

BAB IV

UJI NUMERIK

4.1 Umum

Bab ini akan menampilkan beberapa hasil dari uji numerik dari berbagai kasus pelat. Yang akan dilakukan adalah pengujian terhadap implementasi teknik pemulihan gaya dalam dan pengujian terhadap error estimator Z^2 . Tujuan dilakukan uji numerik ini adalah untuk mengetahui sifat dan perilaku error estimator Z^2 dan teknik pemulihan gaya dalam REP pada elemen DKMQ[K2] seperti tingkat akurasi dan kecepatan konvergensi error.

Uji numerik yang dilakukan terbagi menjadi dua bagian utama. Bagian pertama akan membahas implementasi teknik pemulihan gaya dalam menggunakan metode *REP-Interface Based Patch* dan dibandingkan dengan metode *SPR-Element Based Patch*, metode *SPR-Nodal Based Patch*, *Element Based Patch*, metode rata-rata dan metode proyeksi.

Pada bagian kedua kita akan meninjau pengujian terhadap estimasi error menggunakan error estimator Z^2 . Pada bagian ini kita akan terfokus pada beberapa parameter utama estimasi error berdasarkan berbagai macam variasi bentuk geometri, pembebanan, dan kondisi batas dari problem struktur yang ditinjau. Kemudian dilakukan perbandingan antara metode *REP-Element Based Patch* dengan metode *SPR-Element Based Patch*, metode *SPR-Nodal Based Patch*, Metode *SPR-Interface Based Patch* metode rata-rata dan metode proyeksi. Parameter-parameter utama estimasi error tersebut antara lain :

1. Estimasi error dalam bentuk norma energi secara global (*predicted global energy norm error*) yaitu $\|e^*\|$

2. Indikator error relatif struktur dalam norma energi (*predicted relative global energy norm error*) yaitu ϕ^* (%)
3. Indikator penghalusan lokal dalam norma energi (*mesh refinement indicator*) yaitu ζ

Beberapa kasus yang disajikan di sini ada solusi eksaknya sehingga kita dapat mengetahui kualitas dari estimator error. Dengan kata lain kita dapat mengukur indikator efektivitasnya (Θ) untuk memberikan gambaran umum perilaku error estimator dalam mendekati error eksak.

Pembahasan estimasi error ini selanjutnya akan dibagi menjadi dua bagian. Bagian pertama merupakan uji numerik terhadap contoh-contoh kasus struktur pelat di mana solusi eksak sudah tersedia sehingga dapat diukur kualitas error estimator yang digunakan.

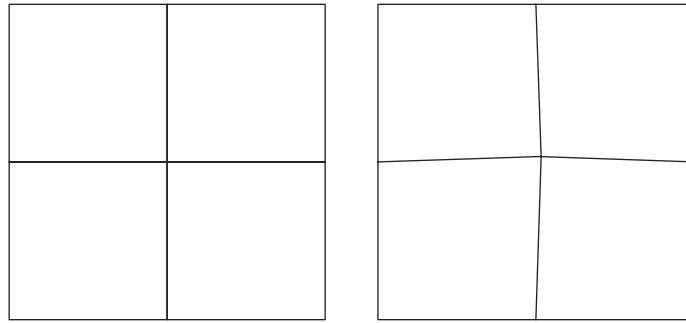
Pada bagian kedua, error estimator Z^2 diaplikasikan pada kasus-kasus pelat secara umum di mana solusi eksak tidak tersedia atau sulit untuk didapatkan. Problem yang dibahas merupakan kombinasi dari masalah beban terpusat dan terbagi rata, perletakan jepit dan sendi, singularitas sudut dalam, bentuk geometri seperti pelat busur berlubang 180° , serta diskontinuitas geometri seperti perubahan ketebalan antar tiap segmen struktur. Pada bagian ini tidak hanya akan dilihat kualitas error estimator, tetapi juga peran dari parameter-parameter utamanya dalam mengaplikasikan penghalusan jaringan elemen secara adaptif, serta tingkat akurasi dan kecepatan konvergensi dari teknik pemulihan gaya dalam yang digunakan. Berbeda halnya dengan penghalusan seragam di mana parameter indikator penghalusan lokal tidak begitu berperan dalam proses penghalusan tersebut.

Pada setiap kasus struktur yang ditinjau akan ditunjukkan langkah-langkah penghalusan jaringan elemen, sehingga proses penghalusan dapat dikontrol berdasarkan parameter error estimator dan diperoleh jaringan yang optimum yang menghasilkan error terkecil. Proses penghalusan akan

dihentikan ketika nilai indikator error relatif berada di bawah angka tertentu, di mana telah kita sepakati sebelumnya bahwa kita akan menggunakan angka 5% sebagai batas penerimaan karena error yang berada di bawah angka 5% tersebut sudah mencukupi untuk aplikasi rekayasa pada umumnya. Kadang-kadang error di bawah 5% belum tentu menghasilkan indikator penghalusan lokal di bawah angka 1 sehingga diperlukan tahap penghalusan selanjutnya untuk menghasilkan indikator penghalusan tiap elemen berada di bawah angka 1. Sebagai akibatnya kita akan memperoleh jaringan elemen yang cukup banyak sehingga membutuhkan waktu komputasi yang lebih lama dan tentunya akan memakan banyak memori untuk aplikasi pada komputer. Umumnya parameter error global seperti indikator error relatif sudah cukup untuk dijadikan sebagai kriteria penghentian penghalusan jaringan elemen.

4.1.1 Problem Error pada REP

Indikator error relatif pada metode REP untuk pelat lentur DKMQ menunjukkan hasil yang mengejutkan jika tidak dilakukan pembatasan *patch*, di mana *patch* eksternal juga digunakan dalam perhitungan. Meskipun persentase error untuk momen lentur menunjukkan hasil yang lebih baik dibandingkan metode lain, indikator error relatif yang dihasilkan memberikan hasil yang sangat tinggi. Angka indikator error yang relatif yang tinggi tersebut disumbang oleh komponen geser, di mana hasil perhitungannya sangat sensitif terhadap bentuk elemen. Ini bisa dilihat pada subbab Distribusi Gaya Geser dan Momen Lentur dalam bab ini. Hal ini sebenarnya juga sudah diindikasikan dalam penelitian oleh Boroomand [B9], yang dalam uji numerik untuk pelat lentur dengan elemen MITC memang menunjukkan hasil yang kurang bagus untuk komponen geser. Baik MITC maupun DKMQ memang dilatarbelakangi tujuan untuk menyelesaikan persoalan efek *shear locking*, sehingga akurasi tegangan geser tidak dianggap penting.



Gambar 4.1 Elemen Bujursangkar Memberikan Hasil Indikator Error yang Fluktuatif, Sedikit Perubahan Geometri Memberikan Hasil Indikator Error Relatif yang Normal

Dalam kasus DKMQ, faktor bentuk sangat berpengaruh, di mana pada meshing elemen bujursangkar, indikator error relatif besarnya fluktuatif, kadang-kadang hasilnya bisa jauh dari indikator error relatif dengan metode-metode lain. Dalam kasus pelat bujur sangkar, penulis menguji elemen pelat yang sedikit diubah bentuknya. Sebagai contoh adalah seperti pada Gambar 4.3a untuk meshing 2x2. Modifikasi konfigurasi meshing tersebut akan memberi angka yang sangat dekat dengan hasil SPR dan tidak fluktuatif.

Penyebab masalah tersebut adalah ketidaktepatan hasil penyelesaian numerik pada proses invers matriks berkaitan dengan bilangan-bilangan yang sangat kecil dengan tingkat ketelitian melampaui kemampuan komputer.

Telah lebih lanjut menunjukkan bahwa masalah di atas ternyata bisa diatasi dengan membatasi pemakaian patch, di mana hanya *internal patch* saja yang digunakan. Penggunaan *internal patch* dengan jumlah elemen anggota *patch* minimal 5 ternyata bisa memperbaiki error pada komponen geser, meskipun masih menyimpang jika dibandingkan dengan hasil perhitungan dengan metode lain. Barulah setelah pembatasan dilakukan dengan penggunaan *internal patch* dengan jumlah elemen anggota *patch* minimal 7, hasil pemulihan momen, geser dan indikator error relatif sangat dekat dengan hasil metode-metode lain untuk pelat tebal. Perbandingannya bisa dilihat pada subbab Distribusi Gaya Geser dan Momen Lentur untuk Pelat Lingkaran.

4.2 Uji Konvergensi Gaya Dalam Dan Estimasi Error

Pada bagian ini akan dibahas uji konvergensi gaya dalam dan estimasi error menggunakan lima metode pemulihan gaya dalam. Sebelumnya penelitian sudah dilakukan untuk empat metode. Dalam pengujian ini ditambahkan metode REP-*Element Based Patch*.

Keterangan yang diperlukan:

REP nbp = metode REP- *Element Nodal Based Patch*, dengan minimal 3 elemen dalam satu patch

REP ebp = metode REP- *Element Based Patch*, dengan minimal 5 elemen dalam satu patch

REP ibp, REP = metode REP- *Element Interface Based Patch*, dengan minimal 7 elemen dalam satu patch (hanya memakai *internal patch*)

SPR nbp = metode SPR-*Nodal Based Patch*

SPR ebp = metode SPR-*Element Based Patch*

AVR = metode rata-rata langsung

PRJ = metode proyeksi

Persentase error (%)

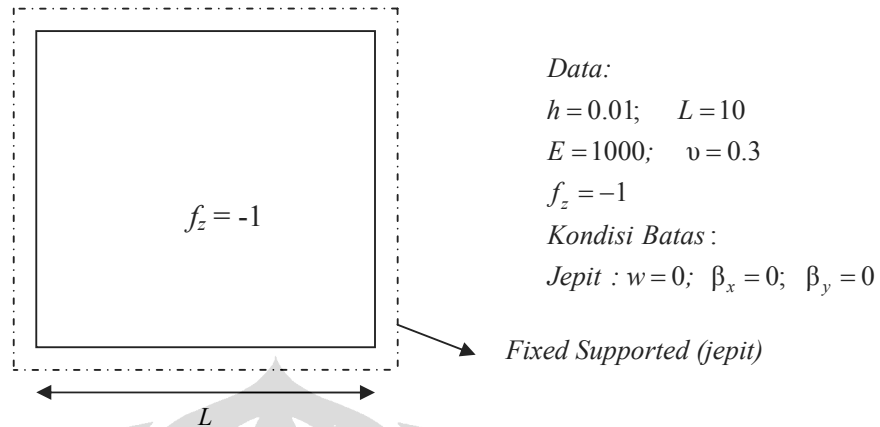
NELT = jumlah elemen

4.2.1 Pelat Khusus

4.2.1.1 Pelat Bujursangkar Perletakan Jepit dengan Beban Merata

Pelat bujur sangkar adalah contoh kasus yang banyak ditemukan dalam aplikasi bidang sipil. Penghalusan dilakukan secara seragam dimulai dari mesh 2×2, 4×4, 8×8, 16×16. Solusi gaya dalam eksak untuk kasus perletakan jepit adalah [A2]:

- Momen di pusat pelat : $M = 0,0231 f_z L^2$
- Momen di tengah tepi pelat : $M = 0,0513 f_z L^2$



Data:

$h = 0.01; \quad L = 10$

$E = 1000; \quad \nu = 0.3$

$f_z = -1$

Kondisi Batas :

Jepit : $w = 0; \beta_x = 0; \beta_y = 0$

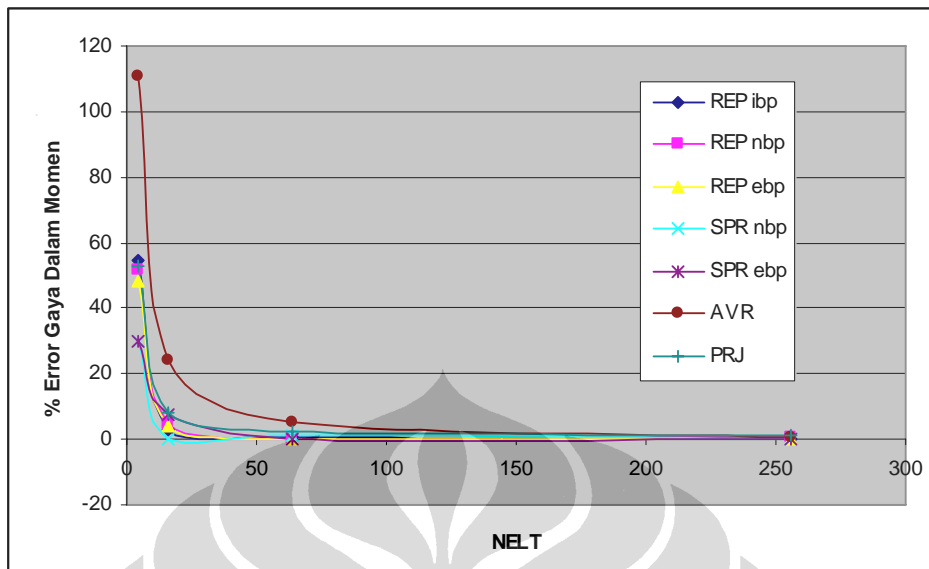
Gambar 4.2 Pelat bujursangkar bertumpuan jepit dengan beban terbagi merata

Konvergensi Gaya Dalam

Tabel 4.1 Momen lentur di pusat pelat bujursangkar perletakan jepit

NELT	Momen Lentur Pusat						
	REP ibp	REP nbp	REP ebp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
4	1.0486	1.1158	1.1931	1.625	1.625	4.875	1.0833
16	2.382	2.4181	2.4023	2.3047	2.4842	2.8735	2.1283
64	2.323	2.31796	2.3114	2.3324	2.3027	2.4331	2.2597
256	2.30532	2.30132	2.3028	2.3038	2.3019	2.326	2.2834
Eksak	2.31						

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)						
	REP ibp	REP nbp	REP ebp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
4	54.606061	51.69697	48.3506	29.6537	29.6537	111.039	53.1026
16	3.1168831	4.6796537	3.9957	0.2294	7.5411	24.3939	7.8658
64	0.5627706	0.3445887	0.0606	0.9697	0.316	5.329	2.1775
256	0.2025974	0.3757576	0.3117	0.2684	0.3506	0.6926	1.1515

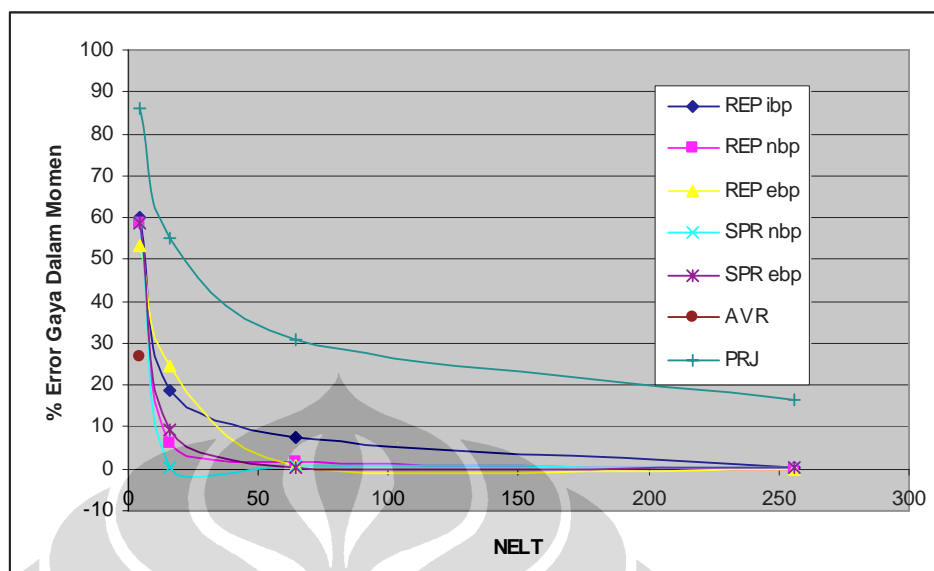


Gambar 4.3 Persentase Error Momen Lentur Di Pusat Pelat Bujursangkar Perletakan Jepit

Tabel 4.2 Momen Lentur Di Tengah Sisi Pelat Bujursangkar Perletakan Jepit

NELT	Momen Lentur Perletakan						
	REP ibp	REP nbp	REP ebp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
4	2.055	2.13	2.4028	2.125	2.125	3.75	0.7083
16	4.1698	4.8149	3.8719	5.1376	4.6635	4.8616	2.2931
64	4.75	5.05	5.0796	5.1673	5.1561	5.0687	3.5444
256	5.145	5.12979	5.1294	5.1501	5.1418	5.1167	4.2829
Eksak	5.13						

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)						
	REP ibp	REP nbp	REP ebp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
4	59.9415	58.4795	53.1618	58.577	58.577	26.9006	86.1924
16	18.7173	6.1423	24.5244	0.1481	9.0936	5.232	55.3002
64	7.4074	1.5595	0.9825	0.7271	0.5088	1.1949	30.9084
256	0.2924	0.0041	0.0117	0.3918	0.23	0.2593	16.5127



Gambar 4.4 Persentase Error Momen Lentur Di Tengah Sisi Atau Perletakan Pelat Bujur Sangkar Perletakan Jepit

Pengujian teknik pemulihan gaya dalam diatas dilakukan pada dua lokasi yang berbeda yaitu di tengah/pusat pelat dan didaerah sisi perletakan bagian tengah.

Berdasarkan hasil pengujian pada Tabel diatas diperoleh hasil :

- Pada pengujian di tengah/pusat pelat, hasil yang diperoleh dari kelima metode dapat diterima di mana error yang terjadi jauh di bawah 5%. Percobaan dilakukan sampai mesh 16×16 dikarenakan pada metode rata2 error yang dihasilkan masih diatas 5%. Untuk empat metode yang lain pengujian cukup sampai mesh 8x8. Pada Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa metode SPR 1 yang memiliki konvergensi yang tinggi tetapi error yang terjadi cenderung berfluktuasi walaupun sudah masuk syarat 5%, sedangkan metode proyeksi menghasilkan laju konvergensi paling lambat di antara semua metode yang dipakai. Metode SPR ebp memberikan hasil yang cukup baik. Metode REP ibp memberikan hasil yang sangat dekat dengan SPR ebp.
- Pada pengujian di tengah perletakan, metode proyeksi tidak dapat melewati syarat 5%, untuk itu diperlukan penghalusan untuk

mendapatkan hasil sesuai kriteria. Sedangkan untuk ketiga metode yang lain hasil yang diperoleh sudah melewati syarat 5%. Untuk mesh 2x2 dapat dilihat dari keempat metode bahwa error yang terjadi cenderung lebih besar dibandingkan pengujian tengah pelat, hal ini terjadi karena geometri di daerah perletakan cenderung tidak rata/kasar. Metode SPR 2 memberikan error yang kecil. Metode REP memberikan error yang lebih kecil lagi.

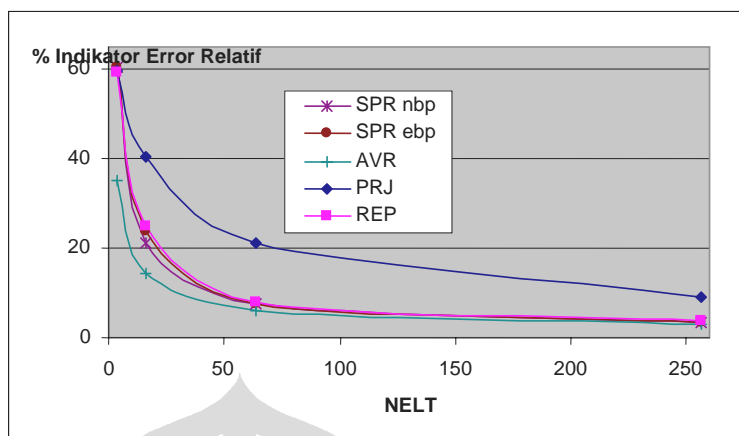
Error Estimasi

Tabel 4.3 Indikator Error relatif

NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
4	4.27E+03	2.31E+03	59.233
16	4.79E+03	3.22E+02	25.078
64	4.43E+03	2.83E+01	7.972
256	4.31E+03	6.31E+00	3.824

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
4	4.27E+06	2.48E+06	60.629	4.27E+06	2.48E+06	60.629
16	4.78E+06	2.28E+05	21.272	4.78E+06	2.89E+05	23.881
64	4.42E+06	2.46E+04	7.372	4.42E+06	2.52E+04	7.621
256	4.29E+06	4.75E+03	3.263	4.29E+06	4.56E+03	3.255

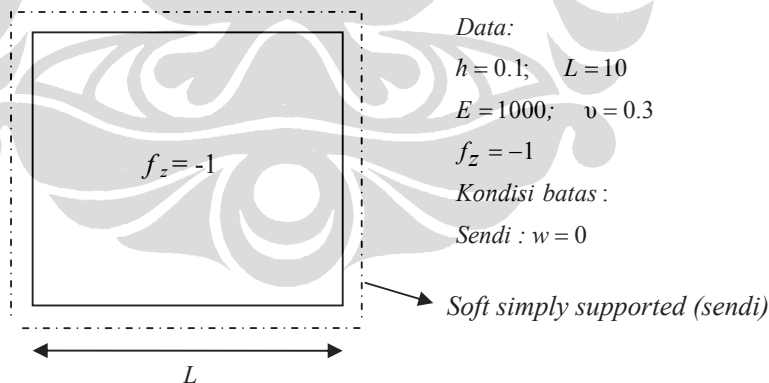
NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
4	4.27E+06	5.97E+05	35.044	4.27E+06	2.38E+06	59.834
16	4.78E+06	1.01E+05	14.373	4.78E+06	9.30E+05	40.354
64	4.42E+06	1.68E+04	6.147	4.42E+06	2.06E+05	21.112
256	4.29E+06	4.19E+03	3.122	4.29E+06	3.55E+04	9.052



Gambar 4.5 Persentase indikator error relative pelat bujursangkar pada perletakan jepit

Indikator error relatif total yang dihasilkan dalam pengujian sudah memenuhi syarat di bawah 5% kecuali metode proyeksi, sehingga untuk metode ini diperlukan penghalusan ulang sampai indikator error relatifnya memenuhi syarat. REP menghasilkan indikator error relatif lentur yang sangat dekat dengan hasil SPR.

4.2.1.2 Pelat Bujursangkar Perletakan Sederhana dengan Beban Merata



Gambar 4.6 Pelat bujursangkar bertumpuan sendi dengan beban terbagi merata

Penghalusan dilakukan secara seragam dimulai dari mesh 2×2 , 4×4 , 8×8 , 16×16 . Solusi gaya dalam eksak kasus perletakan sendi adalah [A2]:

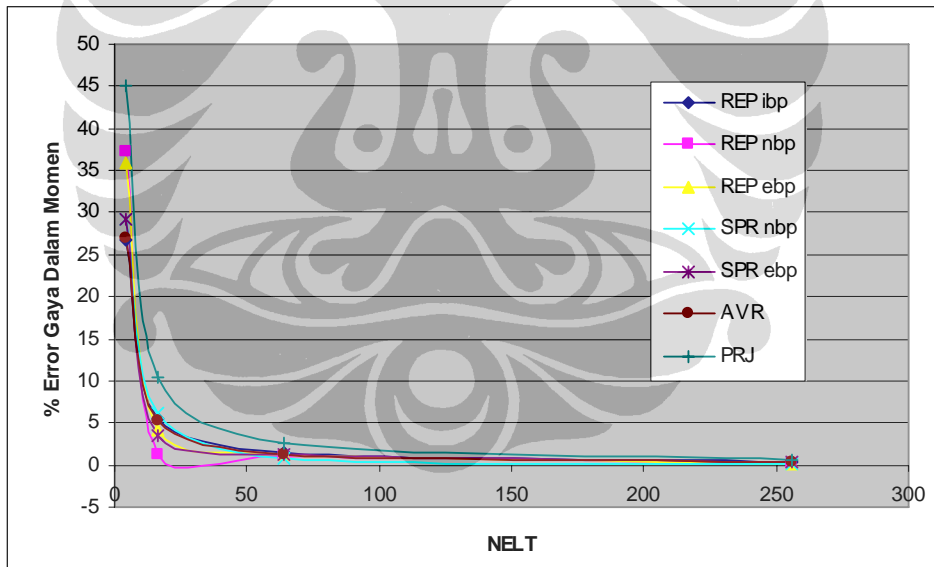
- Momen di pusat pelat : $M = 0,0479 f_z L^2$

Konvergensi Gaya Dalam

Tabel 4.4 Momen lentur dan persentase error di pusat pelat bujursangkar perletakan sendi

NELT	Momen Lentur Pusat						
	REP ibp	REP nbp	REP ebp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
4	3.5103	3.0103	3.0738	3.3896	3.3896	6.1262	2.6279
16	4.5285	4.7285	4.5946	4.4903	4.6207	5.0056	4.2943
64	4.7200	4.7454	4.7345	4.7459	4.7305	4.8386	4.6673
256	4.7711	4.7915	4.779	4.7792	4.773	4.801	4.7584
Eksak	4.79						

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)						
	REP ibp	REP nbp	REP ebp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
4	26.7161	37.1545	35.8288	29.2359	29.2359	27.8956	45.1378
16	5.4593	1.2839	4.0793	6.2568	3.5344	4.501	10.3486
64	1.4614	0.9311	1.1587	0.9207	1.2422	1.0146	2.5616
256	0.3946	0.0313	0.2296	0.2255	0.3549	0.2296	0.6597



Gambar 4.7 Persentase Error Momen Lentur Di Pusat Pelat Bujursangkar Perletakan Sendi

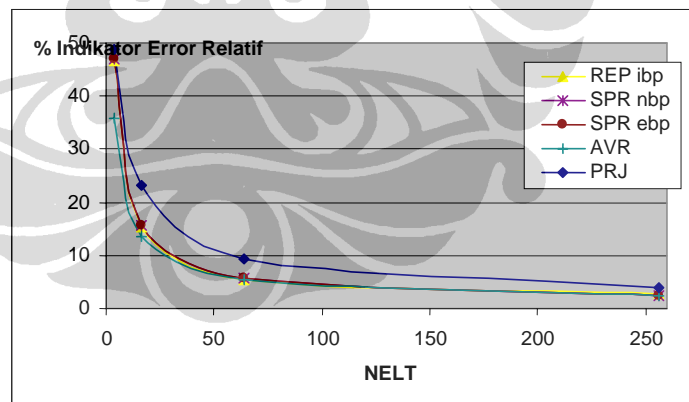
Error Estimasi

Tabel 4.5 Indikator Error relatif

NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
4	1.04E+04	2.86E+03	46.554
16	1.64E+04	3.96E+02	15.351
64	1.80E+04	5.44E+01	5.481
256	1.85E+04	1.42E+01	2.768

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
4	1.03E+07	2.93E+03	46.977	1.03E+07	2.93E+06	46.977
16	1.64E+07	4.14E+02	15.655	1.64E+07	4.09E+05	15.606
64	1.80E+07	6.06E+01	5.725	1.80E+07	5.79E+04	5.657
256	1.85E+07	1.45E+01	2.511	1.85E+07	1.16E+04	2.503

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
4	1.03E+07	1.53E+06	35.93	1.03E+07	3.22E+06	48.716
16	1.64E+07	3.09E+05	13.604	1.64E+07	9.31E+05	23.178
64	1.80E+07	5.31E+04	5.419	1.80E+07	1.63E+05	9.454
256	1.85E+07	1.13E+04	2.472	1.85E+07	2.73E+04	3.846

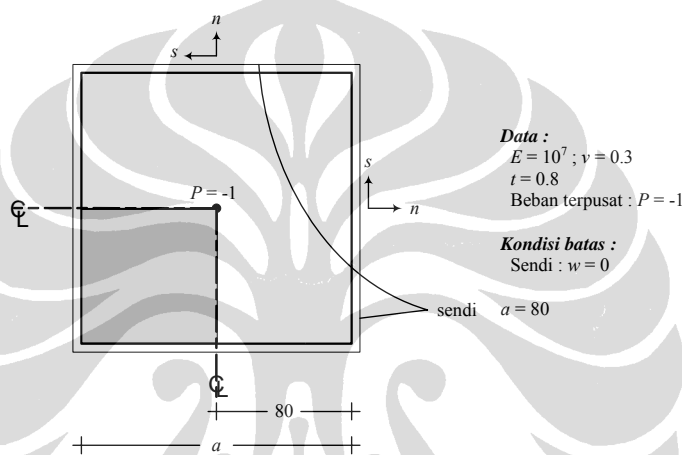


Gambar 4.8 Persentase Indikator Error Relative Pelat Bujursangkar Pada Perletakan Sendi

Untuk kasus perletakan sendi ini baik metode REP ibp, SPR nbp, SPR ebp maupun rata-rata menunjukkan konvergensi yang relatif sama untuk semua mesh. Metode Proyeksi juga memperlihatkan konvergensi yang baik walaupun masih inferior dibandingkan ketiga metode lainnya.

4.2.1.3 Pelat Bujursangkar Perletakan Sederhana dengan Beban Terpusat

Pelat tipis bujursangkar dengan pembebanan terpusat/titik sering dipakai sebagai salah satu unjuk kerja estimator error, di mana pembebanan terpusat merupakan contoh kasus khusus di mana singularitas merupakan suatu masalah pada kebanyakan kasus pembebanan titik. Karena sifat simetri, peninjauan hanya dilakukan pada ¼ bagian struktur.



Gambar 4.9 Pelat bujursangkar bertumpuan sederhana dengan beban terbagi terpusat

Solusi teoretis norma energi lentur pada pelat tipis ($L/h=100$) diberikan oleh

$$\|u^{ek}\|^2 = \frac{2P^2 a^2}{\pi^4 D_b} \sum_m \sum_n \frac{\sin^2\left(\frac{m\pi}{2}\right) \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{(m^2 + n^2)^2}; \quad m = n = 1, 3, 5 \dots 400$$

Tabel 4.6 Energi dan Error Estimasi Problem Pelat

Perbandingan error dengan metode rata-rata

MESH	$\ u^h\ ^2$	$\ e\ ^2$	$\ e^a\ ^2$	ϕ^{ek} (%)	ϕ^a (%)	Θ
2x2	4.37E-05	4.09E-06	3.91E-07	32.01	9.421	0.2943
4x4	4.08E-05	1.16E-06	1.43E-07	17.09	5.907	0.3457
8x8	3.99E-05	3.44E-07	4.34E-08	9.28	3.296	0.3552
16x16	3.97E-05	9.97E-08	1.24E-08	5	1.767	0.3535
32x32	3.96E-05	4.63E-08	5.36E-09	3.41	1.163	0.3413

Perbandingan error dengan metode proyeksi

MESH	$\ u^h\ ^2$	$\ e\ ^2$	$\ e^{pr}\ ^2$	$\phi^{ek} (\%)$	$\phi^{pr} (\%)$	Θ
2x2	4.37E-05	4.09E-06	3.88E-06	32.01	28.56	0.8922
4x4	4.08E-05	1.16E-06	9.18E-07	17.09	14.842	0.8685
8x8	3.99E-05	3.44E-07	2.28E-07	9.28	7.539	0.8124
16x16	3.97E-05	9.97E-08	5.72E-08	5	3.795	0.7591
32x32	3.96E-05	4.63E-08	2.13E-08	3.41	2.319	0.6805

Perbandingan error dengan metode SPR nbp

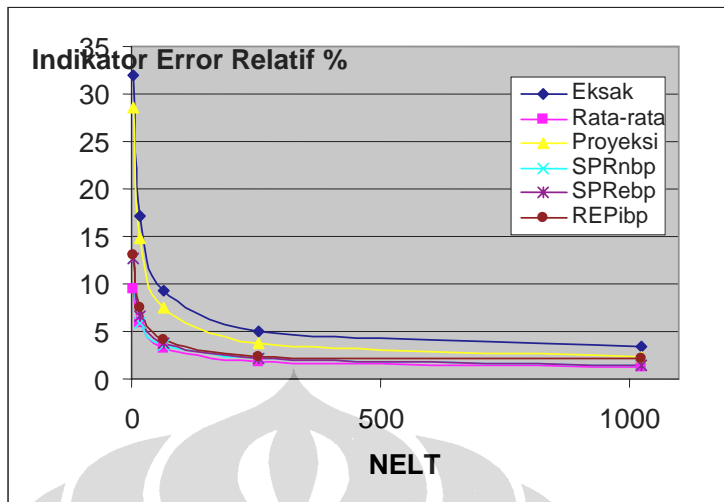
MESH	$\ u^h\ ^2$	$\ e\ ^2$	$\ e^{spr1}\ ^2$	$\phi^{ek} (\%)$	$\phi^{spr1} (\%)$	Θ
2x2	4.37E-05	4.09E-06	7.03E-07	32.01	12.609	0.3939
4x4	4.08E-05	1.16E-06	1.34E-07	17.09	5.822	0.3407
8x8	3.99E-05	3.44E-07	4.11E-08	9.28	3.522	0.3795
16x16	3.97E-05	9.97E-08	1.19E-08	5	2.127	0.4255
32x32	3.96E-05	4.63E-08	5.56E-09	3.41	1.388	0.4073

Perbandingan error dengan metode SPR ebp

MESH	$\ u^h\ ^2$	$\ e\ ^2$	$\ e^{spr2}\ ^2$	$\phi^{ek} (\%)$	$\phi^{spr2} (\%)$	Θ
2x2	4.37E-05	4.09E-06	7.06E-07	32.01	12.609	0.3939
4x4	4.08E-05	1.16E-06	1.77E-07	17.09	6.58	0.385
8x8	3.99E-05	3.44E-07	5.61E-08	9.28	3.774	0.4067
16x16	3.97E-05	9.97E-08	1.95E-08	5	2.213	0.4427
32x32	3.96E-05	4.63E-08	6.35E-09	3.41	1.475	0.4328

Perbandingan error dengan metode REP ibp

MESH	$\ u^h\ ^2$	$\ e\ ^2$	$\ e^{rep}\ ^2$	$\phi^{ek} (\%)$	$\phi^{rep} (\%)$	Θ
2x2	4.37E-05	4.09E-06	7.50E-07	32.01	12.992	0.4059
4x4	4.08E-05	1.16E-06	2.29E-07	17.09	7.478	0.4376
8x8	3.99E-05	3.44E-07	6.57E-08	9.28	4.05	0.4364
16x16	3.97E-05	9.97E-08	2.28E-08	5	2.392	0.4784
32x32	3.96E-05	4.63E-08	1.82E-08	3.41	2.142	0.6282

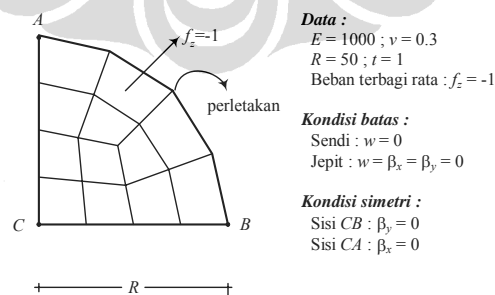


Gambar 4.10 Perbandingan Error Eksak dan Error Estimasi

Hasil yang diperlihatkan pada Tabel 4.6 dan Gambar 4.10 menunjukkan error relatif norma energi untuk error eksak dan error estimasi akan mendekati nol jika jumlah elemen diperbanyak. Pada kasus pembebanan titik ini, estimator error tetap memperlihatkan reliabilitasnya.

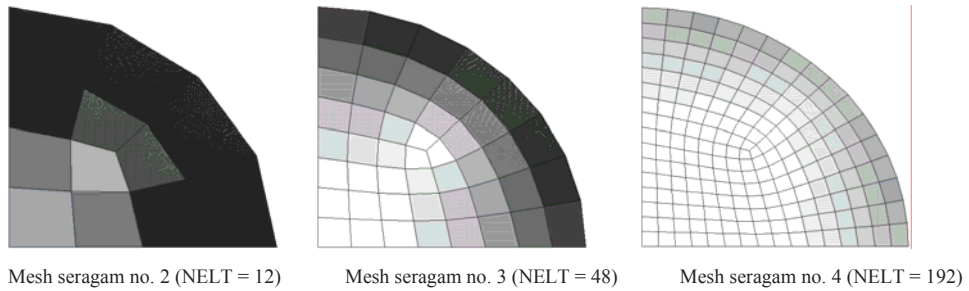
4.2.1.4 Pelat Melingkar dengan Beban Merata

Pada bagian ini akan dibahas uji konvergensi solusi gaya dalam pada pelat lingkaran dengan perletakan sendi (*soft simply supported*, $w = 0$) dan jepit (*clamped*, $w = \beta_x = \beta_y = 0$) pada sekeliling pelat dengan pembebanan merata. Tujuan dari uji ini adalah untuk mengetahui perilaku keempat teknik



pemulihan gaya dalam pada konfigurasi elemen yang non rektangular. Analisa struktur dibatasi pada $\frac{1}{4}$ bagian saja karena sifat simetrisnya, seperti yang terlihat pada Gambar 4.11.

Gambar 4.11 ¼ bagian dari pelat lingkaran dengan beban terbagi rata



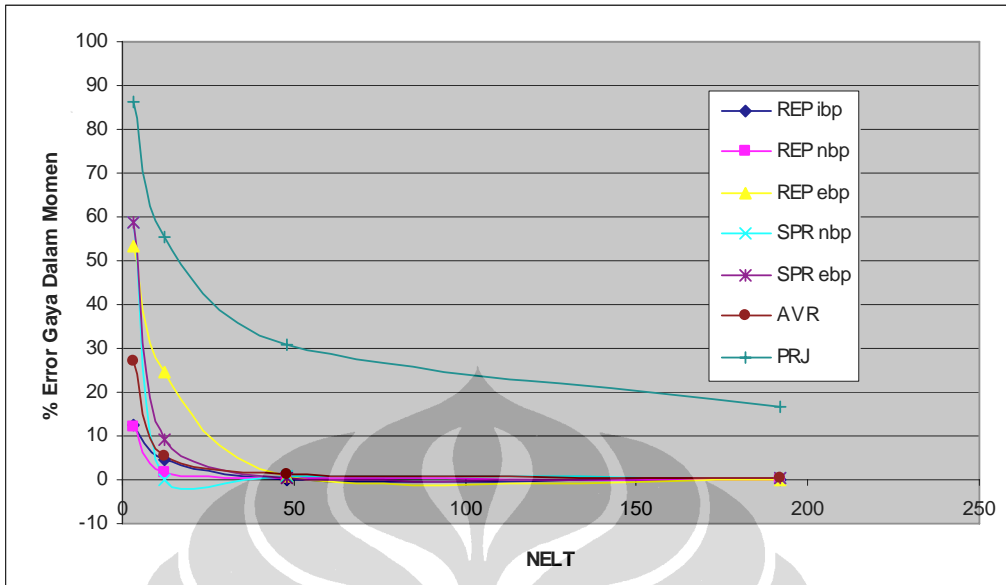
Gambar 4.12 Skema Penghalusan Seragam Untuk Pelat Melingkar

Perletakan Jepit:

Tabel 4.7 Momen Lentur Dan Error Gaya Dalam di Pusat Pelat Melingkar Perletakan Jepit - Penghalusan Seragam

NELT	Momen Lentur Pusat						
	REP ibp	REP nbp	REP ebp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
3	177.60	178.87	201.23	215.58	215.47	254.2	182.02
12	193.50	199.94	203.64	202.05	201.36	214.7	198.64
48	203.45	203.55	203.39	203.76	203.51	206.2	201.94
192	203.18	203.19	203.16	203.21	203.2	203.88	202.78
Eksak	203.125						

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)						
	REP ibp	REP nbp	REP ebp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
3	12.5662	11.9409	53.1618	58.577	58.577	26.9006	86.1924
12	4.7385	1.5680	24.5244	0.1481	9.0936	5.232	55.3002
48	0.1600	0.2092	0.9825	0.7271	0.5088	1.1949	30.9084
192	0.0271	0.0320	0.0117	0.3918	0.23	0.2593	16.5127

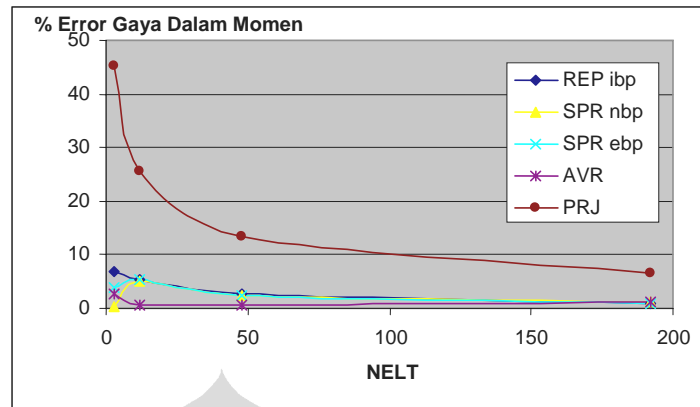


Gambar 4.13 Persentase Error Gaya Dalam Momen di Pusat Pelat Melingkar Perletakan Jepit – Penghalusan Seragam

Tabel 4.8 Momen Lentur dan Error Gaya Dalam di Perletakan Pelat Melingkar Perletakan Jepit - Penghalusan Seragam

NELT	Momen Lentur Perletakan				
	REPi bp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
3	291.56	311.26	300.57	303.98	170.99
12	329.68	328.11	329.55	314.7	232.59
48	320.52	319.71	319.57	314.72	270.73
192	314.88	316.05	315.59	316.26	292.18
Eksak	312.5				

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
3	6.701	0.397	3.818	2.726	45.283
12	5.498	4.995	5.456	0.704	25.571
48	2.566	2.307	2.262	0.71	13.366
192	0.762	1.136	0.989	1.203	6.502



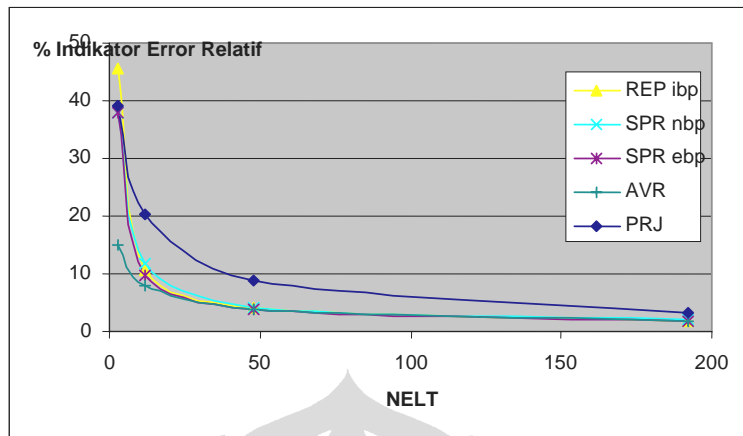
Gambar 4.14 Persentase Error Gaya Dalam Momen di Perletakan Pelat Melingkar Perletakan Jepit – Penghalusan Seragam

Tabel 4.9 Indikator Error Relatif Pelat Lingkaran Perletakan Jepit Perletakan Jepit - Penghalusan Seragam

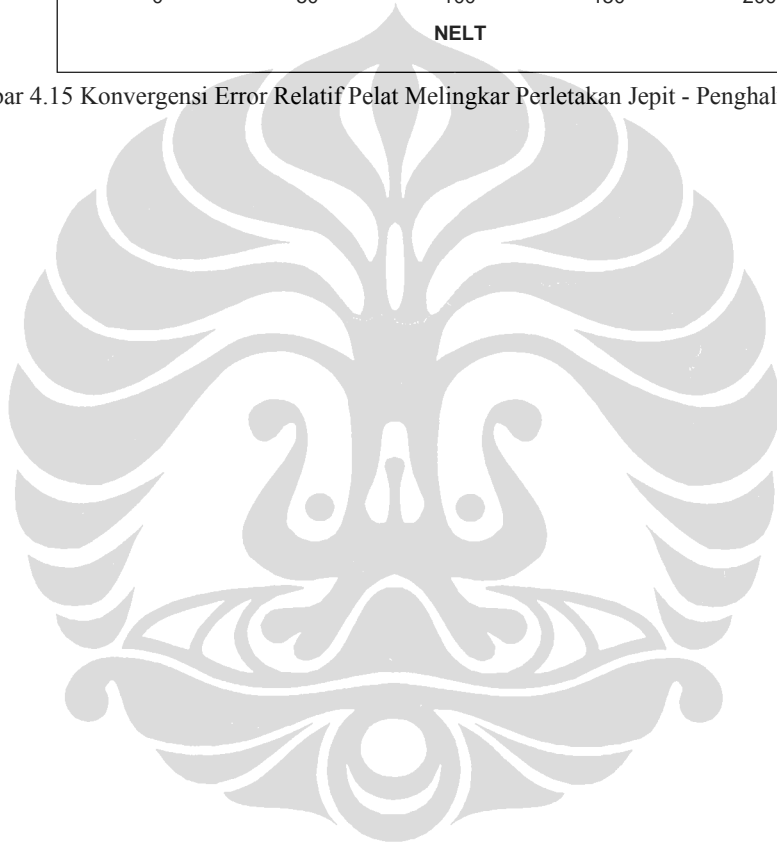
NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
3	6.97E+05	1.83E+05	45.624
12	7.21E+05	8.28E+03	10.659
48	7.05E+05	1.14E+03	4.026
192	7.01E+05	2.54E+02	1.903

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
3	6.97E+05	1.18E+05	37.97	6.97E+05	1.07E+04	37.97
12	7.21E+05	9.88E+03	11.627	7.21E+05	7.06E+03	9.852
48	7.05E+05	1.22E+03	4.157	7.05E+05	1.10E+03	3.946
192	7.01E+05	2.71E+02	1.965	7.01E+05	2.52E+02	1.897

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
3	6.97E+05	1.57E+04	14.86	6.97E+05	1.25E+05	38.974
12	7.21E+05	4.72E+03	8.067	7.21E+05	3.14E+04	20.435
48	7.05E+05	9.56E+02	3.68	7.05E+05	5.25E+03	8.894
192	7.01E+05	2.43E+02	1.862	7.01E+05	7.78E+02	3.33



Gambar 4.15 Konvergensi Error Relatif Pelat Melingkar Perletakan Jepit - Penghalusan Seragam

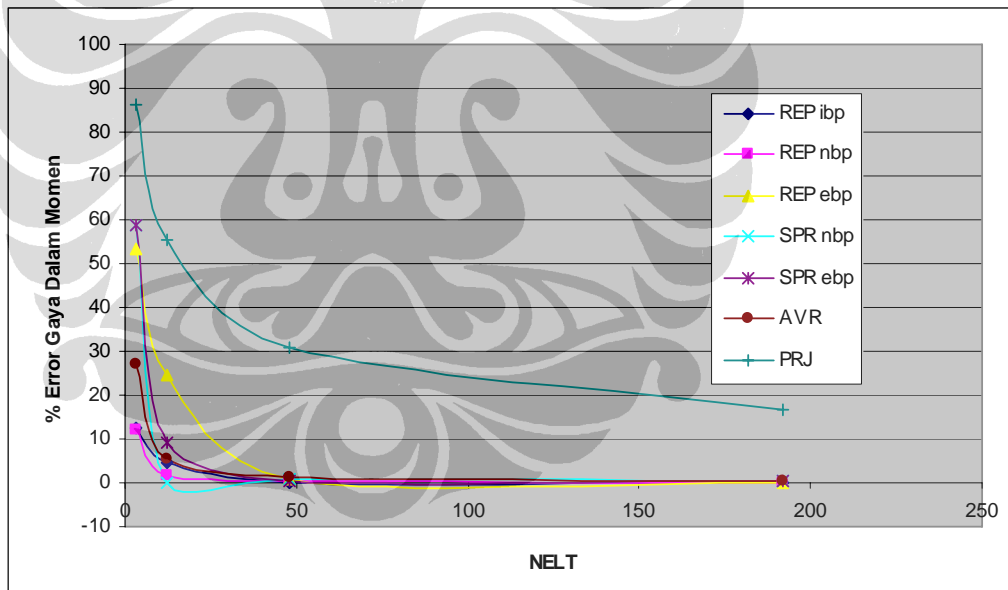


Perletakan Sendi:

Tabel 4.10 Momen Lentur Dan Persentase Error di Pusatpelat Melingkar Perletakan Sendi - Penghalusan Seragam

NELT	Momen Lentur Pusat						
	REP ibp	REP nbp	REP ebp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
3	177.60	178.87	201.23	215.58	215.47	254.2	182.02
12	193.50	199.94	203.64	202.05	201.36	214.7	198.64
48	203.45	203.55	203.39	203.76	203.51	206.2	201.94
192	203.18	203.19	203.16	203.21	203.2	203.88	202.78
Eksak	203.125						

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)						
	REP ibp	REP nbp	REP ebp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
3	12.5662	11.9409	53.1618	58.577	58.577	26.9006	86.1924
12	4.7385	1.5680	24.5244	0.1481	9.0936	5.232	55.3002
48	0.1600	0.2092	0.9825	0.7271	0.5088	1.1949	30.9084
192	0.0271	0.0320	0.0117	0.3918	0.23	0.2593	16.5127

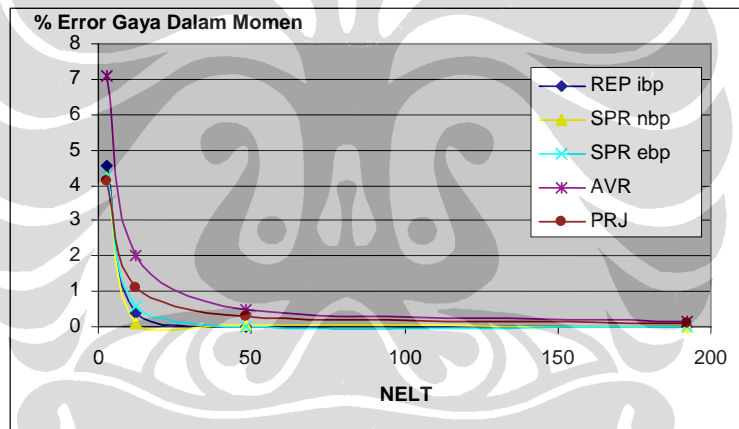


Gambar 4.16 Persentase Error Gaya Dalam Momen di Pusat Pelat Melingkar Perletakan Jepit – Penghalusan Seragam

Tabel 4.11 Momen Lentur dan Error Gaya Dalam di Perletakan Pelat Melingkar Perletakan Jepit - Penghalusan Seragam

NELT	Momen Lentur Perletakan				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
3	291.56	311.26	300.57	303.98	170.99
12	329.68	328.11	329.55	314.7	232.59
48	320.52	319.71	319.57	314.72	270.73
192	314.88	316.05	315.59	316.26	292.18
Eksak	312.5				

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
3	6.701	0.397	3.818	2.726	45.283
12	5.498	4.995	5.456	0.704	25.571
48	2.566	2.307	2.262	0.71	13.366
192	0.762	1.136	0.989	1.203	6.502



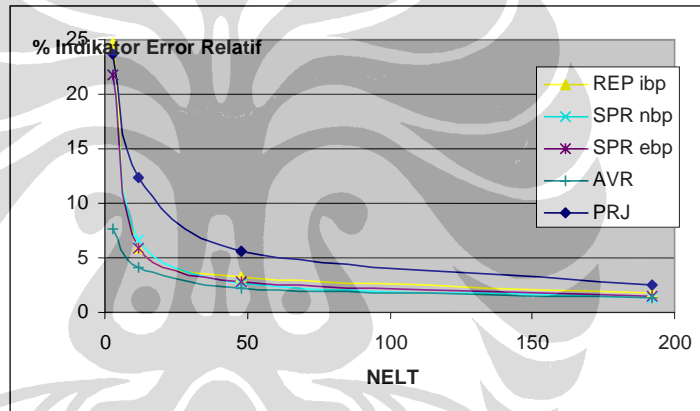
Gambar 4.17 Persentase Error Gaya Dalam Momen di Pusat Pelat Melingkar Perletakan Sendi - Penghalusan Seragam

Tabel 4.12 Indikator Error Relatif Pelat Melingkar Perletakan Sendi - Penghalusan Seragam

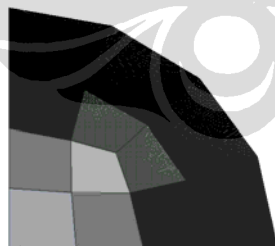
NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
3	3.28E+06	2.13E+05	24.678
12	3.77E+06	1.31E+04	5.892
48	3.88E+06	4.01E+03	3.21
192	3.91E+06	1.16E+03	1.718

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
3	3.28E+06	1.64E+05	21.832	3.28E+06	1.64E+05	21.832
12	3.77E+06	1.63E+04	6.561	3.77E+06	1.30E+04	5.861
48	3.88E+06	2.72E+03	2.644	3.88E+06	3.19E+03	2.864
192	3.91E+06	7.48E+02	1.382	3.91E+06	9.27E+02	1.539

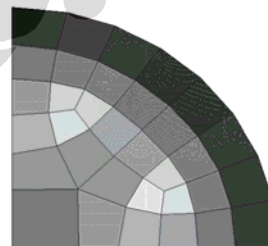
NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
3	3.28E+06	1.95E+04	7.687	3.28E+06	1.95E+05	23.714
12	3.77E+06	6.33E+03	4.093	3.77E+06	5.80E+04	12.309
48	3.88E+06	1.88E+03	2.198	3.88E+06	1.19E+04	5.532
192	3.91E+06	6.21E+02	1.27	3.91E+06	2.44E+03	2.497



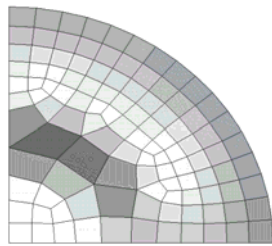
Gambar 4.18 Konvergensi Error Relatif Pelat Melingkar Perletakan Sendi - Penghalusan Seragam



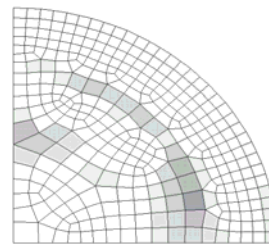
Mesh adaptif no. 1 (NELT = 12)



Mesh adaptif no. 2 (NELT = 33)



Mesh adaptif no. 3(NELT = 110)



Mesh adaptif no. 4(NELT = 328)

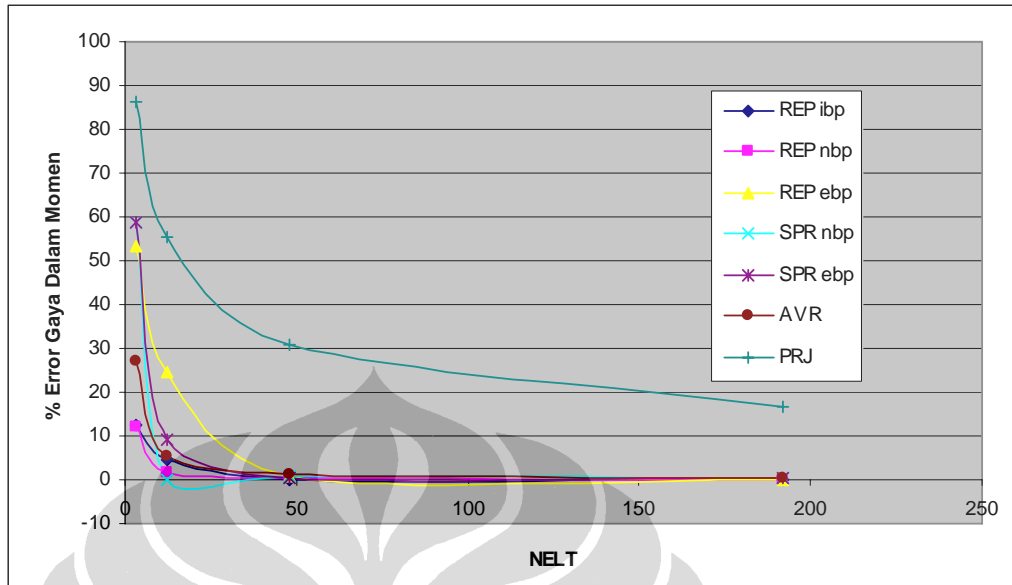
Gambar 4.19 Skema Penghalusan Adaptif untuk Pelat Melingkar Dengan Beban Merata

Perletakan Jepit:

Tabel 4.13 Momen Lentur Dan Persentase Error di Pusat Pelat Pelingkar Perletakan Jepit - Penghalusan Seragam

NELT	Momen Lentur Pusat						
	REP ibp	REP nbp	REP ebp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
3	177.60	178.87	201.23	215.58	215.47	254.2	182.02
12	193.50	199.94	203.64	202.05	201.36	214.7	198.64
48	203.45	203.55	203.39	203.76	203.51	206.2	201.94
192	203.18	203.19	203.16	203.21	203.2	203.88	202.78
Eksak	203.125						

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)						
	REP ibp	REP nbp	REP ebp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
3	12.5662	11.9409	53.1618	58.577	58.577	26.9006	86.1924
12	4.7385	1.5680	24.5244	0.1481	9.0936	5.232	55.3002
48	0.1600	0.2092	0.9825	0.7271	0.5088	1.1949	30.9084
192	0.0271	0.0320	0.0117	0.3918	0.23	0.2593	16.5127

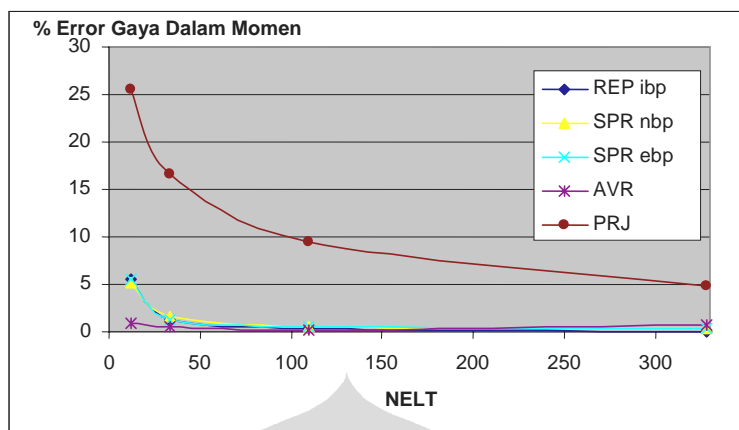


Gambar 4.20 Persentase Error Gaya Dalam Momen di Pusat Pelat Melingkar Perletakan Jepit - Penghalusan Adaptif

Tabel 4.14 Momen Lentur Dan Persentase Error di Perletakan Pelat Melingkar Perletakan Jepit - Penghalusan Adaptif

NELT	Momen Lentur Perletakan				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
12	329.68	328.51	329.55	315.54	232.83
33	316.59	317.43	316.47	311.08	260.5
110	313.62	314.14	313.98	313.3	282.7
328	312.76	313.59	313.37	314.51	297.35
Eksak	312.5				

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)				
	REP	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
12	5.4976	5.123	5.456	0.973	25.494
33	1.3088	1.578	1.27	0.454	16.64
110	0.3584	0.525	0.474	0.256	9.536
328	0.0832	0.349	0.278	0.643	4.848



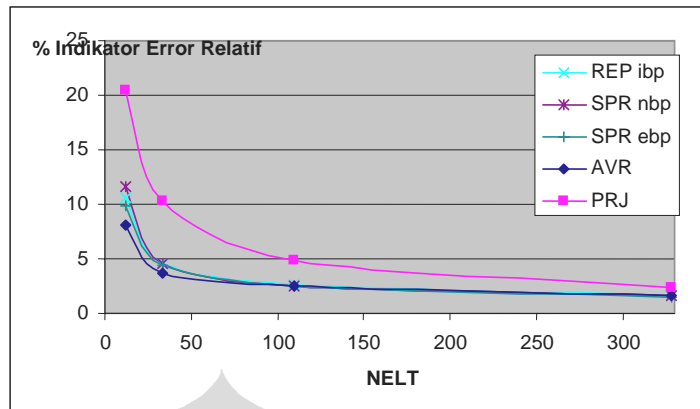
Gambar 4.21 Persentase Error Gaya Dalam Momen di Perletakan Pelat Melingkar Perletakan Jepit - Penghalusan Adaptif

Tabel 4.15 Indikator Error Relatif Pelat Melingkar Perletakan Jepit - Penghalusan Adaptif

NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
12	7.21E+05	8.28E+03	10.659
33	6.95E+05	1.44E+03	4.554
110	6.97E+05	4.72E+02	2.602
328	6.99E+05	1.72E+02	1.568

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
12	7.21E+05	9.88E+03	11.627	7.21E+05	7.06E+03	9.852
33	6.95E+05	1.42E+03	4.52	6.95E+05	1.37E+03	4.44
110	6.97E+05	4.55E+02	2.555	6.97E+05	4.59E+02	2.566
328	6.99E+05	1.68E+02	1.552	6.99E+05	1.66E+02	1.539

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
12	7.21E+05	4.72E+03	8.067	7.21E+05	3.14E+04	20.435
33	6.95E+05	9.77E+02	3.747	6.95E+05	7.39E+03	10.26
110	6.97E+05	4.17E+02	2.445	6.97E+05	1.69E+03	4.922
328	6.99E+05	1.69E+02	1.557	6.99E+05	3.93E+02	2.37



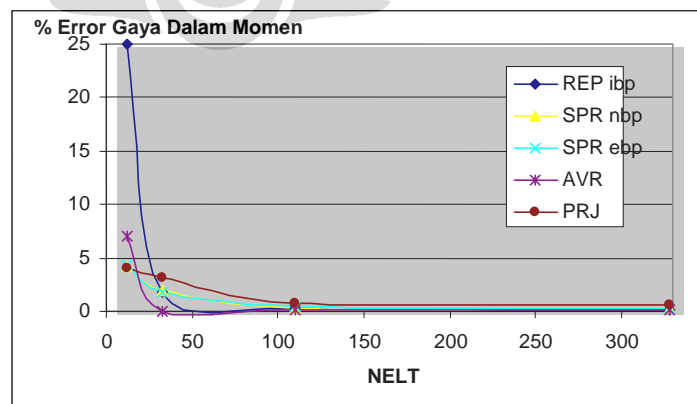
Gambar 4.22 Konvergensi Error Relatif Pelat Melingkar Perletakan Jepit - Penghalusan Adaptif

Perletakan Sendi:

Tabel 4.16 Momen Lentur dan Persentase Error di Pusat Pelat Melingkar Perletakan Sendi - Penghalusan Adaptif

NELT	Momen Lentur Pusat				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ibp	AVR	PRJ
12	386.39	493.94	493.56	552.26	494.48
33	506.16	505.73	506.14	515.5	499.74
110	513.99	513.78	513.57	516.05	512.05
328	514.53	514.02	514.03	516.29	512.34
Eksak	515.625				

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
12	25.0638	4.206	4.279	7.105	4.101
33	1.8356	1.919	1.84	0.024	3.081
110	0.3171	0.358	0.399	0.082	0.693
328	0.2124	0.311	0.309	0.129	0.637



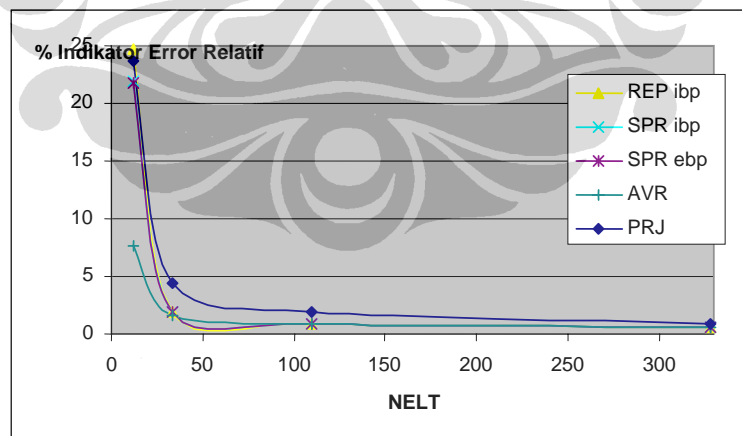
Gambar 4.23 Persentase Error Gaya Dalam Momen di Pusat Pelat Melingkar Perletakan Sendi – Penghalusan Adaptif

Tabel 4.17 Indikator Error Relatif Pelat Melingkar Perletakan Sendi - Penghalusan Adaptif

NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
12	3.28E+06	2.13E+05	24.678
33	3.82E+06	1.45E+03	1.951
110	3.89E+06	3.28E+02	0.919
328	3.91E+06	1.12E+02	0.535

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
12	3.28E+06	1.64E+05	21.935	3.28E+06	1.64E+05	21.832
33	3.82E+06	1.44E+03	1.94	3.82E+06	1.38E+03	1.903
110	3.89E+06	3.33E+02	0.925	3.89E+06	3.21E+02	0.908
328	3.91E+06	1.10E+02	0.53	3.91E+06	1.08E+02	0.525

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
12	3.28E+06	1.95E+04	7.687	3.28E+06	1.95E+05	23.714
33	3.82E+06	9.76E+02	1.599	3.82E+06	7.39E+03	4.396
110	3.89E+06	2.80E+02	0.848	3.89E+06	1.47E+03	1.944
328	3.91E+06	1.04E+02	0.516	3.91E+06	2.89E+02	0.859



Gambar 4.24 Konvergensi Error Relatif Pelat Melingkar Perletakan Sendi - Penghalusan Adaptif

Pada proses penghalusan seragam, metode Rata2 memiliki laju konvergensi yang paling baik walaupun metode yang lain memberikan hasil yang relatif sama. Kecepatan konvergensi dapat dilihat pada nelt 3 ke nelt 48. Setelah itu laju konvergensi cenderung asimtotik eksak.

Proses penghalusan adaptif memberikan solusi yang lebih baik dibandingkan dengan seragam. Pada proses ini, metode Rata2 juga memiliki laju konvergensi yang paling baik. Kecepatan konvergensi dapat dilihat pada nelt 12 dan nelt 33 di mana hasil yang diperoleh langsung memenuhi syarat $<5\%$. Setelah itu hasil pengujian asimtotik eksak.

4.2.1.5 Distribusi Gaya Geser dan Momen Lentur pada Pelat Melingkar

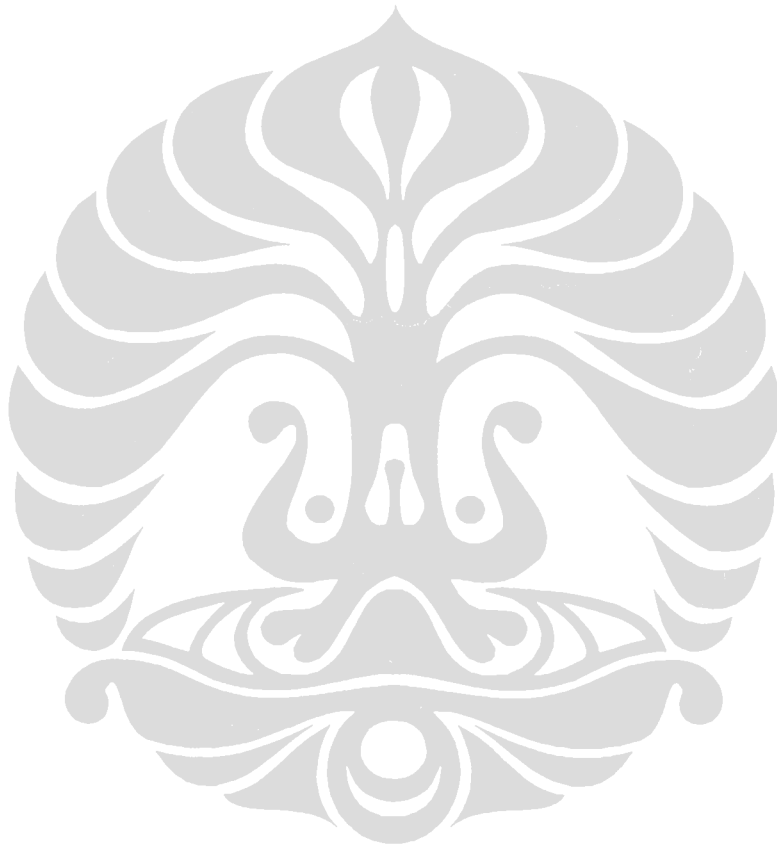
Distribusi gaya geser dan momen lentur ditinjau untuk kasus lingkaran perletakan jepit dengan jumlah elemen 48, dengan bentuk pelat seperti pada Gambar 4.11. Data gaya geser dan momen lentur diambil dari tengah pelat menuju perletakan.

Uji numerik untuk metode REP dihitung untuk tiga kategori, yaitu REP nbp dan REP ebp dengan pemakaian semua patch termasuk boundary patch, dan REP ibp dengan pembatasan hanya dihitung untuk *internal patch*. Secara umum, REP nbp adalah klasifikasi dengan batasan jumlah elemen tiap patch minimal 3, REP ebp adalah klasifikasi lagi dengan batasan jumlah elemen tiap patch minimal 5, REP ibp dengan batasan jumlah elemen tiap patch minimal 7. Penentuan minimal elemen 3, 5, dan 7, dan bukan 4, 6, dan 9 adalah untuk mengantisipasi meshing adaptif.

Dari tabel dan grafik, tampak bahwa untuk gaya dalam momen, hasil REP akurat dan sangat dekat dengan hasil metode lain untuk semua model *patch*, baik memakai *boundary patch* ataupun tidak. Tetapi, untuk pemulihan gaya geser, pemakaian *boundary patch* memberikan hasil yang jelek.

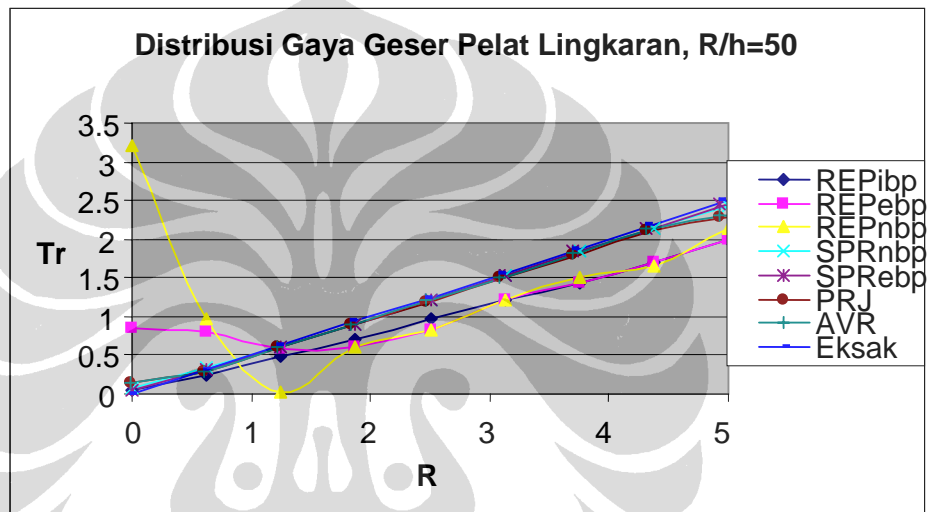
Ketebalan pelat berpengaruh terhadap pemulihan gaya geser. Pelat tebal masih memberikan hasil yang baik dengan pemakaian *internal patch*, sementara pelat tipis tetap memberikan hasil yang jelek. Tetapi sebaliknya,

secara keseluruhan, indikator error relatif REP pada pelat tebal lebih besar daripada indikator error relatif pelat tipis.



Tabel 4.18 Distribusi Gaya Geser Pelat Melingkar, $R/h = 50$

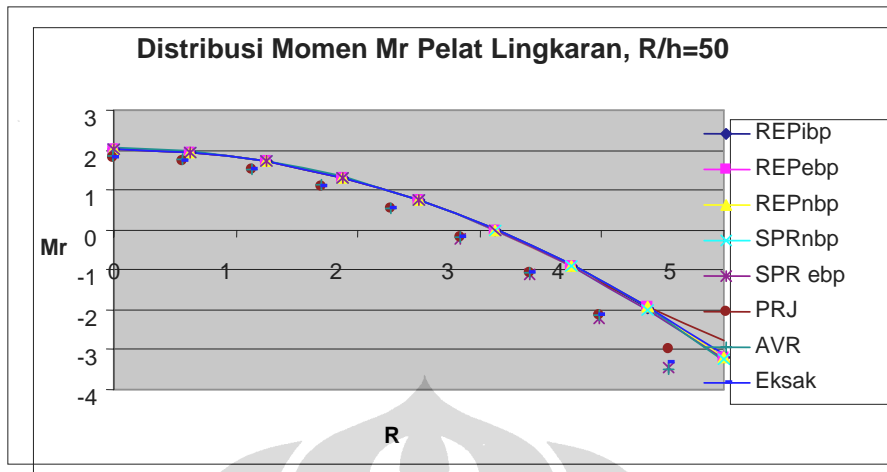
NELT = 48	$T_r (R/h = 50)$								
REP ibp	0.03866	0.25264	0.49117	0.70964	0.96286	1.2068	1.4292	1.7052	1.981
REP ebp	0.84163	0.8096	0.58586	0.61163	0.83343	1.2137	1.4402	1.6975	1.983
REP nbp	3.2064	0.9746	0.03685	0.61163	0.83343	1.2137	1.517	1.6427	2.1387
SPR nbp	0.0632	0.3345	0.6001	0.9088	1.2168	1.5253	1.8448	2.1278	2.4404
SPR ebp	0.0496	0.3204	0.5962	0.9109	1.2174	1.5247	1.8479	2.1374	2.444
PRJ	0.148	0.2953	0.5956	0.8971	1.1986	1.5001	1.8065	2.1253	2.2773
AVR	0.1513	0.3027	0.6051	0.9065	1.2057	1.506	1.8178	2.1467	2.3151
Eksak	0	0.3125	0.625	0.9375	1.25	1.5625	1.875	2.1875	2.5



Gambar 4.25 Konvergensi Gaya Dalam Geser Pelat Melingkar, $R/h=50$

Tabel 4.19 Distribusi Momen M_r Pelat Melingkar, $R/h = 50$

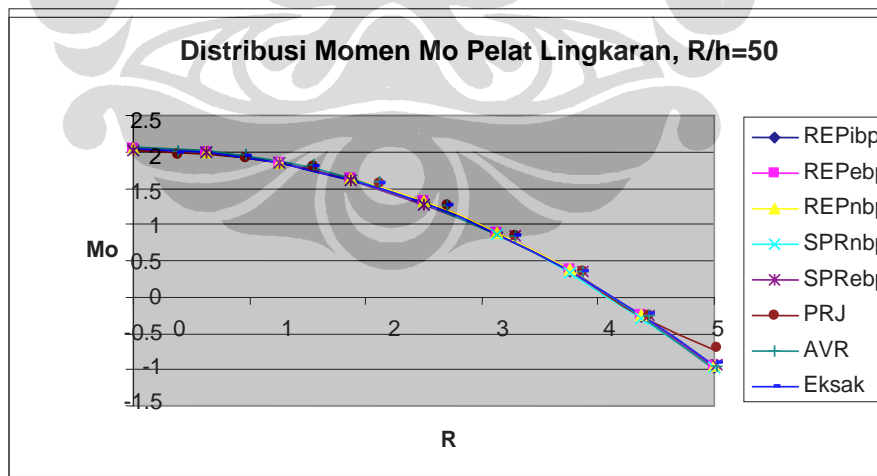
NELT = 48	M_r								
REP3	2.0365	1.9582	1.7149	1.3107	0.73687	0.00407	-0.8847	-1.9547	-3.2
REP2	2.033	1.9581	1.7143	1.3105	0.73638	0.00396	-0.8835	-1.9415	-3.1897
REP1	2.0316	1.9588	1.7155	1.3105	0.73638	0.00396	-0.8974	-1.9397	-3.1872
SPR 1	2.0266	1.9603	1.7126	1.308	0.7358	-0.0037	-0.9098	-2.0042	-3.2384
SPR 2	2.0252	1.9585	1.7122	1.3082	0.7356	-0.0055	-0.9069	-1.9866	-3.2284
PRJ	2.0175	1.942	1.7099	1.315	0.7532	0.0272	-0.8606	-1.9181	-2.7556
AVR	2.0684	1.9875	1.7446	1.3377	0.7664	0.0324	-0.8629	-1.9051	-3.2876
Eksak	2.0313	1.9507	1.709	1.3062	0.7422	0.0171	-0.8691	-1.9165	-3.125



Gambar 4.26 Distribusi Momen Lentur M_r Pelat Melingkar, $R/h=50$

Tabel 4.20 Distribusi Momen M_θ Pelat Melingkar, $R/h = 50$

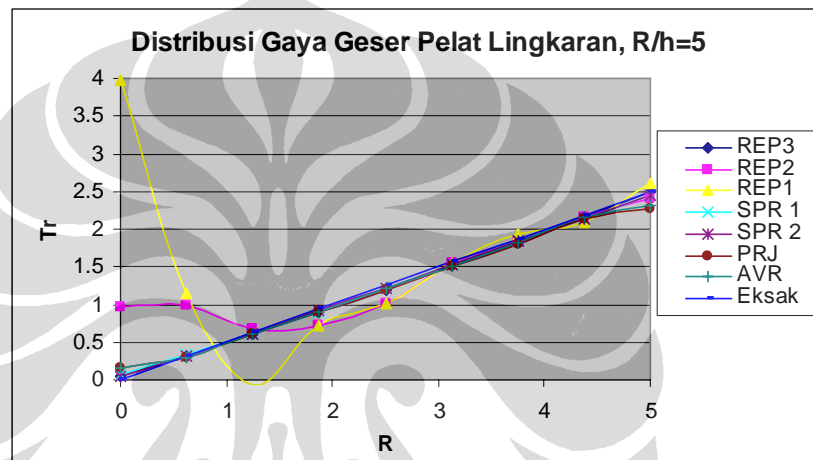
NELT = 48	M_θ								
REP ibp	2.0375	1.9897	1.85	1.6235	1.3038	0.88361	0.36198	-0.2608	-0.9683
REP ebp	2.0348	1.9876	1.8493	1.625	1.31	0.89357	0.37449	-0.2482	-0.9523
REP nbp	2.034	1.9884	1.8492	1.625	1.31	0.89357	0.37663	-0.248	-0.9465
SPR nbp	2.0266	1.9832	1.8397	1.6055	1.278	0.8569	0.3398	-0.2838	-0.9672
SPR ibp	2.0254	1.9825	1.8399	1.6072	1.2814	0.8605	0.3466	-0.274	-0.969
PRJ	2.0175	1.9731	1.8375	1.6081	1.2835	0.8645	0.3512	-0.2604	-0.725
AVR	2.0684	2.0185	1.8725	1.6303	1.2933	0.8641	0.3439	-0.2601	-0.9863
Eksak	2.0313	1.9849	1.8457	1.6138	1.2891	0.8716	0.3613	-0.2417	-0.9375



Gambar 4.27 Distribusi Momen Lentur M_θ Pelat Melingkar, $R/h = 50$

Tabel 4.21 Distribusi Gaya Geser Pelat Melingkar, $R/h = 5$

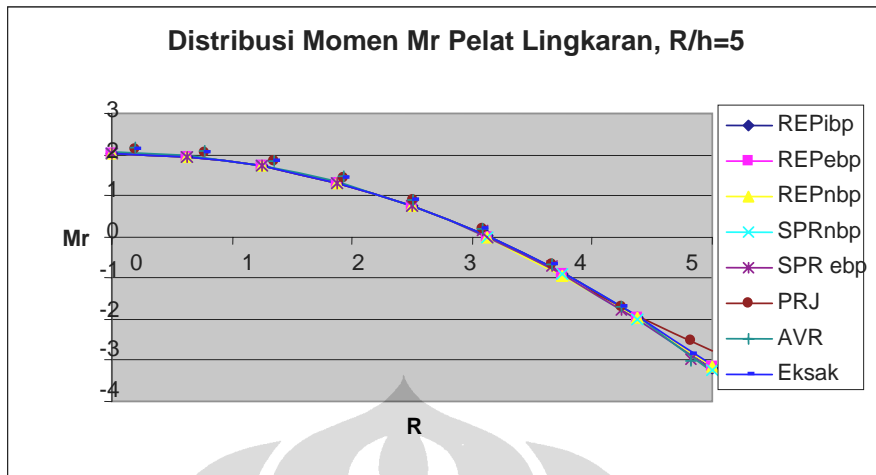
NELT = 48	$Tr (R/h = 5)$								
REP ibp	0.03675	0.32353	0.61457	0.89076	1.2	1.5289	1.829	2.1514	2.4914
REP ebp	0.97155	0.99077	0.67413	0.72183	1.009	1.5509	1.814	2.1619	2.4106
REP nbp	3.9666	1.1532	-0.0677	0.72183	1.009	1.5509	1.9217	2.0851	2.6122
SPR nbp	0.0632	0.3345	0.6001	0.9088	1.2168	1.5253	1.8448	2.1278	2.4404
SPR ebp	0.0496	0.3204	0.5962	0.9109	1.2174	1.5247	1.8479	2.1374	2.444
PRJ	0.148	0.2953	0.5956	0.8971	1.1986	1.5001	1.8065	2.1253	2.2773
AVR	0.1513	0.3027	0.6051	0.9065	1.2057	1.506	1.8178	2.1467	2.3151
Eksak	0	0.3125	0.625	0.9375	1.25	1.5625	1.875	2.1875	2.5



Gambar 4.28 Konvergensi Gaya Geser Pelat Melingkar, $R/h=5$

Tabel 4.22 Distribusi Momen M_r Pelat Melingkar, $R/h = 5$

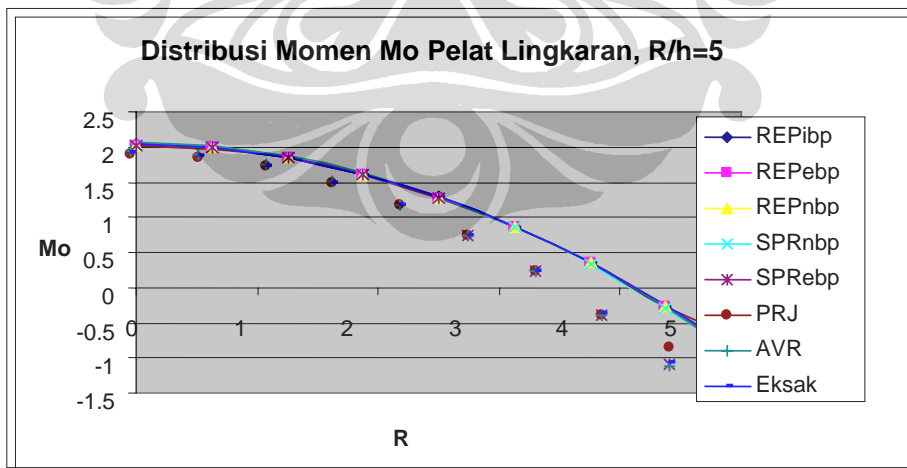
NELT = 48	M_r								
REP ibp	2.0339	1.9585	1.7216	1.3048	0.74348	0.01246	-0.9083	-1.9717	-3.1789
REP ebp	2.024	1.9532	1.7145	1.3013	0.73279	-0.007	-0.9195	-1.9599	-3.171
REP nbp	2.0195	1.9548	1.7131	1.3013	0.73279	-0.007	-0.928	-1.9624	-3.1561
SPR nbp	2.0266	1.9603	1.7126	1.308	0.7358	-0.0037	-0.9098	-2.0042	-3.2384
SPR ebp	2.0252	1.9585	1.7122	1.3082	0.7356	-0.0055	-0.9069	-1.9866	-3.2284
PRJ	2.0175	1.942	1.7099	1.315	0.7532	0.0272	-0.8606	-1.9181	-2.7556
AVR	2.0684	1.9875	1.7446	1.3377	0.7664	0.0324	-0.8629	-1.9051	-3.2876
Eksak	2.0313	1.9507	1.709	1.3062	0.7422	0.0171	-0.8691	-1.9165	-3.125



Gambar 4.29 Distribusi Momen Lentur M_r Pelat Melingkar, $R/h = 5$

Tabel 4.23 Distribusi Momen M_θ Pelat Melingkar, $R/h = 5$

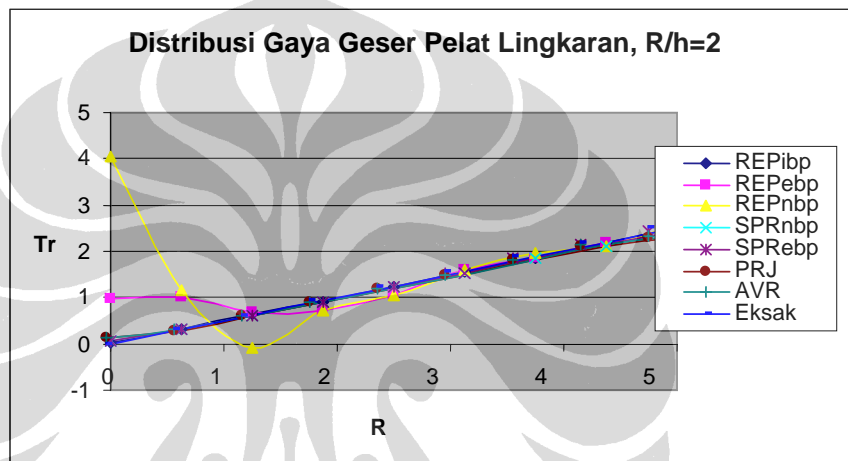
NELT = 48	M_θ								
REP ibp	2.0341	1.99	1.8491	1.6102	1.2873	0.86944	0.34632	-0.2637	-0.9541
REP ebp	2.0245	1.9863	1.8403	1.6054	1.2828	0.86506	0.35085	-0.2714	-0.9485
REP nbp	2.02	1.9866	1.8378	1.6054	1.2828	0.86506	0.35586	-0.273	-0.9308
SPR nbp	2.0266	1.9832	1.8397	1.6055	1.278	0.8569	0.3398	-0.2838	-0.9672
SPR ebp	2.0254	1.9825	1.8399	1.6072	1.2814	0.8605	0.3466	-0.274	-0.969
PRJ	2.0175	1.9731	1.8375	1.6081	1.2835	0.8645	0.3512	-0.2604	-0.725
AVR	2.0684	2.0185	1.8725	1.6303	1.2933	0.8641	0.3439	-0.2601	-0.9863
Eksak	2.0313	1.9849	1.8457	1.6138	1.2891	0.8716	0.3613	-0.2417	-0.9375



Gambar 4.30 Distribusi Momen Lentur M_θ Pelat Melingkar, $R/h = 5$

Tabel 4.24 Distribusi Gaya Geser Pelat Melingkar, $R/h = 2$

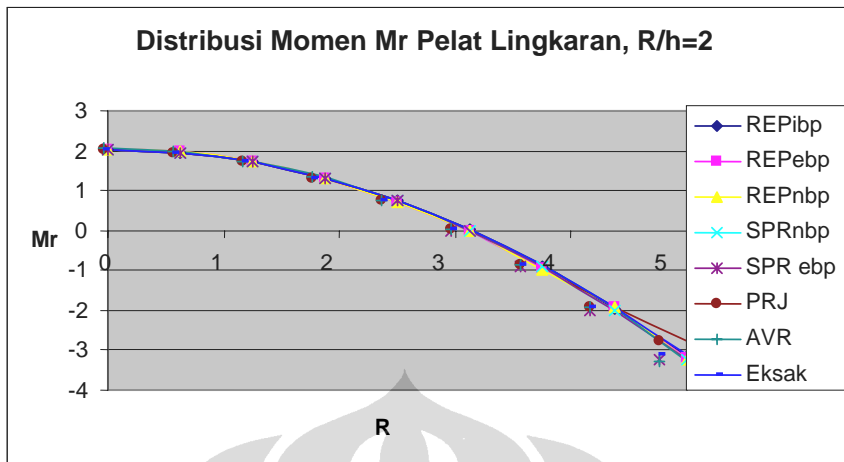
NELT = 48	$T_r (R/h = 2)$								
REPIbp	0.03673	0.33209	0.63077	0.91486	1.2332	1.5706	1.8708	2.18	2.4986
REPebp	0.9857	1.0107	0.68394	0.73696	1.0354	1.5959	1.8484	2.1906	2.3903
REPnbp	4.0426	1.1718	-0.0778	0.73696	1.0354	1.5959	1.9591	2.1105	2.5951
SPR nbp	0.0632	0.3345	0.6001	0.9088	1.2168	1.5253	1.8448	2.1278	2.4404
SPR ebp	0.0496	0.3204	0.5962	0.9109	1.2174	1.5247	1.8479	2.1374	2.444
PRJ	0.148	0.2953	0.5956	0.8971	1.1986	1.5001	1.8065	2.1253	2.2773
AVR	0.1513	0.3027	0.6051	0.9065	1.2057	1.506	1.8178	2.1467	2.3151
Eksak	0	0.3125	0.625	0.9375	1.25	1.5625	1.875	2.1875	2.5



Gambar 4.31 Konvergensi Gaya Geser Pelat Melingkar, $R/h=2$

Tabel 4.25 Distribusi Momen M_r Pelat Melingkar, $R/h = 2$

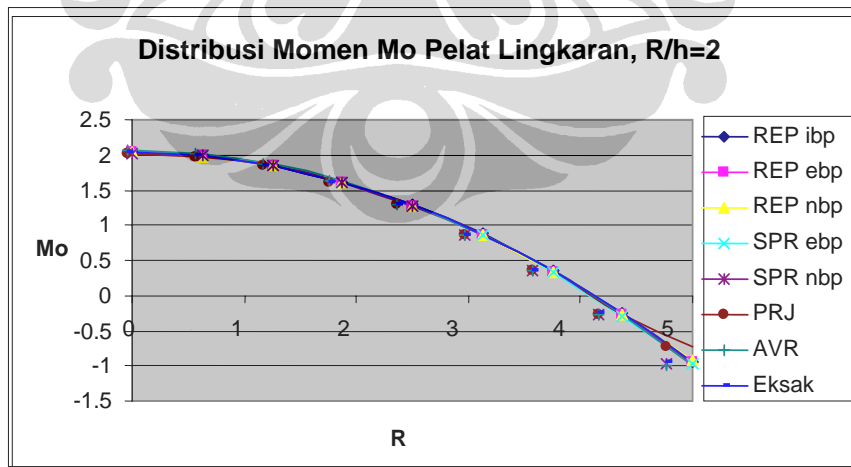
NELT = 48	M_r								
REPIbp	2.0351	1.9604	1.7221	1.304	0.73678	0.01012	-0.9008	-1.9597	-3.1486
REPebp	2.0334	1.9706	1.7101	1.2934	0.72074	-0.003	-0.9493	-1.9373	-3.2028
REPnbp	2.032	1.9713	1.7101	1.2934	0.72074	-0.003	-0.9811	-1.9246	-3.2339
SPR nbp	2.0266	1.9603	1.7126	1.308	0.7358	-0.0037	-0.9098	-2.0042	-3.2384
SPR ebp	2.0252	1.9585	1.7122	1.3082	0.7356	-0.0055	-0.9069	-1.9866	-3.2284
PRJ	2.0175	1.942	1.7099	1.315	0.7532	0.0272	-0.8606	-1.9181	-2.7556
AVR	2.0684	1.9875	1.7446	1.3377	0.7664	0.0324	-0.8629	-1.9051	-3.2876
Eksak	2.0313	1.9507	1.709	1.3062	0.7422	0.0171	-0.8691	-1.9165	-3.125



Gambar 4.32 Distribusi Momen Lentur M_r Pelat Melingkar, $R/h=2$

Tabel 4.26 Distribusi Momen M_0 Pelat Melingkar, $R/h = 2$

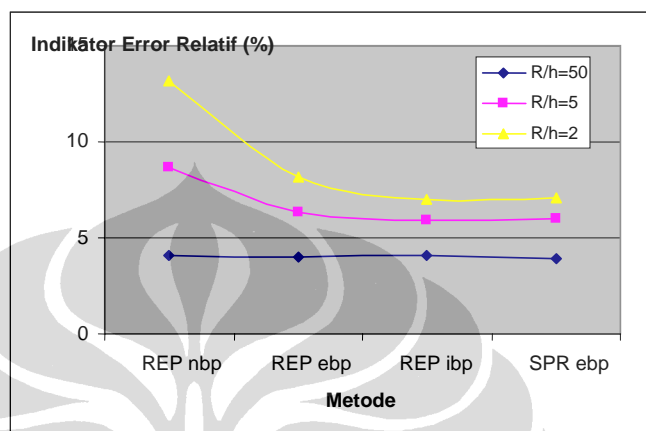
NELT = 48	M_0								
REPIbp	2.0349	1.9878	1.8457	1.6083	1.2903	0.87663	0.3572	-0.2523	-0.9519
REPebp	2.0333	1.9824	1.842	1.6027	1.278	0.8532	0.34194	-0.2723	-0.9476
REPnbp	2.0307	1.9815	1.8413	1.6027	1.278	0.8532	0.34094	-0.2715	-0.9102
SPR nbp	2.0266	1.9832	1.8397	1.6055	1.278	0.8569	0.3398	-0.2838	-0.9672
SPRebp	2.0254	1.9825	1.8399	1.6072	1.2814	0.8605	0.3466	-0.274	-0.969
PRJ	2.0175	1.9731	1.8375	1.6081	1.2835	0.8645	0.3512	-0.2604	-0.725
AVR	2.0684	2.0185	1.8725	1.6303	1.2933	0.8641	0.3439	-0.2601	-0.9863
Eksak	2.0313	1.9849	1.8457	1.6138	1.2891	0.8716	0.3613	-0.2417	-0.9375



Gambar 4.33 Distribusi Momen Lentur M_0 Pelat Melingkar, $R/h = 2$

Tabel 4.27 Indikator Error Relatif untuk Pelat Melingkar

R/h	REP nbp	REP ebp	REP ibp	SPR ebp
R/h=50	4.082	4.041	4.047	3.946
R/h=5	8.691	6.359	5.877	5.992
R/h=2	13.19	8.205	7.036	7.051

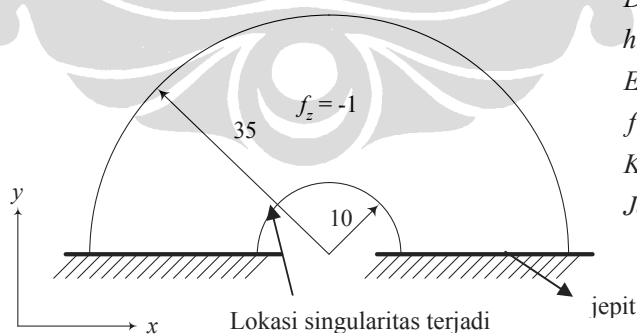


Gambar 4.34 Indikator Error Relatif untuk Pelat Melingkar

4.2.2 Pelat Umum

4.2.2.1 Pelat Busur Berlubang 180°

Pada kasus ini akan diuji pengaruh singularitas pada daerah perletakan jepit yang dekat dengan lubang seperti pada Tabel 4.28.



Data

$$h = 1;$$

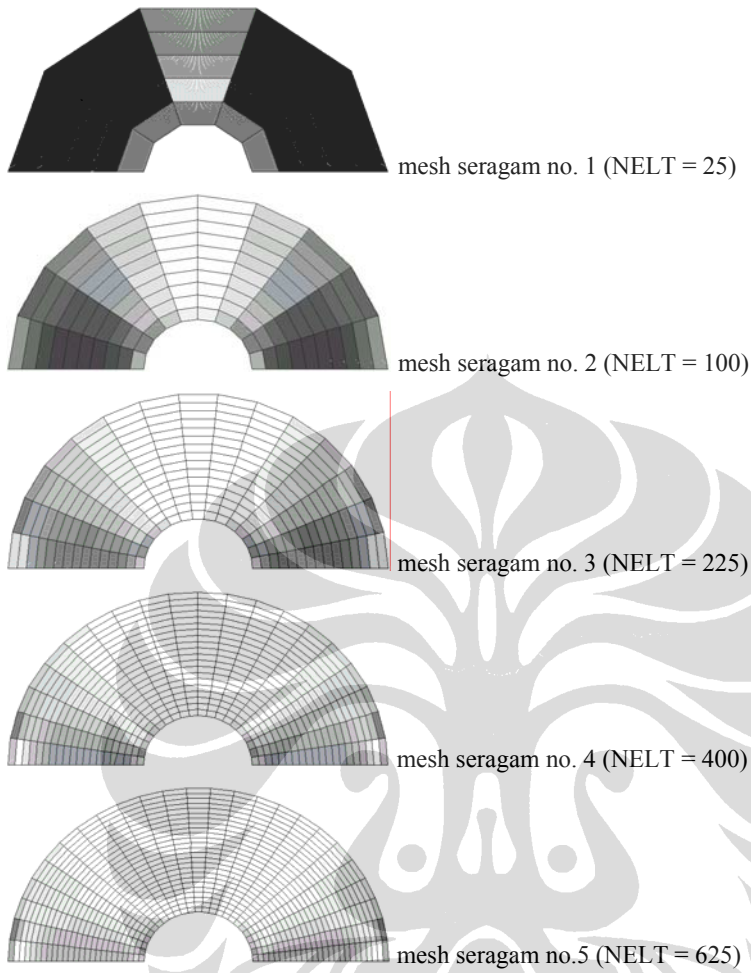
$$E = 1000; \quad \nu = 0.3$$

$$f_z = -1$$

Kondisi batas :

$$\text{Jepit} : w = 0; \quad \beta_x = 0; \quad \beta_y = 0$$

Gambar 4.35 Pelat busur berlubang 180°



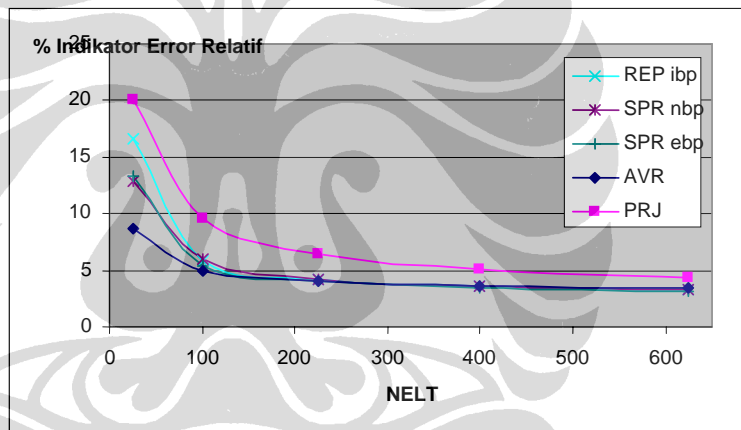
Gambar 4.36 Skema Penghalusan Seragam untuk Pelat Busur Berlubang

Tabel 4.28 Indikator Error Relatif Pelat Busur Berlubang 180° - Penghalusan Seragam

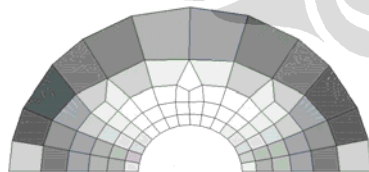
NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
25	1.10E+06	3.12E+04	16.644
100	1.17E+06	3.94E+03	5.796
225	1.18E+06	2.03E+03	4.141
400	1.19E+06	1.55E+03	3.606
625	1.19E+06	1.30E+03	3.307

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
25	1.10E+06	1.84E+04	12.851	1.10E+06	2.00E+04	13.387
100	1.17E+06	4.12E+03	5.924	1.17E+06	3.36E+03	5.356
225	1.18E+06	2.07E+03	4.176	1.18E+06	1.88E+03	3.981
400	1.19E+06	1.51E+03	3.563	1.19E+06	1.42E+03	3.453
625	1.19E+06	1.26E+03	3.246	1.19E+06	1.19E+03	3.16

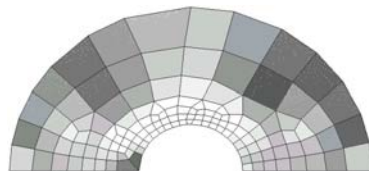
NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
25	1.10E+06	8.39E+03	8.715	1.10E+06	4.56E+04	19.99
100	1.17E+06	2.84E+03	4.923	1.17E+06	1.09E+04	9.59
225	1.18E+06	1.89E+03	3.997	1.18E+06	4.87E+03	6.406
400	1.19E+06	1.58E+03	3.643	1.19E+06	3.05E+03	5.063
625	1.19E+06	1.42E+03	3.45	1.19E+06	2.26E+03	4.348



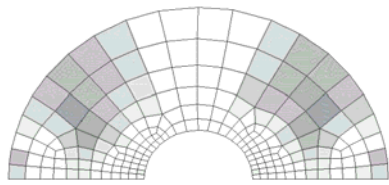
Gambar 4.37 Konvergensi Error Relative Pelat Busur Berlubang - Penghalusan Seragam



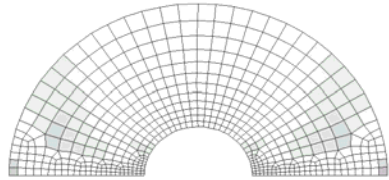
mesh adaptif no. 1 (NELT = 83)



mesh adaptif no. 2 (NELT = 136)



mesh adaptif no. 3 (NELT = 202)



mesh adaptif no. 4 (NELT = 552)

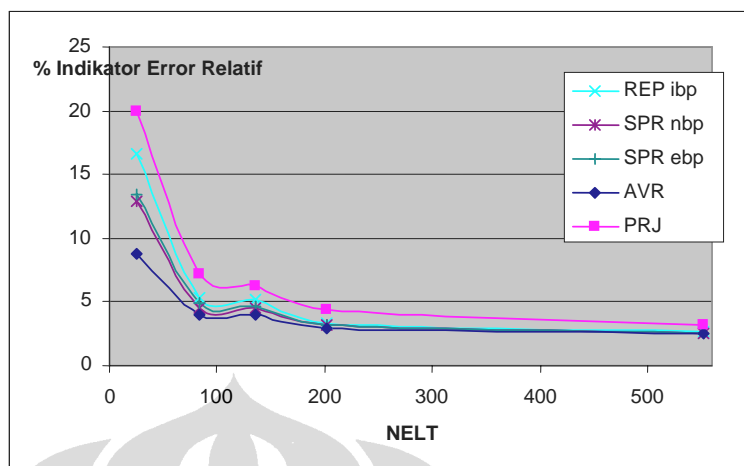
Gambar 4.38 Skema Penghalusan Adaptif untuk Pelat Berlubang

Tabel 4.29 Indikator Error Relatif Pelat Busur Berlubang 180° - Penghalusan Adaptif

NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
25	1.10E+06	3.12E+04	16.644
83	1.16E+06	3.32E+03	5.353
136	1.16E+06	3.17E+03	5.23
202	1.18E+06	1.36E+03	3.39
552	1.19E+06	8.44E+02	2.66

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
25	1.10E+06	1.84E+04	12.851	1.10E+06	2.00E+04	13.387
83	1.16E+06	2.40E+03	4.549	1.16E+06	2.83E+03	4.939
136	1.16E+06	2.42E+03	4.569	1.16E+06	2.51E+03	4.656
202	1.18E+06	1.81E+03	3.126	1.18E+06	1.18E+03	3.159
552	1.19E+06	7.97E+02	2.585	1.19E+06	7.77E+02	2.553

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
25	1.10E+06	8.39E+03	8.715	1.10E+06	4.56E+04	19.99
83	1.16E+06	2.83E+03	3.924	1.16E+06	5.94E+03	7.175
136	1.16E+06	1.86E+03	4.009	1.16E+06	4.49E+03	6.223
202	1.18E+06	1.03E+03	2.955	1.18E+06	2.25E+03	4.36
552	1.19E+06	7.72E+02	2.545	1.19E+06	1.20E+03	3.176

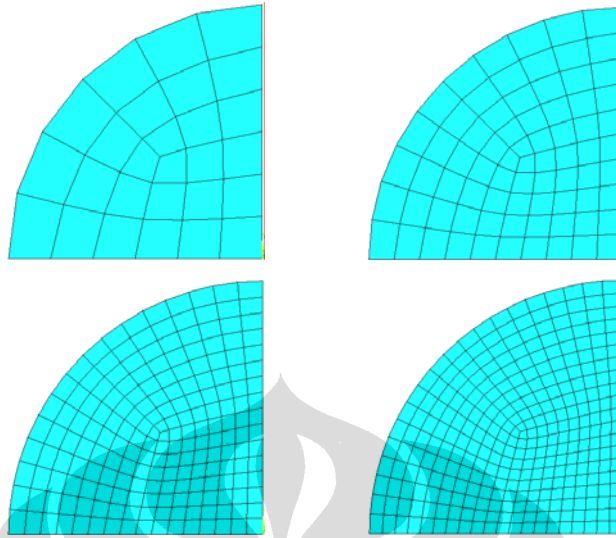


Gambar 4.39 Konvergensi Error Relative Pelat Busur Berlubang - Penghalusan Adaptive

Tabel 4.28 dan Tabel 4.29 memperlihatkan perbedaan kecepatan konvergensi error yang cukup signifikan dari kedua tipe penghalusan yang dilakukan. Sekali lagi diperlihatkan bahwa penghalusan adaptif lebih efektif digunakan untuk memperkecil kontribusi error pada bagian terjadinya singularitas. Fluktuasi kecepatan konvergensi pada gambar tersebut mengindikasikan pemilihan diskritisasi yang kurang tepat. Hal ini mungkin dapat diatasi dengan mencoba diskritisasi lainnya dan mengganti diskritisasi yang keliru tersebut. Untuk metode pemulihan gaya dalam yang dipakai, metode REP, SPR dan rata-rata menunjukkan kecepatan konvergensi yang relatif sama, sementara metode proyeksi menunjukkan yang lebih inferior.

4.2.2.2 Pelat Melingkar dengan Beban Terpusat

Gangguan lokal yang disebabkan oleh pembebanan terpusat harus mendapat perhatian khusus bila dikehendaki hasil yang akurat. Pada subbab ini akan diuji pelat melingkar perletakan jepit dengan parameter-parameter: $E=1000$, $\nu=0.3$, $h=1$ dan $P=1$.



Gambar 4.40 Diskritisasi Seragam Problem Pelat Melingkar dengan Beban Terpusat

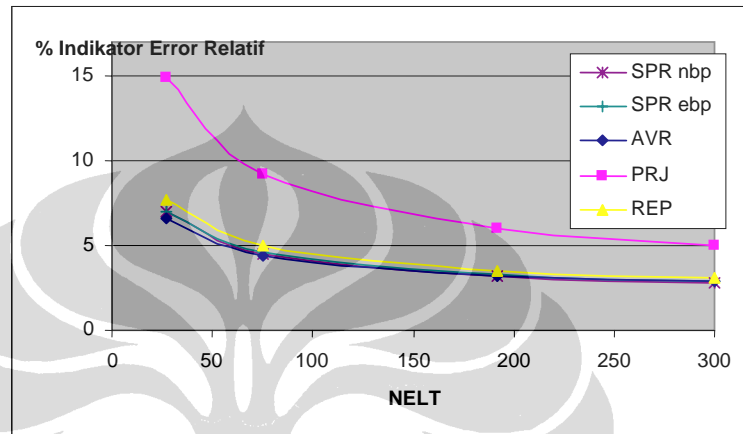
Metode elemen hingga memberikan solusi terhadap masalah ini dengan cara mendekati titik-titik singularitas secara hampiran elemen yang berhingga kecilnya. Hal ini dilakukan dengan memperbanyak jumlah elemen sehingga dapat mewakili gaya-gaya sekitar titik ini. Pencapaian error relatif norma energi sebatas 5% dapat dilihat pada Gambar 4.40 dan Gambar 4.42 yang menunjukkan tahap diskritisasi secara seragam maupun adaptif.

Tabel 4.30 Indikator Error Relatif Pelat Melingkar dengan Beban Terpusat – Penghalusan Seragam

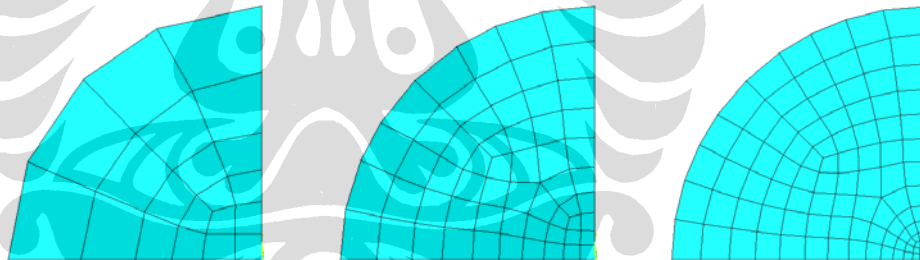
NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
27	2.23E+00	1.34E-02	7.722
75	2.20E+00	5.46E-03	4.973
192	2.19E+00	2.76E-03	3.547
300	2.19E+00	2.12E-03	3.113

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
27	2.23E+00	1.11E-02	7.031	2.23E+00	1.10E-02	7.019
75	2.20E+00	4.39E-03	4.463	2.20E+00	4.66E-03	4.598
192	2.19E+00	2.24E-03	3.199	2.19E+00	2.37E-03	3.29
300	2.19E+00	1.75E-03	2.827	2.19E+00	1.83E-03	2.893

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
27	2.23E+00	9.68E-03	6.577	2.23E+00	5.03E-02	14.862
75	2.20E+00	4.35E-03	4.44	2.20E+00	1.88E-02	9.207
192	2.19E+00	2.30E-03	3.235	2.19E+00	8.03E-03	6.044
300	2.19E+00	1.81E-03	2.874	2.19E+00	5.55E-03	5.032



Gambar 4.41 Konvergensi Error Relative Pelat Pelat Melingkar dengan Beban Terpusat - Penghalusan Seragam



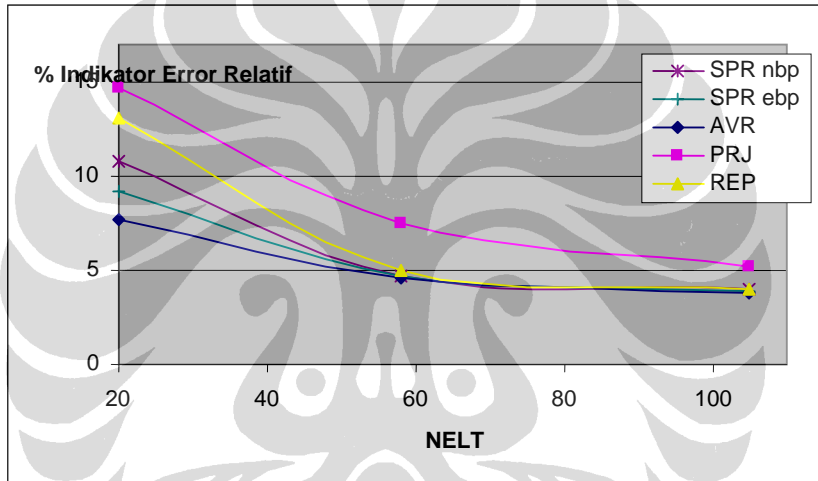
Gambar 4.42 Diskritasi Adaptif Problem Pelat Melingkar dengan Beban Terpusat

Tabel 4.31 Indikator Error Relatif Pelat Melingkar dengan Beban Terpusat – Penghalusan Adaptif

NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
20	2.23E+00	3.92E-02	13.132
58	2.20E+00	5.46E-03	4.977
105	2.20E+00	3.51E-03	3.995

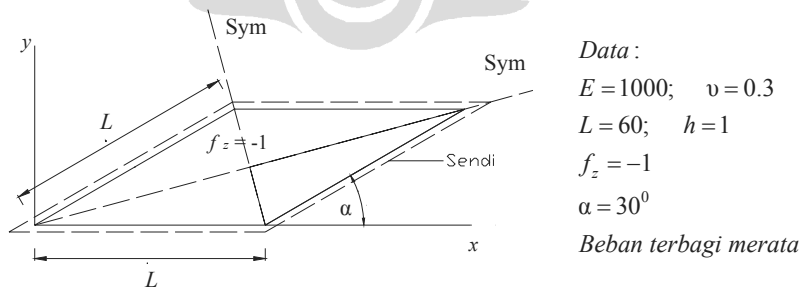
NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
20	2.23E+00	2.65E-02	10.821	2.23E+00	1.92E-02	9.242
58	2.20E+00	4.96E-03	4.742	2.20E+00	4.83E-03	4.681
105	2.20E+00	3.47E-03	3.97	2.20E+00	3.30E-03	3.876

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
20	2.23E+00	1.35E-02	7.746	2.23E+00	4.93E-02	14.694
58	2.20E+00	4.61E-03	4.575	2.20E+00	1.26E-02	7.542
105	2.20E+00	3.23E-03	3.832	2.20E+00	5.95E-03	5.197



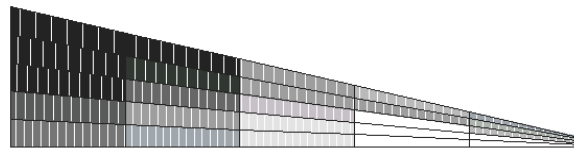
Gambar 4.43 Konvergensi Error Relative Pelat Pelat Melingkar dengan Beban Terpusat - Penghalusan Adaptif

4.2.2.3 Pelat Miring 30° (Morley Acute Skew Plate)

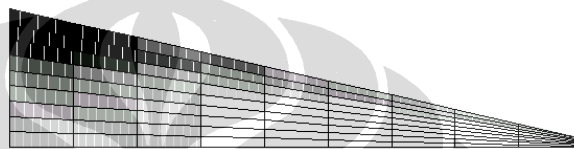


Gambar 4.44 Pelat Morley posisi segitiga

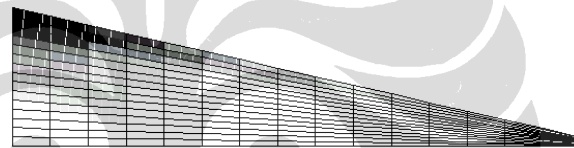
Pelat Morley merupakan suatu pelat berbentuk belah ketupat dengan sudut 30° dengan perletakan sendi (*soft simply supported*) pada keempat sisinya. Uji pada pelat ini diterapkan pada kasus pelat tipis.



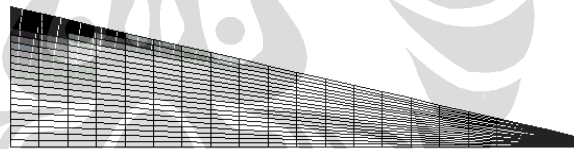
mesh seragam 5×5 (NELT = 25)



mesh seragam 9×9 (NELT = 81)



mesh seragam 15×15 (NELT = 225)



mesh seragam 20×20 (NELT = 400)

Gambar 4.45 Skema Penghalusan Seragam Untuk Pelat Morley

Solusi eksak diberikan oleh [M1] sebagai berikut :

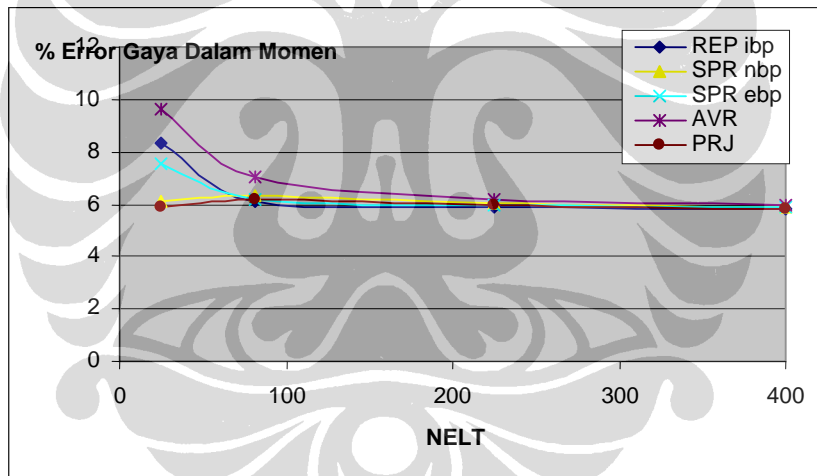
- Momen prinsipal maksimum : $M_1 = 19,1 \times 10^{-3} f_z L^2$
- Momen prinsipal minimum : $M_2 = 10,8 \times 10^{-3} f_z L^2$

Pada Gambar 4.33 diperlihatkan pelat Morley yang akan dianalisa. Pelat tersebut akan dianalisa $\frac{1}{4}$ bagian saja karena sifat simetrisnya. Rasio Poisson sebesar 0.3 dipilih dengan modulus elastisitas 1000. Beban diaplikasikan tegak lurus permukaan pelat sebesar 1 per unit area.

Tabel 4.32 Momen Lentur M_1 Dan Persentase Error Di Pusat Pelat Morley – Penghalusan Seragam

NELT	Momen M_1 Di Pusat Pelat				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
25	74.51	72.938	73.949	75.366	72.812
81	72.97	73.131	73.007	73.596	73.022
225	72.813	72.934	72.866	73.029	72.854
400	72.774	72.835	72.805	72.871	72.78
Eksak	68.76				

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
25	8.362	6.076	7.547	9.607	5.893
81	6.123	6.357	6.177	7.033	6.198
225	5.894	6.07	5.971	6.209	5.954
400	5.838	5.926	5.883	5.979	5.846

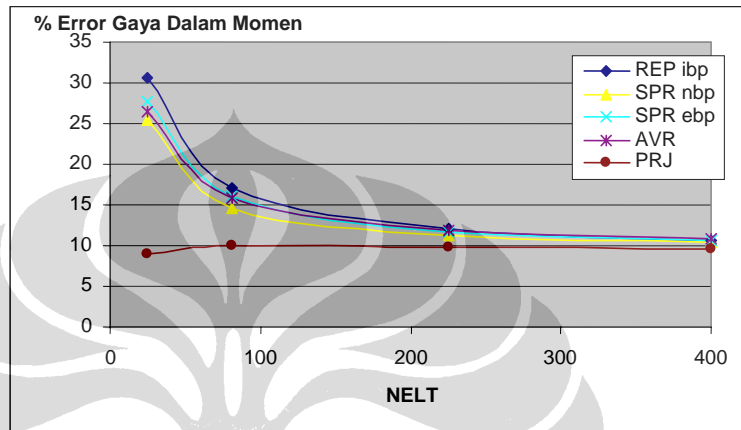


Tabel 4.33 Persentase Error Momen Lentur M_1 di Pusat Pelat Morley - Penghalusan Seragam

Tabel 4.34 Momen Lentur M_2 dan Persentase Error Di Pusat Pelat Morley - Penghalusan Seragam

NELT	Momen M_2 Di Pusat Pelat				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
25	49.512	47.511	48.373	47.908	41.289
81	44.382	43.395	43.992	43.862	41.68
225	42.42	42.151	42.308	42.379	41.624
400	41.931	41.83	41.89	41.955	41.549
Eksak	37.88				

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
25	30.707	25.425	27.701	26.473	8.999
81	17.165	14.559	16.135	15.792	10.032
225	11.985	11.275	11.69	11.877	9.884
400	10.694	10.428	10.586	10.758	9.686



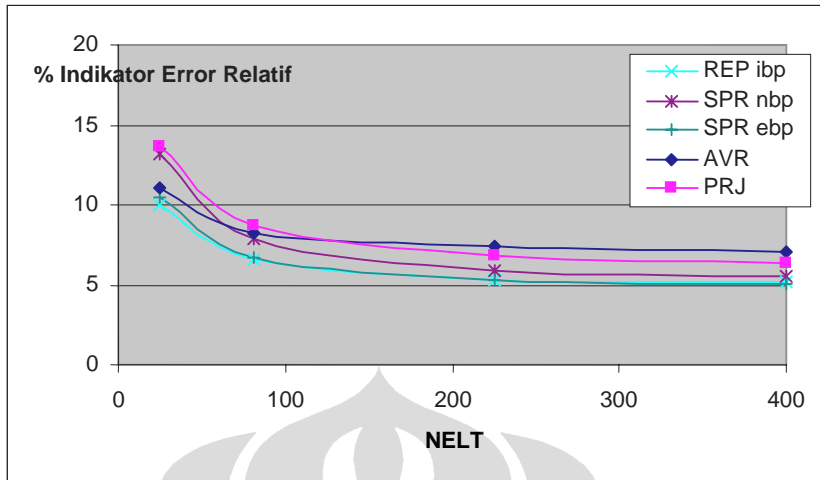
Gambar 4.46 Persentase Error Momen Lentur M_2 di Pusat Pelat Morley – Penghalusan Seragam

Tabel 4.35 Indikator Error Relatif Pelat Morley - Penghalusan Seragam

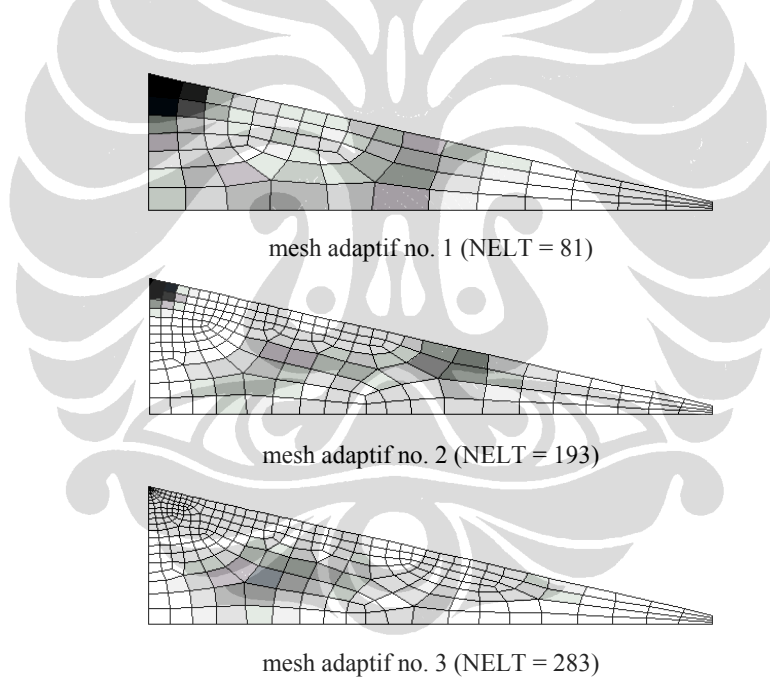
NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
25	1.07E+04	1.07E+02	9.99
81	1.04E+04	4.60E+01	6.619
225	1.04E+04	2.96E+01	5.338
400	1.03E+04	2.77E+01	5.173

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
25	1.07E+04	1.88E+02	13.163	1.07E+04	1.19E+02	10.508
81	1.04E+04	2.12E+01	7.881	1.04E+04	4.77E+01	6.743
225	1.04E+04	2.66E+01	5.825	1.04E+04	2.94E+01	5.318
400	1.03E+04	1.81E+01	5.534	1.03E+04	2.70E+01	5.109

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
25	1.07E+04	1.31E+02	11.037	1.07E+04	2.01E+02	13.622
81	1.04E+04	7.07E+01	8.198	1.04E+04	8.03E+01	8.735
225	1.04E+04	5.80E+01	7.462	1.04E+04	4.91E+01	6.87
400	1.03E+04	5.10E+01	7.01	1.03E+04	4.26E+01	6.411



Gambar 4.47 Konvergensi Error Relative Pelat Morley - Penghalusan Seragam

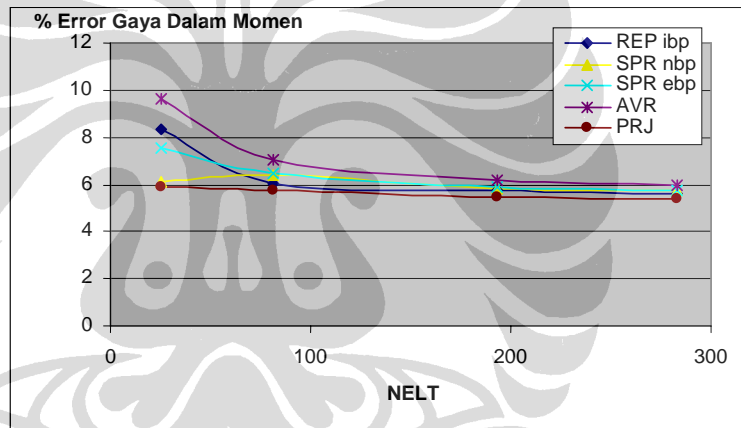


Gambar 4.48 Skema penghalusan adaptif untuk pelat Morley

Tabel 4.36 Momen Lentur M_1 Dan Persentase Error Di Pusat Pelat Morley – Penghalusan Adaptif

NELT	Momen M_1 Di Pusat Pelat				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
25	74.51	72.938	73.949	75.366	72.812
81	72.932	73.182	73.204	73.612	72.737
193	72.714	72.781	72.807	72.992	72.531
283	72.638	72.69	72.719	72.882	72.463
Eksak	68.76				

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
25	8.362	6.076	7.547	9.607	5.893
81	6.067	6.431	6.463	7.056	5.784
193	5.750	5.848	5.886	6.155	5.484
283	5.640	5.716	5.758	5.995	5.385

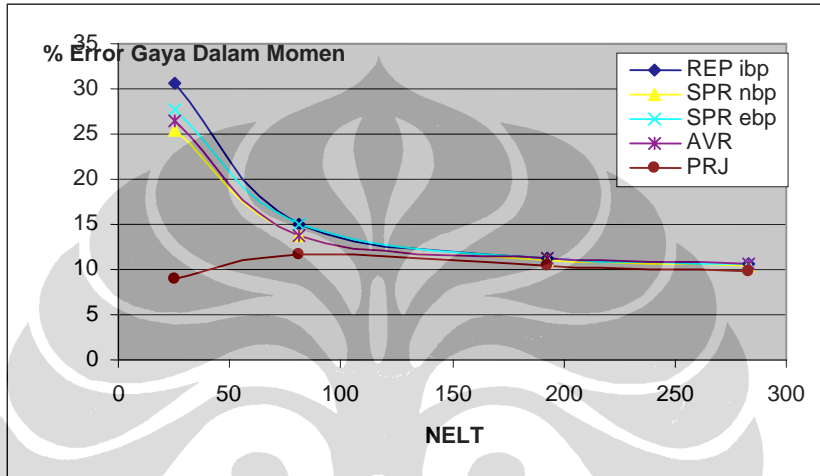


Gambar 4.49 Persentase Error Momen Lentur M_1 di Pusat Pelat Morley – Penghalusan Adaptif

Tabel 4.37 Momen Lentur M_2 dan Persentase Error di Pusat Pelat Morley – Penghalusan Adaptif

NELT	Momen M_2 Di Pusat Pelat				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
25	49.512	47.511	48.373	47.908	41.289
81	43.554	43.111	43.54	43.12	42.261
193	42.119	42.089	42.136	42.121	41.819
283	41.87	41.833	41.88	41.87	41.573
Eksak	37.88				

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
25	30.707	25.425	27.701	26.473	8.999
81	14.979	13.809	14.942	13.833	11.565
193	11.191	11.111	11.235	11.196	10.399
283	10.533	10.436	10.56	10.533	9.749



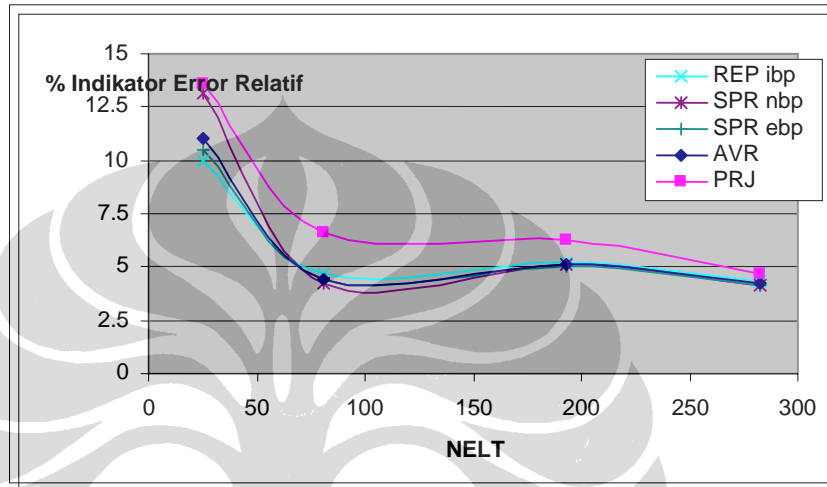
Gambar 4.50 Persentase Error Momen Lentur M_2 Di Pusat Pelat Morley – Penghalusan Adaptif

Tabel 4.38 Indikator Error Relatif Pelat Morley - Penghalusan Adaptif

NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
25	1.07E+04	1.07E+02	9.99
81	1.03E+04	2.27E+01	4.69
193	1.03E+04	2.84E+01	5.247
283	1.03E+04	1.95E+01	4.354

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
25	1.07E+04	1.88E+02	13.163	1.07E+04	1.19E+02	10.508
81	1.03E+04	6.41E+01	4.259	1.03E+04	2.00E+01	4.397
193	1.03E+04	3.53E+01	5.081	1.03E+04	2.57E+01	4.994
283	1.03E+04	3.17E+01	4.191	1.03E+04	1.75E+01	4.123

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
25	1.07E+04	1.31E+02	11.037	1.07E+04	2.01E+02	13.622
81	1.03E+04	2.03E+01	4.432	1.03E+04	4.53E+01	6.616
193	1.03E+04	2.75E+01	5.159	1.03E+04	4.02E+01	6.235
283	1.03E+04	1.88E+01	4.274	1.03E+04	2.29E+01	4.719



Gambar 4.51 Konvergensi Error Relative Pelat Morley - Penghalusan Adaptive

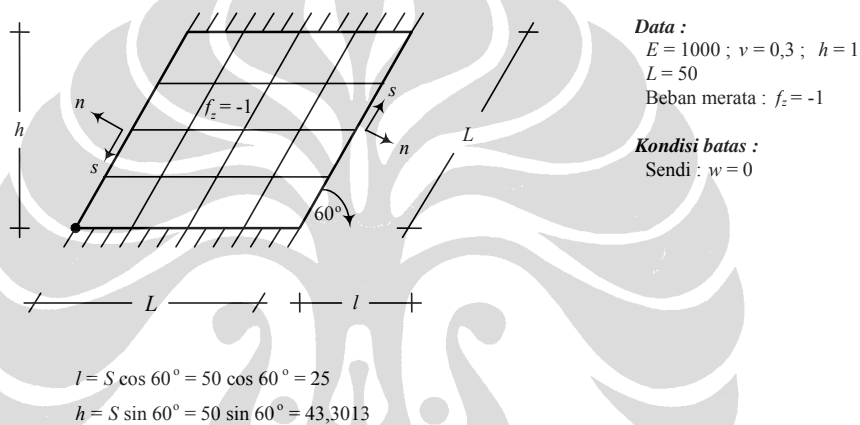
Pada kasus pelat Morley ini problem singularitas terjadi pada bagian sudut tumpul sehingga skema penghalusan adaptif akan banyak terjadi pada daerah ini. Pada Gambar 4.47 dan Gambar 4.51 diperlihatkan uji konvergensi untuk penghalusan seragam dan adaptif. Dapat dilihat bahwa kecepatan konvergensi penghalusan adaptif lebih cepat dibandingkan penghalusan seragam. Namun gambar tersebut juga memperlihatkan konvergensi error yang semakin lambat dan masih cukup jauh dari asimtotik nol. Hal ini mungkin diakibatkan pengaruh singularitas yang cukup signifikan di samping penghalusan adaptif yang dilakukan mungkin masih kurang optimal.

Dari pengujian terhadap kasus pelat morley dengan analisa $\frac{1}{4}$ bagian berbentuk segitiga siku-siku, penghalusan adaptif memiliki konvergensi terhadap error relative lebih cepat dibandingkan penghalusan seragam. Pada kasus ini, semua metode menunjukkan hasil yang relatif sama.

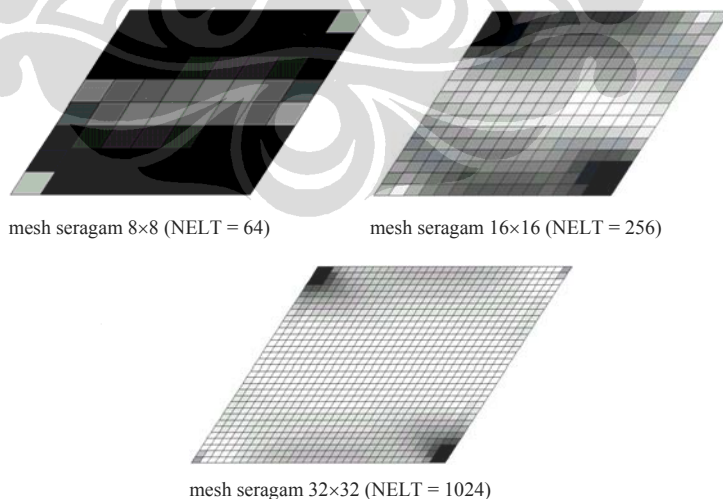
4.2.2.4 Pelat Miring 60° (Razzaque's Skew Plate)

Pelat Razzaque merupakan pelat miring bersudut 60° dan bertumpu sederhana (sendi) pada dua sisinya dan bebas pada dua sisi lainnya (lihat Gambar 4.52). Penghalusan seragam dan adaptif dilakukan dengan skema seperti pada Gambar 4.53 dan Gambar 4.56. Pada bagian ini akan dihitung persentase error untuk gaya dalam M_y di mana solusi eksaknya adalah[R1]:

- Momen M_y di pusat pelat : $M_y = 0,9589 \times 10^{-1} fL^2$



Gambar 4.52 Pelat Razzaque dengan Beban Terbagi Rata

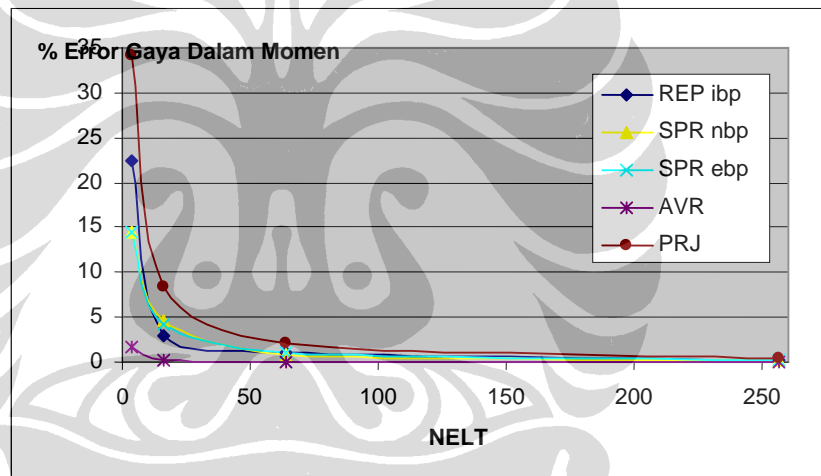


Gambar 4.53 Skema Penghalusan Seragam untuk Pelat Razzaque

Tabel 4.39 Momen M_y dan Persentase Error di Pusat Pelat Razzaque – Penghalusan Seragam

NELT	Momen M_y Lentur Pusat				
	REP ibp	SPRnbp	SPR ebp	AVR	PRJ
4	186.09	204.9	204.9	235.69	157.72
16	2.33E+02	228.87	229.59	239.07	219.59
64	237.06	237.54	236.98	239.61	234.8
256	239.41	239.47	239.42	239.7	238.67
Eksak	239.725				

NELT	Persentase Error gaya dalam Momen (%)				
	REP ibp	SPR nbp	SPR ebp	AVR	PRJ
4	22.3736	14.527	14.527	1.683	34.208
16	2.8804	4.528	4.228	0.273	8.399
64	1.1117	0.911	1.145	0.048	2.054
256	0.1314	0.106	0.127	0.01	0.44



Gambar 4.54 Persentase Error Momen M_y di Pusat Pelat Razzaque

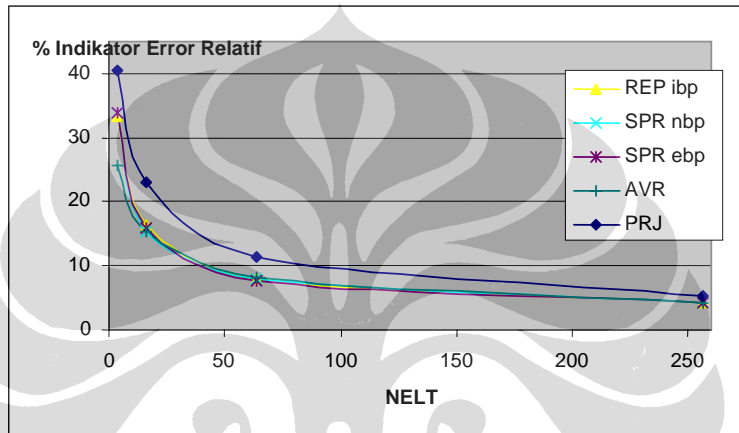
Tabel 4.40 Indikator Error Relatif Pelat Razzaque - Penghalusan Seragam

NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
4	5.95E+05	7.41E+04	33.3
16	7.57E+05	2.08E+04	16.353
64	7.95E+05	4.97E+03	7.883
256	8.04E+05	1.51E+03	4.333

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
4	5.95E+05	7.67E+04	33.863	5.95E+05	7.67E+04	33.794
16	7.57E+05	1.98E+04	15.225	7.57E+05	1.93E+04	15.778

64	7.95E+05	4.51E+03	7.998	7.95E+05	4.57E+03	7.561
256	8.04E+05	1.40E+03	4.238	8.04E+05	1.42E+03	4.194

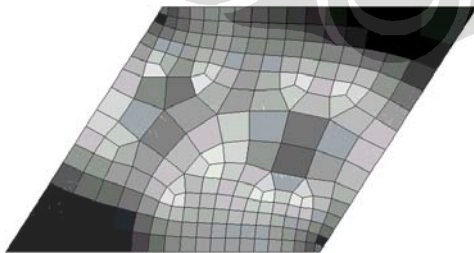
NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
4	5.95E+05	4.17E+04	25.669	5.95E+05	1.16E+05	40.537
16	7.57E+05	1.73E+04	15.278	7.57E+05	4.13E+04	22.999
64	7.95E+05	4.58E+03	8.179	7.95E+05	9.54E+03	11.394
256	8.04E+05	1.47E+03	4.312	8.04E+05	2.41E+03	5.361



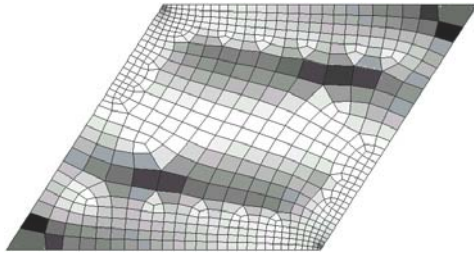
Gambar 4.55 Konvergensi Error Relative Pelat Razaque - Penghalusan Seragam



mesh adaptif no. 2 (NELT = 64)



mesh adaptif no. 2 (NELT = 211)



mesh adaptif no. 3 (NELT = 583)

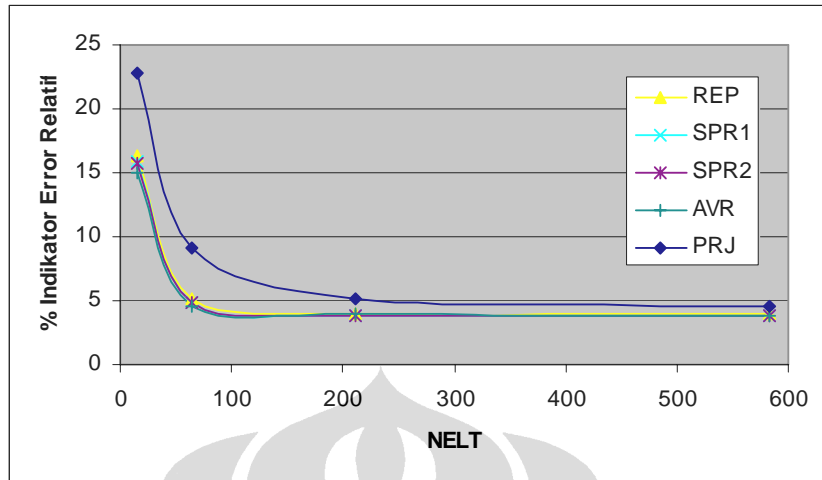
Gambar 4.56 Skema Penghalusan Adaptif untuk Pelat Razzaque

Tabel 4.41 Indikator Error Relatif Pelat Razzaque - Penghalusan Adaptif

NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
16	7.57E+05	2.08E+04	16.353
64	7.82E+05	2.04E+03	5.107
211	8.00E+05	1.28E+03	4.002
583	8.09E+05	1.31E+03	4.023

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
16	7.57E+05	1.98E+04	15.949	7.57E+05	1.93E+04	15.778
64	7.82E+05	1.79E+03	4.782	7.82E+05	1.84E+03	4.844
211	8.00E+05	1.14E+03	3.777	8.00E+05	1.21E+03	3.888
583	8.09E+05	1.21E+03	3.861	8.09E+05	1.20E+03	3.848

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
16	7.57E+05	1.73E+04	14.935	7.57E+05	4.13E+04	22.732
64	7.82E+05	1.67E+03	4.611	7.82E+05	6.59E+03	9.146
211	8.00E+05	1.22E+03	3.907	8.00E+05	2.16E+03	5.188
583	8.09E+05	1.16E+03	3.787	8.09E+05	1.71E+03	4.591



Gambar 4.57 Konvergensi Error Relative Pelat Razzaque - Penghalusan Adaptive

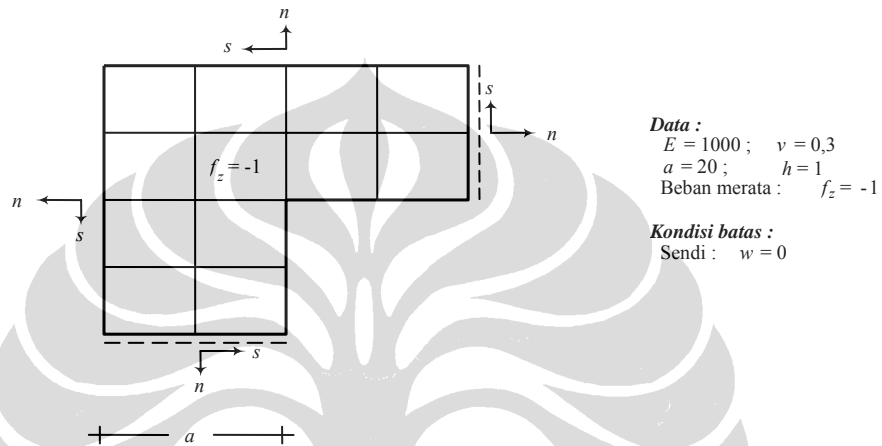
Pada penghalusan seragam pengaruh singularitas daerah sudut tumpul memberikan pengaruh terhadap kecepatan konvergensi error dari keempat metode pemulihan gaya dalam yang dipakai. Hal ini dibuktikan pada Gambar 4.55 di mana sampai mesh 256 elemen daerah sudut tumpul masih memperlihatkan konsentrasi error yang tinggi. Penghalusan adaptif cukup efektif dilakukan disini di mana dengan jumlah elemen yang sama yaitu 64 buah, target persentase error < 5 % telah tercapai, dibandingkan penghalusan seragam yang memerlukan 256 elemen untuk mencapai target. Pada kasus ini kecepatan konvergensi error dari keempat metode pemulihan gaya dalam relatif sama.

4.2.2.5 Pelat L

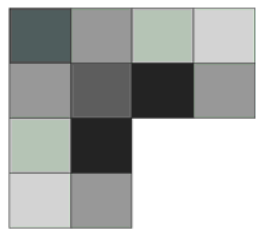
Pada bagian ini akan dibahas contoh kasus pelat yang sering dipakai untuk mengetahui perilaku konvergensi error akibat efek singularitas. Pelat tersebut adalah pelat berbentuk L yang memiliki sudut dalam 90° . Pada sudut inilah singularitas terjadi. Pelat ini diberi perletakan sendi untuk lebih memfokuskan perhatian pada singularitas yang terjadi di sudut dalam tersebut.

Permasalahan singularitas ini secara teoritis dapat diselesaikan jika kita memberikan elemen dalam jumlah banyak pada sudut dalam tersebut.

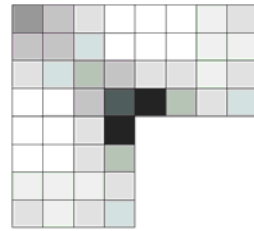
Dengan kata lain penghalusan adaptif pada bagian tersebut merupakan solusi yang baik Namun kita juga akan melihat bagaimana perilaku konvergensi error jika kita melakukan penghalusan seragam. Skema penghalusan ditunjukkan pada Gambar 4.56 dan Gambar 4.58. Sedangkan perbandingan konvergensi error untuk penghalusan seragam dan adaptif dapat dilihat pada Tabel 4.36 dan Tabel 4.37



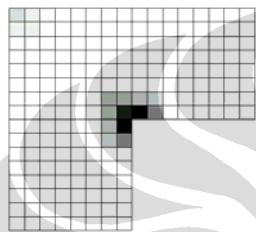
Gambar 4.58 Pelat L Singular dengan Tumpuan Sendi dan Beban Terbagi Rata



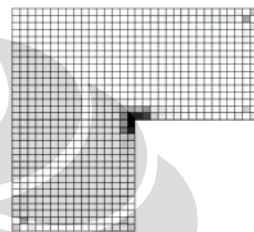
Mesh seragam no. 1
(NELT = 12)



Mesh seragam no. 2
(NELT = 48)



Mesh seragam no. 2
(NELT = 192)



Mesh seragam no. 4
(NELT = 768)

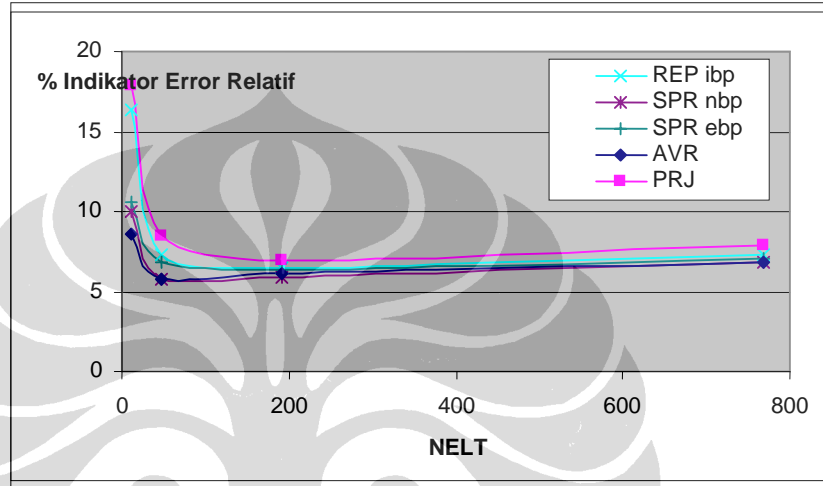
Gambar 4.59 Skema Penghalusan Seragam Pelat L Untuk Mencapai Error Relatif $\leq 5\%$

Tabel 4.42 Indikator Error Relatif Pelat L - Penghalusan Seragam

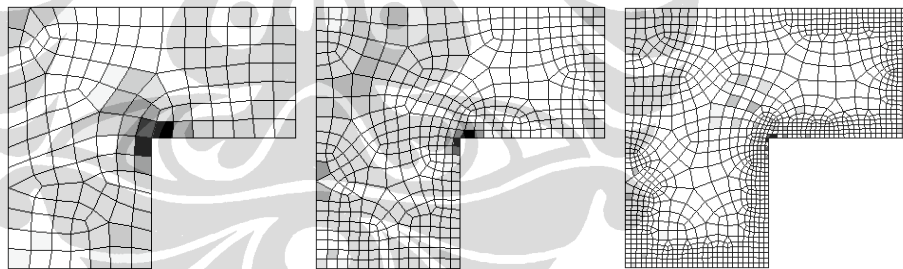
NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
12	3.36E+06	9.18E+04	16.304
48	3.43E+06	1.86E+04	7.336
192	3.47E+06	1.46E+04	6.486
768	3.51E+06	1.85E+04	7.253

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
12	3.36E+06	3.39E+04	9.993	3.36E+06	3.84E+04	10.627
48	3.43E+06	1.15E+04	5.768	3.43E+06	1.61E+04	6.841
192	3.47E+06	1.22E+04	5.929	3.47E+06	1.39E+04	6.328
768	3.51E+06	1.67E+04	6.877	3.51E+06	1.74E+04	7.031

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
12	3.36E+06	2.53E+04	8.645	3.36E+06	7.60E+04	17.873
48	3.43E+06	1.15E+04	5.772	3.43E+06	2.47E+04	8.444
192	3.47E+06	1.29E+04	6.08	3.47E+06	1.69E+04	6.969
768	3.51E+06	1.64E+04	6.823	3.51E+06	2.20E+04	7.891



Gambar 4.60 Konvergensi Error Relative Pelat L - Penghalusan Seragam



Mesh adaptif no. 1
(NELT = 154)

Mesh adaptif no. 2
(NELT = 429)

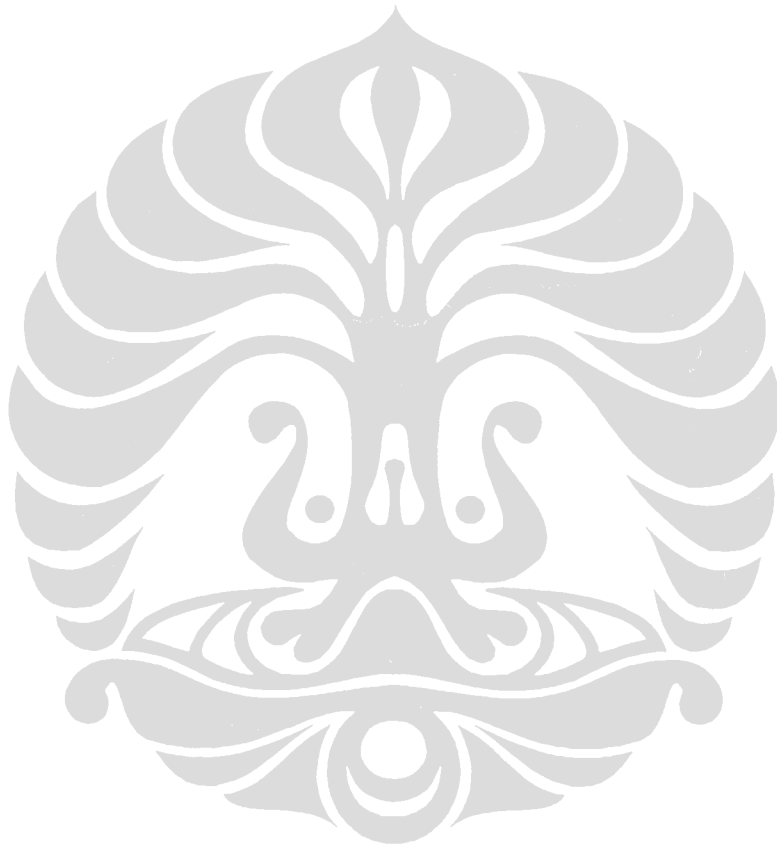
Mesh adaptif no. 3
(NELT = 1148)

Gambar 4.61 Skema Penghalusan Adaptif Pelat L Untuk Mencapai Error Relatif $\leq 5\%$

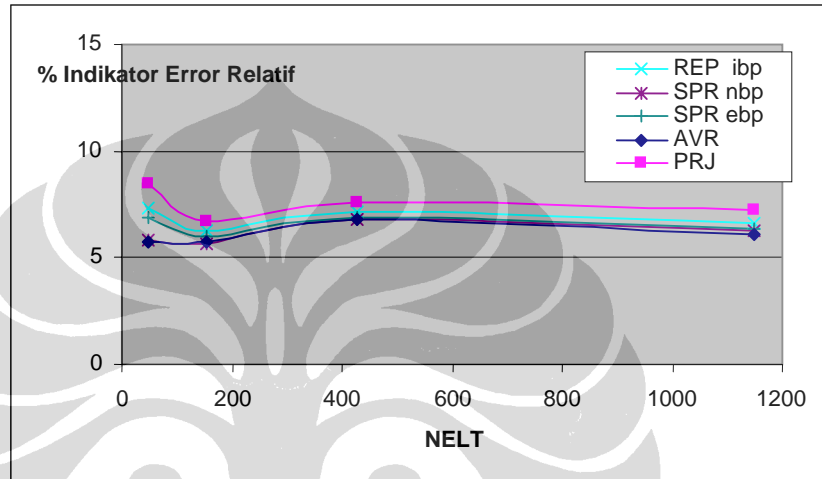
Tabel 4.43 Indikator Error Relatif Pelat L - Penghalusan Adaptif

NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
48	3.43E+06	1.86E+04	7.336
154	3.46E+06	1.36E+04	6.263
429	3.49E+06	1.77E+04	7.111
1148	3.53E+06	1.53E+04	6.574

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
48	3.43E+06	1.15E+04	5.786	3.43E+06	1.61E+04	6.841
154	3.46E+06	1.09E+04	5.604	3.46E+06	1.25E+04	5.99
429	3.49E+06	1.61E+04	6.786	3.49E+06	1.66E+04	6.882
1148	3.53E+06	1.38E+04	6.237	3.53E+06	1.36E+06	6.371



NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
48	3.43E+06	1.15E+04	5.774	3.43E+06	2.47E+04	8.444
154	3.46E+06	1.15E+04	5.763	3.46E+06	1.58E+04	6.74
429	3.49E+06	1.64E+04	6.835	3.49E+06	2.04E+04	7.62
1148	3.53E+06	1.31E+04	6.078	3.53E+06	1.85E+04	7.218



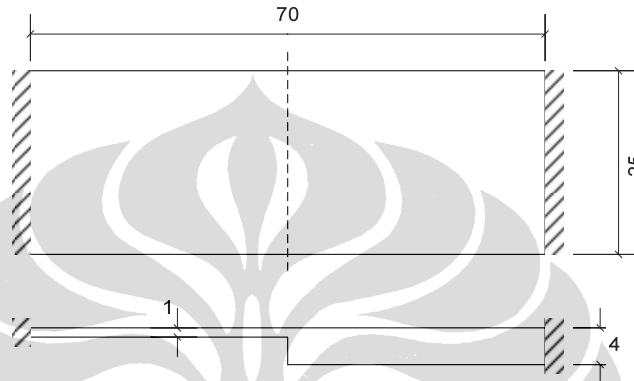
Gambar 4.62 Konvergensi Error Relative Pelat L - Penghalusan Adaptive

Skema penghalusan pada Gambar 4.61 memperlihatkan konsentrasi error yang tinggi di sekitar sudut dalam. Penghalusan secara seragam terlihat kurang efektif karena diskritisasi yang dilakukan tidak terkonsentrasi pada daerah singularitas yang justru memerlukan jaringan elemen yang halus. Pada daerah lain error relatif tiap elemen relatif kecil dan stabil. Secara umum konvergensi error untuk keempat metode pemulihan gaya dalam yang dipakai relatif sama.

4.2.2.6 Pelat dengan Perbedaan Tebal

Penyelesaian persoalan diskontinuitas geometri pada pelat akan dievaluasi dengan bantuan estimator error. Kesalahan relatif secara global yang ingin dicapai adalah 5% melalui diskritisasi secara seragam dan adaptif.

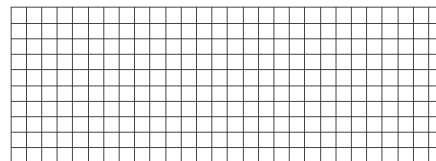
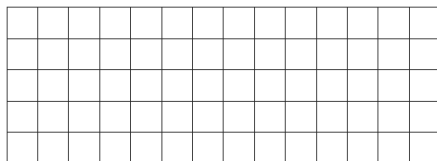
Pada bagian tengah pelat terjadi loncatan geometri di mana kontribusi error akan berperan besar. Pelat ini mengalami pembebanan secara merata sebesar 1 unit per area dan mempunyai ketebalan 1 unit untuk sisi kiri dan 4 unit pada sisi kanan. Modulus elastisitas 1000 dan Poisson ratio 0,3 dipakai untuk persoalan ini.

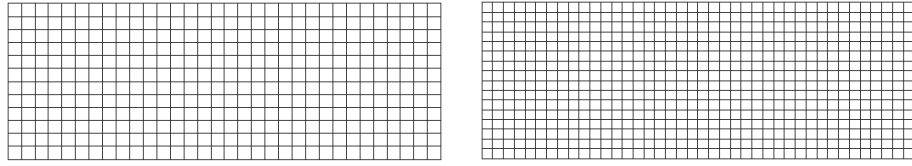


Gambar 4.63 Pelat Bujursangkar dengan Diskontinuitas Geometri

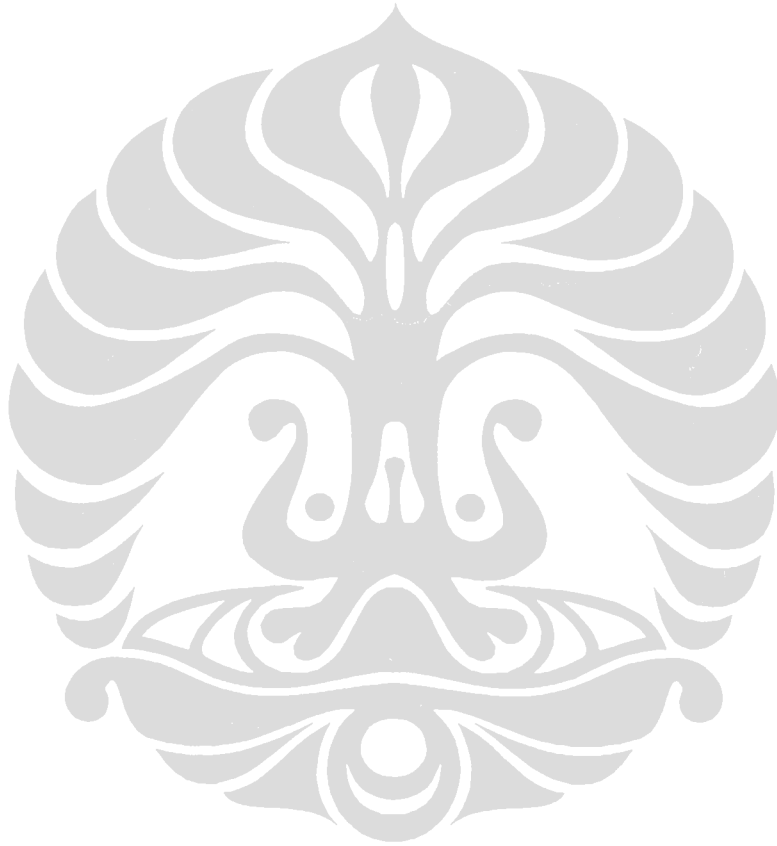
Kontur indeks penghalusan elemen memberi indikasi mengenai diperlukannya memperbanyak jumlah elemen pada daerah sisi tengah pelat. Secara langsung hal ini menunjukkan bahwa loncatan geometri memberikan kontribusi error yang besar.

Selain diskontinuitas geometri, kondisi batas ikut menentukan kompleksnya permasalahan. Selain bagian tengah pelat, tiap sudut tumpuan memerlukan jumlah elemen yang banyak untuk mengeliminasi error energi pada tingkat elemen. Memperbanyak jumlah elemen khusus pada bagian-bagian tersebut merupakan pemulihan mesh yang baik dan efisien, sedangkan pada daerah lain error energi relatif kecil dan stabil.





Gambar 4.64 Skema Penghalusan Seragam untuk Pelat dengan Perbedaan Tebal

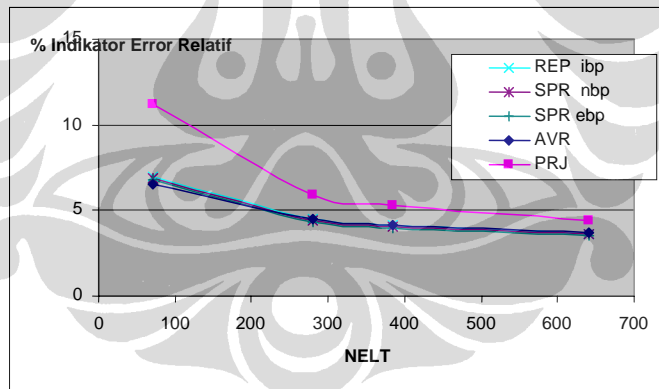


Tabel 4.44 Indikator Error Relatif Pelat dengan Ketebalan Berbeda – Penghalusan Seragam

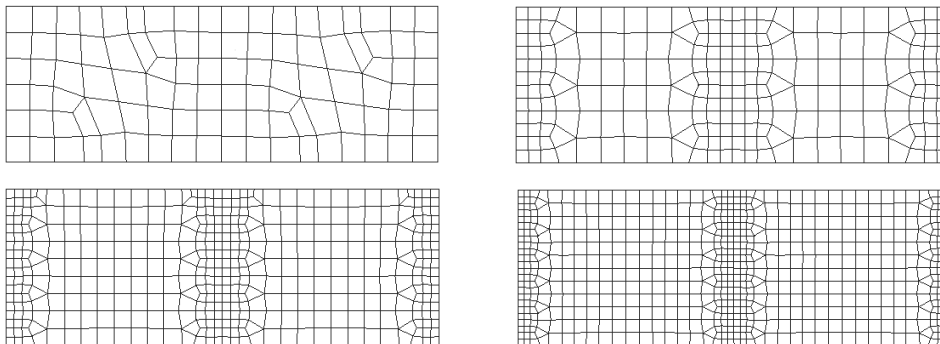
NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
70	8.66E+04	4.25E+02	6.99
280	8.67E+04	1.75E+02	4.482
384	8.68E+04	1.49E+02	4.139
640	8.68E+04	1.16E+02	3.645

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
70	8.66E+04	4.09E+02	6.855	8.66E+04	3.97E+02	6.755
280	8.67E+04	1.69E+02	4.414	8.67E+04	1.64E+02	4.341
384	8.68E+04	1.44E+02	4.075	8.68E+04	1.40E+02	4.011
640	8.68E+04	1.12E+02	3.59	8.68E+04	1.09E+02	3.538

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
70	8.66E+04	3.71E+02	6.532	8.66E+04	1.09E+03	11.165
280	8.67E+04	1.76E+02	4.494	8.67E+04	3.00E+02	5.873
384	8.68E+04	1.53E+02	4.189	8.68E+04	2.40E+02	5.254
640	8.68E+04	1.21E+02	3.73	8.68E+04	1.70E+02	4.426



Gambar 4.65 Indikator Error Relatif Pelat dengan Ketebalan Berbeda – Penghalusan Seragam



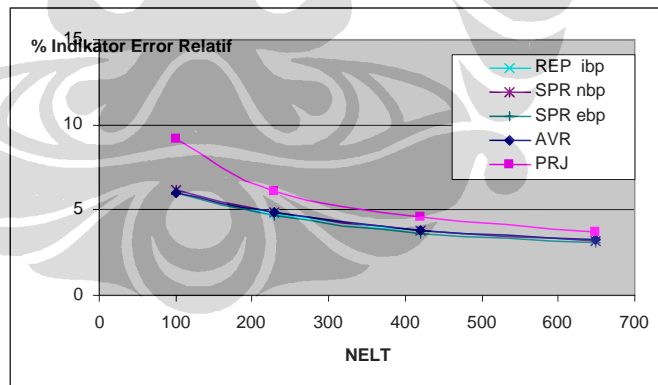
Gambar 4.66 Skema Penghalusan Adaptif untuk Pelat dengan Ketebalan Berbeda

Tabel 4.45 Indikator Error Relatif Pelat dengan Ketebalan Berbeda – Penghalusan Adaptif

NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
100	8.66E+04	3.35E+02	6.212
228	8.65E+04	2.00E+02	4.803
420	8.67E+04	1.22E+02	3.756
648	8.67E+04	8.76E+01	3.176

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
100	8.66E+04	3.30E+02	6.16	8.66E+04	3.16E+02	6.035
228	8.65E+04	2.03E+02	4.838	8.65E+04	1.88E+02	4.658
420	8.67E+04	1.24E+02	3.782	8.67E+04	1.15E+02	3.643
648	8.67E+04	8.69E+01	3.163	8.67E+04	8.25E+01	3.083

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
100	8.66E+04	3.16E+02	6.027	8.66E+04	7.41E+02	9.211
228	8.65E+04	2.03E+02	4.84	8.65E+04	3.19E+02	6.062
420	8.67E+04	1.27E+02	3.823	8.67E+04	1.81E+02	4.563
648	8.67E+04	9.12E+01	3.24	8.67E+04	1.21E+02	3.73



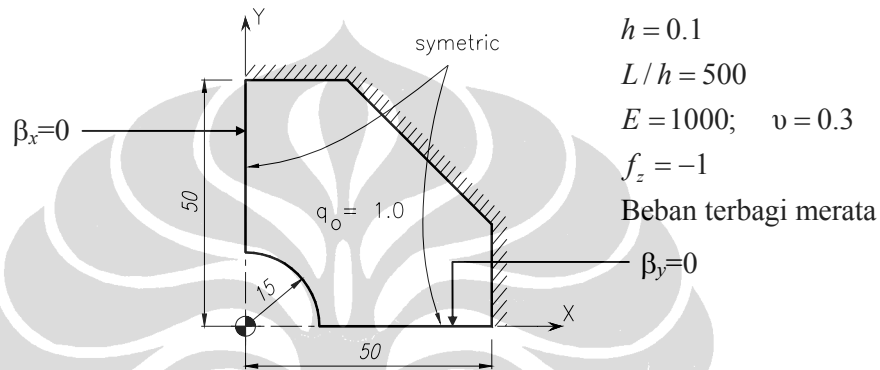
Gambar 4.67 Indikator Error Relatif Pelat dengan Ketebalan Berbeda – Penghalusan Adaptif

4.2.2.7 Pelat Hexagonal Berlubang

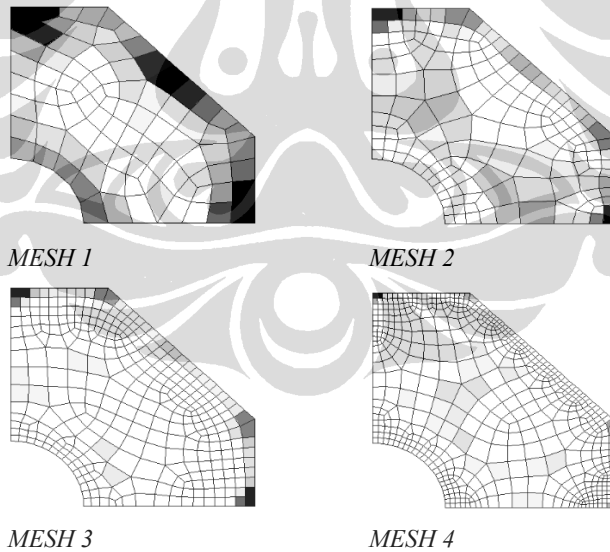
Gambar 4.68 memperlihatkan contoh lanjut aplikasi estimator error problem pelat lentur dengan elemen DKMQ[K2]. Untuk problem ini kondisi batas tepi pelat dibuat lebih kompleks dibandingkan dengan problem-problem

sebelumnya. Karena sifat simetris pelat, maka hanya satu quadran pelat yang akan dianalisa.

Tebal pelat diambil 0.1 yang menghasilkan $L/h=500$ (pelat tipis). Modulus elastisitas sebesar 1000 dan Poisson rasio 0.3 dipilih untuk problem ini. Pembebanan merata sebesar 1.0 unit per area bekerja tegak lurus permukaan pelat.



Gambar 4.68 Satu Quadran Pelat Hexagonal Dengan Beban Merata



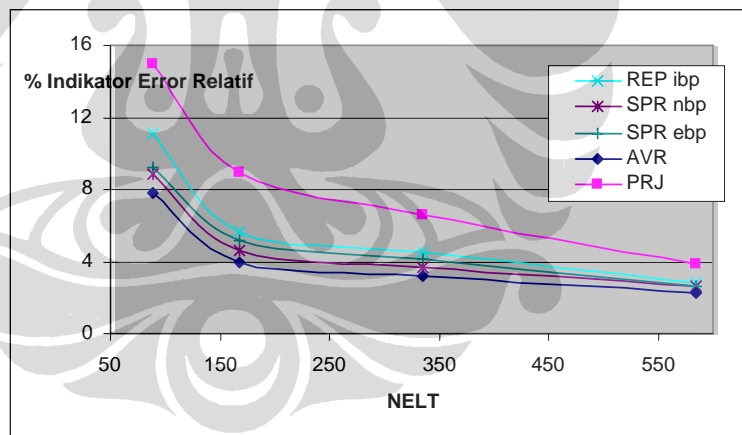
Gambar 4.69 Skema Penghalusan Adaptif Pelat Hexagonal Berlubang Untuk Mencapai Error Relatif $\leq 5\%$

Tabel 4.46 Indikator Error Relatif Pelat Hexagonal Berlubang

NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
88	5.88E+08	7.31E+06	11.08
167	5.63E+08	1.80E+06	5.646
335	5.55E+08	1.15E+06	4.541
585	5.51E+08	4.54E+05	2.867

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
88	5.88E+08	4.62E+06	8.834	5.88E+08	5.06E+06	9.239
167	5.63E+08	1.22E+06	4.644	5.63E+08	1.48E+06	5.13
335	5.55E+08	7.42E+05	3.652	5.55E+08	9.35E+05	4.099
585	5.51E+08	3.39E+05	2.629	5.51E+08	3.81E+05	2.629

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
88	5.88E+08	3.57E+06	7.767	5.88E+08	1.34E+07	14.953
167	5.63E+08	8.71E+05	3.931	5.63E+08	4.49E+06	8.896
335	5.55E+08	5.61E+05	3.176	5.55E+08	2.40E+06	6.555
585	5.51E+08	2.90E+05	2.294	5.51E+08	8.36E+05	3.891



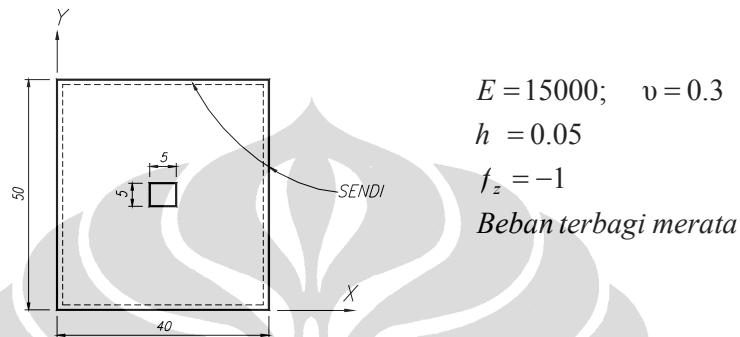
Gambar 4.70 Konvergensi Error Relative Pelat Hexagonal Berlubang Dengan Penghalusan Adaptive

Gambar 4.69 memperlihatkan tahap-tahap proses penghalusan adaptif di mana dikehendaki pencapaian error relatif norma energi di bawah 5%.

Hasil perhitungan menunjukkan metode REP memberi hasil yang dekat dengan hasil perhitungan dengan metode-metode lain.

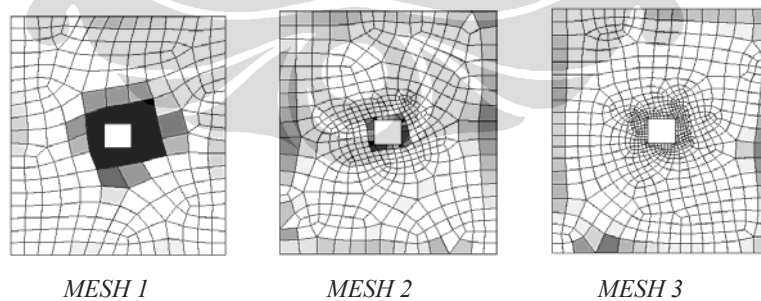
4.2.2.8 Pelat Persegipanjang Berlubang

Suatu pelat persegipanjang dengan lubang berbentuk bujursangkar di tengah, merupakan salah satu contoh kasus pelat yang cukup sering dijumpai. Pada bagian ini, ketebalan pelat diambil cukup tipis yaitu 0.05, sedangkan dimensi pelat diambil 40×50 seperti yang terlihat pada Gambar 4.71.



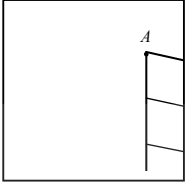
Gambar 4.71 Pelat Persegi Panjang Berlubang

Untuk kasus ini dilakukan pengujian menggunakan penghalusan secara adaptif saja. Bisa dilihat dari gambar di bawah, penghalusan akan lebih terkonsentrasi pada daerah lubang. Hal ini terjadi karena adanya konsentrasi tegangan pada daerah lubang. Untuk kasus konstruksi, pada daerah pinggir lubang/void dilakukan perkuatan dengan pembesian yang lebih rapat. Bentuk penghalusan mesh diperlihatkan pada Gambar 4.60.



Gambar 4.72 Skema Penghalusan Adaptif Pelat Persegi Panjang Berlubang Untuk Mencapai Error Relatif $\leq 5\%$

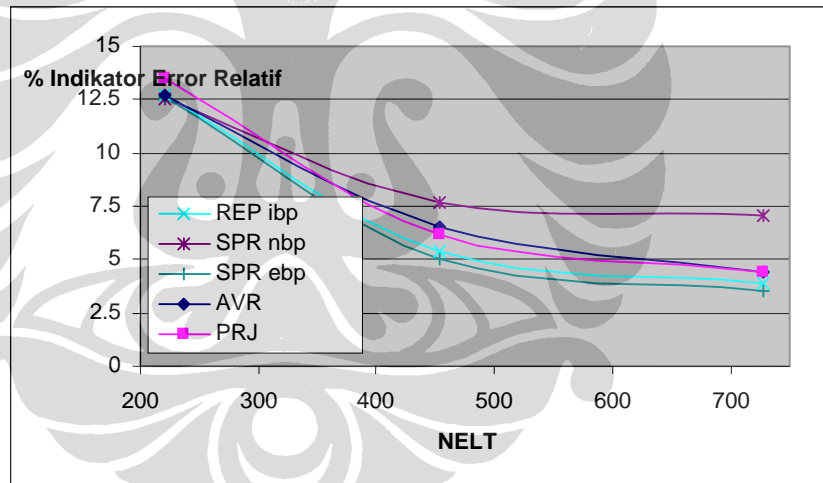
Tabel 4.47 Indikator Error Relatif Pelat Persegipanjang Berlubang



NELT	REP ibp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{REP}\ ^2$	ϕ^{REP}
220	7.37E+07	1.22E+06	12.735
453	7.59E+07	2.24E+05	5.419
727	7.61E+07	1.14E+05	3.868

NELT	SPR nbp			SPR ebp		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR1}\ ^2$	ϕ^{SPR1}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{SPR2}\ ^2$	ϕ^{SPR2}
220	7.37E+07	1.17E+06	12.494	7.37E+07	1.20E+06	12.651
453	7.59E+07	4.51E+05	7.685	7.59E+07	1.93E+05	5.036
727	7.61E+07	3.84E+05	7.088	7.61E+07	9.35E+04	3.504

NELT	Rata2			Proyeksi		
	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{AVR}\ ^2$	ϕ^{AVR}	$\ u^h\ ^2$	$\ e^{PRJ}\ ^2$	ϕ^{PRJ}
220	7.37E+07	1.21E+06	12.724	7.37E+07	1.37E+06	13.497
453	7.59E+07	3.26E+05	6.536	7.59E+07	2.90E+05	6.17
727	7.61E+07	1.49E+05	4.42	7.61E+07	1.48E+05	4.403



Gambar 4.73 Konvergensi Error Relatif Pelat Persegipanjang Berlubang dengan Penghalusan Adaptif