BAB 3
DATA DAN METODOLOGI

3.1 Data

Data yang dipergunakan dalam tulisan ini adalah data kolektibilitas debitur kredit per bulan dari 10 (sepuluh) bank di Indonesia dengan fokus usaha pada *corporate,* yang terdiri dari 2 (dua) bank BUMN, 4 (empat) bank swasta nasional, 2 (dua) bank campuran, dan 2 (dua) kantor cabang bank asing, dengan periode pengamatan dari Januari 2008 sampai dengan Desember 2008 (12 bulan). Data kolektibilitas debitur dari 10 bank tersebut terdiri dari debitur kredit modal kerja, kredit konsumsi, dan kredit investasi. Pada tahun 2008 kredit yang disalurkan oleh perbankan Indonesia didominasi oleh kredit modal kerja dengan pangsa kredit sebesar 52%, diikuti kredit konsumsi 28% dan kredit investasi 20%.

Penggolongan kolektibilitas kredit terdiri dari 5 (lima) yaitu Lancar, Dalam Perhatian Khusus, Kurang Lancar, Diragukan, dan Macet. Terdapat beberapa aspek yang harus diperhitungkan dalam penetapan kolektibilitas kredit, yaitu prospek usaha, kinerja (*performance*) debitur, dan kemampuan membayar. Prospek usaha terdiri dari beberapa komponen yaitu potensi pertumbuhan usaha, kondisi pasar dan posisi debitur dalam persaingan, kualitas manajemen dan permasalahan tenaga kerja, dukungan dari grup atau afiliasi, serta upaya yang dilakukan debitur dalam rangka memelihara lingkungan hidup (bagi debitur berskala besar yang memiliki dampak penting terhadap lingkungan hidup. Kinerja (*performance*) debitur terdiri dari beberapa komponen, yaitu perolehan laba, struktur permodalan, arus kas, serta sensitivitas terhadap risiko pasar. Sedangkan aspek kemampuan membayar terdiri dari komponen ketepatan pembayaran pokok dan bunga, ketersediaan dan keakuratan informasi keuangan debitur, kelengkapan dokumentasi kredit, kepatuhan terhadap perjanjian kredit, kesesuaian penggunaan dana, serta kewajaran sumber daya pembayaran kewajiban.

3.2 Metodologi Matriks Transisi

3.2.1 Matriks Transisi dengan Metode Cohort

Metode Cohort merupakan salah satu cara yang dapat digunakan untuk menghitung probabilita transisi kredit dengan menggunakan data *historical.* Metode Cohort sering digunakan oleh praktisi manajemen risiko karena lebih mudah diaplikasikan dibanding metode yang lain. Proses rating dapat dilihat sebagai *discrete-time Markov Chain* dan sebagai *time homogenuous Markov Chain.*

Estimasi *discrete-time Markov Chain* berdasarkan transisi dari rating sebelumnya dilihat sebagai *multinominal experiment*. Menurut Lando, D. dan Skodeberg, T, untuk estimasi 1 (satu) tahun, probabilita transisi pada hari *t* dapat dihitung dengan formula sebagai berikut:

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}(t)}{n_i(t)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3.1$$

Notasi n_i *(t)* merupakan banyaknya perusahaan yang berada pada rating *i* di awal periode *t*. Dalam hal ini diasumsikan bahwa rating kategori *withdrawn* tidak dimasukkan dalam matrik transisi karena dalam prakteknya suatu debitur dapat berada pada kondisi *N* di awal tahun *t+1*. Notasi n_{ij} *(t)* merupakan jumlah debitur pada rating *i* di waktu *t* dan berada pada rating *j* di waktu *t+1*.

Jika proses rating dilihat sebagai *time homogenuous Markov Chain,* akan dilakukan *observasi* selama periode pengamatan. Jika terdapat transisi yang jauh dari rating sebelumnya, hal tersebut merupakan *independent multinominal experiments.* Oleh karena itu penelitian terhadap matrik transisi harus dilakukan terhadap matrik transisi dengan periode waktu yang berbeda-beda dan kemudian digabungkan menjadi satu data *set* yang besar. Formula untuk *estimator maksimum likelihood* untuk probabilita transisi *time independent* adalah:

$$p_{ij}(\Delta t) = \frac{\sum_{t=0}^{T-1} n_{ij}(t)}{\sum_{t=0}^{T-1} n_i(t)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3.2$$

Notasi T adalah jumlah tahun dalam *observasi*.

Pada prakteknya rating dengan kategori *withdrawn* akan dieliminasi sepanjang periode pengamatan pada saat kategori rating tersebut muncul. Prosedur tersebut akan dilakukan jika *withdrawn* adalah rating yang *non informative* baik pada metode *discrete time* maupun pada metode *continuous time*. Selain itu, juga diberlakukan jika jumlah debitur dengan kategori rating akan sama selama periode pengamatan, yaitu pada saat jumlah debitur yang *inflows* sama dengan jumlah debitur yang *outflows*. Dalam keadaan ini, estimator probabilita transisi adalah rata-rata probabilita pada matrik transisi selama 1 (satu) tahun.

Time homogenuous pada persamaan 3.1 merupakan *aggregate* transisi dan menghitung *eksposure* pada periode waktu yang berbeda. Bila diasumsikan *time non homogenoues*, estimasi probabilita transisi dari periode waktu *t* ke *T* dihitung dengan formula sebagai berikut:

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}\,(t,T)}{n_i\,(t)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3.3$$

Notasi n_{ij} *(t,T)* adalah observasi banyaknya transisi dari waktu *i* ke *j* sepanjang periode pengamatan dari *t* ke *T*. Estimasi ini disebut estimasi *cohort* dan juga sebagai estimator jenis *multinominal* serta diinterpertasikan tidak menggunakan asumsi markov. Persamaan 3.2 dan 3.3 akan bernilai 0 (nol) jika tidak terjadi perpindahan dari rating *i* ke rating *j* dan keduanya akan bermasalah pada *confidence sets*.

Konstruksi matriks probabilita transisi sebagai berikut :

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \ldots\ldots\ldots & p_{1j} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \ldots\ldots\ldots & p_{1j} \\ \vdots & & & & \\ p_{i-1,1} & p_{i-1,2} & p_{i-1,3} & \ldots\ldots\ldots & p_{i-1,j} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dimana :

P = Matrik transisi

p_{ij} = Probabilita migrasi dari kategori rating *i* ke *j*

Agar Metode Cohort tersebut menjadi *valid*, terdapat beberapa asumsi yang harus dipenuhi. Salah satunya adalah bahwa asumsi pengukuran probabilita transisi Metode Cohort digunakan hanya untuk satu debitur atau *issuer* obligasi. Sedangkan jika dalam konteks portofolio *asset*, akan dilakukan stimulasi terhadap probabilita transisi dengan cara menghitung korelasi antar debitur atau *issuer* obligasi. Ketidakeffektifan metode cohort akan muncul jika digunakan untuk menghitung matrik transisi pada portofolio *asset*.

3.2.2 Matriks Transisi dengan Pendekatan *Continue*

Israel, Rosental dan Wei (2001) membuat suatu kondisi dimana matriks generator secara empiris diteliti sebagai matrik transisi Markov. Selain itu Israel *et al*, juga menjelaskan banyak matriks transisi tahunan tidak cocok dengan proses Markov *continuous,* dimana kebanyakan probabilita berada pada diagonal matrik dan banyak elemen bernilai nol pada *off diagonal*.

Penyusunan matriks transisi dengan pendekatan continue dapat dibedakan menjadi 2 (dua), yaitu pendekatan *continuous time homogenuous* dan pendekatan *continuous time non homogenuous*. Pendekatan *continuous time homogenuous* mengasumsikan bahwa dengan waktu yang tidak terputus, jarak antar waktu periode penilaian kredit adalah sama. Sedangkan pendekatan *continuous time non homogenuous* mengasumsikan dalam waktu yang tidak terputus, jarak antar waktu periode penilaian kredit dapat berbeda-beda.

Gunter Loffler dan Peter N. Posch (2007) menjelaskan bahwa terkadang tidak semua informasi yang terkait dengan rating debitur atau obligor dapat diperoleh ketika akan menyusun matriks generator. Untuk mengestimasi matriks generator, dapat digunakan asumsi bahwa hanya ada 1 (satu) transisi per debitur atau obligor pada tiap periode. Dengan mengasumsikan $\square_{ij}$ sebagai nilai matriks transisi P, generator dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\lambda ii = \ln (p_{ii})$$

$$\lambda ij = p_{ij} \; \frac{\lambda ii}{p_{ii-1}}, \quad i \neq j \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; 3.4$$

3.2.2.1 Matriks Transisi dengan Pendekatan *Continuous Time Homogenuous*

Matriks transisi dengan pendekatan *continuous time* diestimasi dengan menggunakan matrik generator yang berisikan *time homogenuous markov chain*. *P(t)* dinotasikan sebagai matrik probabilita transisi pada *continous time markov chain* dengan *finite* kategori rating tertentu (*1, ...,n*) sehingga elemen ke *ij* pada matrik adalah:

$$Pij(s,t) = P(\eta_t = j \mid \eta_s = i), \quad s < t$$

Penjelasan *properties* Markov sebagai berikut:

$$\text{Prob}(\eta_t = j \mid \eta_{s0} = i_{0,} \eta_{s1} = i_1, \ldots, \eta_{sn-1} = i_{n-1,} \eta_s = i) = \text{prob}\,(\eta_t = j \mid \eta_s = i)$$

dimana $s_{0,}\, s_{1,} \ldots, s_{n-1} < s$.

Batasan yang biasa terdapat pada matriks transisi yaitu:

$$P(s,u) = P(s,t)\,P(t,u) \text{ untuk } s < t < u$$

Matrik generator (Λ) dengan matriks N x N adalah :

$$P(t) = \exp(\Lambda t), \text{ untuk } t \geq 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3.5$$

dimana Λt berupa matriks dimana matrik generator Λ dikalikan pada setiap periode *t*.

Fungsi *exponential* persamaan 3.4 merupakan matrik *exponential*, yaitu:

$$\exp(\Lambda t) = e^{\Lambda t} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Lambda^n t^n}{n!} = I + \Lambda t + \frac{\Lambda^2 t^2}{2!} + \frac{\Lambda^3 t^3}{3!} + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

dimana *I* adalah matrik identitas dan n! merupakan nilai faktorial dari n

Elemen dalam matrik generator $\square_{ij} \geq 0$ dimana $i \neq j$ dan diagonal matrik generator adalah:

$$\lambda_{ii} = -\sum_{j \neq i} \lambda_{ij}$$

Jika baris matrik generator dijumlahkan akan bernilai 0 (nol).

Persamaan matematika untuk menjabarkan *transition intentisities* setiap transisi adalah:

$$\lambda_{ij}(t) = \lim_{h \to 0+} p_{ij}(t, t + h) / h$$

dan setiap baris merupakan jumlah dari setiap *intensities*:

$$\lambda_i(t) = \sum_{j \neq i} \lambda_{ij}(t)$$

Estimator maksimum likelihood λ_{ij} untuk periode pengamatan dari waktu 0 (nol) ke *T* adalah:

$$\lambda_{ij} = \frac{N_{ij}(T)}{\int_0^T Y_i(s)\, ds} \quad \text{...} \quad 3.6$$

$N_{ij}(T)$ adalah jumlah transisi dari rating *i* ke *j* selama periode waktu *T*, di mana $i \neq j$

$Y_i(s)$ merupakan lamanya debitur berada pada rating *i* periode waktu *T*.

Penelitian Lando dan Skodeberg (2002) memberikan contoh metode ini untuk obligasi. Selama 1 (satu) tahun obligasi suatu perusahaan dengan rating *AA* pindah ke rating *A* dan di akhir tahun obligasi perusahaan tersebut dengan kategori rating *BBB*. Waktu perusahaan berada di rating *A* akan berkontribusi untuk mengestimasi probabilita transisi $P_{AA \to A}$. Hal ini tidak berlaku pada metode Cohort dan perusahaan yang pada akhir periode berada pada kategori *NR* (*Not Rated*) tetap dihitung sebagai *denomitor*.

Kontruksi matriks generator untuk pendekatan *continuous time homogenuous* pada adalah:

$$
\Lambda t = \begin{bmatrix}
-\dfrac{N_{ii}(T)}{\int_0^T Y_i(s)\,ds} & \dfrac{N_{ij}(T)}{\int_0^T Y_i(s)\,ds} & \dfrac{N_{ij}(T)}{\int_0^T Y_i(s)\,ds} & \cdots\cdots & \dfrac{N_{ij}(T)}{\int_0^T Y_i(s)\,ds} \\[2ex]
\dfrac{N_{ii}(T)}{\int_0^T Y_i(s)\,ds} & -\dfrac{N_{ii}(T)}{\int_0^T Y_i(s)\,ds} & \dfrac{N_{ij}(T)}{\int_0^T Y_i(s)\,ds} & \cdots\cdots & \dfrac{N_{ij}(T)}{\int_0^T Y_i(s)\,ds} \\[2ex]
\vdots & \vdots & \vdots & \cdots\cdots & \vdots \\[2ex]
\dfrac{N_{ii}(T)}{\int_0^T Y_i(s)\,ds} & -\dfrac{N_{ij}(T)}{\int_0^T Y_i(s)\,ds} & \cdots\cdots & \dfrac{N_{ii}(T)}{\int_0^T Y_i(s)\,ds} & \dfrac{N_{ij}(T)}{\int_0^T Y_i(s)\,ds} \\[2ex]
0 & 0 & 0 & \cdots\cdots & 0
\end{bmatrix}
$$

Analisa Lando dan Skodeberg (2002) mengatakan bahwa merupakan hal yang penting untuk menggunakan estimator ini dibandingkan dengan estimasi *discrete time* jika periode pengamatan adalah tahunan. Keuntungan menggunakan estimator *continuous time* adalah :

1. Memasukan estimasi *non-zero* untuk probabilita dimana metode multinominal yang diestimasi adalah nol.
2. Menggunakan estimasi generator untuk menghitung probabilita transisi pada periode pengamatan yang berbeda.
3. Estimator ini menggunakan semua informasi yang ada pada data, termasuk rating dengan kategori *withdrawn*. Misalnya menggunakan informasi rating debitur yang meningkat sampai rating debitur tersebut *withdrawn.* Selain itu juga memasukan semua informasi jika terdapat debitur yang mempunyai rating baru.

3.2.2.2 Matriks Transisi dengan Pendekatan *Continuous Time Non Homogenuous*

Asumsi umum yang digunakan dalam *credit modelling* yaitu bahwa transisi kolektibilitas kredit mempunyai *first order markov*. Misalnya jika periode waktu *given* Δt adalah seperempat tahun, maka matrik transisi pada periode *k* dengan $P_{k.\Delta t}$ dapat disederhanakan menjadi :

$$P_{\Delta t}^{k}$$

Sebagai contoh matrik transisi satu tahun dapat dihitung dengan interval waktu Δt seperempat tahun maka untuk mencapai matrik transisi tahunan dihitung empat kali. Dikutip dari penelitian Yusuf Jafry (2003), menjelaskan bahwa peneliti Carty dan Fons (1993), Altman dan Kao (1992), Altman (1998), Nickell, Parrudin dan Varotto (2000), Bangia et al (2002), Lando dan Skodeberg (2002) dan beberapa peneliti lain menyatakan bahwa *non Markov Behavior* terdapat pada *rating drift* dan *non homogeneity* termasuk sensitivitas terhadap siklus bisnis. Pada realisasinya, matrik transisi akan berubah pada skala waktu jauh lebih pendek dibandingkan pada saat matrik transisi konstan dengan kondisi *default steady state.*

Tulisan dalam penjelasan sebelumnya menerangkan bahwa penggunaan estimator *maksimum likelihood* dalam mengestimasi matriks generator menggunakan data *continuous*. Jika data diasumsikan *time homogenous,* maka akan sulit digunakan dalam jangka panjang dan hanya berguna untuk matrik transisi 1 (satu) tahun. Metode *time non homogenoues* mereplikasi metode *cohort* tetapi menggunakan interval waktu pendek dengan periode pengamatan lebih lama.

Proses Markov *continuous time* η dengan kategori rating yang terbatas $S = (1, 2, ..., n)$ dimana matriks probabilita transisi dari waktu *s* ke waktu *t* dinotasikan sebagai *P(s,t)* dan elemen ke *ij* dari matriks transisi menjelaskan probabilita dimana *chain* dimulai dari rating *i* menjadi rating *j* pada waktu *t.*

Aalen-Johansen estimator atau *product limit estimator* digunakan dalam menghitung probabilita transisi pada matrik *time non-homogenoues*. Sebagai contoh terdapat *m* transisi selama periode waktu dari *s* ke *t*, maka formula untuk mengestimasi *P(s,t)* adalah:

$$\hat{P}_{(s,t)} = \prod_{t=1}^{m} (I + \Delta\hat{A}(T_i)) \quad \text{..} \quad 3.7$$

dimana *T* merupakan *jump time* dari interval waktu *s* ke *t.*

Konstruksi matriks untuk $\Delta\hat{A}(T_i)$ adalah:

$$\Delta\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{T_i}) = \begin{bmatrix} -\frac{\Delta N_{1.}(T_i)}{Y_1(T_i)} & \frac{\Delta N_{1,2}(T_i)}{Y_1(T_i)} & \frac{\Delta N_{1,3}(T_i)}{Y_1(T_i)} & \cdots & \frac{\Delta N_{1p}(T_i)}{Y_1(T_i)} \\ \frac{\Delta N_{2,1}(T_i)}{Y_2(T_i)} & -\frac{\Delta N_{2.}(T_i)}{Y_2(T_i)} & \frac{\Delta N_{2,3}(T_i)}{Y_2(T_i)} & \cdots & \frac{\Delta N_{2P}(T_i)}{Y_2(T_i)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\Delta N_{j-1,1}(T_i)}{Y_{j-1}(T_i)} & \frac{\Delta N_{j-1,2}(T_i)}{Y_{j-1}(T_i)} & \cdots & -\frac{\Delta N_{j-1}(T_i)}{Y_{j-1}(T_i)} & \frac{\Delta N_{j-1,k}(T_i)}{Y_{j-1}(T_i)} \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$\Delta N_{hj}(t)$ merupakan banyaknya transisi yang diamati berpindah dari rating h ke rating j dimulai pada waktu t dan notasi $\Delta N_{hj}(T_i)$ merupakan tambahan dalam proses ini dengan periode waktu T_i. Jika observasi tersebut merupakan *continuous time*, maka tidak ada *stimulasi jumps* pada setiap titik waktu t dan kebanyakan mempunyai satu elemen diagonal dari $\Delta A(T_i)$ dengan nilai lebih besar dari 0 (nol). Baris paling bawah dari matrik $\Delta A(T_i)$ bernilai nol pada saat dimasukan kategori rating *default* dalam matrik tersebut, dan jika matrik $I + \Delta A(T_i)$ dijumlahkan akan bernilai 1 (satu). Jadi estimator *non parametrik Aalen Johansen* merupakan metode *cohort* (*frequentist*) yang diaplikasikan pada interval waktu yang sangat pendek.

Matrik transisi yang diestimasi menggunakan matrik *exponential* dengan matrik transisi menggunakan *Aalen Johansen estimator* akan menghasilkan hasil yang berbeda. Jika menggunakan matrik *exponential*, matrik transisi yang didapat lebih *smooth* dan lebih cocok digunakan pada manajemen risiko dalam mengestimasi *default.*

3.3 Perbandingan antar Jarak Kolom per Kolom Matriks

Pada penelitian Yusuf Jafry dan Til Schuermann (2004), terdapat 2 (dua) pendekatan yang digunakan dalam membandingkan matriks transisi, yaitu pendekatan jarak antar matriks L^1 dan L^2.

Matriks L^1 adalah untuk menghitung nilai *absolute* dari perbedaan rata-rata antar matriks transisi, dengan formula sebagai berikut:

$$\Delta M_{L1}\,(P_A, P_B) \cong \frac{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} |\, p_{A,i,j} - p_{B,i,j} |}{N^2} \quad \text{.............} \; 3.8$$

Matriks L^1 menjelaskan perbedaan rata-rata antar matriks transisi secara aritmetrik (tidak berdasarkan jarak per kolom matriks transisi).

Matriks L^2 adalah untuk menghitung rata-rata akar dari mean matriks transisi yang dikuadratkan antar elemen yang berada dalam matriks transisi, dengan formula sebagai berikut:

$$\Delta M_{L2}\,(P_A, P_B) \cong \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} |\, p_{A,i,j} - p_{B,ij} |^2}}{N^2} \quad \text{............................} \; 3.9$$

Meskipun kedua pendekatan tersebut sederhana, namun pendekatan tersebut tidak memiliki ukuran yang *absolute* untuk *single* matriks. Pendekatan tersebut hanya membandingkan antara 2 (dua) matriks yang berbeda. Misalnya jarak Euclidean L^2 antar 2 (dua) matriks yang sama bernilai 0,2 namun tidak jelas apakah nilai jarak Euclidean tersebut berjarak besar atau kecil. Nilai 0,2 tersebut dapat dikatakan berjarak besar atau kecil jika dibandingkan antar matriks transisi yang berbeda.