

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

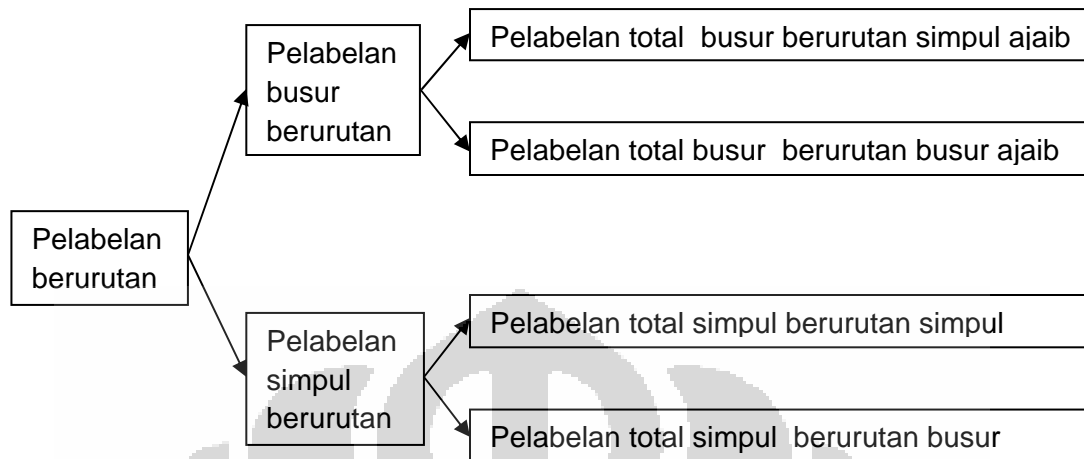
Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh seorang matematikawan Swiss, Leonhard Euler (1707-1783). Saat itu graf digunakan untuk menyelesaikan masalah jembatan Königsberg. Di kota tersebut terdapat sungai yang membelah kota sehingga menjadi empat daratan terpisah. Keempat daratan tersebut dihubungkan oleh tujuh jembatan. Permasalahan yang muncul saat itu adalah apakah seseorang dari salah satu daratan dapat melalui setiap jembatan tepat satu kali untuk kembali ke daratan asalnya lagi? Jawaban yang dibuktikan oleh Euler dari masalah tersebut adalah tidak mungkin.

Suatu graf terdiri dari gabungan himpunan tak kosong simpul dan himpunan busur yang menghubungkan simpul-simpul tersebut. Graf dinotasikan sebagai $G=(V,E)$, dengan V menyatakan himpunan simpul dan E merupakan himpunan busurnya. Banyaknya simpul dan busur pada graf G masing-masing dinyatakan sebagai $n=|V|$, $n > 0$ dan $e=|E|$. Pada masalah

jembatan Königsberg, simpul menyatakan daratan dan busur menyatakan jembatan dengan banyak $n=|V|=4$ dan $e=|E|=7$.

Pelabelan graf merupakan salah satu cabang dari teori graf.

Pelabelan pada graf G merupakan pemetaan setiap elemen dari graf ke suatu bilangan bulat positif. Jika hanya himpunan simpul yang diberi label maka pelabelannya disebut pelabelan simpul dan jika hanya himpunan busur yang diberi label maka pelabelannya disebut pelabelan busur. Jika keduanya diberi label maka pelabelannya disebut pelabelan total. Dalam skripsi ini yang akan dibahas selanjutnya adalah pelabelan total. Jumlah dari semua label yang terkait dengan elemen graf disebut bobot. Graf G dikatakan memiliki pelabelan ajaib jika bobot untuk setiap simpul dan/atau busur bernilai sama dengan k . Pelabelan total busur ajaib adalah pelabelan pada graf sedemikian sehingga bobot untuk setiap busurnya adalah k . Bilangan k ini disebut sebagai bilangan ajaib. Suatu pelabelan total busur ajaib dikatakan sebagai pelabelan total busur super ajaib jika label untuk simpulnya adalah $1, 2, \dots, n$. Pelabelan berurutan merupakan pengembangan dari pelabelan super ajaib, hanya saja label yang berurutan tidak harus dimulai dari 1. Jika label simpul yang berurutan maka pelabelannya disebut pelabelan simpul berurutan sedangkan jika label busur yang berurutan, pelabelannya disebut sebagai pelabelan busur berurutan. Pada Gambar 1.1 diberikan diagram jenis-jenis pelabelan berurutan.



Gambar 1.1 Jenis-jenis pelabelan berurutan

Dalam skripsi ini hanya akan dibahas pelabelan total a -simpul berurutan busur ajaib. Pada pelabelan total a -simpul berurutan busur ajaib (a -SBBA), label untuk simpulnya $a+1, a+2, \dots, a+n$, dengan $0 \leq a \leq e$. Pelabelan total a -simpul berurutan busur ajaib adalah pelabelan pada graf yang memberi label pada himpunan simpul dan busur dengan label simpul berurutan $a+1, a+2, \dots, a+n$, dengan $0 \leq a \leq e$ dan memiliki bobot busur yang konstan. Pada [4], telah dibuktikan bahwa graf dengan pelabelan a -SBBA merupakan graf yang tidak terhubung, untuk $a \neq 0$ dan $a \neq e$. Gabungan tak terhubung dari dua graf terhubung dapat memiliki pelabelan total a -SBBA dengan menambahkan simpul terisolasi. Dengan demikian, pada pelabelan total a -SBBA yang menjadi perhatian tidak hanya konstruksi pelabelan saja tetapi juga banyak simpul terisolasi yang harus ditambahkan agar suatu graf memiliki pelabelan a -SBBA.

1.2 Permasalahan

Bagaimanakan konstruksi pelabelan dan berapa banyakkah simpul yang harus ditambahkan agar gabungan dari dua graf mempunyai pelabelan a -SBBA serta bagaimana rumus umum dari banyaknya simpul yang harus ditambahkan tersebut?

1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah mengkonstruksi pelabelan dan mencari rumus umum banyaknya simpul terisolasi yang dibutuhkan pada gabungan dua graf agar memiliki pelabelan a -SBBA.

1.4 Pembatasan Masalah

Pada skripsi ini, observasi akan dilakukan pada graf bintang, graf lingkaran, graf matahari dan graf korona.

1.5 Sistematika Penulisan

Skripsi ini terbagi dalam lima bab. Pada bab II, diberikan definisi-definisi dan konsep dasar dalam teori graf dan pelabelan graf. Bab III dan bab IV memberikan hasil yang diperoleh berupa pelabelan a -SBBA pada gabungan dua graf. Pada bab III diberikan pelabelan a -SBBA untuk gabungan dua graf yang berasal dari kelas yang sama, sedangkan bab IV berisi pelabelan a -SBBA pada gabungan dua graf yang berasal dari kelas yang berbeda. Terakhir, pada bab V akan diberikan kesimpulan.