

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf adalah bagian dari matematika diskrit yang banyak digunakan sebagai alat bantu untuk menggambarkan atau menyatakan suatu persoalan agar lebih mudah dimengerti dan diselesaikan. Banyak persoalan akan lebih jelas untuk diterangkan bila dapat direpresentasikan dalam bentuk graf.

Dasar teori graf berawal pada abad ke-18 yang bermula dari masalah jembatan Königsberg. Warga kota Königsberg ingin melewati 7 jembatan pada sungai Pregel di kota Königsberg tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat awal. Masalah ini telah dibuktikan tidak mungkin terjadi oleh Euler. Dalam pembuktian tersebut Euler menggunakan teori graf.

Suatu graf $G(V(G), E(G))$ terdiri atas suatu himpunan tak-kosong dan berhingga $V(G)$ yang anggotanya disebut simpul, dan suatu himpunan berhingga $E(G)$ dengan anggota yang saling berbeda yang disebut busur, dimana busur tersebut merupakan pasangan tak-terurut dari simpul-simpul yang berbeda pada $V(G)$. Banyak anggota pada himpunan simpul $V(G)$ atau V dinyatakan sebagai $|V|$. Banyaknya busur pada suatu graf G dinyatakan sebagai $|E|$. Graf G disebut graf berhingga bila $|V|$ berhingga.

Suatu pelabelan dari graf $G(V, E)$ (*graph labeling*) adalah suatu pemetaan bijektif dari $V \cup E$ ke himpunan bilangan asli. Pelabelan yang dibahas pada skripsi ini adalah pemetaan bijektif dari $V \cup E$ ke himpunan bilangan asli berurutan yang dimulai dari 1. Apabila daerah asal dari pemetaan hanya himpunan simpul, maka pelabelan disebut pelabelan simpul. Apabila daerah asal hanya himpunan busur, maka pelabelan disebut pelabelan busur. Apabila daerah asal merupakan gabungan dari himpunan simpul dan busur, maka pelabelan disebut pelabelan total. Dalam pelabelan graf diperkenalkan juga pelabelan ajaib, pelabelan antiajaib dan pelabelan (a, d) -antiajaib. Pelabelan ajaib diperkenalkan oleh [Sedláček 1963] (berdasarkan konsep persegi ajaib dalam teori bilangan). Pelabelan antiajaib diperkenalkan oleh [Hartsfield dan Ringel 1989]. Menurut [Gallian 2008], pelabelan (a, d) -antiajaib diperkenalkan oleh Bodendiek dan Walther pada tahun 1996. [Bača dkk. 2003] memperkenalkan definisi **pelabelan total simpul antiajaib** (*vertex-anti-magic total labeling*) dan **pelabelan total (a, d) -simpul antiajaib** (*(a, d) -vertex-antimagic total labeling*).

Dalam pelabelan didefinisikan jumlah dari label sembarang simpul dan label semua busur yang hadir pada simpul tersebut sebagai bobot simpul. Pada pelabelan total (a, d) -simpul antiajaib (disingkat **(a, d) -PTSAA**) berlaku syarat bahwa semua bobot simpul membentuk barisan aritmatika dengan suku awal a dan beda d . Apabila $d = 0$ ($(a, 0)$ -PTSAA), maka akan diperoleh bahwa bobot semua simpul bernilai sama. Pelabelan $(a, 0)$ -PTSAA disebut juga **pelabelan total simpul antiajaib** (disingkat **PTSA**).

Hasil-hasil penelitian mengenai (a,d) -PTSAA yang telah dipublikasi diantaranya ialah [Bača dkk. 2002] membuktikan bahwa graf Petersen diperumum memiliki PTSA. [Slamin dkk. 2008] telah membuktikan bahwa gabungan 2 graf Petersen diperumum yang isomorfik memiliki PTSA, gabungan 2 graf matahari yang tidak harus isomorfik dan t graf matahari yang isomorfik memiliki PTSA. [Rahim dkk. 2008] telah membuktikan bahwa gabungan t graf matahari yang tidak harus isomorfik memiliki PTSA. [Bača dkk. 2003] telah membuktikan bahwa graf lintasan dan graf lingkaran memiliki (a,d) -PTSAA untuk beberapa nilai d . [Slamin dkk. 2008] memberikan *open problem* bahwa gabungan 2 graf Petersen diperumum yang tidak harus isomorfik memiliki PTSA. Dalam makalah [Rahim dkk.2008] terdapat *open problem* bahwa gabungan t graf matahari yang tak-harus isomorfik memiliki (a,d) -PTSAA untuk nilai $d > 0$. Sehingga pembahasan dalam skripsi ini adalah menjawab *open problem* yang diberikan dan mengembangkannya lebih jauh.

1.2 Permasalahan

Bagaimanakah pelabelan total simpul-ajaib dan pelabelan total (a,d) -simpul antiajaib untuk gabungan tak-isomorfik dari graf matahari dan gabungan tak-isomorfik dari graf Petersen diperumum?

1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah mencari pelabelan total simpul-ajaib dan pelabelan total (a,d) -simpul antiajaib untuk gabungan tak-isomorfik dari graf matahari dan gabungan tak-isomorfik dari graf Petersen diperumum.

1.4 Pembatasan Pembahasan

Dalam skripsi ini hanya dibatasi pada pelabelan total simpul-ajaib dan pelabelan total (a,d) -simpul untuk gabungan tak-isomorfik dari graf matahari dan gabungan tak-isomorfik dari graf Petersen diperumum.

1.5 Sistematika Penulisan

Dalam skripsi ini terdapat 5 bab. Pada bab 2 dijelaskan tentang teori graf dan pengertian dasar dari pelabelan graf. Dalam bab 3 diberikan beberapa teorema mengenai pelabelan total (a,d) -simpul antiajaib dari gabungan tak-terhubung sejumlah berhingga graf matahari yang tidak harus isomorfik. Pada bab 4 terdapat teorema dan konstruksi pelabelan total simpul ajaib dari gabungan tak-terhubung sejumlah berhingga graf Petersen diperumum yang tidak harus isomorfik. Bab 5 adalah bab kesimpulan yang

berisi tentang rangkuman isi skripsi secara keseluruhan dan beberapa *open problem*.

