



UNIVERSITAS INDONESIA

**PERANCANGAN PENGENDALI *MODEL PREDICTIVE CONTROL*
(MPC) PADA SISTEM *HEAT EXCHANGER* DENGAN JENIS
KARAKTERISTIK *SHELL AND TUBE***

TESIS

**RIDWAN FAHRUDIN
0706173231**

**FAKULTAS TEKNIK
PROGRAM STUDI TEKNIK KONTROL INDUSTRI
UNIVERSITAS INDONESIA
JULI 2010**



UNIVERSITAS INDONESIA

**PERANCANGAN PENGENDALI *MODEL PREDICTIVE CONTROL*
(MPC) PADA SISTEM *HEAT EXCHANGER* DENGAN JENIS
KARAKTERISTIK *SHELL AND TUBE***

TESIS

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Magister

**RIDWAN FAHRUDIN
0706173231**

**FAKULTAS TEKNIK
PROGRAM STUDI TEKNIK KONTROL INDUSTRI
UNIVERSITAS INDONESIA
JULI 2010**

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

Tesis ini adalah hasil karya saya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk telah saya nyatakan dengan
benar.

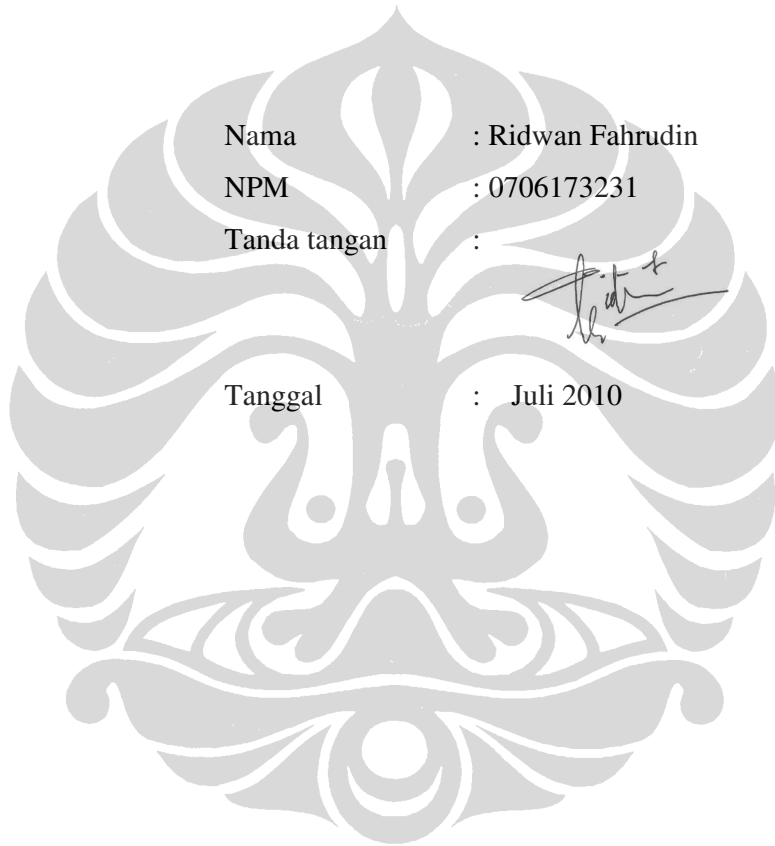
Nama : Ridwan Fahrudin

NPM : 0706173231

Tanda tangan :



Tanggal : Juli 2010







HALAMAN PENGESAHAN

Tesis ini diajukan oleh:

Nama : Ridwan Fahrudin
NPM : 0706173231
Program Studi : Teknik Kontrol Industri
Judul Tesis : Perancangan Pengendali Model Predictive Control (MPC)
pada sistem Heat Exchanger dengan jenis karakteristik
Shell and Tube

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Magister Teknik pada Program Studi Teknik Elektro Kekhususan Teknik Kontrol Industri Fakultas Teknik Universitas Indonesia

DEWAN PENGUJI

1. Dr. Ir. Feri Yusivar, M.Eng. ()
2. Ir. Aries Subiantoro, M.SEE. ()
3. Prof. Drs. Benyamin Kusumoputro M.Eng.,Dr.Eng ()
4. Dr. Abdul Halim, M.Eng. ()

Ditetapkan di : Depok

Tanggal : Juli 2010

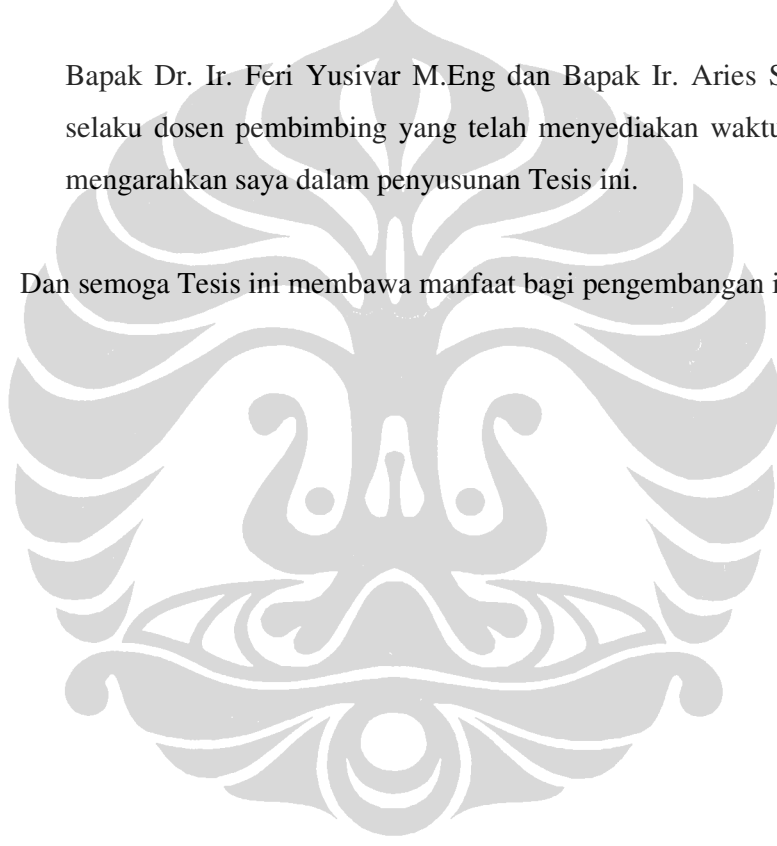
UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur saya panjatkan kepada Allah SWT, karena atas Rahmat dan Ridhonya, penulis dapat menyelesaikan laporan Tesis ini. Penulisan laporan Tesis ini dilakukan dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk mencapai gelar Magister Teknik Elektro pada Fakultas Teknik Universitas Indonesia. Untuk itu penulis mengucapkan terima kasih yang sangat mendalam kepada:

Bapak Dr. Ir. Feri Yusivar M.Eng dan Bapak Ir. Aries Subiantoro, M.SEE. selaku dosen pembimbing yang telah menyediakan waktu dan pikiran untuk mengarahkan saya dalam penyusunan Tesis ini.

Dan semoga Tesis ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu.

Depok, Juli 2010
Penulis,



**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Ridwan Fahrudin

NPM : 0706173231

Program Studi : Teknik Kontrol Industri

Fakultas : Teknik

Jenis Karya : Tesis

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Non- Eksklusif (*Non Exclusive Royalty-Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul : *Perancangan Pengendali Model Predictive Control (MPC) pada sistem Heat Exchanger dengan jenis karakteristik Shell and Tube* beserta perangkat yang ada (bila diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalihmedia/format-kan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat dan memublikasikan tugas akhir saya tanpa meminta izin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di: Depok

Pada tanggal: Juli 2010

Yang menyatakan



(Ridwan Fahrudin)

ABSTRAK

Nama : Ridwan Fahrudin
Program Studi : Teknik Kontrol Industri
Judul : Perancangan Pengendali *Model Predictive Control* (MPC) pada Sistem *Heat Exchanger* dengan Jenis Karakteristik *Shell and Tube*

Model Predictive Control (MPC) merupakan salah satu metode pengendali prediktif berbasis model yang populer digunakan pada dunia industri. Beberapa keuntungan yang ditawarkan oleh pengendali ini diantaranya adalah kemampuannya dalam menangani sistem multivariabel dengan cukup mudah dan juga kemampuannya untuk memberikan *constraints* atau batasan tertentu baik pada sinyal pengendali maupun pada keluaran sistem. Sistem *Heat Exchanger* yang akan digunakan pada tesis ini juga merupakan sistem multivariabel berorde tinggi yang mempunyai dua masukan dan dua keluaran. Model sistem yang dipakai berupa model linear diskrit yang didapat dari linearisasi model linearnya. Hasil pengendalian menggunakan MPC *constraints* akan dibandingkan dengan MPC *unconstraints*.

Kata Kunci – *Constraints, Heat Exchanger, Model Linear, MPC*

Abstract – Model Predictive Control is one of the predictive control methods that popular for being used in industry. Some advantages offered by this controller are its ability to easily handle multivariable system easier and also its ability to give constraints or certain limitation of controller signal/ on output system. Heat exchanger system which will be controlled here is also high-order multivariable system with two inputs and two outputs. The system model that use is discrete linear model which is get from linearization of linear model. The result of controller using MPC constraints will be compare with MPC unconstraints.

Keyword: Constraints, Heat Exchanger, Linear Model, MPC

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL	i
HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PERYATAAN ORISINALITAS	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
UCAPAN TERIMA KASIH	v
HALAMAN PERSETUJUAN PUBLIKASI	vi
ABSTRAK	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR TABEL	xii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Tujuan Penelitian	2
1.3 Pembatasan Masalah	2
1.4 Sistematika Penelitian	3
BAB 2 DASAR TEORI	4
2.1 Heat Exchanger	4
2.2 Konsep Dasar Model Predictive Control	7
2.3 Fungsi Kriteria pada MPC	9
2.4 Model Proses	11
2.5 Prediksi	11
2.6 Strategi Pengendali MPC tanpa Constraints	14
2.7 Strategi Pengendali MPC dengan Constraints	16
2.8 Metode Quadratic Programming	18
BAB 3 PERANCANGAN PENGENDALI MPC UNTUK SISTEM HEAT EXCHANGER	
3.1 Pemodelan Heat Exchanger	21
3.2 Model Dinamik Sistem	23
3.3 Perhitungan Nilai Parameter Model Heat Exchanger	27
3.4 Validasi Model	28

3.5 Perhitungan Sampling Time	30
3.6 Nilai Eigen Sistem	33
3.7 Uji Observability dan Controlability Sistem	33
3.8 Algoritma MPC dengan Constraint	35
3.9 Perhitungan Sinyal Kendali untuk Sistem Heat Exchanger	40
BAB 4 ANALISA HASIL SIMULASI	
4.1 Pengujian MPC tanpa Constraints	41
4.2 Pengujian MPC dengan Constraints	43
BAB 5 KESIMPULAN	63
DAFTAR REFERENSI	64
DAFTAR PUSTAKA	65
LAMPIRAN	



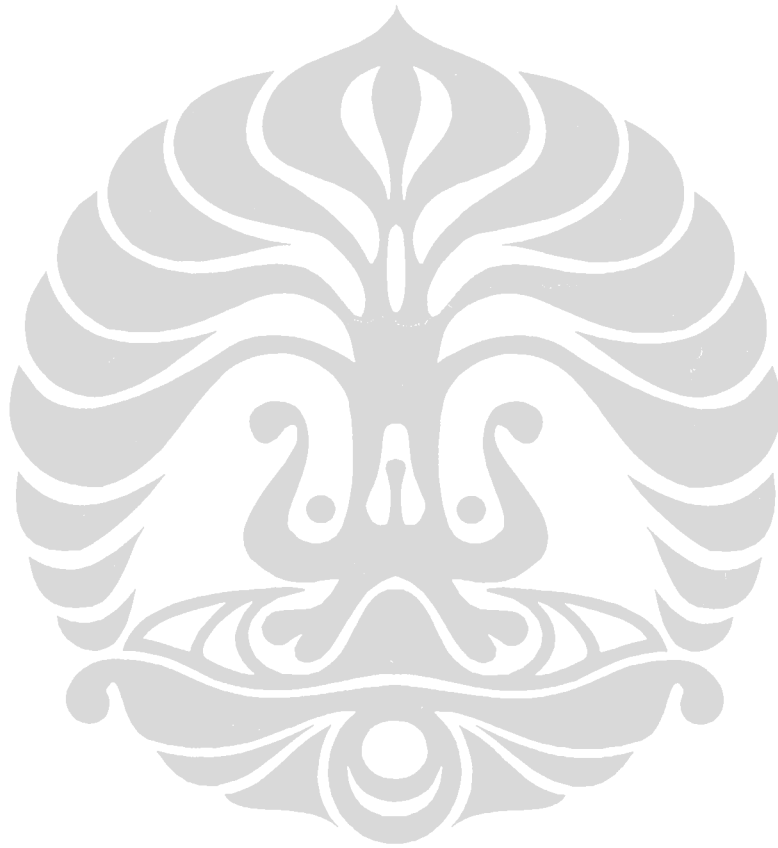
DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1.	Sketsa <i>Heat Exchanger co-current/parallel flow</i>	5
Gambar 2.2.	Profil temperatur pada <i>Heat Exchanger co-current/parallel flow</i>	5
Gambar 2.3.	Sketsa <i>Heat Exchanger counter-current flow</i>	6
Gambar 2.4.	Profil temperatur pada <i>Heat Exchanger counter-current flow</i>	6
Gambar 2.5.	Struktur Pengendali MPC	9
Gambar 2.6.	Kalkulasi Keluaran Proses dan Pengendali Terprediksi	9
Gambar 3.1.	Sketsa Temperature Process Rig 38-600	21
Gambar 3.2.	Sketsa Level/Flow and Temperature Process Rig 38-003	22
Gambar 3.3.	Sketsa Sistem Heat Exchanger	23
Gambar 3.4.	Tegangan Masukan u_1 dan u_2	24
Gambar 3.5.	Respons Keluaran Open Loop T_2	24
Gambar 3.6.	Respons Keluaran Open Loop T_4	24
Gambar 3.7.	Simulink Validasi Model Linear pada Operating Point	29
Gambar 3.8.	Output T_2	29
Gambar 3.9.	Output T_4	29
Gambar 3.10.	Input Tegangan Step $u_{1\text{ ss}}$	31
Gambar 3.11.	Respons Keluaran T_2 untuk Input Step $u_{1\text{ ss}}$	31
Gambar 3.12.	Input Tegangan step $u_{2\text{ ss}}$	32
Gambar 3.13.	Respons Keluaran T_4 untuk Input Step $u_{2\text{ ss}}$	32
Gambar 3.14.	Blok Diagram Pengendali MPC dengan Constraints	35
Gambar 3.15.	Diagram Alir Algoritma MPC dengan Constraints	36
Gambar 3.16.	Diagram Alir Metode <i>Active-set</i> untuk menyelesaikan $Q P$	39
Gambar 4.1.	Keluaran sistem dengan pengendali tanpa <i>constraints</i>	43
Gambar 4.2.	Sinyal kendali pengendali MPC tanpa <i>constraints</i>	43
Gambar 4.3.	Keluaran sistem dengan pengendali MPC <i>constraints</i>	44
Gambar 4.4.	Sinyal kendali pengendali MPC <i>constraints</i>	45
Gambar 4.5.	Keluaran sistem dengan pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=5$, H_u 2, $R=0.1$ dan $Q=100$)	46
Gambar 4.6.	Sinyal kendali pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=5$, H_u 2, $R=0.1$ dan $Q=100$)	46

Gambar 4.7.	Keluaran sistem dengan pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=0.1$ dan $Q=100$)	47
Gambar 4.8.	Sinyal kendali pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=0.1$ dan $Q=100$)	48
Gambar 4.9.	Keluaran sistem dengan pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=0.1$ dan $Q=1$)	49
Gambar 4.10.	Sinyal kendali pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=0.1$ dan $Q=1$)	49
Gambar 4.11.	Keluaran sistem dengan pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=1$)	50
Gambar 4.12.	Sinyal kendali pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=1$)	51
Gambar 4.13.	Keluaran sistem dengan pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=10$ dan $Q=1$)	52
Gambar 4.14.	Sinyal kendali pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=10$ dan $Q=1$)	52
Gambar 4.15.	Keluaran sistem dengan pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=100$ dan $Q=1$)	53
Gambar 4.16.	Sinyal kendali pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=100$ dan $Q=1$)	53
Gambar 4.17.	Keluaran sistem dengan pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=0.1$)	54
Gambar 4.18.	Sinyal kendali pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=0.1$)	55
Gambar 4.19.	Keluaran sistem dengan pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=10$)	56
Gambar 4.20.	Sinyal kendali pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=10$)	56
Gambar 4.21.	Keluaran sistem dengan pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=100$)	57
Gambar 4.22.	Sinyal kendali pengendali MPC <i>constraints</i> ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=100$)	57

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1.	Data Spesifik Heat Exchanger	27
Tabel 3.2.	Data Keadaan Tunak Titik Kerja	28



BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam proses industri, *Heat Exchanger* didesain untuk memindahkan panas dari satu fluida ke fluida lain atau dari satu zat ke zat yang lain. Seperti pada proses kimia, *Air Conditioning* dan *Refrigerator*. *Heat Exchanger* diklasifikasikan berdasarkan desain dan tipe dari alirannya. Pada beberapa jenis *Heat Exchanger*, dua aliran dipisahkan oleh dinding atau membran dan perpindahan panas terjadi pada dua aliran tersebut dengan cara konveksi atau konduksi.

Dari banyaknya kegunaan *Heat Exchanger* dan digunakan dalam dunia industri, maka kendali dari sistem *Heat Exchanger* sangat diperlukan. Dengan menggunakan model dinamik, prediksi dapat dibuat untuk mengubah variabel bebas dari sistem yang dapat mengubah keluaran. Pengendali akan bekerja dengan baik jika model yang digunakan mewakili proses yang sebenarnya.

Model suatu sistem pada umumnya diperoleh melalui dua metode yaitu dengan pemodelan fisik atau identifikasi suatu sistem. Pemodelan fisik digunakan untuk mendapatkan model dengan menggunakan prinsip dasar persamaan diferensial dan melakukan linearisasi pada satu titik operasi. Sedangkan identifikasi sistem adalah metode yang digunakan untuk mendapatkan model berdasarkan kumpulan data masukan dan keluaran hasil pengukuran sistem tersebut, dengan terlebih dahulu menetapkan struktur model sebelum parameter ditentukan.

Model Predictive Control (MPC) merupakan suatu metodologi pengendalian yang saat ini memiliki pengaruh besar dalam dunia industri dibandingkan dengan pengendali konvensional seperti *Two-Degree of Freedom* ataupun Aturan Kendali Kenaikan.

Pada sistem kendali konvensional, batasan-batasan (*constraints*) seperti amplitudo dan *slew rate* sinyal kendali tidak diperhitungkan pada proses pengendalian. Hal ini tentu dapat menyebabkan hasil kendali menjadi kurang baik, terutama jika terjadi pemotongan paksa terhadap sinyal kendali

sebelum masuk ke *plant*. Pemotongan sinyal kendali biasanya terjadi ketika nilai trayektori acuan berubah secara mendadak. Hal tersebut tentu tidak akan terjadi pada MPC karena pengendali dapat memprediksi keluaran proses yang akan datang serta tidak mengabaikan batasan-batasan yang ada. Selain agar keluaran sistem menjadi bagus, adanya batasan pada proses pengendali dapat membuat kinerja alat menjadi optimal sehingga alat tidak cepat rusak dan dapat beroperasi dalam jangka waktu yang lama.

Banyaknya faktor yang harus diperhitungkan pada pengendali MPC membuat algoritma MPC menjadi sangat panjang dan rumit. Akan tetapi dengan kecepatan komputasi perangkat keras saat ini, hal tersebut tidak lagi menjadi masalah utama. Masalah utama metode MPC adalah keperluan akan model proses. Model proses pada MPC berguna untuk memprediksi keluaran sistem sehingga pengendali MPC dapat memberikan sinyal masukan yang sesuai. Oleh sebab itu, algoritma MPC membutuhkan model proses yang baik.

1.2 Tujuan Penelitian

Pembahasan dalam tesis ini bertujuan untuk memperbaiki dan mengendalikan keluaran sistem *Heat Exchanger* berjenis *Shell and Tube Counter-Current Flow* dengan cara merancang sebuah pengendali *Model Predictive Control* (MPC) dan mengimplementasikan pengendali tersebut terhadap sistem *Heat exchanger* agar menghasilkan kinerja *Heat Exchanger* menjadi lebih optimal. Metode perancangan pengendali MPC yang dipakai adalah metode *Quadratic Programming*, dirancang dengan menggunakan fasilitas program *M-file* pada Matlab 7.6 dan simulasi menggunakan Simulink Matlab. Metode *Quadratic Programming* ini kemudian dipakai untuk mencari nilai parameter H_p , H_u , Q dan R yang optimal.

1.3 Pembatasan Masalah

Tesis ini membahas perancangan MPC dengan batasan (*constraints*), menggunakan *Quadratic Programming* dalam menghitung besar perubahan sinyal kendali pada sistem *Heat Exchanger* yang berjenis *Shell and Tube*

Counter-Current Flow Heat Exchanger. Batasan (*constraints*) yang digunakan adalah amplitudo dan *slew rate* sinyal kendali.

Model yang digunakan dalam tesis ini adalah model diskrit linear yang diperoleh dari hasil linearisasi. Tegangan u_{12} yang merupakan tegangan *servo valve* pada *Temperature Process Rig* sebagai masukan 1 dan u_{34} yang merupakan tegangan *servo valve* pada *Level/Flow Process Rig* sebagai masukan 2. sedangkan temperatur T_2 (temperatur yang keluar dari *Heat Exchanger* menuju ke *Heater Tank*) sebagai keluaran 1 dan T_4 (temperatur yang keluar dari *Heat Exchanger* menuju ke *Cooling Radiator*) sebagai keluaran 2 dari sistem.

Pemodelan dibatasi hanya di bagian *Heat Exchanger*. Sedangkan untuk pemanasan dan pendinginan dianggap diluar dari sistem ini. Parameter-parameter dan nilai fundamental dari sistem fisik *Heat Exchanger* mengacu pada referensi utama yang digunakan.

1.4 Sistematika Penelitian

Penulisan tesis ini akan dibagi kedalam lima bab yang akan menjelaskan secara bertahap mengenai keseluruhan isi tesis ini. Bab satu merupakan pendahuluan yang berisi latar belakang, tujuan, pembatasan masalah dan sistematika penelitian. Bab dua membahas dasar teori yaitu tentang konsep dasar perancangan pengendali *Model Predictive control* (MPC) dengan batasan. Bab tiga membahas mengenai model yang akan digunakan serta perancangan algoritma pengendali MPC dengan *constraints*. Bab empat hasil uji coba dan analisa terhadap hasil pengendalian yang dilakukan. Bab lima merupakan kesimpulan dari keseluruhan pembahasan dalam laporan tesis ini.

BAB 2

DASAR TEORI

2.1 Heat Exchanger

Proses *Heat Exchanger* atau pertukaran panas antara dua fluida dengan temperatur yang berbeda, baik bertujuan memanaskan atau mendinginkan fluida banyak diaplikasikan secara teknik dalam berbagai proses thermal dalam dunia industri.

Berdasarkan arah aliran fluida, *Heat Exchanger* dapat dibedakan menjadi:

1. *Heat Exchanger* dengan aliran searah (*co-current/parallel flow*)

Pertukaran panas jenis ini, kedua fluida (dingin dan panas) masuk pada sisi *Heat Exchanger* yang sama, mengalir dengan arah yang sama, dan keluar pada sisi yang sama. Karakter *Heat Exchanger* jenis ini, temperatur fluida dingin yang keluar dari *Heat Exchanger* (T_{co}) tidak dapat melebihi temperatur fluida panas yang keluar (T_{ho}), sehingga diperlukan media pendingin atau media pemanas yang banyak.

Pertukaran panas yang terjadi:

$$M_c.C_c(T_{co} - T_{ci}) = M_h.C_h(T_{ho} - T_{hi}) \quad (2.1)$$

Dimana:

M_c = Massa air (Kilogram)

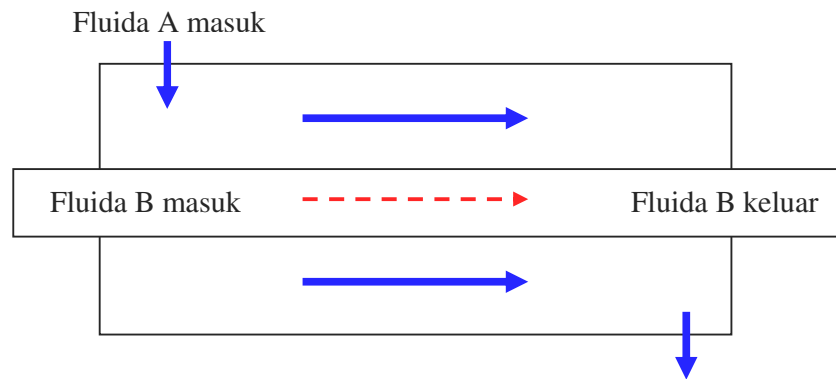
$C_c = C_p$ = Kapasitas panas/dingin (Kcal/Kg.K)

T_{co} = Suhu air dingin yang keluar dari *heat exchanger* (K)

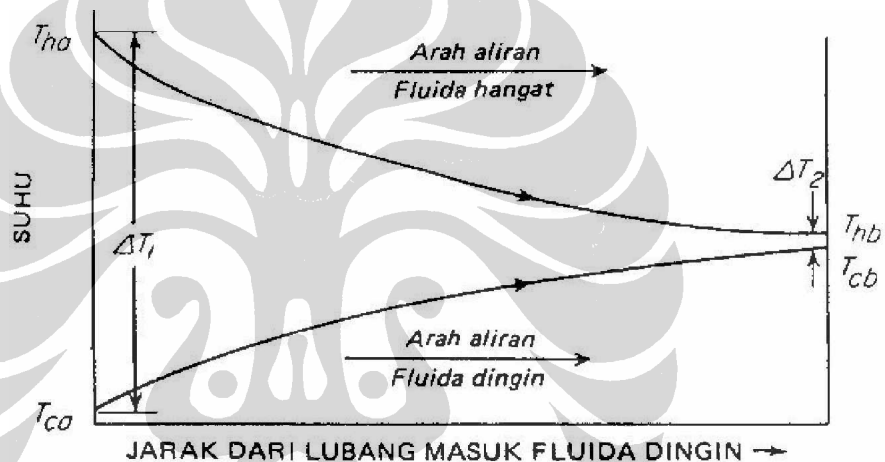
T_{ci} = Suhu air dingin yang masuk ke *heat exchanger* (K)

T_{ho} = Suhu air panas yang keluar dari *heat exchanger* (K)

T_{hi} = Suhu air panas yang masuk ke *heat exchanger* (K)



Gambar 2.1 Sketsa Heat Exchanger co-current/parallel flow



Gambar 2.2 Profil temperatur pada Heat Exchanger co-current/parallel flow

Dengan asumsi nilai kapasitas spesifik fluida dingin (C_c) dan panas (C_h) konstan, tidak ada kehilangan panas ke lingkungan serta keadaan *steady state*, maka panas yang dipindahkan :

$$q = U \cdot A \cdot T_{AMTD} \quad (2.2)$$

Dimana:

q = perubahan panas (K)

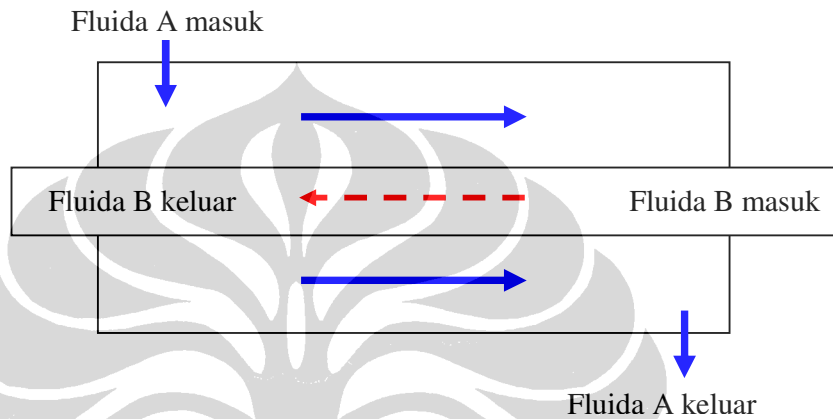
U = koefisien panas secara keseluruhan (Kcal/s.m²K)

A = luas perpindahan panas (m²)

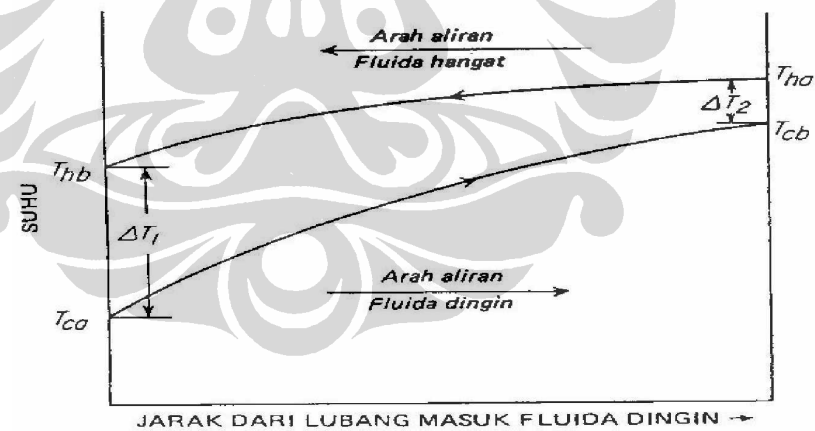
$$T_{AMTD} = \frac{(T_{hi} + T_{ho})}{2} - \frac{(T_{ci} + T_{co})}{2} \quad (\text{Arithmetic Mean Temperature Difference})$$

2. Heat Exchanger dengan aliran berlawanan arah (*counter-current flow*)

Heat Exchanger jenis ini memiliki karakteristik; kedua fluida (panas dan dingin) masuk ke *Heat exchanger* dengan arah berlawanan, mengalir dengan arah berlawanan dan keluar *Heat exchanger* pada sisi yang berlawanan.



Gambar 2.3 Sketsa *Heat Exchanger counter-current flow*



Gambar 2.4 Profil temperatur pada *Heat Exchanger counter-current flow*

Panas yang dipindahkan pada aliran *counter current* mempunyai persamaan yang sama dengan persamaan (2.2)

2.2 Konsep Dasar MPC

Model Predictive Control (MPC) atau sistem kendali prediktif termasuk dalam konsep perancangan pengendali berbasis model proses, dimana model proses digunakan secara eksplisit untuk merancang pengendali dengan cara meminimumkan suatu fungsi kriteria. Ide yang mendasari pada setiap jenis MPC adalah [3]:

1. Penggunaan model proses secara eksplisit untuk memprediksi keluaran proses yang akan datang dalam rentang waktu tertentu (horizon).
2. Perhitungan rangkaian sinyal kendali dengan meminimasi suatu fungsi kriteria.
3. Strategi surut; pada setiap waktu pencuplikan (pada waktu k) horizon dipindahkan menuju waktu pencuplikan berikutnya (pada waktu $k+1$) dengan melibatkan pemakaian sinyal kendali pertama (yaitu $u(k)$) untuk mengendalikan proses, dan kedua prosedur diatas diulang dengan menggunakan informasi terakhir.

Model MPC memiliki beberapa keunggulan dibandingkan dengan metode pengendali lainnya, diantaranya adalah:

1. Konsepnya sangat intuitif serta penalaannya mudah.
2. Dapat digunakan untuk mengendalikan proses yang beragam, mulai dari proses yang sederhana, hingga proses yang kompleks, memiliki waktu tunda yang besar. *Non-minimum phase* atau proses yang tidak stabil.
3. Dapat menangani sistem multivariabel.
4. Mempunyai kompensasi terhadap waktu tunda.
5. Mempunyai kemampuan dari pengendali *feed forward* untuk mengkompensasi gangguan yang terukur.
6. Mudah untuk mengimplementaikan pengendali yang diperoleh.

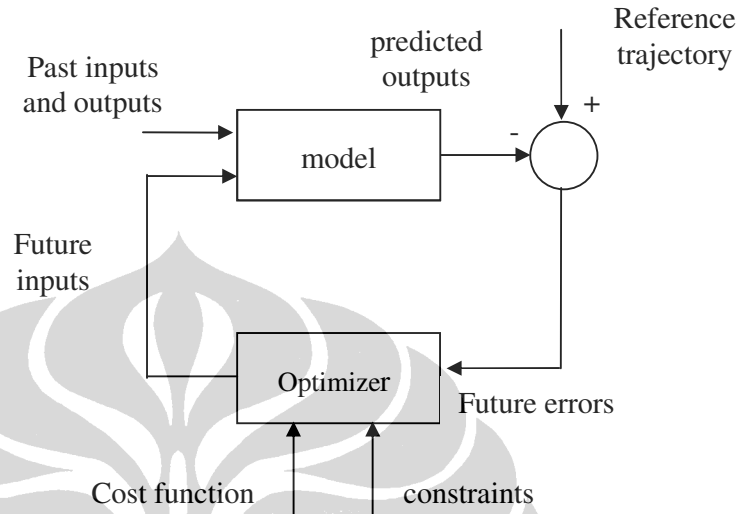
7. Dapat memperhitungkan batasan atau *constraints* dalam merancang pengendali.
8. Sangat berguna jika sinyal acuan untuk masa yang akan datang diketahui.

Selain beragam keuntungan yang dimiliki, metode MPC juga mempunyai kelemahan, yaitu masalah penurunan aturan sinyal kendali yang cukup kompleks dan keperluan akan model proses yang baik.

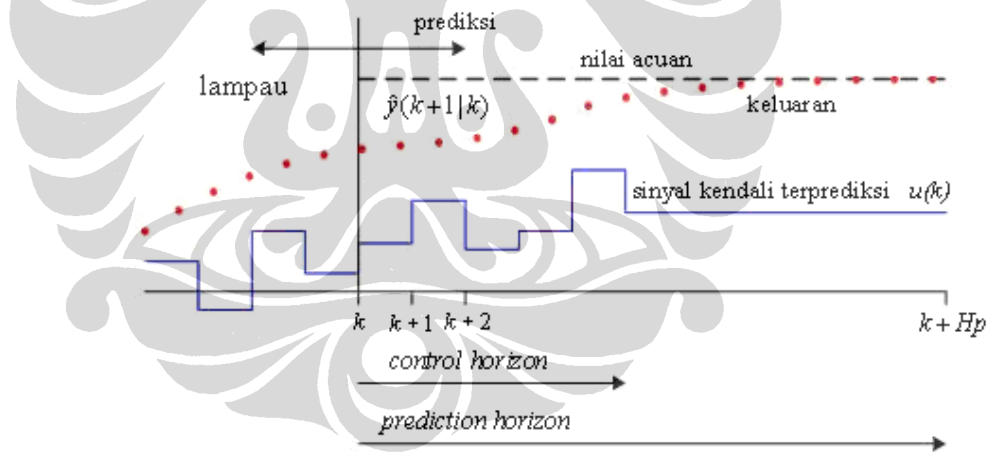
Struktur dasar dari pengendali MPC dapat dilihat pada gambar 2.1. metodologi semua jenis pengendali yang termasuk kedalam kategori MPC dapat dikenali oleh strategi berikut [3]:

1. Keluaran proses yang akan datang untuk rentang *horizon* H_p yang ditentukan yang dinamakan sebagai *prediction horizon*, diprediksi pada setiap waktu pencuplikan dengan menggunakan model proses. Keluaran proses terprediksi ini $y(k+i|k)$ untuk $i=1, \dots, H_p$ bergantung pada nilai masukan dan keluaran lampau dan kepada sinyal kendali yang akan datang $u(k+i|k)$, $i=0, \dots, H_p-1$, yang akan digunakan sistem harus dihitung.
2. Serangkaian sinyal kendali dihitung dengan mengoptimasi suatu fungsi kriteria yang ditetapkan sebelumnya, dengan tujuan untuk menjaga proses sedekat mungkin terhadap trayektori acuan $r(k+i)$. Fungsi kriteria tersebut umumnya berupa suatu fungsi kuadratik dari kesalahan antara sinyal keluaran terprediksi dengan trayektori acuan. Solusi eksplisit dapat diperoleh jika fungsi kriteria adalah kuadratik, model linear, dan tidak ada *constraints*, jika tidak optimasi iteratif harus digunakan untuk memecahkannya. Langkah pertama dan kedua dapat diilustrasikan pada gambar 2.2.
3. Sinyal kendali $u(k|k)$ dikirim ke proses, sedangkan sinyal kendali terprediksi berikutnya dibuang, karena pada pencuplikan berikutnya $y(k+1)$ sudah diketahui nilainya. Maka langkah pertama diulang dengan nilai keluaran proses yang baru dan semua prosedur perhitungan yang

diperlukan diperbaiki. Sinyal kendali yang baru $u(k+1|k+1)$ (nilainya berbeda dengan $u(k+1|k)$) dihitung dengan menggunakan konsep *receding horizon*.



Gambar 2.5 Struktur Pengendali MPC



Gambar 2.6 Kalkulasi Keluaran Proses dan Pengendali Terprediksi

2.3 Fungsi Kriteria Pada Model Predictive Control

Seperti yang telah dinyatakan sebelumnya bahwa perhitungan sinyal kendali pada MPC dilakukan dengan meminimumkan suatu fungsi kriteria. Fungsi kriteria yang digunakan dalam algoritma MPC berbentuk kuadratik seperti berikut:

$$V(k) = \sum_{i=1}^{H_p} \|\hat{y}(k+i|k) - \underline{r}(k+i|k)\|_{\underline{Q}(i)}^2 + \sum_{i=0}^{H_u-1} \|\Delta\hat{u}(k+i|k)\|_{\underline{R}(i)}^2 \quad (2.1)$$

Dengan:

$\hat{y}(k+i|k)$ = keluaran terprediksi untuk i -langkah kedepan saat waktu k

$\underline{r}(k+i|k)$ = nilai trayektori acuan (*reference trajectory*)

$\Delta\hat{u}(k+i|k)$ = perubahan nilai sinyal kendali terprediksi untuk i -langkah kedepan saat waktu k

$\underline{Q}(i)$ dan $\underline{R}(i)$ = faktor bobot

H_p = *prediction horizon*

H_u = *control horizon*

Dari persamaan fungsi kriteria tersebut, selalu dibuat asumsi bahwa nilai $H_u < H_p$ dan $\Delta\hat{u}(k+i|k) = 0$ untuk $i \geq H_u$, sehingga nilai masukan terprediksi $\hat{u}(k+i) = \hat{u}(k+H_u-i|k)$ untuk semua $i \geq H_u$ seperti yang terlihat pada gambar 2.6.

Bentuk dari fungsi kriteria pada persamaan (2.5) menyatakan bahwa vektor kesalahan $\hat{y}(k+i|k) - \underline{r}(k+i|k)$ dibebankan pada setiap rentang *prediction horizon*. Walaupun demikian tetap ada kemungkinan untuk menghitung vektor kesalahan pada titik-titik tertentu saja dengan cara mengatur matriks faktor bobot $\underline{Q}(i)$ bernilai nol pada langkah yang diinginkan. Selain vektor kesalahan, fungsi kriteria pada persamaan (2.5) juga memperhitungkan perubahan vektor masukan dalam rentang *control horizon*. Pemilihan penggunaan $\Delta\hat{u}(k+i|k)$ pada fungsi kriteria bertujuan untuk meminimumkan perubahan sinyal kendali yang masuk ke *plant*.

2.4 Model Proses

Pada pembahasan tesis ini, model proses yang digunakan berupa model ruang keadaan diskrit linear seperti berikut:

$$\underline{x}(k+1) = \underline{A}\underline{x}(k) + \underline{B}u(k) \quad (2.2)$$

$$\underline{y}(k) = \underline{C}\underline{x}(k) \quad (2.3)$$

Dengan:

$\underline{u}(k)$ = vektor masukan berdimensi- l

$\underline{x}(k)$ = vektor keadaan berdimensi $-n$

$\underline{y}(k)$ = vektor keluaran berdimensi $-m$

\underline{A} = matriks keadaan berdimensi $n \times n$

\underline{B} = matriks masukan berdimensi $n \times l$

\underline{C} = matriks keluaran berdimensi $m \times n$

Persamaan ruang keadaan ini merupakan kondisi ideal dan sederhana untuk sebuah sistem, karena tidak adanya *disturbance* serta *direct feed trough* pada keluaran sistem. Pada perancangan MPC di Bab selanjutnya akan diuraikan penurunan sinyal kendali untuk model yang lebih kompleks yang digunakan.

2.5 Prediksi

Sinyal masukan yang digunakan dalam perhitungan prediksi keluaran adalah perubahan nilai sinyal masukan $\Delta u(k)$ pada setiap waktu pencuplikan k . Dimana perubahan tersebut merupakan selisih antara nilai sinyal masukan saat k atau $\underline{u}(k)$ dan sinyal masukan satu langkah sebelumnya $\underline{u}(k-1)$. Dalam menyelesaikan masalah pengendali prediktif, nilai keluaran terprediksi $\hat{\underline{y}}(k+i|k)$ harus dapat dihitung dengan menggunakan estimasi terbaik dari variabel keadaan saat ini $\underline{x}(k)$, nilai masukan yang lampau $\underline{u}(k-1)$, dan nilai perkiraan dari perubahan masukan yang akan datang $\Delta \hat{\underline{u}}(k+i|k)$. Sebelum melangkah lebih jauh, hal pertama yang harus dilakukan adalah memprediksi nilai variabel keadaan dengan melakukan iterasi model ruang keadaan pada persamaan (2.2) dan (2.3). Perhitungan prediksi variabel keadaan adalah sebagai berikut;

$$\hat{x}(k+1|k) = \underline{A}\hat{x}(k) + \underline{B}\hat{u}(k|k) \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+2|k) &= \underline{A}\hat{x}(k+1|k) + \underline{B}\hat{u}(k+1|k) \\ &= \underline{A}^2 \hat{x}(k) + \underline{A}\underline{B}\hat{u}(k|k) + \underline{B}\hat{u}(k+1|k) \end{aligned} \quad (2.5)$$

⋮

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+Hp|k) &= \underline{A}\hat{x}(k+Hp-1|k) + \underline{B}\hat{u}(k+Hp-1|k) \\ &= \underline{A}^{Hp} \hat{x}(k) + \underline{A}^{Hp-1} \underline{B}\hat{u}(k|k) + \dots + \underline{B}\hat{u}(k+Hp-1|k) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Pada setiap langkah prediksi digunakan $\hat{u}(k|k)$ bukan $\underline{u}(k)$, karena besarnya nilai $\underline{u}(k)$ belum diketahui ketika menghitung prediksi.

Sekarang, diasumsikan bahwa nilai masukan hanya berubah pada waktu $k, k+1, \dots, k+Hu-1$, dan setelah itu menjadi konstan, sehingga didapatkan bahwa $\hat{u}(k+i|k) = \hat{u}(k+Hu-1|k)$ untuk $Hu \leq i \leq Hp-1$.

Selanjutnya, perhitungan prediksi diubah sehingga mengandung $\underline{\Delta}\hat{u}(k+i|k)$ daripada $\hat{u}(k+i|k)$, dengan

$$\underline{\Delta}\hat{u}(k+i|k) = \hat{u}(k+i|k) - \hat{u}(k+i-1|k) \quad (2.7)$$

dan pada setiap waktu pencuplikan k nilai yang sudah diketahui hanya $\underline{u}(k-1)$, maka

$$\hat{u}(k|k) = \underline{\Delta}\hat{u}(k|k) + \underline{u}(k-1|k) \quad (2.8)$$

$$\hat{u}(k+1|k) = \underline{\Delta}\hat{u}(k+1|k) + \underline{\Delta}\hat{u}(k|k) + \underline{u}(k-1|k) \quad (2.9)$$

⋮

$$\hat{u}(k+Hu-1|k) = \underline{\Delta}\hat{u}(k+Hu-1|k) + \dots + \underline{\Delta}\hat{u}(k|k) + \underline{u}(k-1|k) \quad (2.10)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.8) – (2.10) ke persamaan (2.4) – (2.6), diperoleh persamaan:

$$\hat{x}(k+1|k) = \underline{A}\hat{x}(k) + \underline{B}[\underline{\Delta}\hat{u}(k|k) + \underline{u}(k-1)] \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+2|k) &= \underline{A}^2 \hat{x}(k) + \underline{A}\underline{B}[\underline{\Delta}\hat{u}(k|k) + \underline{u}(k-1)] \\ &\quad + \underline{B}[\underline{\Delta}\hat{u}(k+1|k) + \underline{\Delta}\hat{u}(k|k) + \underline{u}(k-1)] \\ &= \underline{A}^2 \hat{x}(k) + (\underline{A} + \underline{I})\underline{B}\underline{\Delta}\hat{u}(k|k) + \underline{B}\underline{\Delta}\hat{u}(k+1|k) + (\underline{A} + \underline{I})\underline{B}\underline{u}(k-1) \end{aligned} \quad (2.12)$$

⋮

$$\begin{aligned}\hat{x}(k + Hu | k) &= \underline{A}^{Hu} \underline{x}(k) + (\underline{A}^{Hu-1} + \dots + \underline{A} + \underline{I}) \underline{B} \underline{\Delta \hat{u}}(k | k) + \dots \\ &+ \underline{B} \underline{\Delta \hat{u}}(k + Hu - 1 | k) + (\underline{A}^{Hu-1} + \dots + \underline{A} + \underline{I}) \underline{B} \underline{u}(k - 1)\end{aligned}\quad (2.13)$$

Dengan mengacu pada persamaan $\hat{u}(k + i | k) = \hat{u}(k + Hu - i | k)$ untuk $i > Hu$, maka perhitungan prediksi untuk $i > Hu$ adalah;

$$\begin{aligned}\hat{x}(k + Hu + 1 | k) &= \underline{A}^{Hu+1} \underline{x}(k) + (\underline{A}^{Hu} + \dots + \underline{A} + \underline{I}) \underline{B} \underline{\Delta \hat{u}}(k | k) + \dots \\ &+ (\underline{A} + \underline{I}) \underline{B} \underline{\Delta \hat{u}}(k + Hu - 1 | k) + (\underline{A}^{Hu} + \dots + \underline{A} + \underline{I}) \underline{B} \underline{u}(k - 1)\end{aligned}\quad (2.14)$$

$$\begin{aligned}\vdots \\ \hat{x}(k + Hp | k) &= \underline{A}^{Hp} \underline{x}(k) + (\underline{A}^{Hp-1} + \dots + \underline{A} + \underline{I}) \underline{B} \underline{\Delta \hat{u}}(k | k) + \dots \\ &+ (\underline{A}^{Hp-Hu} + \dots + \underline{A} + \underline{I}) \underline{B} \underline{\Delta \hat{u}}(k + Hu - 1 | k) \\ &+ (\underline{A}^{Hp-1} + \dots + \underline{A} + \underline{I}) \underline{B} \underline{u}(k - 1)\end{aligned}\quad (2.15)$$

Persamaan (2.11) – (2.15) dapat disusun ke dalam bentuk vektor matriks sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \hat{x}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{x}(k+Hu|k) \\ \hat{x}(k+Hu+1|k) \\ \vdots \\ \hat{x}(k+Hp|k) \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{A} \\ \vdots \\ \underline{A}^{Hu} \\ \underline{A}^{Hu+1} \\ \vdots \\ \underline{A}^{Hp} \end{bmatrix}}_{\Psi} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{x}(k) \\ \vdots \\ \underline{u}(k-1) \end{bmatrix}}_{\Gamma} + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{B} \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^{Hu-1} \underline{A}^i \underline{B} \\ \sum_{i=0}^{Hu} \underline{A}^i \underline{B} \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^{Hp-1} \underline{A}^i \underline{B} \end{bmatrix}}_{\Theta} \begin{bmatrix} \underline{\Delta \hat{u}}(k) \\ \vdots \\ \underline{\Delta \hat{u}}(k+Hu-1) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.16)$$

Selain itu, persamaan prediksi keluaran $\hat{y}(k+i|k)$ dapat ditulis seperti berikut ini;

$$\hat{y}(k+1|k) = \underline{C}\hat{x}(k+1|k) \quad (2.17)$$

$$\hat{y}(k+2|k) = \underline{C}\hat{x}(k+2|k) \quad (2.18)$$

⋮

$$\hat{y}(k+Hp|k) = \underline{C}\hat{x}(k+Hp|k) \quad (2.19)$$

Persamaan (2.17) – (2.19) kemudian dapat ditulis kedalam vektor matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+Hp|k) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{0}_{m \times n} & \cdots & \underline{0}_{m \times n} \\ \underline{0}_{m \times n} & \underline{C} & \cdots & \underline{0}_{m \times n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{0}_{m \times n} & \underline{0}_{m \times n} & \cdots & \underline{C} \end{bmatrix}}_{\underline{C}_y} \begin{bmatrix} \hat{x}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{x}(k+Hp|k) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

2.6 Strategi Pengendali Model Predictive Control tanpa Constraints

Fungsi kriteria yang akan diminimumkan adalah fungsi kuadrat seperti pada persamaan (2.1) dan dapat ditulis sebagai berikut

$$V(k) = \|\underline{Y}(k) - \underline{T}(k)\|_Q^2 + \|\underline{\Delta U}(k)\|_R^2 \quad (2.21)$$

Dimana:

$V(k)$ = fungsi kriteria

$\underline{Y}(k)$ = matriks keluaran terprediksi

$\underline{T}(k)$ = matriks sinyal acuan (trajectory)

$\underline{\Delta U}(k)$ = perubahan sinyal kendali

$$\underline{Y}(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+Hp|k) \end{bmatrix}, \quad \underline{T}(k) = \begin{bmatrix} \underline{r}(k+1|k) \\ \vdots \\ \underline{r}(k+Hp|k) \end{bmatrix},$$

$$\underline{\Delta U}(k) = \begin{bmatrix} \hat{u}(k|k) \\ \vdots \\ \hat{u}(k+Hu-1|k) \end{bmatrix}$$

dan matriks faktor bobot \underline{Q} dan \underline{R} adalah sebagai berikut

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} Q(1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & Q(Hp) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} R(0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & R(Hu-1) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Bentuk fungsi kriteria menunjukkan bahwa vektor kesalahan (error) $\underline{Y}(k) - \underline{T}(k)$ diperhitungkan pada tiap pencuplikan dalam rentang *prediction horizon*, namun jika perhitungan error hanya diinginkan pada rentang waktu tertentu, hal ini dapat dilakukan dengan mengatur nilai faktor bobot Q bernilai 0 pada waktu tersebut. Selain vektor kesalahan, fungsi kriteria juga memperhitungkan perubahan dari vektor masukan yang hanya terjadi dalam rentang waktu *control horizon*.

Berdasarkan pada persamaan ruang keadaan (2.16) dan (2.20), maka matriks $\underline{Y}(k)$ dapat ditulis dalam bentuk;

$$\underline{Y}(k) = \underline{C}_y \underline{\Psi} x(k) + \underline{C}_y \underline{\Gamma} u(k-1) + \underline{C}_y \underline{\Theta} \underline{\Delta U}(k) \quad (2.24)$$

Selain matriks-matriks di atas, didefinisikan juga suatu matriks penjejak kesalahan $\underline{E}(k)$, yaitu selisih antara nilai trayektori acuan yang akan datang dengan tanggapan bebas dari sistem. Tanggapan bebas adalah tanggapan yang akan terjadi pada rentang *prediction horizon* jika tidak ada perubahan nilai masukan ($\underline{\Delta U}(k) = \underline{0}$) [3]. Persamaan matematis dari matriks $\underline{E}(k)$ adalah sebagai berikut ;

$$\underline{E}(k) = \underline{T}(k) - \underline{C}_y \underline{\Psi} x(k) - \underline{C}_y \underline{\Gamma} u(k-1) \quad (2.25)$$

Persamaan (2.21) kemudian dapat ditulis kembali dalam bentuk yang mengandung matriks $\underline{E}(k)$ dan $\underline{\Delta U}(k)$ sebagai berikut ;

$$\begin{aligned} V(k) &= \left\| \underline{C}_y \underline{\Theta} \underline{\Delta U}(k) - \underline{E}(k) \right\|_{\underline{Q}}^2 + \left\| \underline{\Delta U}(k) \right\|_{\underline{R}}^2 \\ &= \underline{\Delta U}^T(k) \underline{\Theta}^T \underline{C}_y^T - \underline{E}^T(k) \underline{Q} \left[\underline{C}_y \underline{\Theta} \underline{\Delta U}(k) - \underline{E}(k) \right] + \underline{\Delta U}^T(k) \underline{R} \underline{\Delta U}(k) \end{aligned}$$

$$= \underbrace{\underline{\underline{E}}^T(k) \underline{\underline{Q}} \underline{\underline{E}}(k)}_{c_1} - \underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}^T(k) \underbrace{2 \underline{\underline{\Theta}}^T \underline{\underline{C}}_y^T \underline{\underline{Q}} \underline{\underline{E}}(k)}_{\underline{\underline{G}}} + \underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}^T(k) \underbrace{[\underline{\underline{\Theta}}^T \underline{\underline{C}}_y^T \underline{\underline{Q}} \underline{\underline{C}}_y \underline{\underline{\Theta}} + \underline{\underline{R}}]}_{\underline{\underline{H}}} \underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}(k) \quad (2.26)$$

Pada persamaan (2.26), bagian $\underline{\underline{E}}^T(k) \underline{\underline{Q}} \underline{\underline{E}}(k)$ tidak mengandung unsur $\underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}(k)$ sehingga bagian tersebut bisa dianggap konstan sehingga bagian tersebut tidak diikutsertakan dalam proses optimasi untuk menghitung nilai $\underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}(k)$. Persamaan (2.26) kemudian dapat ditulis kembali menjadi

$$V(k) = c_1 - \underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}^T(k) \underline{\underline{G}} + \underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}^T(k) \underline{\underline{H}} \underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}(k) \quad (2.27)$$

dimana

$$\underline{\underline{G}} = 2 \underline{\underline{\Theta}}^T \underline{\underline{C}}_y^T \underline{\underline{Q}} \underline{\underline{E}}(k) \quad (2.28)$$

dan

$$\underline{\underline{H}} = \underline{\underline{\Theta}}^T \underline{\underline{C}}_y^T \underline{\underline{Q}} \underline{\underline{C}}_y \underline{\underline{\Theta}} + \underline{\underline{R}} \quad (2.29)$$

Nilai optimal $\underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}(k)$ dapat dihitung dengan membuat gradien dari $V(k)$ bernilai nol [3]. Gradien $V(k)$ dari persamaan (2.27) adalah

$$\nabla_{\underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}(k)} V(k) = -\underline{\underline{G}} + 2 \underline{\underline{H}} \underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}(k) \quad (2.30)$$

Dengan membuat nol nilai $\nabla_{\underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}(k)} V(k)$ pada persamaan (2.30), maka didapatkan nilai optimal dari perubahan sinyal kendali sebagai berikut:

$$\underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}(k)_{opt} = \frac{1}{2} \underline{\underline{H}}^{-1} \underline{\underline{G}} \quad (2.31)$$

Setelah nilai matriks $\underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}(k)$ didapatkan, maka nilai yang digunakan untuk mengubah sinyal kendali hanya nilai dari baris pertama matriks $\underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}(k)$ sedangkan nilai dari baris yang lain dari matriks $\underline{\underline{A}} \underline{\underline{U}}(k)$ dibuang [3].

2.7 Strategi Pengendali Model Predictive Control dengan Constraints

Pada setiap kendali proses, pasti terdapat batasan atau *constraints* pada amplitudo sinyal kendali. Selain itu, besarnya *slew rate* sinyal kendali juga dapat menjadi batasan. Persamaan *constraints* untuk amplitudo dan *slew rate* sinyal kendali secara berturut-turut adalah sebagai berikut

$$\underline{F}U(k) \leq \underline{f} \quad (2.32)$$

$$\underline{E}\Delta U(k) \leq \underline{e} \quad (2.33)$$

Pada algoritma MPC, yang akan dihitung adalah nilai optimal perubahan sinyal kendali $\Delta U(k)$ sehingga sangat perlu untuk mengubah bentuk *constraints* yang belum mengandung $\Delta U(k)$ menjadi bentuk *constraints* yang mengandung $\Delta U(k)$. Sebagai contoh adalah pertidaksamaan (2.32), karena pada pertidaksamaan (2.32) belum mengandung $\Delta U(k)$ maka bentuk pertidaksamaan (2.32) harus diubah terlebih dahulu menjadi bentuk yang mengandung $\Delta U(k)$.

Untuk *constraints* yang berupa batasan nilai maksimum dan minimum sinyal kendali, maka pertidaksamaannya dapat ditulis sebagai berikut

$$\underline{u}_{\min} \leq \underline{u}(k) \leq \underline{u}_{\max} \quad (2.34)$$

Pertidaksamaan (2.34) dapat ditulis menjadi dua bentuk yang terpisah seperti berikut ini

$$-\underline{u}(k) \leq -\underline{u}_{\min} \quad (2.35)$$

$$\underline{u}(k) \leq \underline{u}_{\max} \quad (2.36)$$

Pertidaksamaan (2.35) dan (2.36) masing-masing dapat ditulis dalam bentuk yang mengandung $\Delta U(k)$ menjadi

$$-\underline{F}'\Delta U(k) \leq -\underline{u}_{\min} + \underline{F}_1 u(k-1) \quad (2.37)$$

$$\underline{F}'\Delta U(k) \leq \underline{u}_{\max} - \underline{F}_1 u(k-1) \quad (2.38)$$

dimana

$$\underline{F}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{Hu \times Hu} \quad (2.39)$$

dan

$$\underline{F}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{H_{ux} \times 1} \quad (2.40)$$

Untuk pertidaksamaan (2.33), bentuknya tidak perlu diubah lagi karena pada pertidaksamaan tersebut sudah mengandung unsur $\underline{\Delta U}(k)$.

Pertidaksamaan (2.33), (2.37), dan (2.38) kemudian dapat disusun menjadi sebuah vektor matriks sebagai berikut

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -\underline{F}' \\ \underline{F}' \\ \underline{E} \end{bmatrix}}_{\underline{\Omega}} \underbrace{\underline{\Delta U}(k)}_{\underline{\delta}} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} -\underline{u}_{\min} + \underline{F}_1 u(k-1) \\ \underline{u}_{\max} - \underline{F}_1 u(k-1) \\ \underline{e} \end{bmatrix}}_{\underline{\omega}} \quad (2.41)$$

Vektor matriks pada pertidaksamaan (2.41) digunakan pada perhitungan nilai optimal perubahan sinyal kendali $\underline{\Delta U}(k)_{opt}$.

2.8 Metode *Quadratic Programming*

Fungsi kriteria pada pengendali MPC dengan *constraints* sama dengan fungsi kriteria pada pengendali MPC tanpa *constraints* (persamaan (2.35)). Permasalahan utama proses optimasi ini adalah meminimalkan fungsi kriteria

$$\underline{\Delta U}^T(k) \underline{\mathcal{H}} \underline{\Delta U}(k) - \underline{\Delta U}^T(k) \underline{\mathcal{G}} \quad (2.42)$$

berdasarkan pada pertidaksamaan *constraints* (2.43) atau

$$\min_{\underline{\delta}} \frac{1}{2} \underline{\delta}^T \underline{\Phi} \underline{\delta} + \underline{\phi} \underline{\delta} \quad (2.43)$$

berdasarkan pada *constraints*

$$\underline{\Omega} \underline{\delta} \leq \underline{\omega} \quad (2.44)$$

Bentuk (2.42) dan (2.44) adalah masalah optimasi standar yang disebut sebagai permasalahan *Quadratic Programming* (QP). Bila ada bagian yang aktif di dalam himpunan *constraints* pada persamaan (2.44), maka bagian aktif tersebut akan membuat pertidaksamaan (2.44) menjadi suatu persamaan

$$\underline{\Omega}_a \underline{\delta} = \underline{\omega}_a \quad (2.45)$$

dengan matriks $\underline{\Omega}_a$ adalah bagian yang aktif dari matriks pertidaksamaan (2.44). Persamaan (2.45) kemudian dijadikan sebagai *constraints* dari fungsi kriteria pada persamaan (2.43).

Permasalahan optimasi persamaan (2.43) dengan subyek terhadap persamaan (2.45) dapat diselesaikan dengan teori pengali *Lagrange*

$$\min_{\underline{\delta}, \underline{\lambda}} L(\underline{\delta}, \underline{\lambda}) \quad (2.46)$$

dengan

$$L(\underline{\delta}, \underline{\lambda}) = \frac{1}{2} \underline{\delta}^T \underline{\Phi} \underline{\delta} + \underline{\phi} \underline{\delta} + \underline{\lambda} (\underline{\Omega}_a \underline{\delta} - \underline{\omega}_a) \quad (2.47)$$

Selanjutnya dengan melakukan diferensiasi parsial terhadap $\underline{\delta}$ dan $\underline{\lambda}$ dari persamaan (2.47), maka didapatkan kondisi *Karush-Kuhn-Tucker* sebagai berikut

$$\nabla_{\underline{\delta}} L(\underline{\delta}, \underline{\lambda}) = \underline{\Phi} \underline{\delta} + \underline{\phi} + \underline{\Omega}_a^T \underline{\lambda} \quad (2.48)$$

$$\nabla_{\underline{\lambda}} L(\underline{\delta}, \underline{\lambda}) = \underline{\Omega}_a \underline{\delta} - \underline{\omega}_a \quad (2.49)$$

atau

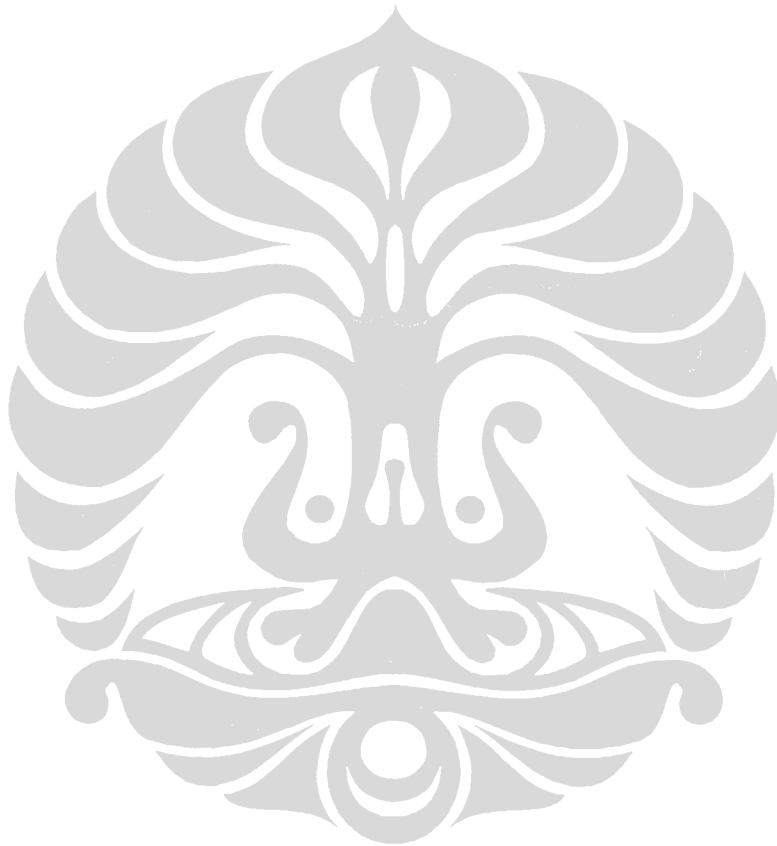
$$\nabla L(\underline{\delta}, \underline{\lambda}) = \begin{bmatrix} \underline{\Phi} & \underline{\Omega}_a^T \\ \underline{\Omega}_a & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\delta} \\ \underline{\lambda} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\underline{\phi} \\ \underline{\omega}_a \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Selanjutnya dengan membuat $\nabla L(\underline{\delta}, \underline{\lambda}) = 0$, maka didapatkan solusi optimal untuk $\underline{\delta}$ dan $\underline{\lambda}$ sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} \underline{\delta} \\ \underline{\lambda} \end{bmatrix}_{opt} = \begin{bmatrix} \underline{\Phi} & \underline{\Omega}_a^T \\ \underline{\Omega}_a & \underline{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\underline{\phi} \\ \underline{\omega}_a \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Solusi pada *Quadratic Programming* pada kondisi normal menghasilkan nilai yang *feasible*, yaitu nilai yang memenuhi pertidaksamaan *constraints* yang ada dan dapat menghasilkan nilai fungsi kriteria minimum. Masalah yang paling

sering muncul pada optimasi dengan *constraints* adalah solusi yang *infeasible*, dimana nilai yang dihasilkan tidak memenuhi pertidaksamaan *constraints* yang ada. *QP solver* akan menghentikan proses perhitungan jika terjadi solusi yang *infeasible*. Hal ini tentu tidak dapat diterima karena sinyal kendali hasil komputasi harus selalu ada untuk digunakan sebagai masukan bagi *plant*, sehingga sangat penting untuk membuat metode cadangan dalam menghitung sinyal masukan ketika algoritma MPC diterapkan.



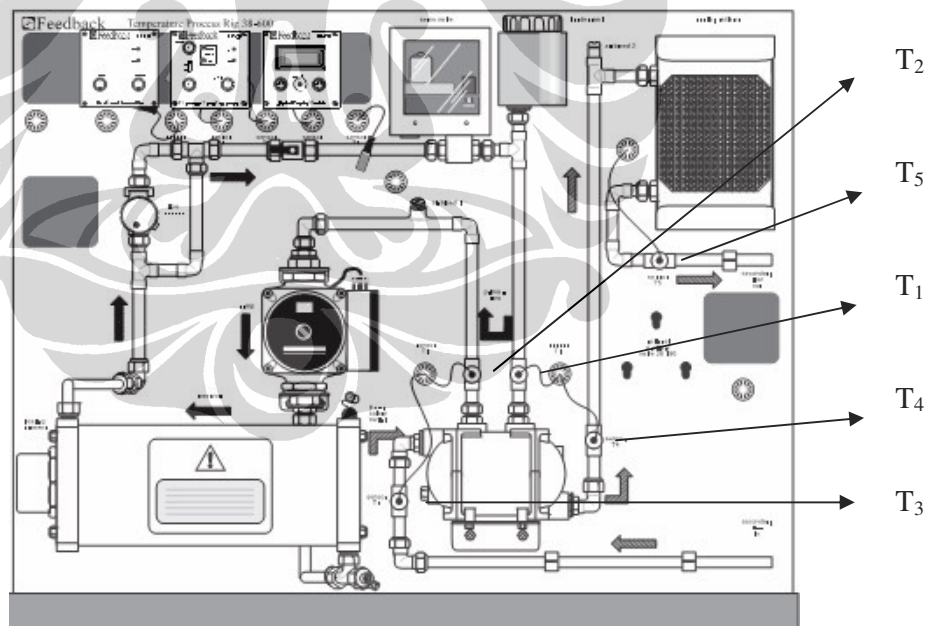
BAB 3

PERANCANGAN PENGENDALI MPC UNTUK SISTEM *HEAT EXCHANGER*

3.1 Pemodelan *Heat Exchanger*

Sistem *Level/Flow and Temperature Process Rig 38-003* merupakan gabungan dari dua buah sistem yang dapat berdiri sendiri yaitu *Basic Process Rig 38-100* dan *Temperature Process Rig 38-600*. *Basic Process Rig 38-100* akan dipakai sebagai penyalur fluida primer ke *Temperature Process Rig 38-600*. *Temperature Process Rig 38-600* tersusun dari beberapa komponen dasar, antara lain : *Closed Primary Hot Water Circuit, Electrical Heater, Heat Exchanger, 2 Motorized Flow Valves, Pulse Flow Sensor, 5 Thermistor Temperature Sensor, Fan-Assisted Cooling Radiator, Signal Conditioning Units*.

Berikut ini diberikan sketsa dari *Temperature Process Rig 38-600* :



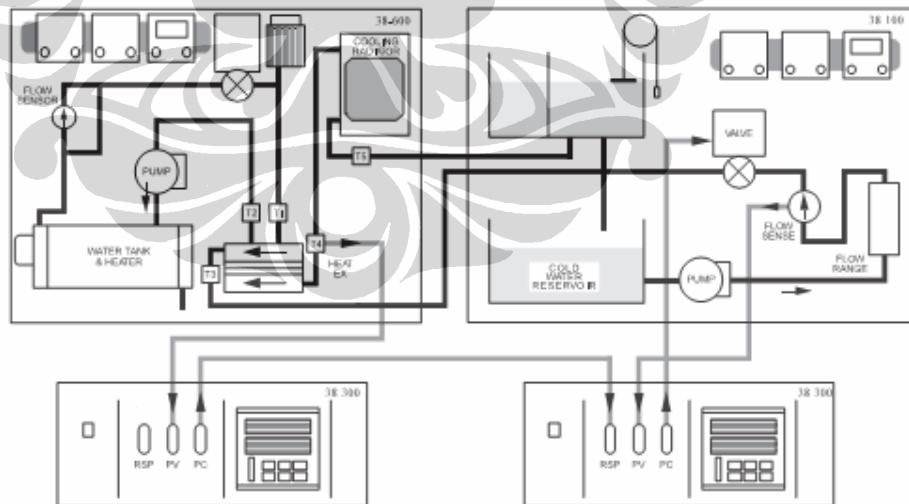
Gambar 3.1 Sketsa *Temperature Process Rig 38-600*

Sistem diatas termasuk kedalam *Heat Exchanger* jenis *Shell and Tube* dengan arah aliran *Counter-current*. Hubungan-hubungan dari kelima thermistor diatas adalah [2]:

1. T_2 seharusnya lebih rendah dari T_1 , panas dihantarkan dari bagian primer ke bagian sekunder.
2. T_3 seharusnya lebih rendah dari T_4 , air dingin dipanaskan didalam *Heat Exchanger*.
3. T_5 seharusnya lebih rendah dari T_4 , air yang tadinya dipanaskan harus didinginkan sebelum kembali ke *sump*.

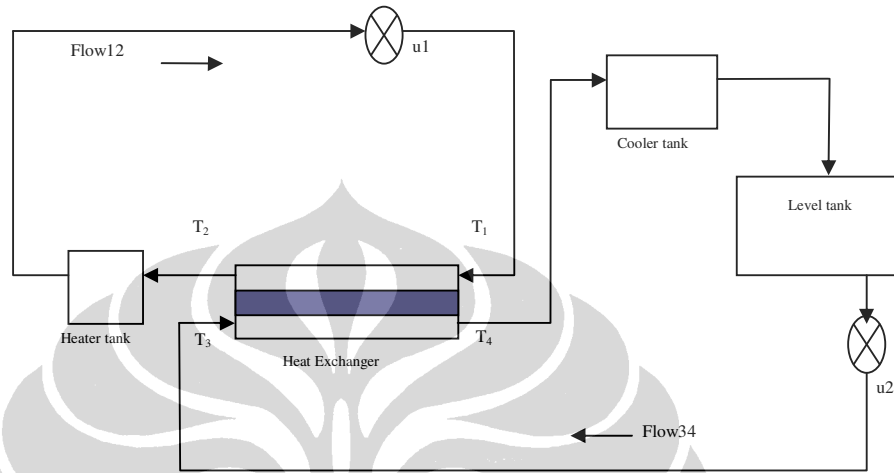
Pada Tesis ini, sumber fluida utama untuk *Temperature Process Rig 38-600* akan disediakan secara langsung oleh *Basic Process Rig 38-100*. Oleh karena itu, *outlet Basic Process Rig 38-100* akan dihubungkan ke *inlet Temperature Process Rig 38-600* sedangkan *outlet Temperature Process Rig 38-600* akan dihubungkan ke *sump Basic Process Rig 38-100*.

Berikut ini adalah sketsa dari gabungan *Basic Process Rig 38-100* dan *Temperature Process Rig 38-600* yang selanjutnya akan dinamakan dengan *Level/Flow and Temperature Process Rig 38-003* :



Gambar 3.2. Sketsa *Level/Flow and Temperature Process Rig 38-003*

Untuk selanjutnya, penelitian tesis ini dibatasi hanya disekitaran sistem *Heat Exchanger*-nya saja. Dengan mengabaikan pemodelan pada sistem pemanas dan sistem pendingin, maka sistem pemanas dan pendingin dianggap telah memiliki nilai konstan. Sketsanya dapat dilihat pada gambar 3.3.



Gambar 3.3 Sketsa Sistem *Heat Exchanger*

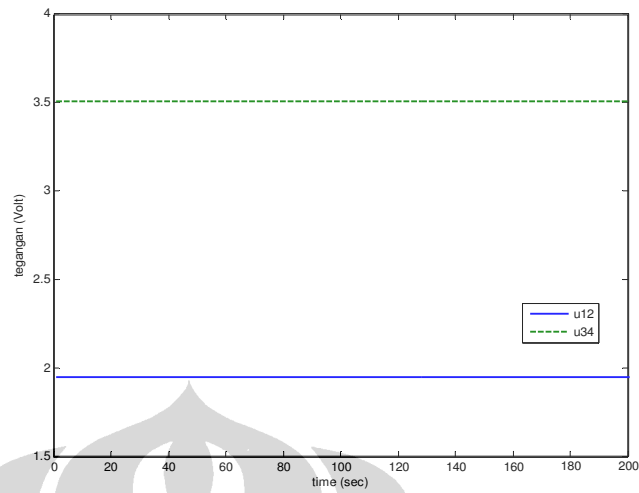
3.2 Model Dinamik Sistem

Dalam kondisi setimbang dari persamaan (2.1) dan (2.2), perubahan suhu pada *Heat Exchanger* dapat dirumuskan dalam persamaan diferensial non linear [5]:

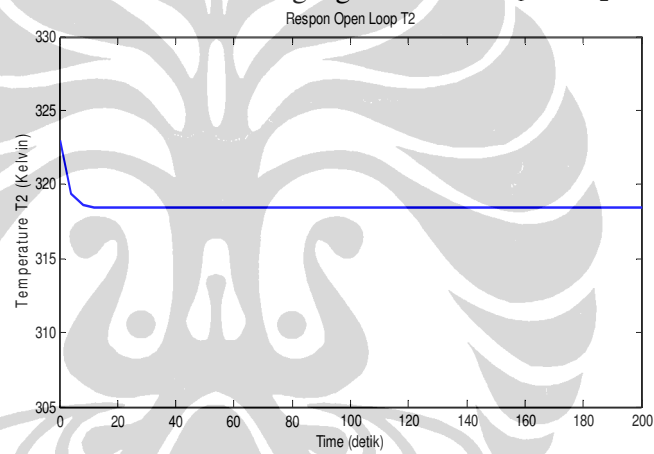
$$\rho_H C_H V_H \frac{dT_2}{dt} = \rho_H C_H f_H (T_1 - T_2) - UA \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{T_3 + T_4}{2} \right) \quad (3.1)$$

$$\rho_C C_C V_C \frac{dT_4}{dt} = \rho_C C_C f_C (T_3 - T_4) + UA \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{T_3 + T_4}{2} \right) \quad (3.2)$$

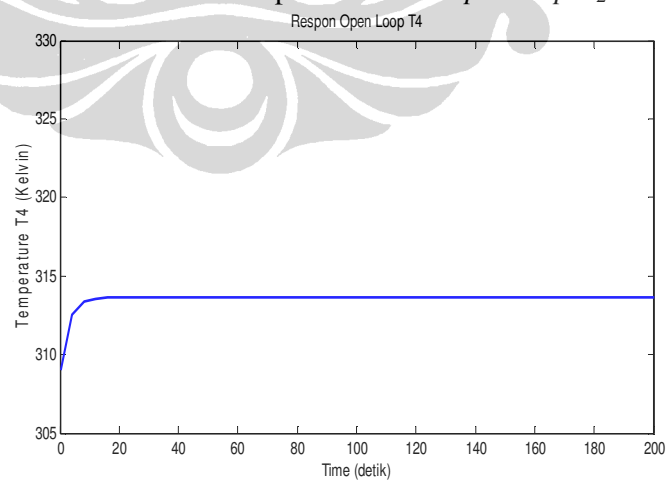
Respons uji *open loop* adalah sebagai berikut:



Gambar 3.4 Tegangan masukan u_1 dan u_2



Gambar 3.5 Respons keluaran *open loop* T_2



Gambar 3.6 Respon keluaran *open loop* T_4

Untuk mendapatkan model linier yang paling tepat mewakili sistem *Heat Exchanger*, maka diperlukan linearisasi sistem disekitaran *operating point*-nya

Untuk persamaan (3.1):

$$\rho_H C_H V_H \frac{dT_2}{dt} = \rho_H C_H f_H (T_1 - T_2) - UA \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{T_3 + T_4}{2} \right)$$

Linearisasi nya:

$$\rho_H C_H V_H \frac{dT_2}{dt} = \rho_H C_H f_H (T_1 - T_2) - UA \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{T_3 + T_4}{2} \right)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{\rho_H C_H f_H T_1}{\rho_H C_H V_H} - \frac{\rho_H C_H f_H T_2}{\rho_H C_H V_H} - \left(UA \frac{T_1 + T_2}{2\rho_H C_H V_H} - UA \frac{T_3 + T_4}{2\rho_H C_H V_H} \right)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{f_H T_1}{V_H} - \frac{f_H T_2}{V_H} - \frac{UAT_1}{2\rho_H C_H V_H} - \frac{UAT_2}{2\rho_H C_H V_H} + \frac{UAT_3}{2\rho_H C_H V_H} + \frac{UAT_4}{2\rho_H C_H V_H}$$

$$F_1 = f_1(u_1, u_2, T_2, T_4)$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial u_1} \right|_{u_1=u_{1,ss}} = \frac{Kvq_{12} \cdot T_1}{V_H} - \frac{Kvq_{12} \cdot T_2}{V_H}$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \right|_{u_2=u_{2,ss}} = 0$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial T_2} \right|_{T_2=T_{2,ss}} = -\frac{Kvq_{12} \cdot u_1}{V_H} - \frac{UAT_2}{2\rho_H C_H V_H}$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial T_4} \right|_{T_4=T_{4,ss}} = \frac{UAT_4}{2\rho_H C_H V_H}$$

$$\delta \dot{T}_2 = \frac{\partial f_1}{\partial u_1} (u_1 - u_{1,ss}) + \frac{\partial f_1}{\partial u_2} (u_2 - u_{2,ss}) + \frac{\partial f_1}{\partial T_2} (T_2 - T_{2,ss}) + \frac{\partial f_1}{\partial T_4} (T_4 - T_{4,ss}) \quad (3.3)$$

Untuk persamaan (3.2)

$$\rho_C C_C V_C \frac{dT_4}{dt} = \rho_C C_C f_C (T_3 - T_4) + UA \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{T_3 + T_4}{2} \right)$$

$$\frac{dT_4}{dt} = \frac{\rho_c C_c f_c T_3}{\rho_c C_c V_c} - \frac{\rho_c C_c f_c T_4}{\rho_c C_c V_c} - \left(UA \frac{(T_1 + T_2)}{2\rho_c C_c V_c} - UA \frac{(T_3 + T_4)}{2\rho_c C_c V_c} \right)$$

$$\frac{dT_4}{dt} = \frac{f_c T_3}{V_c} - \frac{f_c T_4}{V_c} + \frac{UAT_1}{2\rho_c C_c V_c} + \frac{UAT_2}{2\rho_c C_c V_c} - \frac{UAT_3}{2\rho_c C_c V_c} - \frac{UAT_4}{2\rho_c C_c V_c}$$

$$F_2 = f_2(u_1, u_2, T_2, T_4)$$

$$\left. \frac{\delta f_2}{\delta u_1} \right|_{u_1=u_{1,ss}} = 0$$

$$\left. \frac{\delta f_2}{\delta u_2} \right|_{u_2=u_{2,ss}} = \frac{Kvq_{34} \cdot T_3}{V_c} - \frac{Kvq_{34} \cdot T_4}{V_c}$$

$$\left. \frac{\delta f_2}{\delta T_2} \right|_{T_2=T_{2,ss}} = \frac{UAT_2}{2\rho_c C_c V_c}$$

$$\left. \frac{\delta f_2}{\delta T_4} \right|_{T_4=T_{4,ss}} = -\frac{Kvq_{34} \cdot u_2}{V_c} - \frac{UAT_4}{2\rho_c C_c V_c}$$

$$\delta \dot{T}_4 = \frac{\partial f_2}{\partial u_1} (u_1 - u_{1,ss}) + \frac{\partial f_2}{\partial u_2} (u_2 - u_{2,ss}) + \frac{\partial f_2}{\partial T_2} (T_2 - T_{2,ss}) + \frac{\partial f_2}{\partial T_4} (T_4 - T_{4,ss}) \quad (3.4)$$

Dari persamaan (3.3) dan (3.4)

$$\delta \dot{T}_2 = \frac{\partial f_1}{\partial u_1} (u_1 - u_{1,ss}) + \frac{\partial f_1}{\partial u_2} (u_2 - u_{2,ss}) + \frac{\partial f_1}{\partial T_2} (T_2 - T_{2,ss}) + \frac{\partial f_1}{\partial T_4} (T_4 - T_{4,ss})$$

$$\delta \dot{T}_4 = \frac{\partial f_2}{\partial u_1} (u_1 - u_{1,ss}) + \frac{\partial f_2}{\partial u_2} (u_2 - u_{2,ss}) + \frac{\partial f_2}{\partial T_2} (T_2 - T_{2,ss}) + \frac{\partial f_2}{\partial T_4} (T_4 - T_{4,ss})$$

Diperoleh bentuk persamaan *state space*:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Kvq_{42} \cdot u_{1,ss}}{V_H} - \frac{UAT_{2,ss}}{2\rho_H C_H V_H} & \frac{UAT_{4,ss}}{2\rho_H C_H V_H} \\ \frac{UAT_{2,ss}}{2\rho_c C_c V_c} & -\frac{Kvq_{34} \cdot u_{2,ss}}{V_c} - \frac{UAT_{4,ss}}{2\rho_c C_c V_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{kvq_{42} T_{2,ss}}{V_H} - \frac{kvq_{42} T_{4,ss}}{V_H} & 0 \\ 0 & \frac{kvq_{34} T_{2,ss}}{V_c} - \frac{kvq_{34} T_{4,ss}}{V_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

dengan;

x_1 = Temperatur T_2 (*Output hot water*)

x_2 = Temperatur T_4 (*Output cold water*)

u_1 = Tegangan Valve untuk flow T_1 (*Input hot water*)

u_2 = Tegangan Valve untuk flow T_3 (*Input cold water*)

y = *Output sistem (T₂ dan T₄)*

3.3 Perhitungan Nilai Parameter Model Heat Exchanger

Parameter-parameter yang digunakan pada pemodelan sistem *Heat Exchanger* sesuai dengan parameter pada Tabel 3.1 dan Tabel 3.2

Tabel 3.1 Data Spesifik *Heat Exchanger* [1]

No	Nomenclature	Konstanta	Nilai	Satuan
1	Total panjang pipa	L	0.3	Meter
2	Jumlah pipa parallel	N	12	Batang
3	Diameter luar pipa	Do	0.0095	Meter
4	Diameter dalam pipa	Di	0.0077	Meter
5	Bentuk lintasan air dingin	“S”	3	Segmen parallel
6	Panjang body HE	L/3	0.1	Meter
7	Diameter body HE	Dhe	0.078	Meter
8	Tebal rata-rata tutup samping	T	0.0075	Meter
9	Luas penampang alir air dingin	$A_c = \phi/4 * D_i * D_i * n$	0.0005588	m ²
10	Volume air dingin	$V_c = A_c * L + \phi/4 * D_{he} * D_{he} * t * 2$	0.0002393	m ²
11	Volume air panas	$V_h = \phi/4 * (D_{he} * D_{he} - D_o * D_o * n * 3) * L$	0.0002227	m ²
12	Luas dindng luar pipa	$A = \phi * D_o * L * n$	0.1074425	m ²
13	Rapat massa air dingin / panas	Rhoc dan Rhoh	1000	Kg/m ³
14	Kalor spesifik air dingin / panas	Cc dan Ch	1	Kcal/Kg.K
15	Overall heat transfer	U	0.267	Kcal/s.m ² K
16	Flow air dingin maksimal	F _{34init}	5	l/menit
17	Flow air panas maksimal	F _{12init}	9	l/menit
18	Konstanta pengubah tegangan ke debit air dingin	Kvq ₃₄	1.666E-5	m ³ /Vs
19	Konstanta pengubah tegangan ke debit air panas	Kvq ₃₄	3E-5	M ³ /Vs
20	Suhu air panas maksimal	Theat	343	Kelvin
21	Suhu air dingin maksimal	Tcooler	298	Kelvin

Tabel 3.2 Data Keadaan Tunak Titik Kerja [1]:

No	Data keadaan tunak titik kerja:	Konstanta	Nilai	Satuan
1	Debit air dingin	F_{12ss}	5.833E-05	M^3/s
2	Debit air panas	F_{34ss}	5.833E-05	M^3/s
3	Suhu air panas masuk	T_{1ss}	323	Kelvin
4	Suhu air panas keluar	T_{2ss}	318.3	Kelvin
5	Suhu air dingin masuk	T_{3ss}	309	Kelvin
6	Suhu air dingin keluar	T_{4ss}	313.6K	Kelvin

Dengan memasukkan nilai parameter dari tabel (3.1) dan (3.2) ke persamaan (3.5), maka diperoleh model *state space* hasil linearisasi disekitar *operating point* adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0.3263 & 0.06441 \\ 0.05994 & -0.3028 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0.6215 & 0 \\ 0 & -0.3211 \end{bmatrix}}_B \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

dengan;

x_1 = Temperatur T_2 (Output hot water)

x_2 = Temperatur T_4 (Output cold water)

u_1 = Tegangan Valve untuk flow T_1 (Input hot water)

u_2 = Tegangan Valve untuk flow T_3 (Input cold water)

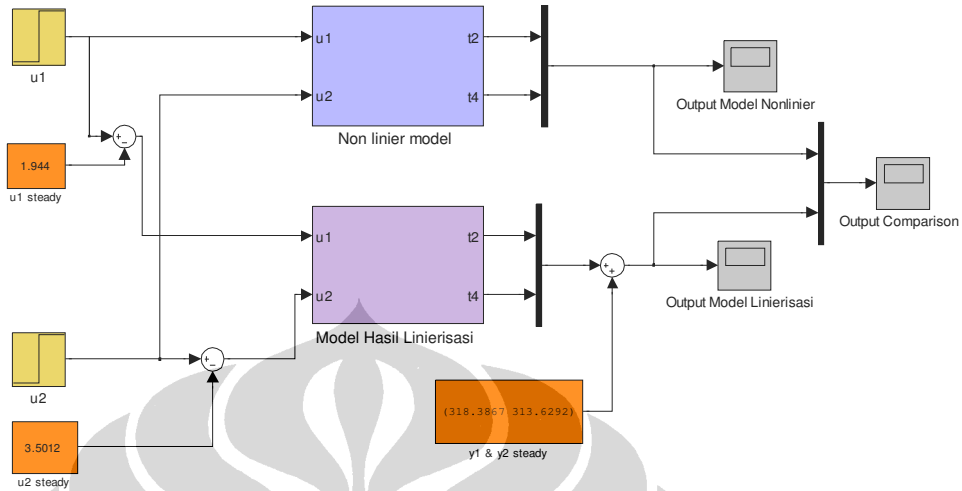
y = Output sistem (T_2 dan T_4)

Selain melalui linierisasi matematis, model linier yang sama dengan persamaan (3.6) juga diperoleh jika dilakukan linierisasi sistem dengan menggunakan fungsi analisa linier pada Simulink.

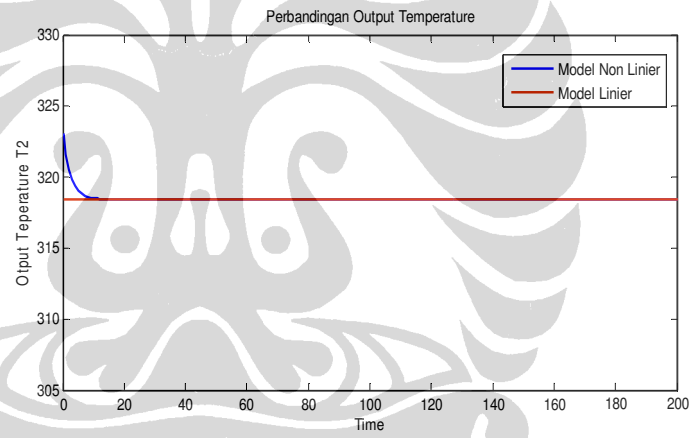
3.4. Validasi Model

Validasi model dilakukan untuk mengetahui kemiripan karakteristik sistem yang sebenarnya (model *non* linier) dengan model hasil linierisasi. Validasi dilakukan pada titik operasi $u_1 = 1.944$ V, $u_2 = 3.5012$ V dan $y_1 = 318.3867$, $y_2 =$

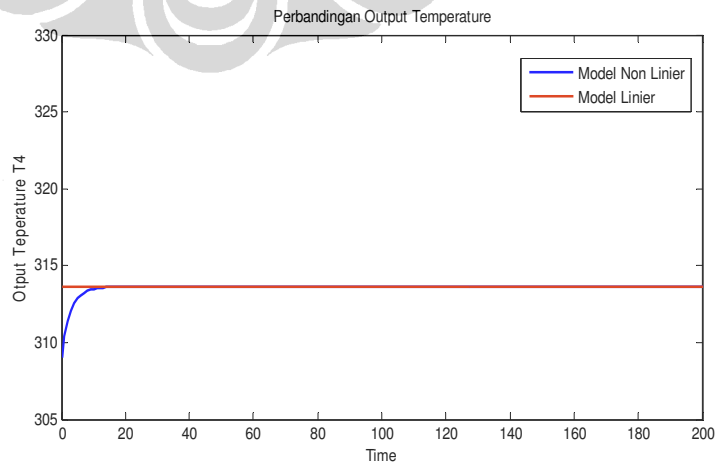
313.6293. Model linier yang digunakan adalah hasil linierisasi pada persamaan (3.6). Diagram blok validasi dengan simulink dapat dilihat pada gambar 3.7.



Gambar 3.7. Simulink validasi model linier pada *operating point*



Gambar 3.8 Output T_2



Gambar 3.9. Output T_4

Dari simulasi yang telah dilakukan, terlihat bahwa output Model Linearisasi memiliki karakteristik yang sama dengan model non linier. Hal ini menunjukkan bahwa model linier ini dapat digunakan dalam simulasi sistem *Heat Exchanger* dan sebagai model dasar dalam perancangan algoritma pengendali *Model Predictive Control*.

3.5. Perhitungan *Sampling Time*

Agar dapat mempresentasikan bagian transient sistem dengan baik yang diwakili oleh 4 sampai 20 data pencuplikan dalam rentang waktu *settling time* [4], maka nilai interval waktu pecuplikan dinyatakan dalam perumusan:

$$\frac{1}{20}T_{95} \leq h \leq \frac{1}{5}T_{95} \quad (3.7)$$

Dengan T_{95} adalah *settling time* dengan kriteria 5%. Respons sistem loop terbuka dengan masukan konstan sebesar $U_{1ss}=1.944$ volt dan $U_{2ss}=3.5012$ volt.

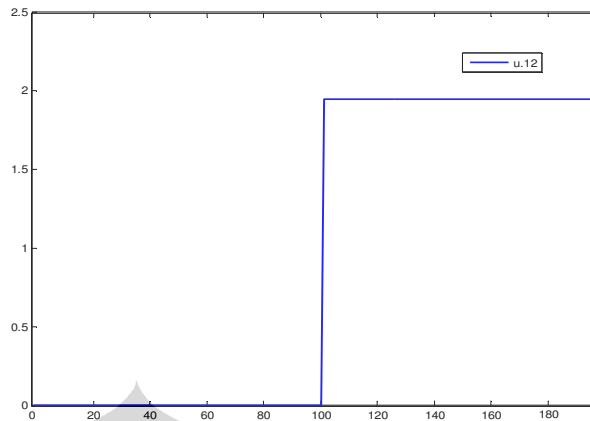
1. Untuk Kriteria *Settling Time* 5% :

- Pada T_2 , Nilai *Operating Point* T_2 adalah 318.3 K , maka batas kriteria 5 % adalah 302.39 K sampai dengan 334.21 K.
- Pada T_4 , Nilai *Operating Point* T_4 adalah 313.6 K, maka batas kriteria 5 % adalah 297.92 K sampai dengan 329.28 K.

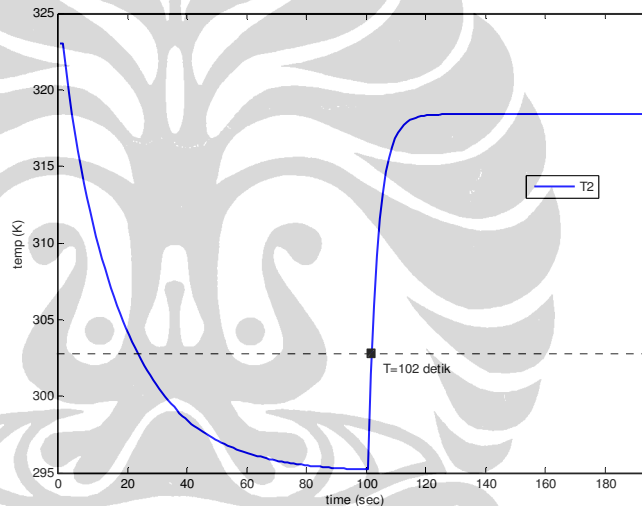
2. Simulasi *Open Loop* Respons terhadap model nonlinier

a. Kondisi 1

Input U_1 *Step* pada detik ke – 100 dari 0 ke nilai *operating point*-nya (1.944) dan input U_2 steady di nilai *operating point*-nya (3.5012).



Gambar 3.10. Input Tegangan *Step* u_{1ss}

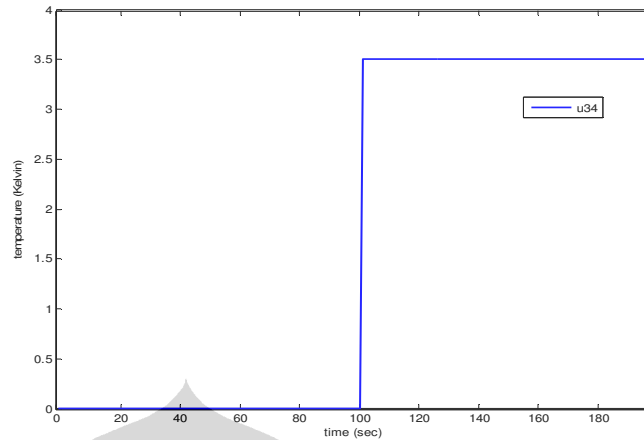


Gambar 3.11 Respon keluaran T_2 untuk input *step* u_{1ss}

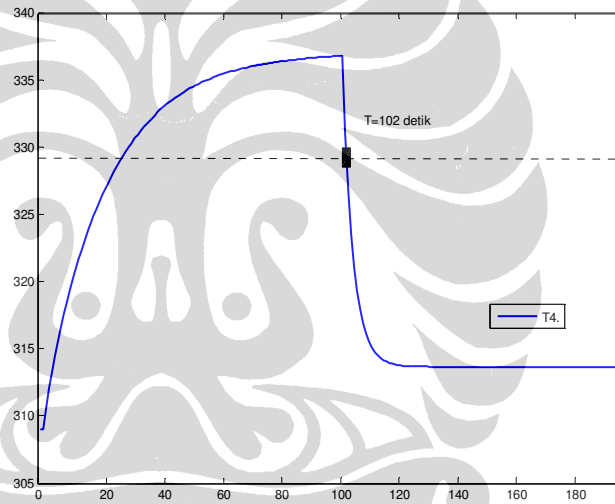
Untuk respon kondisi 1, diperoleh bahwa output T_2 mencapai nilai *settle* minimum 302.39 disekitar detik ke 102. Karena input u_1 *step* pada detik ke 100, maka nilai *Settling Time* = 102 – 100 = 2 detik.

b. Kondisi 2

Input U_2 *Step* pada detik ke – 100 dari 0 ke nilai *operating point*-nya (3.5012) dan input U_1 *steady* di nilai *operating point*-nya (1.944).



Gambar 3.12 Input Tegangan Step u_{2ss}



Gambar 3.13 Respon keluaran T_4 untuk input step u_{2ss}

Untuk respon kondisi 2, diperoleh bahwa output T_4 mencapai nilai *settle* minimum 329.28 disekitar detik ke 102. Karena input u_{12} step pada detik ke 100, maka nilai *Settling Time* = 102 – 100 = 2 detik.

3. Dari langkah atas, diperoleh nilai *Settling Time* (T_s) adalah 2 detik yang digunakan sebagai acuan untuk menentukan besar *Sampling Time* (h)

sistem berdasarkan hubungan persamaan (3.7): $\frac{1}{20} T_s \leq h \leq \frac{1}{5} T_s$

Dari hubungan tersebut, didapatkan rentang *sampling time* yang tepat adalah $0.1 \leq h \leq 0.4$. Untuk simulasi selanjutnya, akan digunakan *sampling time* (h) sebesar 0.25 detik.

Dengan menggunakan *sampling time* 0.25 detik, model diskrit linier dari sistem heat exchanger pada pers. 3.6 adalah:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 0.9218 & 0.01489 \\ 0.01385 & 0.9272 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0.1492 & -0.0006134 \\ 0.001105 & -0.07731 \end{bmatrix} (u) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(k) \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.6. Nilai Eigen Sistem

Untuk pengecekan kestabilan sistem, maka diperlukan *eigen value* sistem. *Eigen value* dapat dicari dengan rumus:

$$[\lambda I - A] = 0 \quad (3.9)$$

$$[\lambda I - A] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & \lambda_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.9218 & 0.01489 \\ 0.01385 & 0.9272 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9099 \\ 0.9391 \end{bmatrix}$$

Semua nilai *Eigen* model sistem berada pada skala $0 \leq P \leq 1$ maka sistem adalah stabil.

3.7. Uji Observability dan Controllability Sistem

Pengujian *Observability* dan *Controllability* terhadap suatu model merupakan langkah penting yang harus dilakukan terlebih dahulu sebelum menentukan layak tidaknya sebuah model untuk dijadikan sebagai dasar perancangan sebuah pengendali. Uji *observability* sistem dimaksudkan untuk mengetahui apakah sistem tersebut benar-benar dapat diobservasi dan untuk mengetahui apakah *state-state* yang diamati tersebut dapat mewakili keadaan sistem yang sebenarnya. Sedangkan uji *controllability* akan menentukan apakah sistem yang diwakili oleh model tersebut dapat dikendalikan oleh sebuah pengendali.

Asumsikan bahwa model ruang keadaan sistem *Heat Exchanger* yang ditunjukkan pada persamaan (3.6) dapat diwakili oleh persamaan berikut :

$$x((k+1)T) = Ax(kT) + Bu(kT) \quad (3.10)$$

$$y(kT) = Cx(kT) \quad (3.11)$$

Untuk melakukan pengetesan *observability* dari suatu sistem, langkah yang harus dilakukan adalah membentuk matriks *observability* seperti yang ditunjukkan oleh persamaan berikut :

$$Q_o = \left[C^T : A^T C^T : \dots : (A^T)^{n-1} C^T \right] \quad (3.12)$$

dimana :

- n adalah jumlah *state* yang dimiliki oleh sebuah sistem.
- Sistem *observable* jika matriks *observability* memiliki *rank* sebanyak n (jumlah *state*).

Dengan menggunakan matriks C dan A persamaan (3.8) ke dalam persamaan (3.12), didapatkan matriks *observability* berikut ini;

$$Q_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0.9218 & 0.0149 \\ 0.0138 & 0.9272 \end{bmatrix}$$

Rank dari matriks Q_o adalah 2, dengan Rank matriks A dari model. Hal ini menunjukkan bahwa sistem bersifat *Observable* sempurna.

Untuk melakukan pengetesan *controllability* dari suatu sistem, langkah yang harus dilakukan adalah membentuk matriks *controllability* seperti yang ditunjukkan oleh persamaan berikut :

$$Q_c = [B : AB : \dots : A^{n-1} B] \quad (3.13)$$

dimana :

- n adalah jumlah *state* yang dimiliki oleh sebuah sistem.
- Sistem *controllable* jika matriks *controllability* memiliki *rank* sebanyak n (jumlah *state*).

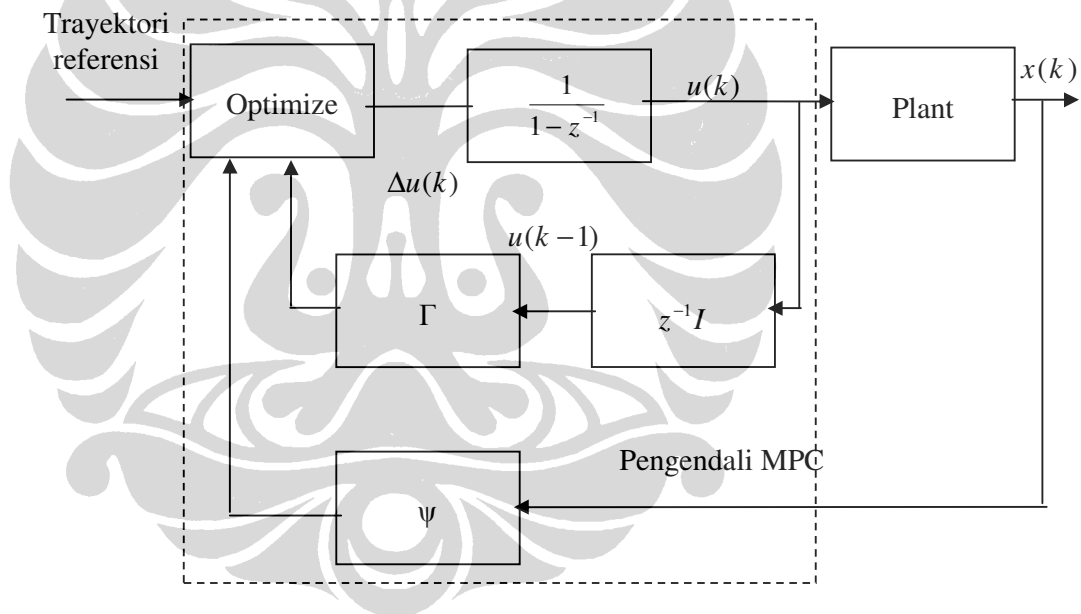
Dengan menggunakan matriks B dan A persamaan (3.8.) ke dalam persamaan (3.12), didapatkan matriks *controllability* berikut ini;

$$Q_c = \begin{bmatrix} 0.1492 & -0.0006 & 0.1375 & -0.0017 \\ 0.011 & -0.0773 & 0.0031 & -0.0717 \end{bmatrix}$$

Rank dari matriks Q_c adalah 2, dengan Rank matriks A dari model. Hal ini menunjukkan bahwa sistem bersifat *controllable* sempurna.

3.8. Algoritma Model Predictive Control dengan Constraints

Struktur pengendali MPC dengan *constraints* untuk model ruang keadaan terdapat pada gambar 3.14. Dari blok diagram tersebut, terlihat bahwa prediksi perubahan sinyal masukan sekarang ($\Delta u(k)$) membutuhkan data dari variabel keadaan sekarang $\underline{x}(k)$ dan masukan satu langkah sebelumnya $u(k-1)$.



Gambar 3.14. Blok Diagram Pengendali MPC dengan *Constraints*.

Algoritma perhitungan perubahan sinyal kendali pada MPC dengan *constraints* adalah sebagai berikut :

1. Parameter pengendali yang terlebih dahulu harus ditentukan antara lain horizon prediksi (H_p), horizon kendali (H_u), matriks faktor bobot kesalahan (Q), dan matriks faktor bobot perubahan sinyal kendali (R).

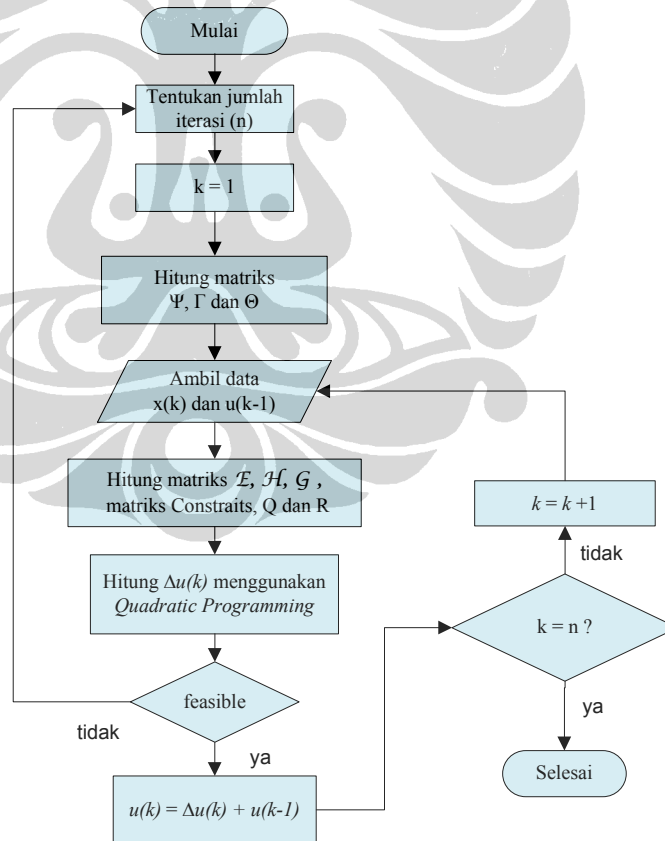
- Matriks \mathcal{F} dihitung dengan menggunakan persamaan (2.25), serta matriks \mathcal{H} dan \mathcal{G} yang terdapat pada fungsi kriteria persamaan (2.29) dihitung masing-masing dengan menggunakan persamaan (2.31) dan (2.30).
- Parameter batasan (*constraints*) fisik sistem diubah ke dalam bentuk pertidaksamaan yang memiliki hubungan dengan perubahan sinyal kendali (ΔU).

$$\underline{\Omega} \Delta U(k) \leq \underline{\omega} \quad (3.14)$$

- Menghitung perubahan sinyal kendali optimal Δu_{opt} dengan menggunakan metode *Quadratic Programming*.
- Menghitung sinyal kendali $u(k)$ dimana

$$u(k) = \Delta u(k) + u(k-1) \quad (3.15)$$

Diagram alir untuk perhitungan sinyal kendali dengan menggunakan MPC dengan *constraints* adalah seperti gambar 3.15.



Gambar 3.15. Diagram alir algoritma MPC dengan *Constraints*

Metode yang digunakan pada *Quadratic Programming* dalam menghitung nilai $\underline{\Delta U}$ adalah *Active Set*. Dengan menggunakan fungsi *fmincon* pada mfile MATLAB yang berfungsi untuk meminimasi fungsi kriteria dengan alur operasi seperti dijelaskan berikut ini.

1. Fungsi kriteria pada persamaan (2.37), diubah menjadi seperti berikut

$$V(\underline{\Delta U}(k)) = \frac{1}{2} \underline{\Delta U}^T(k) 2\underline{\mathcal{H}} \underline{\Delta U}(k) - \underline{\Delta U}^T(k) \underline{\mathcal{G}} \quad (3.16)$$

berdasarkan *constraints*

$$\underline{\Omega} \underline{\Delta U}(k) \leq \underline{\omega} \quad (3.17)$$

2. Nilai $\underline{\Delta U}_r$ dipilih sedemikian sehingga pertidaksamaan *constraints* (3.17) menjadi sebuah persamaan seperti berikut

$$\underline{\Omega}_r \underline{\Delta U}_r = \underline{\omega}_r \quad (3.18)$$

Elemen yang membuat pertidaksamaan menjadi persamaan disebut elemen aktif .

3. Menghitung nilai \underline{d} yang merupakan pergerakan $\underline{\Delta U}_r$ dalam meminimasi fungsi kriteria sehingga fungsi kriteria pada persamaan (3.16) berubah menjadi

$$\begin{aligned} V(\underline{\Delta U}_r + \underline{d}) &= \frac{1}{2} (\underline{\Delta U}_r + \underline{d})^T 2\underline{\mathcal{H}} (\underline{\Delta U}_r + \underline{d}) - (\underline{\Delta U}_r + \underline{d})^T \underline{\mathcal{G}} \\ &= \frac{1}{2} \underline{d}^T \underbrace{2\underline{\mathcal{H}}}_{\underline{\Phi}} \underline{d} + \underline{d}^T \underbrace{(2\underline{\mathcal{H}} \underline{\Delta U}_r - \underline{\mathcal{G}})}_{\underline{\phi}_r} + V(\underline{\Delta U}_r) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Nilai \underline{d} tidak boleh mempengaruhi pertidaksamaan *constraints* (3.17), sehingga persamaan *constraints* untuk persamaan (3.19) adalah

$$\underline{\Omega}_r \underline{d} = \underline{0} \quad (3.20)$$

4. Dari persamaan (3.19) dan (3.20), nilai optimal \underline{d} sepanjang *constraints* yang aktif dapat dihitung dengan menyelesaikan fungsi kuadrat berikut

$$\min \frac{1}{2} \underline{d}^T \underline{\Phi} \underline{d} + \underline{d}^T \underline{\phi}_r \quad (3.21)$$

dengan *constraints*

$$\underline{\Omega}_r \underline{d} = \underline{0} \quad (3.22)$$

Nilai pengali *Lagrange* $\underline{\lambda}_r$ untuk persamaan (3.21) dan (3.22) dihitung berdasarkan kondisi *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT) seperti berikut

$$\begin{bmatrix} \underline{\Phi} & \underline{\Omega}^T \\ \underline{\Omega} & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{d} \\ \underline{\lambda}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underline{\phi}_r \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

dimana nilai $\underline{\Delta U}_r$ yang terdapat pada matriks $\underline{\phi}_r$ ditentukan pada langkah (2). Hasil perhitungan \underline{d} dan $\underline{\lambda}_r$ akan mempengaruhi tahapan berikutnya, yaitu :

- a. Jika semua $\underline{\lambda}_r > 0$ dan $\underline{d} = 0$, maka proses komputasi selesai dan nilai $\underline{\Delta U}_r$ merupakan nilai optimal untuk $\underline{\Delta U}(k)$.
 - b. Jika semua $\underline{\lambda}_r > 0$ dan ada nilai $d \neq 0$, maka lanjut ke langkah (5).
 - c. Jika ada nilai $\lambda_r < 0$, maka *constraint* yang memiliki nilai λ_r paling negatif dibuang, kemudian lanjut ke langkah (5).
5. Nilai faktor koreksi pergerakan nilai optimal α_r dihitung dengan menggunakan rumus

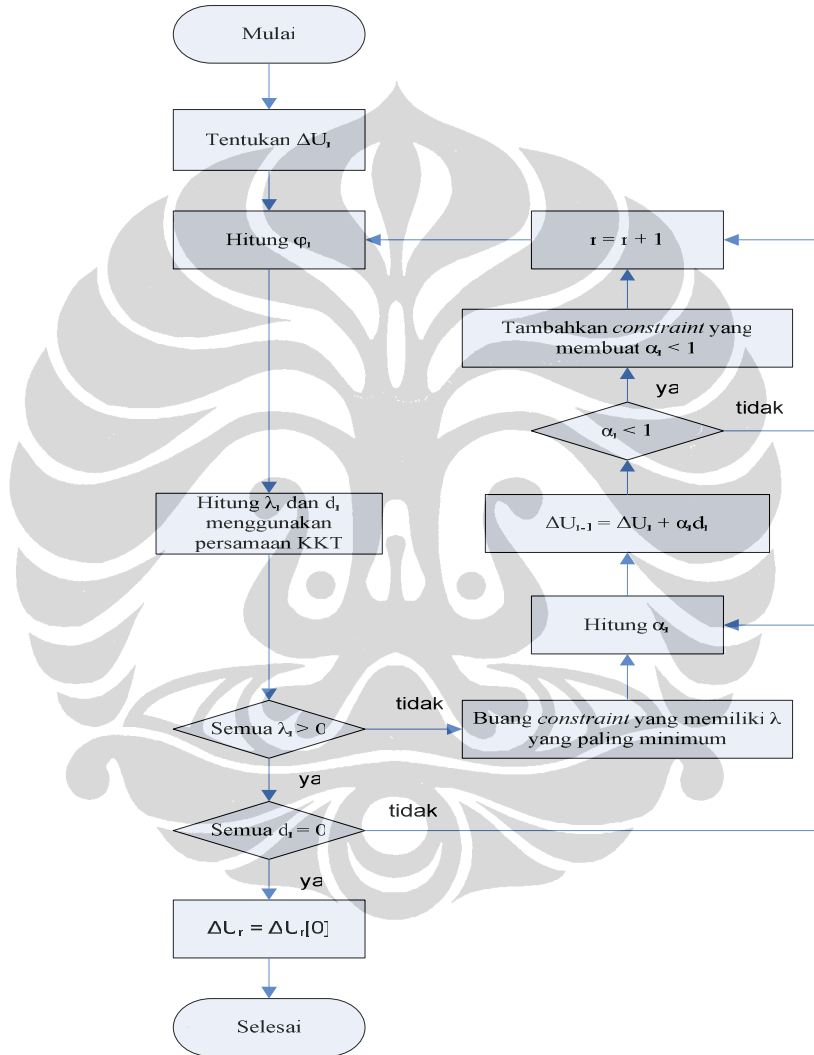
$$\alpha_r = \min \left(1, \min_{\substack{i \in \underline{\Omega}_r \\ a_i d > 0}} \frac{b_i - a_i \underline{\Delta U}_r}{a_i d} \right) \quad (3.24)$$

dengan a_i adalah baris dari pertidaksamaan batasan yang tidak aktif dan b_i adalah batasannya. Selanjutnya, nilai $\underline{\Delta U}_r$ dalam arah \underline{d} dihitung sebagai berikut

$$\underline{\Delta U}_{r+1} = \underline{\Delta U}_r + \alpha_r \underline{d} \quad (3.25)$$

6. Jika nilai $\alpha_r < 1$, maka *constraint* yang membuat nilai $\alpha_r < 1$ ditambahkan ke $\underline{\Omega}_r$.
7. Tetapkan $r = r + 1$ dan kembali ke langkah (3) untuk proses iterasi berikutnya.

Diagram alir metode *Active Set* untuk menyelesaikan *Quadratic Programming* seperti yang terdapat pada gambar 3.16.



Gambar 3.16. Diagram alir metode *Active Set* untuk menyelesaikan *Quadratic Programming*.

3.9. Perhitungan Sinyal Kendali untuk Sistem Heat Exchanger

Berikut ini adalah contoh langkah-langkah yang dilakukan untuk perhitungan sinyal kendali dengan metode MPC dengan *constraints*.

Parameter-parameter pengendali yang digunakan adalah sebagai berikut;

- Nilai *control horizon* (H_u) = 2
- Nilai *prediction horizon* (H_p) = 3
- Faktor Bobot Kesalahan $Q = 100$
- Faktor Bobot perubahan sinyal kendali $R = 0.11$
- Trayektori acuan (set point) $r(k) = [318.3; 313.6]$
- Batasan (constraint) yang digunakan:

$$-0.01 \leq \Delta u(k) \leq 0.01$$

$$0 \leq u(k) \leq 5$$

- Matriks variable keadaan dari persamaan (3.8):

$$x(k+1) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.9218 & 0.01489 \\ 0.01385 & 0.9272 \end{bmatrix}}_A x(k) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0.1492 & -0.0006134 \\ 0.001105 & -0.07731 \end{bmatrix}}_B (u)$$

$$y(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_C x(k)$$

Untuk mendapatkan sinyal kendali, algoritma MPC dengan *constraints* melakukan tahapan perhitungan sebagai berikut;

1. Menghitung matriks yang ada dalam persamaan ruang keadaan MPC, yaitu matriks $\underline{C}_y \underline{\Psi}$, $\underline{C}_y \underline{\Gamma}$, $\underline{C}_y \underline{\Theta}$, dengan menggunakan persamaan yang

telah dijabarkan dalam sub bab sebelumnya (2.16), yaitu:

$$\underline{C}_y \underline{\Psi} = \begin{bmatrix} 0.9218 & 0.0149 \\ 0.0138 & 0.0275 \\ 0.8499 & 0.0275 \\ 0.0256 & 0.8599 \\ 0.7838 & 0.0382 \\ 0.0355 & 0.7977 \end{bmatrix} \quad \underline{C}_y \underline{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0.1492 & -0.0006 \\ 0.0011 & -0.0773 \\ 0.1375 & -0.0017 \\ 0.0031 & -0.0717 \\ 0.1268 & -0.0026 \\ 0.0048 & -0.0665 \end{bmatrix}$$

$$\underline{C}_y \underline{\Theta} = \begin{bmatrix} 0.1492 & -0.006 & 0 & 0 \\ 0.0011 & -0.0773 & 0 & 0 \\ 0.2867 & -0.0023 & 0.1492 & -0.0006 \\ 0.0042 & -0.149 & 0.0011 & -0.0773 \\ 0.4136 & -0.005 & 0.2867 & -0.0023 \\ 0.009 & -0.2155 & 0.0042 & -0.1490 \end{bmatrix}$$

2. Batasan yang telah ditentukan, terlebih dahulu dinyatakan dalam bentuk $\Delta u(k)$ berdasarkan persamaan dasar berikut;

$$u(k) = \Delta u(k) + u(k-1)$$

$$u(k+1) = \Delta u(k+1) + \Delta u(k) + u(k-1)$$

Untuk k selanjutnya, hanya dilakukan penambahan $\Delta u(k+i)$ hingga $i=Hu$

3. Matriks \underline{G} , dan \underline{H} masing-masing dihitung dengan menggunakan persamaan (2.28), dan (2.29). Dengan membuat nilai matriks \underline{Q} sama dengan \underline{I}_{100} dan matriks \underline{R} bernilai $\underline{I}_{0.1}$, maka matriks \underline{H} dapat dihitung sebagai berikut

$$\underline{H} = (\underline{C}_y \underline{\Theta})^T \underline{Q} \underline{C}_y \underline{\Theta} + \underline{R}$$

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} 30.4204 & -0.6008 & 17.7563 & -0.3080 \\ -0.6008 & 8.3111 & -0.3129 & 4.8005 \\ 17.7563 & -0.3129 & 11.5955 & -0.1617 \\ -0.3080 & 4.8005 & -0.1617 & 3.2002 \end{bmatrix}$$

Untuk matriks \underline{G} , akan diperbarui setiap waktu seiring dengan perubahan vektor kesalahan $E(k)$ yang terjadi. Untuk $k = 1$;

$$\underline{G} = 2(\underline{\Theta} \underline{C}_y)^T \underline{Q} \underline{E}(1)$$

$$\underline{G} = \begin{bmatrix} 16.4120 & 0.1216 & 31.5424 & 0.4616 & 45.4946 & 0.9864 \\ -0.0675 & -8.5041 & -0.2563 & -16.3900 & -0.5478 & -23.7045 \\ 0 & 0 & 16.4120 & 0.1216 & 31.5424 & 0.4616 \\ 0 & 0 & -0.0675 & -8.5041 & -0.2563 & -16.3900 \end{bmatrix}$$

Jika pengendali MPC yang digunakan tidak menentukan batasan apapun (MPC *Noconstraints*), maka setelah langkah ini, langsung digunakan persamaan (2.31) untuk perhitungan $\Delta u(k)$ optimal di setiap langkah pencuplikan. Yang diperbarui setiap waktu adalah vektor kesalahan \underline{E} , perubahan sinyal kendali $\Delta u(k)$.

Dari persamaan (2.31)

$$\underline{\Delta U}(k)_{opt} = \frac{1}{2} \underline{\mathcal{H}}^{-1} \underline{\mathcal{G}}$$

$$\underline{\Delta U}(k)_{opt} = \begin{bmatrix} 206.3899 & 3.6398 & 517.1231 & 11.8474 & 803.6792 & 23.7611 \\ -4.3068 & -29.2714 & -10.9685 & -73.3568 & -17.7656 & -114.325 \\ 120.4289 & 1.9914 & 310.1807 & 6.657 & 485.1633 & 13.6109 \\ -2.2227 & -16.8849 & -5.7093 & -43.8606 & -9.3249 & -68.9206 \end{bmatrix}$$

sehingga didapat:

$$V(k) = 1.0e + 0.007 * \begin{bmatrix} 0.2133 & 0.0044 & 0.5382 & 0.0139 & 0.8379 & 0.0273 \\ 0.0044 & 0.0012 & 0.0112 & 0.0032 & 0.0174 & 0.005 \\ 0.5381 & 0.0112 & 1.3582 & 0.0352 & 2.1147 & 0.0689 \\ 0.0139 & 0.0032 & 0.0352 & 0.0081 & 0.0549 & 0.0131 \\ 0.8379 & 0.0174 & 2.1147 & 0.0549 & 3.2923 & 0.1073 \\ 0.0273 & 0.005 & 0.0689 & 0.0131 & 0.1073 & 0.0211 \end{bmatrix}$$

4. Untuk membuat *constraints* pada algoritma MPC, di buat sebuah matriks augmented yang mengandung semua unsur sinyal kendali untuk $\Delta u(k)$ yaitu $\Delta u(k), u(k-1), u(k)$ untuk k di sepanjang rentang *control horizon* yang telah ditentukan untuk semua masukan. Untuk sistem *Heat Exchanger*, terdapat dua buah masukan, sehingga untuk H_u sebesar 2, matriks augmented yang dibuat adalah sebagai berikut:

$$\underline{u}_{aug} = \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \Delta u_2(k) \\ \Delta u_1(k+1) \\ \Delta u_2(k+1) \\ u_1(k) \\ u_2(k) \\ u_1(k+1) \\ u_2(k+1) \\ u_1(k-1) \\ u_1(k-1) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Berdasarkan matriks augmented ini, dibuat matriks pertidaksamaan dan persamaan yang akan berfungsi sebagai batasan perhitungan sinyal kendali sehingga berlaku hubungan berikut;

$$\begin{aligned} \underline{A} \underline{u}_{aug} &\leq \underline{B} \\ \underline{A}_{eq} \underline{u}_{aug} &= \underline{B}_{eq} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Dimana \underline{A} dan \underline{B} merupakan matriks yang berisi nilai batasan maksimum dan minimum untuk semua nilai Δu dan u yang dihitung. Untuk perancangan ini, \underline{B}_{eq} dibuat sama dengan 0, sehingga matriks \underline{A}_{eq} mengandung hubungan antara setiap komponen \underline{u}_{aug} yang menghasilkan nilai 0. Dengan demikian, pengendali MPC akan mengoptimasi sinyal kendali yang dihasilkan agar memenuhi *constraints* persamaan dan pertidaksamaan tersebut.

Untuk pengendalian sistem *Heat Exchanger* yang telah dimodelkan, diberikan *constraints* terhadap *slew rate* sinyal kendali dan amplitudo sinyal kendali yang sama untuk u_1 dan u_2 . Dengan besar *constraints* sebagai berikut :

$$u \text{ minimum} = 0 \text{ volt dan } u \text{ maksimum} = 5 \text{ volt}$$

$$du \text{ minimum} = -0.01 \text{ dan } du \text{ maksimum} = 0.01$$

Berdasarkan *constraints* tersebut, komposisi matriks \underline{A} , \underline{B} , \underline{A}_{eq} , \underline{B}_{eq} di buat agar memenuhi persamaan dan pertidaksamaan *constraints* pada persamaan (3.26).

Untuk pertidaksamaan $\underline{A}u_{aug} \leq \underline{B}$

$$\underline{A}^* \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \Delta u_2(k) \\ \Delta u_1(k+1) \\ \Delta u_2(k+1) \\ u_1(k) \\ u_2(k) \\ u_1(k+1) \\ u_2(k+1) \\ u_1(k-1) \\ u_2(k-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} -du \text{ min} \\ -du \text{ min} \\ -du \text{ min} \\ -du \text{ min} \\ -u \text{ min} \\ -u \text{ min} \\ -u \text{ min} \\ -u \text{ min} \\ du \text{ max} \\ du \text{ max} \\ du \text{ max} \\ du \text{ max} \\ du \text{ max} \\ u \text{ max} \\ u \text{ max} \\ u \text{ max} \\ u \text{ max} \end{bmatrix} \longrightarrow \underline{A}^* \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \Delta u_2(k) \\ \Delta u_1(k+1) \\ \Delta u_2(k+1) \\ u_1(k) \\ u_2(k) \\ u_1(k+1) \\ u_2(k+1) \\ u_1(k-1) \\ u_2(k-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} -0.01 \\ -0.01 \\ -0.01 \\ -0.01 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Diperoleh:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Untuk persamaan *constraints* $\underline{A}_{eq} * \underline{u}_{aug} = \underline{B}_{eq}$

$$\underline{A}_{eq} * \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \Delta u_2(k) \\ \Delta u_1(k+1) \\ \Delta u_2(k+1) \\ u_1(k) \\ u_2(k) \\ u_1(k+1) \\ u_2(k+1) \\ u_1(k-1) \\ u_1(k-1) \end{bmatrix} = \text{zeros}(4,1)$$

Sehingga diperoleh :

$$\underline{A}_{eq} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Untuk menghitung $\Delta u(k)$, digunakan metode *quadratic programming* untuk perhitungan sinyal kendali. Pada perancangan ini, digunakan fungsi *fmincon* yang ada dalam Matlab. Fungsi ini meminimumkan sebuah fungsi terhadap *constraints* yang telah ditentukan. Dalam MPC, yang diminimumkan adalah fungsi kriteria. Pada setiap pencuplikan k , akan terhitung semua unsur sinyal kendali yang terdapat pada matriks augmented, namun pada MPC, nilai yang digunakan hanya nilai perubahan sinyal kendali pada saat k ($\Delta u(k)$), sedangkan nilai yang lain tidak digunakan. Untuk memperbarui sinyal kendali, nilai $\Delta u(k)$ inilah yang akan dijumlahkan dengan nilai sinyal kendali sebelumnya ($u(k-1)$). Misalkan, untuk $k=k+1$, perhitungannya sebagai berikut;

$$u(k+1) = \Delta u(k) + u(k-1)$$

BAB 4

ANALISA HASIL SIMULASI

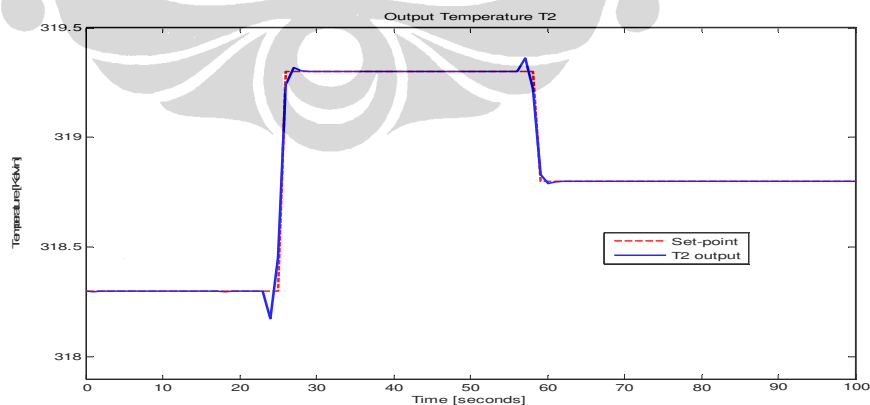
Bab ini membahas analisa dari uji simulasi pengendalian *Heat Exchanger* jenis *Shell and Tube Counter-Current Flow* menggunakan metode *Model Predictive Control* tanpa *constraints* dan dengan *Constraints*. Uji simulasi dilakukan dengan memakai bantuan salah satu *toolbox* pada MATLAB 7.6.

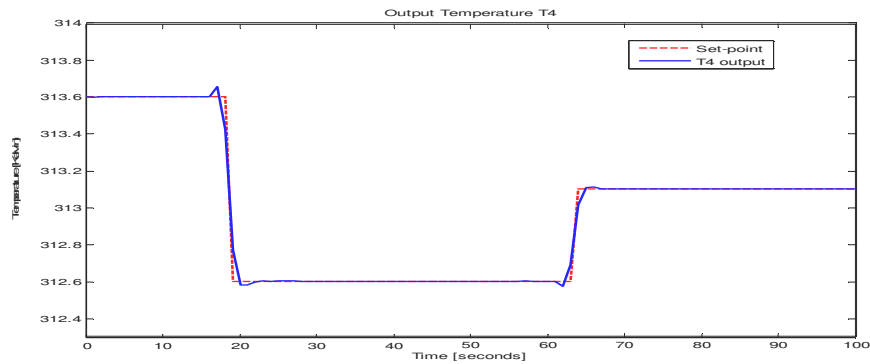
Tujuan dari uji coba dan analisa adalah untuk mengetahui kinerja dari pengendali MPC tanpa *constraints* dan dengan *constraints* dengan parameter penalaan yang berbeda-beda. Untuk semua tahapan pengujian yang dilakukan, model dari sistem *Heat Exchanger* diberikan sinyal acuan (*trajectory*) yang berubah pada waktu pencuplikan tertentu. Dengan uji ini, keterbatasan dan keandalan dari pengendali yang dirancang dapat diketahui.

Untuk mengetahui pengaruh variasi nilai *prediction horizon* terhadap hasil pengendalian MPC tanpa *constraints* maupun dengan *constraints*, maka nilai *control horizon* (H_u) dibuat tetap yaitu sebesar 2.

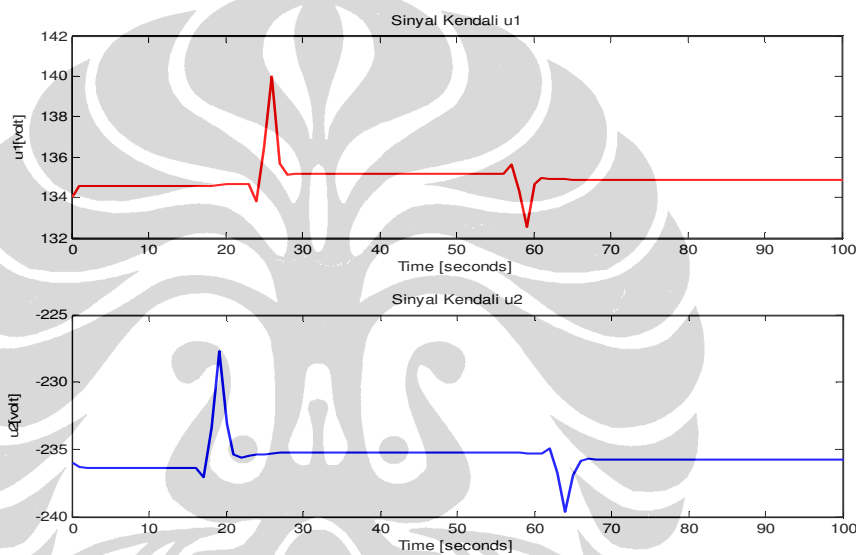
4.1 Pengujian MPC Tanpa *Constraints*

Parameter pengendali yang digunakan adalah $H_p=3$, $H_u=2$, $Q=100$ $R=0,1$. gambar 4.1 dan 4.2 menunjukkan keluaran prediksi, gangguan serta sinyal kendali yang dihasilkan.





Gambar 4.1 Keluaran sistem dengan pengendali tanpa *constraints*



Gambar 4.2 Sinyal kendali pengendali MPC tanpa *constraints*

Dengan menggunakan pengendali MPC *unconstraints* (tanpa batasan), sinyal keluaran model dapat mengikuti perubahan sinyal acuan dan dapat mengatasi gangguan dengan cukup baik. Dengan nilai *control horizon* yang hampir sama dengan nilai *prediction horizon*, prediksi perubahan sinyal kendali menyesuaikan dengan nilai prediksi keluaran sehingga variasi perubahan sinyal kendali tidak terlalu besar. Namun sinyal kendali yang dihasilkan tidak sesuai dengan karakteristik fisik dari sistem *Heat Exchanger* yang sebenarnya, karena sinyal kendali sangat besar dan ada yang bernilai negatif. Untuk pengujian selanjutnya, rasio besaran amplitudo tegangan akan menjadi *constraints* pada sinyal kendali.

4.2 Pengujian MPC Dengan *Constraints*

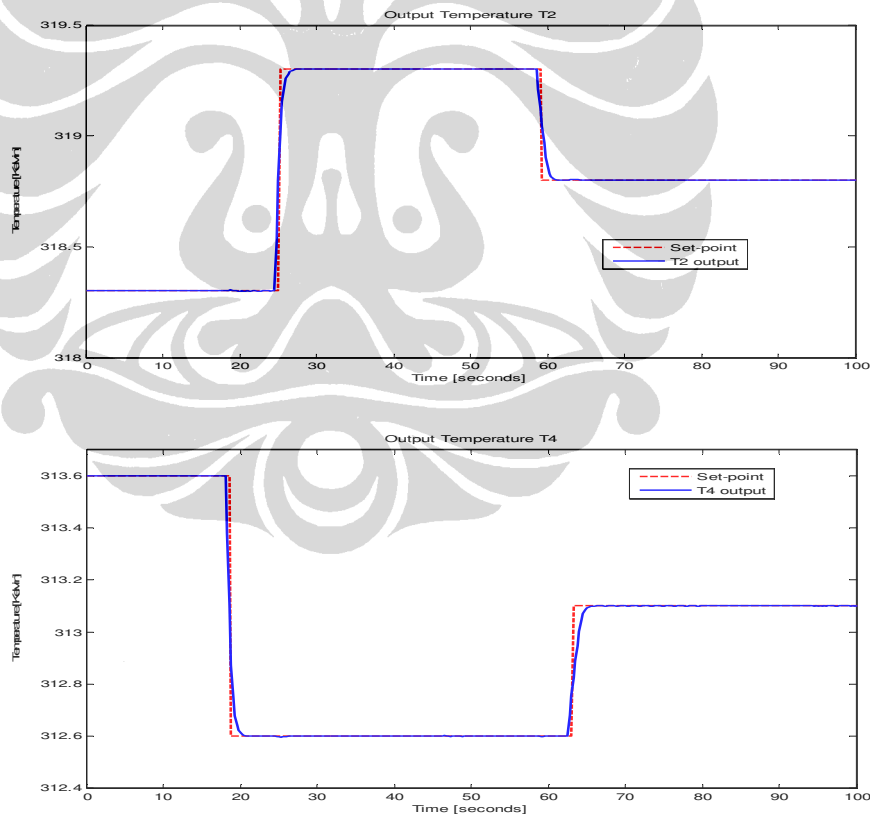
Berdasarkan karakteristik fisik dari sistem *Heat Exchanger*, sinyal masukan yang berupa tegangan u_{12} dan u_{34} harus bernilai positif dan dalam batas nilai tertentu. Demikian juga dengan perubahan tegangan pada tiap waktu juga harus dibatasi besaran maksimum dan minimumnya. *Constraints* yang digunakan untuk kebutuhan tersebut adalah:

$$-0.01 \leq \Delta u(k) \leq 0.01$$

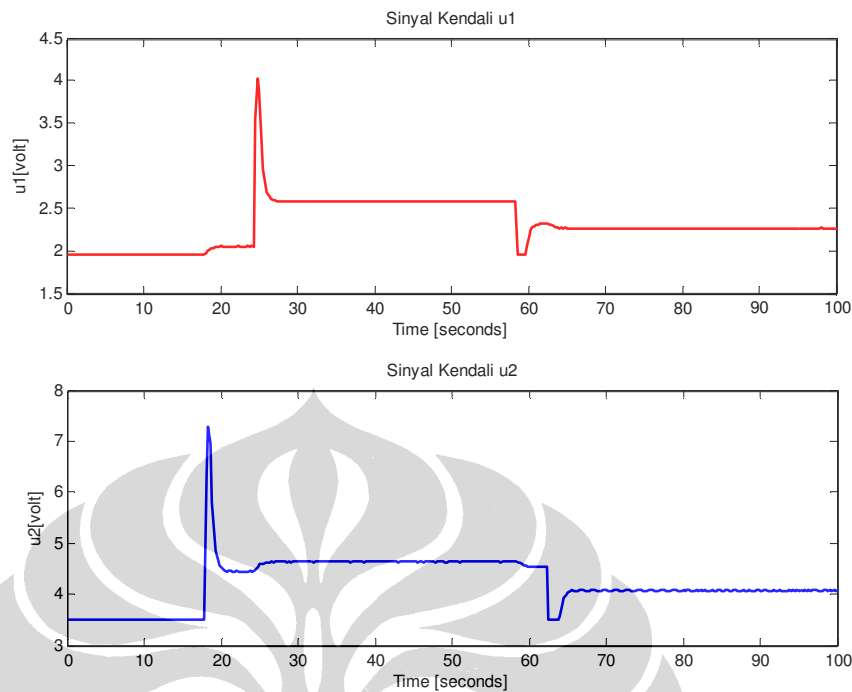
$$0 \leq u(k) \leq 5$$

4.2.1 Perbandingan Hasil Pengendali MPC *Constraints* Dengan Matriks sama dengan matriks *unconstraints* $H_p=3$, $H_u=2$, $R=0.1$ dan $Q=100$

Untuk melihat pengaruh hasil pengendali MPC yang digunakan dalam pengendali *unconstraints* terhadap *constraints*, maka nilai matriks yang digunakan adalah sama yaitu: $H_p=3$, $H_u=2$, $R=0.1$ dan $Q=100$.



Gambar 4.3 Keluaran sistem dengan pengendali MPC *constraints*



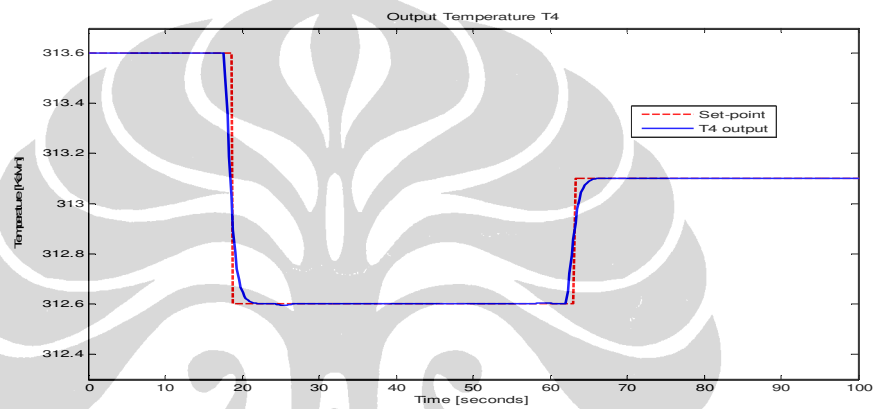
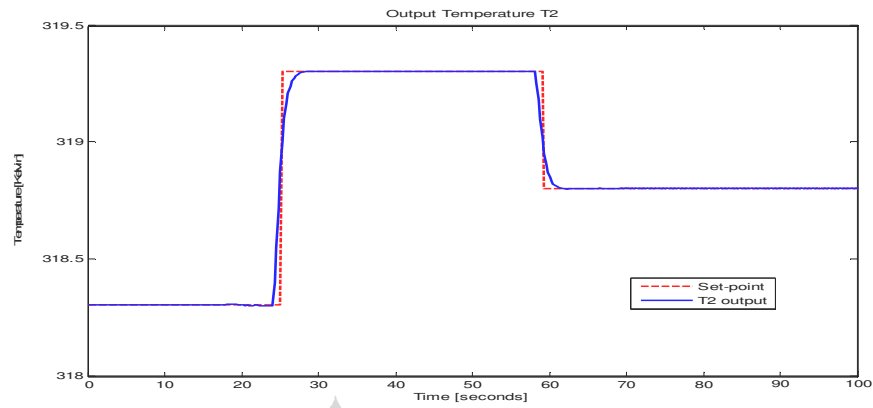
Gambar 4.4 Sinyal kendali pengendali MPC *constraints*

Dengan penambahan *constraints* (batasan) pada sinyal kendali, Sinyal keluaran model dapat mengikuti perubahan sinyal acuan (*trajectory*) dengan baik. Pada percobaan ini, nilai parameter yang digunakan $Q = 100$ dan $R = 0.1$ $H_p = 3$ dan $H_u = 2$ menghasilkan keluaran terprediksi yang halus. Namun masih ada satu sinyal kendali (u_2) yang dihasilkan bersifat *infeasible* yang tidak sesuai dengan karakteristik fisik (melebihi batas amplitudo sebesar 5 volt) dari sistem *Heat Exchanger* yang sebenarnya. Sehingga nilai H_p harus diperbesar.

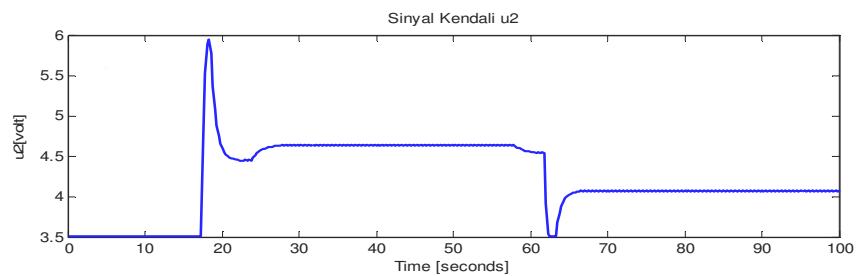
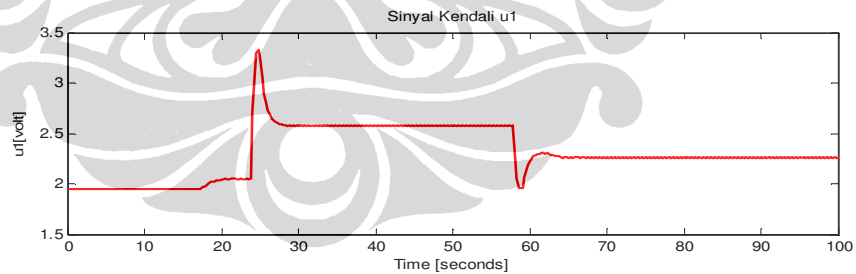
4.2.2 Perbandingan Hasil Pengendali MPC *Constraints* Dengan Matriks H_p yang Berubah-ubah

a. $H_p=5$, $H_u 2$, $R=0.1$ dan $Q=100$

Semakin besar selisih antara *prediction horizon* dan *control horizon*, maka kemampuan pengendali MPC untuk memprediksi keluaran sistem dan sinyal kendali yang akan dikirimkan ke sistem akan menurun karena sinkronisasi antara *prediction horizon* dengan nilai *control horizon* akan semakin sulit.



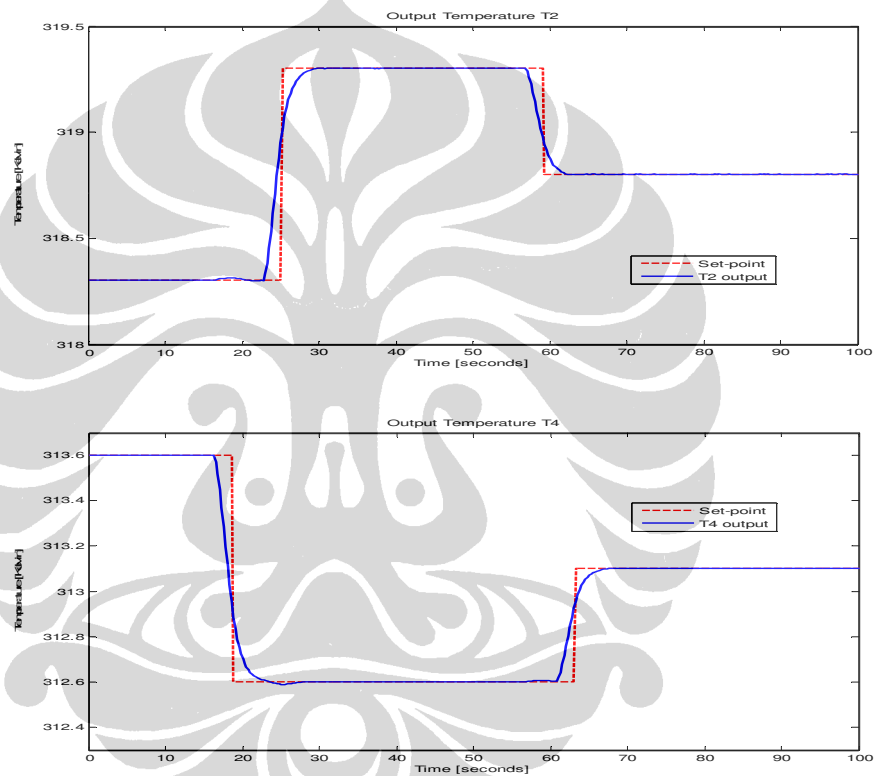
Gambar 4.5. Keluaran sistem dengan pengendali MPC *constraints* ($H_p=5$, H_u 2, $R=0.1$ dan $Q=100$)



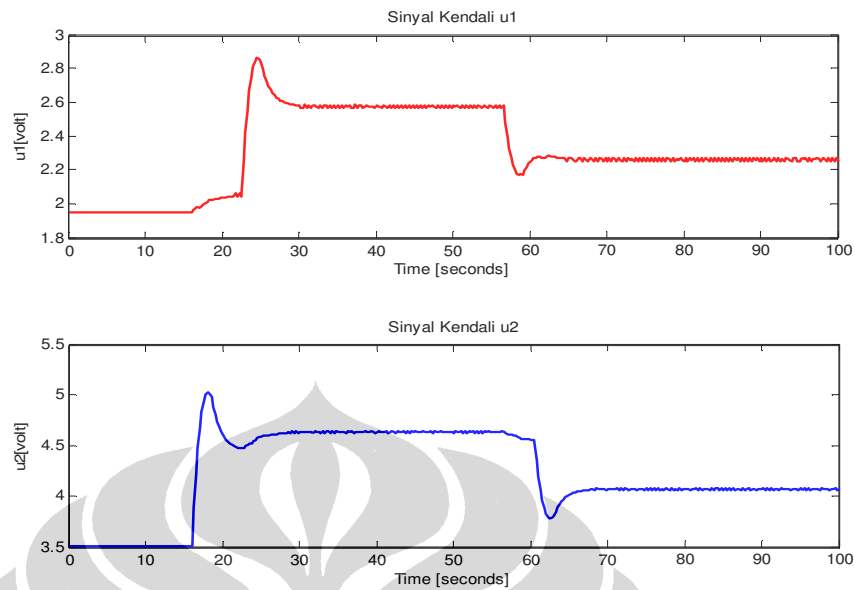
Gambar 4.6. Sinyal kendali pengendali MPC *constraints* ($H_p=5$, H_u 2, $R=0.1$ dan $Q=100$)

Jika nilai parameter yang digunakan adalah $H_p=5$, $H_u=2$, $R=0.1$ dan $Q=100$ menghasilkan keluaran terprediksi yang sangat halus. Tetapi masih terdapat satu sinyal kendali (u_2) yang dihasilkan bersifat *infeasible* yang tidak sesuai dengan karakteristik fisik, maka nilai H_p harus diperbesar lagi.

b. $H_p=10$, $H_u=2$, $R=0.1$ dan $Q=100$



Gambar 4.7. Keluaran sistem dengan pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=0.1$ dan $Q=100$)

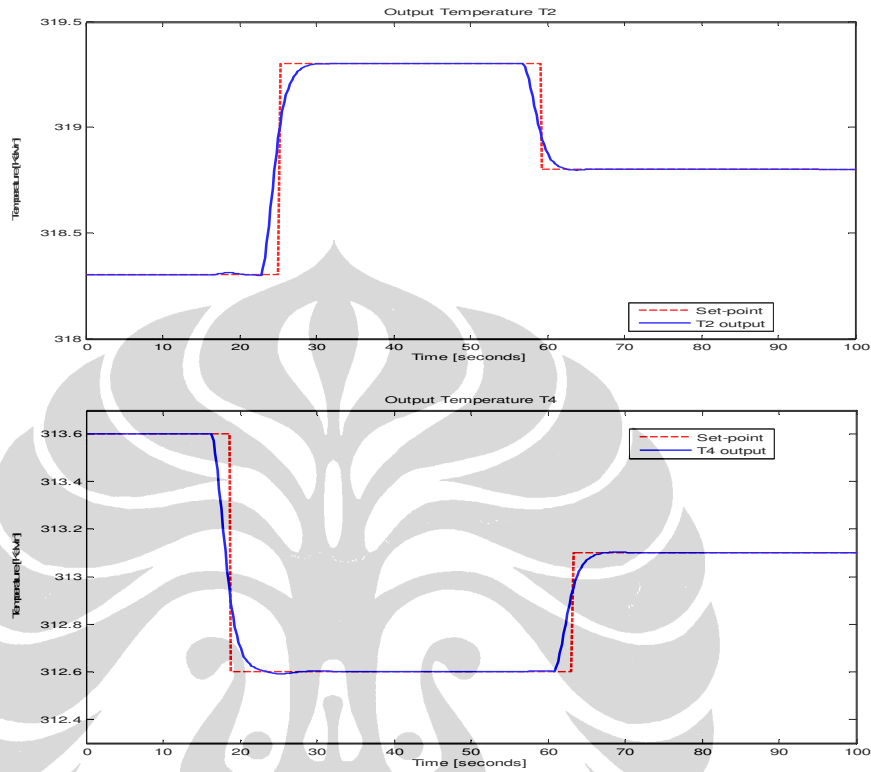


Gambar 4.8. Sinyal kendali pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, H_u 2, $R=0.1$ dan $Q=100$)

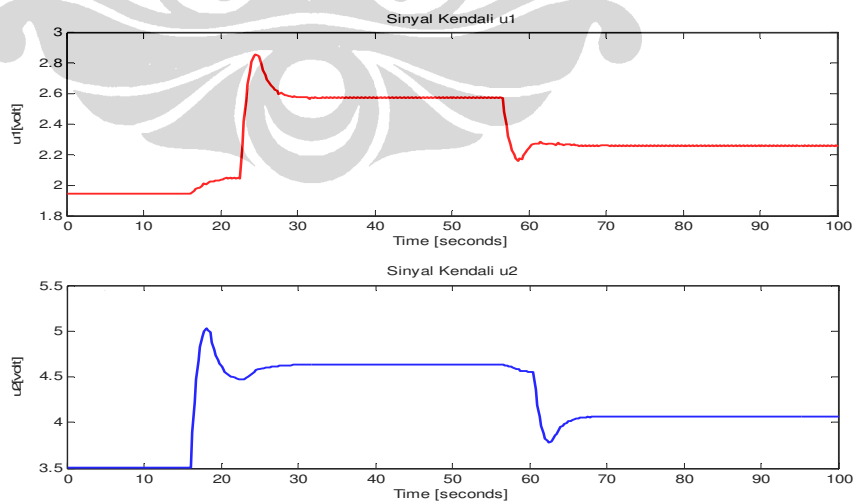
Berdasarkan gambar 4.8 dan 4.9 dapat dilihat bahwa hasil uji simulasi pengendalian sistem dengan *prediction horizon* sebesar 10 lebih baik bila dibandingkan dengan hasil uji simulasi pengendalian sistem dengan *prediction horizon* sebesar 5 maupun H_p sebesar 3. Dengan nilai *control horizon* yang menjauhi dengan nilai *prediction horizon* ini, keluaran prediksi memang agak menjauh dari sinyal acuan, tetapi sinyal keluaran prediksi masih mengikuti sinyal acuannya dan sinyal kendali yang dihasilkan dapat memenuhi batasan yang diberikan. Untuk simulasi selanjutnya nilai H_p yang digunakan adalah 10.

4.2.3 Perbandingan Hasil Pengendali MPC Constraint Dengan Matriks Bobot R yang Berubah-ubah

a. $H_p=10$, $H_u=2$, $R=0.1$ dan $Q=1$



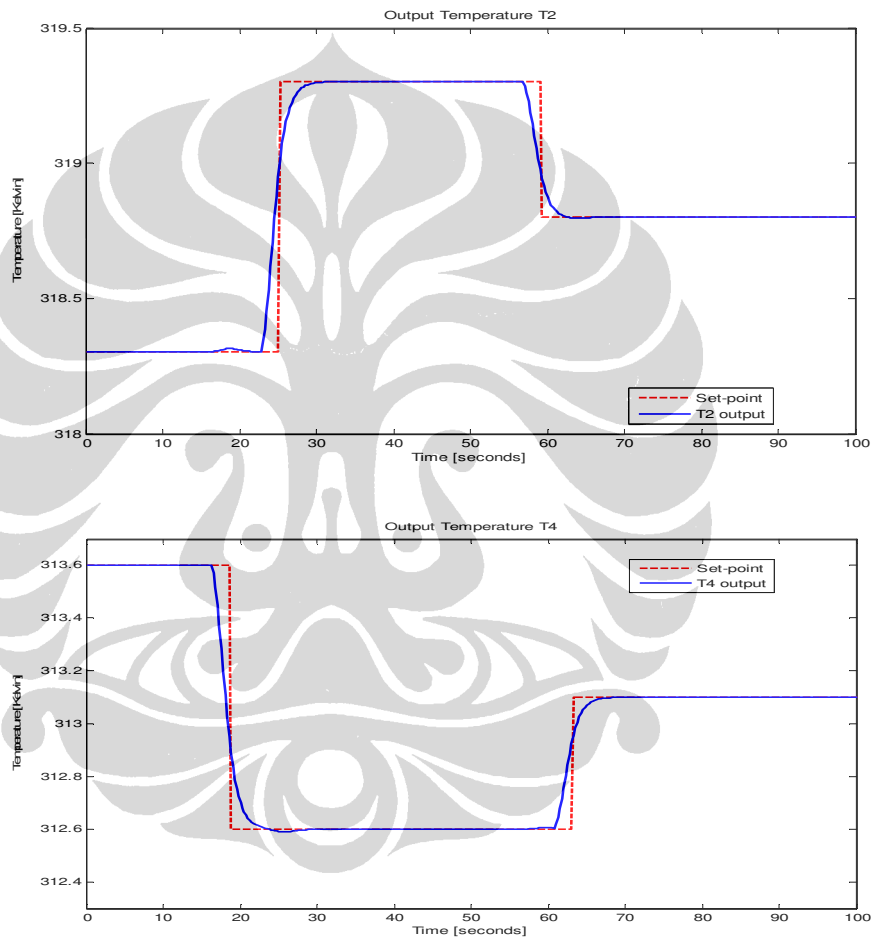
Gambar 4.9. Keluaran sistem dengan pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=0.1$ dan $Q=1$)



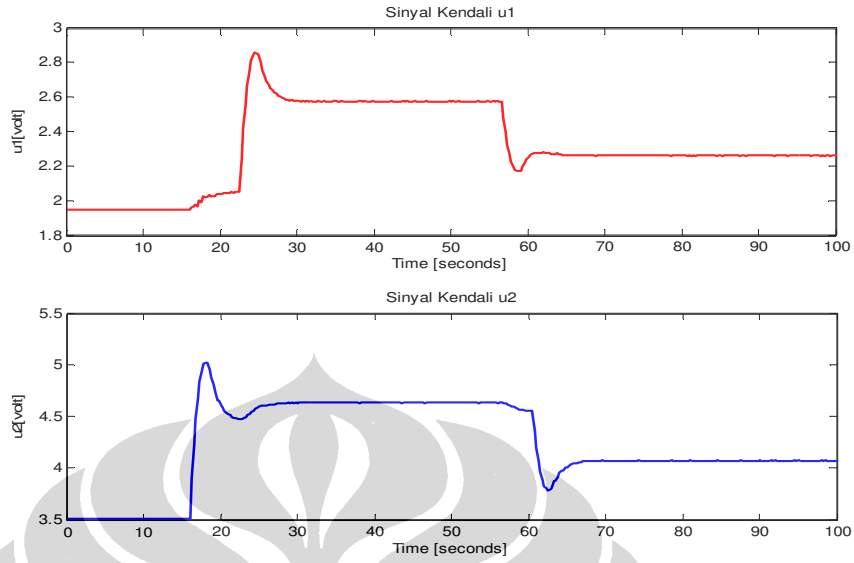
Gambar 4.10. Sinyal kendali pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=0.1$ dan $Q=1$)

Dari gambar diatas terlihat sinyal kendali yang sangat halus. Karena rentang antara matriks R dan Q yang sangat kecil menghasilkan sinyal kendali yang sangat halus. Keluaran prediksi pun dapat mengikuti sinyal acuan yang diberikan.

b. $H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=1$



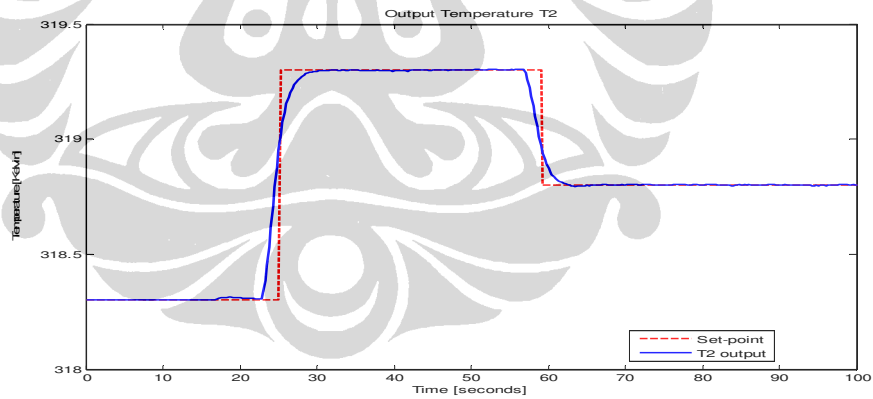
Gambar 4.11. Keluaran sistem dengan pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=1$)

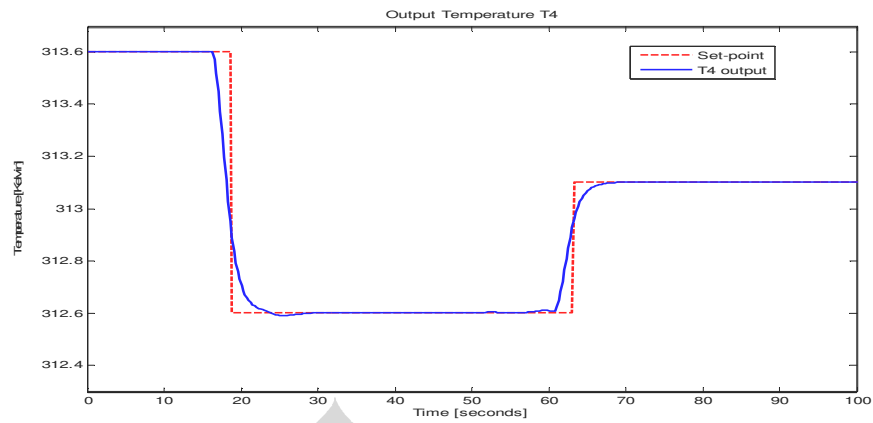


Gambar 4.12. Sinyal kendali pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, H_u 2, $R=1$ dan $Q=1$)

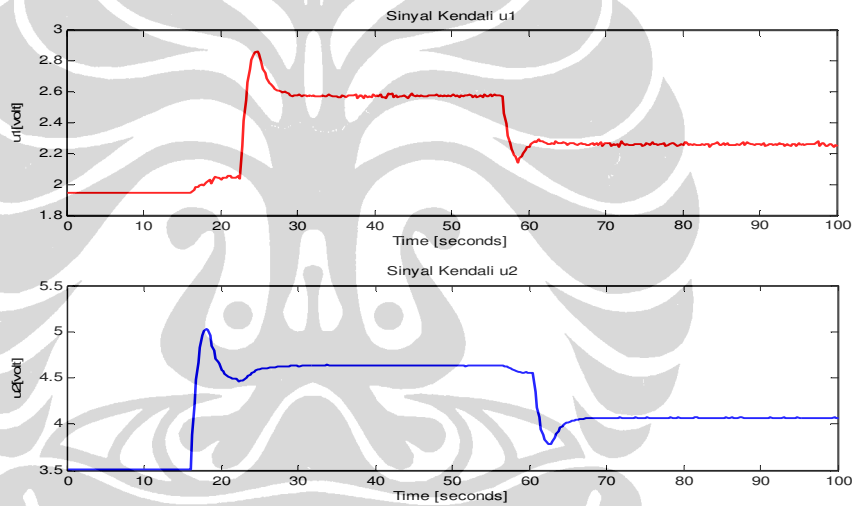
Jika nilai matrik bobot sinyal yang digunakan $Q=1$ dan $R=1$ menghasilkan keluaran terprediksi yang lebih halus, sinyal kendali juga semakin halus.

c. $H_p=10$, H_u 2, $R=10$ dan $Q=1$





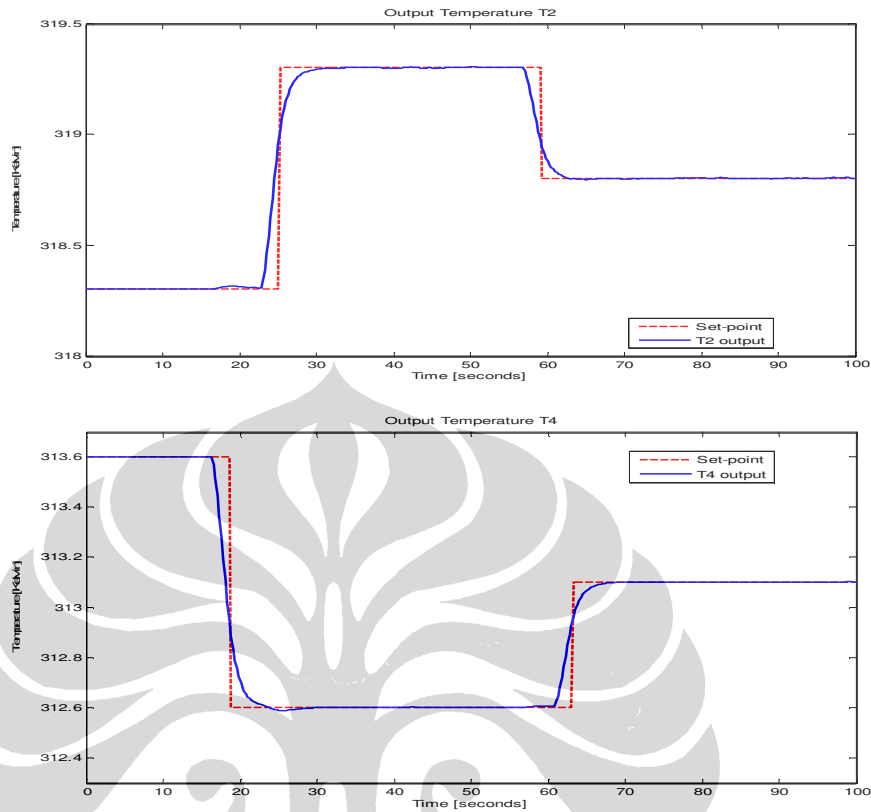
Gambar 4.13. Keluaran sistem dengan pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=10$ dan $Q=1$)



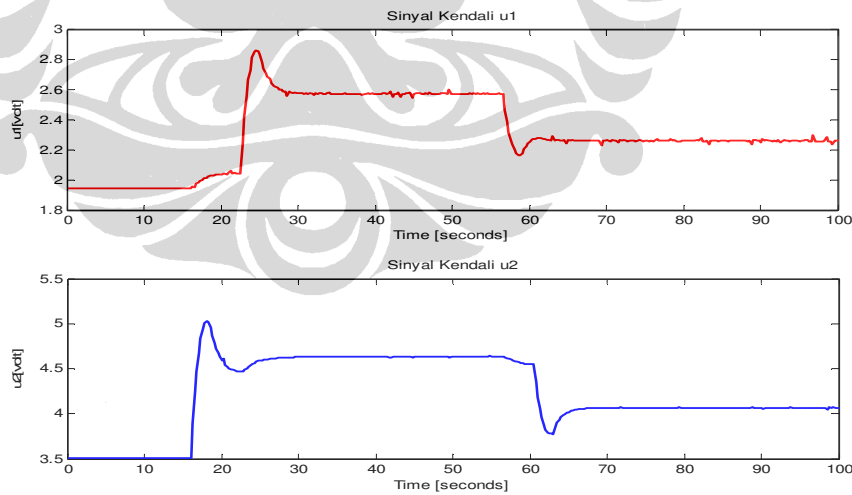
Gambar 4.14. Sinyal kendali pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=10$ dan $Q=1$)

Jika nilai matrik bobot sinyal $Q=1$ dan $R=10$, sinyal kendali menjadi tidak halus lagi. Hal ini menyebabkan keluaran prediksi yang dihasilkan sangat sensitif terhadap perubahan sinyal acuan yang terjadi.

d. $H_p=10$, $H_u=2$, $R=100$ dan $Q=1$



Gambar 4.15. Keluaran sistem dengan pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=100$ dan $Q=1$)



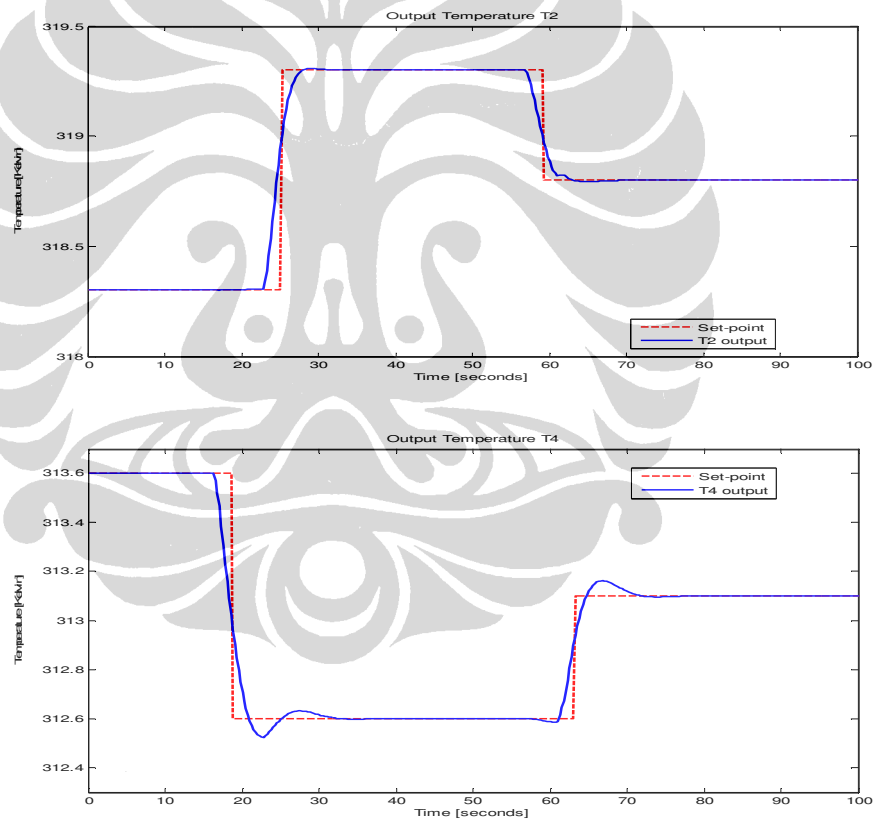
Gambar 4.16. Sinyal kendali pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=100$ dan $Q=1$)

Dari pengujian yang dilakukan, terlihat bahwa meskipun dengan merubah nilai matrik R , keluaran prediksi tetap dapat mengikuti sinyal acuan yang

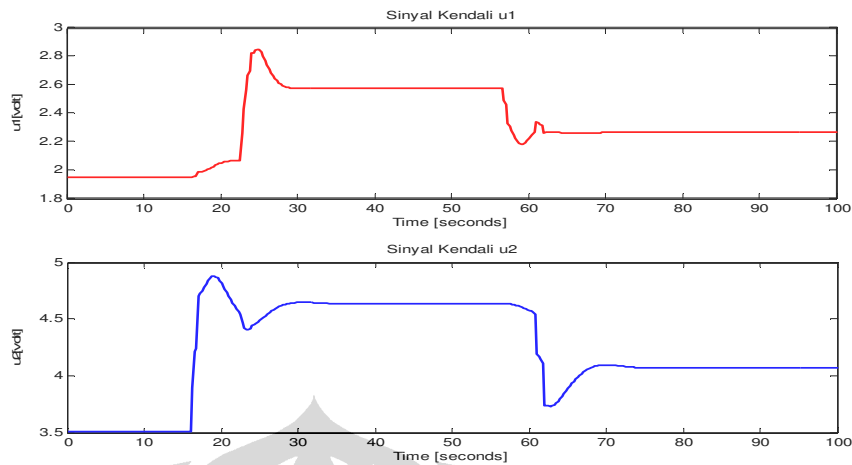
diberikan, dan keluaran prediksi juga dengan mudah dapat kembali mengikuti sinyal acuan. Dengan semakin besar nilai R , maka nilai $\Delta u(k)$ semakin ditekan sehingga dihasilkan keluaran yang lebih halus. Namun rentang antara matriks R dan Q yang terlalu besar, menghasilkan sinyal kendali yang tidak baik. Sehingga keluaran sistem tidak sehalus keluaran dengan nilai matrik R yang lebih kecil. Untuk selanjutnya marik R yang digunakan adalah 1.

4.2.4 Perbandingan Hasil Pengendali MPC Constraint Dengan Matriks Bobot Q yang Berubah-ubah

a. $H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=0.1$



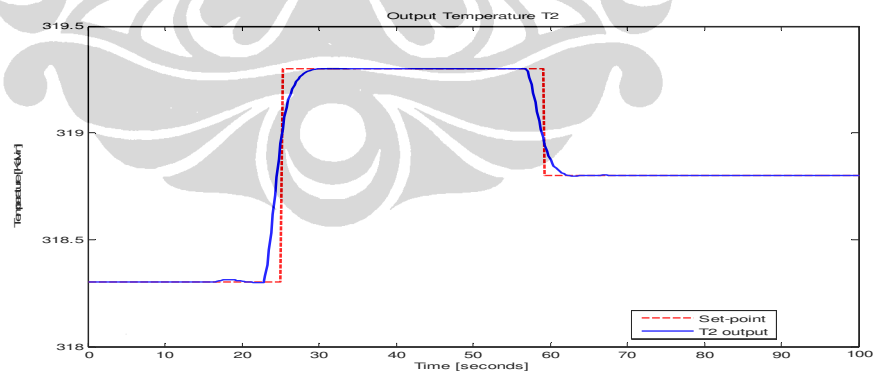
Gambar 4.17. Keluaran sistem dengan pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=0.1$)

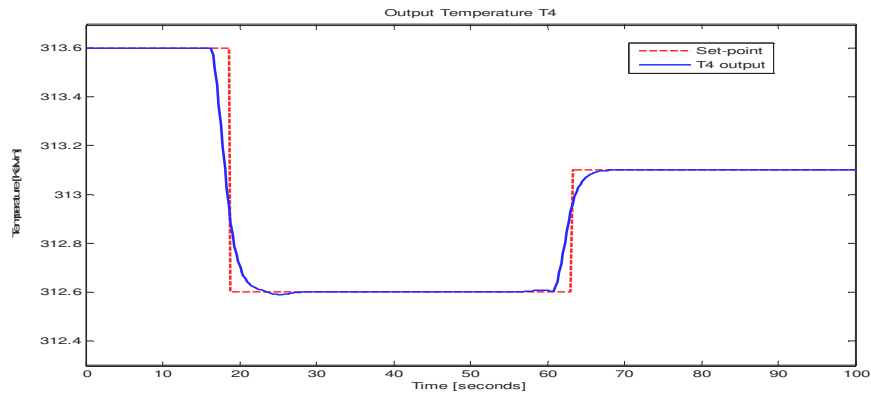


Gambar 4.18. Sinyal kendali pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, H_u 2, $R=1$ dan $Q=0.1$)

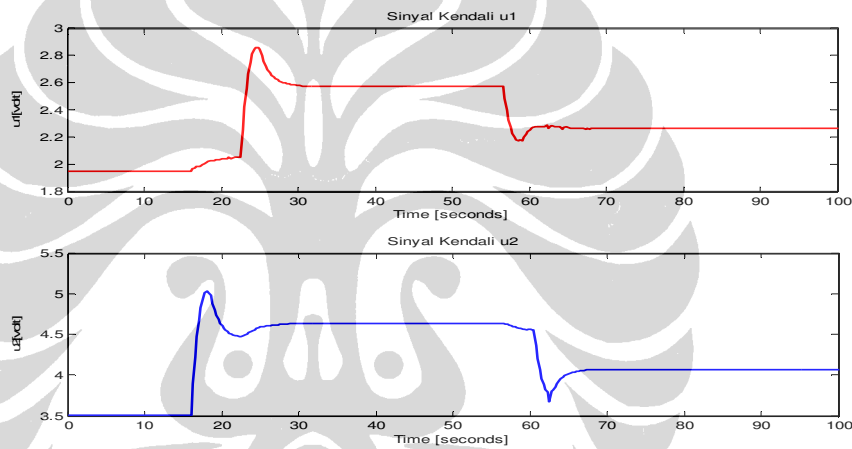
Untuk analisa terhadap pengaruh perubahan matriks bobot kesalahan Q , pengujian dilakukan dari $Q=0.1$ dan R tetap sebesar 1. Pada uji ini, sinyal kendali yang dihasilkan sangat halus, namun sinyal keluaran sangat sensitif terhadap pengaruh perubahan sinyal acuan. Dalam hal ini, dapat dikatakan bahwa error yang terjadi tidak dapat diatasi dengan lebih cepat oleh pengendali karena bobot kesalahannya diperkecil.

b. $H_p=10$, H_u 2, $R=1$ dan $Q=10$





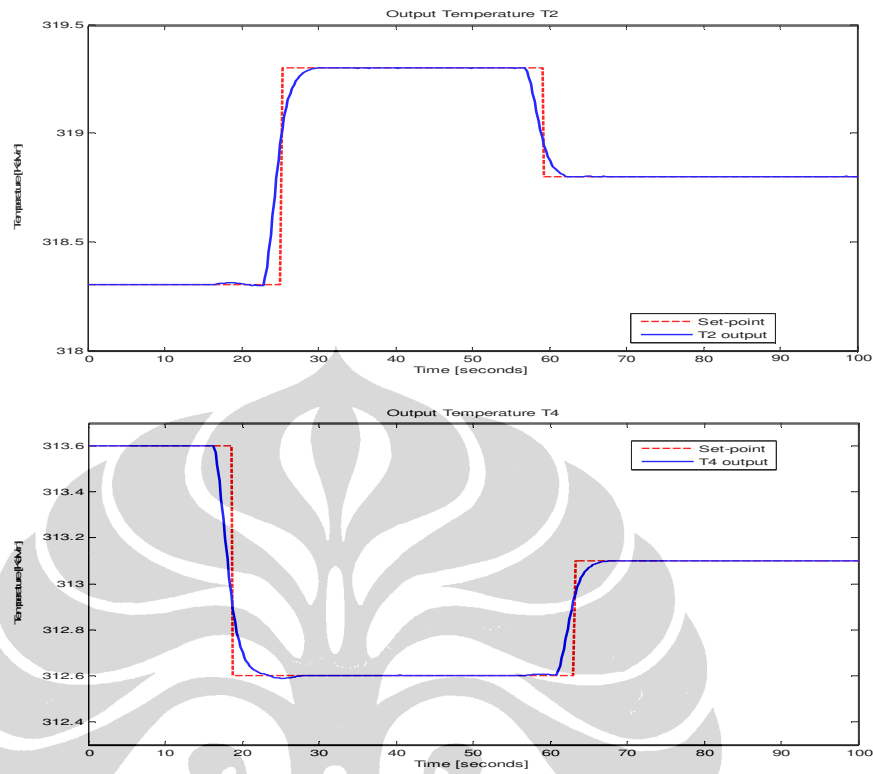
Gambar 4.19. Keluaran sistem dengan pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, H_u 2, $R=1$ dan $Q=10$)



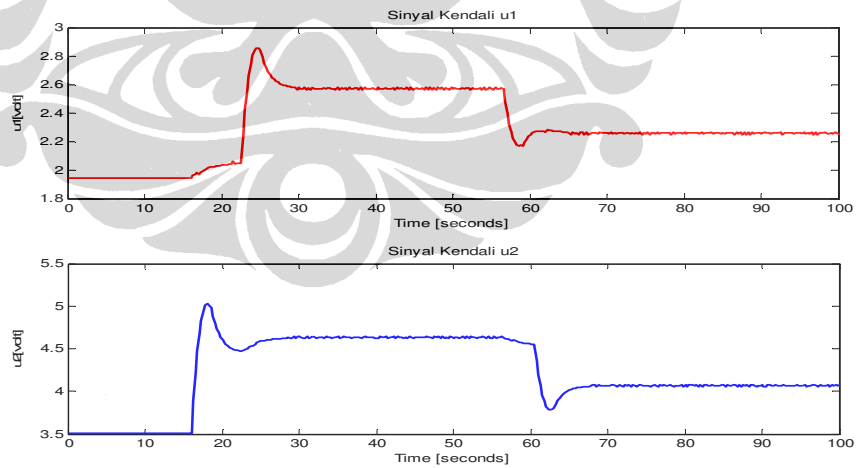
Gambar 4.20. Sinyal kendali pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, H_u 2, $R=1$ dan $Q=10$)

Dengan memperbesar matrik Q menjadi 10, keluaran yang dihasilkan sangat halus dan keluaran prediksi mampu mengikuti perubahan sinyal acuan dengan sangat baik.

c. $H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=100$



Gambar 4.21. Keluaran sistem dengan pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=100$)



Gambar 4.22. Sinyal kendali pengendali MPC *constraints* ($H_p=10$, $H_u=2$, $R=1$ dan $Q=100$)

Dengan merubah besar nilai matrik Q dari nilai kecil hingga besar, terlihat bahwa untuk sistem *Heat Exchanger*, untuk nilai paling besar $Q=100$, sinyal kendali semakin bebas dan tidak ditekan.

Dari keseluruhan hasil percobaan, terlihat bahwa hasil pengendalian yang terbaik adalah dengan menggunakan matriks bobot kesalahan $Q=10$ dan matriks bobot sinyal kendali $R=1$ untuk panjang *prediction horizon* sebesar 10 dan *control horizon* sebesar 2 seperti pada gambar (4.20 dan 4.21), dimana perubahan sinyal kendali halus dan keluaran prediksi paling mendekati sinyal acuan.



BAB 5

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pengujian pengendali *Model Predictive Control* yang telah dilakukan, dapat disimpulkan beberapa hal, yaitu:

1. Untuk sistem *Heat Exchanger*, pengendali MPC yang di gunakan harus diberikan batasan (*constraints*) agar sinyal kendali yang dihasilkan sesuai dengan karakteristik fisik dari sistem *Heat Exchanger*.
2. Dengan model yang baik, algoritma MPC dapat bekerja dengan baik yaitu mampu menghasilkan keluaran prediksi yang dapat mengikuti perubahan sinyal acuan.
3. Sinyal kendali memenuhi *constraints* yang diinginkan, menunjukkan adanya solusi yang *feasible*. solusi tersebut tidak mempengaruhi kinerja pengendali MPC yang dirancang, karena dari hasil pengujian diperoleh sinyal kendali sesuai dengan yang dipersyaratkan
3. Dari pengujian yang telah dilakukan, parameter H_p , H_u Q dan R yang menghasilkan hasil yang optimal, yaitu keluaran prediksi terbaik dan sinyal kendali yang paling halus adalah dengan nilai parameter $H_p=10$, $H_u=2$, $Q = 10$ dan $R=1$.

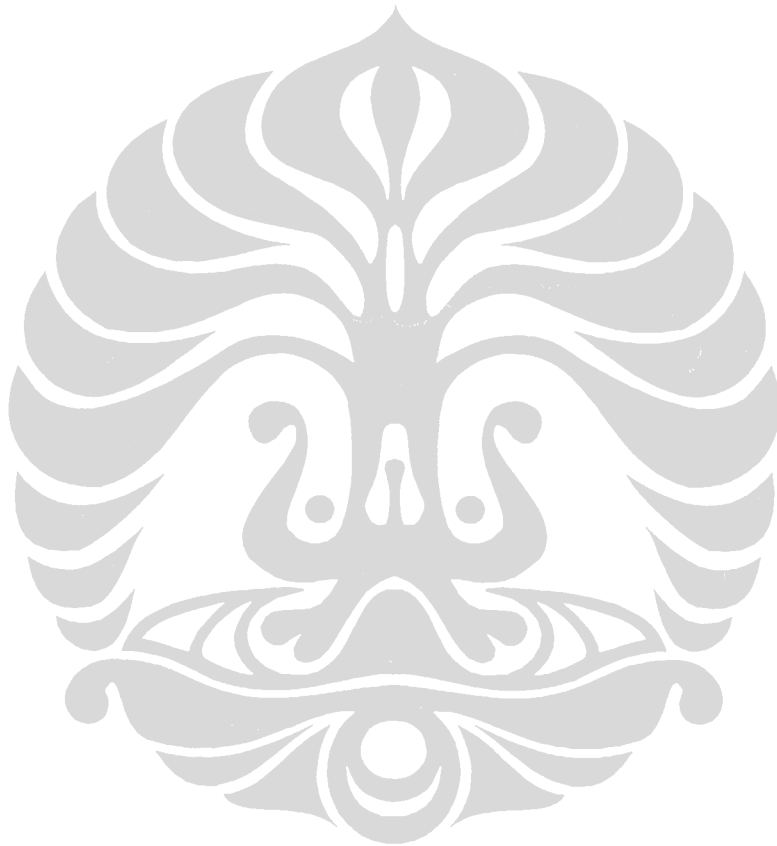
DAFTAR REFERENSI

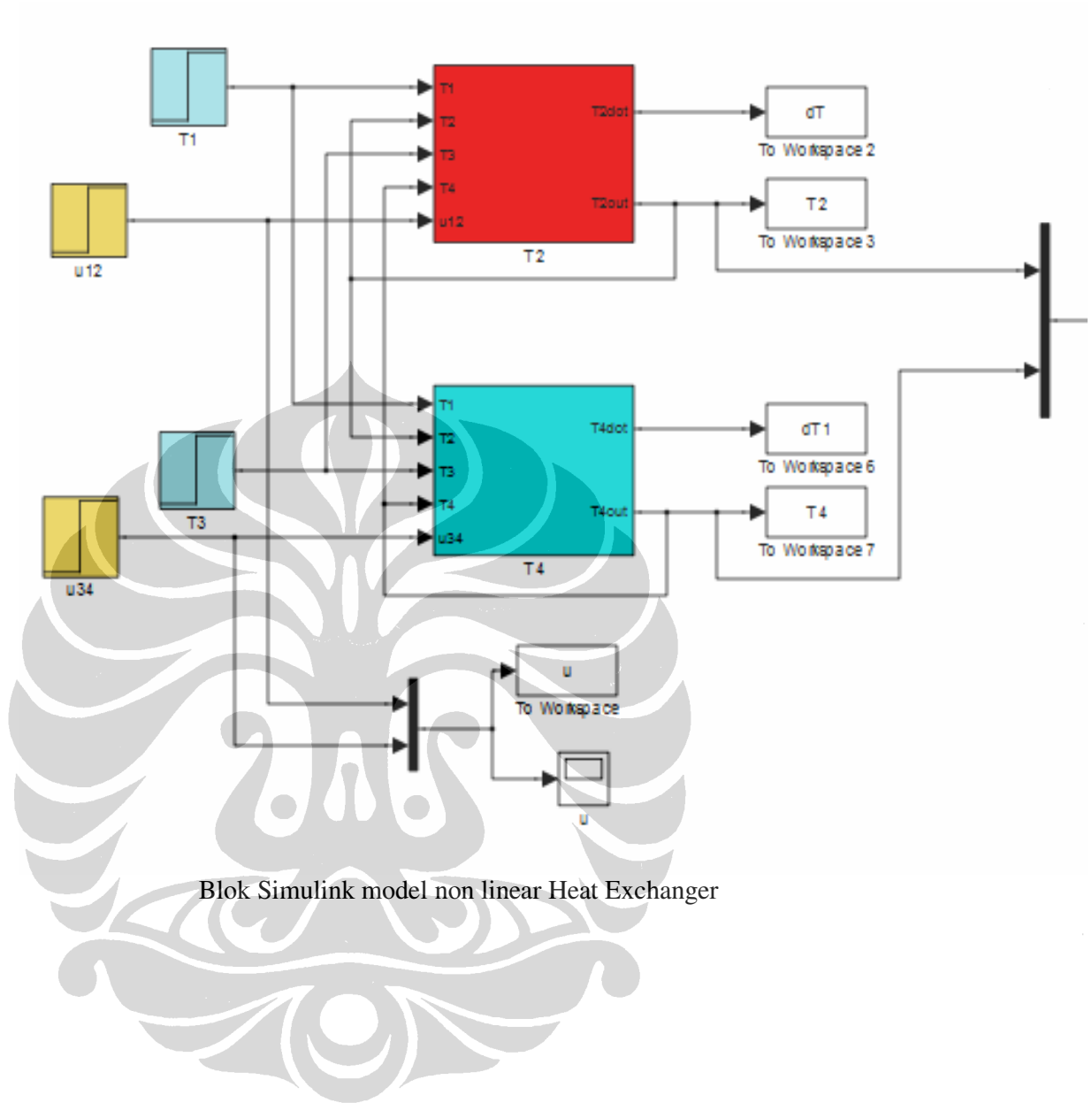
- [1] Degeng, I Wayan, *Aplikasi Gabungan Sistem Kendali Cascade FeedForward dan FeedBack pada Pengatur Suhu Heat Exchanger* (Depok, Tesis Jurusan Elektro FTUI, 2003).
- [2] Procon Process Trainer, *Level/Flow and Temperature 38-003* (Feedback Instrument Ltd, UK).
- [3] Subiantoro, Aries, *Bahan Kuliah Sistem Kendali adaptif dan nonLinear* (Depok, Control System Research Group Jurusan Elektro FTUI, 2007).
- [4] Subiantoro, Aries, *Perancangan Pengendali Model Predictive Control dengan Constraints untuk Sistem Tangki Terhubung* (Depok, Real Time Measurement and Control Research Group Jurusan Elektro FTUI, 2004).
- [5] Zapata, Betty Lopes & R.F. Escobar, Manuel Adam Medina, Carlos M Astorga Zaragoza, *State Variables Estimation for a Counter-flow Double Pipe Heat Exchanger using Multi-Linear Model*, IEEE 2009.

DAFTAR PUSTAKA

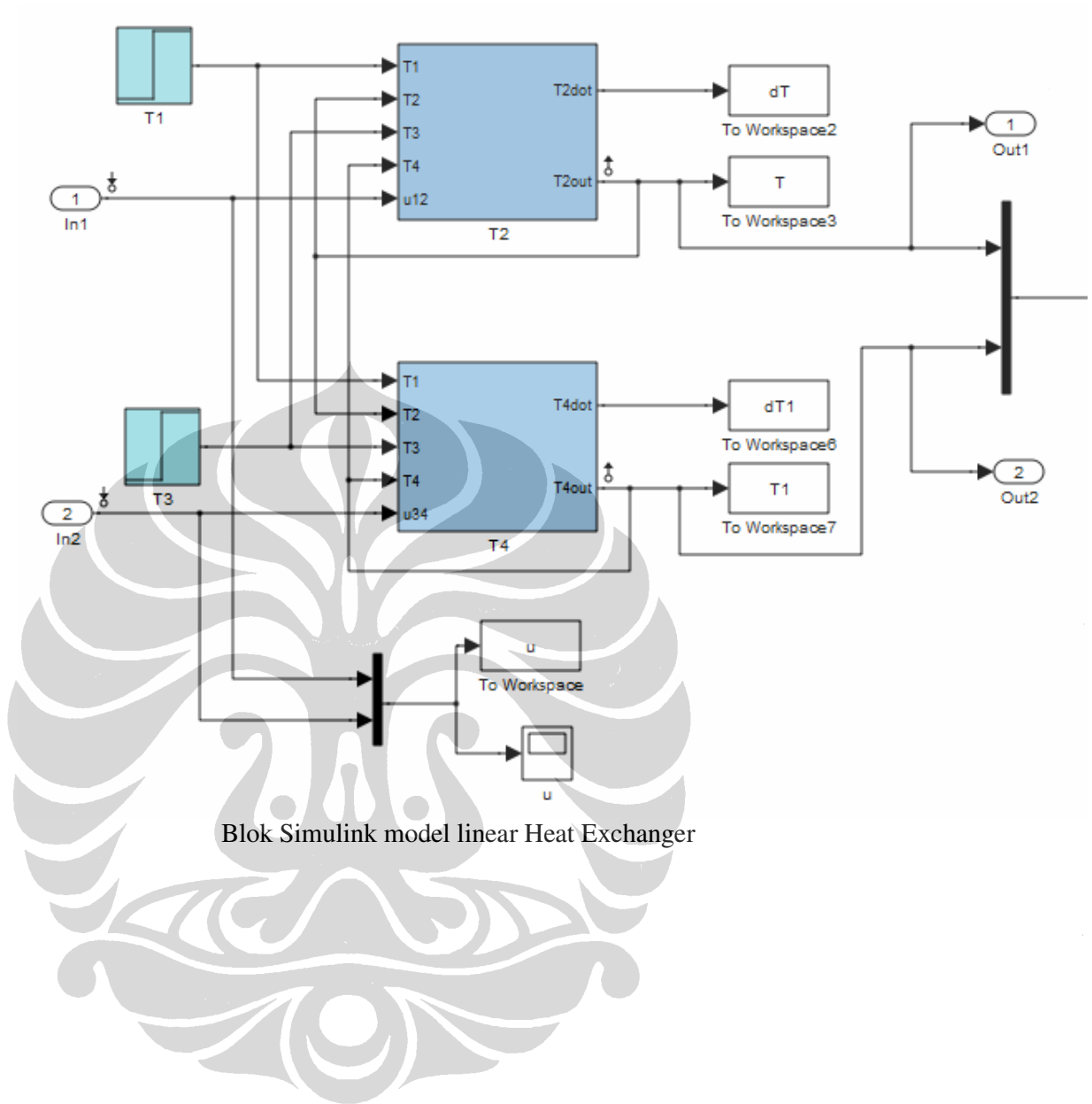
E.F Camacho and Carlos Bordons, *Model Predictive Control*, Springer-Verlag, 1999.

J.M Maciejowski, *Predictive Control with Constraints*, Prentice Hall, 2000.

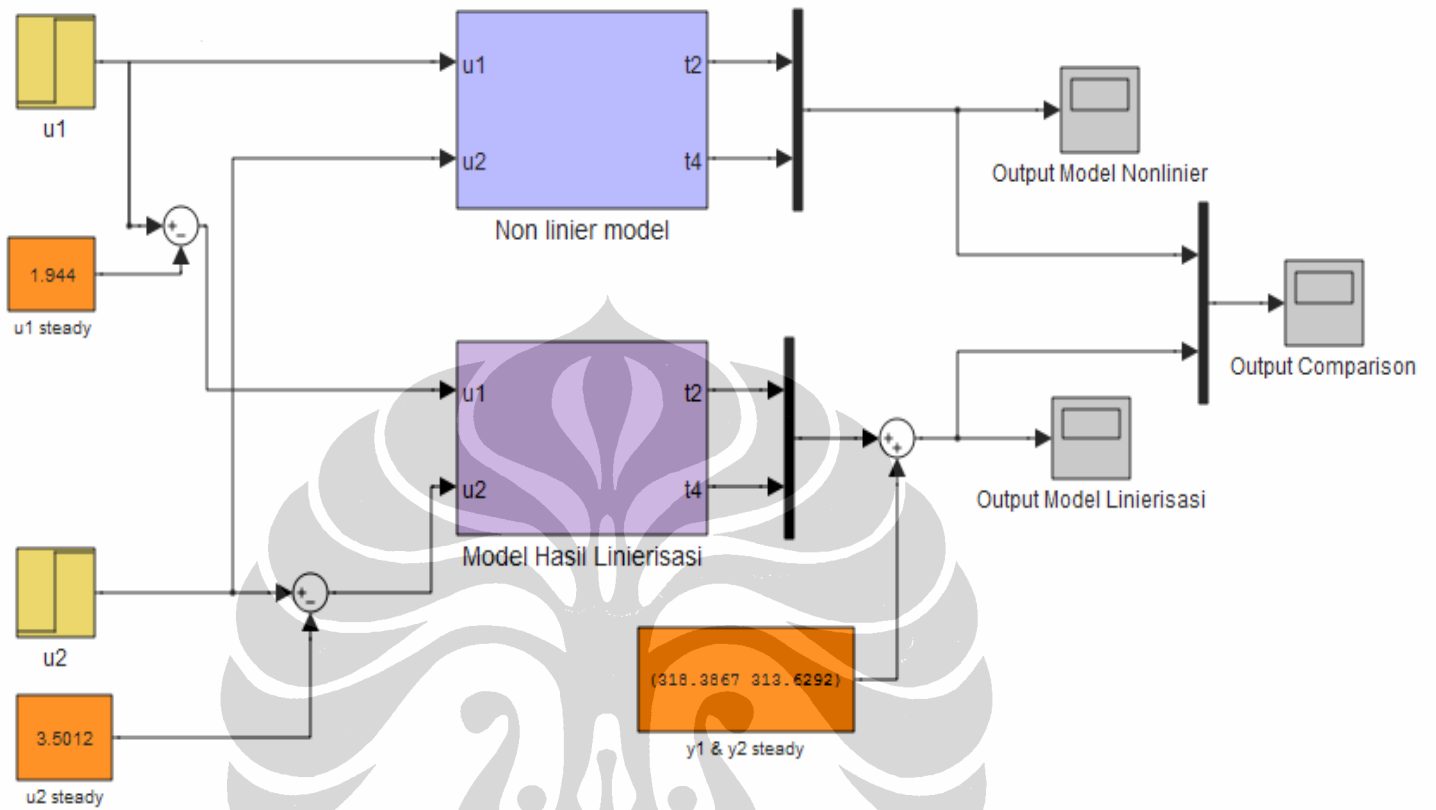




Blok Simulink model non linear Heat Exchanger



Blok Simulink model linear Heat Exchanger



Blok Simulink validasi model Heat Exchanger