

BAB IV

PENERAPAN

Berikut ini merupakan contoh Penaksiran *Mean Squared Error Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (MSE EBLUP) pada *General Linear Mixed Model*.

Contoh:

Sebuah pemilik perkebunan teh ingin meningkatkan pendapatan (y) dari teh yang dihasilkan. Oleh karena itu, pemilik perkebunan teh ini menentukan tiga varietas teh (X) yang diambil dari tiga kebun (Z) yang berbeda, di mana kebun ini dipilih secara acak dari delapan kebun yang ada. Kemudian, selama enam bulan pertama pemilik perkebunan teh ini telah melihat terlebih dahulu besar pengaruh masing-masing varietas teh dan kebun dalam meningkatkan pendapatannya.

Dalam hal ini tersedia data pendapatan dari masing-masing kebun dengan varietas teh yang berbeda-beda, yaitu:

No.	Kebun	Varietas	Pendapatan
1	1	3	267.8
2	1	2	248.84
3	1	2	247.89
4	1	2	251.21
5	1	1	276.48
6	2	1	229.77
7	2	1	231.92
8	2	1	232.52
9	2	3	219.36
10	2	3	212.42
11	3	3	181.26
12	3	1	201.34
13	3	2	143.37
14	3	2	144.46
15	3	3	186.87

Dari data dapat diperoleh:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{Z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Selanjutnya, dari data tersebut dapat dilakukan penaksiran terhadap parameter pengaruh varietas yang dianggap sebagai pengaruh *fixed* (α) dan parameter pengaruh kebun yang dianggap sebagai pengaruh *random* (β) dengan menggunakan Metode EBLUP. Diasumsikan bahwa matriks-matriks varians kovarians dari ϵ dan β , yaitu $\mathbf{R} = \delta_0 \mathbf{I}_r$ dan $\mathbf{G} = \delta_1 \mathbf{I}_g$ di mana δ_0 dan δ_1 merupakan parameter variansi dari ϵ dan β sedangkan \mathbf{I}_r dan \mathbf{I}_g merupakan matriks identitas berukuran 15×15 dan 3×3 .

Di mana bentuk *General Linear Mixed Model* adalah:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\alpha + \mathbf{Z}\beta + \mathbf{e}.$$

dengan:

$\alpha = (v_1, v_2, v_3)^T$, di mana v_i adalah pengaruh varietas teh ke- i .

$\beta = (k_1, k_2, k_3)^T$, di mana k_j adalah pengaruh kebun ke- j .

Sebelum melakukan penaksiran parameter pada *General Linear Mixed Model*, akan diperiksa terlebih dahulu kenormalan dan variansi dari variabel dependen (pendapatan) seperti diberikan pada lampiran 16. Berdasarkan hal tersebut, terlihat bahwa variabel dependen memenuhi asumsi kenormalan.

Kemudian, taksiran parameter dari variansi efek random (δ), taksiran parameter pengaruh varietas yang dianggap sebagai pengaruh *fixed* (α) dan taksiran parameter pengaruh kebun yang dianggap sebagai pengaruh *random* (β) akan dicari dengan menggunakan *Software* MATLAB 7.0.1, seperti diberikan pada lampiran 17 yang memberikan hasil sebagai berikut:

$$\hat{\delta} = (38.5, 1444.5)^T$$

$$\hat{\alpha} = (236.9157, 194.7957, 223.3906)^T$$

$$\hat{\beta} = (49.2431, -6.2743, -42.9689)^T.$$

Selain itu, pada lampiran 18 ditunjukkan pula tabel perbandingan antara variabel respon yang diperoleh dari data (\mathbf{y}) dengan variabel respon yang diperoleh dari hasil taksiran ($\hat{\mathbf{y}}$) dengan menggunakan Metode EBLUP. Berdasarkan hal tersebut, diperoleh taksiran ($\hat{\mathbf{y}}$) yang tidak terlalu jauh berbeda dengan data (\mathbf{y}) sehingga dapat dilihat *error* melalui selisih antara $\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}$ pada lampiran 19. Selanjutnya, dapat dicari $E(\hat{\mathbf{e}})$ dengan cara menjumlahkan semua *error*, kemudian dibagi dengan jumlah datanya, yaitu:

$$E(\hat{\mathbf{e}}) = 0$$

Jadi, dapat disimpulkan bahwa nilai harapan dari *error* model adalah 0 dengan *error* dari penaksiran δ tidak lebih dari 0.01.

Kemudian setelah didapatkan taksiran δ , α , dan β , serta ekspektasi dari error prediksi, selanjutnya pemilik perkebunan teh ingin melihat seberapa baik taksiran yang diperoleh untuk teh yang memiliki *varietas* 1, 2, dan 3 dan berasal dari kebun 1, 2, dan 3. Oleh karena itu, pemilik kebun akan mencari nilai MSE untuk masing-masing teh tersebut. Kemudian, dengan menggunakan *software* matlab 7.0.1 seperti diberikan pada lampiran 20, didapatkan nilai MSE sebagai berikut:

mse	Varietas 1	Kebun 1	86.2789
		Kebun 2	78.2591
		Kebun 3	84.6844
	Varietas 2	Kebun 1	78.2639
		Kebun 2	92.1538
		Kebun 3	81.4765
	Varietas 3	Kebun 1	84.6797
		Kebun 2	81.4671
		Kebun 3	80.4041

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa:

1. Teh varietas 1 yang berasal dari kebun 2 memiliki MSE paling kecil dibanding teh varietas 1 yang berasal dari kebun 1 dan 3.
2. Teh varietas 2 yang berasal dari kebun 1 memiliki MSE paling kecil dibanding teh varietas 2 yang berasal dari kebun 2 dan 3.
3. Teh varietas 3 yang berasal dari kebun 3 memiliki MSE paling kecil dibanding teh varietas 3 yang berasal dari kebun 1 dan 3.