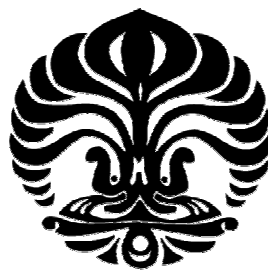


**PENAKSIRAN *MEAN SQUARED ERROR* (MSE)
EMPIRICAL BEST LINEAR UNBIASED PREDICTION
(EBLUP) PADA *GENERAL LINEAR MIXED MODEL***



MURNI

0 3 0 4 0 1 0 4 0 4



**UNIVERSITAS INDONESIA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
DEPARTEMEN MATEMATIKA
DEPOK
2008**

**PENAKSIRAN *MEAN SQUARED ERROR* (MSE)
EMPIRICAL BEST LINEAR UNBIASED PREDICTION
(EBLUP) PADA *GENERAL LINEAR MIXED MODEL***

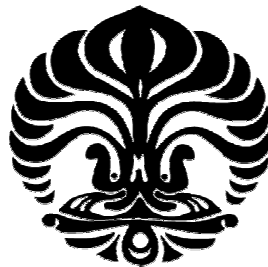
TUGAS AKHIR

**Disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains di Universitas Indonesia**

Oleh:

MURNI

0 3 0 4 0 1 0 4 0 4



DEPOK

2008

SKRIPSI : PENAKSIRAN *MEAN SQUARED ERROR* (MSE)
EMPIRICAL BEST LINEAR UNBIASED PREDICTION
(EBLUP) PADA *GENERAL LINEAR MIXED MODEL*

NAMA : MURNI

NPM : 0304010404

TUGAS AKHIR INI TELAH DIPERIKSA DAN DISETUJUI

DEPOK, 10 DESEMBER 2008

Dra. Ida Fithriani, M.Si

PEMBIMBING I

Fevi Novkaniza, M.Si

PEMBIMBING II

Tanggal lulus Ujian Sidang Sarjana: 23 Desember 2008

Penguji I : Dra. Ida Fithriani, M.Si

Penguji II : Dr. Kiki Ariyanti S.

Penguji III : Fevi Novkaniza, M.Si

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah Yang Maha Kuasa karena hanya atas berkat dan rahmat-Nya sajalah sehingga penyusunan Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.

Dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya atas dukungan, bimbingan, dan pengarahan yang sangat berharga dalam penyelesaian Tugas Akhir ini kepada:

1. Papiku, Lauw Eng Tjoan, mamaku, Lo Er Nie, Koko Anto, Soso Dewi, Ci Lina, Cicong, (Alm) Herman, Aan, Soso Ani, serta oma yang selalu memberikan doa, semangat, dan kasih sayang kepada penulis untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini.
2. Ibu Dra. Ida Fithriani M.Si dan Mba Fevi Novkaniza M.Si selaku pembimbing Tugas Akhir yang telah membimbing dan mengarahkan penulis.
3. Ibu Dra. Denny Riama Silaban M.Kom selaku Dosen Wali.
4. Segenap Staf Pengajar, Karyawan Tata Usaha, dan Perpustakaan Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam, Universitas Indonesia.
5. Kekasihku, Tri Handhika, yang akan menjadi suamiku. Makasih ya pa.. atas pelajaran, bimbingan, serta pengorbanan dan kasih sayang yang telah kau berikan padaku selama ini. Semoga semua berjalan lancar. Amin..

6. Keponakan-keponakanku, Rian, Amanda, Angel, si kembar, Geby dan Deby, serta Metha yang telah memberikan keceriaan kepada penulis.
7. Julita, makasih ya jul atas semangat yang engkau berikan. Akhirnya selese juga..hehe..
8. F 4, Bong Novi Herawati, Evarida Meilina Simatupang, dan Milka Hutagalung yang menjadi teman penulis selama di math UI. Maapin gue yaph kalo pernah mengecewakan kalian. Semoga pertemanan kita bisa utuh selamanya (ingat reuni 20 tahun lagi.. haha).
9. Diana, Silvi, Nely, Lany, dan Sri Dewi yang telah menjadi tempat berbagi cerita.
10. Teman-teman seperjuangan dalam menyelesaikan skripsi, Egha (Kesetiaanmu diuji nak.. hehe), Erma (Pilih yang dekat aja ma..), Rimbun (yang mana sih mbun?? kenalin dunk, penasaran nih.. ama sebelah aja deh.. huahahaha), Dewi (kapan tinggi bu??), Nadya, Vajar, Ajat, Nuri, Dina, ias, Asti, Novi (diet buu..), Wicha, Andre, Rini & Valdo.
11. Teman-teman 2004 lainnya, Adi, Rieska, Nola, Luqita, Lismanto, Manap, Siska. Buat Reza, Wanto, lif, Eny, Edi, Leli, Spina, Intan, Harry, dan Lisa, semangat ya ngerjain skripsinya..
12. Semua teman-teman angkatan 2001 - 2008. *Special thx to*: Bembi'03 (makasih ya ka udah benerin programnya, semangat buat skripsinya..), Aurora'01, Ida'05, Theja'03, dan Vani'05.
13. Teman-teman KMBUI, Melly, Suri, Wilson, Arief, Cing2, Hendri, Suwanto, Agustine, Darmawan, dan lainnya, yang telah memberi semangat kepada penulis untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini.

14. Teman-Teman seperjuangan (SMUN 2), Doya, Andes, Jaka, Danar, Herni, Anis, Dina, dan lainnya.
15. Teman-teman Strawberry Home, Mba hayu, Jeng Lina, Fika, Medha, Coco, dan lainnya.
16. Keluarga besar MUSTIKA, yang telah memberi semangat dan bimbingan kepada penulis.
17. Semua pihak yang telah membantu penulis baik secara langsung maupun tidak langsung yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih belum sempurna dan perlu dilakukannya studi yang lebih mendalam. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran sebagai bekal penyempurnaan penulisan-penulisan selanjutnya di kemudian hari.

Akhir kata, penulis berharap semoga tulisan ini dapat bermanfaat dalam pengembangan Ilmu Matematika dan disiplin ilmu lainnya.

Depok, Desember 2008

Penulis,

Murni

0304010404

ABSTRAK

General Linear Mixed Model merupakan model di mana variabel *response* dipengaruhi oleh faktor *fixed* dan faktor *random*. Parameter dari faktor *fixed* dan *random* (efek *fixed* dan *random*) pada model tersebut tidak diketahui nilainya sehingga harus dilakukan penaksiran. Adapun metode yang digunakan untuk menaksir efek *fixed* dan *random*, diantaranya adalah BLUP dan EBLUP.

Setelah didapatkan taksiran parameter, selanjutnya akan dilihat seberapa baik taksiran parameter yang diperoleh, yaitu dengan cara mencari *Mean Squared Error* (MSE) pada *General Linear mixed Model*. Karena metode penaksiran yang digunakan adalah BLUP dan EBLUP maka pada Tugas Akhir ini akan dibahas mengenai MSE BLUP, MSE EBLUP, dan penaksiran pada MSE EBLUP. Penaksiran ini dilakukan karena nilai dari MSE EBLUP bergantung pada parameter dari variansi efek *random* yang tidak diketahui nilainya. Kemudian, cara yang digunakan untuk menaksir MSE EBLUP adalah dengan mensubstitusikan taksiran parameter dari variansi efek *random* ke dalam MSE EBLUP.

Kata kunci : MSE BLUP; MSE EBLUP; *General Linear Mixed Model*.

Bibliografi: 14 (1967– 2008)

DAFTAR ISI

	Halaman
KATA PENGANTAR	i
ABSTRAK	iv
DAFTAR ISI	v
DAFTAR LAMPIRAN	viii
BAB I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penulisan	2
1.4 Sistematika Penulisan.....	2
BAB II. LANDASAN TEORI	
2.1 Matriks	
2.1.1 <i>Trace</i> Matriks	4
2.1.2 <i>Rank</i> Matriks	6
2.1.3 Invers Matriks.....	9
2.1.4 Determinan dan <i>Adjoint</i> Matriks	9
2.2 Notasi Bentuk Linier, Bentuk Kuadratik, Definit Positif, dan Semi-Definit Positif	13
2.3 Diferensiasi Matriks	

2.3.1	Definisi dan Notasi Diferensiasi Matriks	14
2.3.2	Diferensiasi Bentuk Linier dan Bentuk Kuadratik	20
2.3.3	Diferensiasi dari Penjumlahan dan Perkalian Matriks.....	20
2.3.4	Diferensiasi dari <i>Trace</i> Matriks	22
2.3.5	Aturan Rantai	23
2.3.6	Diferensiasi Parsial Pertama dari Determinan, Invers, dan <i>Adjoint</i> Matriks	27
2.3.7	Diferensiasi Parsial Kedua dari Determinan dan Invers Matriks.....	30
2.4	Penaksiran Parameter pada <i>General Linear Mixed Model</i> dengan Menggunakan Metode BLUP dan EBLUP.....	33
2.5	Definisi <i>translation-invariant</i> dan <i>maximal-invariant</i>	
2.5.1	Definisi <i>translation-invariant</i>	37
2.5.2	Definisi <i>maximal-invariant</i>	38
2.6	<i>Mean Squared Error (MSE)</i>	
2.6.1	Definisi MSE.....	38
2.6.2	Tujuan MSE	40
2.6.3	MSE pada <i>Simple Linear Regression</i> (Regresi Linier Sederhana)	40

BAB III. PENAKSIRAN *MEAN SQUARED ERROR (MSE) EMPIRICAL
BEST LINEAR UNBIASED PREDICTION (EBLUP)* PADA

GENERAL LINEAR MIXED MODEL

3.1	<i>Mean Squared Error (MSE) Best Linear Unbiased Prediction (BLUP)</i>	45
3.2	<i>Mean Squared Error (MSE) Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP)</i>	48
3.3	<i>Penaksiran Mean Squared Error (MSE) Empirical Best Linear Unbiased Prediction (BLUP)</i>	53
BAB IV.	PENERAPAN	59
BAB V.	KESIMPULAN DAN SARAN	65
DAFTAR PUSTAKA	68
LAMPIRAN	70

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Bukti Lemma 2.18	70
2. Bukti (2.3.2.a), (2.3.2.b), dan (2.3.2.c).....	71
3. Bukti (2.3.3.a).....	73
4. Bukti (2.3.3.b).....	74
5. Bukti (2.3.7.a), (2.3.7.b), dan (2.3.7.c).....	75
6. Bukti (2.4.b).....	77
7. Bukti (2.4.g).....	79
8. Bukti (2.4.i).....	80
9. Bukti (2.4.k).....	81
10. Menunjukkan $\hat{\tau}^*(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{y}) - t$ dan $\mathbf{d}^T (\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\boldsymbol{\delta}) - \boldsymbol{\alpha})$ tidak berkorelasi....	83
11. Menunjukkan $\hat{\tau}^*(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{y})$ unbiased terhadap t dan $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ unbiased terhadap $\boldsymbol{\alpha}$	86
12. Akan ditunjukkan bentuk $g_1(\boldsymbol{\delta}) = \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{G} - \mathbf{GZ}^T \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{ZG}) \boldsymbol{\lambda}$ dan $g_2(\boldsymbol{\delta}) = \mathbf{d}^T (\mathbf{X}^T \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{d}$	87
13. Menunjukkan bahwa dengan diberikan $\hat{\boldsymbol{\delta}}$ <i>translation invariant</i> , serta diasumsikan \mathbf{b} dan \mathbf{e} berdistribusi normal $[\hat{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\delta}) - t]$ dan $[\hat{\boldsymbol{\tau}}(\hat{\boldsymbol{\delta}}) - \hat{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\delta})]$ berdistribusi independent	89

14. Menunjukkan bahwa dengan menggunakan Aproksimasi Taylor maka

$$E\left[\hat{\boldsymbol{\tau}}(\hat{\boldsymbol{\delta}}) - \hat{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\delta})\right]^2 \approx \text{tr}\left[\left(\frac{\partial \mathbf{a}^T}{\partial \boldsymbol{\delta}}\right) \boldsymbol{\Omega} \left(\frac{\partial \mathbf{a}^T}{\partial \boldsymbol{\delta}}\right)^T I_{\boldsymbol{\delta}}^{-1}(\boldsymbol{\delta})\right] \dots\dots\dots 98$$

$$=: g_3(\boldsymbol{\delta})$$

15. Menunjukkan $Eg_1(\hat{\boldsymbol{\delta}}) \approx g_1(\boldsymbol{\delta}) + b_{\boldsymbol{\delta}}^T(\boldsymbol{\delta}) \nabla g_1(\boldsymbol{\delta}) - g_3(\boldsymbol{\delta})$,
 $Eg_2(\hat{\boldsymbol{\delta}}) \approx g_2(\boldsymbol{\delta})$, dan $Eg_3(\hat{\boldsymbol{\delta}}) \approx g_3(\boldsymbol{\delta}) \dots\dots\dots 101$
16. Pengujian kenormalan..... 111
17. Penaksiran Parameter pada *General Linear Mixed Model* menggunakan *Software* MATLAB 7.0.1 112
18. Tabel Perbandingan antara y dan \hat{y} 115
19. Tabel *Error*..... 116
20. Penaksiran *Mean Squared Error (MSE) Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP)* pada *General Linear Mixed Model* Menggunakan *Software* MATLAB 7.0.1. 117