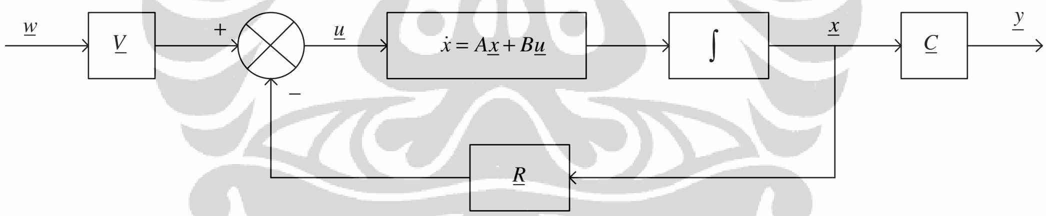
BAB IV
PERANCANGAN SISTEM KENDALI

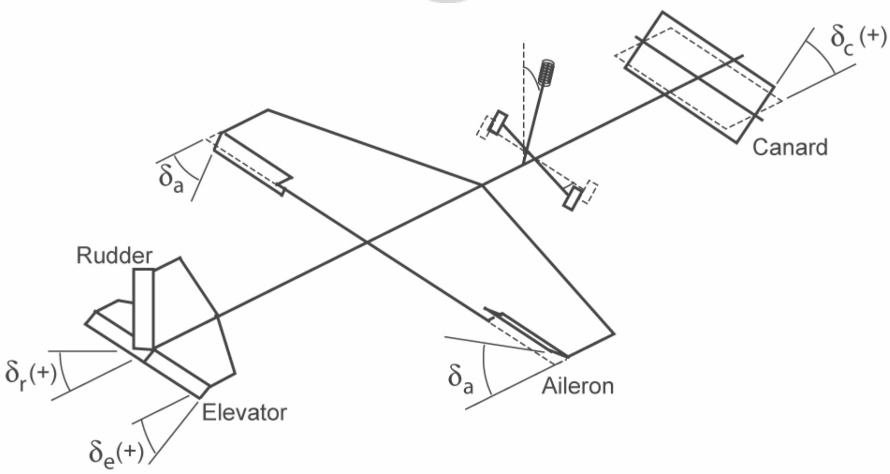
4.1 Disain Pengendali Ruang Keadaan Dengan Metode *Decoupling*

Persamaan gerak longitudinal merupakan sistem MIMO (*Multi Input Multi Output*) di mana masing-masing *input* (masukan) sangat mempengaruhi semua *output* (keluaran), maka akan dipilih perancangan sistem kendali dengan metode *decoupling*, karena metode ini akan menghilangkan pengaruh interaksi *input-output*, sehingga masing-masing *input* hanya untuk satu (masing-masing) *output* [4].

Syarat metode *decoupling* [4] adalah $p = q$ (jumlah *input* = jumlah *output*). Pada penelitian ini jumlah *input* = 2 (defleksi *elevator* dan *change thrust engine*), sedangkan jumlah *output* = 2 (kecepatan ke arah *vertical* $\boldsymbol{w}$ dan kecepatan sudut $\boldsymbol{q}$ *pitching*), sehingga metode *decoupling* dapat digunakan.



Gambar **4.1** Diagram Blok Sistem Kontrol Metode *Decoupling*



Gambar **4.2** *Control surface* [3] pesawat terbang

Dengan *state feedback* (metode *decoupling*), sinyal kendali ***u*** pada diagram blok (4.1) menjadi [4]:

$$\underset{(p,1)}{\underline{u}} = -\underset{(p,n)}{\underline{R}}\;\underset{(n,1)}{\underline{x}} + \underset{(p,p)}{\underline{V}}\;\underset{(p,1)}{\underline{w}} \tag{4.1}$$

di mana $\underline{R}$ = *feedback gain*, $\underline{V}$ = *pre-fliter*, dan $\underline{w}$ = sinyal acuan.

Tujuan pengendalian [4] :

Tujuan pengendalian adalah menentukan matriks pengendali (*feedback gain*) $\underline{R}$ dan matriks *pre-filter* $\underline{V}$ sedimikan rupa, sehingga :

a. Setiap sinyal *output* $y_i(t)$ mengikuti sebaik mungkin sinyal acuannya $w_i(t)$ di mana, $i=1,2,\ldots,p$

b. Setiap sinyal output $y_i(t)$ hanya dipengaruhi oleh masing-masing sinyal acuannya $w_i(t)$.

Persamaan ruang keadaan (*state space*) :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \qquad \text{menjadi} \qquad \begin{aligned} \underline{\dot{x}} &= \underline{A}\underline{x} + \underline{B}\underline{u} \\ \underline{y}^* &= \underline{C}^*\underline{x} + \underline{D}^*\underline{u} \end{aligned} \tag{4.2}$$

di mana [4],

$$\underline{y}^* = \begin{bmatrix} \overset{(\delta_i)}{y_i} \\ \vdots \\ \overset{(\delta_p)}{y_i} \end{bmatrix} \qquad \underline{C}^* = \begin{bmatrix} \underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i} \\ \vdots \\ \underline{C}_p^T \underline{A}^{\delta_p} \end{bmatrix} \qquad D^* = \begin{bmatrix} \underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i - 1} \underline{B} \\ \vdots \\ \underline{C}_p^T \underline{A}^{\delta_p - 1} \underline{B} \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

$$y_i = \underline{C}_i^T x$$

$$\dot{y}_i = \underline{C}_i^T \underline{\dot{x}} = \underline{C}_i^T \left(\underline{A}\underline{x} + \underline{B}\underline{u} \right) = \underline{C}_i^T \underline{A}\underline{x} + \underline{C}_i^T \underline{B}\underline{u}$$

$$\ddot{y}_i = \underline{C}_i^T \underline{\ddot{x}} = \underline{C}_i^T \left(\underline{A}\underline{\dot{x}} + \underline{B}\underline{u} \right) = \underline{C}_i^T \underline{A}\underline{x} + \underline{C}_i^T \underline{B}\underline{u}$$

$$\vdots$$

$$\overset{(\delta_i - 1)}{y_i} = \underline{C}_i^T A^{(\delta_i - 1)} \underline{x}$$

$$\overset{(\delta_i)}{y_i} = \underline{C}_i^T A^{\delta_i} \underline{x} + \underline{C}_i^T A^{\delta_i - 1} \underline{B}\underline{u} \qquad i = 1, \ldots, p$$

$$\overset{(\delta_i)}{y_i} = \left(\underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i} - \underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i - 1} \underline{B}\underline{R} \right) x + \underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i - 1} \underline{B}\underline{V}\; \underline{w}_i \qquad i = 1, \ldots, p \tag{4.4}$$

Setiap $\underline{y}_i$ hanya tergantung $\underline{w}_i$:

$$\underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i - 1} \underline{B}\underline{V}\ \underline{w}_i = k_i w_i \qquad i = 1, ..., p$$

$$= \begin{bmatrix} 0, & \cdots. & 0, & k_i, & 0, & \cdots & 0 \end{bmatrix} w_i \tag{4.5}$$

$$\underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i - 1} \underline{B}\underline{V} = \begin{bmatrix} 0, & \cdots. & 0, & k_i, & 0, & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i - 1} \underline{B} \\ \vdots \\ \underline{C}_p^T \underline{A}^{\delta_p - 1} \underline{B} \end{bmatrix}}_{\underline{D}^*} \underline{V} = \underbrace{\begin{bmatrix} k_1 & & \underline{0} \\ & \ddots & \\ \underline{0} & & k_p \end{bmatrix}}_{\underline{K}} \tag{4.6}$$

Sehingga diperoleh matriks *pre-filter* $\underline{V}$:

$$\underline{V} = \underline{D}^{*-1} \underline{K} \qquad \textit{(decoupling pre-filter)} \tag{4.7}$$

Syarat *decoupling* $\det(\underline{D}^*) \neq 0$ (4.8)

Penentuan matriks pengendali $\underline{R}$:

Terbentuk persamaan diferensial hanya antara $\boldsymbol{y_i}$ dan $\boldsymbol{w_i}$

$$\left(\underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i} - \underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i - 1} \underline{B}\underline{R} \right) x = -\sum_{v=0}^{\delta_i - 1} q_{iv} \overset{(v)}{y}_i \qquad (q_{iv} = \text{konstan, sembarang})$$

$$\overset{(\delta_i)}{y_i} + \sum_{v=0}^{\delta_i - 1} q_{iv} \overset{(v)}{y}_i = k_i w_i \qquad i = 1, ..., p \tag{4.9}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{C}_1^T \underline{A}^{\delta_i - 1} \underline{B} \\ \vdots \\ \underline{C}_p^T \underline{A}^{\delta_p - 1} \underline{B} \end{bmatrix}}_{\underline{D}^*} \underline{R} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{C}_1^T \left(\underline{A}^{\delta_i} + \sum_{v=0}^{\delta_i - 1} q_{iv} \underline{A}^v \right) \\ \vdots \\ \underline{C}_p^T \left(\underline{A}^{\delta_p} + \sum_{v=0}^{\delta_p - 1} q_{pv} \underline{A}^v \right) \end{bmatrix}}_{\underline{Q}} \tag{4.10}$$

Dari persamaan di atas diperoleh matriks $\underline{R}$ **:**

$$\underline{R} = \underline{D}^{*-1} \underline{Q} \tag{4.11}$$

Penentuan parameter bebas $(k_i,\ q_{iv})$ untuk memenuhi respon dinamik yang diinginkan :

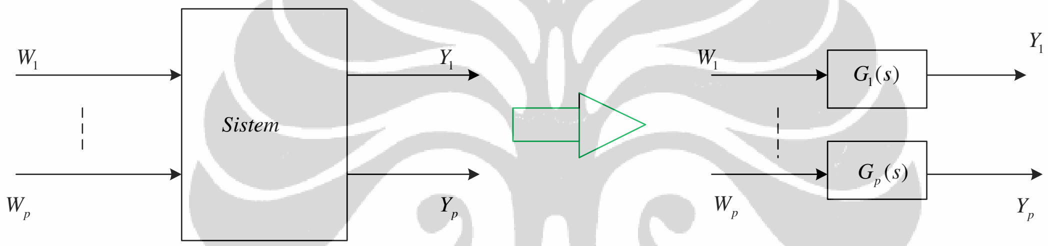
Solusi persamaan (4.9) dengan transformasi Laplace:

$$Y_i(s) = \underbrace{\frac{k_i}{s^{\delta_i} + \ldots + q_{i1}s + q_{i0}}}_{G_i(s)} W_i(s); \quad i = 1, \ldots, p \tag{4.12}$$

di mana, q_{iv} ditentukan dengan penempatan kutub yang diinginkan.

$k_i = q_{i0}$ (untuk *zero steady state error*)

Sehingga dengan metode *decoupling* , interaksi *multi input-multi output* disintesa menjadi satu *input* hanya berpengaruh kepada satu *output* tanpa mempengaruhi *input* dan *output* yang lainnya.



Gambar **4.3** Ilustrasi sitem *coupling* menjadi *decoupling*

Kemudian dengan memasukan nilai A, B, C pada persamaan ruang keadaan (*state space*) pesawat CHARLIE ke dalam persamaan (4.6) diperoleh :

$$\left.\begin{array}{l} \delta_1 - 1 = 0 \;\; \rightarrow \;\; \delta_1 = 1 \\ \delta_2 - 1 = 0 \;\; \rightarrow \;\; \delta_2 = 1 \end{array}\right\}$$ pada kondisi ini elemen matriks $\underline{D}^*$ sudah memenuhi syarat, maka :

$$\underline{D}^* = \begin{bmatrix} \underline{C}_1^T \underline{A}^{\delta_i - 1} \underline{B} \\ \vdots \\ \underline{C}_p^T \underline{A}^{\delta_p - 1} \underline{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{C}_1^T \underline{A}^{\delta_1 - 1} \underline{B} \\ \underline{C}_2^T \underline{A}^{\delta_2 - 1} \underline{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{C}_1^T \underline{A}^{1-1} \underline{B} \\ \underline{C}_2^T \underline{A}^{1-1} \underline{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0 \;\; 1 \;\; 0 \;\; 0] \underline{A}^0 \underline{B} \\ [0 \;\; 0 \;\; 1 \;\; 0] \underline{A}^0 \underline{B} \end{bmatrix}$$

$$D^* = \begin{bmatrix} -5.460 & -0.00000015 \\ -1.157816 & 0.00000067 \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

Dengan menguji *decoupleability* sesuai syarat persamaan (4.8) :

$$\left| D^* \right| = \begin{vmatrix} -5.460 & -0.00000015 \\ -1.157816 & 0.00000067 \end{vmatrix} = -3.8322 * 10^{-6} \neq 0 \;\; (\textit{decoupleability})$$

Kemudian menempatan kutub yang diinginkan (dipilih p = -1 dan -0.5) maka dengan persamaa (4.12) :

$$\left.\begin{aligned} Y_1 &= \frac{k_1}{s+q_{10}} = \frac{1}{s+1} \;\rightarrow\; k_1 = 1 \\ Y_2 &= \frac{k_2}{s+q_{20}} = \frac{0.5}{s+0.5} \;\rightarrow\; k_2 = 0.5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{V} = inv\left(\underline{D}^*\right)\underline{K} = \left[\underline{D}^*\right]^{-1}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.175 & -0.0195 \\ -3.021*10^5 & 7.124*10^5 \end{bmatrix} \qquad (4.14)$$

Dengan persamaan (4.10) diperoleh :

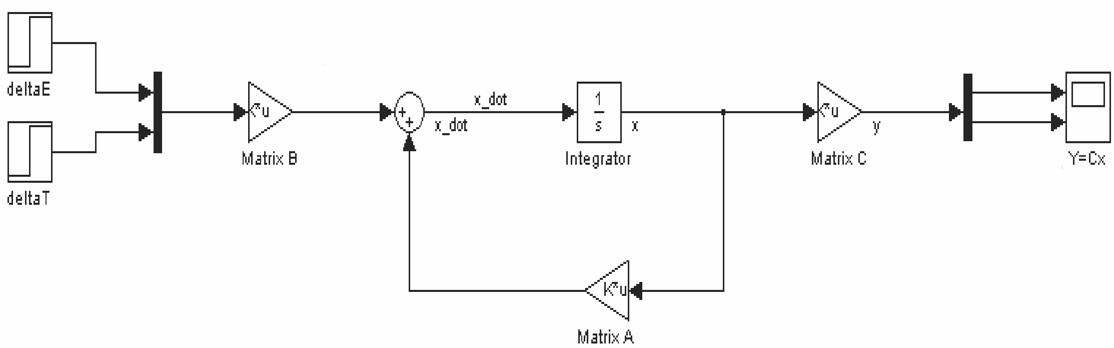
$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} \underline{C}_1^T\left(\underline{A}^{\delta_1} + \sum_{v=0}^{\delta_1-1} q_{1v}\underline{A}^v\right) \\ \underline{C}_2^T\left(\underline{A}^{\delta_2} + \sum_{v=0}^{\delta_2-1} q_{2v}\underline{A}^v\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{C}_1^T\left(\underline{A} + q_{1v}\underline{A}^0\right) \\ \underline{C}_2^T\left(\underline{A} + q_{2v}\underline{A}^0\right) \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} -0.0700 & 0.6830 & 250. & 0 \\ 0.0001 & -0.0029 & 0.0610 & 0 \end{bmatrix} \qquad (4.15)$$

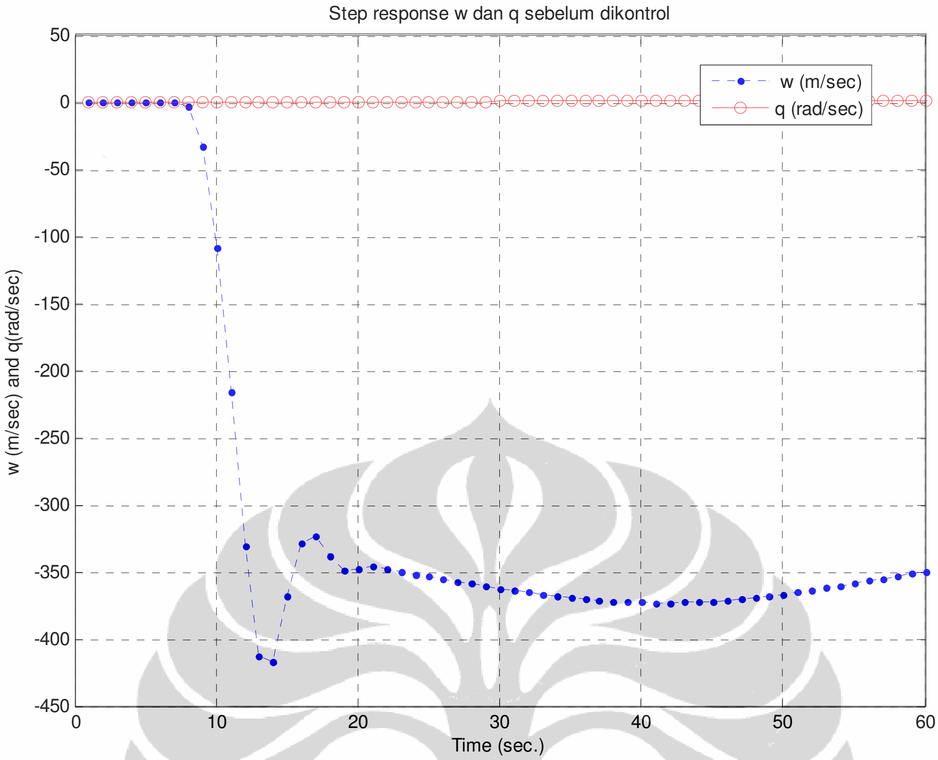
Kemudian dengan persamaan (4.11) diperoleh matriks pengendali R :

$$R = inv\left(D^*\right)*Q = \begin{bmatrix} 0.01223 & -0.1193 & -43.71 & 0 \\ 21274.359 & -21.044*10^4 & -7.5445*10^7 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

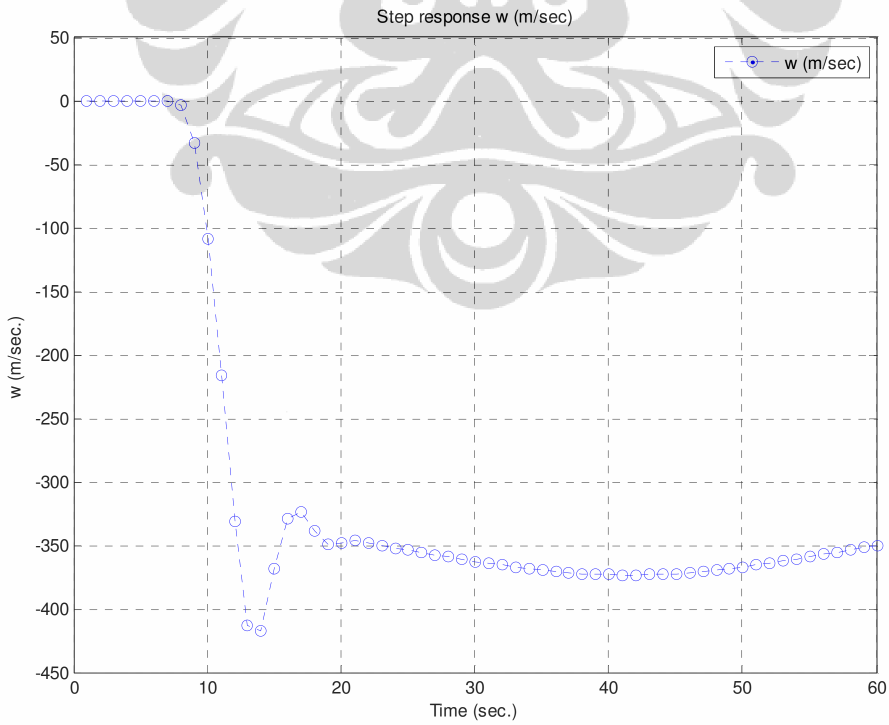
4.2 Uji Simulasi Pengendalian



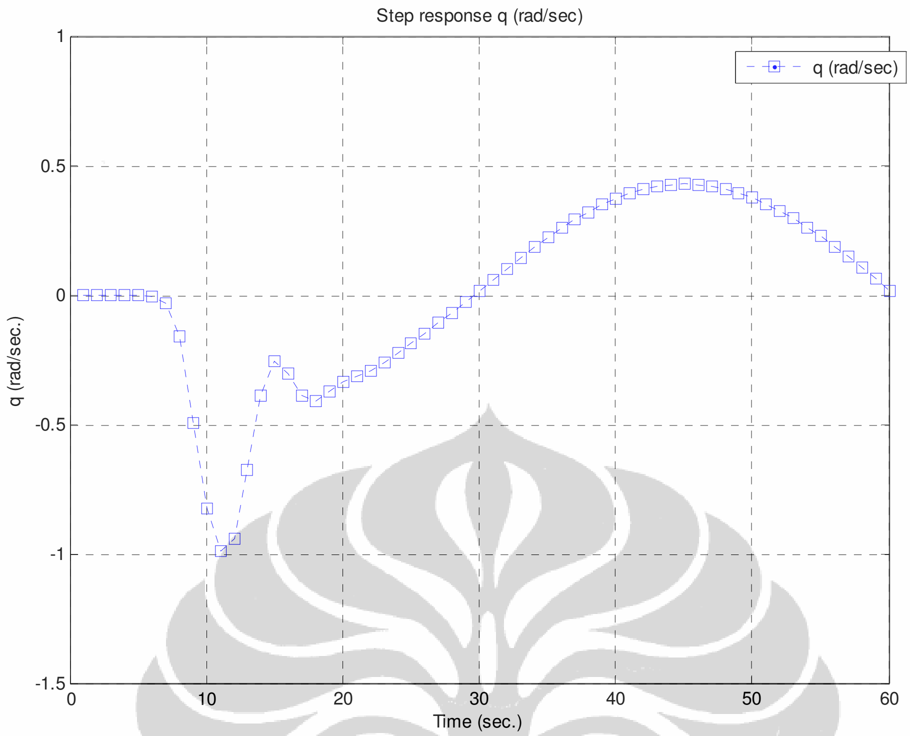
Gambar **4.4** Diagram blok dalam ruang keadaan tanpa pengendali



Gambar **4.5** *Step response* ***w*** dan ***q*** tanpa pengendali

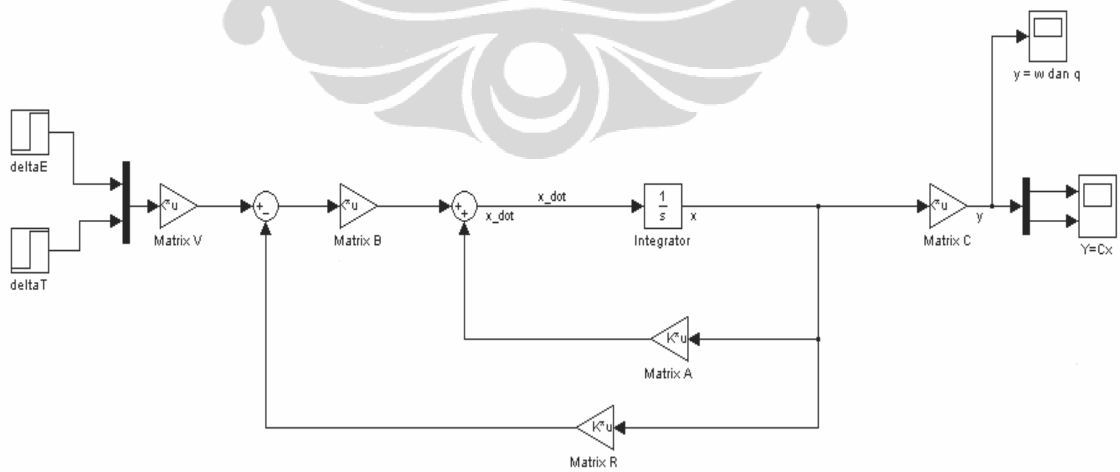


Gambar **4.6** *Step response* ***w*** tanpa pengendali

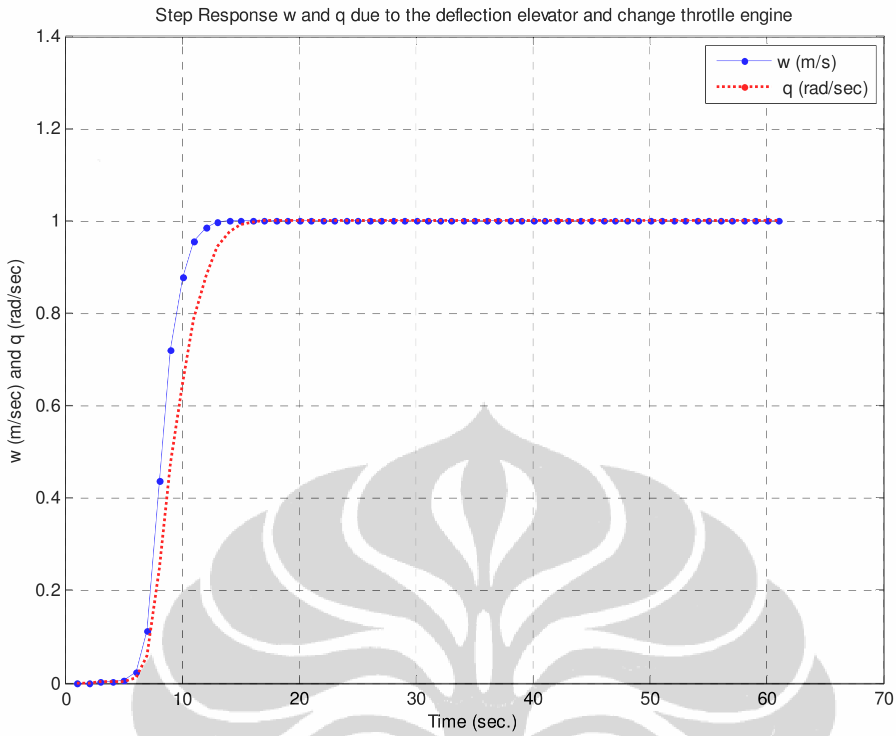


Gambar **4.7** *Step response* ***q*** tanpa pengendali

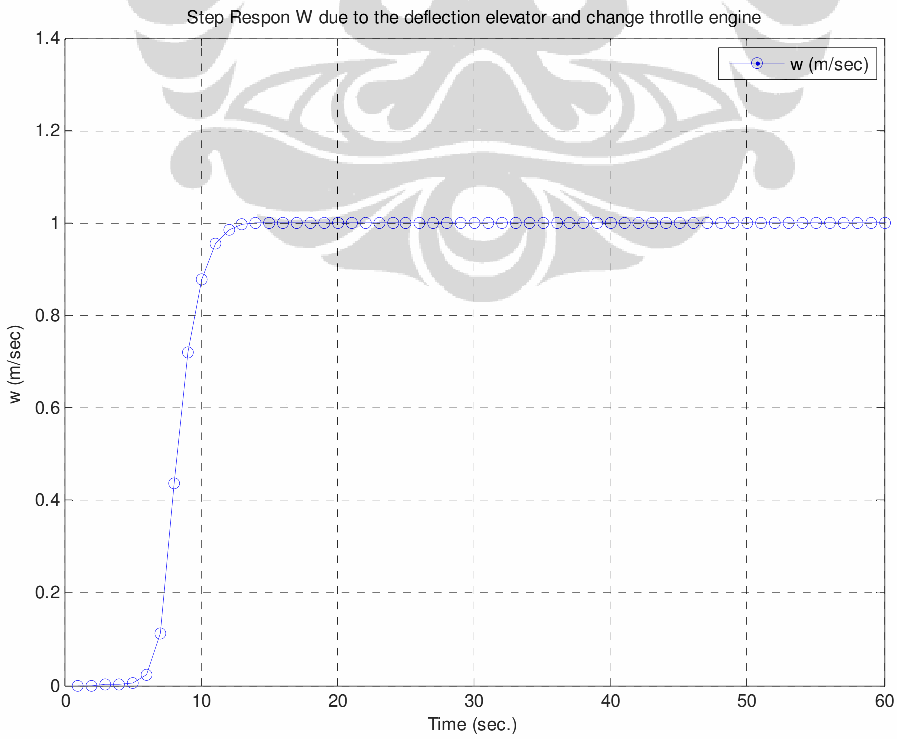
Dari hasil simulasi menggunakan diagram blok (4.4) kemudian diplot pada gambar (4.5), (4.6) dan (4.7) terlihat bahwa *step response w* dan *q* tidak stabil.



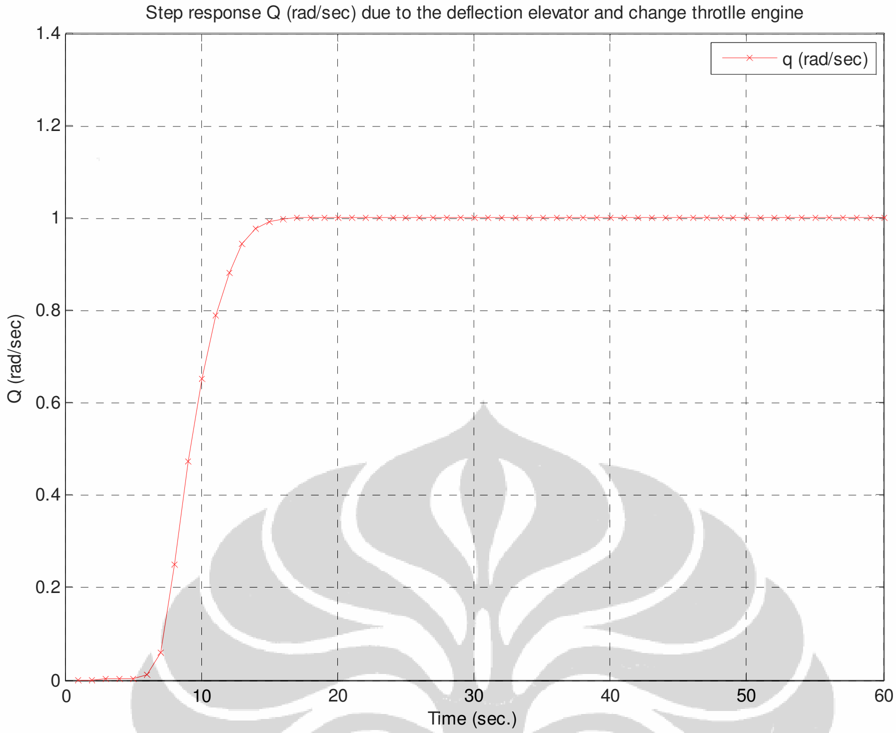
Gambar **4.8** Diagram blok *state space* dengan pengendali



Gambar **4.9** *Step response* ***w*** dan ***q*** setelah dikendalikan



Gambar **4.10** *Step response* ***w*** setelah dikendalikan



Gambar **4.11** *Step response* ***q*** setelah dikendalikan

Dari hasil simulasi menggunakan diagram blok (4.8) dengan metoda *decoupling* yang diplot pada gambar (4.9), (4.10) dan (4.11) terlihat bahwa *step response w* dan *q* jelas mengikuti *set-point*. Kecepatan vertical ***w*** dapat mengikuti *set-point* setelah sekitar 12 detik, sedangkan kecepatan sudut ***q*** (*pitching*) dapat mengikuti *set-point* setelah sekitar 14 detik. Ini berarti metoda *decoupling* dapat digunakan dengan baik.