimasi pergerakan harga saham dari Mc.Donald's Corporation pada tahun 2006, 2007, dan 2008 , maka dengan mempertimbangkan hasil dari Gambar 4.2, Gambar 4.3, dan Gambar 4.4, mengenai keakuratan metode – metode numerik dalam mengaproksimasi solusi suatu PDS, pada langkah selanjutnya akan diaproksimasi pergerakan harga saham pada tahun 2006, 2007, dan 2008 dengan menggunakan skema RK PDS 4-stage (yang memiliki order *strong convergence* tertinggi dibandingkan skema EM dan Milstein, sehingga memiliki lintasan solusi terdekat dengan solusi eksplisit berdasarkan Gambar 4.2), dengan $\Delta t = 2^{-8}$ pada interval aproksimasi $[0,1]$ (yang memiliki RMSE terkecil berdasarkan Gambar 4.3 dan 4.4). Berdasarkan model pergerakan harga saham (50a), akan diaproksimasi nilai harga saham pada tahun 2006 dengan menggunakan metode RK PDS 4-stage, sehingga didapat grafik sebagai berikut.

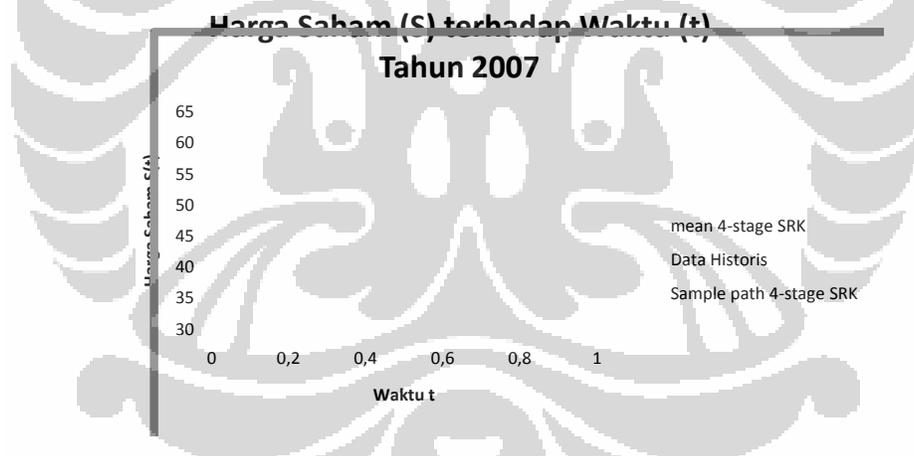


Gambar 4.5 Aproksimasi nilai harga saham pada tahun 2006 dengan menggunakan skema RK PDS 4-stage, beserta data historis harga saham pada tahun 2006 dengan grafik rata – rata solusi aproksimasi dari 1000 simulasi skema RK PDS 4-stage.

Grafik hijau pada Gambar 4.5 merupakan salah satu lintasan aproksimasi nilai harga saham pada tahun 2006 dengan menggunakan skema RK PDS 4-stage, grafik berwarna merah merupakan grafik rata – rata dari 1000 simulasi skema RK PDS 4-stage, dan grafik berwarna biru merupakan data historis harga saham pada tahun 2006. Pada awalnya, *trend* dari harga saham hasil aproksimasi mean RK PDS 4-stage sesuai dengan data historis pada tahun 2006, akan tetapi pada akhir tahun, harga saham pada data historis meningkat secara pesat, sehingga tidak sesuai dengan *trend* dari hasil aproksimasi mean RK PDS 4-stage. Hal ini dikarenakan, dalam mengaproksimasi harga saham pada tahun 2006, digunakan data pada tahun 2005. Pada tahun 2005, nilai dari $(\mu - D)$ pada (50a) ialah

$0,050481986 - 0,019869514 = 0,030550346$. Pada kenyataannya, nilai $(\mu - D)$ pada tahun 2006 adalah $0,251012429$. Perbedaan nilai $(\mu - D)$ yang cukup signifikan ini, menyebabkan hasil aproksimasi kurang sesuai dengan data historis. Hal ini dapat dikarenakan ketidaksesuaian situasi dan kondisi perekonomian yang terjadi antara tahun 2005 dengan 2006.

Selanjutnya, akan diaproksimasi nilai harga saham pada tahun 2007 dengan menggunakan metode RK PDS 4-stage, berdasarkan model pergerakan harga saham (50b), sehingga didapat grafik sebagai berikut.

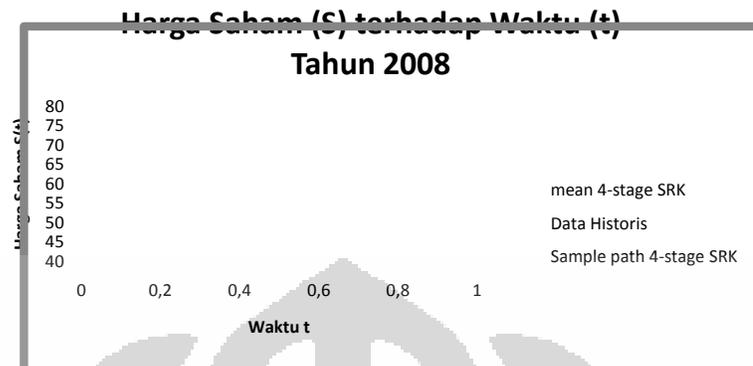


Gambar 4.6 Aproksimasi nilai harga saham pada tahun 2007 dengan menggunakan skema RK PDS 4-stage, beserta data historis harga saham pada tahun 2007 dengan grafik rata – rata solusi aproksimasi dari 1000 simulasi skema RK PDS 4-stage.

Grafik hijau pada Gambar 4.6 merupakan salah satu lintasan aproksimasi nilai harga saham pada tahun 2007 dengan menggunakan

skema RK PDS 4-*stage*, grafik berwarna merah merupakan grafik rata – rata dari 1000 simulasi skema RK PDS 4-*stage*, dan grafik berwarna biru merupakan data historis harga saham pada tahun 2007. Sepanjang tahun 2007, *trend* dari harga saham hasil aproksimasi mean RK PDS 4-*stage* sesuai dengan data historis pada tahun 2007. Dalam mengaproksimasi harga saham pada tahun 2007, digunakan data pada tahun 2006. Pada tahun 2006, nilai dari $(\mu - D)$ pada (50b) ialah $0,273570516 - 0,022558087 = 0,251012429$. Pada kenyataanya, nilai $(\mu - D)$ pada tahun 2007 adalah $0,258886637$. Perbedaan nilai $(\mu - D)$ yang cukup kecil ini, menyebabkan hasil aproksimasi cukup sesuai dengan data historis. Hal ini dapat dikarenakan kesesuaian situasi dan kondisi perekonomian yang terjadi antara tahun 2006 dengan 2007.

Pada langkah berikutnya, berdasarkan model pergerakan harga saham (50c), akan diaproksimasi nilai harga saham pada tahun 2008 dengan menggunakan metode RK PDS 4-*stage*, sehingga didapat grafik sebagai berikut.

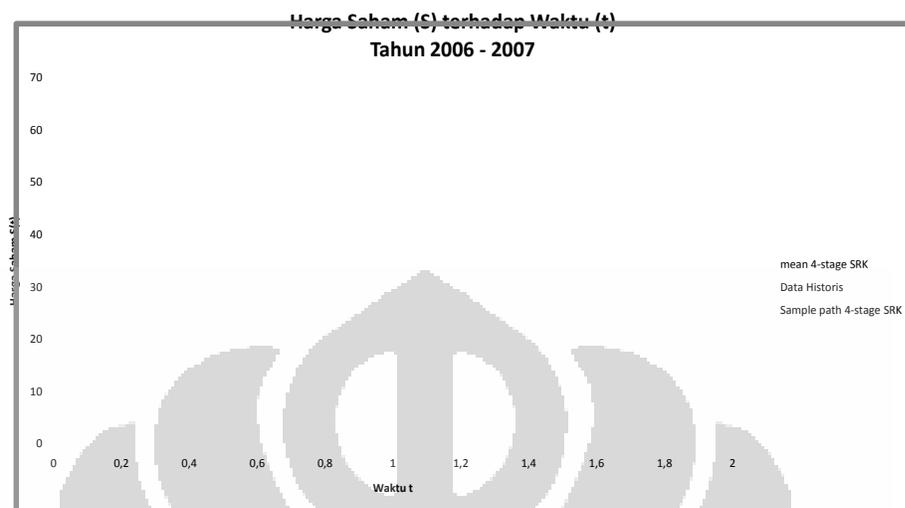


Gambar 4.7 Aproksimasi nilai harga saham pada tahun 2008 dengan menggunakan skema RK PDS 4-stage, beserta data historis harga saham pada tahun 2008 dengan grafik rata – rata solusi aproksimasi dari 1000 simulasi skema RK PDS 4-stage.

Grafik hijau pada Gambar 4.7 merupakan salah satu lintasan aproksimasi nilai harga saham pada tahun 2008 dengan menggunakan skema RK PDS 4-stage, grafik berwarna merah merupakan grafik rata – rata dari 1000 simulasi skema RK PDS 4-stage, dan grafik berwarna biru merupakan data historis harga saham pada tahun 2008. Pada tahun 2008, *trend* dari hasil aproksimasi mean RK PDS 4-stage kurang sesuai dengan data historis pada tahun 2008. Dalam mengaproksimasi pergerakan harga saham pada tahun 2008, digunakan data harga saham pada tahun 2007 yang memiliki *trend* naik yang cukup pesat. Sehingga diasumsikan berdasarkan data pada tahun 2007, harga saham pada tahun 2008 juga akan memiliki kecenderungan yang sama. Akan tetapi pada kenyataannya, harga saham pada tahun 2008 tidak sesuai dengan aproksimasi *trend* dari hasil

aproksimasi mean RK PDS 4-*stage*. Diperkirakan, hal ini terjadi karena adanya krisis global di Amerika Serikat pada tahun 2008 yang menyebabkan penjualan saham oleh *investor* meningkat. Penjualan saham yang meningkat ini, menyebabkan harga saham menurun, Fenomena ini sesuai dengan hukum ekonomi mengenai penawaran dan permintaan. Sehingga harga saham berdasarkan data historis tidak sesuai dengan aproksimasi menggunakan RK PDS 4-*stage* (berada dibawah harga aproksimasi).

Sebelumnya, telah diaproksimasi pergerakan harga saham pada tahun 2006 berdasarkan data 2005, dan telah diaproksimasi pula pergerakan harga saham pada tahun 2007 berdasarkan data 2006. Pada langkah berikut ini, akan diaproksimasikan pergerakan harga saham pada tahun 2006 dan 2007 menggunakan data pada harga saham 2005. Hal ini dapat dilakukan dengan menggunakan parameter – parameter μ , D , σ , dan S_0 pada tahun 2005, dengan menggunakan $\Delta t = 2^{-8}$ pada interval aproksimasi $[0,2]$. Gambar 4.8 berikut, merupakan hasil aproksimasi harga saham pada tahun 2006 dan 2007.



Gambar 4.8 Aproksimasi pergerakan harga saham pada tahun 2006 dan 2007 berdasarkan data pada tahun 2005 dengan menggunakan skema RK PDS 4-stage, beserta data historis harga saham pada tahun 2006 dan 2007 dengan grafik rata-rata solusi aproksimasi dari 1000 simulasi skema RK PDS 4-stage.

Jika dibandingkan dengan Gambar 4.5 dan Gambar 4.6, yang merupakan aproksimasi harga saham pada tahun 2006 berdasarkan data pada tahun 2005 dan aproksimasi harga saham pada tahun 2007 berdasarkan data pada tahun 2006, aproksimasi solusi harga saham pada Gambar 4.8 tahun 2006 dan 2007 berdasarkan data pada tahun 2005 memiliki aproksimasi yang lebih buruk dibandingkan Gambar 4.5 dan 4.6. Hal ini dapat disebabkan oleh 2 (dua) faktor. Faktor pertama yaitu faktor RMSE yang bertambah ketika interval aproksimasi $[0, T]$ bertambah panjang (sesuai dengan hasil implementasi pada Gambar 4.4), faktor yang kedua ialah

kondisi perekonomian pada tahun 2007 terlalu jauh untuk diprediksi dengan menggunakan kondisi perekonomian pada tahun 2005, dengan perkataan lain, parameter – parameter pada (27) yang sesungguhnya pada tahun 2007 terlalu jauh berbeda jika digambarkan dengan parameter – parameter 2005.

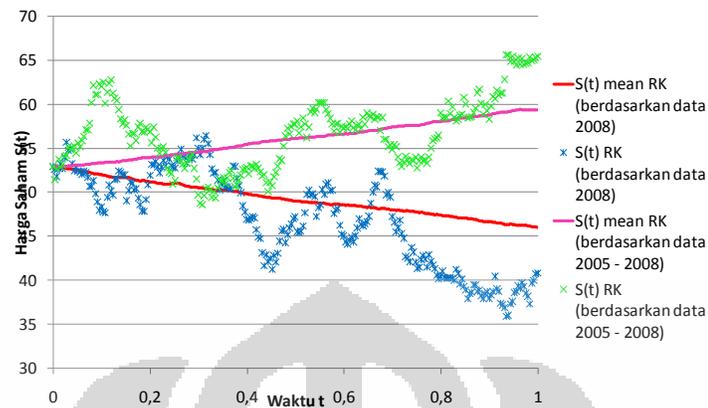
Dalam memprediksi pergerakan harga saham 2009, dapat digunakan dua pendekatan, yakni menggunakan nilai parameter tahun 2008, dengan $\mu_{2008} = -0,10214234$, $D_{2008} = 0,021262521$ dan $\sigma_{2008} = 0,329199151$, sehingga model pergerakan harga saham 2009 menjadi

$$dS = (-0,10214234 - 0,021262521)Sdt + 0,329199151SdW , \text{ atau dengan}$$

menggunakan rata-rata nilai parameter tahun 2005 – 2008, dengan $\mu_{2005-2008} = 0,126564842$, $D_{2005-2008} = 0,022288173$, dan $\sigma_{2005-2008} = 0,231810878$, sehingga model harga saham 2009 menjadi

$$dS = (0,126564842 - 0,022288173)Sdt + 0,231810878SdW .$$

Dengan menggunakan skema RK PDS 4-stage sebanyak 1000 simulasi, diperoleh prediksi harga saham 2009 dari kedua pendekatan yang telah disebutkan, didapat prediksi pada Gambar 4.9.



Gambar 4.9 Aproksimasi nilai harga saham $S(t)$ pada tahun 2009 terhadap waktu t , dengan $\Delta t = 2^{-8}$ pada interval $[0, 1]$ dengan menggunakan skema RK PDS 4-stage.

Grafik biru pada Gambar 4.9 merepresentasikan salah satu lintasan hasil aproksimasi nilai harga saham MCD dan rata-rata dari 1000 simulasi hasil aproksimasi di tiap titik diskritisasi dengan menggunakan nilai parameter tahun 2008. Besar langkah $\Delta t = 2^{-8}$ dan panjang interval $[0, 1]$. Lintasan merah merupakan rata-rata dari 1000 simulasi dengan parameter tahun 2008.

Grafik hijau pada Gambar 4.9 merepresentasikan salah satu lintasan hasil aproksimasi nilai harga saham MCD dan rata-rata dari 1000 simulasi hasil aproksimasi di tiap titik diskritisasi dengan menggunakan nilai rata-rata parameter tahun 2005 - 2008. Lintasan ungu merupakan rata-rata 1000 simulasi dengan rata-rata parameter tahun 2005-2008. Berbeda dengan data tahun sebelumnya dimana nilai $(\mu - D)$ positif, nilai $(\mu - D)$ tahun 2008 negatif. Hal ini yang menyebabkan *trend* dari grafik rata-rata RK PDS 4-stage

menurun pada aproksimasi dengan menggunakan data parameter 2008. Maka dapat disimpulkan bahwa jika nilai $(\mu - D)$ positif, maka *trend* rata-rata solusi aproksimasi akan naik, dan berlaku sebaliknya. Jika nilai $(\mu - D)$ negatif, maka *trend* rata-rata solusi aproksimasi akan turun. Hal ini sesuai dengan pengertian fungsi *drift* yang menyatakan bahwa fungsi *drift* dari sebuah PDS akan memodelkan kecenderungan dominan grafik solusi suatu PDS.

