



Universitas Indonesia

**Pergeseran Fase Hamburan Pion-Nukleon dengan
Interaksi Separabel**

**Ratu Kusumawati
0304020582**

**Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Program Studi Fisika
Depok
Juni 2010**



Universitas Indonesia

Pergeseran Fase Hamburan Pion-Nukleon dengan
Interaksi Separabel

Skripsi

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana

Ratu Kusumawati
0304020582

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Program Studi Fisika
Peminatan Fisika Nuklir dan Partikel
Depok
Juni 2010

Halaman Pernyataan Orisinalitas

Skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar.

Nama : Ratu Kusumawati

NPM : 0304020582

Tandatangan :

Tanggal : 25 Juni 2010

Halaman Pengesahan

Skripsi ini diajukan oleh

Nama : Ratu Kusumawati
NPM : 0304020582
Program Studi : Fisika Nuklir dan Partikel
Judul Skripsi : Pergeseran Fase Hamburan Pion-Nukleon
dengan Interaksi Separabel

Telah berhasil dipertahankan dihadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indonesia

Dewan Penguji

Pembimbing : Dr. Agus Salam ()

Penguji I : Dr. Anto Sulaksono ()

Penguji II : Dr. Imam Fachruddin ()

Ditetapkan di : Depok, Indonesia

Tanggal : 25 Juni 2010

Kata Pengantar

Segala puji bagi Allah pemilik alam semesta, yang hanya dengan kehendak-Nya alam semesta ini mampu 'hidup' dengan begitu indah dan sempurna. Segala yang ada di langit, di bumi dan yang ada diantara keduanya tunduk patuh dalam interval takdir-Nya. Hingga tak ada eksistensi dzarrah sekecil apapun yang 'kuat' untuk melawan sunnatullah/hukum-hukum Nya. Teriring do'a dengan kecintaan yang mendalam untuk kekasih sekaligus utusan-Nya, teladan hamba terbaik sepanjang zaman. Sentuhan perjuangannya yang membuat segala eksistensi di alam semesta ini memiliki peluang untuk mendapatkan takdir terbaiknya di kehidupan ini dan sesudah ini.

Terima kasih ku untuk Dr. Agus Salam, seseorang yang memiliki peran yang hebat dibalik selesainya pekerjaan ini. Segala kebaikan, bimbingan, pengajaran, dan pemakluman atas kondisi diluar normal serta kesabaran yang luar biasa, menjadikan memori masa-masa penyelesaian pekerjaan ini tak akan terlupakan. Tak ada sesuatu yang berharga yang dapat kupersembahkan, hanya do'a ku pada-Nya semoga Ia memberikan segala yang terbaik dan mengabulkan segala pinta sebagai balasan atas segala kebaikan.

Terimakasih ku juga untuk Dr. Anto Sulaksono, Dr. Imam Fachruddin, dan Dr. Terry Mart atas segala kritik membangun atas tiap detail pekerjaan ini. Juga untuk segala pengajaran, baik yang bersifat materi maupun pembentuk karakter, bekal untuk menjalani kehidupan dengan lebih baik. Juga untuk semua pengajar di fisika, suatu kesempatan yang indah untuk bisa belajar banyak tentang segala hal. Syukurku yang tak terhingga pada-Nya yang membuatku memiliki kesempatan untuk belajar banyak hal disini.

Untuk semua teman-teman di fisika '02, '03, '04, '05, '06, '07, khususnya anggota grup fisika teori yang selalu membuat lab.teori penuh dengan ledakan tawa : Andy Octavian Latief, Chrisna S.N., M. Khalid Patmawijaya, Moch. Januar, Fathia R. Syahroni, semoga kita semua sukses di bidang yang menjadi pilihan masing-masing. Juga untuk mba-mba s2 fisika teori, khususnya mba Heni Safitri, makasih ya mba.

Untuk keluarga besar SMAN 68, khususnya Fauziah Rasad, S.H, M.Si, Syifa Kifahi, S.Psi, Nurlisa Uke Dessy, S.H, Dyah Puji Kusumawati, S.Sos, Tri Handayani, S.Sos, Barrarah Bariid, S.Kep, Habibah Wardah, S.Si, Martiana, A.Md, Nur Asri Sri Ubaya, S.E, M.Si, rasanya tak ada kata yang bisa melukiskan kesyukuran hati atas kebersamaan kita selama ini. Semoga Allah membalas segala kebaikan dengan kebaikan yang banyak, khususnya segala do'a dan bantuan saat sedang sakit dan kecelakaan yang hampir terjadi tiap tahun. Juga untuk adik-adik yang begitu special : Ina, Melani, Nia, Devin (Maaf ya hadiah Juara I Olimpiade Ekonomi Nasional nya belum, juga hutang janji yang lain, hehe), Amyra, Dhea, Sya, semoga segala cita-cita tercapai dan Allah mengizinkan kita untuk terus bersama.

Untuk Divya "Hamu" Putriana, yang selalu memiliki cara yang begitu unik dalam mengingatkan untuk selalu hidup diatas nilai-nilai perjuangan, setampak sulit apapun rintangan yang sedang menghadang dan semenggoda apapun fikiran dalam bersugesti negatif. Juga untuk Rizka "Meong" Khaira.

Untuk Fitria Sundari, yang seyumnya memberikan kekuatan harapan untuk terus menembus batas-batas ketidakmampuan, yang tatapan matanya menguatkan hati yang sedang terluka, yang sentuhannya begitu mengobati saat rasanya tak kuasa membendung air yang ingin menetes, pun aku hampir tidak pernah bercerita, pun aku selalu membisu didepanmu, tapi sungguh keberadaanmu begitu berarti. Semoga Allah mencintaimu seperti kecintaan-Nya untuk para kekasih-Nya.

Untuk keluarga besar SALAM UI superteam nbw '08: Intan Dwita Kemala, S.Hum, Ayu Oktaviani, S.T, Vini Mariane Rosya, S.Hum, Muti Batul 'Aini, S.Hum, Mitra Atensi, S.Psi, Ratri Chandra Restuti, S.Si, Nola Marina, S.Si, Galih Wuly Paramita, SKM, Siti Nur Ramdhaniati, SKM, Dewi Sarah, SKM, Djunda Afif Nugroho, S.T, Tangguh Rahmat, S.Sos, Syarif Ali Hidayatullah, S.Si, Dody Nur Endarto, Ahmad Ilhami, S.Si, Abdul Rasit, S.Si, Syamsul Ma'arif, S.Si, Restu Tri Handoyo, S.Psi, Rivki Hendriyan, S.Kom, Bambang Yudhotomo, A.Md, sepenggal pertemuan luar biasa yang secara ajaib membuat hati kita terpatri dalam satu nama-Nya, -pun jarak dan waktu kini telah memisahkan kita- semoga terus terpatri menjadi kekuatan yang luar biasa untuk terus konsisten disini hingga kedua kaki kita berhasil menapak di tempat terindah sebagai hadiah atas keridhoan-Nya.

Secara khusus untuk Intan Dwita Kemala, yang tak henti-henti membuat tertawa tiap hari, menyediakan waktu untuk berdiskusi, menemani saat-saat sulit jiwa ini, seperti rasanya hanya Allah saja yang mampu membalasnya.

Terakhir, ratu ingin memberikan cinta ratu untuk Umi yang menjadi alasan ratu bertahan hingga saat ini, apapun yang ratu hadapi dan ratu rasakan. Umi membuat ratu merasakan seperti mampu melakukan apapun. Juga untuk Abi, terimakasih ya sudah membuat bisa SD di usia 4 tahun sehingga pun butuh 6 tahun untuk lulus s1, sekarang usia ratu masih 22 tahun, hehe. Juga untuk visi pendidikan yang Abi miliki. Ratu janji akan melakukan yang terbaik untuk Umi dan Abi. Dan untuk para kakak, ka Sari Kusumawati, S.Pd, ka Shally Kusumawati, S.Pd yang begitu banyak membantu, ka Puri Kusumawati, S.Pd yang baik hati, ka dr. Ismi Kusumawati yang begitu menginspirasi untuk selalu berjuang belajar dengan sungguh-sungguh dan juga membantu disaat-saat terakhir, bang Dayyanallah, A.Md yang sangat amat banyak membantu. Dan untuk kakak ku tersayang ka Hasbiyallah, S.Si, indahnyanya memiliki kenangan masa kecil bermain-main bersama-mu. Mungkin kk lupa pernah menenangkan ratu kecil yang sedang menangis, tapi ratu tidak akan pernah melupakan itu ka. Terimakasih ka. Terimakasih yang mendalam saat kk menjadi satu-satunya orang yang berhasil membujuk ratu untuk ikut SSTI, pintu awal ratu mengerti dan merasakan keindahan sejati dalam kehidupan ini, dengan meyakinkan ratu bahwa ada 'kehidupan' yang begitu indah 'disini'. Harapanku pada Allah, semoga segala kemelut dalam keluarga kita segera berakhir. 'Amiin Allahumma 'Amiin.

Depok, 25 Juni 2010

Ratu Kusumawati

Halaman Pernyataan Persetujuan Publikasi Tugas Akhir Untuk Kepentingan Akademik

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Ratu Kusumawati
NPM : 0304020582
Program Studi : Fisika Nuklir dan Partikel
Departemen : Fisika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (Non-exclusive Royalty-Free Right)** atas skripsi saya yang berjudul :

Pergeseran Fase Hamburan Pion-Nukleon dengan Interaksi Separabel beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Non-eksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalihmedia/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (database), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya tanpa meminta izin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok

Pada tanggal : 25 Juni 2010

Yang menyatakan

(Ratu Kusumawati)

Abstrak

Nama : Ratu Kusumawati
Program Studi : Fisika Nuklir dan Partikel
Judul : Pergeseran Fase Hamburan Pion-Nukleon
dengan Interaksi Separabel

Telah dilakukan perhitungan pergeseran fase hamburan pion-nukleon dengan menerapkan interaksi separabel rank-1 untuk gelombang parsial S , P , dan D . Bentuk separabel membuat persamaan Lippmann-Schwinger dapat diselesaikan secara analitik. Parameter interaksi ditentukan melalui *fitting* dengan data pergeseran fase dari analisa SAID. Kecocokan yang baik dicapai untuk momentum hingga 400 MeV/c, sementara tidak begitu baik untuk hingga 1500 MeV/c.

Kata Kunci:

Pion, nukleon, hamburan, pergeseran fase, interaksi separabel.

Abstract

Name : Ratu Kusumawati
Study Program : Nuclear and Particle Physics
Title : Phaseshift of Pion-Nucleon Scattering
with Separable Interaction

Phaseshifts of pion-nucleon scattering have been calculated by using separable interaction of rank-1 for the partial waves S , P , and D . With the separable form, the Lippmann-Schwinger equation can be solved analytically. Interaction parameters are determined through fitting with the phaseshift data from SAID analysis. Good fits can be achieved for the momenta up to 400 MeV/c, while not so good for up to 1500 MeV/c.

Keywords :

Pion, nucleon, scattering, phaseshift, separable interaction.

Daftar Isi

| | |
|---|-------------|
| Halaman Pernyataan Orisinalitas | ii |
| Halaman Pengesahan | iii |
| Kata Pengantar | iv |
| Halaman Pernyataan Persetujuan Publikasi | vii |
| Abstrak | viii |
| Abstract | ix |
| Daftar Isi | x |
| Daftar Tabel | xii |
| Daftar Gambar | xvi |
| 1 Pendahuluan | 1 |
| 1.1 Latar Belakang | 1 |
| 1.2 Perumusan Masalah | 2 |
| 1.3 Metode Penelitian | 3 |
| 1.4 Tujuan Penelitian | 3 |
| 2 Teori Dasar Hamburan | 4 |
| 2.1 Kinematika | 4 |
| 2.2 Persamaan Lippmann-Schwinger | 7 |
| 2.3 Amplitudo Transisi | 8 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2.4 | Pergeseran Fase | 9 |
| 3 | Interaksi Pion-Nukleon | 13 |
| 3.1 | Fungsi Green | 13 |
| 3.2 | Model Separabel | 14 |
| 3.3 | Penetapan Parameter | 16 |
| 4 | Hasil dan Diskusi | 17 |
| 5 | Kesimpulan dan Saran | 33 |
| | Lampiran | 33 |
| A | Penghitungan Integral untuk Potensial Separabel | 34 |
| B | Pergeseran Fase pada Beberapa Nilai Momentum | 36 |
| | Daftar Acuan | 51 |

Daftar Tabel

| | | |
|-----|--|----|
| 3.1 | Masukan untuk Program <i>Fitting</i> | 16 |
| 4.1 | Parameter potensial separabel rank-1 hasil <i>fitting</i> untuk hamburan pion-nukleon pada momentum 0-400 MeV/c. | 21 |
| 4.2 | Parameter potensial separabel rank-1 hasil <i>fitting</i> untuk hamburan pion-nukleon pada momentum 0-1500 MeV/c. | 31 |
| B.1 | Parameter potensial separabel rank-1 hasil <i>fitting</i> untuk hamburan pion-nukleon pada momentum 425-600 MeV/c. | 36 |
| B.2 | Parameter potensial separabel rank-1 hasil <i>fitting</i> untuk hamburan pion-nukleon pada momentum 625-800 MeV/c. | 47 |
| B.3 | Parameter potensial separabel rank-1 hasil <i>fitting</i> untuk hamburan pion-nukleon pada momentum 825-1000 MeV/c. | 48 |
| B.4 | Parameter potensial separabel rank-1 hasil <i>fitting</i> untuk hamburan pion-nukleon pada momentum 1025-1200 MeV/c. | 49 |
| B.5 | Parameter potensial separabel rank-1 hasil <i>fitting</i> untuk hamburan pion-nukleon pada momentum 1225-1400 MeV/c. | 50 |

Daftar Gambar

| | | |
|-----|--|----|
| 4.1 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial S_{11} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. | 18 |
| 4.2 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial S_{31} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. | 19 |
| 4.3 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{11} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. | 20 |
| 4.4 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{13} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. | 22 |
| 4.5 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{31} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. | 23 |
| 4.6 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{33} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. | 24 |

| | | |
|------|---|----|
| 4.7 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{13} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. | 26 |
| 4.8 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{15} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. | 27 |
| 4.9 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{33} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. | 29 |
| 4.10 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{35} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. | 30 |
| B.1 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial S_{11} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. | 37 |
| B.2 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial S_{31} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. | 38 |
| B.3 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{11} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. | 39 |

| | | |
|-----|---|----|
| B.4 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{13} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. . . . | 40 |
| B.5 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{31} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. . . . | 41 |
| B.6 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{33} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. . . . | 42 |
| B.7 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{13} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. . . . | 43 |
| B.8 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{15} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. . . . | 44 |
| B.9 | Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{33} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. . . . | 45 |

B.10 Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{35} .

Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis. . . . 46



Bab 1

Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Eksperimen hamburan yang selama ini telah dilakukan menghasilkan banyak pengetahuan tentang berbagai interaksi antar partikel sehingga pengetahuan tentang struktur partikel dapat terus ditingkatkan. Yang dilakukan pada eksperimen hamburan diawali dengan menumbukkan target, yang dapat berupa atom, inti atom atau partikel, dengan partikel lain yang merupakan proyektil. Sifat-sifat dan kondisi awal dari proyektil dan target diketahui. Setelah tumbukan, proyektil akan dihamburkan oleh target ke arah-arrah tertentu. Dari distribusi hamburan tersebut dapat dipelajari interaksi dan struktur partikel yang bersangkutan.

Beberapa alasan hamburan pion-nukleon menarik untuk dipelajari. Pertama, salah satu sumber informasi utama tentang spektrum baryon [1]. Kedua, melimpahnya data yang akurat dan struktur yang sederhana [1]. Ketiga, interaksi pion-nukleon adalah komposisi penting pada banyak reaksi hadronik dan pada produksi meson di tumbukan nukleon-nukleon NN [1, 2]. Juga ada indikasi yang kuat bahwa sistem pion-nukleon memainkan peranan penting, walaupun tidak dominan, pada produksi meson η dan ω , dan berhubungan dengan produksi *strangeness* [1]. Selain itu, untuk bisa memahami struktur hadron dan interaksinya, diperlukan juga pengetahuan yang akurat tentang interaksi πN dan NN [3]. Sehingga kesuksesan penggunaan partikel pion dalam mempelajari struk-

tur partikel membutuhkan pengetahuan tentang interaksi kuat antara pion dengan nukleon.

Teori interaksi kuat untuk partikel yang diterima saat ini adalah *quantum chromodynamics* (QCD), dengan model yang menggunakan quark sebagai partikel elementer dan gluon sebagai partikel mediasinya. Teori ini dapat diaplikasikan untuk sistem hamburan energi tinggi (*high energy physics*). Namun, untuk sistem energi rendah dan sedang (*low and medium energy physics*), aplikasi teori ini terkendala oleh kerumitan matematisnya, di samping tuntutan untuk memperhitungkan lebih banyak lagi proses (diagram) yang mungkin. Sehingga saat ini kurang memungkinkan untuk memprediksikan interaksi pion-nukleon dari QCD dikarenakan kendala-kendala tadi, meskipun usaha ambisius tetap dilakukan melalui *lattice* QCD yang membutuhkan fasilitas komputasi numerik yang kuat. Oleh karena itu, untuk energi rendah dan menengah, penelitian dapat dilanjutkan dengan menggunakan baryon dan meson (hadron) sebagai pengganti quark dan gluon atau bisa juga dengan memprediksikan bentuk interaksi secara fenomenologis. Untuk keperluan yang bersifat praktis, interaksi kuat dapat diasumsikan berbentuk separabel.

Model separabel untuk interaksi antar partikel pertama kali digunakan oleh Yamaguchi [4], karena itu model ini sering juga disebut interaksi atau potensial Yamaguchi. Sejauh ini bentuk separabel digunakan orang untuk mempermudah penyelesaian persamaan Lippmann-Schwinger secara analitis, terutama pada kasus interaksi beberapa benda (*few-body problem*). Selain bentuknya yang non-lokal, usaha-usaha mempertemukan interaksi separabel dan potensial pertukaran satu boson atau OBEP (*One Boson Exchange Potential*) telah dilakukan, di antaranya oleh Manabe *et al* [5]. Mereka menemukan bahwa dua model tersebut menjadi identik pada nilai momentum yang mendekati nol, tapi berbeda secara esensial untuk nilai momentum yang lain.

1.2 Perumusan Masalah

Perhitungan pada reaksi yang melibatkan pion-nukleon membutuhkan informasi tentang interaksi yang terjadi. Untuk problem yang melibatkan tiga partikel atau lebih, penyelesaian persamaan Lippmann-Schwinger menjadi lebih sederhana jika

interaksi yang terlibat diasumsikan berbentuk separabel. Penelitian ini mencoba menelaah interaksi pion-nukleon dalam bentuk separabel.

1.3 Metode Penelitian

Penelitian dilakukan secara teoretis. Persamaan Lippmann-Schwinger untuk amplitudo hamburan pion-nukleon diselesaikan secara analitis dengan mengasumsikan interaksi yang terjadi berbentuk separabel rank-1. Penetapan parameter interaksi dilakukan dengan proses *fitting* terhadap data pergeseran fase dari analisa SAID [6]. Proses *fitting* dikerjakan dengan menggunakan *routine fitting* MINUIT dari CERN.

1.4 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan melakukan parameterisasi interaksi pion-nukleon dengan menggunakan model separabel rank-1.

Bab 2

Teori Dasar Hamburan

2.1 Kinematika

Dalam melihat sistem dua partikel, dengan m_A menyatakan massa partikel A yang merupakan proyektil dan m_B menyatakan massa partikel B yang merupakan target, digunakan dua kerangka. Pertama, kerangka laboratorium (Lab). Dalam kerangka ini, keadaan awal (sebelum mengalami hamburan) m_A dan m_B memiliki momentum masing-masing \vec{p}_A dan $\vec{p}_B = 0$, dimana *tilde* mengindikasikan bahwa kuantitas dihitung pada kerangka Lab. Kemudian pada keadaan akhir (sesudah hamburan) momentum yang dimiliki m_A dan m_B adalah \vec{q}_A dan \vec{q}_B . Kedua, kerangka pusat massa (PM). Dimana dalam kerangka ini, sistem bisa dilihat sebagai sistem satu partikel dengan momentum relatif awal \vec{p} , kemudian pada keadaan akhir (sesudah hamburan) momentum akhir \vec{q} . Kerangka PM digunakan untuk mempermudah perhitungan proses hamburan [7].

Hubungan antara momentum dalam kerangka Lab dan momentum dalam kerangka PM adalah

$$\vec{p} \equiv \frac{m_B \vec{p}_A - m_A \vec{p}_B}{m_A + m_B}. \quad (2.1)$$

Vektor momentum \vec{p} tidak bergantung pada kerangka acuan yang digunakan dan bersifat kekal dalam proses hamburan elastis, yaitu $|\vec{p}| = |\vec{q}|$. Karena partikel target yang ditembak berada dalam keadaan diam relatif terhadap kerangka Lab,

maka $\vec{\tilde{p}}_B = 0$. Sehingga

$$\vec{p} = \frac{m_B}{m_A + m_B} \vec{p}_A = \frac{m}{m_A} \vec{p}_A. \quad (2.2)$$

dengan m adalah massa tereduksi

$$m = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}. \quad (2.3)$$

Dalam proses hamburan elastik, energi kinetik total bersifat kekal, sehingga besarnya energi kinetik total sebelum dan sesudah hamburan adalah sama [8], yaitu

$$\begin{aligned} \tilde{E} &= \tilde{E}_A = \tilde{E}'_A + \tilde{E}'_B \\ &= \frac{\tilde{p}_A^2}{2m_A} = \frac{\tilde{q}_A^2}{2m_A} + \frac{\tilde{q}_B^2}{2m_B}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Energi total dalam kerangka PM adalah

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{q^2}{2m}. \quad (2.5)$$

Sehingga hubungan antara \tilde{E} dengan E adalah

$$E = \frac{\mu}{m_1} \tilde{E}. \quad (2.6)$$

Selain energi, perlu dicari hubungan antara sudut hambur dalam kedua kerangka. Sudut hambur adalah besarnya sudut antara vektor momentum awal dan vektor momentum akhir dari proyektil. Dengan menentukan momentum awal searah sumbu- z serta hamburan pada bidang- xz , maka vektor momentum akhir dalam kerangka PM adalah

$$\vec{q} = \vec{q}_x + \vec{q}_z = \vec{p} \sin \theta \hat{x} + \vec{p} \sin \theta \hat{z} \quad (2.7)$$

Momentum akhir tersebut dapat juga dinyatakan dalam momentum-momentum akhir di kerangka Lab seperti

$$\vec{q} = \frac{m_B \vec{q}_A - m_A \vec{q}_B}{m_A + m_B} \quad (2.8)$$

Pada kerangka Lab, vektor momentum awal hanya memiliki komponen pada sumbu- z , sehingga vektor momentum akhir total juga hanya pada sumbu- z ,

komponen sumbu- x dari vektor momentum akhir akan saling menghilangkan, sehingga

$$\vec{q}_{Bx} = -\vec{q}_{Ax} \quad (2.9)$$

Maka dengan memasukan persamaan (2.8) ke dalam persamaan (2.9) dan dengan kondisi (2.10), bisa didapatkan hubungan antara sudut hambur dalam kedua kerangka, yaitu

$$\theta = \tilde{\theta} + \arcsin\left(\frac{m_A}{m_B} \sin \tilde{\theta}\right). \quad (2.10)$$

Dengan menggunakan persamaan (2.2), (2.7) dan (2.11) di atas, bisa dilakukan transformasi dari kerangka Lab ke kerangka PM dan juga sebaliknya.

Berikut ini perhitungan kinematika hamburan secara relativistik dalam satuan $c = 1$. Misalkan B adalah target dengan $P_B = \{m_B, 0\}$ adalah momentum-4 partikel B. Pada kasus ini, A adalah proyektil dengan momentum-4 $P_A = \{\tilde{E}_A, \tilde{p}_A\}$. Dari kekekalan momentum-4, didapatkan total massa invarian sistem [9], yaitu

$$W^2 = (P_A + P_B)^2 \quad (2.11)$$

$$= (P_C + P_D)^2. \quad (2.12)$$

Karena kuantitas ini invarian terhadap transformasi Lorentz, salah satunya dapat di evaluasi dalam kerangka Lab. Sehingga massa invarian adalah

$$W = \sqrt{(\tilde{E}_A + m_B)^2 - \tilde{p}_A^2} \quad (2.13)$$

sebagai fungsi momentum dari partikel datang, yaitu partikel A. Jika dihitung, maka momentum partikel A pada kerangka PM

$$p_A = \sqrt{\frac{[W^2 - (m_A + m_B)^2][W^2 - (m_A - m_B)^2]}{4W^2}}. \quad (2.14)$$

Dengan cara yang sama, didapatkan momentum partikel C pada kerangka PM

$$p_C = \sqrt{\frac{[W^2 - (m_C + m_D)^2][W^2 - (m_C - m_D)^2]}{4W^2}}. \quad (2.15)$$

Untuk kasus hamburan pion nukleon, p_A dan p_C memiliki nilai yang sama karena massa partikel pada keadaan awal dan akhir adalah sama.

2.2 Persamaan Lippmann-Schwinger

Persamaan Schrodinger dalam satuan $\hbar = 1$ adalah

$$-\frac{1}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r}) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}). \quad (2.16)$$

Jika dikalikan dengan faktor $-2m$, menjadi

$$\nabla^2\psi(\vec{r}) - 2mV(\vec{r})\psi(\vec{r}) = -2mE\psi(\vec{r}). \quad (2.17)$$

Dengan melakukan substitusi

$$2mV(\vec{r}) = U(\vec{r}) \quad (2.18)$$

dan

$$2mE = K^2, \quad (2.19)$$

maka persamaan (2.13) dapat dituliskan menjadi

$$\nabla^2\psi(\vec{r}) - U(\vec{r})\psi(\vec{r}) = -K^2\psi(\vec{r}) \quad (2.20)$$

atau

$$[\nabla^2 + K^2]\psi(\vec{r}) = U(\vec{r})\psi(\vec{r}). \quad (2.21)$$

Persamaan (2.21) ini merupakan representasi persamaan Schrodinger dalam ruang posisi.

Dengan memanfaatkan sifat delta Dirac

$$\int d^3\vec{r}' \delta^3(\vec{r} - \vec{r}') f(\vec{r}') = f(\vec{r}), \quad (2.22)$$

maka suku kanan persamaan (2.21) berubah menjadi

$$U(\vec{r})\psi(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}' \delta^3(\vec{r} - \vec{r}') U(\vec{r}')\psi(\vec{r}'), \quad (2.23)$$

sehingga representasi persamaan Schrodinger dalam ruang posisi bisa dituliskan sebagai [10]

$$[\nabla^2 + K^2]\psi(\vec{r}) = U(\vec{r})\psi(\vec{r}) \quad (2.24)$$

$$= \int d^3\vec{r}' \delta^3(\vec{r} - \vec{r}') U(\vec{r}')\psi(\vec{r}'). \quad (2.25)$$

Dengan memanfaatkan fungsi Green

$$[\nabla^2 + K^2]G(\vec{r}, \vec{r}') = \delta^3(\vec{r} - \vec{r}'), \quad (2.26)$$

maka persamaan (2.26) menjadi

$$[\nabla^2 + K^2]\psi(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}' [\nabla^2 + K^2]G(\vec{r}, \vec{r}')U(\vec{r}')\psi(\vec{r}') \quad (2.27)$$

$$= [\nabla^2 + K^2] \int d^3\vec{r}' G(\vec{r}, \vec{r}')U(\vec{r}')\psi(\vec{r}') \quad (2.28)$$

atau dapat dituliskan sebagai

$$\psi(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}' G(\vec{r}, \vec{r}')U(\vec{r}')\psi(\vec{r}'), \quad (2.29)$$

sehingga solusi lengkapnya adalah

$$\psi(\vec{r}) = \phi_i(\vec{r}) + \int d^3\vec{r}' G(\vec{r}, \vec{r}')U(\vec{r}')\psi(\vec{r}'). \quad (2.30)$$

Ini merupakan persamaan Lippmann Schwinger di ruang koordinat. Jika tidak ada interaksi ($U(\vec{r}) = 0$), maka

$$[\nabla^2 + K^2]\phi_i(\vec{r}) = 0 \quad (2.31)$$

dengan indeks i berarti fungsi gelombang awal (*initial*).

2.3 Amplitudo Transisi

Setelah mengganti $U = 2mV$, maka persamaan (2.30) bisa dituliskan dalam notasi Dirac menjadi

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= |\phi_i\rangle + GU|\psi\rangle \\ &= |\phi_i\rangle + 2mGV|\psi\rangle \end{aligned} \quad (2.32)$$

dengan indeks bawah i yang berarti awal dan f yang berarti akhir. Amplitudo transisi didefinisikan sebagai

$$T_{fi} \equiv \langle\phi_f|T|\phi_i\rangle \equiv \langle\phi_f|V|\psi\rangle. \quad (2.33)$$

Gunakan (2.32) dan relasi kelengkapan $\sum |\phi_m\rangle\langle\phi_m| = 1$ pada (2.33) diperoleh

$$T_{fi} = V_{fi} + 2m \sum_{m,n} V_{fm} \langle\phi_m|G|\phi_n\rangle T_{ni}. \quad (2.34)$$

Misalkan $|\phi\rangle$ diproyeksikan ke ruang momentum, maka persamaan di atas menjadi

$$T(\vec{q}, \vec{p}) = V(\vec{q}, \vec{p}) + 2m \int d^3\vec{k}_m \int d^3\vec{k}_n V(\vec{q}, \vec{k}_m) G(\vec{k}_m, \vec{k}_n) T(\vec{k}_n, \vec{p}) \quad (2.35)$$

Dengan menggunakan fungsi Green dalam ruang momentum yang diberikan oleh [10]

$$G(\vec{k}_m, \vec{k}_n) = \frac{\delta(\vec{k}_m - \vec{k}_n)}{k_m^2 - k_n^2} \quad (2.36)$$

maka persamaan di atas menjadi

$$T(\vec{q}, \vec{p}) = V(\vec{q}, \vec{p}) + 2m \int d^3\vec{k}_n \frac{V(\vec{q}, \vec{k}_n) T(\vec{k}_n, \vec{p})}{k_m^2 - k_n^2}. \quad (2.37)$$

Ekspansikan fungsi gelombang ke dalam basis momentum angular, diperoleh amplitudo transisi T berbentuk

$$T^{\ell' \ell J}(q, p) = V^{\ell' \ell J}(q, p) + 2m \int_0^\infty dk_n k_n^2 \frac{V^{\ell' \ell J}(q, k_n) T^{\ell' \ell J}(k_n, p)}{k_m^2 - k_n^2} \quad (2.38)$$

dengan ℓ' , ℓ , dan J adalah momentum angular akhir, momentum angular awal, dan momentum angular total.

2.4 Pergeseran Fase

Pergeseran fase dapat menunjukkan sifat atraktif atau repulsif dari gaya nuklir [11]. Menggunakan hubungan antara momentum relatif p , parameter tumbukan b , dan momentum angular L [12]:

$$pb = \left(L + \frac{1}{2}\right) \quad (2.39)$$

dapat ditemukan nilai radius ($\approx b$) daerah gaya nuklir yang memiliki sifat atraktif atau repulsif. Dengan persamaan ini, dapat diketahui bahwa pada nilai energi proyektil yang sama (p sama), untuk nilai L yang kecil maka nilai b pun kecil. Sehingga, dengan melihat nilai pergeseran fase S ($L = 0$) di energi yang tidak terlalu tinggi, maka dapat dilihat bagaimana sifat interaksi nuklir pada radius yang pendek. Persamaan ini juga dapat digunakan untuk mengetahui nilai maksimum dari L yang dapat digunakan untuk meneliti sifat gaya nuklir pada radius tertentu b dan pada besar energi tertentu [7].

Pengertian yang lebih dalam untuk membuat model, dapat diperoleh dari pergeseran fase. Oleh karena itu, perlu dicari hubungan antara matriks T dan pergeseran fase. jika j adalah momentum angular total $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$, l', l keadaan bilangan kuantum orbital akhir dan awal, m menyatakan massa tereduksi, dan momentum *on shell* dinyatakan dengan $p = \sqrt{2mE}$, maka hubungan antara matriks T dan matriks S adalah [13]

$$S_{l'l}^j = \delta_{l'l} - 2\pi i \mu p T_{l'l}^j \quad (2.40)$$

Untuk hamburan Pion Nukleon karena spin total $\frac{1}{2}$ maka $j = l \pm \frac{1}{2}$. Sehingga nilai minimum untuk j adalah $j_{min} = \frac{1}{2}$ untuk $l = 0$. Sedangkan jika nilai $j = 0, 1, 2, 3, \dots$ maka akan diperoleh nilai $j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$. Karena dalam proses tumbukan pion-nukleon, momentum angular total \mathbf{J} , spin total \mathbf{S} dan paritas $\Pi = (-1)^l$ adalah tetap, maka nilai j tertentu akan berlaku $l = l'$ sehingga yang ada hanya keadaan *uncoupled* [7]. Dalam notasi

$$L_j^{2S+1} = L_j^2, L = S, P, D, \dots \quad (2.41)$$

maka keadaan yang dimiliki

$$S_{\frac{1}{2}}^2, P_{\frac{1}{2}}^2, P_{\frac{3}{2}}^2, D_{\frac{3}{2}}^2, \dots \quad (2.42)$$

dan hubungan antara matriks- T dan matriks- S untuk keadaan *uncoupled* adalah [14]

$$\begin{aligned} S_{(j+\frac{1}{2})(j+\frac{1}{2})}^j &= 1 - 2\pi i \mu p T_{(j+\frac{1}{2})(j+\frac{1}{2})}^j \\ S_{(j-\frac{1}{2})(j-\frac{1}{2})}^j &= 1 - 2\pi i \mu p T_{(j-\frac{1}{2})(j-\frac{1}{2})}^j \end{aligned} \quad (2.43)$$

yang dapat dituliskan dalam bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} S_{(++)}^j & 0 \\ 0 & S_{(--)}^j \end{pmatrix}. \quad (2.44)$$

Elemen matriks-S yang berupa bilangan kompleks dapat diparameterisasi dengan suatu bilangan real δ_l^j sebagai berikut [13]

$$S_{ll}^j = e^{2i\delta_l^j} \quad (2.45)$$

δ_l^j merupakan pergeseran fase yang menunjukkan bagaimana perubahan fase fungsi gelombang sebelum dan sesudah hamburan. Nilai dari pergeseran fase berkaitan dengan sifat dari interaksi pion-nukleon [11]. Pergeseran fase dengan nilai negatif menunjukkan adanya gaya repulsif (tolak-menolak) sedangkan pergeseran fase dengan nilai positif menunjukkan gaya yang sifatnya atraktif (tarik menarik) pada interaksi pion-nukleon. Sebagai bilangan kompleks, S_{ll}^j dapat dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} S_{ll}^j &= \text{Re} [S_{ll}^j] + i \text{Im} [S_{ll}^j] \\ &= \cos(2\delta_l^j) + i \sin(2\delta_l^j) \end{aligned} \quad (2.46)$$

sehingga dapat dituliskan

$$\begin{aligned} \tan \delta_{ll}^j &= \frac{\text{Im} [S_{ll}^j]}{\text{Re} [S_{ll}^j]} \\ &= \frac{-2\pi\mu p \text{Re} [T_{ll}^j]}{1 + 2\pi\mu p \text{Im} [T_{ll}^j]}. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Maka akan diperoleh hubungan antara pergeseran fase dengan matriks- T sebagai berikut

$$\delta_{ll}^j = \frac{1}{2} \arctan (\chi_{ll}^j) \quad (2.48)$$

dengan

$$\chi_{ll}^j = \frac{-2\pi\mu p \text{Re} [T_{ll}^j]}{1 + 2\pi\mu p \text{Im} [T_{ll}^j]} \quad (2.49)$$

Dari memperoleh nilai pergeseran fase dapat diperoleh *observable*. Tapi untuk proses sebaliknya tidak semudah itu. Tidak dapat memperoleh pergeseran

fase dari data *observable* hasil eksperimen melalui proses analitik langsung. Karena, cara yang biasa digunakan untuk memperoleh nilai pergeseran fase dari nilai *observable* (hasil eksperimen) adalah dengan proses *fitting*[7]. Dengan memasukkan nilai pergeseran fase awal kemudian dilakukan iterasi terhadap nilai tersebut dengan membandingkan data *observable* yang diperoleh dari pergeseran fase dengan data eksperimen. Untuk membentuk model potensial bagi interaksi pion-nukleon, dilakukan *fitting* dengan data pergeseran fase dari Hyslop [6] yang diperoleh melalui SAID-analysis.



Bab 3

Interaksi Pion-Nukleon

3.1 Fungsi Green

Jika \vec{p} merupakan momentum awal dan \vec{q} adalah momentum akhir, serta w energi total, maka amplitudo transisi T dapat dituliskan kembali dalam bentuk persamaan Lippmann-Schwinger [14]:

$$T(q, p; w) = V(q, p) + \int_0^\infty dk k^2 V(q, k) G_N(w; k) T(k, p; w). \quad (3.1)$$

Persamaan ini sudah dalam representasi gelombang parsial dengan $V(q, p)$ adalah potensial dan $G_N(w; k)$ adalah fungsi Green bebas. Untuk hamburan kanal tunggal, fungsi Green diberikan oleh:

$$G_N(w; k) = [w - w_N(k)]^{-1} \quad (3.2)$$

dengan

$$\begin{aligned} w_N(k) &= \frac{k^2}{2m_\pi} + m_\pi + \frac{k^2}{2m_N} + m_N \\ &= \frac{k^2}{2} \left(\frac{1}{m_\pi} + \frac{1}{m_N} \right) + (m_\pi + m_N) \\ &= \frac{k^2}{2} \left(\frac{1}{m_\pi} + \frac{1}{m_N} \right) + M_{\pi N} \\ &= \frac{k^2}{2m_{\pi N}} + M_{\pi N} \end{aligned} \quad (3.3)$$

dan

$$w = \frac{q^2}{2m_{\pi N}} + M_{\pi N} \quad (3.4)$$

Sehingga :

$$\begin{aligned} G_N(w; k) &= \left[\frac{q^2}{2m_{\pi N}} - \frac{k^2}{2m_{\pi N}} \right]^{-1} \\ &= \frac{2m_{\pi N}}{q^2 - k^2} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Pada ekspresi ini, $m_{\pi N}$ adalah massa reduksi sistem pion-nukleon.

3.2 Model Separabel

Dengan asumsi [9]:

$$V(q, p) = \lambda g(q)g(p) \quad (3.6)$$

dengan $\lambda = \pm 1$ adalah parameter fase dan $g(p)$ disebut faktor bentuk, maka persamaan (3.1) menjadi :

$$\begin{aligned} T(q, p; w) &= \lambda g(q)g(p) + \int_0^\infty dk k^2 \lambda g(q)g(k)G_N(w; k)T(k, p; w) \\ &= g(q) \left[\lambda g(p) + \lambda \int_0^\infty dk k^2 g(k)G_N(w; k)T(k, p; w) \right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

misalkan

$$T(q, p; w) = g(q)a(p, w) \quad (3.8)$$

maka dengan memasukkan persamaan (3.8) ke persamaan (3.7) :

$$\begin{aligned} g(q)a(p, w) &= g(q) \left(g(p) \right. \\ &\quad \left. + \int dk k^2 \lambda g(k)G_N(w; k)g(k)a(p; w) \right) \end{aligned} \quad (3.9)$$

sehingga :

$$\begin{aligned} a(p, w) &= \lambda g(p) + \lambda \int_0^\infty dk k^2 g(k)G_N(w; k)T(k, p; w) \\ &= \lambda g(p) + \lambda \int dk k^2 g(k)G_N(w; k)g(k)a(p; w) \\ &= \lambda g(p) + \lambda a(p; w) \int dk k^2 g(k)G_N(w; k)g(k) \\ &= \frac{g(p)}{\frac{1}{\lambda} - \int dk k^2 g^2(k)G_N(w; k)} \end{aligned} \quad (3.10)$$

sehingga persamaan (3.8) menjadi :

$$T(q, p; w) = \frac{g(q)g(p)}{\frac{1}{\lambda} - \int dk k^2 g^2(k) G_N(w; k)}. \quad (3.11)$$

Misalkan persamaan di atas disederhanakan menjadi :

$$T(q, p; w) = g(q)\tau(w)g(p) \quad (3.12)$$

dengan

$$\tau(w) = [\lambda^{-1} - \int_0^\infty dk k^2 g(k) G_N(w; k) g(k)]^{-1} \quad (3.13)$$

dengan $g(k)$ dalam bentuk

$$g(k) = \frac{Bk^\ell}{[k^2 + A^2]^{\frac{\ell+2}{2}}} \quad (3.14)$$

dengan ℓ adalah orde gelombang parsial serta A dan B merupakan parameter yang menunjukkan kekuatan dan daerah potensial. Dengan

$$\begin{aligned} I &= \int_0^\infty dk k^2 g(k) G_N(w; k) g(k) \\ &= 2m_{\pi N} \int_0^\infty dk \frac{k^2 g(k)^2}{q^2 - k^2} \end{aligned} \quad (3.15)$$

persamaan diatas diselesaikan dengan teorema residu [15]. Setelah menghitung integrasinya yang ditunjukkan pada Lampiran A, didapatkan ekspresi lain dari matriks T untuk $\ell = 0$:

$$T^0(q, p) = \frac{(B_0)^2}{[q^2 + (A_0)^2][p^2 + (A_0)^2]} \left[1 + \frac{\pi m_{\pi N} (B_0)^2}{2A_0 [A_0 - iq]^2} \right]^{-1}, \quad (3.16)$$

sedangkan untuk $\ell = 1$:

$$T^1(q, p) = \frac{(B_1)^2 qp}{[q^2 + (A_1)^2]^{3/2} [p^2 + (A_1)^2]^{3/2}} \left[1 + \frac{\pi m_{\pi N} (B_1)^2 [A_1 - 3iq]}{8A_1 [A_1 - iq]^3} \right]^{-1}, \quad (3.17)$$

dan untuk $\ell = 2$:

$$\begin{aligned} T^2(q, p) &= \frac{(B_2)^2 q^2 p^2}{[q^2 + (A_2)^2]^2 [p^2 + (A_2)^2]^2} \\ &\times \left[1 + \frac{\pi m_{\pi N} (B_2)^2 [(A_2)^2 - 4iqA_2 - 5q^2]}{16A_2 [A_2 - iq]^4} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

dimana parameter dalam potensial tersebut akan didapatkan dengan melakukan fitting pada data eksperimen pergeseran fase.

3.3 Penetapan Parameter

Tujuan dilakukannya *fitting* adalah untuk mencari kombinasi nilai parameter pada potensial yang dapat menghasilkan nilai pergeseran fase yang mendekati nilai pergeseran fase pada data eksperimen. Berdasarkan persamaan (3.16), pada orde gelombang parsial $\ell = 0$ terdapat parameter A_0 dan B_0 yang akan ditentukan dengan *fitting*. Sedangkan pada orde gelombang parsial $\ell = 1$, terdapat parameter A_1 dan B_1 yang akan ditentukan dengan *fitting* berdasarkan persamaan (3.17). Dan untuk orde gelombang parsial $\ell=2$, parameter yang akan ditentukan berdasarkan persamaan (3.18) adalah A_2 dan B_2 . Proses *fitting* diawali dengan menetapkan batas minimum dan maksimum serta nilai awal dan ukuran langkah yang digunakan untuk membatasi variasi nilai parameter. Setelah itu, proses *fitting* dilanjutkan dengan menggunakan minuit. Variasi momentum yang dilakukan pada *fitting* ini adalah 0-400 MeV/c, 0-1500 MeV/c, 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c dengan masukan program *fitting* yang dipilih seperti tabel 3.1.

Tabel 3.1: Masukan untuk Program *Fitting*

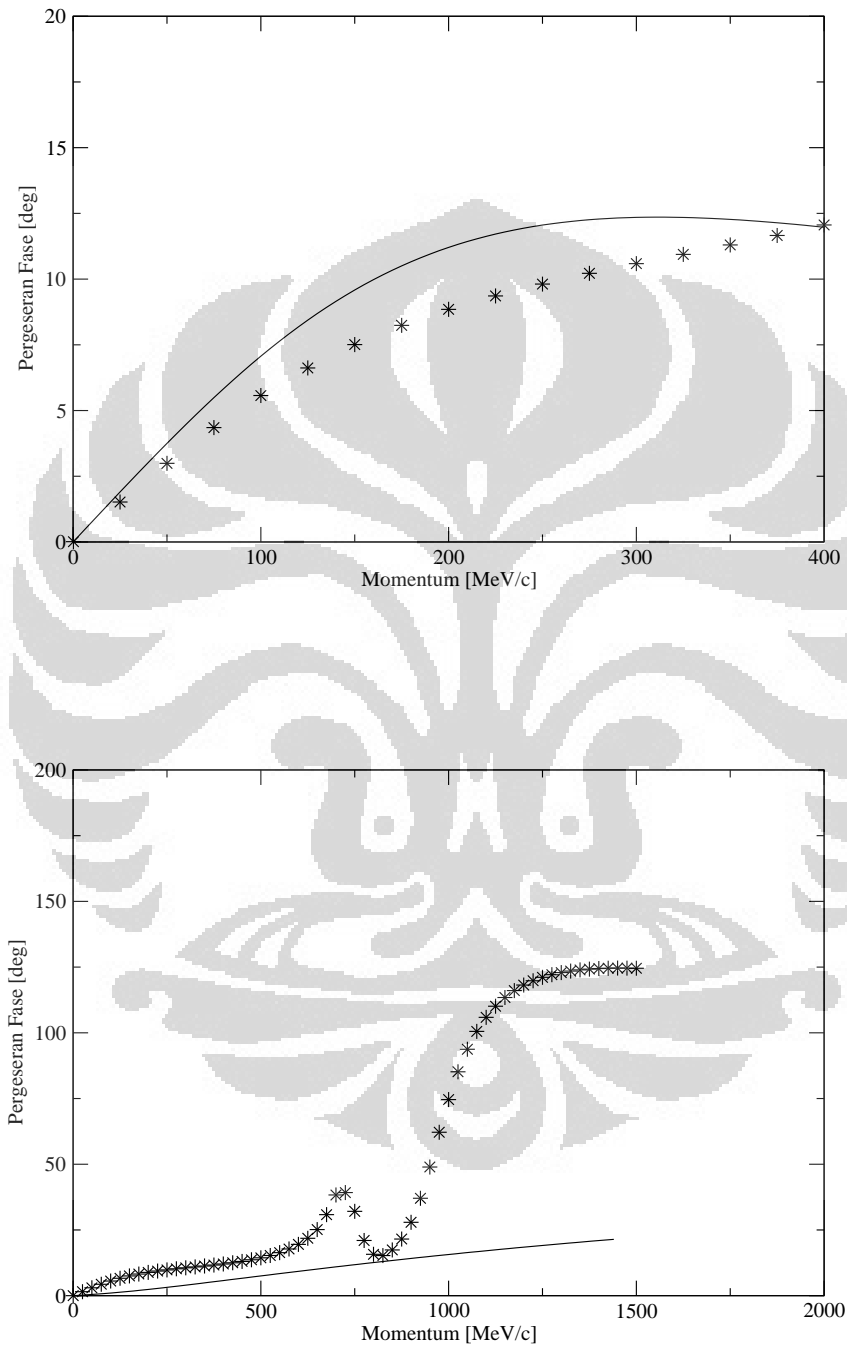
| Parameter | Nilai Awal | Ukuran Langkah | Minimum | Maksimum |
|-----------|------------|----------------|---------|----------|
| A | 1.0 - 4.0 | 0.1 - 0.4 | 0 | 5000 |
| B | 1.0 -4.0 | 0.1 - 0.4 | 0 | 5000 |

Bab 4

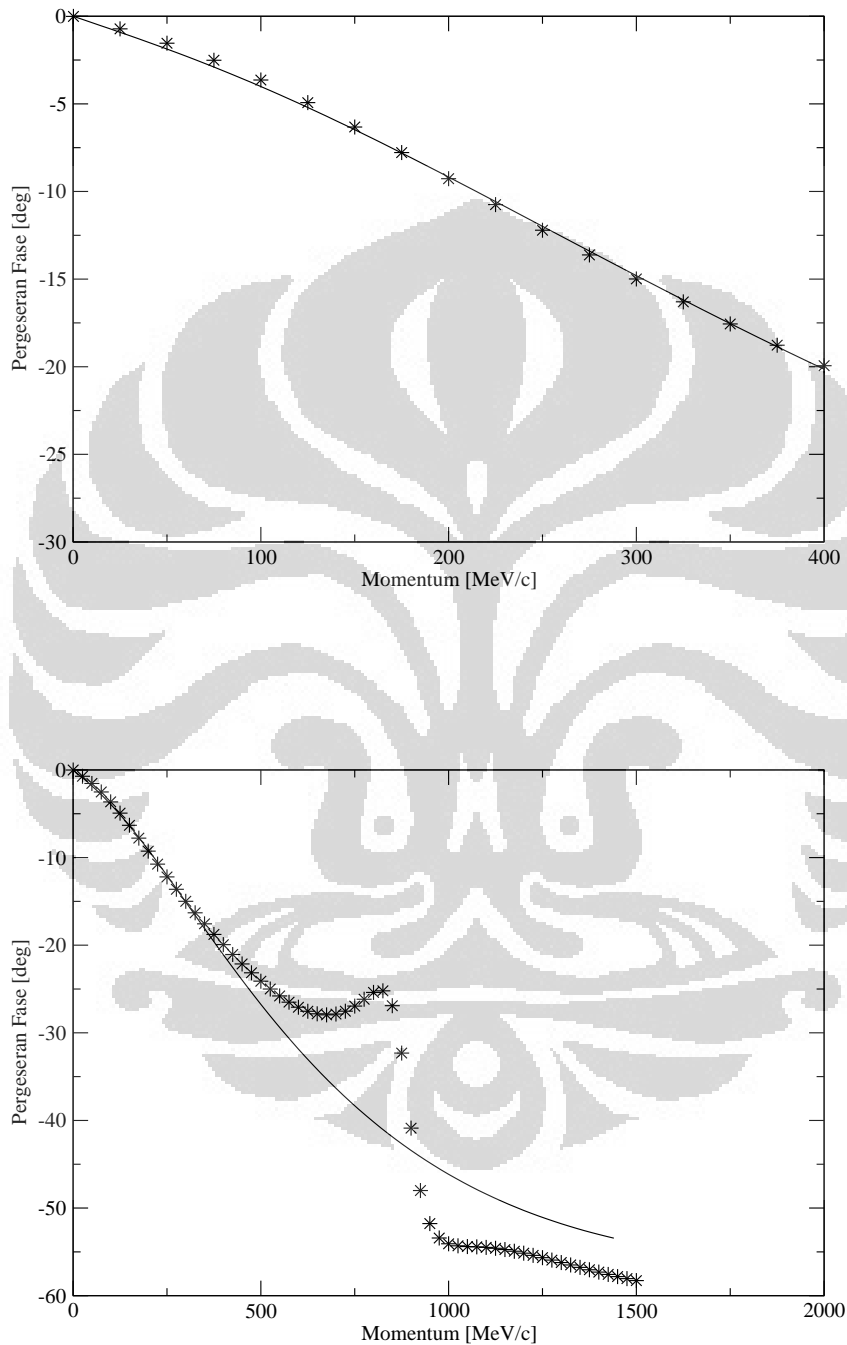
Hasil dan Diskusi

Notasi yang akan digunakan L_{IJ} , dimana L merupakan gelombang parsial, I merupakan isospin dan J melambangkan spin. Notasi S, P, D digunakan untuk menggambarkan orde gelombang parsial pada $\ell=0, \ell=1$, dan $\ell=2$. Untuk penulisan Isospin dengan angka 1 dan 3, melambangkan isospin $\frac{1}{2}$ dan $\frac{3}{2}$. Seperti itu juga penulisan Spin, angka 1, 3, dan 5 digunakan untuk menuliskan spin $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$, dan $\frac{5}{2}$.

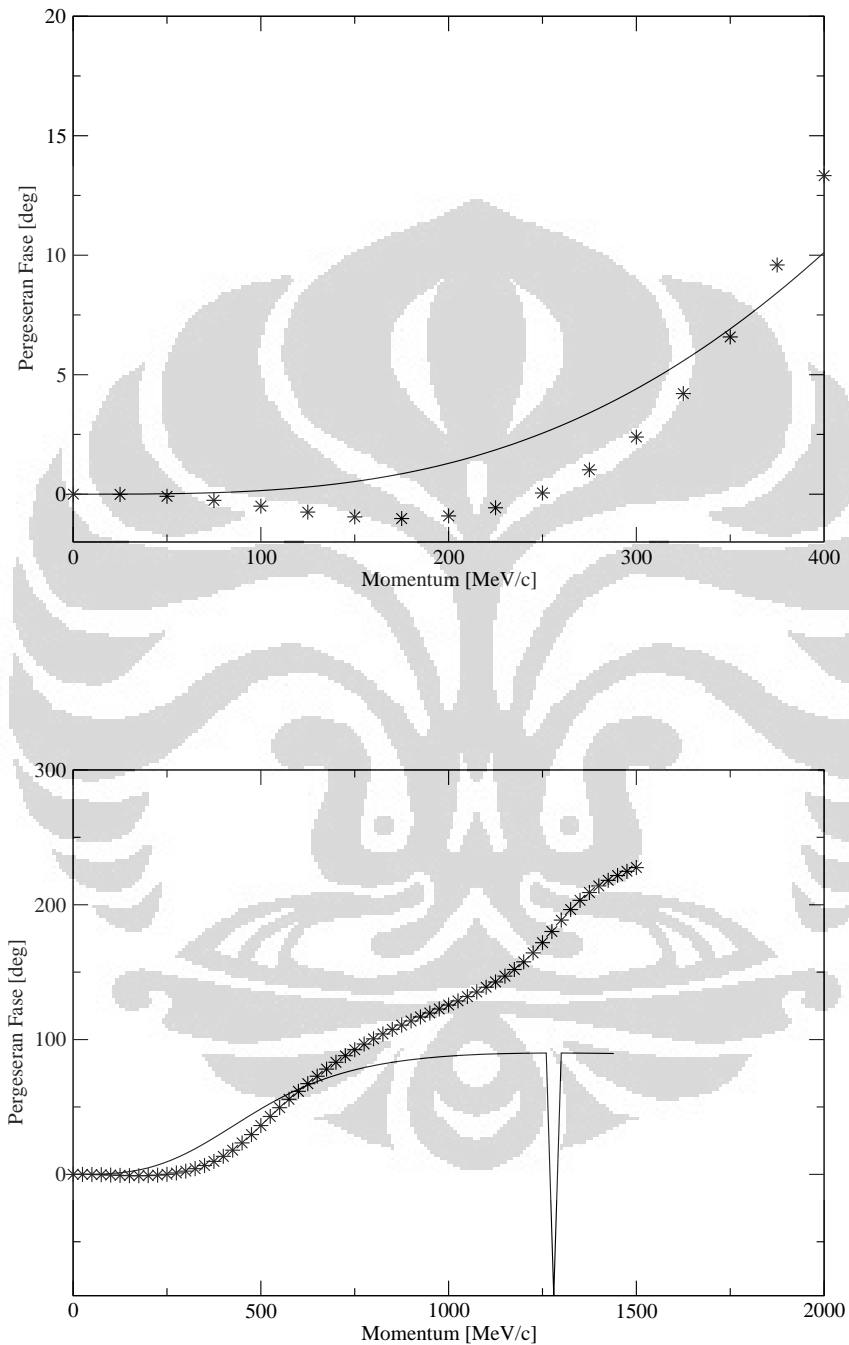
Pada gambar (4.1), terlihat hubungan antara momentum laboratorium dengan pergeseran fase gelombang parsial S_{11} dari model separabel rank-1. Pada panel kiri, jangkauan momentum dari 0-400 MeV/c, sedangkan pada panel kanan memiliki jangkauan momentum 0-1500 MeV/c. Dari gambar pada panel kiri, terlihat hasil fitting yang cukup baik walaupun kurva eksperimen berada dibawah kurva teori. Hasil ini disebabkan potensial separabel rank-1 tidak bisa menggambarkan fenomena tarik-menarik dan tolak-menolak secara sekaligus, ini sesuai dengan yang ditemukan oleh [4]. Sedangkan dari tabel (4.1), terlihat λ untuk S_{11} bernilai negatif sehingga pergeseran fase bernilai positif yang berarti terjadi fenomena tarik-menarik dan pada umumnya fenomena tarik menarik tergambar kurang baik jika dibandingkan fenomena tolak-menolak jika menggunakan model ini. Sedangkan dari gambar pada panel kanan, terlihat hasil fitting yang kurang baik. Hasil yang diperoleh ini, juga dari hasil yang ditunjukkan pada Lampiran B, menunjukkan proses fitting yang menggunakan model potensial separabel rank-1 memberikan hasil yang kurang baik untuk momentum diatas 400 MeV/c, dan hampir secara beraturan hasil yang kurang baik ini secara kuantitas meningkat jika mo-



Gambar 4.1: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial S_{11} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.



Gambar 4.2: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial S_{31} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.



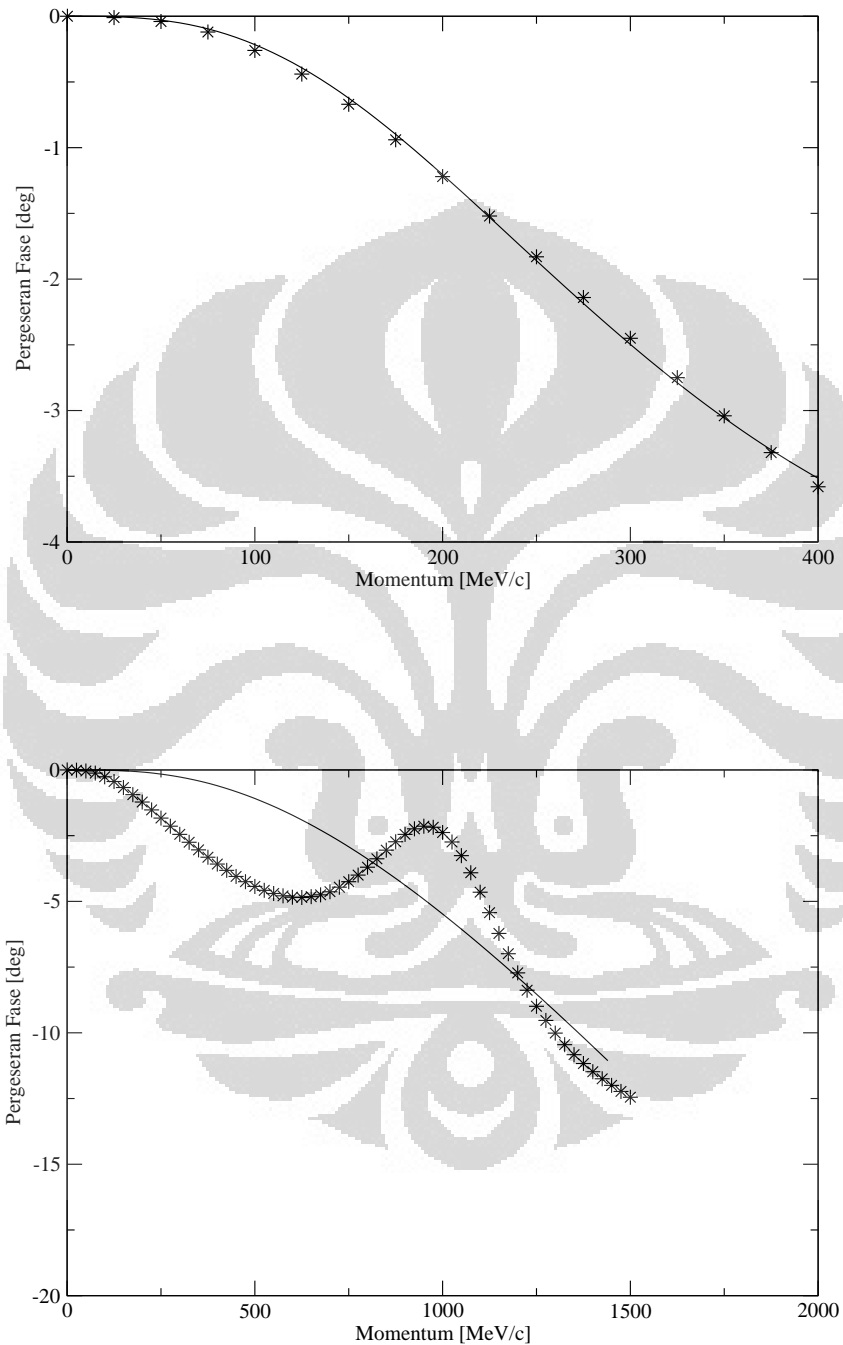
Gambar 4.3: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{11} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.

momentum diperbesar. Bentuk kurva yang tidak sederhana ini mengharuskan penggunaan model potensial dengan rank yang lebih besar untuk bisa memproduksi kurva eksperimen dengan jangkauan momentum dari 0 hingga 1500 MeV/c. Dengan energi yang makin besar, muncul resonan, dan berdasarkan [16] terdapat resonan $N\pi$ pada momentum 468 MeV/c dengan fraksi 0.35-0.55. Dan munculnya resonan yang memiliki massa invarian 1535 MeV ini, dapat ditunjukkan kesesuaiannya menggunakan persamaan (2.14).

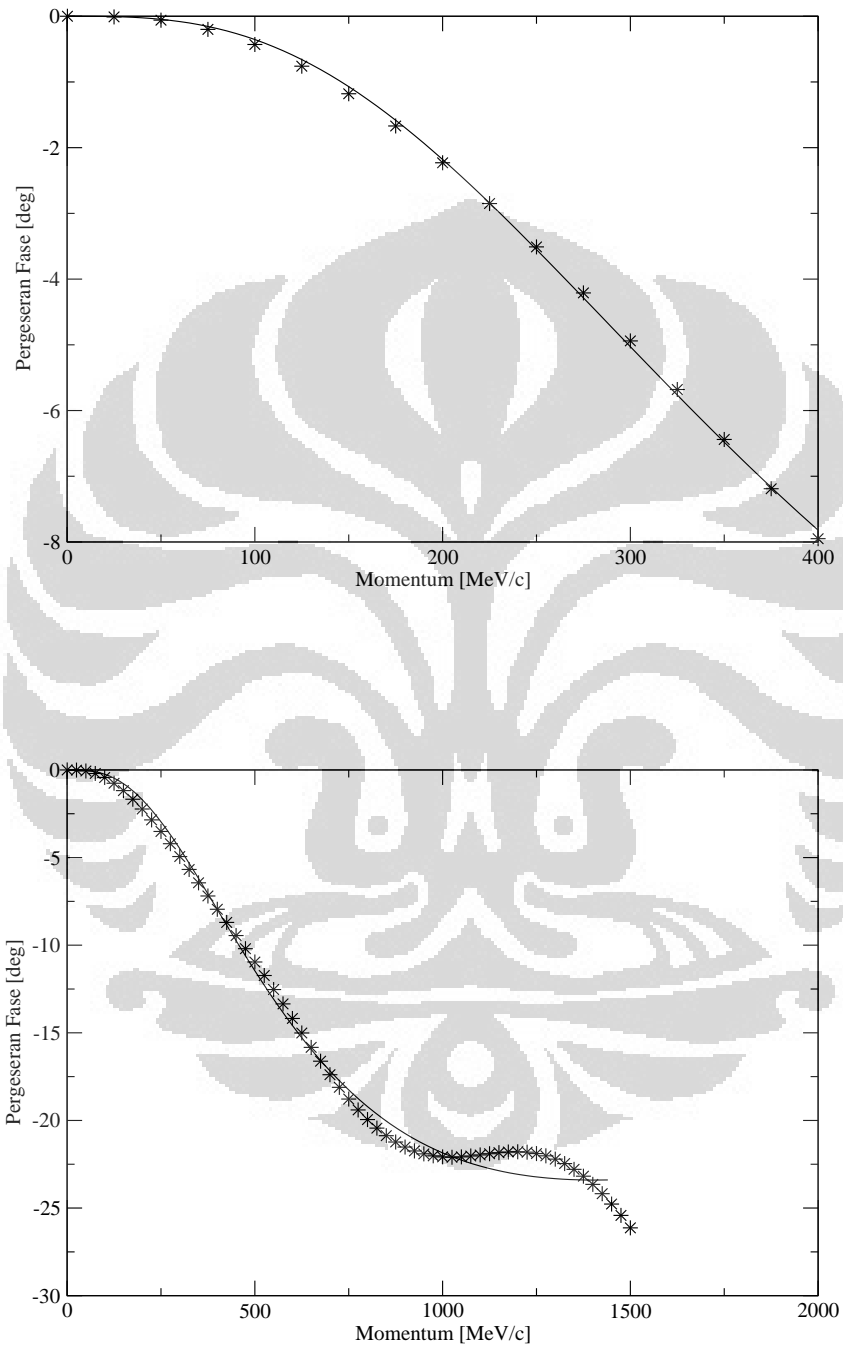
Tabel 4.1: Parameter potensial separabel rank-1 hasil *fitting* untuk hamburan pion-nukleon pada momentum 0-400 MeV/c.

| Partial wave | I | λ | A_ℓ^J [MeV] | B_ℓ^J [MeV] |
|--------------|---|-----------|------------------|------------------|
| S_{11} | 1 | - | 176.0667 | 311.7799 |
| P_{11} | 1 | - | 4999.9252 | 1317.1580 |
| P_{13} | 1 | + | 164.7154 | 339.8825 |
| D_{13} | 1 | - | 992.5945 | 569.5660 |
| D_{15} | 1 | - | 160.6073 | 330.4338 |
| S_{31} | 3 | + | 925.4733 | 753.3038 |
| P_{31} | 3 | + | 334.4022 | 395.6845 |
| P_{33} | 3 | - | 955.8581 | 426.9763 |
| D_{33} | 3 | - | 29.3765 | 216.7577 |
| D_{35} | 3 | + | 142.8148 | 357.4295 |

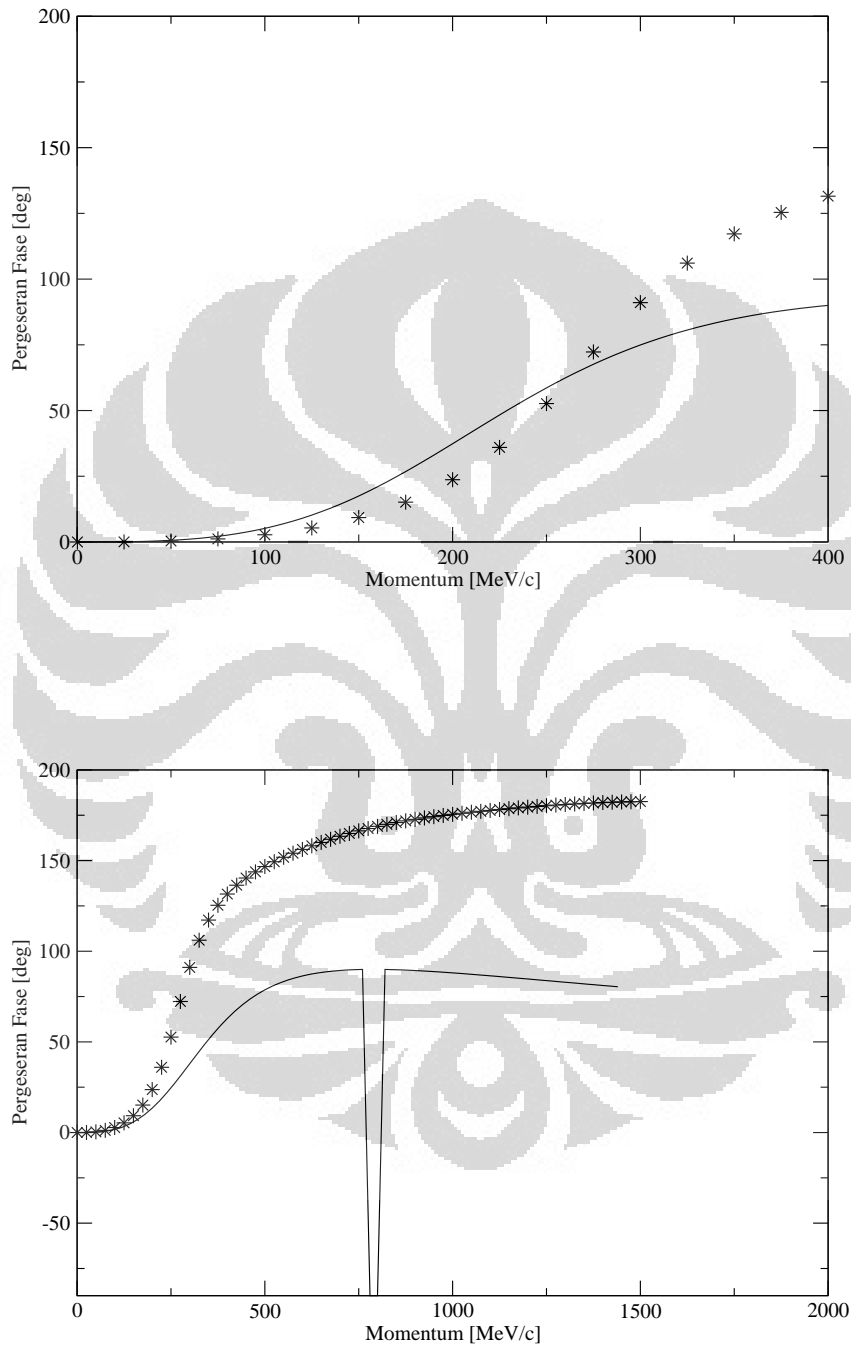
Pada gambar (4.2), terlihat hubungan antara momentum laboratorium dengan pergeseran fase gelombang parsial S_{31} dari model separabel rank-1. Pada panel kiri, jangkauan momentum dari 0-400 MeV/c, sedangkan pada panel kanan memiliki jangkauan momentum 0-1500 MeV/c. Dari gambar pada panel kiri, terlihat hasil fitting yang sangat baik. Berdasarkan tabel (4.1), terlihat λ untuk S_{31} bernilai positif sehingga pergeseran fase bernilai negatif yang berarti terjadi fenomena



Gambar 4.4: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{13} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.



Gambar 4.5: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{31} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.



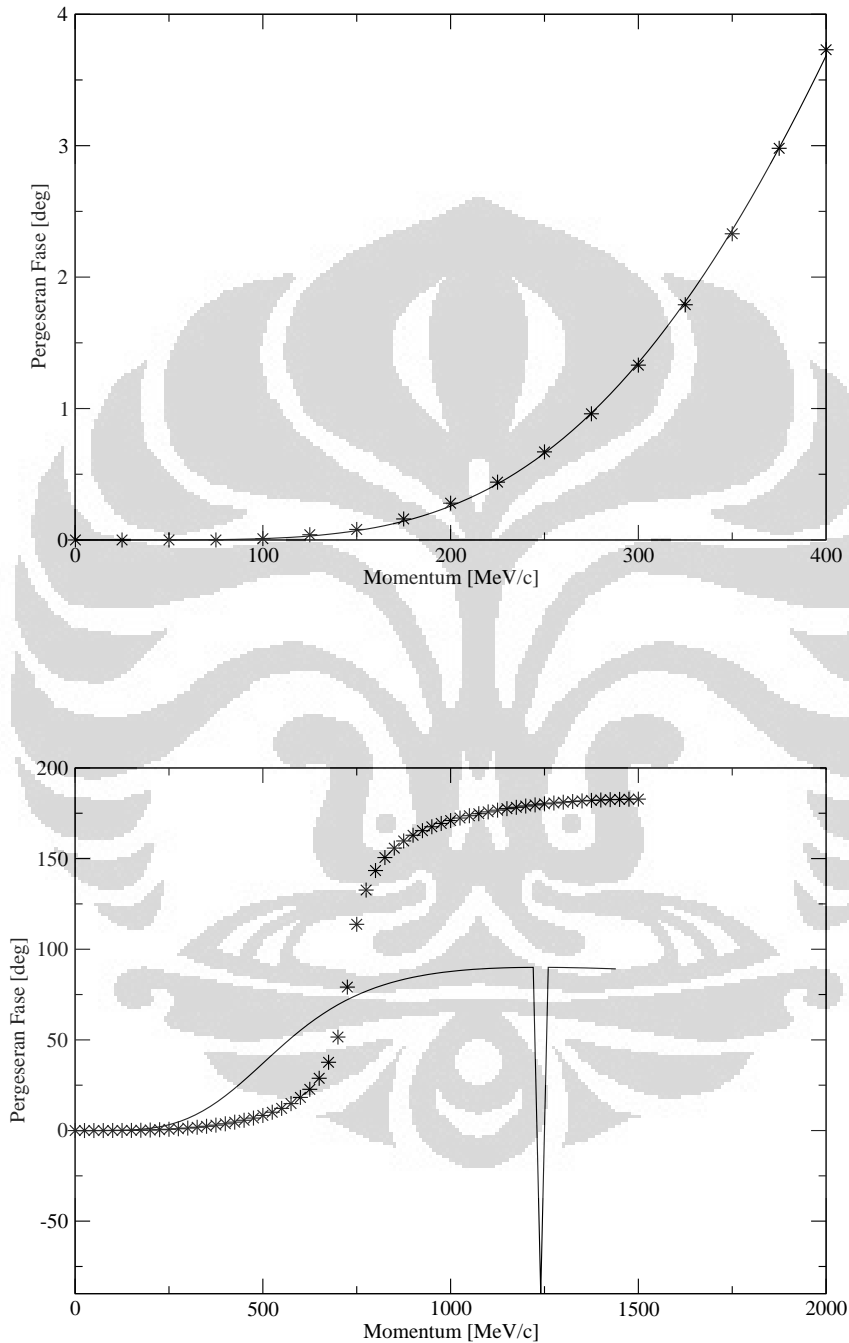
Gambar 4.6: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{33} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.

tolak-menolak dan untuk momentum hingga 400 MeV/c fenomena ini tergambar dengan sangat baik menggunakan model separabel rank-1 ini. Sedangkan dari gambar pada panel kanan, terlihat hasil fitting yang kurang baik. Hasil ini sama seperti pada gelombang parsial S_{11} dan menunjukkan kecenderungan yang sama pada gelombang parsial lain dengan jangkauan momentum 0-1500 MeV/c. Berdasarkan [16] resonan yang muncul adalah $N\pi$ pada momentum 534 MeV/c dengan fraksi 0.2-0.3 dan massa invarian 1630 MeV.

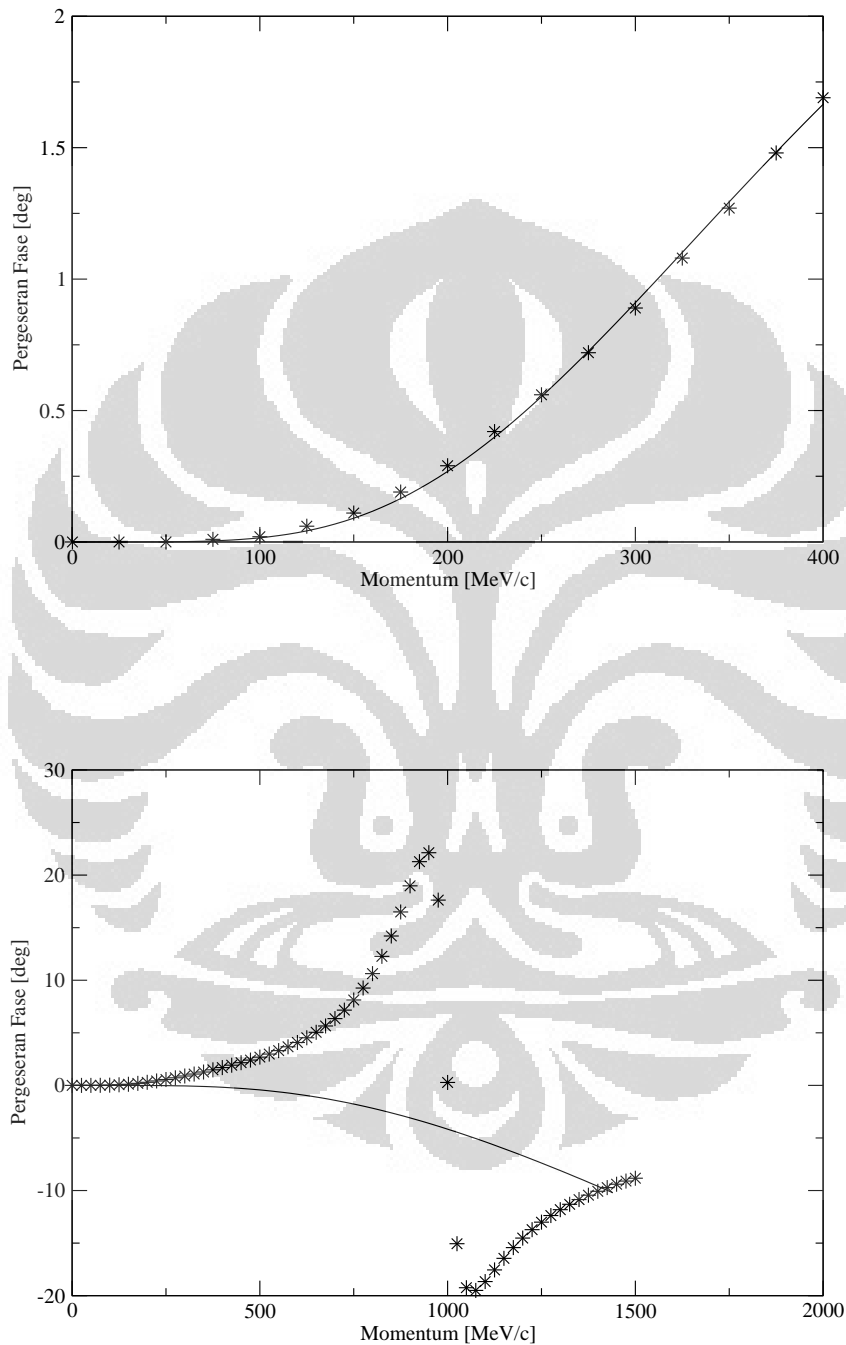
Pada gambar (4.3), terlihat hubungan antara momentum laboratorium dengan pergeseran fase gelombang parsial P_{11} dari model separabel rank-1. Pada panel kiri, jangkauan momentum dari 0-400 MeV/c, sedangkan pada panel kanan memiliki jangkauan momentum 0-1500 MeV/c. Dari gambar pada panel kiri, terlihat hasil fitting yang cukup baik walaupun kurva eksperimen berada dibawah kurva teori. Dari tabel (4.1), terlihat λ untuk P_{11} bernilai negatif sehingga pergeseran fase bernilai positif yang berarti terjadi fenomena tarik-menarik sehingga model ini tidak mampu memberikan hasil yang sangat baik. Sedangkan dari gambar pada panel kanan, terlihat hasil fitting yang kurang baik. Kecenderungan ini sudah terlihat sejak pada gelombang parsial S , dan kini terlihat pada gelombang parsial P . Berdasarkan [16] resonan yang muncul adalah $N\pi$ pada momentum 398 MeV/c dengan fraksi 0.55-0.75 dan massa invarian 1440 MeV.

Pada gambar (4.4), terlihat hubungan antara momentum laboratorium dengan pergeseran fase gelombang parsial P_{13} dari model separabel rank-1. Pada panel kiri, jangkauan momentum dari 0-400 MeV/c, sedangkan pada panel kanan memiliki jangkauan momentum 0-1500 MeV/c. Dari gambar pada panel kiri, terlihat hasil fitting yang sangat baik. Berdasarkan tabel (4.1), terlihat λ untuk P_{13} bernilai positif sehingga pergeseran fase bernilai negatif yang berarti terjadi fenomena tolak-menolak dan dari gambar ini menunjukkan kembali bahwa untuk momentum hingga 400 MeV/c fenomena ini tergambar dengan sangat baik menggunakan model separabel rank-1 ini. Sedangkan dari gambar pada panel kanan, terlihat hasil fitting yang kurang baik. Kecenderungan ini terlihat lagi sama seperti sebelumnya dengan massa invarian resonan yang muncul 1720 MeV.

Pada gambar (4.5), terlihat hubungan antara momentum laboratorium dengan pergeseran fase gelombang parsial P_{31} dari model separabel rank-1. Pada pa-



Gambar 4.7: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{13} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.

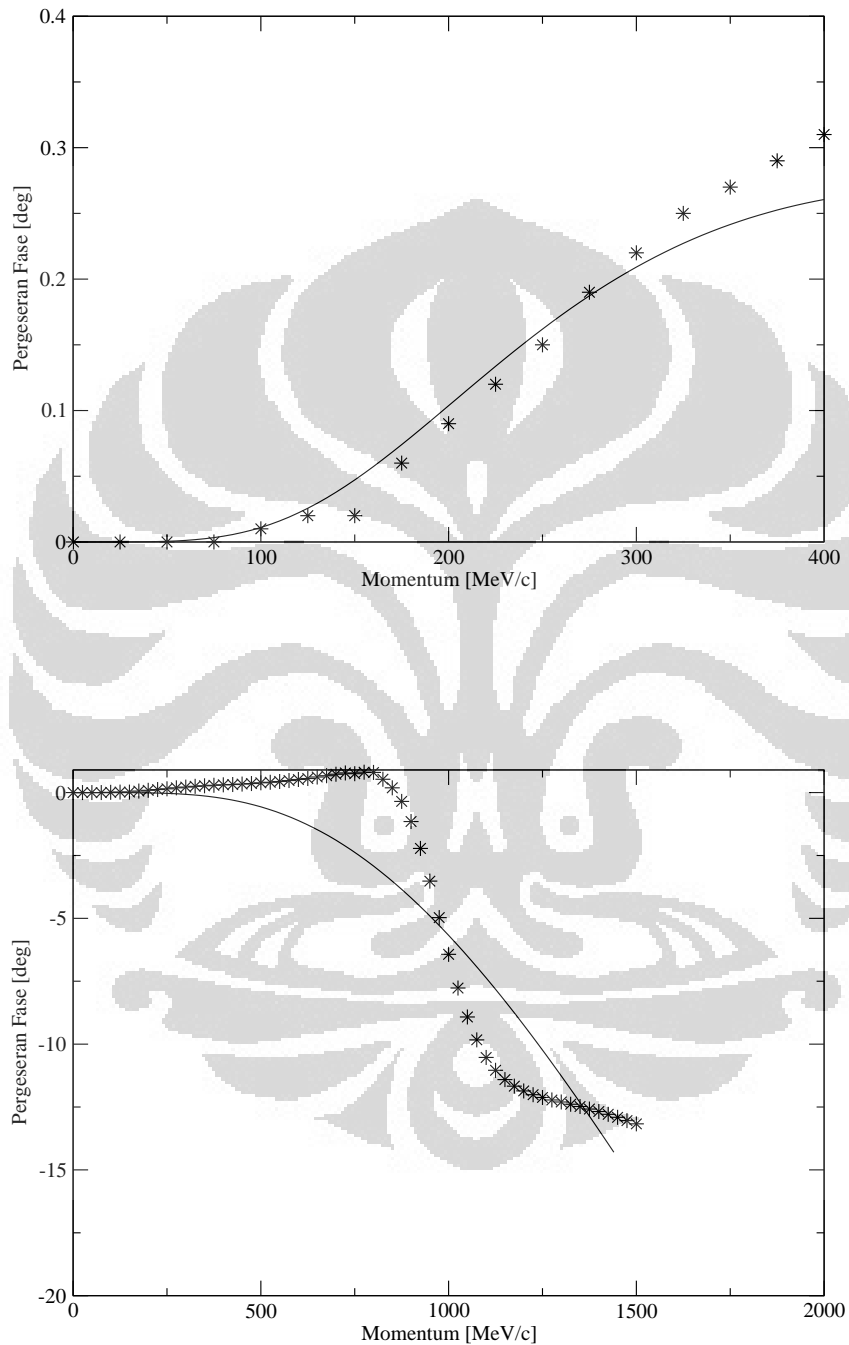


Gambar 4.8: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{15} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.

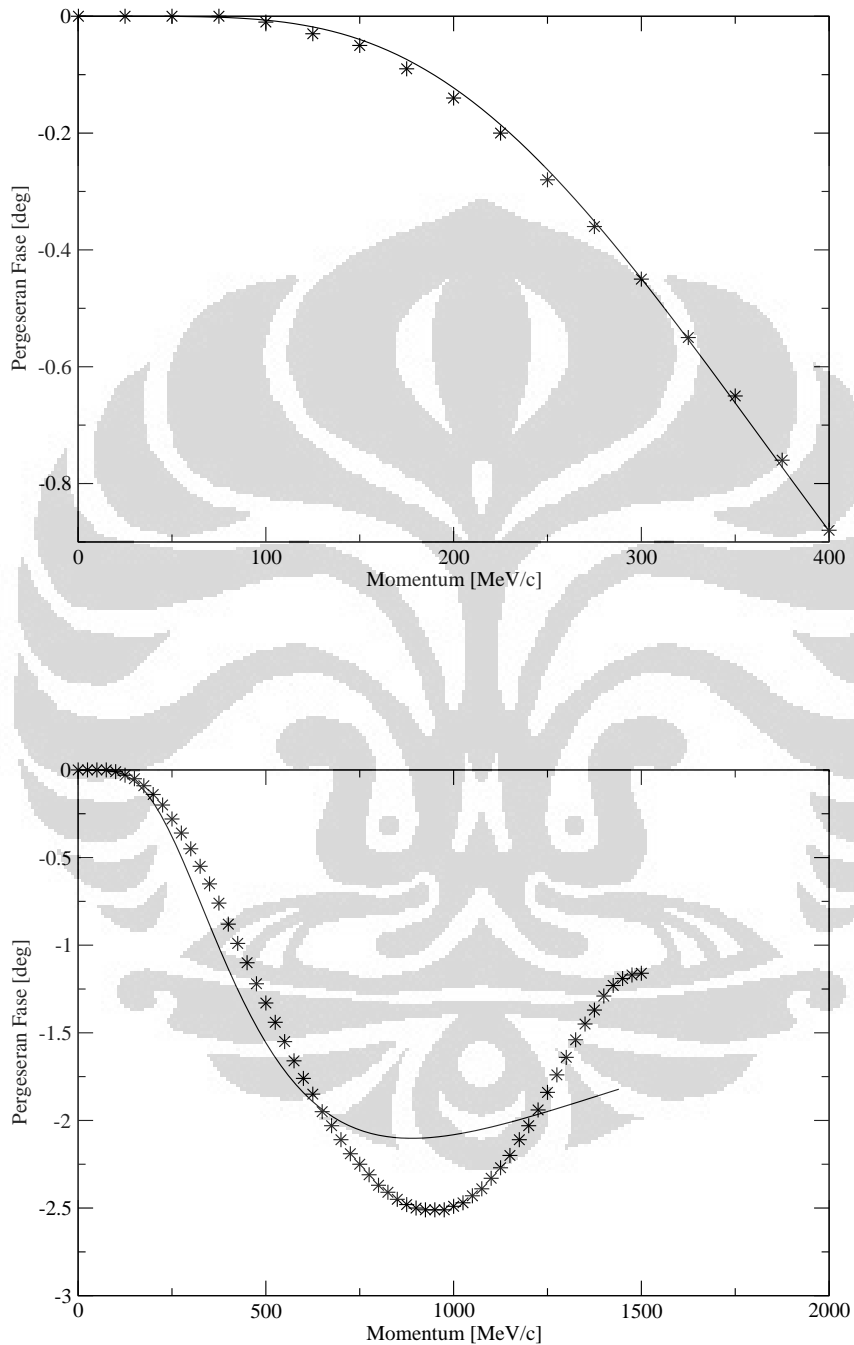
nel kiri, jangkauan momentum dari 0-400 MeV/c, sedangkan pada panel kanan memiliki jangkauan momentum 0-1500 MeV/c. Dari gambar pada panel kiri, terlihat hasil fitting yang sangat baik. Berdasarkan tabel (4.1), terlihat λ untuk P_{31} bernilai positif sehingga pergeseran fase bernilai negatif yang berarti terjadi fenomena tolak-menolak dan dari gambar ini menunjukkan kembali bahwa untuk momentum hingga 400 MeV/c fenomena ini tergambar dengan sangat baik menggunakan model separabel rank-1 ini. Sedangkan dari gambar pada panel kanan, terlihat hasil fitting yang cukup baik. Keberadaan partikel resonan pada gelombang parsial ini masih diragukan, pun diprediksikan memiliki massa invarian 1750 MeV.

Pada gambar (4.6), terlihat hubungan antara momentum laboratorium dengan pergeseran fase gelombang parsial P_{33} dari model separabel rank-1. Pada panel kiri, jangkauan momentum dari 0-400 MeV/c, sedangkan pada panel kanan memiliki jangkauan momentum 0-1500 MeV/c. Dari gambar pada panel kiri, terlihat hasil fitting yang cukup baik walaupun kurva teori hanya mendekati kurva eksperimen dan hanya cocok hingga momentum 100 MeV/c. Dari tabel (4.1), terlihat λ untuk P_{33} bernilai negatif sehingga pergeseran fase bernilai positif yang berarti terjadi fenomena tarik-menarik sehingga model ini tidak mampu memberikan hasil yang sangat baik. Sedangkan dari gambar pada panel kanan, terlihat hasil fitting yang kurang baik. Kini, kecendrungan ini terlihat pada semua gelombang parsial P . Berdasarkan [16] resonan yang muncul adalah N_π pada momentum 513 MeV/c dengan fraksi 0.1-0.25 dan massa invarian 1600 MeV.

Pada gambar (4.7), terlihat hubungan antara momentum laboratorium dengan pergeseran fase gelombang parsial D_{13} dari model separabel rank-1. Pada panel kiri, jangkauan momentum dari 0-400 MeV/c, sedangkan pada panel kanan memiliki jangkauan momentum 0-1500 MeV/c. Dari gambar pada panel kiri, terlihat hasil fitting yang sangat baik. Berdasarkan tabel (4.1), terlihat λ untuk D_{13} bernilai negatif sehingga pergeseran fase bernilai positif yang berarti terjadi fenomena tarik menarik. Di luar dari biasanya, hasil fitting menggunakan model separabel rank-1 ini memberikan hasil yang sangat baik. Sedangkan dari gambar pada panel kanan, terlihat hasil fitting yang kurang baik. Setelah kecendrungan ini terlihat pada semua gelombang parsial S dan P , kecendrungan ini terlihat pada gelombang



Gambar 4.9: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{33} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.



Gambar 4.10: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{35} . Panel kiri pada momentum 0-400 MeV/c dan panel kanan pada momentum 0-1500 MeV/c. Garis : hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1 ; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.

parsial D . Berdasarkan [16] resonan yang muncul adalah $N\pi$ pada momentum 457 MeV/c dengan fraksi 0.55-0.65 dan massa invarian 1500 MeV.

Tabel 4.2: Parameter potensial separabel rank-1 hasil *fitting* untuk hamburan pion-nukleon pada momentum 0-1500 MeV/c.

| Partial wave | I | λ | A_ℓ^J [MeV] | B_ℓ^J [MeV] |
|--------------|---|-----------|------------------|------------------|
| S_{11} | 1 | - | 3418.9608 | 2332.0915 |
| P_{11} | 1 | - | 2030.6282 | 759.0698 |
| P_{13} | 1 | + | 4459.5036 | 1728.0430 |
| D_{13} | 1 | - | 1777.5629 | 572.8734 |
| D_{15} | 1 | + | 3000.0000 | 1144.2436 |
| S_{31} | 3 | + | 1499.9989 | 946.2151 |
| P_{31} | 3 | + | 623.9915 | 520.1122 |
| P_{33} | 3 | - | 1385.0166 | 569.1144 |
| D_{33} | 3 | + | 4499.9534 | 1212.4636 |
| D_{35} | 3 | + | 132.2442 | 327.5753 |

Pada gambar (4.8), terlihat hubungan antara momentum laboratorium dengan pergeseran fase gelombang parsial D_{15} dari model separabel rank-1. Pada panel kiri, jangkauan momentum dari 0-400 MeV/c, sedangkan pada panel kanan memiliki jangkauan momentum 0-1500 MeV/c. Dari gambar pada panel kiri, terlihat hasil fitting yang sangat baik. Berdasarkan tabel (4.1), terlihat λ untuk D_{15} bernilai negatif sehingga pergeseran fase bernilai positif yang berarti terjadi fenomena tarik menarik. Di luar dari biasanya, hasil fitting menggunakan model separabel rank-1 ini memberikan hasil yang sangat baik. Sedangkan dari gambar pada panel kanan, terlihat hasil fitting yang kurang baik. Kecendrungan ini terlihat lagi pada gelombang parsial D . Berdasarkan [16] resonan yang muncul adalah $N\pi$ pada momentum 457 MeV/c dengan fraksi 0.55-0.65 dan massa invarian 1500 MeV.

Pada gambar (4.9), terlihat hubungan antara momentum laboratorium dengan pergeseran fase gelombang parsial D_{33} dari model separabel rank-1. Pada panel kiri, jangkauan momentum dari 0-400 MeV/c, sedangkan pada panel kanan memiliki jangkauan momentum 0-1500 MeV/c. Dari gambar pada panel kiri, terlihat hasil fitting yang cukup baik walaupun kurva teori hanya mendekati kurva eksperimen dan hanya cocok hingga momentum 100 MeV/c. Dari tabel (4.1), terlihat λ untuk D_{33} bernilai negatif sehingga pergeseran fase bernilai positif yang berarti terjadi fenomena tarik-menarik sehingga model ini tidak mampu memberikan hasil yang sangat baik. Sedangkan dari gambar pada panel kanan, terlihat hasil fitting yang kurang baik. Berdasarkan [16] resonan yang muncul memiliki massa invarian 1700 MeV.

Pada gambar (4.10), terlihat hubungan antara momentum laboratorium dengan pergeseran fase gelombang parsial D_{35} dari model separabel rank-1. Pada panel kiri, jangkauan momentum dari 0-400 MeV/c, sedangkan pada panel kanan memiliki jangkauan momentum 0-1500 MeV/c. Dari gambar pada panel kiri, terlihat hasil fitting yang sangat baik. Berdasarkan tabel (4.1), terlihat λ untuk D_{35} bernilai positif sehingga pergeseran fase bernilai negatif yang berarti terjadi fenomena tolak-menolak dan dari gambar ini menunjukkan kembali bahwa untuk momentum hingga 400 MeV/c fenomena ini tergambar dengan sangat baik menggunakan model separabel rank-1 ini. Sedangkan dari gambar pada panel kanan, terlihat hasil fitting yang cukup baik dibandingkan hasil fitting yang lain yang juga pada jangkauan momentum 0-1500 MeV/c. Berdasarkan [16] resonan yang muncul memiliki massa invarian 1930 MeV.

Bab 5

Kesimpulan dan Saran

Pergeseran fase hamburan pion-nukleon telah dihitung dengan menggunakan interaksi separabel untuk gelombang parsial S , P , dan D , serta untuk isospin $1/2$ dan $3/2$ hingga momentum relatif keadaan awal $1500 \text{ MeV}/c$. Interaksi separabel yang digunakan hanya rank-1. Bentuk separabel ini memberikan kemungkinan bagi persamaan Lippmann-Schwinger untuk dapat diselesaikan secara analitik. Nilai parameter interaksi yang ada pada bentuk separabel tersebut ditentukan melalui *fitting* dengan data pergeseran fase dari analisa SAID. *Fitting* dilakukan dengan menggunakan program MINUIT dari CERN. Dari *fitting* tersebut diperoleh kecocokan yang baik antara model separabel rank-1 dengan data pergeseran fase dari analisa SAID untuk momentum hingga $400 \text{ MeV}/c$. Sementara model separabel rank-1 memberikan kecocokan yang tidak begitu baik untuk momentum hingga $1500 \text{ MeV}/c$.

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa bentuk separabel rank-1 dapat digunakan dengan baik sebagai model interaksi pion-nukleon pada daerah momentum $0-400 \text{ MeV}/c$. Sementara untuk daerah momentum $0-1500 \text{ MeV}/c$, bentuk separabel rank-1 tidak cukup baik untuk digunakan sebagai model interaksi pion-nukleon. Untuk momentum hingga $1500 \text{ MeV}/c$ disarankan untuk memasukkan juga interaksi separabel hingga rank-2 atau lebih agar dapat memberikan kecocokan yang lebih baik dengan data eksperimen.

Lampiran A

Penghitungan Integral untuk Potensial Separabel

Dalam ekspresi matriks-t separabel yang diberikan persamaan (3.11), terdapat bentuk integral yang dituliskan dalam persamaan (3.15)

$$I = \int_0^{\infty} dk \frac{k^2 g^2}{q^2 - k^2 + i\epsilon} \quad (\text{A.1})$$

Dalam integral ini, bentuk $g(k)$ dari ([14]) seperti persamaan (A.2)

$$g(k) = \frac{Bk^\ell}{[k^2 + A^2]^{\frac{\ell+2}{2}}} \quad (\text{A.2})$$

dimana A dan B adalah parameter potensial. Integral I dapat dihitung menggunakan teorema residu [15]

$$\oint f(z) dz = 2\pi i \sum_k \text{Res} f(z = z_k) \quad (\text{A.3})$$

dimana integral tertutup pada bidang kompleks dan pole z_k . Residu dapat diturunkan sebagai

$$\text{Res} f(z = z_k) = \lim_{z \rightarrow z_k} \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} ((z - z_k)^m f(z)) \quad (\text{A.4})$$

untuk orde- m .

Sebagai contoh menghitung integral untuk $\ell = 0$. Untuk menyederhanakan, parameter B disembunyikan dan menulis A sebagai β , sehingga faktor bentuk menjadi

$$g_0 = \frac{1}{[k^2 + \beta^2]} \quad (\text{A.5})$$

sehingga integral menjadi

$$\begin{aligned} I_0 &= \int_0^\infty dk \frac{k^2}{(q^2 - k^2 + i\epsilon)(k^2 + \beta^2)^2} \\ &= \int_0^\infty dk \frac{k^2}{(q - k + i\epsilon)(q + k + i\epsilon)(k + i\beta)^2(k - i\beta)^2} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

limit $\epsilon \rightarrow 0$ harus diambil pada akhir perhitungan. Dari ekspresi terakhir, integral memiliki dua pole sederhana pada $k = q + i\epsilon$ dan $k = -q - i\epsilon$ dan pole orde kedua pada $k = -i\beta$ dan $k = +i\beta$. Untuk memecahkannya, diambil jalan pada bidang kompleks dimana hanya dua pole positif yang masuk, residunya menjadi

$$\text{Res}f(z = q + i\epsilon) = \frac{q^2}{2q(q^2 + \beta^2)^2} \quad (\text{A.7})$$

$$\text{Res}f(z = i\beta) = \frac{\beta^2 - q^2}{4i\beta(q^2 + \beta^2)} \quad (\text{A.8})$$

sehingga didapatkan

$$I_0 = -\frac{\pi}{4\beta(\beta - iq)^2} \quad (\text{A.9})$$

sebagai hasil akhir. Dan hasil untuk $\ell=1$ dan $\ell=2$

$$I_1 = -\frac{\pi(\beta - 3iq)}{16\beta(\beta - iq)^3} \quad (\text{A.10})$$

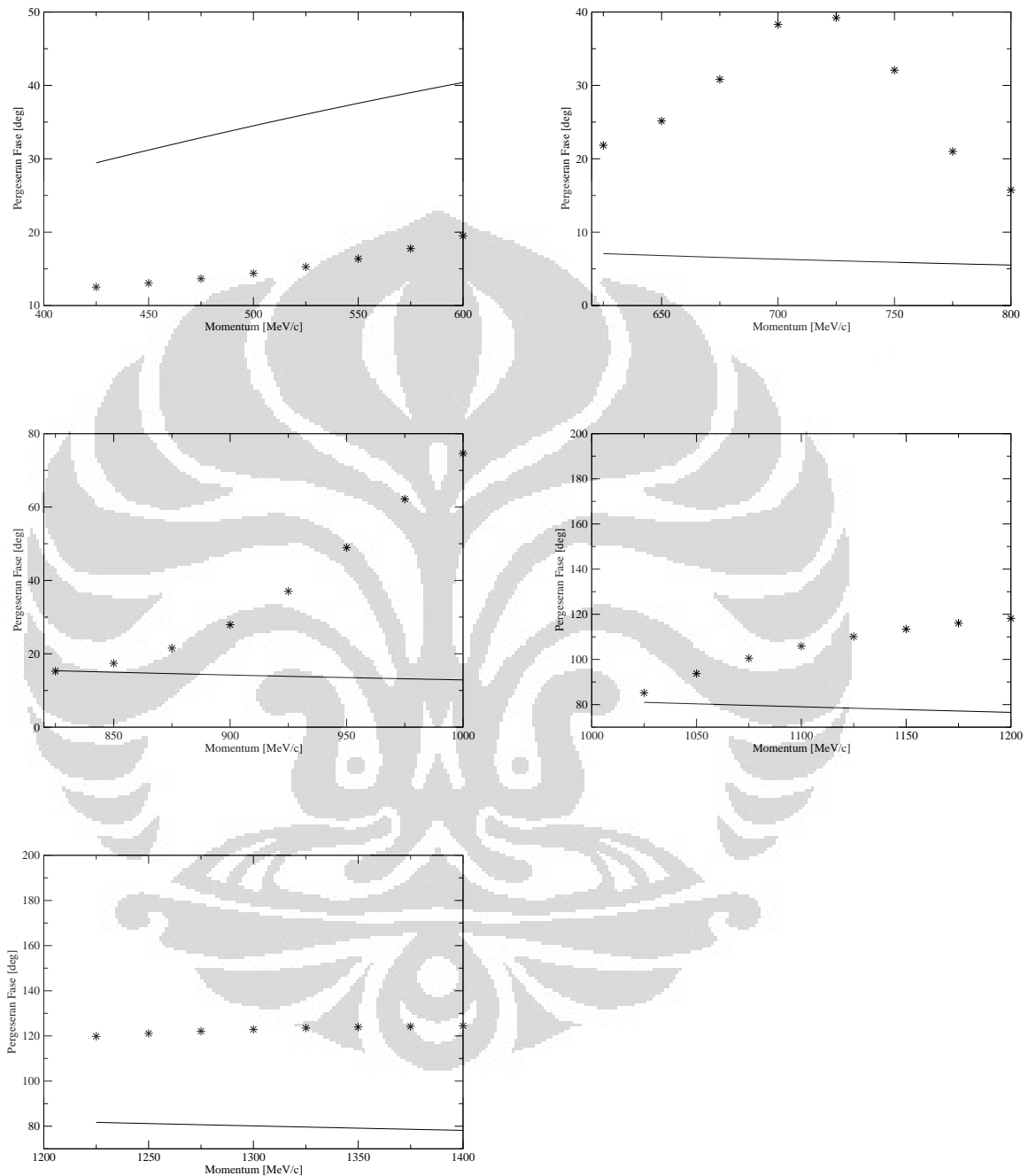
$$I_2 = -\frac{\pi(\beta^2 - 4i\beta q - 5q^2)}{32\beta(\beta - iq)^4} \quad (\text{A.11})$$

Lampiran B

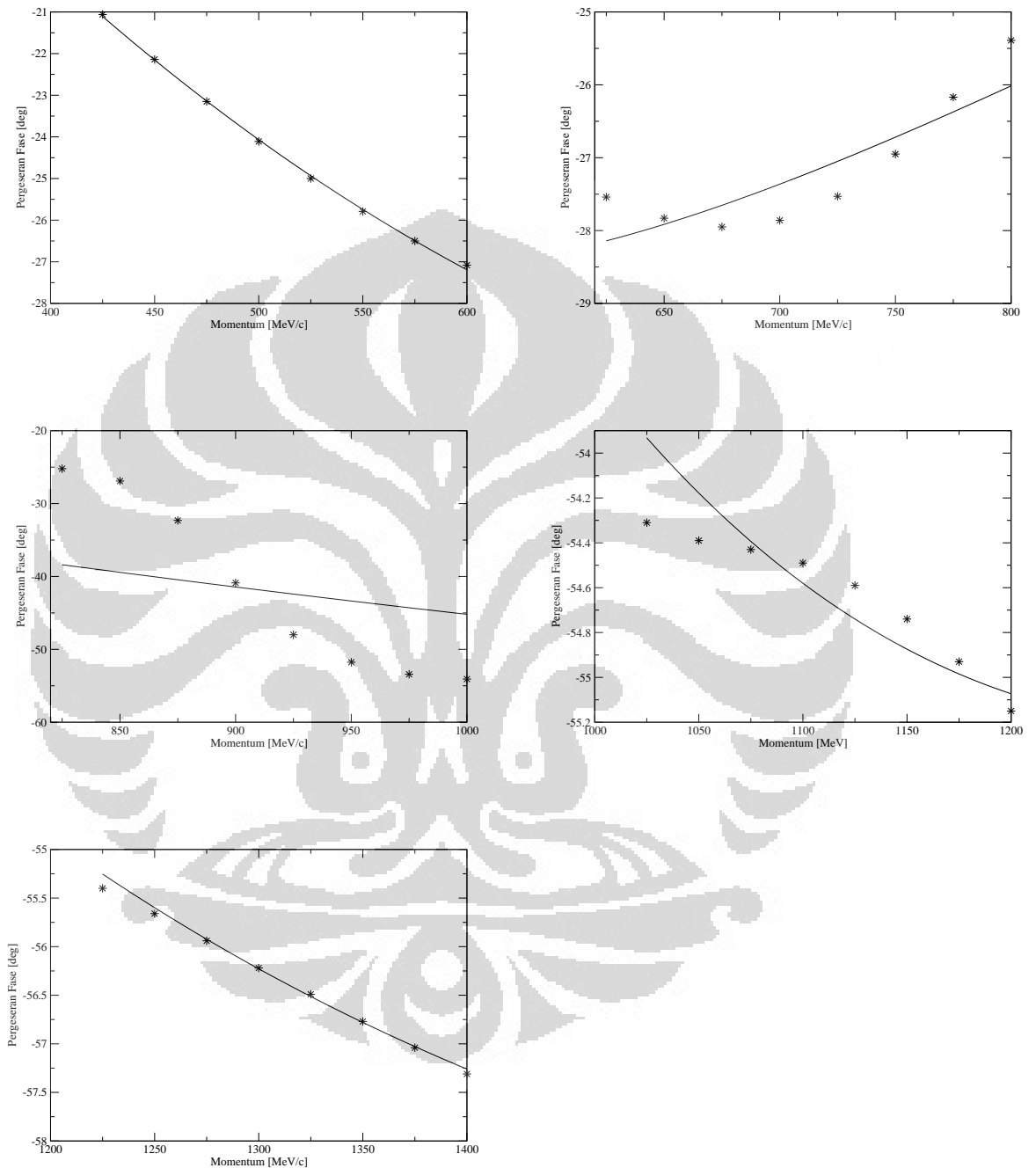
Pergeseran Fase pada Beberapa Nilai Momentum

Tabel B.1: Parameter potensial separabel rank-1 hasil *fitting* untuk hamburan pion-nukleon pada momentum 425-600 MeV/c.

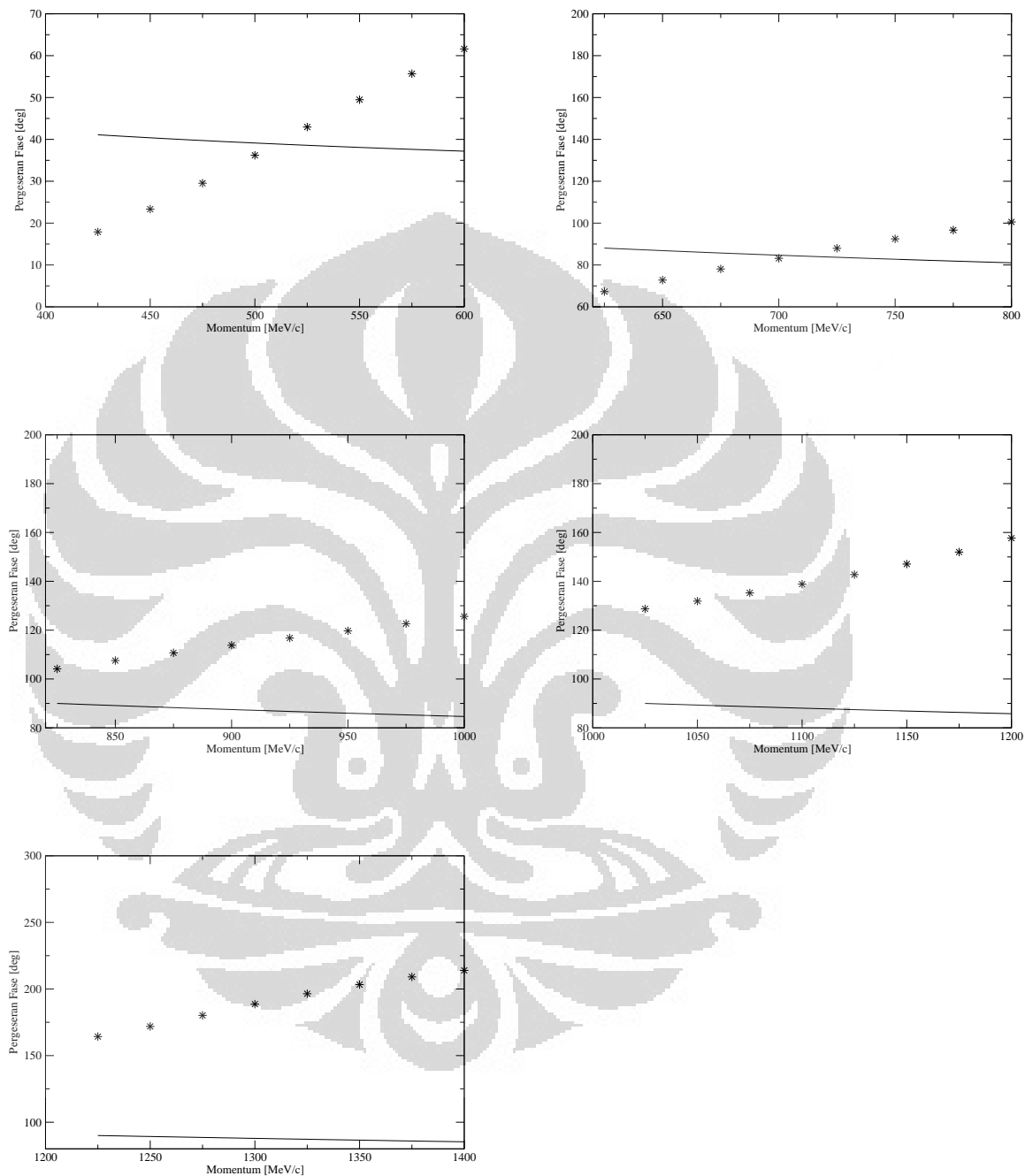
| Partial wave | Γ | λ | A_ℓ^J [MeV] | B_ℓ^J [MeV] |
|--------------|----------|-----------|------------------|------------------|
| S_{11} | 1 | - | 2999.9999 | 1574.7991 |
| P_{11} | 1 | - | 2999.9323 | 39.7088 |
| P_{13} | 1 | + | 194.0458 | 369.0297 |
| D_{13} | 1 | - | 1999.9999 | 8.3304 |
| D_{15} | 1 | - | 1939.4147 | 2.4005 |
| S_{31} | 3 | + | 716.2317 | 658.0476 |
| P_{31} | 3 | + | 606.4295 | 518.2374 |
| P_{33} | 3 | - | 2999.5545 | 90.4841 |
| D_{33} | 3 | - | 78.2623 | 355.2250 |
| D_{35} | 3 | + | 183.7988 | 397.0559 |



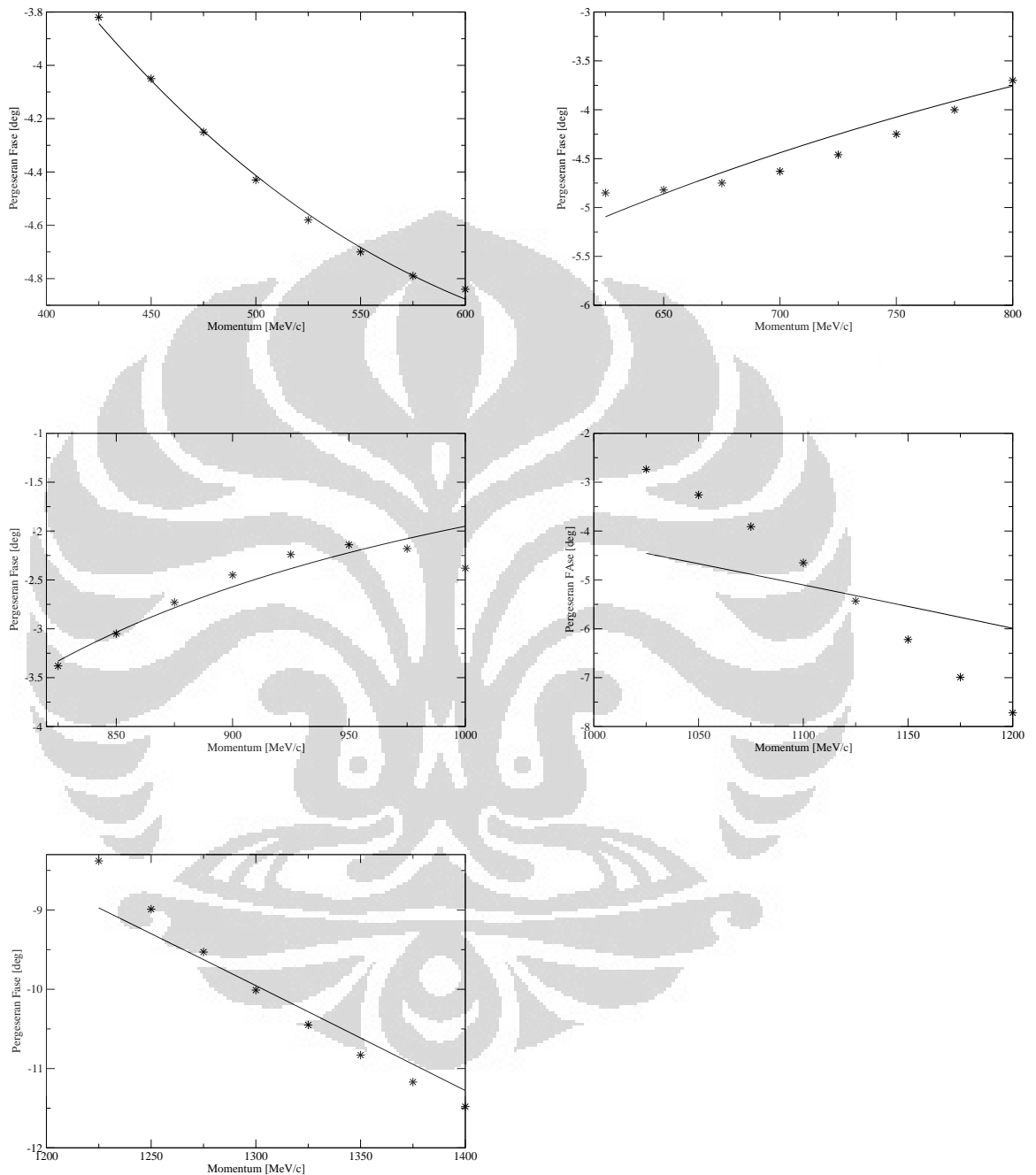
Gambar B.1: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial S_{11} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.



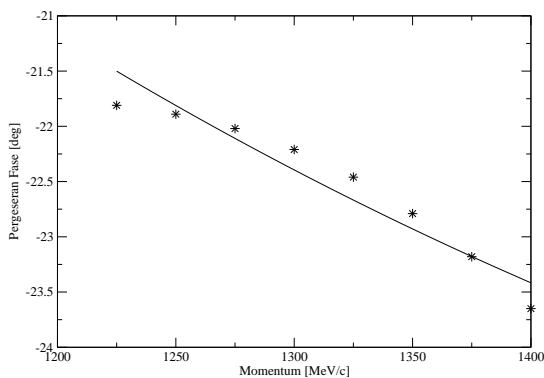
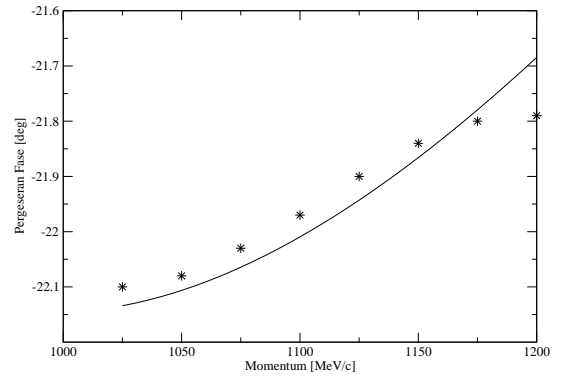
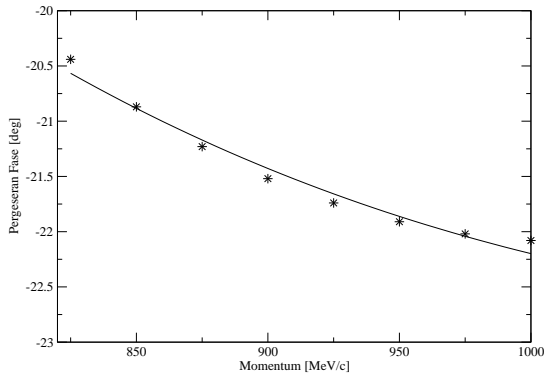
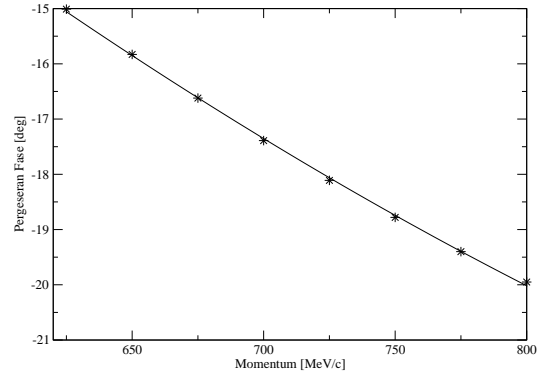
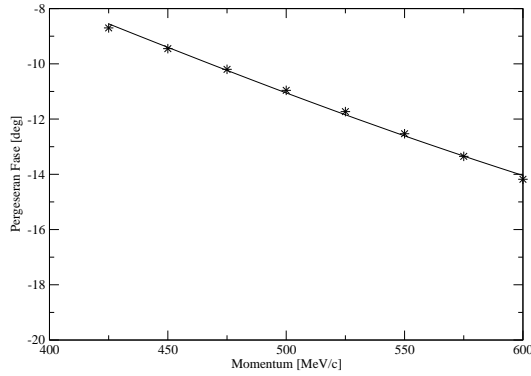
Gambar B.2: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial S_{31} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.



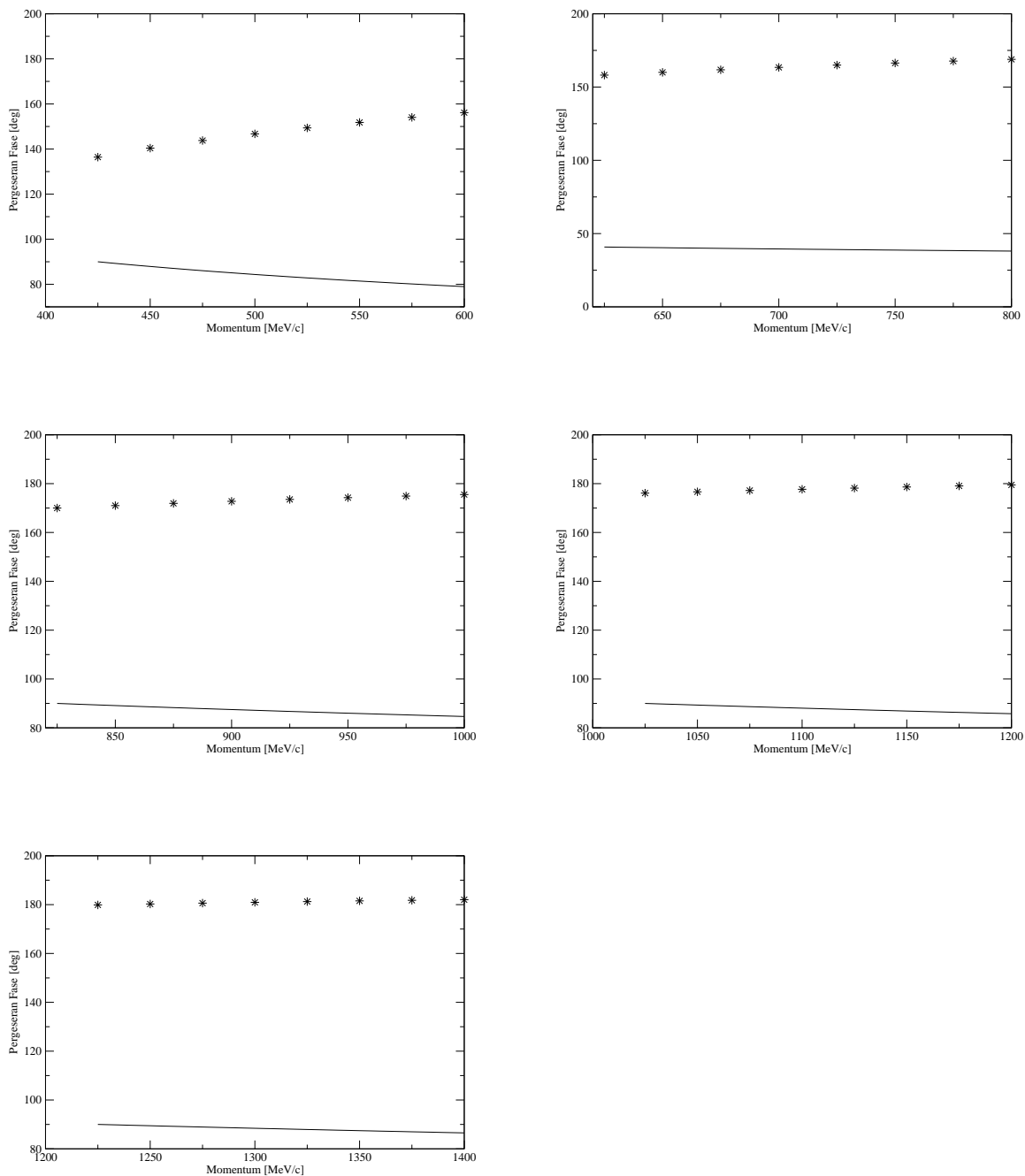
Gambar B.3: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{11} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.



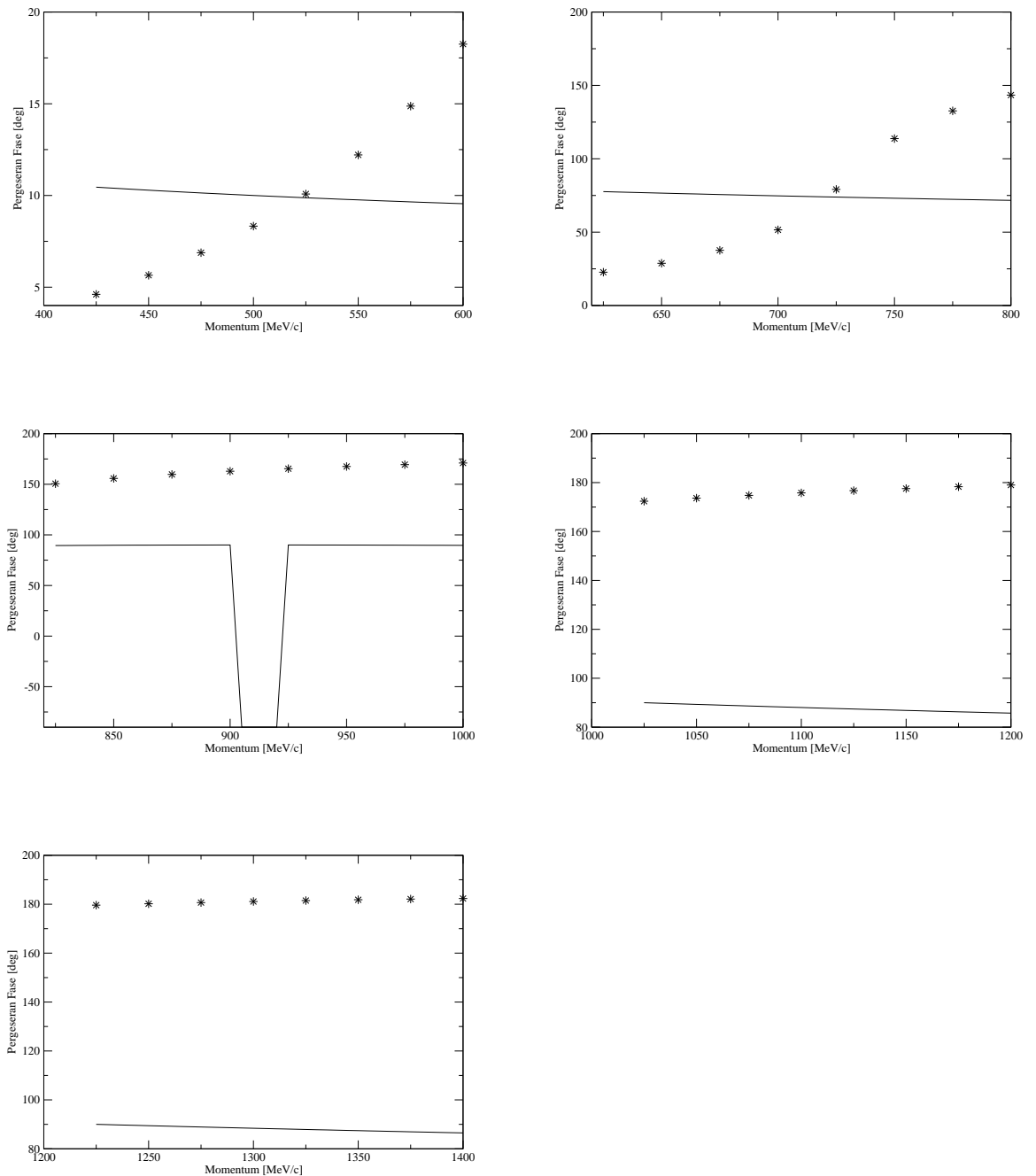
Gambar B.4: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{13} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.



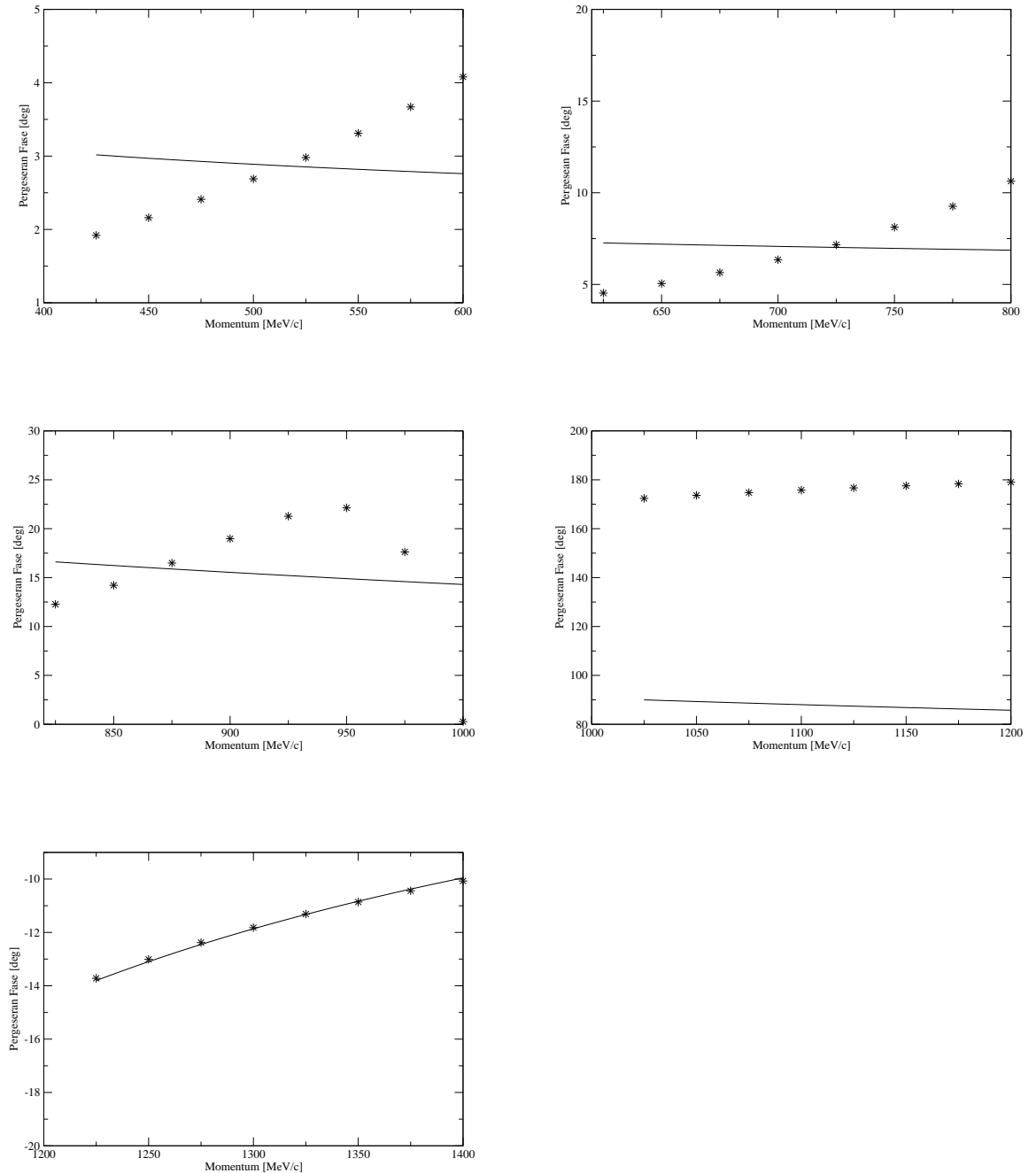
Gambar B.5: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{31} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.



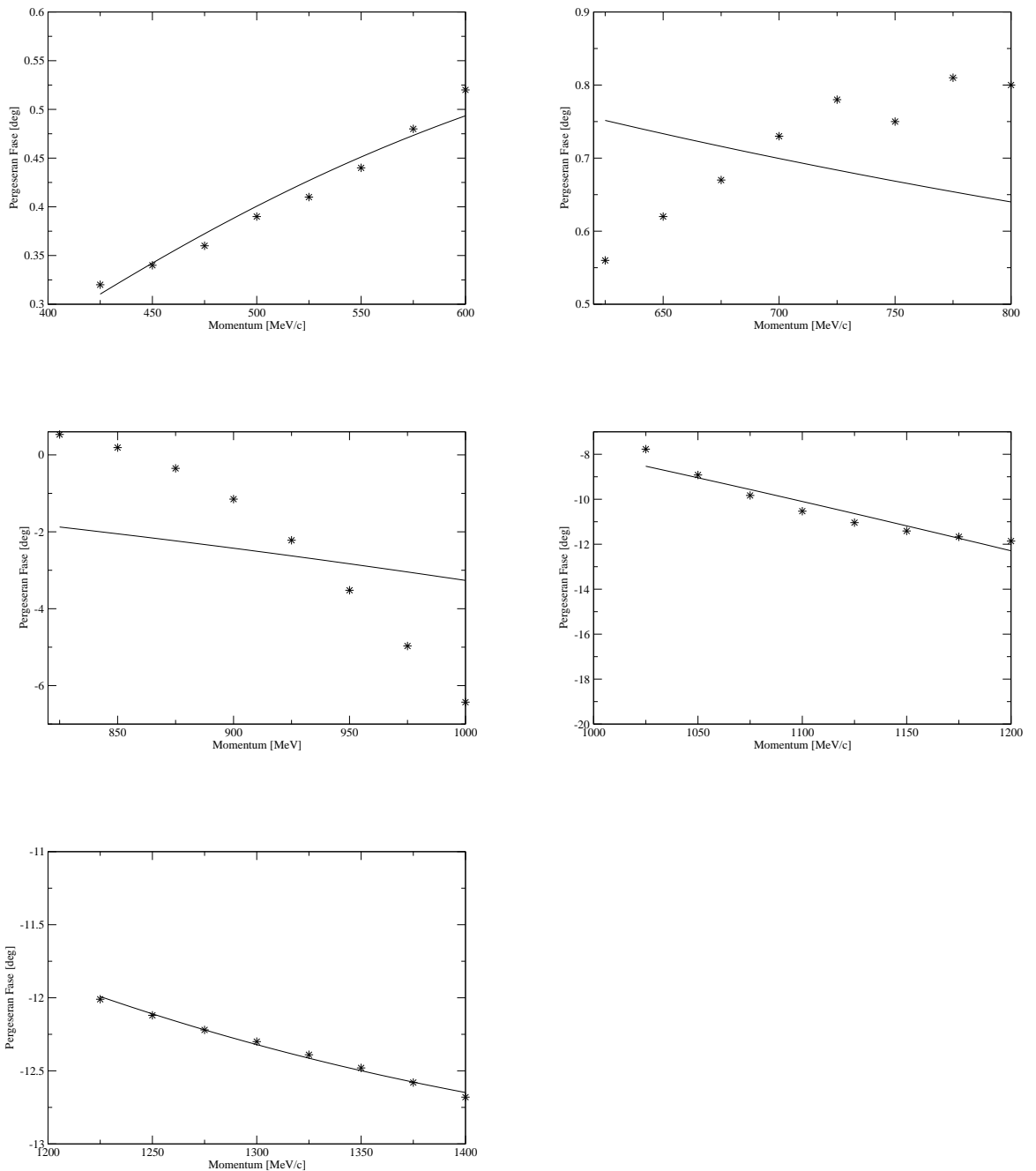
Gambar B.6: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial P_{33} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.



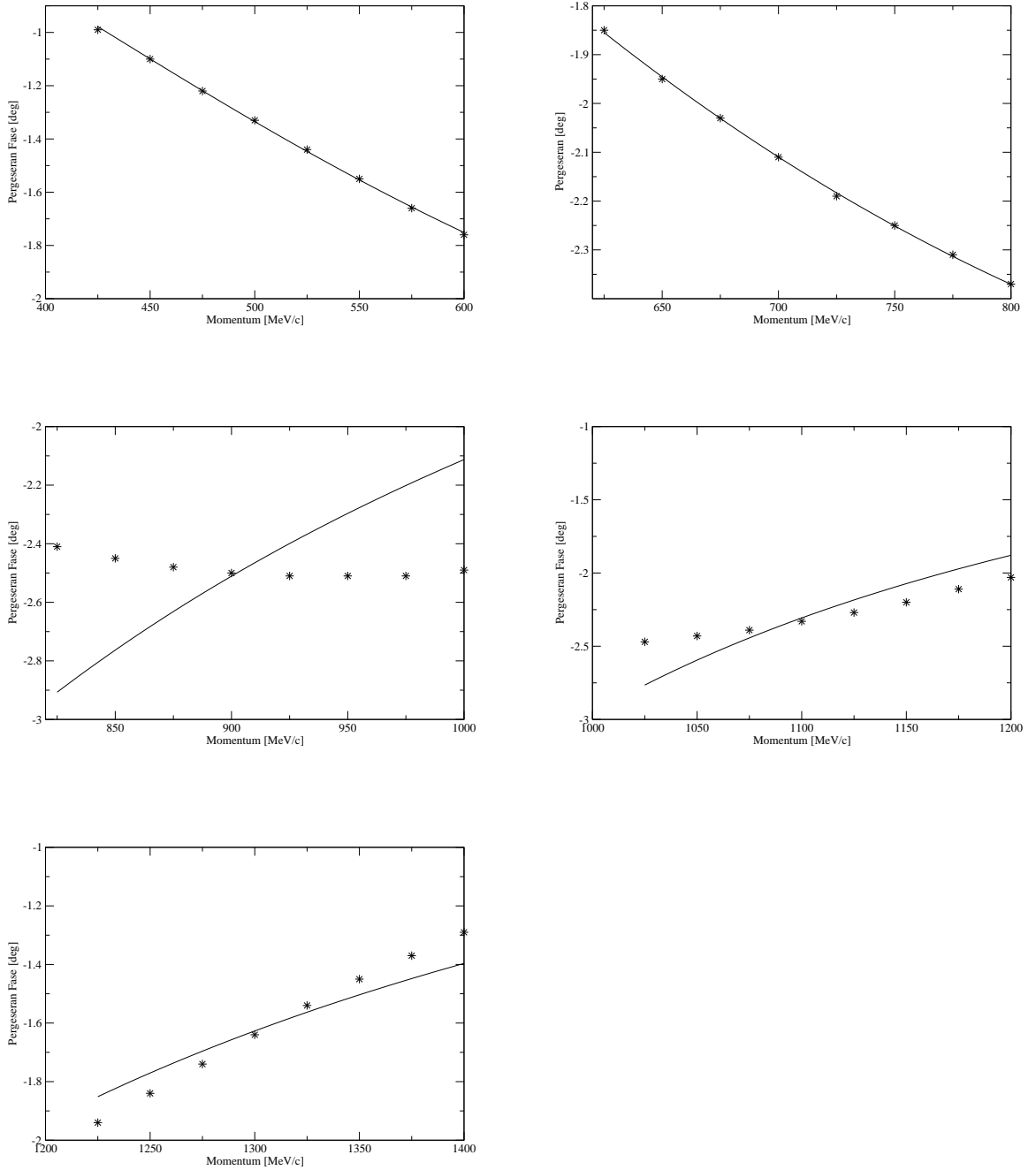
Gambar B.7: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{13} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.



Gambar B.8: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{15} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.



Gambar B.9: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{33} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.



Gambar B.10: Pergeseran fase hamburan pion-nukleon pada gelombang parsial D_{35} . Dari kiri ke kanan kemudian ke bawah, berturut-turut adalah pada momentum 425-600 MeV/c, 625-800 MeV/c, 825-1000 MeV/c, 1025-1200 MeV/c, 1225-1400 MeV/c. Garis: hasil perhitungan menggunakan potensial separabel rank-1; bintang : pergeseran fase dari SAID-analysis.

Tabel B.2: Parameter potensial separabel rank-1 hasil *fitting* untuk hamburan pion-nukleon pada momentum 625-800 MeV/c.

| Partial wave | I | λ | A_ℓ^J [MeV] | B_ℓ^J [MeV] |
|-----------------|---|-----------|------------------|------------------|
| S ₁₁ | 1 | - | 130.2833 | 20.3643 |
| P ₁₁ | 1 | - | 2999.9842 | 104.8792 |
| P ₁₃ | 1 | + | 93.6981 | 146.5037 |
| D ₁₃ | 1 | - | 3000.0000 | 74.7952 |
| D ₁₅ | 1 | - | 2499.6520 | 6.3854 |
| S ₃₁ | 3 | + | 352.3636 | 381.6960 |
| P ₃₁ | 3 | + | 791.3258 | 585.2741 |
| P ₃₃ | 3 | - | 1499.9968 | 45.0854 |
| D ₃₃ | 3 | - | 58.8375 | 0.8974 |
| D ₃₅ | 3 | + | 195.5488 | 408.7442 |

Tabel B.3: Parameter potensial separabel rank-1 hasil *fitting* untuk hamburan pion-nukleon pada momentum 825-1000 MeV/c.

| Partial wave | I | λ | A_ℓ^J [MeV] | B_ℓ^J [MeV] |
|-----------------|---|-----------|------------------|------------------|
| S ₁₁ | 1 | - | 243.4476 | 47.1253 |
| P ₁₁ | 1 | - | 2993.8058 | 121.8487 |
| P ₁₃ | 1 | + | 54.6143 | 3.2369 |
| D ₁₃ | 1 | - | 1399.6217 | 478.5372 |
| D ₁₅ | 1 | - | 285.7292 | 25.8242 |
| S ₃₁ | 3 | + | 2999.7264 | 1393.2531 |
| P ₃₁ | 3 | + | 561.5622 | 479.8204 |
| P ₃₃ | 3 | - | 2996.5394 | 121.8435 |
| D ₃₃ | 3 | + | 2499.9998 | 1130.3811 |
| D ₃₅ | 3 | + | 71.8656 | 27.3917 |

Tabel B.4: Parameter potensial separabel rank-1 hasil *fitting* untuk hamburan pion-nukleon pada momentum 1025-1200 MeV/c.

| Partial wave | I | λ | A_ℓ^J [MeV] | B_ℓ^J [MeV] |
|-----------------|---|-----------|------------------|------------------|
| S ₁₁ | 1 | - | 1192.6514 | 660.7976 |
| P ₁₁ | 1 | - | 2994.2268 | 134.2273 |
| P ₁₃ | 1 | + | 2499.9770 | 1484.7626 |
| D ₁₃ | 1 | - | 2994.5832 | 111.3015 |
| D ₁₅ | 1 | + | 283.3767 | 212.8912 |
| S ₃₁ | 3 | + | 1012.1907 | 684.2361 |
| P ₃₁ | 3 | + | 470.6594 | 416.8062 |
| P ₃₃ | 3 | - | 2996.5631 | 134.2196 |
| D ₃₃ | 3 | + | 278.4837 | 998.1021 |
| D ₃₅ | 3 | + | 63.2028 | 3.0973 |

Tabel B.5: Parameter potensial separabel rank-1 hasil *fitting* untuk hamburan pion-nukleon pada momentum 1225-1400 MeV/c.

| Partial wave | I | λ | A_ℓ^J [MeV] | B_ℓ^J [MeV] |
|-----------------|---|-----------|------------------|------------------|
| S ₁₁ | 1 | - | 1373.4019 | 733.5101 |
| P ₁₁ | 1 | - | 1592.4710 | 167.7676 |
| P ₁₃ | 1 | + | 2999.9944 | 1469.9721 |
| D ₁₃ | 1 | - | 2997.9944 | 120.6470 |
| D ₁₅ | 1 | + | 159.0462 | 14.8456 |
| S ₃₁ | 3 | + | 1421.3749 | 877.9640 |
| P ₃₁ | 3 | + | 949.9661 | 706.7757 |
| P ₃₃ | 3 | - | 2995.5997 | 145.4805 |
| D ₃₃ | 3 | + | 528.4909 | 492.4926 |
| D ₃₅ | 3 | + | 64.0246 | 3.1484 |

Daftar Acuan

- [1] A.M. Gasparyan, J. Haidenbauer, C. Hanhart, and J. Spethi, *Pion-nucleon scattering in a meson-exchange model*, Phys. Rev. **68**, 045207 (2003).
- [2] Cheng-Tsung Hung, Shin Nan Yang, and T.S.H. Lee, *Meson-exchange πN models in three-dimensional Bethe-Salpeter formulation*, Phys. Rev. **64**, 034309 (2001).
- [3] V. Pascalutsa and J.A. Tjon, *Pion-nucleon interaction in a covariant hadron-exchange model*, Phys. Rev. **61**, 054003 (2000).
- [4] Y. Yamaguchi, *Two-nucleon problem when the potential is nonlocal but separable. I*, Phys. Rev. **95**, 1628 (1954).
- [5] Y. Manabe, A. Hosaka, and H. Toki, *Relation between the separable and one-boson-exchange potential for the covariant Bethe-Salpeter equation*, J. Phys. **G31**, 1183-1190 (2005).
- [6] J.S. Hyslop, R.A. Arndt, L.D. Roper, and R.L. Workman, Phys. Rev. **D46**, 961 (1992).
- [7] V.G.P. Matindas, *Model potensial kaon-nukleon fenomenologis*, Skripsi, Universitas Indonesia, 2007.
- [8] R. Nelson, *Hamburan kaon-nukleon dalam pertukaran hyperon*, Skripsi, Universitas Indonesia, 2007.
- [9] A. Salam, *Rescattering effect and two-step process in kaon photoproduction on the deuteron*, Dissertation, University of Mainz, Germany, 2003.

- [10] C. Joachain, *Quantum Collision Theory*, North-Holland Publishing Company, 1975.
- [11] P.E. Hodgson, E. Gadioli, and E. Gadioli Erba, *Introductory Nuclear Physics*, Oxford University Press, New York, 1997.
- [12] N. Hoshizaki, *Suppl. Prog. Theor. Phys.* **42** (1968).
- [13] W. Glockle, *The Quantum Mechanical Few-Body Problem*, Springer Verlag, Berlin, 1983.
- [14] Ueda.T and Y. Ikegami, *Separable representation of πN scattering amplitudes*, *Prog. Theor. Phys.* **91**, January 1994.
- [15] G.B. Arfken and H.J. Weber, *Mathematical Methods for Physicists*, 5th Ed., Academic Press, San Diego, 2001.
- [16] Particle Physics Booklet.