

## **BAB II**

### **DASAR TEORI**

#### **2.1 KLASIFIKASI ALIRAN FLUIDA**

Secara umum fluida dikenal memiliki kecenderungan untuk bergerak atau mengalir. Sangat sulit untuk mengekang fluida agar tidak bergerak, tegangan geser yang kecil saja sudah menyebabkan fluida bergerak. Dari pergerakan fluida tersebut dapat diklasifikasikan ke dalam beberapa jenis aliran yang umum ditemukan. Berdasarkan gerakan partikelnya maka aliran dapat dibedakan menjadi aliran laminar dan aliran turbulen. Aliran laminar terjadi bila partikel-partikel bergerak sepanjang lintasan-lintasan yang halus dalam lamina-lamina atau lapisan-lapisan, dengan satu lapisan meluncur dengan mulus pada lapisan yang bersebelahan. Sedangkan aliran turbulen adalah pergerakan dari partikel-partikel fluida dalam lapisan-lapisan yang sangat tidak teratur, sehingga mengakibatkan pertukaran momentum dari salah satu bagian fluida ke bagian lainnya dengan cara agak menyerupai perpindahan momentum molekuler. Aliran laminar dan aliran turbulen dapat juga dibedakan dari nilai bilangan Reynolds nya, dimana untuk aliran laminar nilainya kurang dari 2100 dan aliran turbulen nilainya lebih dari 4000, diantara nilai itu disebut aliran transisi.

Selanjutnya aliran diklasifikasikan berdasarkan perubahannya terhadap waktu yaitu aliran tunak (*steady flow*) dan tak tunak (*unsteady flow*). Aliran tunak terjadi bila kondisi di titik manapun tidak berubah terhadap waktu,  $\partial v/\partial t = 0$ , dalam jangka waktu yang tidak terbatas. Apabila pada kondisi titik tertentu aliran berubah terhadap waktu,  $\partial v/\partial t \neq 0$ , maka aliran tersebut digolongkan menjadi aliran tak tunak. Berdasarkan terjadinya perpindahan panas, maka aliran diklasifikasikan menjadi aliran adiabatik dan aliran isentropik. Aliran adiabatik terjadi apabila tidak ada perpindahan panas ke atau dari fluida, sedangkan bila

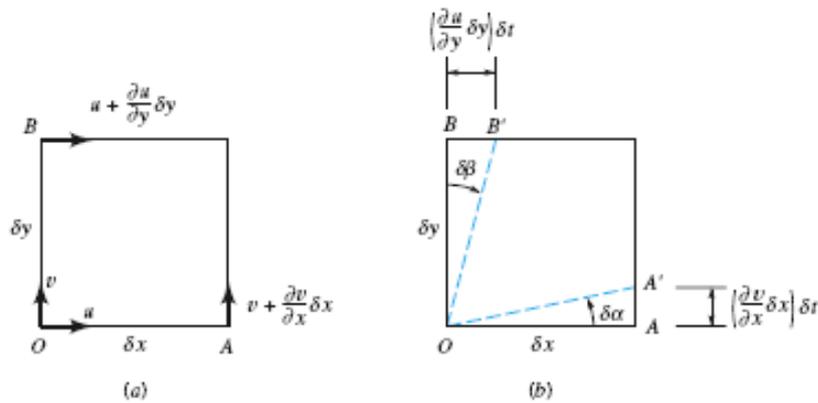
terjadi perpindahan panas maka termasuk aliran isentropis. Aliran juga diklasifikasikan menjadi aliran satu dimensi, aliran dua dimensi dan aliran tiga dimensi. Kebanyakan aliran sesungguhnya merupakan aliran tiga dimensi dimana komponen-komponen kecepataannya,  $u$ ,  $v$  dan  $w$ , dalam arah yang saling tegak lurus merupakan fungsi koordinat-koordinat ruang serta waktu  $x$ ,  $y$ ,  $z$  dan  $t$ . Namun dalam banyak situasi dibutuhkan asumsi penyederhanaan yang memungkinkan pemahaman yang jauh lebih mudah, yaitu dengan pendekatan aliran satu dimensi. Aliran ini mengabaikan adanya variasi kecepatan, tekanan dan faktor-faktor lainnya dengan menyatakan nilai tersebut sebagai rata-rata dari faktor-faktor tersebut, salah satu contohnya adalah aliran dalam pipa. Untuk aliran dua dimensi semua partikel diasumsikan mengalir dalam bidang-bidang datar yang sejajar sehingga tidak terdapat perubahan aliran dalam arah tegak lurus terhadap bidang ini.

Selain klasifikasi aliran yang telah disebutkan di atas masih ada aliran-aliran lain yang belum disebutkan seperti halnya aliran berotasi dan tak berotasi yang akan dibahas pada subbab selanjutnya, aliran seragam dan tak seragam serta gabungan atau kombinasi dari aliran seragam dan tak seragam dengan aliran tunak atau aliran tidak tunak.

## 2.2 ALIRAN BEROTASI DAN TAK BEROTASI

Aliran berotasi (*rotational flow*) adalah aliran dimana partikel-partikelnya mempunyai rotasi atau kecepatan sudut terhadap suatu sumbu, biasanya juga disebut aliran vorteks. Tetapi bila yang terjadi sebaliknya yaitu partikel-partikel fluida tidak mempunyai rotasi atau kecepatan sudut terhadap suatu sumbu maka disebut aliran tak berotasi (*irrotational flow*). Selanjutnya dapat dilihat pada gambar 2.1 berikut ini. Dari gambar tersebut terlihat bahwa garis OA dan OB akan berotasi sejauh sudut  $\delta\alpha$  dan  $\delta\beta$  menjadi OA' dan OB'. Kecepatan angular garis OA adalah  $\omega_{OA}$  yaitu [1],

$$\omega_{OA} = \lim_{\delta\alpha \rightarrow 0} \frac{\delta\alpha}{\delta t} \quad (2.1)$$



**Gambar 2.1** Gerakan dan deformasi angular dari suatu elemen fluida [1].

Untuk sudut-sudut kecil maka,

$$\tan \delta\alpha \approx \delta\alpha = \frac{(\partial v / \partial x) \delta x \delta t}{\delta x} = \frac{\partial v}{\partial x} \delta t \quad (2.2)$$

Sehingga, 
$$\omega_{OA} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{(\partial v / \partial x) \delta t}{\delta t} \right] = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.3)$$

Perhatikan bahwa jika  $\partial v / \partial x$  adalah positif, maka  $\omega_{OA}$  berlawanan dengan arah perputaran jarum jam. Demikian pula halnya kecepatan angular garis OB adalah,

$$\omega_{OB} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta\beta}{\delta t} \quad (2.4)$$

Sehingga, 
$$\tan \delta\beta \approx \delta\beta = \frac{(\partial u / \partial y) \delta y \delta t}{\delta y} = \frac{\partial u}{\partial y} \delta t \quad (2.5)$$

Maka, 
$$\omega_{OB} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{(\partial u / \partial y) \delta t}{\delta t} \right] = \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.6)$$

Dalam hal ini jika  $\partial u / \partial y$  adalah positif, maka  $\omega_{OB}$ , searah perputaran jarum jam. Rotasi  $\omega_z$ , dari elemen terhadap sumbu z didefinisikan sebagai kecepatan angular rata-rata  $\omega_{OA}$  dan  $\omega_{OB}$  dari kedua garis OA dan OB yang saling tegak lurus. Dengan definisi ini,  $\omega_z$  dapat juga ditafsirkan sebagai kecepatan angular dari bisector dari sudut antara OA dan OB. Jadi jika rotasi yang berlawanan arah dengan perputaran jarum jam dianggap positif maka,

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.7)$$

Rotasi elemen fluida terhadap dua sumbu lainnya dapat dilakukan dengan cara yang sama. Maka rotasi pada sumbu x adalah,

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2.8)$$

Dan untuk rotasi terhadap sumbu y adalah,

$$\omega_y = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (2.9)$$

Ketiga vektor  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$ , dapat digabungkan menjadi suatu vektor rotasi,  $\omega$  dalam bentuk berikut ini,

$$\omega = \omega_x \hat{i} + \omega_y \hat{j} + \omega_z \hat{k} \quad (2.10)$$

Pemeriksaan terhadap hasil ini menunjukkan bahwa  $\omega$  sama dengan setengah dari curl vektor kecepatan. Artinya,

$$\omega = \frac{1}{2} \text{curl } V = \frac{1}{2} \nabla \times V \quad (2.11)$$

Vortisitas adalah suatu vektor yang besarnya dua kali vektor rotasi, dilambangkan dengan  $\zeta$ , artinya

$$\zeta = 2\omega = \nabla \times V \quad (2.12)$$

Penggunaan vortisitas untuk menggambarkan karakteristik perputaran sebuah fluida akan menghilangkan faktor  $\left(\frac{1}{2}\right)$  yang berkaitan dengan vektor rotasi.

Dengan asumsi bahwa aliran tak berotasi maka  $\text{curl } V$  sama dengan nol ( $\nabla \times V = 0$ ) sehingga vortisitas aliran adalah juga sama dengan nol. Maka persamaan 2.7, 2.8, dan 2.9 menjadi

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.13)$$

Pembatasan terhadap kecepatan ini harus berlaku di setiap titik. Untuk sebuah aliran tak berotasi, gradien-gradien kecepatan dihubungkan dengan persamaan-persamaan 2.13. Sehingga komponen-komponen kecepataannya dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi skalar  $\phi(x, y, z, t)$  sebagai

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2.14)$$

Dimana  $\phi$  adalah potensial kecepatan. Substitusi langsung persamaan 2.14 ke dalam persamaan 2.13 akan membuktikan bahwa sebuah medan kecepatan yang didefinisikan oleh persamaan 2.14 adalah tak berotasi. Dalam bentuk vektor persamaan 2.14 dapat ditulis sebagai

$$V = \nabla \phi \quad (2.15)$$

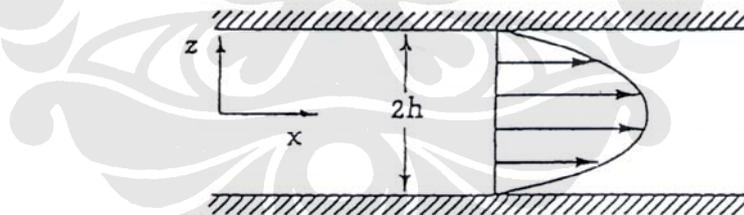
Sehingga untuk sebuah aliran tak berotasi, kecepatan dapat dinyatakan sebagai gradien sebuah fungsi scalar.

### 1.3 KARAKTERISTIK ALIRAN 2 DIMENSI TAK BEROTASI PADA HELE SHAW

Pada Hele-Shaw diasumsikan bahwa gradien tekanan lokal pada setiap arah, misalkan arah  $x$ , dapat dihubungkan langsung dengan tegangan viskositas tanpa menimbulkan dampak-dampak kelembaman cairan [2], dengan cara:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2.16)$$

Dengan asumsi bahwa gradient tekanan  $\frac{\partial p}{\partial x}$  akan meningkatkan aliran poiseuille setempat [2], seperti terlihat pada gambar 2.2.



**Gambar 2. 2** Aliran fluida pada dua plat sejajar [3].

$$u = -\frac{1}{2\mu} z(h-z) \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.17)$$

dimana  $u$  adalah kecepatan lokal,  $\mu$  viskositas cairan,  $h$  jarak celah, dan  $z$  koordinat normal pada plat. Jika  $\bar{u}$  adalah rata-rata kecepatan yang melintasi celah, maka:

$$u = 6z \frac{(h-z)\bar{u}}{h^2} \quad (2.18)$$

Jika disubstitusikan ke persamaan (2.10) menghasilkan

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{12\mu\bar{u}}{h^2} \quad [\text{dalam arah x}] \quad (2.19)$$

dan

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{12\mu\bar{V}}{h^2} \quad [\text{dalam arah y}] \quad (2.20)$$

Sehingga  $\bar{u}$  dan  $\bar{V}$  dapat dipandang sebagai komponen-komponen dari sebuah gerakan takberotasi dengan potensial kecepatannya sebesar:

$$\phi = ph^2 / 12\mu \quad (2.21)$$

Dalam teori ketidakstabilan gaya tarik permukaan antara minyak dan udara menunjukkan bahwa panjang dan skala waktu dapat diturunkan rumus sebagai berikut [2]:

$$\ell^* = 2\pi\sqrt{3} \left[ \frac{T}{g \sin \alpha \Delta\rho} \right]^{1/2} \quad (2.22)$$

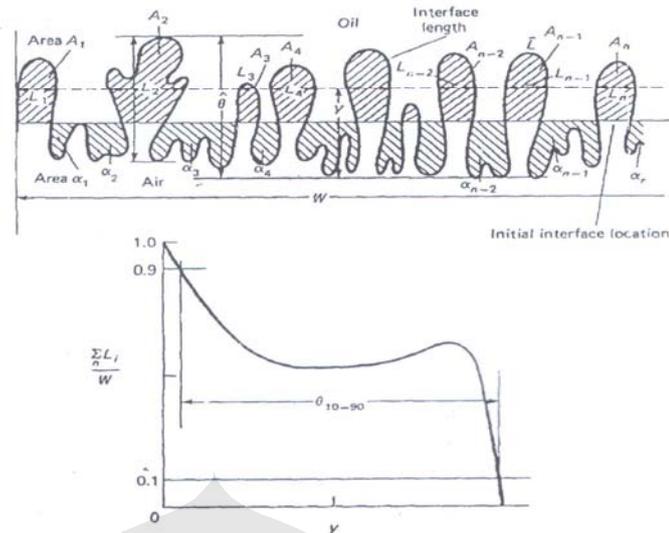
dan

$$t^* = 2\pi\sqrt{3} \frac{12(\mu_1 + \mu_2)T^{1/2}}{(g \sin \alpha \Delta\rho)^{3/2} b^2} \quad (2.23)$$

Dimana  $\ell^*$  adalah panjang rata-rata gelombang yang sesuai pada fluida akibat dari kemampuan tegangan permukaan fluida (*surface tension*) menahan gangguan terhadap gaya gravitasi dan kemiringan sudut alir. Sedangkan  $t^*$  adalah waktu rata-rata yang sesuai dari fluida untuk berkembang menghasilkan panjang rata-rata gelombang akibat gangguan kecil karena gaya gravitasi dan kemiringan sudut alir. Sehingga antara  $\ell^*$  dan  $t^*$  dapat dibuat hubungan yang menggambarkan skala kecepatan aliran sebagai berikut,

$$t^* = \ell^* / U^* \quad (2.24)$$

$U^*$  adalah kecepatan rata-rata yang dimiliki fluida untuk mendapatkan panjang rata-rata yang sesuai terhadap gangguan kecil pada aliran.



**Gambar 2.3** Definisi-definisi dari gelombang [2].

Untuk mengatur kemunculan sebuah gelombang dapat dihitung dengan merencanakan perkembangan gelombang individu masing-masing,  $\theta$  [seperti yang didefinisikan pada Gambar 2.3] sebagai pemungisian waktu. Selanjutnya dapat ditentukan berapa jam  $[t_1]$  masing-masing gelombang berhenti yang pada awalnya semua gelombang  $[N]$  tumbuh, setelah waktu  $[t_1]_1$ , satu gelombang berhenti berkembang dan hanya  $N - 1$  gelombang-gelombang sedang tumbuh. Proses ini berulang-ulang untuk akhirnya gelombang akan tertekan, sehingga  $[N-n]$  gelombang berhenti tumbuh pada  $t_n$ . Dari gambar 2.3 dapat dibuat grafik  $\hat{\theta}/\ell^*$  versus  $t/t^*$  yang menunjukkan hubungan perubahan bentuk dengan waktu.

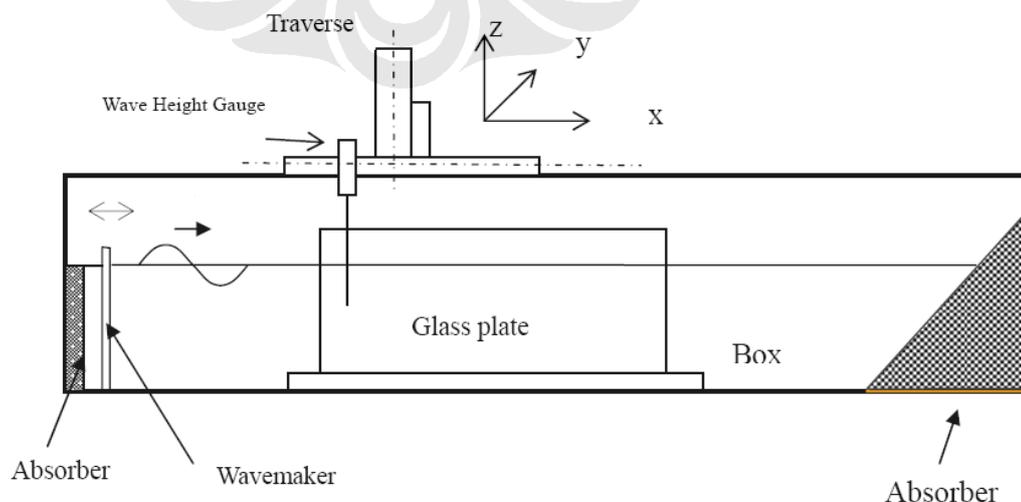
Ukuran lebar yang terakhir,  $\theta_{10-90}$  pada prinsipnya identik dengan  $\hat{\theta}$  dan skala-skala dalam cara yang sama, namun teknik yang digunakan untuk mendapatkannya memberikan informasi yang berguna tentang penyebaran minyak dan udara yang relatif di dalam permukaan. Sebuah hasil serupa didapatkan dengan menggambar garis-garis lurus pada berbagai tempat  $y$  serta menghitung panjang-panjangnya ( $\sum \ell_i$ , Gambar 2.3) areal yang dipenuhi udara ini kemudian dinormalisasikan oleh  $W$  dan digambarkan grafik sebuah fungsi  $y/\theta_{10-90}$  atau  $y/\theta$ .

## 2.4 CONTOH LAIN PENELITIAN LAIN DARI ALIRAN HELE SHAW

Penelitian mengenai aliran Hele Shaw telah banyak dilakukan oleh para akademisi di berbagai kampus dan telah banyak diseminarkan pada forum-forum resmi. Penulis mencoba mengambil satu contoh penelitian yang pernah dilakukan sebagai perbandingan terhadap penelitian yang dilakukan. Penelitian tersebut berjudul *Eksperimen pada gelombang permukaan air dalam sebuah Hele-Shaw cell* [4].

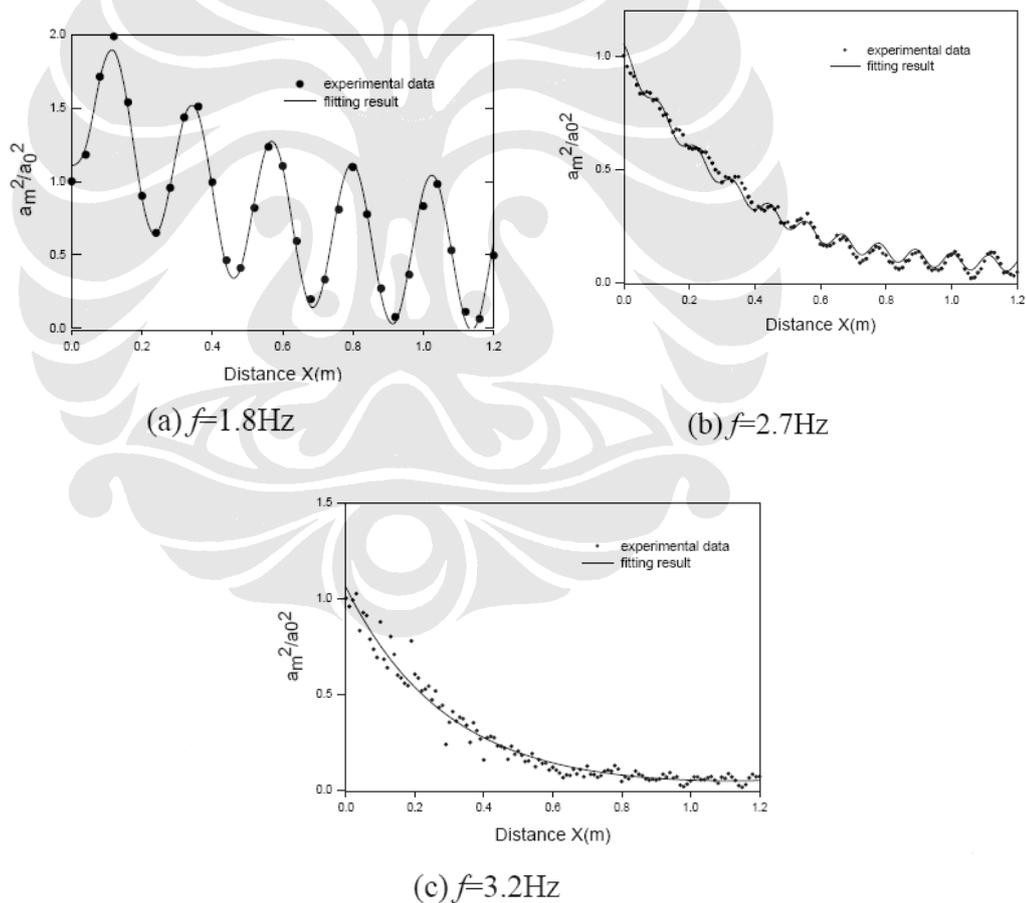
Perambatan suatu gelombang permukaan air pada hele shaw cell diteliti secara teori dan eksperimen pada pembahasan ini. Teori nya berdasarkan pada sebuah asumsi aliran *quasi-steady* dengan angka *Reynolds* rendah. Jumlah gelombang dan laju dari kerusakan gelombang selama jarak perambatan dari gelombang-gelombang tersebut diukur secara eksperimen. Hasil dari eksperimen dari jumlah gelombang sejalan dengan perhitungan dari hubungan penyebaran secara teori, ketika laju kerusakan pengukuran secara signifikan bertambah tinggi. Nampaknya bahwa pengembangan teori tersebut dengan menurunkan asumsi *quasi-steady* dan angka *Reynolds* rendah mungkin dibutuhkan.

Penelitian ini dilakukan di saluran gelombang angin pada lingkungan Laboratorium Mekanika Fluida, Departemen Teknik Mesin, Science dan Teknologi Universitas Hongkong. Saluran memiliki panjang 13 m, lebar 0,4 m dan tinggi 0,7 m. kedalaman air 250 mm, seperti dapat dilihat pada gambar di bawah ini.

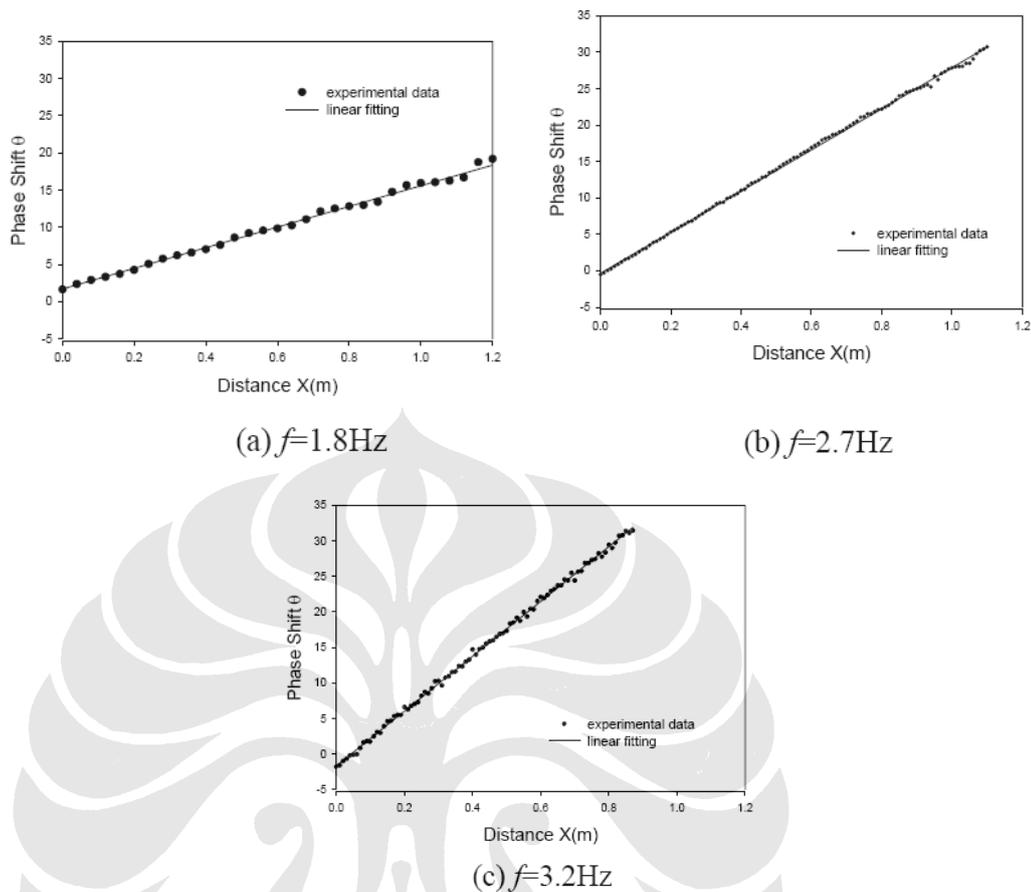


**Gambar 2.4** Diagram skematik dari tangki air [4].

Perambatan gelombang-gelombang permukaan air pada arah x dihasilkan dengan sebuah pedal tipe pembuat gelombang yang dipasang pada salah satu akhir saluran. Dua *absorber* gelombang dipasang pada akhir dari tangki air. Sebuah *Hele Shaw Cell* dipasang di tengah-tengah dari saluran. Cell terbuat dari 2 plat kaca dengan panjang 1800 mm, lebar 320 mm dan tebal 5 mm, yang dipisah dengan ruang sebesar 6 – 10 mm. Menggunakan pengukur ketinggian gelombang, perubahan permukaan berkaitan dengan gelombang-gelombang diukur sepanjang cell. Eksperimen dilakukan dengan terdiri dari frekuensi yang berbeda (from  $f = 0.8 \text{ Hz} - 3.5 \text{ Hz}$ ) dan perbedaan celah ( $b = 6 \text{ mm}$  dan  $10 \text{ mm}$ ). Adapun hasil eksperimen tersebut dapat dilihat sebagai berikut,



**Gambar 2.5** Kerusakan amplitudo sebagai pertambahan x dalam frekuensi yang berbeda.



**Gambar 2.6** Pergeseran fasa sebagai perubahan posisi dalam frekuensi yang berbeda.

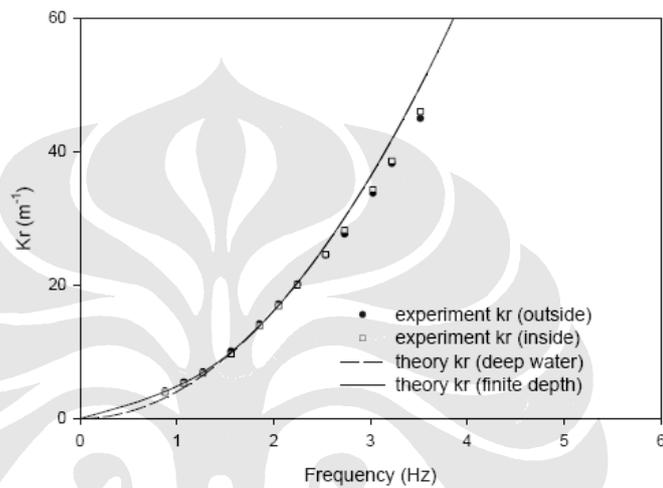
Gambar 2.5 menunjukkan kerusakan amplitudo dengan bertambahnya  $x$  untuk gelombang pada perbedaan frekuensi. Pada frekuensi rendah seperti ditunjukkan pada gambar 2.5(a),  $k_i$  kecil, sehingga laju kerusakan rendah, dan efek dari refleksi dan difraksi atau pemecahan tidak dapat diabaikan seperti diindikasikan dengan variasi sinusoidal yang dicoba lebih baik dengan persamaan berikut ini.

$$a_m^2 = \overline{\eta_m^2} = a_i^2 e^{-2k_i x} + a_{rd}^2 e^{2k_i(x-x_0)} + 2a_i a_{rd} e^{-k_i x_0} \cos(2k_r x - \theta_{rd})$$

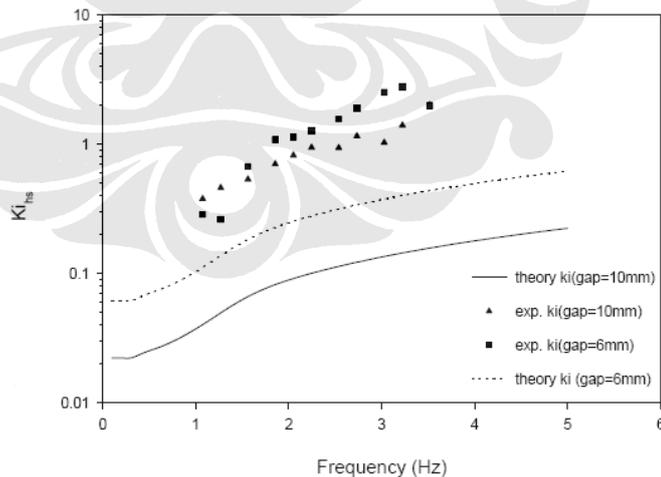
Pada arah yang berlawanan,  $k_i$  menjadi lebih besar pada frekuensi yang lebih besar dan efek dari refleksi dan difraksi menjadi diabaikan. Kurva kerusakan amplitudo adalah eksponensial seperti diprediksikan dengan di bawah ini.

$$a_m = a_i e^{-k_i x}$$

Sementara itu, pergeseran fasa terhadap  $x$  ditunjukkan gambar 2.6 yang mengindikasikan bahwa kelinieran dengan jarak secara umum sangat bagus. Kemiringan dari perubahan fasa pada gambar 2.6 dan laju kerusakan amplitudo eksponensial pada gambar 2.5 memberikan harga dari  $k_r$  dan  $k_i$ . Dimana  $k_r$  merupakan angka gelombang yang sesungguhnya, sedangkan  $k_i$  menunjukkan laju kerusakan selama arah perambatan gelombang.



**Gambar 2.7** Angka gelombang diukur di dalam Hele Shaw Cell dan perbandingannya dengan teori dan pengukuran di luar Cell.



**Gambar 2.8** Pengukuran laju kerusakan dari gelombang di dalam Hele Shaw Cell dan perbandingannya dengan prediksi dengan hasil yang diprediksikan dari suatu model *quasi-steady*.

Harga dari  $k_r$  dan  $k_i$  seperti yang ditentukan dari eksperimen ditampilkan pada gambar 2.7 dan 2.8 berturut-turut sebagai sebuah fungsi dari frekuensi.

Nampaknya bahwa frekuensi lebih tinggi mempunyai  $k_r$  lebih tinggi (panjang gelombang lebih rendah) dan  $k_i$  (jarak penetrasi lebih rendah). Kerusakan dari gravitasi permukaan gelombang air pada Hele Shaw Cell adalah signifikan. Perbandingan antara  $k_r$  di dalam dan di luar cell menunjukkan kesesuaian yang bagus dengan prediksi teoritis. Pada sisi lain, hasil eksperimen dari  $k_i$  ditunjukkan pada gambar 2.8 lebih tinggi dari pada prediksi teori pada semua frekuensi. Alasan untuk ketidakkonsistenan ini menyisakan untuk diteliti kembali.

Hasil penelitian ini mengesankan bahwa teori yang didasarkan asumsi *quasi-steady* dengan angka Reynolds yang rendah tidak mampu menginterpretasikan pengukuran laju kerusakan yang lebih besar. Oleh karena itu pengembangan dari teori adalah diperlukan.

