

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Dari pembahasan Tugas Akhir ini dapat disimpulkan bahwa *Mean Squared Error Best Linear Unbiased Prediction* (MSE BLUP) serta taksiran *Mean Squared Error Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (MSE EBLUP) dapat digunakan dalam hal mengukur seberapa baik taksiran dari efek *fixed* dan efek *random* pada *General Linear Mixed Model*. Berikut ini merupakan bentuk formula dari MSE BLUP, MSE EBLUP, serta taksiran MSE EBLUP:

1. Bentuk MSE BLUP adalah:

$$\text{MSE}[\hat{\tau}(\boldsymbol{\delta})] = g_1(\boldsymbol{\delta}) + g_2(\boldsymbol{\delta})$$

dimana

$$g_1(\boldsymbol{\delta}) = \boldsymbol{\omega}^T (\mathbf{G} - \mathbf{GZ}^T \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{ZG}) \boldsymbol{\omega}$$

dan

$$g_2(\boldsymbol{\delta}) = \mathbf{d}^T (\mathbf{X}^T \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{d},$$

dengan

$$\mathbf{d}^T = \boldsymbol{\lambda}^T - \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{GZ}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X}$$

2. Bentuk MSE EBLUP adalah:

$$\mathbf{MSE}[\hat{\boldsymbol{\tau}}(\hat{\boldsymbol{\delta}})] \approx g_1(\boldsymbol{\delta}) + g_2(\boldsymbol{\delta}) + g_3(\boldsymbol{\delta})$$

di mana

$$g_1(\boldsymbol{\delta}) = \boldsymbol{\omega}^T (\mathbf{G} - \mathbf{GZ}^T \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{ZG}) \boldsymbol{\omega};$$

$$g_2(\boldsymbol{\delta}) = \mathbf{d}^T (\mathbf{X}^T \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{d}; \text{ di mana } \mathbf{d}^T = \boldsymbol{\lambda}^T - \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{GZ}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X};$$

$$g_3(\boldsymbol{\delta}) \approx \text{tr} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{a}^T}{\partial \boldsymbol{\delta}} \right) \boldsymbol{\Omega} \left(\frac{\partial \mathbf{a}^T}{\partial \boldsymbol{\delta}} \right)^T I_{\hat{\boldsymbol{\delta}}}^{-1}(\boldsymbol{\delta}) \right]$$

dengan

$$I_{\hat{\boldsymbol{\delta}}}^{-1}(\boldsymbol{\delta}) = \text{var}(\hat{\boldsymbol{\delta}}) = \frac{1}{2} \text{tr} \left(\boldsymbol{\Omega}^{-1} \boldsymbol{\Omega}_{(j)} \boldsymbol{\Omega}^{-1} \boldsymbol{\Omega}_{(k)} \right);$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{(j)} = \frac{\partial \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\delta})}{\partial \delta_j}; \text{ dan}$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{(k)} = \frac{\partial \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\delta})}{\partial \delta_k}.$$

3. Bentuk penaksiran MSE EBLUP adalah:

$$\text{mse}[\hat{\boldsymbol{\tau}}(\hat{\boldsymbol{\delta}})] = g_1(\hat{\boldsymbol{\delta}}) + g_2(\hat{\boldsymbol{\delta}}) + 2g_3(\hat{\boldsymbol{\delta}}) - b_{\hat{\boldsymbol{\delta}}}^T(\boldsymbol{\delta}) \nabla_{g_1}(\hat{\boldsymbol{\delta}})$$

di mana

$$b_{\hat{\boldsymbol{\delta}}}^T(\boldsymbol{\delta}) \approx \frac{1}{2} I_{\hat{\boldsymbol{\delta}}}^{-1}(\boldsymbol{\delta}) \text{col}_{1 \leq d \leq q} \text{tr} \left[I_{\beta}^{-1}(\boldsymbol{\delta}) \frac{\partial}{\partial \delta_d} I_{\beta}(\boldsymbol{\delta}) \right],$$

$\nabla_{g_1}(\boldsymbol{\delta})$ adalah vektor dari turunan pertama $g_1(\boldsymbol{\delta})$ terhadap $\boldsymbol{\delta}$

dengan

$$I_{\delta}^{-1}(\delta) = \text{var}(\hat{\delta}) = \frac{1}{2} \text{tr}(\Omega^{-1} \Omega_{(j)} \Omega^{-1} \Omega_{(k)});$$

$$\Omega_{(j)} = \frac{\partial \Omega(\delta)}{\partial \delta_j};$$

$$\Omega_{(k)} = \frac{\partial \Omega(\delta)}{\partial \delta_k}; \text{ dan}$$

$$I_{\beta}^{-1}(\delta) = \text{var}(\hat{\beta}) = (\mathbf{X}^T \Omega^{-1} \mathbf{X})^{-1}.$$

B. Saran

Saran untuk pengembangan Tugas Akhir ini adalah:

- ❖ Oleh karena parameter dari variansi efek random (δ) pada *General Linear Mixed Model* dapat ditaksir dengan metode EBLUP melalui beberapa cara, diantaranya *Maximum Likelihood (ML)*, *Restricted Maximum Likelihood (ReML)*, dan sebagainya, maka MSE EBLUP yang diperoleh pun berbeda-beda. Dengan demikian, untuk penulisan selanjutnya dapat dicari MSE EBLUP dari metode penaksiran δ yang lain.