

## BAB 3 ESTIMASI KESTABILAN DENGAN FUNGSI LYAPUNOV

Pada bab ini akan dijelaskan tentang pembuatan fungsi Lyapunov untuk sistem tenaga listrik mesin majemuk dan menjelaskan bagaimana menggunakan fungsi Lyapunov ini untuk menentukan kestabilan sistem dan menentukan waktu pemutusan kritis (*critical clearing time*  $t_{cr}$ ).

### 3.1 Simulasi Model Matematika Sistem Tenaga Listrik<sup>2)</sup>

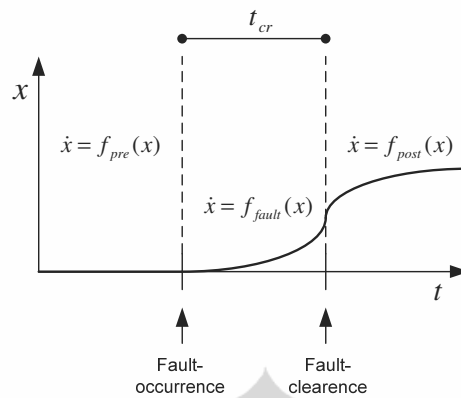
Untuk melakukan analisa kestabilan peralihan suatu sistem tenaga listrik, pertama-tama yang harus dilakukan adalah menentukan persamaan matematika yang memodelkan dinamika sistem tenaga listrik. Pada salah satu metode konvensional yaitu dengan menggunakan simulasi untuk penentuan tingkat kestabilan, model matematika sistem mencakup model pada saat sebelum gangguan, ketika ada gangguan dan setelah gangguan. Masing-masing persamaan dapat dimodelkan secara matematis sebagai berikut.

$$\dot{x} = f_{pre}(x) \quad (3.1)$$

$$\dot{x} = f_{fault}(x) \quad (3.2)$$

$$\dot{x} = f_{past}(x) \quad (3.3)$$

Persamaan (3.1) menyatakan model sistem sebelum gangguan, persamaan (3.2) menyatakan dinamika sistem pada saat terjadi gangguan, sedangkan persamaan (3.3) menyatakan dinamika sistem setelah gangguan dihilangkan. Masing-masing persamaan secara berurutan disimulasikan untuk mendapatkan tingkat kestabilan sistem dengan indikatornya adalah waktu pemutusan kritis (Critical Clearing Time  $t_{cr}$ ). Untuk melakukan simulasi, nilai awal dari variabel keadaan pada kondisi ketika terjadi gangguan merupakan nilai akhir dari persamaan sebelum gangguan. Nilai awal dari persamaan setelah gangguan adalah nilai akhir dari persamaan ketika gangguan. Secara umum hal dapat diilustrasikan seperti pada Gambar 3.1 berikut.



Gambar 3.1 Ilustrasi Metode Simulasi Sistem Peralihan

Dari gambar di atas, masing-masing persamaan harus disimulasikan untuk mengetahui tingkat kestabilan sistem. Dengan metode simulasi ini, satu parameter penting yang ingin diketahui adalah Waktu Pemutusan Kritis.

Waktu pemutusan kritis adalah waktu maksimum yang dapat diperbolehkan oleh sistem agar sistem tenaga listrik tetap berada dalam kondisi stabil. Waktu pemutusan kritis diukur mulai dari terjadinya gangguan. Dalam metode konvensional, simulasi harus dilakukan berulang-ulang untuk mendapatkan waktu pemutusan kritis yang paling sesuai.

Untuk mesin majemuk yang terhubung dengan bus tak hingga, maka persamaan yang dipakai adalah persamaan ayunan (*swing equation*) sebagai berikut :

$$\frac{H}{180f} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_{e-maks} \sin \delta$$

$$P_{e-maks} = \frac{EV}{X_{12}} \quad (3.4)$$

Persamaan (3.4) disimulasikan untuk mendapatkan kelakuan sistem tenaga listrik pada saat sebelum terjadi gangguan, ketika terjadi gangguan dan setelah gangguan dihilangkan. Dari persamaan (3.4) ini, karena  $E$  dan  $V$  adalah tetap maka hanya  $X_{12}$  yang mengalami perubahan pada saat sebelum terjadi gangguan, ketika terjadi gangguan dan setelah gangguan dihilangkan.

### 3.2 Pembuatan Fungsi Lyapunov Dengan Algoritma *Energy Metric*

Selain metode simulasi konvensional seperti di atas, para peneliti telah mengembangkan metode yang lebih efisien untuk menentukan tingkat kestabilan sistem tenaga listrik yaitu menggunakan fungsi Lyapunov.

Salah satu metode pembuatan fungsi Lyapunov yang akan dipakai disini adalah algoritma energi metrik. Prosedur untuk mendapatkan fungsi Lyapunov dengan algoritma energi metrik adalah sebagai berikut :

- 1) Modelkan sistem dalam bentuk persamaan diferensial orde satu
- 2) Bentuk suatu himpunan persamaan tunggal dari dua persamaan diferensial dengan menghilangkan  $dt$ .
- 3) Satukan persamaan tunggal yang didapatkan dalam langkah kedua dalam satu persamaan dengan cara penambahan atau pengurangan
- 4) Lakukan integrasi garis untuk persamaan yang didapat pada langkah 3 untuk mendapatkan fungsi Lyapunov.

Algoritma energi metrik ini akan diaplikasikan untuk mendapatkan fungsi Lyapunov bagi persamaan sistem tenaga listrik yang terhubung dengan bus tak hingga. Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut :

- 1) **Buat persamaan sistem tenaga listrik setelah terjadinya gangguan.**

$$\frac{H}{180f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - \frac{E'V}{X_{12-post}} \sin \delta \quad (3.5)$$

Dengan  $X_{12-post}$  adalah reaktansi setelah gangguan yang dihilangkan, Dalam persamaan ini  $P_m, E', V$ , diasumsikan konstan

- 2) **Buat persamaan diferensial orde satu**

Untuk membuat persamaan diferensial orde satu, maka variabel keadaan perlu didefinisikan sebelumnya. Variabel keadaan yang dipakai adalah

$$x_1 = \delta - \delta_0 \text{ dan } x_2 = \frac{d\delta}{dt}$$

Dari variabel keadaan ini didapatkan persamaan diferensial orde satu sebagai berikut :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{180f}{H} \frac{E'V}{X_{12-past}} [\sin(x_1 + \delta_0) - \sin(\delta_0)] \quad (3.6)$$

$$\text{Dengan } P_m = \frac{E'V}{X_{12-past}} \sin \delta_0$$

$\delta_0$  = Titik kestabilan sistem

### 3) Lakukan langkah-langkah dalam algoritma energi metrik

Dengan menggunakan algoritma energi metrik maka didapatkan fungsi Lyapunov sebagai berikut<sup>7)</sup>:

$$V(x) = \frac{1}{2} \frac{H}{180f} x_2^2 + \frac{E'V}{X_{12-past}} [\cos \delta_0 - \cos(x_1 + \delta_0) - x_1 \sin \delta_0] \quad (3.7)$$

### 3.3 Penentuan Daerah Kestabilan

Proses terpenting dalam aplikasi fungsi Lyapunov untuk menganalisis kestabilan sistem tenaga listrik adalah penentuan daerah kestabilan. Daerah kestabilan adalah daerah tempat kedudukan variabel keadaan yang menjaga sistem dalam kondisi stabil. Daerah kestabilan dengan menggunakan fungsi Lyapunov dinyatakan yaitu<sup>7)</sup>:

$$V(x) \leq V_{cr} \quad (3.8)$$

Persamaan ini menyatakan bahwa suatu titik dalam ruang keadaan dinyatakan stabil apabila nilai fungsi Lyapunovnya lebih kecil atau sama dengan suatu nilai yang dinotasikan dengan  $V_{cr}$  yang disebut nilai kritis fungsi Lyapunov.

Untuk menentukan nilai kritis fungsi Lyapunov maka harus dicari nilai kritis dari variabel keadaan yaitu pada  $x_2 = 0$  dan  $x_1 = \pi - 2\delta_0$ . Metode penentuan seperti disebut metode UEP (*Unstable Equilibrium Point*). Dengan memasukkan nilai variabel keadaan ini ke fungsi Lyapunov pada persamaan (3.7) maka didapatkan nilai kritis fungsi Lyapunov  $V_{cr}$ .

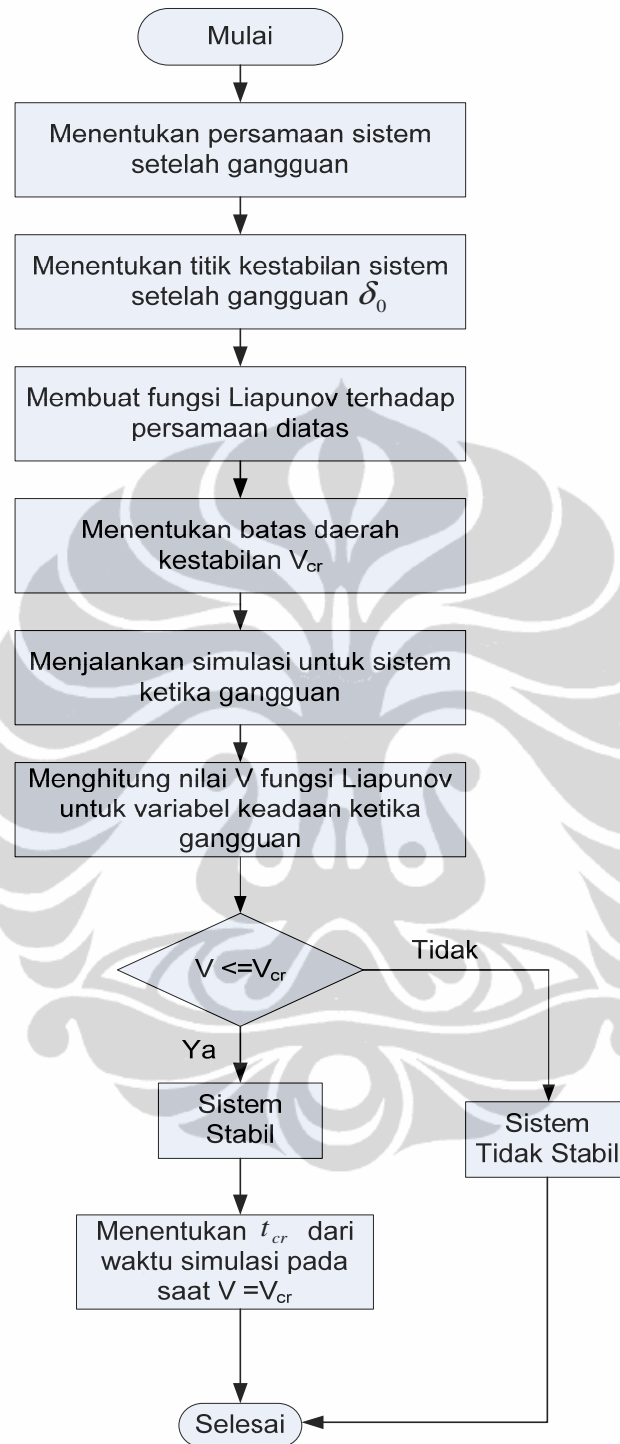
### 3.4 Proses Penentuan Kestabilan Sistem dan Penghitungan Waktu Pemutusan Kritis

Setelah mendapatkan nilai kritis fungsi Lyapunov, proses berikutnya adalah penentuan titik-titik yang berada pada daerah kestabilan. Penentuan titik uji kestabilan titik-titik pada daerah kestabilan dilakukan dengan menguji titik-titik kondisi sistem pada keadaan gangguan. Ini dilakukan dengan mensimulasikan persamaan sistem ketika terjadi gangguan. Persamaannya adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{180f}{H} \frac{E'V}{X_{12-fault}} [\sin(x_1 + \delta_0) - \sin(\delta_0)]\end{aligned}\quad (3.9)$$

Dari persamaan ini didapatkan nilai-nilai  $x_1$  dan  $x_2$ . Nilai-nilai ini kemudian dimasukkan ke dalam fungsi Lyapunov (3.7).

Dengan membandingkan nilai fungsi Lyapunov dan nilai kritis fungsi Lyapunov dan mengikuti persamaan (3.8), maka dapat ditentukan titik-titik yang masuk dalam daerah kestabilan. Setelah titik perbatasan di daerah kestabilan dapat ditentukan, maka waktu pemutusan kritis dapat ditentukan berikutnya. Secara umum diagram alur proses penentuan waktu pemutusan kritis dengan menggunakan fungsi Lyapunov dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 3.2. *Flow Chart* Estimasi Aliran Fungsi Lyapunov