

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Landasan Teori

2.1.1 Pengertian Risiko

Secara umum, risiko didefinisikan sebagai hal yang dapat menyebabkan kerugian, atau dapat juga diartikan sebagai ketidakpastian. Menurut Jorion (2007, hal 3) risiko adalah volatilitas dari hasil yang tidak diharapkan (*volatility of unexpected outcomes*) yang akan berpengaruh terhadap nilai aset (*asset*), modal (*equity*) dan laba (*earnings*).

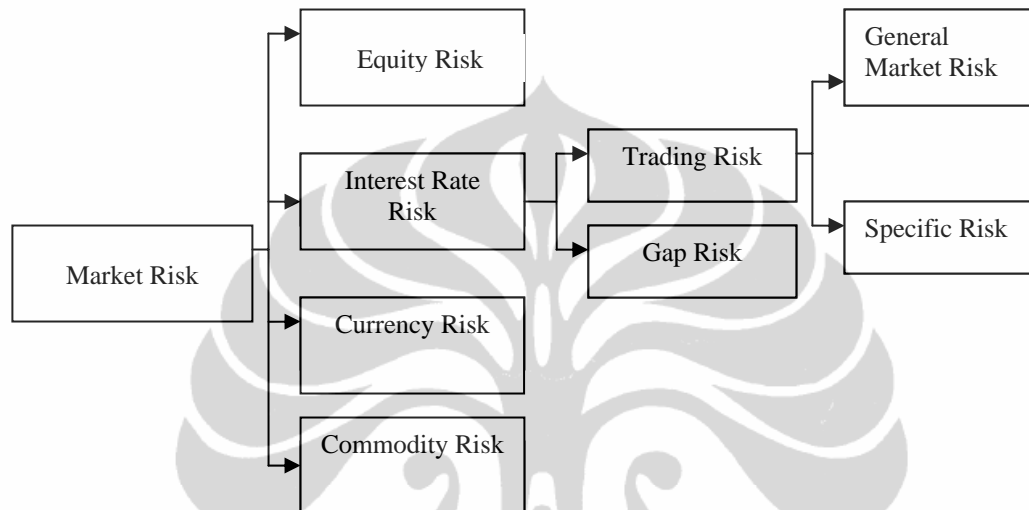
Pada dasarnya, perusahaan memiliki *exposure* atas berbagai jenis risiko yang dapat diklasifikasikan kedalam risiko bisnis dan risiko finansial. Risiko bisnis adalah risiko yang diambil perusahaan untuk menciptakan keunggulan kompetitifnya terhadap perusahaan lain dan untuk memberikan nilai tambah kepada pemegang saham. Risiko bisnis termasuk keputusan bisnis yang dibuat oleh perusahaan dan lingkungan bisnis (*business environment*) tempat perusahaan beroperasi. *Business environment* terdiri dari kompetisi dan risiko makroekonomi. Sedangkan risiko finansial adalah risiko atas kerugian yang mungkin timbul akibat kegiatan di pasar keuangan, misalnya kerugian akibat pergerakan suku bunga atau gagal bayar suatu kewajiban. Crouhy (2001, hal 35) membagi risiko finansial kedalam risiko pasar, risiko kredit, risiko likuiditas, risiko operasional, risiko hukum dan regulasi serta risiko faktor manusia.

Pengelolaan risiko finansial bertujuan agar lembaga keuangan dapat mempersiapkan sejumlah cadangan modal atau dana yang dapat digunakan untuk menanggulangi kerugian yang mungkin terjadi. Alokasi cadangan modal yang terlalu kecil akibat pengukuran risiko yang tidak tepat dapat berpotensi menyebabkan suatu perusahaan atau lembaga keuangan mengalami kekurangan likuiditas untuk membayar kewajibannya kepada pihak ketiga.

2.1.2 Risiko Pasar

Menurut Crouhy (2001, hal 38) risiko pasar dapat dibagi menjadi beberapa dimensi :

Gambar 2.1 : Dimensi Risiko Pasar



Sumber : Crouhy (2001, hal 38)

Risiko pasar atau *market risk* adalah risiko akibat perubahan harga di pasar keuangan yang mengakibatkan turunnya nilai suatu surat berharga atau suatu portofolio. Dalam aktivitas *trading*, risiko ini dapat timbul dari posisi *open (unhedged)* dan korelasi yang tidak sempurna antara posisi di pasar yang dimaksudkan untuk menghapus risiko yang satu dengan yang lain.

Commodity price risk berbeda dengan risiko suku bunga atau risiko nilai tukar karena kebanyakan komoditas diperdagangkan di pasar dimana tingkat penawaran (*supply*) barang mempengaruhi volatilitas harga. Dengan demikian, harga komoditas umumnya memiliki volatilitas yang lebih tinggi daripada instrumen keuangan yang umumnya diperdagangkan.

2.2 Value at Risk (VaR)

VaR awal mulanya diterapkan oleh bank-bank terbesar di Amerika Serikat pada tahun 1980-an sejalan dengan perkembangan pasar derivatif. Perkembangan instrumen derivatif menimbulkan tantangan baru bagi manajemen risiko karena pengukuran risiko secara tradisional tidak lagi cukup. Dengan VaR dapat dikembangkan sebuah ukuran umum dari *economic loss* yang dapat mencakup risiko dari berbagai produk dan mengukur risiko portofolio.

2.2.1 Definisi VaR

VaR mengukur perkiraan maksimum kerugian yang mungkin terjadi pada suatu periode waktu tertentu, dalam kondisi yang normal, dengan *confidence level* tertentu. Tujuan perhitungan VaR adalah untuk memperkirakan suatu besaran kerugian maksimum yang mungkin dialami institusi tertentu pada *confidence level* tertentu.

Sebagai contoh, hasil pengukuran VaR sebuah portofolio dengan *confidence level* 99% adalah sebesar Rp 1 milyar. Hal ini dapat diinterpretasikan bahwa dalam kondisi yang normal pada suatu periode tertentu yang akan datang, hanya ada satu persen kemungkinan bahwa kerugian yang dialami akan mencapai Rp 1 milyar.

Menurut Jorion (2007, hal 106), VaR merupakan kerugian maksimal (kerugian terbesar) sepanjang target horison tertentu sehingga terdapat kemungkinan kecil kerugian yang sebenarnya lebih besar. Manfaat utama VaR adalah merangkum total kerugian yang mungkin timbul akibat risiko pasar dalam bilangan tunggal yang mudah dimengerti.

Menurut Best (1998, hal 10) definisi VaR secara umum adalah jumlah maksimal uang yang mungkin hilang dalam portofolio dalam periode tertentu dan pada tingkat kepercayaan tertentu. Apabila VaR dihitung untuk periode satu hari (*holding period* satu hari) dengan tingkat kepercayaan 99%, maka definisi VaR adalah jumlah maksimum uang yang mungkin hilang pada portofolio dalam satu hari.

Crouhy (2001, hal 187) mendefinisikan VaR sebagai jumlah kerugian terburuk yang dapat diharapkan atas suatu surat berharga atau portofolio yang dimiliki, pada periode waktu tertentu dan tingkat keyakinan yang telah ditentukan.

VaR tidak menyebutkan seberapa banyak kerugian aktual akan melebihi nilai VaR, tetapi hanya menyatakan besarnya kemungkinan nilai VaR akan dilampaui.

Model VaR pada umumnya didesain untuk mengukur risiko dalam jangka waktu yang singkat, misalnya satu hari atau 10 hari sesuai persyaratan regulator. *Bank for International Settlements* (BIS) pada tahun 2006 menetapkan *confidence level*, c , 99 %. Akan tetapi untuk kepentingan alokasi modal internal, VaR dapat dinyatakan dalam tingkat kepercayaan yang lebih tinggi, misalnya $c = 99.96$ %.

2.2.2 Metode Perhitungan VaR

Secara garis besar, menurut RiskMetrics Group (1999, hal 8) terdapat tiga pendekatan utama dalam perhitungan nilai VaR, yaitu *parametric*, *non-parametric* dan *Monte Carlo simulation*.

Pendekatan *parametric* menghitung nilai VaR berdasarkan perhitungan parameter, seperti volatilitas dari *return* aset dan juga nilai korelasi antar aset dalam portolio. Metode ini mudah untuk digunakan dan memberikan hasil VaR yang lebih akurat, namun menggunakan asumsi bahwa *return* aset atau portolio terdistribusi secara normal. Oleh karena itu akurasi perhitungannya diragukan pada kondisi pasar yang tidak terdistribusi secara normal ataupun terdapat kejadian ekstrim. RiskMetrics Group (1999, hal 9) menyatakan bahwa metode *parametric* memiliki kelebihan berupa perhitungan yang sederhana dan cepat dan tidak diperlukan data historis yang banyak. Di sisi lain metode ini memiliki kelemahan yaitu kurang akurat untuk portofolio nonlinear, misalnya *option* atau untuk *skewed distribution*.

Pendekatan *non parametric* atau umumnya dikenal sebagai metode *Historical Simulation*, mempergunakan distribusi historis *return* dari suatu aset dalam suatu portofolio untuk mensimulasikan nilai VaR portofolio, Sementara pendekatan *Monte Carlo Simulation* menghitung nilai VaR berdasarkan sekumpulan skenario nilai aset yang mungkin terjadi, melalui tahap proses *stochastic* terhadap data historis untuk menghitung volatilitas dan nilai korelasi serta kemudian pergerakan harga pasar disimulasikan secara acak.

2.2.2.1 VaR Aset Tunggal

Perhitungan VaR pada *asset* tunggal ditentukan dengan mengestimasi volatilitas nilai suatu *asset*. Nilai volatilitas ditentukan dari akar kuadrat nilai varians distribusi normal data perubahan-perubahan nilai *asset* tersebut di masa lampau. Menurut Penza (2001, hal 69), formula yang digunakan dalam menghitung VaR untuk aset tunggal adalah:

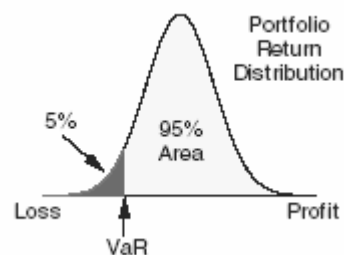
$$\text{VaR} = \alpha \sigma P \sqrt{t} \quad (2.1)$$

dimana :

- α = nilai z untuk distribusi normal pada tingkat keyakinan tertentu
- σ = standar deviasi *return* suatu aset
- P = nilai pasar suatu aset
- \sqrt{t} = periode waktu memiliki suatu aset (*holding period/time horizon*)

Sebelum menghitung VaR, kita harus menetapkan nilai tiga parameter, yaitu *confidence level*, *forecast horizon* dan *base currency*. Untuk *confidence level*, kita dapat memilih tingkat kepercayaan atau probabilitas kerugian yang diinginkan (*arbitrary*). *Confidence level* umumnya berkisar antara 90% dan 99%. RiskMetrics menggunakan asumsi tingkat kepercayaan 95%. Jorion (2007, hal 150) menyebutkan bahwa 95% adalah *confidence level* yang baik untuk proses *backtesting*. Sementara persyaratan dalam Basel II Accord (2006, hal 195) menetapkan tingkat keyakinan 99% untuk perhitungan VaR.

Gambar 2.2 : Skema Nilai VaR



Sumber : RiskMetrics Group (1999, hal 4)

Pada Gambar (2.2) dapat dilihat pengertian konsep VaR dalam suatu pasar yang terdistribusi normal, dimana besar nilai VaR dihitung menggunakan contoh tingkat keyakinan 95%. Daerah 5% pada daerah sebelah kiri disebut juga sebagai *left tail area* yang menyatakan kemungkinan terjadinya kerugian melebihi nilai VaR.

Untuk data tidak terdistribusi normal, Jorion (2007, hal 273) memberikan koreksi terhadap nilai α menjadi α' menggunakan pendekatan *Cornish-Fisher Expansion* dalam Persamaan (2.2).

$$\alpha' = \alpha - \frac{1}{6}(\alpha^2 - 1)\xi \quad (2.2)$$

dimana:

ξ = koefisien *Skewness*

Untuk *forecast horizon*, lembaga keuangan pada umumnya secara konsisten menggunakan *forecast horizon* 1 hari untuk analisis VaR. Hal ini disebabkan rata-rata *trading position* dapat berubah secara dinamis dari hari ke hari. Sementara persyaratan dalam Basel II Accord (2006, hal 195) menetapkan *holding period* minimum selama 10 hari untuk perhitungan VaR. Terlepas dari berbagai pilihan yang ada, idealnya pemilihan *holding period* dapat dilakukan dengan melihat berapa lama periode yang dibutuhkan untuk melakukan likuidasi terhadap *asset* dalam portofolio,

Sementara untuk *base currency*, dalam perhitungan VaR umumnya dinyatakan dalam mata uang modal ekuitas dan *reporting currency* perusahaan.

2.2.2.2 VaR Portofolio

Untuk sekumpulan aset yang membentuk portofolio, Jorion (2007, hal 162) memberikan formula perhitungan VaR sebagai berikut :

$$VaR_p = \alpha \sigma_p W \quad (2.3)$$

dimana :

W = nilai portofolio

σ_p = nilai volatilitas portofolio

α = nilai z untuk distribusi normal pada tingkat keyakinan tertentu

Volatilitas portofolio ditentukan oleh volatilitas dan bobot masing-masing aset serta korelasi antara aset. Jorion (2007, hal 164) memberikan formula perhitungan volatilitas untuk portofolio yang terdiri dari dua aset sebagai berikut :

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2} \quad (2.4)$$

dimana:

- σ_p = standar deviasi portofolio
- w_1 dan w_2 = bobot aset pertama dan aset kedua dalam portofolio
- σ_1^2 dan σ_2^2 = varians dari return aset pertama dan aset kedua
- ρ_{12} = korelasi antara return aset pertama dan aset kedua
- $\rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$ = kovarian return aset pertama dan aset kedua

Pada portofolio yang terdiri atas lebih dari dua aset, maka Best (1998, hal 23) memberikan rumusan umumnya dalam Persamaan (2.5), sedangkan Jorion (2007, hal 162) menyatakan rumusan perhitungan yang sama dalam bentuk matriks pada Persamaan (2.6).

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_i^N w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_i \sum_j w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j} \quad (2.5)$$

$$\sigma_p^2 = (w_1 \dots w_N) \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1N} \\ \vdots & & & & \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \sigma_{N3} & \dots & \sigma_N^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_N \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Korelasi memegang peranan yang sangat penting dalam melakukan perhitungan VaR portofolio. Koefisien korelasi secara umum digambarkan oleh Jorion (2007, hal 163) dengan persamaan :

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1\sigma_2} \quad (2.7)$$

dimana:

- ρ_{12} = korelasi aset pertama dan aset kedua
- σ_{12} = kovarian aset pertama dan aset kedua
- σ_1 dan σ_2 = standar deviasi *return* aset pertama dan aset kedua

Nilai korelasi selalu terletak antara -1 dan 1. Nilai korelasi sebesar 1 berarti hubungan korelasi sempurna (*perfectly correlated*) antara dua aset, sedangkan korelasi sebesar 0 berarti kedua aset tidak memiliki korelasi (*uncorrelated*). Nilai korelasi ini dapat menyebabkan nilai volatilitas portofolio yang lebih kecil dibandingkan dengan volatilitas aset tunggalnya sebagai dampak dari diversifikasi.

Perhitungan VaR yang memperhitungkan dampak diversifikasi disebut *Diversified VaR*, sedangkan *Undiversified VaR* merupakan penjumlahan masing-masing nilai VaR tanpa memperhitungkan adanya dampak diversifikasi tersebut.

2.2.2.3 Backtesting

Tujuan dari *backtesting* atau pengujian model VaR adalah untuk mengetahui validitas perhitungan model terhadap kerugian aktual yang dialami. Jorion (2007, hal 146) menyatakan bahwa pengujian suatu model dapat menggunakan *Kupiec Test*.

Pengujian dilakukan dengan membandingkan nilai *Likelihood Ratio* dengan *critical value* berdasarkan distribusi *chi-square* ($\chi_{df, \alpha}$) dengan tingkat kebebasan (*degree of freedom*) 1 dan persentase *left tail area* sebesar p . Untuk tingkat kepercayaan sebesar 95%, maka *critical value* ($\chi_{1,95\%}$) sebesar 3,841 diperoleh

berdasarkan tabel distribusi *chi-square*. Rumus perhitungan *Likelihood Ratio* diberikan dalam Persamaan (2.8).

$$LR = -2\ln[(1-p)^{T-N} p^N] + 2\ln \left\{ \left[1 - \left(\frac{N}{T} \right) \right]^{T-N} \left(\frac{N}{T} \right)^N \right\} \quad (2.8)$$

dimana :

LR = *Likelihood Ratio*

p = persentase *left tail area* = (1- tingkat kepercayaan)

T = jumlah data atau observasi

N = jumlah *failure*

Kupiec telah mengembangkan tabel wilayah *non-rejection* untuk *backtesting* pada berbagai tingkat keyakinan sebagai berikut :

Tabel 2.1 : Wilayah Nonrejection Model Backtesting

Tingkat probabilitas p	Tingkat keyakinan VaR c	Wilayah Nonrejection untuk Jumlah Failure N		
		T = 252 hari	T = 510 hari	T = 1000 hari
0,01	99%	$N < 7$	$1 < N < 11$	$4 < N < 17$
0,025	97,50%	$2 < N < 12$	$6 < N < 21$	$15 < N < 36$
0,05	95%	$6 < N < 20$	$16 < N < 36$	$37 < N < 65$
0,075	92,50%	$11 < N < 28$	$27 < N < 51$	$59 < N < 92$
0,1	90%	$16 < N < 36$	$38 < N < 65$	$81 < N < 120$

Sumber : Jorion (2007, hal 146)

Sementara Basel Committe telah menetapkan *Basel Penalty Zones* untuk pengujian model internal yang diturunkan dari *failure rate test* dan menjadi aturan yang dapat diperbandingkan antar institusi, sebagai berikut :

Tabel 2.2 : *Basel Penalty Zones*

Zone	Jumlah <i>Exception</i>	Kenaikan <i>k</i>
Green	0 s/d 4	0,00
Yellow	5	0,40
	6	0,50
	7	0,65
	8	0,75
	9	0,85
Red	10+	1,00

Sumber : Jorion (2007, hal 148)

Berdasarkan tabel di atas, ada tiga klasifikasi yang dibedakan dengan warna sebagai berikut :

- a) **Green Zone**. Dimana *backtesting* menyimpulkan bahwa *internal model* yang diterapkan tidak dipermasalahkan kualitas dan akurasinya. Kesimpulan tersebut didasarkan pada analisa statistik dimana dari 250 observasi hanya terdapat 4 *exception*, sehingga kecil kemungkinan terjadi kesalahan.
- b) **Yellow Zone**. Dimana *backtesting* menyimpulkan bahwa *internal model* menimbulkan pertanyaan, tetapi kesimpulannya tidak definitif. Apabila terdapat 5 s.d 9 *exception* dari observasi , maka *internal model* tersebut kurang sejalan dengan meningkatnya jumlah *exception*.
- c) **Red Zone**. Dimana *backtesting* menyimpulkan bahwa *internal model* mengandung permasalahan yang cukup serius. Dengan adanya lebih dari 10 *exception* dari 250 observasi maka *supervisor* akan mempertanyakan model tersebut dan meminta agar mengembangkan atau melakukan perbaikan model.

2.2.3 Kelebihan dan Kekurangan Value at Risk

Dalam implementasinya, VaR memiliki beberapa kelebihan dan kekurangan. Kelebihan VaR menurut Jorion (2007, hal 380) adalah dapat digunakan sebagai *information reporting*, berguna untuk mengontrol risiko dan berguna sebagai alat untuk mengelola atau alokasi risiko. Sementara kekurangan VaR menurut Buttler (1999, hal 5) yaitu tidak memberikan metode yang konsisten untuk mengukur risiko,

hanya mengukur risiko yang ditangkap secara teknik kuantitatif dan tidak mengukur risiko politik, risiko likuiditas, risiko personal atau risiko peraturan.

2.2.4 Perhitungan Return

Perhitungan *return* suatu aset finansial dapat dihitung dengan dua pendekatan, yaitu metode *arithmetic return* dan *geometric return*. Jorion (2007, hal 93) menyatakan *arithmetic return* sebagai berikut :

$$r_t = \frac{P_t + D_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (2.9)$$

dimana :

P_t = harga saat ini, yaitu harga pada periode ke-t

P_{t-1} = harga periode sebelumnya, yaitu harga pada periode ke t-1

D_t = dividen atau kupon pada periode ke-t (bila ada)

Rumusan di atas hanya dapat digunakan untuk menghitung nilai *return* pada data yang bersifat *discrete*, sedangkan harga aset finansial umumnya bersifat *continuous*. Oleh karena itu Jorion menyarankan untuk menggunakan metode *geometric return* yang bila diasumsikan dividennya sama dengan nol, dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut :

$$R_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} \quad (2.10)$$

2.2.5 Distribusi Normal

Setiap kejadian yang dapat dinyatakan sebagai perubahan nilai suatu variabel, umumnya mengikuti suatu distribusi teoritis tertentu. Apabila distribusi tersebut telah diketahui jenisnya, maka kita dapat mengetahui besar nilai probabilitas terjadinya kejadian tersebut. Oleh sebab itu perlu dilakukan analisis statistik deskriptif terhadap data pada satu peristiwa untuk mengetahui distribusi yang ada, karena bentuk distribusi tersebut akan memberikan deskripsi mengenai populasi yang ada.

Bentuk distribusi normal memegang peranan penting dalam perhitungan VaR. Hal ini karena distribusi normal dapat memberikan deskripsi yang cukup jelas bagi populasi yang ada. Distribusi normal membuktikan bahwa apabila banyaknya observasi bertambah, *mean* konvergen menuju distribusi normal. Hal inilah yang mendasari perhitungan VaR dengan menggunakan distribusi parametris (dalam metode ini perhitungan VaR didasarkan pada asumsi-asumsi distribusi normal).

Menurut Jorion (2007, hal 85), jika *variable* kontinu X mengikuti sebuah fungsi normal, dengan rata-rata μ dan simpangan baku (standar deviasi) σ , maka distribusi normal variabel X bentuk fungsinya sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \quad (2.11)$$

dimana

π : 3.14159

σ : simpangan baku

μ : rata-rata variabel

e : 2.71828

Kurva normal memiliki bentuk seperti lonceng (*bell-shaped*) dan simetris terhadap rata-rata μ . Bentuk kurva normal sangat dipengaruhi oleh besar kecilnya rata-rata μ dan standar deviasi σ . Makin kecil σ bentuk kurva semakin runcing dan sebagian besar nilai-nilai variabel X mendekati rata-rata μ , dan sebaliknya jika σ semakin besar, maka bentuknya semakin tumpul dan nilai-nilai variabel X semakin menjauhi rata-rata μ .

Area yang terletak di bawah kurva normal adalah probabilitas, dengan demikian berapapun nilai μ dan σ maka dalam distribusi normal secara matematik akan menghasilkan total area yang terletak di bawah kurva normal adalah sama dengan satu. Secara matematik dapat dibuktikan bahwa 68 % dari seluruh nilai dari distribusi normal terletak \pm satu standar deviasi, 95% dari seluruh nilai dari distribusi

normal terletak \pm dua standar deviasi dan 99% dari seluruh nilai dari distribusi normal terletak \pm tiga standar deviasi

Perhitungan distribusi normal dapat disederhanakan dengan bentuk standar distribusi normal yakni dengan membuat rata-rata distribusi μ menjadi nol dan standar deviasi σ menjadi satu, yang dinotasikan sebagai $N(0,1)$.

Formula yang digunakan dalam membuat nilai-nilai variabel distribusi menjadi satuan standar distribusi normal seperti yang dikemukakan Hassett (1999, hal 97) adalah:

$$z = \frac{(x - \mu)}{\sigma} \quad (2.12)$$

dimana:

x : nilai dari variabel data

σ : simpangan baku distribusi

μ : rata-rata variabel distribusi

z : nilai variabel distribusi dalam satuan standar distribusi normal

VaR ditujukan untuk mengestimasi potensial kerugian akibat adanya kemungkinan perubahan nilai aset yang negatif di masa mendatang. Karena dalam perhitungan VaR digunakan distribusi normal, perhatian dititikberatkan pada satuan standar deviasi yang negatif. Didefinisikan pula kuantil q sedemikian sehingga daerah di kanannya pada kurva standar deviasi normal memiliki area/probabilitas c (*confidence interval*), atau secara matematis, besarnya kuantil q untuk beberapa selang kepercayaan menurut Jorion (2007, hal 91) adalah sebagai berikut:

Persentil 99 = -2,326

Persentil 95 = -1,645

$$c = \Pr ob(x \geq q) = \int_q^{\infty} f(x)dx \quad (2.13)$$

Distribusi yang tidak normal (*non normal distribution*) dapat dilihat dari nilai *excess kurtosis* yang bila besarnya signifikan, memberikan pada sebuah kesimpulan bahwa data berdistribusi *leptokurtosis*. Pada dasarnya, banyak penemuan terakhir

yang mengindikasikan bahwa karakteristik sebagian besar data *time series return* dari *asset-asset* finansial berdistribusi *leptokurtosis (non normal, fatter tail)*.

Perubahan-perubahan nilai suatu aset akibat perubahan instrumen finansial pada pasar tidak sepenuhnya dapat terdistribusi secara normal. Asumsi distribusi normal digunakan untuk mempermudah perhitungan volatilitas pada berbagai tingkat kepercayaan yang dikehendaki, sehingga mudah dengan mengalikan suatu nilai standar deviasi dari volatilitas dengan faktor yang dikehendaki.

Asumsi distribusi normal secara spesifik menyatakan secara tidak langsung bahwa perubahan-perubahan nilai aset pada jangka waktu observasi adalah tidak berkaitan antara satu waktu dengan waktu yang lain dan sebagian dari distribusi perubahan nilai, yaitu peluang terjadinya perubahan mengalami kenaikan dan sebagian mengalami penurunan, adalah simetri di sekitar rata-rata atau *mean*. Kenyataannya perubahan nilai suatu aset pasar finansial antara hari yang berdekatan biasanya saling berkaitan dan saling mempengaruhi, misalnya harga logam mulia hari ini dipengaruhi oleh perubahan harga logam mulia kemarin. Asumsi yang mengatakan bahwa perubahan-perubahan nilai terdistribusi normal menjadi kurang tepat dibandingkan dengan keadaan sebenarnya.

2.2.6 Distribusi *Student-t*

Salah satu distribusi yang penting lainnya adalah distribusi *Student-t*. Distribusi ini memiliki parameter k yang dikenal sebagai *degree of freedom*. Menurut Jorion (2005, hal 56) :

$$f(x) = \frac{\Gamma[(k+1)/2]}{\Gamma(k/2)} \frac{1}{\sqrt{k\pi}} \frac{1}{(1+x^2/k)^{(k+1)/2}} \quad (2.14)$$

dimana

Γ : fungsi gamma

Fungsi gamma dijelaskan sebagai $\Gamma(k) = \int_0^{\infty} x^{k-1} e^{-x} dx$. Seiring dengan penambahan k , fungsi ini menuju ke normal p.d.f (*probability density function*).

Sementara, semakin kecil *degree of freedom*, maka distribusi akan memiliki *tail* yang semakin gemuk.

Distribusi ini simetris dengan *mean* nol dan *variance* bila $k > 2$:

$$V[X] = \frac{k}{k-2} \quad (2.15)$$

Sementara, nilai kurtosisnya bila $k > 4$ adalah :

$$\delta = 3 + \frac{6}{k-4} \quad (2.16)$$

Distribusi ini memiliki *tail* yang lebih besar daripada distribusi normal, sehingga lebih mewakili variabel keuangan pada umumnya. Pada umumnya nilai k adalah antara 4 dan 6.

Seperti yang dilakukan dengan distribusi normal, distribusi *Student-t* dapat digunakan untuk menghitung VaR sebagai fungsi volatilitas sebagai berikut :

$$\text{VaR} = \alpha_k \sigma \quad (2.17)$$

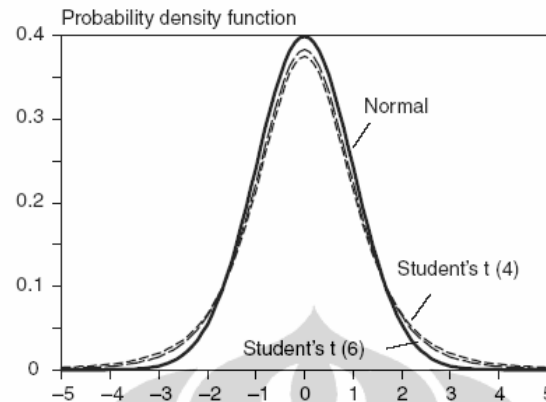
dimana angka pengali (*multiplier*) tergantung pada *degree of freedom*, k .

Dalam distribusi yang bersifat “*fat tail*”, lebih banyak nilai observasi yang menjauhi *mean* dibandingkan dengan distribusi normal atau yang berbentuk *bell-shaped*. *Fat tail* lebih mengkhawatirkan karena memiliki data kerugian yang nilainya sangat besar (*extraordinary*), yang lebih sering terjadi dibandingkan pada distribusi normal.

Menurut Crouhy (2001, hal 194), distribusi *Student-t* akan memiliki nilai VaR yang lebih besar daripada VaR yang diperoleh dari distribusi normal. Sebagai contoh, pada saat *degree of freedom* = 5, VaR pada tingkat keyakinan 99% adalah 3,365 standar deviasi, bukan 2,33 standar deviasi seperti ketika distribusi bersifat distribusi normal.

Pada Gambar 2.3 ditampilkan perbandingan *probability density function* (pdf) dari distribusi normal dan distribusi *student-t* sebagai berikut :

Gambar 2.3 Distribusi Normal dan Student-t



Sumber : Jorion (2003, hal 361)

2.2.7 Stationeritas

Dalam analisis *time-series*, data dapat dikatakan bersifat stationer apabila nilai rata-rata dan varians dari data *time series* tersebut tidak mengalami perubahan secara sistematis sepanjang waktu atau rata-rata dan variansnya konstan.

Menurut Nachrowi dan Usman (2006, hal 341), data yang tidak stationer akan mengakibatkan model yang diestimasi menjadi kurang baik. Selain itu, data *time series* yang tidak stationer hanya dapat dipelajari perilakunya pada suatu periode tertentu saja, sehingga data harus dibagi dalam beberapa interval waktu yang tidak memungkinkan untuk melakukan analisa secara umum (*general*).

Untuk mengetahui stationeritas, masing-masing data harus diuji apakah mempunyai *unit root* atau tidak. Uji formal dapat dilakukan dengan analisa grafis atau dengan *unit root test*. Analisis grafis dilakukan dengan cara pengamatan secara visual terhadap korelogram yang merupakan grafik fungsi autokorelasi dan autokorelasi parsialnya. Jika hasil korelogram menurun dengan cepat seiring dengan meningkatnya *lag*, maka data bersifat stationer. Sedangkan untuk data yang tidak stationer, korelogram cenderung tidak menuju nol (tidak mengecil) meskipun *lag* membesar.

Sementara uji formal dengan *unit root test* dapat dilakukan dengan menggunakan *Augmented Dickey Fuller Test* (ADF). Secara notasi pengujian ADF oleh Pyndick (1998, hal 508) sebagai berikut:

$$F = (N - k) (ESS_R - ESS_{UR}) / q(ESS_{UR}) \quad (2.18)$$

dimana:

F	= ADF value test
N	= jumlah observasi
k	= jumlah estimasi parameter regresi <i>unrestricted</i>
q	= jumlah estimasi parameter regresi <i>restricted</i>
ESS _R	= jumlah kuadrat residual dari regresi <i>restricted</i>
ESS _{UR}	= jumlah kuadrat residual dari regresi <i>unrestricted</i>

Sementara persamaan ADF oleh Enders (2004, hal 185) adalah sebagai berikut :

$$\Delta y_t = a_0 + a_2 t + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (2.19)$$

Jika uji ADF menunjukkan bahwa data memiliki *unit root* ($\gamma=0$), maka data disimpulkan bersifat tidak stationer. Sifat tidak stationer ini disebabkan oleh adanya autokorelasi dalam data.

Apabila data *time series* tidak bersifat stationer, maka perlu dilakukan proses pembedaan (*differencing*) pada data tersebut hingga uji ADF memberikan kesimpulan bahwa data telah bersifat stationer.

2.2.8 Normalitas

Jorion (2007, hal 87) menyatakan suatu distribusi bersifat normal jika nilai *skewness* bernilai nol yang menandakan kurva distribusi tersebut bersifat simetris. Nilai *skewness* negatif menandakan kurva terdistribusi bias ke arah kanan dari sumbu simetris, sehingga area *left tail* menjadi lebih panjang, mengakibatkan peningkatan nilai VaR untuk tingkat keyakinan tertentu. Hal yang sama juga berlaku untuk data yang memiliki *skewness* positif, yang menghasilkan penurunan nilai VaR.

Proses pengujian suatu distribusi bersifat normal atau tidak dapat dilakukan dengan menggunakan tes statistik *Jarque Bera*, dimana tes ini menguji apakah nilai *mean* atau *median* mempunyai letak yang berdekatan. Pindyck (1998, hal 47) menuliskan bahwa nilai statistik *Jarque Bera* dapat dihitung dengan persamaan berikut :

$$JB = n \left[\frac{\xi^2}{6} + \frac{(k-3)^2}{24} \right] \quad (2.20)$$

dimana :

- n = jumlah data
- ξ = koefisien *skewness*
- k = koefisien kurtosis

Data yang terdistribusi normal akan memiliki *skewness* bernilai 0 dan koefisien kurtosis sebesar 3. Data bersifat *leptokurtic* atau *fat tails* jika nilai $k > 3$, dan yang bersifat *platykurtic* atau *thin tails* jika nilai $k < 3$.

2.2.9 Volatilitas

Untuk mendapatkan nilai VaR dari setiap periode, dibutuhkan pengukuran volatilitas yang berpengaruh langsung terhadap nilai VaR yang dihasilkan. Volatilitas yang umumnya digunakan adalah model estimasi volatilitas standar deviasi, EWMA dan model estimasi volatilitas GARCH.

2.2.9.1 Model Estimasi Volatilitas Standar Deviasi Normal

Standar deviasi normal merupakan alat pengukuran volatilitas yang paling umum digunakan dan paling cocok diterapkan untuk metode distribusi normal. Standar deviasi normal mengukur jumlah penyebaran dari distribusi, yaitu jarak rata-rata dari perubahan harga terhadap *mean* sebagai puncak. Asumsi metode ini adalah estimasi nilai konstan dari volatilitas. Menurut Jorion (2007, hal 95) , varians dapat dihitung dengan formula sebagai berikut :

Universitas Indonesia

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^T (x_i - \mu)^2}{T-1} \quad (2.21)$$

dimana

σ^2 : varians portofolio

x_i : variabel ke-i

μ : *mean*

T : jumlah observasi

Nilai T digunakan sebagai bobot dalam memperhitungkan varians dari populasi, untuk perhitungan pada sampel data yang digunakan adalah T-1. Penggunaan T-1 dalam perhitungan ini karena adanya kenyataan bahwa varians diperkirakan berada di sekitar parameter yang tidak diketahui yaitu nilai rata-rata atau μ , oleh sebab itu diperlukan *adjustment* terhadap nilai varians dari sampel tersebut. Dalam banyak situasi, nilai T besar sehingga *adjustment* tidak banyak berarti (*minor*).

2.2.9.2 Model Estimasi Volatilitas EWMA

RiskMetrics Group merekomendasikan penggunaan model *exponentially weighted moving average* (EWMA) untuk menghasilkan *forecast* varians dan kovarians. *Exponential weighting* menurut RiskMetrics Group (1999, hal 100) bersifat lebih responsif terhadap perubahan pasar daripada *equally weighted moving average* dan relatif lebih mudah untuk diterapkan.

Intuisi dibalik EWMA adalah sederhana, yaitu bahwa volatilitas bersifat mengelompok (*clusters*). Bila pasar bergerak secara signifikan hari ini, peluang terjadinya perubahan *return* yang besar dalam beberapa hari ke depan juga besar. *Exponential weighting* berarti bahwa data *return* terbaru akan menerima bobot yang lebih besar dibanding data sebelumnya. Sementara *decay factor* atau lambda merupakan bobot yang diterapkan, dengan nilai antara 0 dan 1.

Formula perhitungan volatilitas telah dituliskan dalam dokumen RiskMetrics (1996, hal 78) melalui persamaan :

$$\sigma = \sqrt{(1-\lambda) \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} (r_t - r)^2} \quad (2.22)$$

dimana :

σ = nilai volatilitas atau standar deviasi EWMA

λ = decay factor

r_t = nilai *return* pada periode t

r = nilai *mean return*

Nilai λ ditentukan berdasarkan nilai λ optimum yang memberikan nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) minimum. RMSE merupakan nilai akar kuadrat dari rata-rata *error* kuadrat yang didapat dari tiap observasi, dimana *error* merupakan selisih antara varians aktual (*actual variance*) dengan varians estimasi (*projected variance*). Rumus perhitungan *actual variance* dan *projected variance* diberikan dalam persamaan (2.23) dan (2.24) berikut :

$$\text{Actual Variance} = r_t^2 \quad (2.23)$$

$$\text{Projected Variance} = \lambda^{(t-1)} (r_t - r)^2 \quad (2.24)$$

Ketika EWMA diterapkan pada *return* kuadrat, nilai estimasi volatilitas akan segera mengikuti pergerakan nilai *return* yang tidak biasa (*unusual*), tetapi kemudian efek dari pergerakan *return* yang besar tersebut akan berkurang secara bertahap seiring dengan waktu. Semakin besar nilai λ maka semakin besar bobot yang diberikan pada observasi sebelumnya dan data *series* akan semakin *smooth*. Alexander (2001, hal 59), memberikan panduan *rule of thumb* volatilitas EWMA pada pasar umumnya berkisar antara 0,75 (volatilitas sangat reaktif tetapi memiliki persistensi yang kecil) dan 0,98 (volatilitas sangat persistent tetapi kurang reaktif).

2.2.9.3 Model Estimasi Volatilitas GARCH

Pada model ekonometrika yang konvensional, nilai varians dari residual diasumsikan bernilai konstan. Namun demikian, dalam kenyataannya banyak sekali dijumpai

keadaan dimana terdapat volatilitas sesaat yang cukup tinggi. Untuk kondisi yang demikian, pengasumsian bahwa varians bernilai konstan adalah tidak tepat.

Model ARCH diperkenalkan oleh Engle (1982), sedangkan model GARCH yang merupakan model generalisasi ARCH diperkenalkan oleh Bollerslev (1986). Kedua model ini dirancang untuk membuat sebuah model dan melakukan peramalan terhadap *time series* waktu yang mengandung *conditional variance*. Varians dari variabel tidak bebas dibentuk dengan menggunakan nilai dari variabel tidak bebas dan variabel bebas periode sebelumnya.

Pada runtun waktu keuangan, keberadaan *ARCH* atau suatu bentuk autoregresi dari kuadrat residual biasanya ditandai dengan adanya *fat tail (excess kurtosis)* atau *volatility clustering*. *Fat tail* ditandai dengan distribusi probabilitas *return* yang menunjukkan *tail* yang lebih gemuk dibandingkan distribusi normal. Hal ini terjadi karena frekuensi aktual *return* yang terletak jauh di luar *mean return* melebihi frekuensi teoritisnya. Data runtun waktu yang menunjukkan gejala ini sering disebut juga *leptokurtosis*. *Volatility clustering* merupakan fenomena dimana terdapat autokorelasi yang signifikan pada kuadrat residual. Jika dilihat dari grafik, fenomena *volatility clustering* ini ditandai oleh sebuah kecenderungan dimana perubahan atau volatilitas yang tinggi pada suatu periode diikuti dengan volatilitas yang relatif tinggi juga pada periode berikutnya, dan volatilitas yang rendah pada suatu periode diikuti dengan volatilitas yang relatif rendah juga pada periode selanjutnya.

a. Estimasi *Conditional Mean*

Pembentukan model estimasi volatilitas memerlukan *mean process* untuk menghasilkan residual yang akan diestimasi perubahannya. *Mean process* umumnya dibentuk berdasarkan persamaan *Autoregressive Moving Average (ARMA)*.

Menurut Alexander (2001, hal 331) Jika *return* dari model yang dibangun diasumsikan mengikuti proses *autoregressive (AR)* maka *return* dapat dituliskan dalam fungsi berikut :

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.25)$$

dimana:

- y_t : variabel *independent* y pada saat t
 c : parameter konstanta *conditional mean*
 α_i : parameter *conditional mean*
 y_{t-i} : variabel y pada saat t-i
 ε_t : *error* atau residu

Koefisien α menentukan stabilitas proses. Bila $|\alpha| > 1$, *time series* akan *explode*, sementara hanya saat $|\alpha| < 1$ model autoregresif akan stationer.

Jika *return* dari model yang dibangun diasumsikan mengikuti proses *moving average* (MA) maka *return* dituliskan dalam fungsi sebagai berikut oleh Alexander (2001, hal 332) :

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \beta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.26)$$

Jika *return* dari model yang dibangun diasumsikan mengikuti proses *autoregressive moving average* (MA) maka *return* dapat dituliskan oleh Alexander (2001, hal 333) dalam fungsi sebagai berikut :

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.27)$$

Persamaan (2.25), (2.26) dan (2.27) di atas merupakan persamaan *conditional mean*.

b. Estimasi Conditional Variance (ARCH/GARCH)

Analisa ekonometrika konvensional memandang varians sebagai hal yang konstan sepanjang waktu (asumsi homoskedastisitas). Namun, kebanyakan data *time series* keuangan menunjukkan periode-periode volatilitas yang sangat tinggi yang diikuti oleh periode volatilitas yang rendah. Periode dengan volatilitas atau risiko yang tinggi dapat terlihat terkonsentrasi, begitu pula sebaliknya. Sehingga, menurut Asteriou (2007, hal 249) dalam berbagai hal asumsi homoskedastisitas (atau varians konstan) dapat sangat membatasi dan membuat estimasi menggunakan *conditional variance*

lebih baik daripada *unconditional variance*. *Unconditional variance* adalah *forecast* varians yang dilakukan untuk jangka panjang dan diasumsikan konstan.

Pemodelan dengan menggunakan metode ARCH memerlukan prasyarat bahwa *error* yang dihasilkan dari persamaan *conditional mean* masih mengandung ARCH *error*. Pengujian ARCH *error* dapat terlihat melalui dua cara. Cara pertama adalah dengan melakukan pengamatan ada tidaknya autokorelasi atas residual dan kuadrat residual yang dihasilkan dari persamaan *conditional mean*. Apabila pada residual tidak terdapat autokorelasi, sedangkan pada kuadrat residual terdapat autokorelasi, maka terdapat kemungkinan besar bahwa residual tersebut mengandung ARCH *error*.

Menurut Alexander (2001, hal 71), model ARCH(p) mengasumsikan bahwa *conditional variance* saat ini adalah sebuah rata-rata terbobot dari kuadrat residual di titik-titik waktu sebelumnya, dengan bentuk :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \quad (2.28)$$

Persamaan (2.28) menunjukkan bahwa besar varians bergantung pada kuadrat *error* pada periode sebelumnya. Jika koefisien α_1, α_2 dan α_i bernilai nol maka variansnya adalah konstan sebesar α_0 . Sedangkan jika koefisien tersebut tidak bernilai nol maka varians untuk periode t lainnya dapat diestimasi.

Alexander (2001, hal 71) menyebutkan bahwa dalam prakteknya model ARCH jarang digunakan karena model GARCH yang sederhana mempunyai performa yang lebih baik. Nachrowi dan Usman (2006, hal 422) menuliskan lebih lanjut penyempurnaan model ARCH oleh Bollerslev dimana permodelan varians juga bergantung pada varians periode sebelumnya sehingga dibentuk suatu persamaan baru yang dikenal dengan persamaan GARCH (p, q) seperti pada persamaan di bawah ini :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (2.29)$$

dimana:

σ_t^2 = nilai varians yang dicari pada periode t

ε_{t-i}^2 = nilai kuadrat *error* pada i periode sebelumnya

σ_{t-i}^2 = nilai varians pada i periode sebelumnya

Enders (2004, hal 132) menyatakan bahwa pada setiap permodelan ARCH/GARCH dibentuk dua persamaan, yaitu *mean equation* dan *variance equation* yang saling berhubungan satu sama lain. Pada prakteknya *variance equation* adalah persamaan untuk menentukan nilai varians dari *error* yang tidak konstan. *Mean equation* merupakan persamaan regresi linear yang menyatakan *return* aset dengan variabel independen. Bentuk dari *mean equation* dapat dilihat pada persamaan berikut :

$$y_t = \alpha_0 + \beta x_t + \varepsilon_t \quad (2.30)$$

dimana :

y_t = nilai *return* periode t

x_t = variabel independen, yang dapat berupa proses ARMA

ε_t = nilai *error* pada periode t

Dalam model ARCH/GARCH, Alexander (2001, hal 73) menyatakan bahwa koefisien *lag* β GARCH yang besar menunjukkan bahwa *shock* yang terjadi pada *conditional variance* akan membutuhkan waktu yang lama untuk berkurang, sehingga volatilitas menjadi *persistent*. Sementara, koefisien *error* α GARCH yang besar menunjukkan bahwa volatilitas bereaksi secara cukup intens terhadap pergerakan pasar.

Parameter p dan q dalam permodelan ARCH/GARCH ditentukan oleh persamaan *maximum likelihood* yang tidak sederhana. Disisi lain model ARCH/GARCH memiliki banyak variasi dalam *variance equation* maupun *mean equation*.

Selain model ARCH/GARCH yang umum, Enders (2004, hal 129) menyatakan variasi yang dikemukakan oleh Engle, Lilien dan Robins, yaitu model *mean equation* yang bergantung pada nilai variansnya. Model ini disebut sebagai ARCH in mean (ARCH-M). Nachrowi dan Usman (2006, hal 423) menyatakan

bahwa terdapat dua jenis model ARCH-M, yaitu model yang memasukkan varians (σ^2) dalam *mean equation* seperti pada persamaan berikut :

$$y_t = a_0 + \beta x_t + \delta \sigma_t^2 + \varepsilon_t \quad (2.31)$$

ataupun standar deviasi (σ) seperti yang ditunjukkan persamaan berikut :

$$y_t = a_0 + \beta x_t + \delta \sigma_t + \varepsilon_t \quad (2.32)$$

Enders (2004, hal 136) mempersyaratkan model ARCH/GARCH yang baik sebagai model yang telah mencakup semua aspek dinamis dalam *mean equation* dan *variance equation* dari model tersebut, dengan kata lain koefisien variabel independen telah bersifat signifikan untuk *mean equation* dan *variance equation*.

Mengingat permodelan ARCH/GARCH membutuhkan proses perhitungan yang banyak, maka untuk tujuan kepraktisan persyaratan koefisien variabel independen yang signifikan hanya diberlakukan untuk *variance equation*. Sedangkan dalam pemilihan model terbaik dari sekumpulan model ARCH/GARCH yang signifikan, maka Enders (2004, hal 135) menyarankan agar digunakan *Akaike Info Criterion (AIC)* dan *Schwarz Criterion (SIC)* dalam menentukan keputusan.

2.3 Mitigasi

Hal terpenting yang dilakukan dalam melakukan mitigasi risiko melalui *hedging* adalah mengukur *hedge ratio*. Menurut Jorion (2005, hal 313), untuk portofolio yang melibatkan transaksi *spot* dan *futures*, persamaan *hedge ratio* adalah sebagai berikut :

$$N^* = -\frac{\sigma_{S,F}}{\sigma_F^2} = -\rho_{S,F} \frac{\sigma_S}{\sigma_F} \quad (2.33)$$

dimana:

- σ_F = standar deviasi *futures*
- N^* = *minimum-variance hedge ratio*
- σ_s = standar deviasi *spot*
- $\rho_{S,F}$ = korelasi antara return a dan b

2.4 Extreme Value Theory (EVT)

Risiko kejadian ekstrim dapat terjadi di semua area manajemen risiko, apakah itu dalam risiko pasar, risiko kredit, risiko operasional, dan sebagainya. Sementara, untuk me-*manage* risiko pasar dari kejadian-kejadian yang dapat mengarah kepada kerugian yang ekstrim (*catastrophic*) berada pada area manajemen risiko pasar. Walaupun kerugian yang bersifat *catastrophic* memiliki peluang yang sangat kecil untuk terjadi, kebanyakan lembaga keuangan akan berusaha memenuhi tingkat minimum cadangan modal untuk menutup kerugian seperti itu.

Secara tradisional, *stress testing* dan *scenario analysis* banyak digunakan untuk menginvestigasi perilaku harga pada pasar yang abnormal. Akan tetapi, kedua cara ini memiliki keterbatasan karena tidak dapat menunjukkan semua skenario yang mungkin dan tidak dapat menunjukkan probabilitas terjadinya suatu skenario.

Salah satu pendekatan alternatif yang dapat digunakan untuk mengatasi hal itu adalah dengan EVT. EVT berfokus pada *tail* distribusi untuk menemukan probabilitas nilai ekstrim tanpa membuat asumsi tentang bentuk distribusi yang menghasilkan *extreme events*. EVT didalam manajemen risiko pasar menurut Lewis (2003, hal 132) dapat menjawab berbagai pertanyaan tentang pergerakan turun secara ekstrim seperti apa yang dapat terjadi pada suatu portofolio atau apakah pergerakan turun yang terbesar sudah terjadi atau apakah masih ada yang lebih buruk.

2.4.1 Estimasi Parameter EVT

Untuk mengestimasi parameter distribusi *extreme value*, Muslich (2007, hal 138) menerangkan empat pendekatan yang dapat digunakan, yaitu pendekatan *moment*, estimasi Hill (*Hill estimator*), *Probability Weighted Moments* (PWM) dan *Maximum Likelihood* (ML).

2.4.1.1 Pendekatan *Moment*

Estimasi parameter distribusi *extreme value* dengan menggunakan *moments* merupakan metode yang paling sederhana. Parameter *location* dan *scale* dapat diestimasi dari *mean* dan standar deviasi sampel jika data diurutkan dari data

kerugian terbesar hingga data terkecil sehingga $x_1 > x_2 \dots > x_n$. Parameter *location* dan *scale* juga dapat diestimasi dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$\mu = \frac{\sqrt{6}}{\pi} S \text{ dan } \psi = \bar{x} - \gamma\mu = \bar{x} - 0,450041S \quad (2.34)$$

2.4.1.2 Pendekatan *Hill*

Menurut Lewis (2004, hal 204), parameter *tail index* ξ dapat diestimasi menggunakan *Hill estimator* dengan rumus sebagai berikut :

Rumus I

$$\xi_k = \left(\frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} \ln(x_i) \right) - \ln(x_k) \quad (2.35)$$

atau

Rumus II

$$\xi_k = \left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \ln(x_i) \right) - \ln(x_k) \quad (2.36)$$

2.4.1.3 Pendekatan *Probability Weighted Moments (PWM)*

Untuk mengestimasi parameter ξ (shape), μ (location) dan σ (scale), maka terlebih dahulu harus diestimasi *moments* (m) atau *weight* (ω) untuk data yang ke r . Data kerugian merupakan data terdistribusi dan identik dengan $x_1 > x_2 \dots > x_n$. Estimator m untuk data yang ke r dapat didefinisikan dengan formula :

Menurut Cruz (2002, hal 70),

$$m_r(\mu, \psi, \xi) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{j,n} U_{j,n}^r \quad r = 0, 1, 2 \dots \quad (2.37)$$

Menurut Coleman (2002, hal 12),

$$\omega_r = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{j,n} p_{j,n}^r \quad r = 0, 1, 2 \dots \quad (2.38)$$

U adalah posisi plot untuk sampel yang diambil dengan :

$$p_{j,n} = \left(\frac{n-j+0,5}{n} \right) = U_{j,n} \quad (2.39)$$

Menurut Hosking et al dalam Cruz (2002, hal 70), formula untuk *Generalized Extreme Value Distribution* (GEV) adalah :

$$m = \frac{1}{r+1} \left[\mu + \frac{\psi}{\xi} \left\{ 1 - \frac{\Gamma(1+\xi)}{(1+r)^\xi} \right\} \right] \quad \xi > -1, \xi \neq 0 \quad (2.40)$$

Sedangkan metode Coleman (2002, hal 12) untuk mengestimasi parameter GEV dengan PWM ditunjukkan dengan rumus-rumus sebagai berikut :

$$m_1 = 2\omega_1 - \omega_0 \quad (2.41)$$

$$m_2 = 3\omega_2 - \omega_0 \quad (2.42)$$

$$\xi = 7,8590c - 2,9554c^2 \quad (2.43)$$

$$c = \frac{\ln 2}{\ln 3} - \frac{m_1}{m_2} \quad (2.44)$$

$$\sigma = \frac{m_1 \xi}{(2^\xi - 1)\Gamma(1-\xi)} \quad (2.45)$$

$$\mu = \omega_0 + \frac{\sigma}{\xi} \{1 - \Gamma(1-\xi)\} \quad (2.46)$$

Dimana fungsi Gamma adalah :

$$\Gamma(v) = \int_0^{\infty} t^{v-1} e^{-vt} \quad (2.47)$$

Sedangkan untuk mengestimasi parameter moment untuk *location, scale* dan *shape Generalized Pareto Distribution* (GPD) digunakan formula sebagai berikut :

$$\xi = 3 - 2 \left(\frac{m_2}{m_1} - 1 \right)^{-1} \quad (2.48)$$

$$\sigma = m_1(2 - \xi)(1 - \xi) \quad (2.49)$$

$$\mu = \omega_0 - \frac{\sigma}{(1 - \xi)} \quad (2.50)$$

Coleman (2002, hal 8) menyebutkan bahwa salah satu kelebihan PWM dibandingkan dengan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) adalah lebih mudah untuk diterapkan dan sangat sesuai untuk sampel yang jumlahnya sedikit. Menurut Hosking et al dalam Coleman (2002, hal 8), walaupun PWM estimator secara *asymptotic* kurang efisien dibanding MLE, tidak ada kelemahan yang dapat ditemui pada sampel yang jumlahnya 100 atau kurang. Pada populasi sampel dengan jumlah tersebut, penyimpangan dalam hasil perhitungan PWM relatif kecil dan baru akan meningkat seiring dengan pertambahan ukuran sampel.

2.4.1.4 Pendekatan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE)

Estimasi parameter dengan *maximum likelihood* memiliki fleksibilitas dalam menentukan fungsi *likelihood*. Menurut Muslich (2007, hal 141), untuk suatu distribusi $F_x(x) = \exp(-e^{-\frac{(x-\mu)}{\psi}})$ fungsi *log-likelihood*-nya adalah sebagai berikut :

$$l((0, \mu, \psi); x) = -n \ln \psi - \sum_{i=1}^n \exp\left\{-\frac{x_i - \mu}{\psi}\right\} - \sum_{i=1}^n \frac{x_i - \mu}{\psi} \quad (2.51)$$

2.4.2 Metode EVT

Untuk menentukan nilai ekstrim, menurut McNeil (1999, hal 3) ada dua model utama, yaitu *block maxima* dan *peak-over-threshold* (POT).

2.4.2.1 *Block Maxima*

Model *block maxima* merupakan model untuk nilai-nilai observasi terbesar yang diambil dari sampel dalam jumlah banyak dari distribusi. Sebagai contoh adalah kita memiliki data *loss* dan *profit* harian dari aktivitas *trading* suatu instrumen, maka metode *block maxima* memberikan sebuah model yang tepat untuk nilai maksimum tiga bulanan, tahunan, dan seterusnya dari data tersebut. Besarnya *limit* dari *block maxima* dengan jumlah subsample sebesar n (*block*) dapat diberikan dengan teori Fisher-Tippet-Gnedenko.

2.4.2.2 Peak Over Threshold (POT)

Model lain yang lebih modern daripada *block maxima* adalah model *peaks-over-threshold* (POT), yaitu model untuk data observasi yang melampaui *threshold*. Untuk mengetahui data kerugian di atas suatu level *threshold* digunakan teori Picklands-Dalkema-de Hann. POT dinilai lebih bermanfaat karena lebih efisien dalam menggunakan data nilai ekstrim yang terbatas. Dengan model POT, ada dua analisis yang dapat digunakan, yaitu Hill estimator dan model parametric berdasarkan *generalized Pareto distribution* (GPD). GPD dinilai sama penting dengan distribusi normal, karena dapat menggantikan distribusi normal yang memiliki *tail* yang terlalu kecil (*thin*) untuk mengestimasi kerugian ekstrim.

Menurut Muslich (2007, hal 134), untuk menetapkan *threshold*, terdapat beberapa pendekatan yang dapat diambil. Pertama adalah dengan cara BIS yang menentukan besarnya *threshold* secara *arbitrary* dengan nilai antara € 0 hingga €10.000. Kedua, dengan menggunakan *sample mean excess function* yang merupakan ukuran kelebihan atau nilai di atas *threshold* dibagi dengan jumlah data point yang berada di atas *threshold*. Rumus *sample mean excess function* adalah sebagai berikut :

$$e_n(\mu) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^+}{\sum_{i=1}^n 1(x_i > \mu)} \quad (2.52)$$

Rumus *sample mean excess function* menunjukkan banyaknya data yang *overshoot* atau di atas *threshold*. Jika atas distribusi POT dilakukan plot *mean excess* di atas *threshold* maka bentuknya merupakan garis lurus dengan *slope* sama dengan :

$$\frac{\xi}{1-\xi} \quad (2.53)$$

Sementara menurut Chalupka (2007, hal 44), untuk menentukan *threshold* dalam model POT dapat digunakan *mean excess plot* dan *ad hoc percentage* (2,5 atau 10 % dari data-data kerugian terbesar).

2.4.3 Distribusi Kerugian

Distribusi kerugian yang diperoleh berdasarkan metode *block maxima* adalah distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV). Sedangkan distribusi kerugian yang diperoleh dengan *peak over threshold* (POT) adalah distribusi *Generalized Pareto* (GPD).

2.4.3.1 Distribusi GEV

Menurut Lewis (2003, hal 133), distribusi GEV memiliki *cummulative distribution function* (c.d.f) sebagai berikut :

$$F(x) = \exp - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}} \quad \text{bila } \xi \neq 0 \quad (2.54)$$

atau

$$F(x) = \exp - \left[\exp - \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right] \quad \text{bila } \xi = 0 \quad (2.55)$$

Untuk mencari nilai *extreme* VaR GEV, Lewis (2003, hal 135) menggunakan rumus :

$$VaR_{\alpha} = \mu - \frac{\sigma}{\xi} \left(1 - (-\ln \alpha)^{-\xi} \right) \quad \text{bila } \xi \neq 0 \quad (2.56)$$

atau

$$VaR_{\alpha} = \mu - \sigma \log(-\ln \alpha) \quad \text{bila } \xi = 0 \quad (2.57)$$

2.4.3.2 Distribusi GPD

Menurut Lewis (2003, hal 136), distribusi GPD memiliki *cummulative distribution function* (c.d.f) sebagai berikut :

$$F(x) = 1 - \left(1 + \xi \frac{x}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi}} \quad \text{bila } \xi \neq 0 \quad (2.58)$$

atau

$$F(x) = 1 - \exp \left(-\frac{x}{\sigma} \right) \quad \text{bila } \xi = 0 \quad (2.59)$$

Untuk mencari nilai *extreme* VaR GPD, Lewis (2003, hal 138) menggunakan rumus :

$$F^{-1}(\alpha) = \mu + \frac{\sigma}{\xi} \left(\left(\frac{N}{N_u} (1-\alpha) \right)^{-\xi} - 1 \right) \quad (2.60)$$

dimana :

N = jumlah observasi

N_u = jumlah data di atas *threshold*

2.5 Penelitian Sebelumnya

Bekiros dan Georgoutsos (2003) melakukan perbandingan atas kemampuan berbagai model VaR untuk memprediksi kerugian. Penekanan terutama pada dua metodologi EVT yaitu *block maxima* dan *peak over threshold* (POT) dengan obyek penelitian *return* harian Dow Jones Industrial Average (DJIA) dan index Cyprus Stock Exchange (CSE). Penelitian menunjukkan bahwa metode VaR tradisional, seperti EWMA dan GARCH, memberikan nilai VaR yang serupa dengan EVT pada tingkat keyakinan yang tidak terlalu tinggi (seperti 90% dan 95%). Akan tetapi, pada tingkat keyakinan yang sangat tinggi, yaitu diatas 99,5%, EVT terbukti lebih akurat dalam mengestimasi kerugian. EVT dinilai dapat memprediksi kerugian yang besar dalam jangka panjang yang menjangkau berbagai jenis *volatility environment*, sementara metode konvensional hanya dapat memprediksi kerugian dalam jangka pendek pada tingkat volatilitas tertentu. Selain itu, menurut penelitian tersebut EVT juga terbukti lebih *time independent*, berlawanan dengan model GARCH yang hasil estimasinya lebih tergantung pada data-data observasi terakhir di dalam sampel.

Krehbiel dan Adkins (2005) telah melakukan estimasi parameter *tail* dan menerapkan metode *conditional* EVT untuk data *return* harga harian komoditas energy NYMEX di pasar *spot* dan *future*. Komoditas yang diamati pada penelitian ini terdiri dari WTI *crude oil*, Brent *crude oil*, *Heating oil*, *unleaded gasoline* dan *natural gas*. Penelitian dilakukan untuk periode 1979-2003. Berdasarkan penelitian ini disimpulkan bahwa hasil estimasi *conditional* EVT dapat *outperform* model

EWMA dan model AR(1) GARCH(1,1) yang menggunakan asumsi distribusi normal.

