# LAMPIRAN

**List Program Metode *Decoupling*** dengan MATLAB 7.6.0 (R2008a)

Pesawat CHARLIE pada Flight condition 4.

```
%Perhitungan dan Simulasi Gerak LONGITUDINAL pesawat CHARLIE
%Input Data Pesawat CHARLIE Flight condition 4 :
Xu=0.0002;Zu=-0.07;Mu=0.00006;Xw=0.039;Zw=-0.317;Mw=-0.003;Xwdot=0;
Zwdot=0;Mwdot=-0.0004;Xq=0;Zq=-1.57;Mq=-0.339;Uo=250;g=9.81;
XdeltaT=3.434*10^-6;ZdeltaT=-1.5*10^-7;MdeltaT=6.7*10^-7;
XdeltaE=0.44;ZdeltaE=-5.46;MdeltaE=-1.16;deltaE=0.2;deltaT=1/6;
%Xdot=Ax+BU; y=Cx+DU
A=[Xu Xw 0 -g;Zu Zw Uo 0;Mu+Mwdot*Zu Mw+Mwdot*Zw Mq+Mwdot*Uo 0;0 0 1 0]
B=[XdeltaE XdeltaT;ZdeltaE ZdeltaT;MdeltaE+Mwdot*ZdeltaE MdeltaT+Mwdot*ZdeltaT;0 0]
U=[deltaE;deltaT];C=[0 1 0 0;0 0 1 0];D=[0 0;0 0];
%mencari matrik Ddot untuk Kontrol Decoupling :
d11=C(1,:)*B;d12=C(1,:)*A*B;d21=C(2,:)*B;d22=C(2,:)*A*B;
Ddot=[d11;d21]
%Setelah Ddot diperoleh, dicari matrik K yg sebelumnya menempatkan pole yg
%kita inginkan
k=[1 0;0 0.5]
%mencari matrik V
V=inv(Ddot)*k
%mencari matriks Q
Q=[C(1,:)*(A+k(1,1)*eye(4));C(2,:)*(A+k(2,2)*eye(4))]
%maka matriks R diperoleh :
R=inv(Ddot)*Q
```

# Pengendalian Gerak Longitudinal Pesawat Terbang dengan Metode *Decoupling*


Agus Sukandi[1)], Ridwan Gunawan[2)], Aries Subiantoro[3)]

[1)] Mahasiswa Program Magister Departemen Teknik Elektro,
Fakultas Teknik Universitas Indonesia, Depok

[2),3)] Dosen Departemen Teknik Elektro,
Fakultas Teknik Universitas Indonesia, Depok



## ABSTRAK

Pesawat terbang merupakan wahana udara yang dirancang untuk memenuhi kebutuhan manusia akan transportasi yang lebih cepat. Dalam merancang pesawat terbang yang perlu diperhatikan adalah memodelkan dan mengendalikan gerakan pesawat sehingga pesawat mampu bermanouver sesuai dengan yang diinginkan. Sistem gerak pesawat merupakan sistem MIMO (*Multi Input Multi Output*), di mana masing-masing *input* saling mempengaruhi (berinteraksi) terhadap semua *output* sehingga relatif kompleks untuk dianalisa. Penerapan metode *decoupling* pada sistem MIMO gerak pesawat akan menghilangkan pengaruh interaksi tersebut, sehingga masing-masing output hanya dipengaruhi oleh masing-masing input.

Hasil perhitungan dari data pesawat CHARLIE [2] menunjukkan (sebelum adanya pengendali), gerak pesawat mempunyai karakteristik tidak stabil, karena ada nilai eigen yang positif yaitu $\lambda_{3,4}$=0.0006±0.0512$i$. Tetapi gerak pesawat masih dapat dikontrol (*controllability*) dan dapat diamati (*observability*) secara lengkap, karena matriks *controllability* dan matriks *observability* mempunyai *full rank* yaitu 4. Kemudian, setelah menggunakan pengendali dengan metoda *decoupling* gerakan pesawat sangat setabil, karena output $w$ dapat mengikuti *set-point* setelah sekitar 12 detik, dan output $q$ dapat mengikuti *set-point* setelah sekitar 14 detik.



**Kata Kunci**:
Longitudinal, *decoupling*, dan stabilitas


## 1 PENDAHULUAN

### Latar Belakang

Pesawat terbang merupakan wahana udara yang dirancang untuk memenuhi kebutuhan manusia akan transportasi yang lebih cepat. Dalam merancang pesawat terbang bidang ilmu penting yang perlu diperhatikan adalah mengendalikan gerakan pesawat, sehingga pesawat mampu bermanouver sesuai dengan yang diinginkan.

### Tujuan

Tujuan penelitian ini adalah memodelkan, menganalisa, mengendalikan, dan mensimulasikan gerakan longitudinal pesawat terbang (khususnya pesawat CHARLIE).

### Batasan Masalah

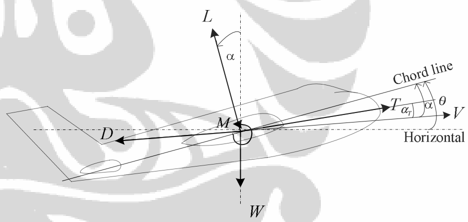
Karena sangat kompleksnya persyaratan yang harus dipenuhi dalam sistem gerak pesawat terbang, maka untuk menyederhanakan analisa, permasalahan pada penelitian akan dibatasi, yaitu :

- Gerakan pesawat adalah *longitudinal*
- Struktur pesawat dianggap *rigid body*
- Metode pengendali yang digunakan adalah metode *decoupling*

## 2 DINAMIKA PESAWAT TERBANG

### Aerodinamika Pesawat Terbang

Pesawat Terbang pada prinsipnya dipengaruhi oleh 4 gaya utama, yaitu : gaya dorong *(Thrust T)*, gaya hambat *(Drag D)*, gaya angkat (*Lift L*), dan gaya gravitasi *(Weight W)*.




**Gambar 2.1 Arah gaya pada pesawat**

di mana :

$V$ = resultan kecepatan pesawat

$V = \left(u^2 + v^2 + w^2\right)^{1/2}$

$u, v, w =$ kecepatan pesawat ke arah longitudinal, lateral, dan vertical.

$\theta$ =sudut antara garis sumbu horizontal dan *chord line*

$\alpha$ = *angle of attack* (sudut antara kecepatan pesawat dengan *chord line*)

$\alpha_T$ = sudut antara *thrust* dengan kecepatan pesawat.

$W$ = gaya gravitasi tegak lurus garis horizontal

$W = mg$ ( $m$ = massa, $g$ = percepatan gravitasi bumi)

$L$ = gaya angkat (*Lift*) tegak lurus arah kecepatan pesawat $L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L$

$D$ = gaya hambat (*Drag*) berlawanan kecepatan pesawat $D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D$

$\rho, C_L, C_D =$ *density* udara, *coefisien lift*, *coefisien drag*

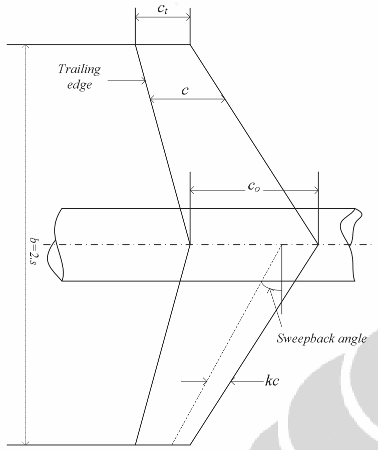
$S$=Luas wing = $\bar{c} x b$, ( $\bar{c}$ = *mean chord*, $b$ = *wing span*)

$M$ = *pitching moment*

$T =$ gaya dorong (*Thrust*) dari mesin pesawat. $T = \frac{\dot{G}_{gas}}{g}\left(V_{gas} - V\right)$

$\dot{G}_{gas} =$ berat campuran bahan bakar dan udara dalam pembakaran persatuan waktu

$V_{gas} =$ kecepatan gas buang dari mesin pesawat




**Gambar 2.2 Geometri aerodinamika pada wing**

## Kinematika dan Dinamika Pesawat

Pesawat terbang memiliki kemampuan bergerak dalam tiga sumbu *(x,y,z),* yakni *rolling*, *pitching*, dan *yawing*. Gerak naik turunnya hidung pesawat *(pitching)* dikontrol oleh *elevator,* gerak naik turunnya sayap kiri atau kanan pesawat *(rolling)* dikontrol oleh *aileron*, sedangkan gerak berbelok dalam bidang horizontal *(yawing)* dikontrol oleh *rudder*. Pada bagian belakang sayap terdapat *flap* yang berfungsi membantu meningkatkan gaya angkat *(Lift)* pada saat *take off* maupun mengurangi gaya angkat pada saat *landing*. Struktur pesawat, arah gaya, momen, dan kecepatan dijelaskan pada gambar (2.3) dan gambar (2.4), diambil dari referensi [3].

## Gaya pada sumbu (x,y,z)

Komponen arah gaya, momen, kecepatan translasi dan rotasi (*angular*) pada koordinat *(x,y,z)* dijelaskan pada gambar (2.4) dan gambar (2.5).

## Gerak Translasi

Hukum II Newton :

$$\sum F = ma \qquad (2.1)$$

di mana :

$\Sigma F =$ resultan gaya yang bekerja pada pesawat [*Newton*].

$\Sigma F = F + F_{gravitasi}$

$m$ = massa dari elemen pesawat [*kg*].

$a =$ percepatan translasi [$m/s^2$].

**Gaya karena aerodinamika** dan **gaya dorong mesin** [1] pesawat :

$$\Sigma F = m\frac{d}{dt}\{V_T\} = m\left\{\frac{d}{dt}V_T + \left(\omega \times V_T\right)\right\} \qquad (2.2)$$

$V_T$ = kecepatan translasi [*m/s*].

$\omega$ = kecepatan angular pesawat [*rad/sec*]

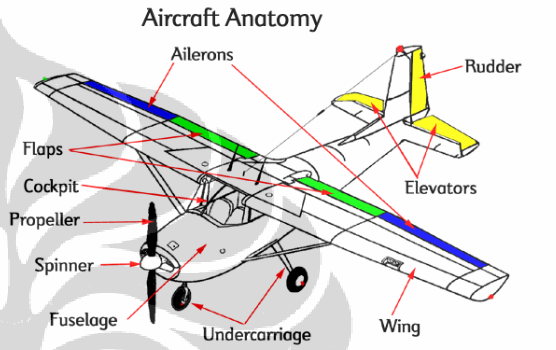
$V_T = \hat{i}U + \hat{j}V + \hat{k}W$

$\omega = \hat{i}P + \hat{j}Q + \hat{k}R$

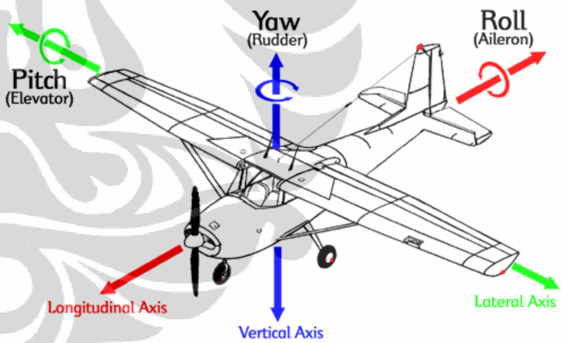
$\frac{d}{dt}V_T = \hat{i}\dot{U} + \hat{j}\dot{V} + \hat{k}\dot{W}$

$$\omega \times V_T = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ P & Q & R \\ U & V & W \end{bmatrix}$$

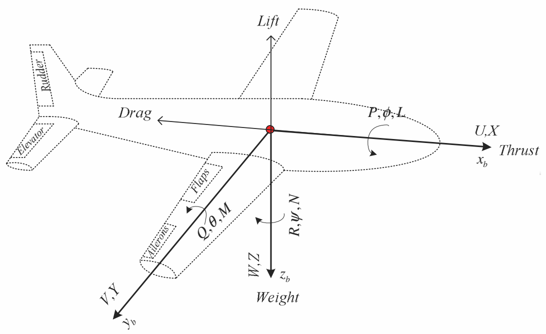
$$= \hat{i}\left(QW - VR\right) + \hat{j}\left(UR - PW\right) + \hat{k}\left(PV - UQ\right)$$




**Gambar 2.3 Struktur Pesawat Terbang**




**Gambar 2.4 Sumbu arah gerak translasi dan rotasi**




**Gambar 2.5 Komponen arah gaya, momen, dan kecepatan**

**Tabel 2.1 Komponen arah gaya, momen, dan kecepatan pada sumbu (x, y, z)**

| | *Roll axis* $x_b$ | *Pitch axis* $y_b$ | *Yaw axis* $z_b$ |
|---|---|---|---|
| Kecepatan sudut | $P$ | $Q$ | $R$ |
| Kecepatan translasi | $U$ | $V$ | $W$ |
| Gaya Aerodynamic | $X$ | $Y$ | $Z$ |
| Momen Aerodynamic | $L$ | $M$ | $N$ |
| Moment of Inertia | $I_{xx}$ | $I_{yy}$ | $I_{zz}$ |
| Products of Inertia | $I_{yz}$ | $I_{xz}$ | $I_{xy}$ |
| Perubahan sudut | $\phi$ | $\theta$ | $\psi$ |

$$\Sigma F = m\frac{d}{dt}\{V_T\} = m\begin{Bmatrix} (\hat{i}\dot{U} + \hat{j}\dot{V} + \hat{k}\dot{W}) \\ +\hat{i}\,(QW - VR) \\ +\hat{j}\,(UR - PW) + \hat{k}\,(PV - UQ) \end{Bmatrix}$$

$$\Sigma F = m\begin{Bmatrix} \hat{i}\,(\dot{U} + QW - VR) \\ +\hat{j}\,(\dot{V} + UR - PW) \\ +\hat{k}\,(\dot{W} + VP - UQ) \end{Bmatrix}$$

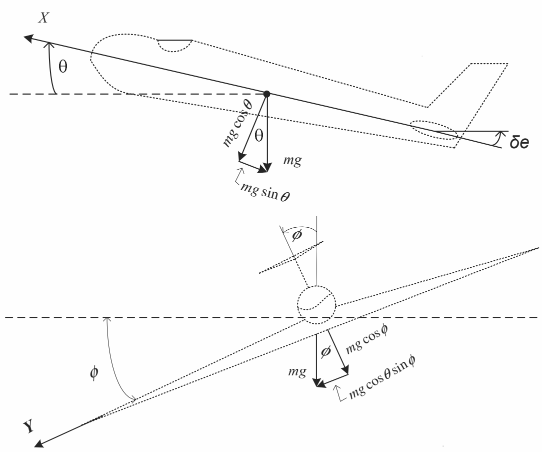
$$\Sigma F = \hat{i}\Sigma F_x + \hat{j}\Sigma F_y + \hat{k}\Sigma F_z$$

sehingga,

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= m(\dot{U} + QW - VR) \\ \Sigma F_y &= m(\dot{V} + UR - PW) \\ \Sigma F_z &= m(\dot{W} + VP - UQ) \end{aligned} \tag{2.3}$$

**Gaya karena gravitasi bumi** :

$$\begin{aligned} (F_x)_{gravity} &= -mg\sin\theta \\ (F_y)_{gravity} &= mg\cos\theta\sin\phi \\ (F_z)_{gravity} &= mg\cos\theta\cos\phi \end{aligned} \tag{2.4}$$




**Gambar 2.6 Komponen gaya gravitasi**

Dari persamaan (2.3) dan (2.4) diperoleh :

$$\begin{aligned} \sum F_x &= F_x + (F_x)_{gravity} = m(\dot{U} + QW - VR) \\ \sum F_y &= F_y + (F_y)_{gravity} = m(\dot{V} + UR - PW) \\ \sum F_z &= F_z + (F_z)_{gravity} = m(\dot{W} + VP - UQ) \end{aligned} \tag{2.5}$$

$$\left.\begin{aligned} F_x - mg\sin\theta &= m(\dot{U} + QW - VR) \\ F_y + mg\cos\theta\sin\phi &= m(\dot{V} + UR - PW) \\ F_z + mg\cos\theta\cos\phi &= m(\dot{W} + VP - UQ) \end{aligned}\right\}$$

$\Rightarrow karena\;\; F_x = X,\;\; F_y = Y,\;\; F_z = Z,$

**persamaan gaya** pada sumbu *(x, y, z)* menjadi :

$$\begin{aligned} X - mg\sin\theta &= m(\dot{U} + QW - VR) \\ Y + mg\cos\theta\sin\phi &= m(\dot{V} + UR - PW) \\ Z + mg\cos\theta\cos\phi &= m(\dot{W} + VP - UQ) \end{aligned} \tag{2.6}$$

**Gerak Rotasi**

Torsi [2] pada pusat massa (*center of gravity*) pesawat :

$$\sum M = \frac{d}{dt}(H) = \frac{d}{dt}(I\omega) = I\frac{d\omega}{dt}$$

di mana,

$M$ = torsi [$kg.m^2.rad/sec^2$.]

$H$ = momentum angular [$kg.m^2.rad/sec.$]

$I$ = momen inertia [$kg.m^2$]

$H = I\omega$

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} H_x &= I_{xx}P - I_{xy}Q - I_{xz}R \\ H_y &= -I_{xy}P + I_{yy}Q - I_{yz}R \\ H_z &= -I_{xz}P - I_{yz}Q + I_{zz}R \end{aligned} \tag{2.7}$$

$$M=\left(\frac{d}{dt}H\right)+\left(\omega\times H\right)$$

$$M=\left(\frac{d}{dt}I\omega\right)+\left(\omega\times H\right)$$

$$M=I\left(\frac{d}{dt}\omega+\omega\times\omega\right)+\left(\omega\times H\right)$$

$$\frac{d}{dt}\omega=\hat{\boldsymbol{i}}\dot{P}+\hat{\boldsymbol{j}}\dot{Q}+\hat{\boldsymbol{k}}\dot{R} \qquad (2.8)$$

$$\left(\omega\times H\right)=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{i}} & \hat{\boldsymbol{j}} & \hat{\boldsymbol{k}}\\ P & Q & R\\ H_x & H_y & H_z\end{bmatrix}$$

$$\left(\omega\times H\right)=\hat{\boldsymbol{i}}\left(QH_z-RH_y\right) \qquad (2.9)$$
$$+\hat{\boldsymbol{j}}\left(RH_x-PH_z\right)+\hat{\boldsymbol{k}}\left(PH_y-QH_x\right)$$

Dari persamaan (2.7), (2.8) dan (2.9) diperoleh :

$$\left.\begin{aligned}M_x&=I_{xx}\dot{P}-I_{xz}\left(\dot{R}+PQ\right)+\left(I_{zz}-I_{yy}\right)QR\\ M_y&=I_{yy}\dot{Q}+I_{xz}\left(P^2-R^2\right)+\left(I_{xx}-I_{zz}\right)PR\\ M_z&=I_{zz}\dot{R}-I_{xz}\left(\dot{P}-QR\right)+\left(I_{yy}-I_{zz}\right)PQ\end{aligned}\right\}$$

$\Rightarrow$ karena $M_x=L,\ M_y=M,\ M_z=N$

**persamaan torsi** pada sumbu *(x, y, z)* menjadi :

$$\begin{aligned}L&=I_{xx}\dot{P}-I_{xz}\left(\dot{R}+PQ\right)+\left(I_{zz}-I_{yy}\right)QR\\ M&=I_{yy}\dot{Q}+I_{xz}\left(P^2-R^2\right)+\left(I_{xx}-I_{zz}\right)PR \qquad (2.10)\\ N&=I_{zz}\dot{R}-I_{xz}\left(\dot{P}-QR\right)+\left(I_{yy}-I_{zz}\right)PQ\end{aligned}$$

**Linearisasi**

Persamaan (2.6) dan (2.10) adalah *non-linear*. Apabila semua varabel mendapat gangguan (terjadi perubahan yang relative kecil) [1], [2], [3], di mana :

$$\begin{array}{lll}X=X_0+\Delta X & U=U_0+\Delta U & P=P_0+\Delta P\\ Y=Y_0+\Delta Y & V=V_0+\Delta V & Q=Q_0+\Delta Q\\ Z=Z_0+\Delta Z & W=W_0+\Delta W & R=R_0+\Delta R\\ L=L_0+\Delta L & \phi=\phi_0+\Delta\phi & \\ M=M_0+\Delta M & \theta=\theta_0+\Delta\theta & \\ N=N_0+\Delta N & \psi=\psi_0+\Delta\psi & \end{array}$$

maka persamaan (2.6) menjadi :

$$X_0+\Delta X-mg\sin\left(\theta_0+\Delta\theta\right)$$
$$=m\left\{\frac{d}{dt}\left(U_0+\Delta U\right)+\left(Q_0+\Delta Q\right)\left(W_0+\Delta W\right)-\left(V_0+\Delta V\right)\left(R_0+\Delta R\right)\right\}$$
$$Y_0+\Delta Y+mg\cos\left(\theta_0+\Delta\theta\right)\sin\left(\phi_0+\Delta\phi\right)$$
$$=m\left\{\frac{d}{dt}\left(V_0+\Delta V\right)+\left(U_0+\Delta U\right)\left(R_0+\Delta R\right)-\left(P_0+\Delta P\right)\left(W_0+\Delta W\right)\right\}$$
$$Z_0+\Delta Z+mg\cos\left(\theta_0+\Delta\theta\right)\cos\left(\phi_0+\Delta\phi\right)$$
$$=m\left\{\frac{d}{dt}\left(W_0+\Delta W\right)+\left(V_0+\Delta V\right)\left(P_0+\Delta P\right)-\left(U_0+\Delta U\right)\left(Q_0+\Delta Q\right)\right\}$$

(2.11)

dan persamaan (2.10) menjadi persamaan (2.12) :

$$\begin{aligned}L_0+\Delta L&=I_{xx}\left(\dot{P}_0+\Delta\dot{P}\right)-I_{xz}\left((\dot{R}_0+\Delta\dot{R})+(P_0+\Delta P)(Q_0+\Delta Q)\right)+\left(I_{zz}-I_{yy}\right)(Q_0+\Delta Q)(R_0+\Delta R)\\ M_0+\Delta M&=I_{yy}\left(\dot{Q}_0+\Delta\dot{Q}\right)+I_{xz}\left((P_0+\Delta P)^2-(R_0+\Delta R)^2\right)+\left(I_{xx}-I_{zz}\right)(P_0+\Delta P)(R_0+\Delta R)\\ N_0+\Delta N&=I_{zz}\left(\dot{R}_0+\Delta\dot{R}\right)-I_{xz}\left((\dot{P}_0+\Delta\dot{P})-(Q_0+\Delta Q)(R_0+\Delta R)\right)+\left(I_{yy}-I_{zz}\right)(P_0+\Delta P)(Q_0+\Delta Q)\end{aligned}$$

(2.12)

di mana *initial* ***0*** pada $X_0,Y_0,Z_0,U_0,V_0,W_0,P_0,Q_0,R_0,L_0,M_0,N_0,\phi_0,\theta_0,\psi_0$ merupakan kondisi awal (*initial condition*), sedangkan initial $\Delta$ pada $\Delta X,\Delta Y,\Delta Z,\Delta U,\Delta V,\Delta W,\Delta P,\Delta Q,\Delta R,\Delta L,\Delta M,\Delta N,\Delta\phi,\Delta\theta,\Delta\psi$ adalah perubahan kecil.

Pesawat diasumsikan terbang simestris, di mana kondisi awal (*initial condition*) $X_0\approx Y_0\approx Z_0\approx V_0\approx W_0\approx P_0\approx Q_0\approx R_0\approx\phi_0\approx\psi_0\approx 0$, maka persamaan (2.11) menjadi :

$$\begin{aligned}\Delta X-mg\left(\Delta\theta\cos\theta_0\right)&=m\Delta\dot{U}\\ \Delta Y+mg\left(\Delta\phi\cos\theta_0-U_0\Delta R\right)&=m\Delta\dot{V} \qquad (2.13)\\ \Delta Z-mg\left(\Delta\theta\sin\theta_0+U_0\Delta Q\right)&=m\Delta\dot{W}\end{aligned}$$

dan persamaan (2.12) menjadi :

$$\begin{aligned}\Delta L&=I_{xx}\Delta\dot{P}-I_{xz}\Delta\dot{R}\\ \Delta M&=I_{yy}\Delta\dot{Q} \qquad (2.14)\\ \Delta N&=I_{zz}\Delta\dot{R}-I_{xz}\Delta\dot{P}\end{aligned}$$

Gaya $\Delta X$ yang merupakan fungsi dari $U,W,\delta_e$ , $\delta_T$ $\rightarrow\Delta X\left(U,W,\delta_e,\delta_T\right)$. Gaya $\Delta Y$ yang merupakan fungsi dari $V,P,R$ , $\delta_r$ $\rightarrow\Delta Y\left(V,P,R,\delta_r\right)$, dan Gaya $\Delta Z$ yang merupakan fungsi dari $U,W,\dot{W},Q,\delta_e$ , $\delta_T$ $\rightarrow\Delta Z\left(U,W,\dot{W},Q,\delta_e,\delta_T\right)$ diturunkan dengan deret *Taylor* menjadi :

$$\Delta X=\frac{\partial X}{\partial U}\Delta U+\frac{\partial X}{\partial W}\Delta W+\frac{\partial X}{\partial\delta_e}\Delta\delta_e+\frac{\partial X}{\partial\delta_T}\Delta\delta_T$$
$$\Delta Y=\frac{\partial Y}{\partial V}\Delta V+\frac{\partial Y}{\partial P}\Delta P+\frac{\partial Y}{\partial R}\Delta R+\frac{\partial Y}{\partial\delta_r}\Delta\delta_r$$
$$\Delta Z=\frac{\partial Z}{\partial U}\Delta U+\frac{\partial Z}{\partial W}\Delta W+\frac{\partial Z}{\partial\dot{W}}\Delta\dot{W}+\frac{\partial Z}{\partial Q}\Delta Q+\frac{\partial Z}{\partial\delta_e}\Delta\delta_e+\frac{\partial Z}{\partial\delta_T}\Delta\delta_T$$

(2.15)

Dengan cara yang sama untuk Torsi $\Delta L,\Delta M$ dan $\Delta N$ (diturunkan dengan deret *Taylor)*, diperoleh :

$$\Delta L=\frac{\partial L}{\partial V}\Delta V+\frac{\partial L}{\partial P}\Delta P+\frac{\partial L}{\partial R}\Delta R+\frac{\partial L}{\partial\delta_r}\Delta\delta_r+\frac{\partial L}{\partial\delta_a}\Delta\delta_a$$
$$\Delta M=\frac{\partial M}{\partial U}\Delta U+\frac{\partial M}{\partial W}\Delta W+\frac{\partial M}{\partial\dot{W}}\Delta\dot{W}+\frac{\partial M}{\partial Q}\Delta Q+\frac{\partial M}{\partial\delta_e}\Delta\delta_e+\frac{\partial M}{\partial\delta_T}\Delta\delta_T$$
$$\Delta N=\frac{\partial N}{\partial V}\Delta V+\frac{\partial N}{\partial P}\Delta P+\frac{\partial N}{\partial R}\Delta R+\frac{\partial N}{\partial\delta_r}\Delta\delta_r+\frac{\partial N}{\partial\delta_a}\Delta\delta_a$$

(2.16)

Untuk menyederhanakan notasi, didefinisikan : $X_x=\frac{1}{m}\frac{\partial X}{\partial x}$, $Z_x=\frac{1}{m}\frac{\partial Z}{\partial x}$, dan $M_x=\frac{1}{I_{yy}}\frac{\partial M}{\partial x}$, dengan $X_x,Z_x,M_x$ merupakan *stability derivatives*.

Pada saat terbang simetris (gerak *longitudinal*), gaya yang berpengaruh adalah $\Delta X$ (gaya pada sumbu *longitudinal*) dan $\Delta Z$ (gaya pada sumbu *vertical*), sedang-kan torsi yang berpengaruh adalah $\Delta M$ (*pitching* / torsi pada sumbu *lateral* ***y****)*. Pengaruh $Z_q$ , $Z_{\dot{w}}$ sangat kecil [1],[2],[3], maka $Z_q\approx Z_{\dot{w}}\approx 0$.

Substitusi persamaan (2.15) ke persamaan (2.13), dan persamaan (2.16) ke persamaan (2.14) diperoleh persamaan gerak longitudinal :

$$\begin{aligned}&X_u\Delta U+X_w\Delta W+X_{\delta_e}\Delta\delta_e+X_{\delta_T}\Delta\delta_T=\Delta\dot{U}+\left(g\cos\theta_0\right)\Delta\theta\\ &Z_u\Delta U+Z_w\Delta W+Z_{\delta_e}\Delta\delta_e+Z_{\delta_T}\Delta\delta_T=\Delta\dot{W}-U_0\Delta Q+\left(g\sin\theta_0\right)\Delta\theta\\ &M_u\Delta U+M_w\Delta W+M_{\dot{w}}\Delta\dot{W}+M_q\Delta Q+M_{\delta_e}\Delta\delta_e+M_{\delta_T}\Delta\delta_T=\Delta\dot{Q}\end{aligned}$$

(2.17)

Didefinisikan $\Delta U=u$ , $\Delta V=v$ , $\Delta W=w$ , $\Delta Q=q$ , $\Delta\delta=\delta$ dan $\Delta\theta=\theta$ .

Karena sudut $\theta_0$ relatif kecil, di mana $\theta_0 \approx 0$ , maka $\cos\theta_0$ = 1 dan $\sin\theta_0$ = 0, dari ref. [1], [2], [3], maka persamaan **gerak longitudinal** (2.17) dilinearkan menjadi :

$$X_u u + X_w w + X_{\delta_e}\delta_e + X_{\delta_T}\delta_T = \dot{u} + g\theta \qquad (2.18)$$

$$Z_u u + Z_w w + Z_{\delta_e}\delta_e + Z_{\delta_T}\delta_T = \dot{w} - u_0 q \qquad (2.19)$$

$$M_u u + M_w w + M_{\dot{w}}\dot{w} + M_q q + M_{\delta_e}\delta_e + M_{\delta_T}\delta_T = \dot{q} \qquad (2.20)$$

## 3 PEMODELAN GERAK PESAWAT DALAM RUANG KEADAAN

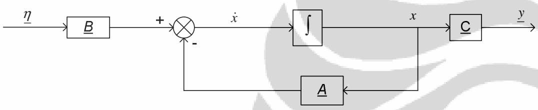
### Penurunan Model Matematis Sistem Gerak Pesawat

Gerak longitudinal pesawat terbang adalah gerak sepanjang sumbu ***x***, di mana *control surface* yang sangat berpengaruh adalah *elevator* dan *flaps*.

Persamaan ruang keadaan (*state space*)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + B\eta \\ y &= Cx\end{aligned} \qquad (3.1)$$

Persamaan (3.1) dalam diagram blok adalah :




Gambar **3.1** Diagram blok sistem

Penurunan model matematis gerak longitudinal diperoleh dari persamaan (2.18), (2.19) dan (2.20) yang disusun kembali menjadi :

$$\dot{u} = X_u u + X_w w - g\theta + X_{\delta_e}\delta_e + X_{\delta_T}\delta_T \qquad (3.2)$$

$$\dot{w} = Z_u u + Z_w w + u_0 q + Z_{\delta_e}\delta_e + Z_{\delta_T}\delta_T \qquad (3.3)$$

$$\dot{q} = M_u u + M_w w + M_{\dot{w}}\dot{w} + M_q q + M_{\delta_e}\delta_e + M_{\delta_T}\delta_T \qquad (3.4)$$

Substitusi persamaan (3.3) ke dalam persamaan (3.4) diperoleh :

$$\begin{aligned}\dot{u} &= X_u u + X_w w - g\theta + X_{\delta_e}\delta_e + X_{\delta_T}\delta_T \\ \dot{w} &= Z_u u + Z_w w + u_0 q + Z_{\delta_e}\delta_e + Z_{\delta_T}\delta_T \\ \dot{q} &= \left(M_u + M_{\dot{w}}Z_u\right)u + \left(M_w + M_{\dot{w}}Z_w\right)w + \left(M_q + M_{\dot{w}}u_0\right)q \\ &\quad + \left(M_{\delta_e} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_e}\right)\delta_e + \left(M_{\delta_T} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_T}\right)\delta_T\end{aligned} \qquad (3.5)$$

Karena $\dfrac{\partial\theta(t)}{\partial t} = \omega_y(t) = q(t)$ atau $\dot{\theta}(t) = q(t) \rightarrow \dot{\theta} = q$

Sehingga persamaan (3.6) dalam **persamaan ruang keadaan** menjadi :

$$\begin{bmatrix}\dot{u}\\ \dot{w}\\ \dot{q}\\ \dot{\theta}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & u_0 & 0 \\ M_u + M_{\dot{w}}Z_u & M_w + M_{\dot{w}}Z_w & M_q + M_{\dot{w}}u_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u\\ w\\ q\\ \theta\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{\delta_T} \\ Z_{\delta_e} & Z_{\delta_T} \\ M_{\delta_e} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_e} & M_{\delta_T} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_T} \\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta_e\\ \delta_T\end{bmatrix} \qquad (3.6)$$

di mana,

$$\dot{x} = \begin{bmatrix}\dot{u}\\ \dot{w}\\ \dot{q}\\ \dot{\theta}\end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix}u\\ w\\ q\\ \theta\end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & u_0 & 0 \\ M_u + M_{\dot{w}}Z_u & M_w + M_{\dot{w}}Z_w & M_q + M_{\dot{w}}u_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{\delta_T} \\ Z_{\delta_e} & Z_{\delta_T} \\ M_{\delta_e} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_e} & M_{\delta_T} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_T} \\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix} \quad \eta = \begin{bmatrix}\delta_e\\ \delta_T\end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix}w\\ q\end{bmatrix}$$

Dengan memasukkan data pesawat CHARLIE pada table (3.1) dan table (3.2) ke dalam persamaan (3.6) maka diperoleh :

$$A = \begin{bmatrix} 0.0002 & 0.039 & 0 & -9.81 \\ -0.07 & -0.317 & 250 & 0 \\ 8.8*10^{-5} & -0.002873 & -0.439 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.44 & 3.434*10^{-6} \\ -5.46 & -1.5*10^{-7} \\ -1.1578 & 6.701*10^{-7} \\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

Dengan nilai matriks A dan matriks B tersebut di atas diperoleh **persamaan ruang keadaan (*state-space*) pesawat CHARLIE**:

$$\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} 0.0002 & 0.039 & 0 & -9.81 \\ -0.07 & -0.317 & 250 & 0 \\ 8.8*10^{-5} & -0.002873 & -0.439 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\underline{x} + \begin{bmatrix} 0.44 & 3.434*10^{-6} \\ -5.46 & -1.5*10^{-7} \\ -1.1578 & 6.701*10^{-7} \\ 0 & 0\end{bmatrix}\underline{u}$$

$$\underline{y} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\underline{x} \qquad (3.7)$$

### Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Karakteristik sistem ditentukan oleh **nilai eigen** melalui persamaan :

$$\left|\lambda I - A\right| = 0 \qquad (3.8)$$

di mana, $\lambda$ merupakan nilai eigen dari sistem. Sistem dikatakan stabil jika semua pole (nilai eigen) adalah negative, atau $\left|\lambda I - A\right| < 0$

Karakteristik pesawat CHARLIE :

$$\left|\lambda I - A\right| = 0$$

$$\begin{vmatrix} \lambda - 0.0002 & -0.039 & 0 & 9.81 \\ 0.07 & \lambda + 0.317 & -250 & 0 \\ -8.8*10^{-5} & 0.002873 & \lambda + 0.439 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \lambda \end{vmatrix} = 0$$

diperoleh nilai eigen :

$\lambda_1 = -0.3785 + 0.8456i$

$\lambda_2 = -0.3785 - 0.8456i$

$\lambda_3 = 0.0006 + 0.0512i$

$\lambda_4 = 0.0006 - 0.0512i$

Karakteristik pesawat CHARLIE tidak stabil, karena ada nilai eigen yang positif (yaitu $\lambda_3$ dan $\lambda_4$).

Sedangkan **Vektor eigen** ditentukan dengan persamaan :

$$(\lambda_i I - A)V_i = 0 \qquad (3.9)$$

dengan *i = 1, 2, 3, 4* dan $V_i$ = *vector eigen.*

diperoleh :

$$V_1 = \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \\ v_{31} \\ v_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0098 - 0.0106i \\ 0.9999 \\ -0.0002 + 0.0034i \\ 0.0034 - 0.0013i \end{bmatrix}$$

$$V_2 = \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \\ v_{32} \\ v_{42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0098 + 0.0106i \\ 0.9999 \\ -0.0002 - 0.0034i \\ 0.0034 + 0.0013i \end{bmatrix}$$

$$V_3 = \begin{bmatrix} v_{13} \\ v_{23} \\ v_{33} \\ v_{43} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.9999 \\ 0.0104 + 0.0037i \\ -0.0003 + 0.0000i \\ 0.0001 + 0.0052i \end{bmatrix}$$

$$V_4 = \begin{bmatrix} v_{14} \\ v_{24} \\ v_{34} \\ v_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.9999 \\ 0.0104 - 0.0037i \\ -0.0003 - 0.0000i \\ 0.0001 - 0.0052i \end{bmatrix}$$

**Uji *Controllability* dan *Observability***

Keterkontrolan (*controllability*) dan keteramatan (*observability*) suatu sistem dapat ditentukan dengan mengetahui rank dari matriks M dan O, jika *full rank* maka sistem tersebut *Controllability* dan *Observability* lengkap [1],[2],[3].

$$M = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & A^3B \end{bmatrix} \qquad (3.10)$$

di mana ***M*** merupakan Matriks *Controllability*

$$O = \begin{bmatrix} C & CA & CA^2 & CA^3 \end{bmatrix}^T \qquad (3.11)$$

di mana ***O*** merupakan Matriks *Observability*

**Uji *Controllability* pesawat CHARLIE** :

$$M = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & A^3B \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 0.4400 & 3.434*10^{-6} & -0.2129 & -0.0000 & 0.1357 & -0.0000 & 3.5267 & -0.0000 \\ -5.4600 & -1.5*10^{-7} & -287.754 & 0.0002 & 222.2348 & -0.0001 & 78.7212 & -0.0000 \\ -1.1578 & 6.701*10^{-7} & 0.5240 & -0.0000 & 0.5967 & -0.0000 & -0.9005 & 0.0000 \\ 0 & 0 & -1.1578 & 0.0000 & 0.5240 & -0.0000 & 0.5967 & -0.0000 \end{bmatrix}$$

Rank dari matriks M adalah 4 (baris 1,2,3,4 pada matriks saling independent), maka pesawat dapat dikontrol (*controllability*) secara lengkap.

**Uji *Observability* pesawat CHARLIE**:

$$O = \begin{bmatrix} C & CA & CA^2 & CA^3 \end{bmatrix}^T$$

di mana ***O*** merupakan Matriks *Observability*

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.0001 & -0.0029 & -0.4390 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0002 & 0.0022 & -0.5256 & -0.0009 \\ 0.0001 & -0.0029 & -0.4390 & 0 \\ -0.0002 & 0.0008 & 0.7738 & -0.0016 \\ 0.0002 & 0.0022 & -0.5256 & -0.0009 \end{bmatrix}$$

Karena rank dari matriks *O* adalah 4 (kolom 1,2,3,4 pada matriks saling independent), maka pesawat dapat diamati (*observability*) secara lengkap

**Tabel 3.1** Data Parameters Pesawat CHARLIE

| ***Parameters*** | ***Unit*** | ***Value*** |
|---|---|---|
| Massa, *m* | *(kg)* | 290000 |
| Wing area, *S* | *($m^2$)* | 510 |
| Wing mean aerodynamic chord, $\overline{c}$ | *(m)* | 8.3 |
| Aspect ratio | - | 7.0 |
| c.g. (*center of gravity*) | *(%)* $\overline{c}$ | 0.25 $\overline{c}$ |
| Pilot location (*relative to c.g.*), $l_{x_P}$ | *(m)* | 26.2 |
| Pilot location (*relative to c.g.*), $l_{z_P}$ | *(m)* | -3.05 |
| Moment Inertia, $I_{xx}$ | *($kg.m^2$)* | 24.6 x $10^6$ |
| Moment Inertia, $I_{yy}$ | *($kg.m^2$)* | 45 x $10^6$ |
| Moment Inertia, $I_{zz}$ | *($kg.m^2$)* | 67.5 x $10^6$ |
| Moment Inertia, $I_{xz}$ | *($kg.m^2$)* | 1.32 x $10^6$ |
| Flight Condition, *Height* | *(m)* | 12200 |
| Mach Number, *M* | - | 0.8 |
| Speed cruising, $U_0$ | *($m.s^{-1}$)* | 250 |
| Pressure dynamics, $\overline{q}$ | *($N.m^{-2}$)* | 9911 |
| Angle of attack, $\alpha_0$ | *(degrees)* | 4.6 |

**Tabel 3.2** Data Aerodinamik pesawat CHARLIE

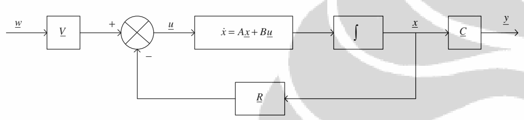
| ***Stability derivatives*** | ***Units*** | ***Value*** |
|---|---|---|
| U-*derivative*, $X_u$ | $\left(1/s\right)$ | 0.0002 |
| $Z_u$ | $\left(1/s\right)$ | -0.007 |
| $M_u$ | $\left(1/m.s.\right)$ | 0.00006 |
| W-*derivative*, $X_w$ | $\left(1/s\right)$ | 0.039 |
| $Z_w$ | $\left(1/s\right)$ | -0.317 |
| $M_w$ | $\left(1/m.s.\right)$ | -0.003 |
| $X_{\dot{w}}$ | $\left(1/s\right)$ | 0 |
| $Z_{\dot{w}}$ | $\left(1/s\right)$ | 0 |
| $M_{\dot{w}}$ | $\left(1/m.s.\right)$ | -0.0004 |
| **q**-*derivative*, $X_q$ | $\left(1/s\right)$ | 0 |
| $Z_q$ | $\left(1/s\right)$ | -1.57 |
| $M_q$ | $\left(1/m.s.\right)$ | -0.339 |
| $X_{\delta_T}$ | $\left(1/s\right)$ | 3.434 x $10^{-6}$ |
| $Z_{\delta_T}$ | $\left(1/s\right)$ | -1.5 x $10^{-7}$ |
| $M_{\delta_T}$ | $\left(1/m.s.\right)$ | 0.67 x $10^{-7}$ |
| $X_{\delta_E}$ | $\left(1/s\right)$ | 0.44 |
| $Z_{\delta_E}$ | $\left(1/s\right)$ | -5.46 |
| $M_{\delta_E}$ | $\left(1/m.s.\right)$ | -1.16 |

## 4 PERANCANGAN SISTEM KENDALI

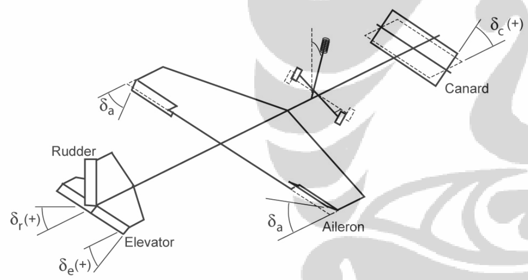
### Disain Pengendali Ruang Keadaan Dengan Metode *Decoupling*

Persamaan gerak longitudinal merupakan sistem MIMO (*Multi Input Multi Output*) di mana masing-masing *input* (masukan) sangat mempengaruhi semua *output* (keluaran), maka akan dipilih perancangan sistem kendali dengan metode *decoupling*, karena metode ini akan menghilangkan pengaruh interaksi *input-output*, sehingga masing-masing *input* hanya untuk satu (masing-masing) *output* [4].

Syarat metode *decoupling* [4] adalah $p = q$ (jumlah *input* = jumlah *output*). Pada penelitian ini jumlah *input* = 2 (defleksi *elevator* dan *change thrust engine*), sedangkan jumlah *output* = 2 (kecepatan ke arah *vertical* $\boldsymbol{w}$ dan kecepatan sudut $\boldsymbol{q}$ *pitching*), sehingga metode *decoupling* dapat digunakan.




Gambar **4.1** Diagram Blok Sistem Kontrol Metode *Decoupling*




Gambar **4.2** *Control surface* [3] pesawat terbang

Dengan *state feedback* (metode *decoupling*), sinyal kendali $\boldsymbol{u}$ pada diagram blok (4.1) menjadi [4]:

$$\underset{(p,1)}{\underline{u}} = -\underset{(p,n)}{\underline{R}}\;\underset{(n,1)}{\underline{x}} + \underset{(p,p)}{\underline{V}}\;\underset{(p,1)}{\underline{w}} \qquad (4.1)$$

di mana $\underline{R}$ = *feedback gain*, $\underline{V}$ = *pre-fliter*, dan $\underline{w}$ = sinyal acuan.

**Tujuan pengendalian** [4] :

Tujuan pengendalian adalah menentukan matriks pengendali (*feedback gain*) $\underline{R}$ dan matriks *pre-filter* $\underline{V}$ sedimikan rupa, sehingga :

*a.* Setiap sinyal *output* $y_i(t)$ mengikuti sebaik mungkin sinyal acuannya $w_i(t)$
di mana, $i=1,2,\ldots,p$

*b.* Setiap sinyal output $y_i(t)$ hanya dipengaruhi oleh masing-masing sinyal acuannya $w_i(t)$.

Persamaan ruang keadaan (*state space*) :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu\\ y &= Cx\end{aligned} \quad \text{menjadi} \quad \begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= \underline{A}\underline{x} + \underline{B}\underline{u}\\ \underline{y}^* &= \underline{C}^*\underline{x} + \underline{D}^*\underline{u}\end{aligned} \qquad (4.2)$$

di mana [4],

$$\underline{y}^* = \begin{bmatrix} \overset{(\delta_i)}{y_i} \\ \vdots \\ \overset{(\delta_p)}{y_i} \end{bmatrix} \quad \underline{C}^* = \begin{bmatrix} \underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i} \\ \vdots \\ \underline{C}_p^T \underline{A}^{\delta_p} \end{bmatrix} \quad D^* = \begin{bmatrix} \underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i-1}\underline{B} \\ \vdots \\ \underline{C}_p^T \underline{A}^{\delta_p-1}\underline{B} \end{bmatrix} \qquad (4.3)$$

$$\begin{aligned}
y_i &= \underline{C}_i^T x\\
\dot{y}_i &= \underline{C}_i^T \dot{x} = \underline{C}_i^T\left(\underline{A}\underline{x} + \underline{B}\underline{u}\right) = \underline{C}_i^T \underline{A}\underline{x} + \underline{C}_i^T \underline{B}\underline{u}\\
\ddot{y}_i &= \underline{C}_i^T \ddot{x} = \underline{C}_i^T\left(\underline{A}\dot{\underline{x}} + \underline{B}\underline{u}\right) = \underline{C}_i^T \underline{A}\underline{x} + \underline{C}_i^T \underline{B}\underline{u}\\
&\vdots\\
\overset{(\delta_i-1)}{y_i} &= \underline{C}_i^T A^{(\delta_i-1)}\underline{x}\\
\overset{(\delta_i)}{y_i} &= \underline{C}_i^T A^{\delta_i}\underline{x} + \underline{C}_i^T A^{\delta_i-1}\underline{B}\underline{u} \qquad i = 1,\ldots,p\\
\overset{(\delta_i)}{y_i} &= \left(\underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i} - \underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i-1}\underline{B}\underline{R}\right)x + \underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i-1}\underline{B}\underline{V}\;\underline{w}_i \qquad (4.4)\\
i &= 1,\ldots,p
\end{aligned}$$

**Setiap** $\underline{y}_i$ hanya tergantung $\underline{w}_i$ :

$$\begin{aligned}
\underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i-1}\underline{B}\underline{V}\;\underline{w}_i &= k_i w_i \qquad i = 1,\ldots,p\\
&= \left[0,\ \cdots\ 0,\ k_i,\ 0,\ \cdots\ 0\right] w_i \qquad (4.5)\\
\underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i-1}\underline{B}\underline{V} &= \left[0,\ \cdots\ 0,\ k_i,\ 0,\ \cdots\ 0\right]
\end{aligned}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i-1}\underline{B} \\ \vdots \\ \underline{C}_p^T \underline{A}^{\delta_p-1}\underline{B} \end{bmatrix}}_{\underline{D}^*} \underline{V} = \underbrace{\begin{bmatrix} k_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & k_p \end{bmatrix}}_{\underline{K}} \qquad (4.6)$$

Sehingga diperoleh matriks *pre-filter* $\underline{V}$ :

$$\underline{V} = \underline{D}^{*-1}\underline{K} \quad \textit{(decoupling pre-filter)} \qquad (4.7)$$

Syarat *decoupling* $\det(\underline{D}^*) \neq 0$ (4.8)

**Penentuan matriks pengendali $\underline{R}$ :**

Terbentuk persamaan diferensial hanya antara $\boldsymbol{y_i}$ dan $\boldsymbol{w_i}$

$$\left(\underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i} - \underline{C}_i^T \underline{A}^{\delta_i-1}\underline{B}\underline{R}\right)x = -\sum_{v=0}^{\delta_i-1} q_{iv}\overset{(v)}{y_i} \qquad (q_{iv} = \text{konstan, sembarang})$$

$$\overset{(\delta_i)}{y_i} + \sum_{v=0}^{\delta_i-1} q_{iv}\overset{(v)}{y_i} = k_i w_i \qquad i = 1,\ldots,p \qquad (4.9)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{C}_1^T \underline{A}^{\delta_i-1}\underline{B} \\ \vdots \\ \underline{C}_p^T \underline{A}^{\delta_p-1}\underline{B} \end{bmatrix}}_{\underline{D}^*} \underline{R} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{C}_1^T\left(\underline{A}^{\delta_i} + \sum_{v=0}^{\delta_i-1} q_{iv}\underline{A}^{v}\right) \\ \vdots \\ \underline{C}_p^T\left(\underline{A}^{\delta_p} + \sum_{v=0}^{\delta_p-1} q_{pv}\underline{A}^{v}\right) \end{bmatrix}}_{\underline{Q}} \qquad (4.10)$$

Dari persamaan di atas diperoleh matriks $\underline{R}$ **:**

$$\underline{R} = \underline{D}^{*-1}\underline{Q} \qquad (4.11)$$

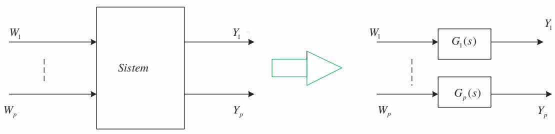
**Penentuan parameter bebas** $\left(k_i,\ q_{iv}\right)$ untuk memenuhi respon dinamik yang diinginkan :

Solusi persamaan (4.9) dengan transformasi Laplace:

$$Y_i(s) = \underbrace{\frac{k_i}{s^{\delta_i} + \ldots + q_{i1}s + q_{i0}}}_{G_i(s)} W_i(s); \quad i = 1,\ldots,p \qquad (4.12)$$

di mana, $q_{iv}$ ditentukan dengan penempatan kutub yang diinginkan. $k_i = q_{i0}$ (untuk *zero steady state error*)

Sehingga dengan metode *decoupling* , interaksi *multi input-multi output* disintesa menjadi satu *input* hanya berpengaruh kepada satu *output* tanpa mempengaruhi *input* dan *output* yang lainnya.




Gambar **4.3** Ilustrasi sitem *coupling* menjadi *decoupling*

Kemudian dengan memasukan nilai A, B, C pada persamaan ruang keadaan (*state space*) pesawat CHARLIE ke dalam persamaan (4.6) diperoleh :

$$\left.\begin{array}{l}\delta_1 - 1 = 0 \;\; \rightarrow \;\; \delta_1 = 1 \\ \delta_2 - 1 = 0 \;\; \rightarrow \;\; \delta_2 = 1\end{array}\right\} \text{pada kondisi ini}$$

elemen matriks $\underline{D}^*$ sudah memenuhi syarat, maka :

$$\underline{D}^* = \begin{bmatrix} \underline{C}_1^T \underline{A}^{\delta_1 - 1}\underline{B} \\ \vdots \\ \underline{C}_p^T \underline{A}^{\delta_p - 1}\underline{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{C}_1^T \underline{A}^{\delta_1 - 1}\underline{B} \\ \underline{C}_2^T \underline{A}^{\delta_2 - 1}\underline{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{C}_1^T \underline{A}^{1-1}\underline{B} \\ \underline{C}_2^T \underline{A}^{1-1}\underline{B} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]\,\underline{A}^0\underline{B} \\ [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]\,\underline{A}^0\underline{B} \end{bmatrix}$$

$$D^* = \begin{bmatrix} -5.460 & -0.00000015 \\ -1.157816 & 0.00000067 \end{bmatrix} \qquad (4.13)$$

Dengan menguji *decoupleability* sesuai syarat persamaan (4.8) :

$$\left|D^*\right| = \begin{vmatrix} -5.460 & -0.00000015 \\ -1.157816 & 0.00000067 \end{vmatrix} \quad (\textit{decoupleability})$$
$$= -3.8322*10^{-6} \neq 0$$

Kemudian menempatan kutub yang diinginkan (dipilih p = -1 dan -0.5) maka dengan persamaa (4.12) :

$$\left.\begin{array}{l} Y_1 = \dfrac{k_1}{s + q_{10}} = \dfrac{1}{s+1} \;\; \rightarrow \;\; k_1 = 1 \\ Y_2 = \dfrac{k_2}{s + q_{20}} = \dfrac{0.5}{s+0.5} \;\; \rightarrow \;\; k_2 = 0.5 \end{array}\right\}$$
$$\Rightarrow \; K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{V} = inv\left(\underline{D}^*\right)\underline{K} = \left[\underline{D}^*\right]^{-1}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -0.175 & -0.0195 \\ -3.021*10^5 & 7.124*10^5 \end{bmatrix} \qquad (4.14)$$

Dengan persamaan (4.10) diperoleh :

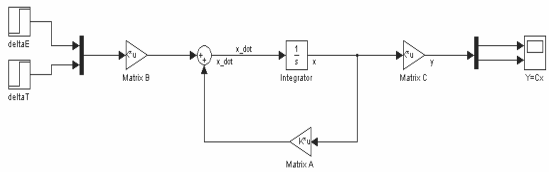
$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} \underline{C}_1^T\left(\underline{A}^{\delta_1} + \sum_{v=0}^{\delta_1 - 1} q_{1v}\underline{A}^v\right) \\ \underline{C}_2^T\left(\underline{A}^{\delta_2} + \sum_{v=0}^{\delta_2 - 1} q_{2v}\underline{A}^v\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{C}_1^T\left(\underline{A} + q_{1v}\underline{A}^0\right) \\ \underline{C}_2^T\left(\underline{A} + q_{2v}\underline{A}^0\right) \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \text{-0.0700} & 0.6830 & 250. & 0 \\ 0.0001 & \text{-0.0029} & 0.0610 & 0 \end{bmatrix} \qquad (4.15)$$

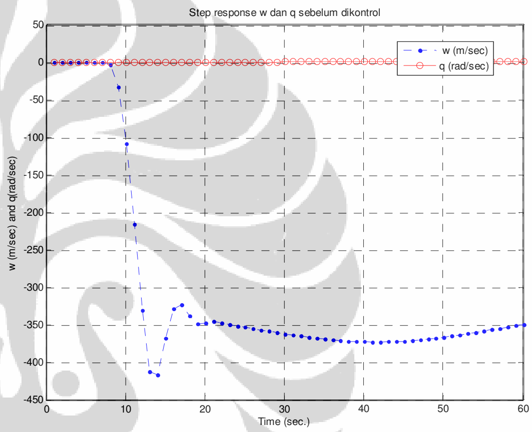
Kemudian dengan persamaan (4.11) diperoleh matriks pengendali R :

$$R = inv\left(D^*\right) * Q$$
$$= \begin{bmatrix} 0.01223 & \text{-0.1193} & \text{-43.71} & 0 \\ 21274.359 & \text{-21.044}*10^4 & \text{-7.5445}*10^7 & 0 \end{bmatrix}$$
$$(4.16)$$

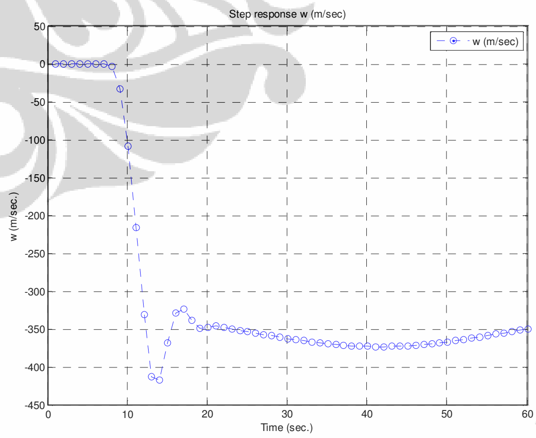
## Uji Simulasi Pengendalian



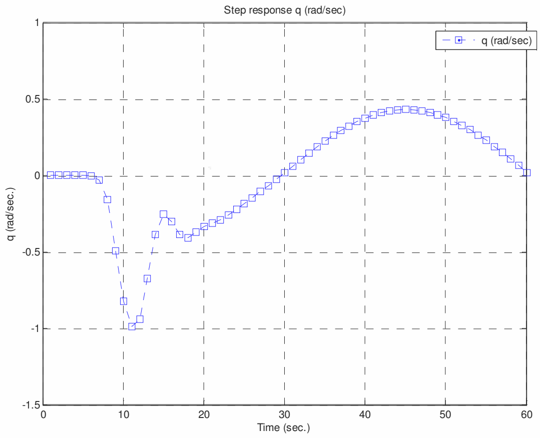

Gambar **4.4** Diagram blok dalam ruang keadaan tanpa pengendali



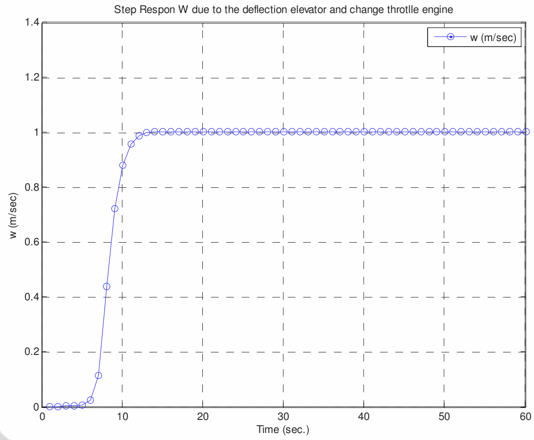

Gambar **4.5** Step response ***w*** dan ***q*** tanpa pengendali



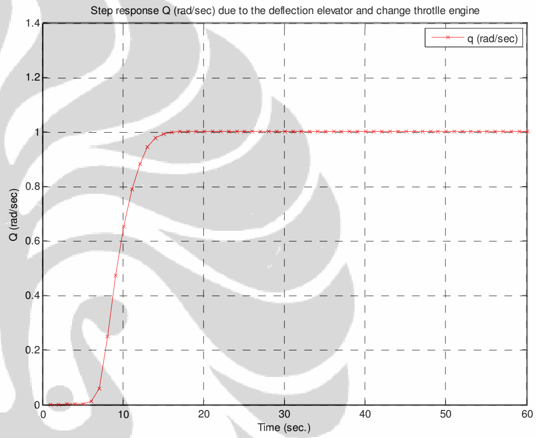

Gambar **4.6** Step response ***w*** tanpa pengendali




Gambar **4.7** Step response ***q*** tanpa pengendali

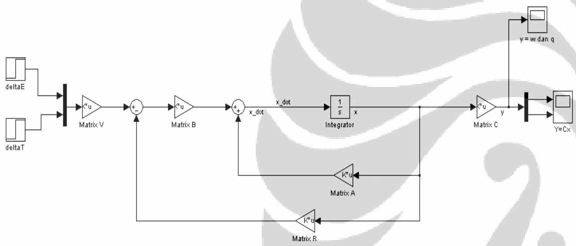



Gambar **4.10** Step response ***w*** setelah dikendalikan

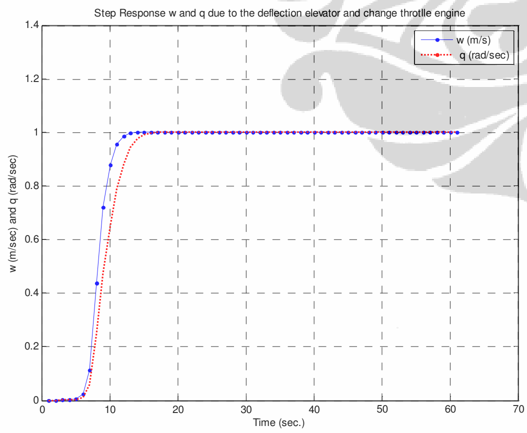



Gambar **4.11** Step response ***q*** setelah dikendalikan

Dari hasil simulasi menggunakan diagram blok (4.4) kemudian diplot pada gambar (4.5), (4.6) dan (4.7) terlihat bahwa step respon *w* dan *q* tidak stabil.




Gambar **4.8** Diagram blok *state space* dengan pengendali




Gambar **4.9** Step response ***w*** dan ***q*** setelah dikendalikan

Dari hasil simulasi menggunakan diagram blok (4.8) dengan metoda *decoupling* yang diplot pada gambar (4.9), (4.10) dan (4.11) terlihat bahwa step respon *w* dan *q* jelas mengikuti set-point. Kecepatan vertical ***w*** dapat mengikuti *set-point* setelah sekitar 12 detik, sedangkan kecepatan sudut ***q*** (*pitching*) dapat mengikuti *set-point* setelah sekitar 14 detik. Ini berarti metoda *decoupling* dapat digunakan dengan baik.

## 5 KESIMPULAN

Dari hasil perhitungan dan simulasi, dapat diambil kesimpulan, bahwa :

1. Sebelum adanya pengendali, pesawat CHARLIE mempunyai karakteristik tidak stabil, karena ada nilai eigen yang positif ( $\lambda_{3,4} = 0.0006 \pm 0.0512i$ ).
2. Pesawat CHARLIE dapat dikontrol (*controllability*) dan dapat diamati (*observability*) secara lengkap, karena matriks *controllability* dan matriks *observability* mempunyai *full rank* yaitu 4.
3. Setelah menggunakan pengendali dengan metoda *decoupling* gerakan pesawat sangat stabil, karena output $w$ dapat mengikuti *set-point* setelah sekitar 12 detik, dan output $q$ dapat mengikuti *set-point* setelah sekitar 14 detik.

## DAFTAR PUSTAKA


[1] Nelson, Robert C, *Flight Stability and Automatic Control*, McGraw Hill, Inc. 1989

[2] McLean, Donald, *Automatic Flight Control Systems*, Prentice Hall International (UK) Ltd, 1990.

[3] How, Jonathan, *Aircraft Dynamics*, (*Lecture Notes : 16.61 AC 1–2 to 1-16 and 2-1 to 2-17*) MITOpenCourseWare Spring 2003, (web.mit.edu), Department of Aeronautics and Astronautics Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, Spring 2003.

[4] Subiantoro, Aries, *Sintesa Kendali Decoupling dalam domain waktu*, Kuliah Multivariable Control System, Departemen Elektro FTUI, Depok, 2007-2008.