



UNIVERSITAS INDONESIA

**IDENTIFIKASI MODEL RUANG KEADAAN SISTEM
REFRIGERASI MENGGUNAKAN METODE SUBSPACE
MOESP DAN N4SID**

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana

**BIGER SIBARANI
04 05 03 0192**

**FAKULTAS TEKNIK
DEPARTEMEN TEKNIK ELEKTRO
DEPOK
DESEMBER 2009**

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

**Skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar.**

Nama : Biger Sibarani

NPM : 0405030192

Tanda Tangan :

Tanggal :

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh :
Nama : Biger Sibarani
NPM : 0405030192
Program Studi : Teknik Elektro
Judul Skripsi : Identifikasi Model Ruang Keadaan Sistem Refrigerasi Menggunakan Metode Subspace MOESP dan N4SID

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana pada Program Studi Elektro Fakultas Teknik, Universitas Indonesia

DEWAN PENGUJI

Pembimbing :

Penguji :

Penguji :

Ditetapkan di :

Tanggal :

KATA PENGANTAR/UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur saya panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, karena atas berkat dan rahmat-Nya, saya dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulisan skripsi ini dilakukan dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Teknik Jurusan Elektro pada Fakultas Teknik Universitas Indonesia. Saya menyadari bahwa, tanpa bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak, dari masa perkuliahan sampai pada penyusunan skripsi ini, sangatlah sulit bagi saya untuk menyelesaikan skripsi ini. Oleh karena itu, saya mengucapkan terima kasih kepada:

- (1) Ir. Aries Subiantoro, M,S.E.E, selaku dosen pembimbing yang telah menyediakan waktu, tenaga, dan pikiran untuk mengarahkan saya dalam penyusunan skripsi ini.
- (2) Dr. Ing. Ir. Nasruddin M.Eng, yang telah banyak membantu dalam penjelasan sistem refrigerasi untuk bidang termodinamika jurusan teknik mesin Universitas Indonesia.
- (3) Orang tua dan keluarga saya yang telah memberikan bantuan dukungan material dan moral; dan
- (4) Sahabat yang telah banyak membantu saya dalam menyelesaikan skripsi ini.

Akhir kata, saya berharap Tuhan Yang Maha Esa berkenan membalas segala kebaikan semua pihak yang telah membantu. Semoga skripsi ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu.

Depok, 15 Desember 2009

Penulis

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Biger Sibarani
NPM : 0405030192
Program Studi : Kontrol
Departemen : Elektro
Fakultas : Teknik
Jenis karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty- Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul :

Identifikasi Model Ruang Keadaan Sistem Refrigerasi Menggunakan Metode Subspace MOESP dan N4SID

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalihmedia/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (database), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok

Pada Tanggal : 15 Desember 2009

Yang menyatakan

(.....)

ABSTRAK

Nama : Biger Sibarani
Program Studi : Teknik Elektro
Judul : Identifikasi Model Ruang Keadaan Sistem Refrigerasi
Menggunakan Metode Subspace MOESP dan N4SID

Skripsi ini membahas identifikasi sistem pendingin dalam bentuk model ruang keadaan. Data masukan dan keluaran diperoleh dari simulasi penurunan model matematis linier sistem ke dalam blok – blok simulink. Model yang dihasilkan adalah orde empat dengan 4 *state variable*; Suhu beban, suhu dinding evaporator, kapasitas pendingin (*cooling capacity*) evaporator, dan tekanan pada *suction manifold*. Identifikasi sistem dengan N4SID menghasilkan model ruang keadaan yang lebih baik dibandingkan dengan MOESP. Uji validasi model didapatkan dari kriteria *loss function*, nilai VAF, AIC, dan FPE. Efek pembobotan pada algoritma identifikasi tidak mengubah karakteristik keluaran model. Uji *controllability* dan *observability* diperlukan untuk membantu perancang untuk mendisain pengendali maupun *observer*.

Kata kunci: *subspace*, MOESP, N4SID, refrigerasi

ABSTRACT

Name : Biger Sibarani
Study Program : Electrical Engineering
Title : State - Space Model Refrigeration System Identification
Using Subspace MOESP and N4SID

This final project focus on identification of refrigeration system in state – space form. Input and output data is given from linier mathematics reduction into a simulink block. The model has four state variable included; goods temperature, wall temperature, cooling capacity, and suction manifold pressure. N4SID model gives better performance than MOESP. Weighting in identification don't influence the model output. Validation test like loss function, VAF, AIC, and FPE criterion has given for both model. Controllability and observability test of the model has been taken to help engineer to design the controller and the observer.

Key word: subspace, N4SID, MOESP, refrigeration

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
KATA PENGANTAR	iv
LEMBAR PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH	v
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR TABEL	xi
1. PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Tujuan	1
1.3. Batasan masalah	2
1.4. Sistematika penulisan	2
2. DASAR TEORI	3
2.1. Konsep dasar sistem pendingin	3
2.1.1. Proses dan siklus pendinginan	3
2.1.2. Penurunan model matematis sistem pendingin	4
2.1.3. Parameter – parameter pada sistem refrigerasi	7
2.2. Identifikasi model sistem ruang keadaan	8
2.3. Identifikasi sistem dengan kuadrat terkecil rekursif (RELS)	10
3. PERANCANGAN SISTEM DAN METODE IDENTIFIKASI	12
3.1. Karakteristik tekanan, suhu, dan entalpi pada R134a	12
3.2. Blok simulink sistem refrigerasi	15
3.3. Algoritma identifikasi model ruang keadaan dengan MOESP	17
3.4. Algoritma identifikasi model ruang keadaan dengan N4SID	21
4. UJI SIMULASI DAN ANALISA	26
4.1. Simulasi blok simulink sistem pendingin	26
4.2. Identifikasi model ruang keadaan dengan MOESP	27
4.3. Identifikasi model ruang keadaan dengan N4SID	31
4.4. Analisa dan Uji validasi model	36
4.5. Perbandingan model ruang keadaan orde 4 dan orde 3	39
4.5.1. Perbandingan model MOESP ruang keadaan orde 4 dengan model orde 3	39
4.5.2. Perbandingan model N4SID ruang keadaan orde 4 dengan model orde 3	40
4.6. Perbandingan metode subspace dengan metode kuadrat terkecil rekursif	41

4.7. Pengaruh nilai faktor bobot W pada identifikasi ruang keadaan N4SID	43
5. KESIMPULAN	46
DAFTAR REFERENSI	47



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Sistem pendingin	4
Gambar 2.2. Blok sistem refrigerasi	8
Gambar 3.1. Grafik $h - \log (P)$ refrigerant R134a	12
Gambar 3.2. Hubungan kuadratik T_e dan P_e	14
Gambar 3.3. Blok simulink sistem refrigerasi	16
Gambar 3.4. Diagram alir algoritma MOESP	21
Gambar 3.5. Diagram alir algoritma N4SID	25
Gambar 4.1. Grafik sinyal uji masukan dan keluaran	26
Gambar 4.2. Perbandingan sinyal keluaran sistem dan model proses MOESP serta kesalahan prediksi	31
Gambar 4.3. Plot perbandingan keluaran model N4SID dan plant serta Kesalahan prediksi	35
Gambar 4.4. <i>Cross validation</i> keluaran model	39
Gambar 4.5. plot perbandingan model ARMAX dan sistem	40
Gambar 4.6. Plot perbandingan keluaran model N4SID orde 3 dan sistem ...	41
Gambar 4.7. plot perbandingan model ARMAX dan sistem	43

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Parameter – parameter sistem refrigerasi	7
Tabel 3.1. Karakteristik tekanan, suhu, entalpi, dan massa jenis R134a	13
Tabel 3.1. (sambungan)	14
Tabel 3.2. Perbandingan iterasi excel dan persamaan (2.5)	15
Tabel 4.1. Uji validasi model	37
Tabel 4.2. Perbandingan model MOESP orde 4 dan 3	40
Tabel 4.3. Perbandingan model N4SID orde 4 dan 3	41
Tabel 4.4. Pengaruh faktor bobot terhadap matriks B dan C	45

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Perancangan pengendali dalam suatu sistem tidak terlepas dari bagian identifikasi sistem tersebut. Perancang membuat model dari *plant* yang sebenarnya, untuk selanjutnya melakukan simulasi pengendalian. Sistem kendali yang sudah dibuat atau direncanakan tidak akan langsung diimplementasikan ke *plant* yang sebenarnya, tetapi melalui tahap simulasi. Oleh karena itu, perancang harus dapat membuat model yang cocok untuk dapat mewakili *plant* yang sebenarnya, yang akan membantu perancangan pengendali yang baik.

Pemodelan fisik sistem pendingin diperoleh dari persamaan – persamaan matematis yang sudah dilinierisasi dari sistem yang sebenarnya. Persamaan – persamaan tersebut didapatkan dari penelitian yang sudah dikembangkan sebelumnya oleh Lars Finn Sloth Larsen[1].

Sistem pendingin yang dimodelkan memiliki 4 variabel ruang keadaan, yaitu suhu benda T_{goods} , suhu dinding T_{wall} , kapasitas pendingin Q_e , dan tekanan pada *suction manifold* P_{suc} .

Model ruang keadaan sangat banyak dipilih dalam perancangan pengendali. Salah satu alasan pemilihannya adalah karena model ruang keadaan dapat digunakan untuk memodelkan sistem MIMO (*Multiple Input Multiple Output*), yang secara riil banyak dijumpai di dunia industri. Model ruang keadaan sangat cocok digunakan untuk sistem yang mempunyai data masukan dan keluaran serta orde yang besar.

Metode *subspace* merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mendapatkan model ruang keadaan yang diinginkan. Metode ini bisa digunakan untuk memodelkan sistem *black – box*, dimana perancang sama sekali tidak mempunyai *a – priori knowledge* tentang sistem yang akan diidentifikasi, terutama orde sistem. Hanya dari data masukan dan keluaran, model ruang keadaan maupun orde dari sistem dapat diestimasi dengan baik[2].

MOESP (*Multivariable Output Error State Space*) dan N4SID (*Numerical algorithms for Subspace State Space System Identification*) merupakan 2 metode yang paling umum digunakan untuk mendapatkan model ruang keadaan dari *plant* yang diidentifikasi. Kedua model yang dihasilkan dari metode ini divalidasi untuk mendapatkan model yang terbaik, yang bisa mewakili sistem yang sebenarnya.

1.2. Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengidentifikasi sistem pendingin (*refrigeration systems*) dengan menggunakan algoritma *subspace* MOESP dan N4SID. Simulasi algoritma identifikasi ruang keadaan dan blok *simulink* sistem menggunakan perangkat lunak *Matlab 7.6*. Kedua model ruang keadaan yang diperoleh akan dibandingkan untuk mendapatkan model yang terbaik yang dapat mewakili sistem yang sebenarnya.

1.3. Batasan Masalah

Skripsi ini dibatasi pada tahap simulasi sistem pendingin, dengan satu masukan dan satu keluaran. Model dinamik dari sistem dilinierisasi untuk mendapatkan persamaan matematis sistem. Blok *simulink* dari sistem diperoleh dari penurunan model matematis.

1.4. Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi dibagi dalam lima bab. Bab satu berisi pendahuluan yang memuat latar belakang, tujuan, batasan masalah, dan sistematika penulisan. Bab dua membahas dasar teori. Bab tiga berisi tentang perancangan sistem dan metode identifikasi, bab empat berisi uji simulasi dan analisa, dan pada bab lima berisi kesimpulan.

BAB 2 DASAR TEORI

2.1. Konsep dasar sistem pendingin

2.1.1. Proses dan Siklus Pendinginan

Pendinginan dapat didefinisikan sebagai proses penyerapan panas dari substansi dengan temperatur rendah, kemudian mengubahnya ke substansi dengan temperatur yang lebih tinggi[3]. Sebuah sistem pendingin yang biasanya digunakan untuk pengkondisian udara dengan menggunakan *vapor compression systems* akan mengalami proses - proses sebagai berikut:

a) evaporasi

pada proses ini, *refrigerant* menguap pada suhu yang lebih rendah jika dibandingkan dengan suhu sekitarnya, kemudian menyerap kalor atau panas laten dari proses evaporasi.

b) *superheating*

uap *refrigerant* yang tersaturasi biasanya dipanaskan untuk memastikan cairan *refrigerant* tidak mengalir ke dalam kompresor.

c) pemampatan

refrigerant dimampatkan ke tekanan dan suhu yang lebih tinggi agar mengalami kondensasi.

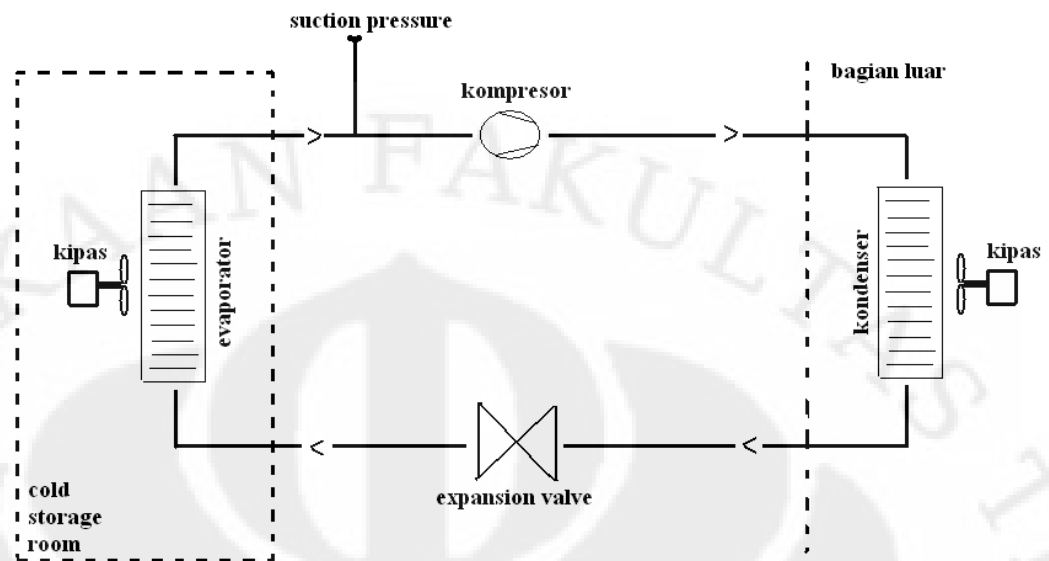
d) kondensasi

refrigerant dalam bentuk gas dipadatkan dan berubah wujud menjadi cair melalui pemanasan, mengembun, dan kemudian didinginkan.

e) *throttling and expansion*

cairan *refrigerant* yang bertekanan tinggi dipaksakan ke tekanan rendah dan siap digunakan untuk proses evaporasi.

Deskripsi sistem pendingin secara umum dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1. Sistem pendingin

Pada Gambar 2.1, *refrigerant* masuk ke kompresor pada suhu dan tekanan yang rendah, dan meninggalkan kompresor pada suhu dan tekanan yang relatif tinggi karena proses pemampatan suhu dan tekanan. Pada fase selanjutnya *refrigerant* akan mengalami kondensasi di kondenser dan membuang panas ke bagian luar dibantu dengan menggunakan kipas pada kondenser. Pada tahap selanjutnya, suhu dan tekanan *refrigerant* turun drastis karena ada efek penghambatan pada *expansion valve*. *Refrigerant* dengan suhu dan tekanan yang rendah tersebut akan masuk ke evaporator dan mengalami evaporasi karena adanya penyerapan panas dari *cold storage room*. *Refrigerant* yang meninggalkan evaporator akan masuk ke kompresor untuk melakukan siklus berulang selanjutnya.

2.1.2. Penurunan Model Matematis Sistem Pendingin

Konfigurasi sistem pendinginan terbagi dalam 3 bagian besar, yaitu bagian ruangan (*display case*), *suction manifold*, dan bagian kompresor. *Display case* terdiri dari komponen evaporator, kondensator, dan *expansion valve*[1].

Melalui persamaan keseimbangan energi antara evaporator dengan suhu komponen – komponen pada ruangan (T_{goods}), maka akan diperoleh persamaan sebagai berikut:

Universitas Indonesia

$$\frac{\partial T_{\text{goods}}}{\partial t} = - \frac{UA_{\text{goods-air}}}{M_{\text{goods}} C_{p,\text{goods}}} (T_{\text{goods}} - T_{\text{air}}) \quad (2.1)$$

dimana UA menyatakan koefisien perpindahan panas, *subscript* menyatakan media perpindahan panas. Massa dilambangkan oleh M dan C_p menyatakan kapasitas panas.

Dengan mengabaikan kapasitas pendinginan *refrigerant* pada saat katup ditutup, suhu dinding (T_{wall}) dapat diperoleh dengan persamaan:

$$\frac{\partial T_{\text{wall}}}{\partial t} = - \frac{UA_{\text{air-wall}}}{M_{\text{wall}} C_{p,\text{wall}}} (T_{\text{air}} - T_{\text{wall}}) - \frac{\dot{Q}_e}{M_{\text{wall}} C_{p,\text{wall}}} \quad (2.2)$$

\dot{Q}_e menyatakan kapasitas pendinginan (*cooling capacity*).

Kapasitas pendinginan *refrigerant* yang dihasilkan akan di *-filter* dengan persamaan:

$$\frac{\partial \dot{Q}_e}{\partial t} = - \frac{1}{\tau_{\text{fil}}} \left((T_{\text{wall}} - T_e) UA_{\text{wall-ref,max}} - \dot{Q}_e \right) \quad (2.3)$$

dengan τ_{fil} merupakan konstanta waktu penyaringan.

Diasumsikan bahwa kapasitas panas (\dot{Q}_e) hanya tergantung pada suhu evaporator (T_e), sehingga efek dinamik dari suhu dinding (T_{wall}) dapat diabaikan. Hal ini mengakibatkan suhu awal dinding ($T_{\text{wall},0}$) dapat dianggap sebagai suhu konstan rata – rata T_{wall} .

Hubungan antara suhu evaporator T_e dan tekanan pada *suction manifold* P_{suc} dapat didekati dengan sebuah fungsi linier, dengan mengasumsikan tidak ada perubahan tekanan pada saluran evaporator, sehingga $P_{\text{suc}} = P_e$, dengan fungsi linier yang beroperasi pada titik $P_{\text{suc},0}$, atau dapat dituliskan sebagai berikut:

$$T_e = \left. \frac{\partial T_e}{\partial P_{\text{suc}}} \right|_{P_{\text{suc}}=P_{\text{suc},0}} \cdot (P_{\text{suc}} - P_{\text{suc},0}) + T_{e,0} \quad (2.4)$$

dengan[4]

$$T_e = -4.3544P_e^2 + 29.224P_e - 51.2005 \quad (2.5)$$

Persamaan (2.5) akan dijelaskan lebih lanjut pada Bab 3. Dengan asumsi bahwa kapasitas panas udara bernilai nol dan distribusinya merata diseluruh ruangan, suhu udara T_{air} dapat diperoleh melalui persamaan:

$$T_{air} = \frac{\dot{Q}_{airload} + T_{goods} UA_{goods-air} + T_{wall} UA_{air-wall}}{UA_{goods-air} + UA_{air-wall}} \quad (2.6)$$

dengan $\dot{Q}_{airload}$ merupakan panas eksternal yang dihasilkan.

Pada bagian *suction manifold*, aliran energi yang masuk ke dalam *suction manifold* \dot{H}_{in-suc} dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\dot{H}_{in-suc,0} = \frac{h_{oe,0}}{h_{oe,0} - h_{ie,0}} \dot{Q}_e \quad (2.7)$$

Dengan asumsi bahwa massa jenis *refrigerant* di dalam *suction manifold* bernilai konstan, dan menganggap entalpi $h_{out-suc} = h_{out-suc,0}$, maka:

$$\frac{\partial P_{suc}}{\partial t} = R \frac{\dot{H}_{in-suc,0} - h_{oe-suc,0} \cdot \dot{V}_{comp} \cdot \rho_{suc,0}}{C_v V_{suc}} \quad (2.8)$$

dengan R adalah konstanta gas, C_v adalah kapasitas panas spesifik untuk *refrigerant* dan V_{suc} adalah volume pada bagian *suction manifold*.

Kompresor dimodelkan menggunakan konstanta efisiensi volumetrik η_{vol} dan volume pemindahan V_d menghasilkan persamaan aliran volume yang mengalir keluar dari *suction manifold* yang disebabkan oleh kompresor sebagai berikut:

$$\dot{V}_{comp} = comp \frac{\eta_{vol} \cdot V_d}{100} \quad (2.9)$$

dengan $comp$ merupakan kapasitas kompresor.

Persamaan ruang keadaan dari sistem dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_{goods} \\ \dot{T}_{wall} \\ \dot{Q}_e \\ \dot{P}_{suc} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} T_{goods} \\ T_{wall} \\ Q_e \\ P_{suc} \end{bmatrix} + \mathbf{B}[comp] \quad (2.10)$$

$$T_e = \mathbf{C} \begin{bmatrix} T_{goods} \\ T_{wall} \\ Q_e \\ P_{suc} \end{bmatrix} + \mathbf{D}[comp] \quad (2.11)$$

2.1.3. Parameter – Parameter Pada Sistem Refrigerasi

Untuk simulasi model sistem refrigerasi ke dalam program *m-file* maupun blok *simulink*, diperlukan parameter – parameter seperti pada Tabel 2.1 sebagai berikut[1].

Tabel 2.1. Parameter – parameter sistem refrigerasi

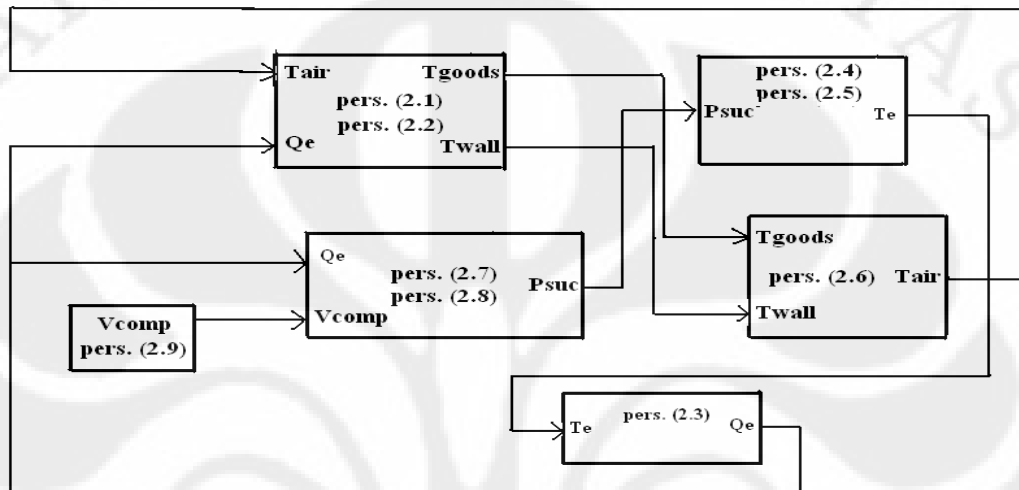
parameter	nilai	parameter	nilai
$UA_{wall-ref,max}$	900 W/K	$C_{p,goods}$	1000 J/kg.K
$UA_{goods-air}$	60 W/K	$UA_{air-wall}$	360 W/K
$C_{p,wall}$	385 J/kg.K	$\dot{Q}_{airload}$	900 W
M_{goods}	400 kg	M_{wall}	180 kg
$M_{ref,max}$	0.6 kg	τ_{fil}	40 s
$P_{suc,0}$	3.948 atm	$\rho_{suc,0}$	25 kg/m ³
$T_{wall,0}$	273 K	R	85 J/kg.K
$V_{suc,0}$	5 m ³	C_v	649 J/kg.K
V_d	0.003 m ³ /s	η_{vol}	0.8

Dari Tabel 2.1 tersebut di atas[1], komponen penguat statis maupun konstanta yang diperlukan dalam blok simulink dapat dihasilkan dengan

Universitas Indonesia

memasukkan nilai setiap parameter tersebut ke dalam persamaan (2.1) sampai persamaan (2.9). Fluida yang digunakan adalah *R134a*.

Hubungan antara persamaan (2.1) sampai persamaan (2.9) dapat digambarkan dalam blok – blok pada Gambar 2.2. Blok – blok yang dihasilkan terdiri dari 5 *sub – system*. V_{comp} sebagai masukan pada sistem dan T_e sebagai keluaran sistem yang akan ditinjau pada proses identifikasi.



Gambar 2.2. Blok sistem refrigerasi

Pada Gambar 2.2 ditunjukkan bahwa proses merupakan sistem SISO (*single input single output*), seperti yang sudah dideskripsikan pada persamaan (2.10) dan (2.11).

2.2. Identifikasi model sistem ruang keadaan

Pada pembahasan skripsi ini, model proses yang digunakan berupa model ruang keadaan diskrit linier seperti berikut:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k) \quad (2.12)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k) + \mathbf{D} \mathbf{u}(k) \quad (2.13)$$

Persamaan (2.12), (2.13), jika diuraikan dari waktu ke 0 sampai ke $-N$:

$$\mathbf{x}(1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(0) + \mathbf{B}\mathbf{u}(0)$$

$$\mathbf{x}(2) = \mathbf{A}^2\mathbf{x}(0) + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(0) + \mathbf{B}\mathbf{u}(1)$$

$$\mathbf{x}(3) = \mathbf{A}^3\mathbf{x}(0) + \mathbf{A}^2\mathbf{B}\mathbf{u}(0) + \dots$$

⋮

$$x(N) = \mathbf{A}^N x(0) + \mathbf{A}^{N-1} \mathbf{B} u(0) + \dots + \mathbf{A} \mathbf{B} u(N-2) + \mathbf{B} u(N-1)$$

$$y(0) = \mathbf{C} x(0) + \mathbf{D} u(0)$$

$$y(1) = \mathbf{C} \mathbf{A} x(0) + \mathbf{C} \mathbf{B} u(0) + \dots$$

$$\vdots$$

$$y(N-1) = \mathbf{C} \mathbf{A}^{N-1} x(0) + \mathbf{C} \mathbf{A}^{N-2} \mathbf{B} u(0) + \dots + \mathbf{C} \mathbf{B} u(N-2) + \mathbf{D} u(N-1)$$

Dalam bentuk matriks, dapat dituliskan hingga sepanjang baris hankel i sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(i-1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C} \mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^{i-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{O}_k} x(0) + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{D} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \mathbf{C} \mathbf{B} & \mathbf{D} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^{i-2} \mathbf{B} & \mathbf{C} \mathbf{A}^{i-3} \mathbf{B} & \dots & \mathbf{D} & 0 \end{bmatrix}}_{\Psi_k} \begin{bmatrix} u(0) \\ u(1) \\ \vdots \\ u(i-1) \end{bmatrix}$$

...(2.14)

dengan \mathbf{O}_k adalah matriks *extended observability*, dan Ψ_k adalah matriks *toeplitz*.

Jika persamaan (2.14) digeser sampai waktu ke $-N$, maka dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y(0) & y(1) & \dots & y(N-i+1) \\ y(1) & y(2) & \dots & y(N-i+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(i-1) & y(i) & \dots & y(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C} \mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^{i-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) & x(1) & \dots & x(N-i+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \mathbf{C} \mathbf{B} & \mathbf{D} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ \mathbf{C} \mathbf{A}^{i-2} \mathbf{B} & \mathbf{C} \mathbf{A}^{i-3} \mathbf{B} & \dots & \mathbf{C} \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(0) & u(1) & \dots & u(N-i+1) \\ u(1) & u(2) & \dots & u(N-i+2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ u(i-1) & u(i) & \dots & u(N) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Persamaan (2.15) dapat dituliskan ke bentuk yang lebih sederhana sebagai berikut:

$$\mathbf{Y}_{0|i-1} = \mathbf{O}_k \mathbf{x}_{0|i-1} + \Psi_k \mathbf{U}_{0|i-1} \quad (2.16)$$

Bentuk *subscript* berarti dimulai dari elemen ke -0 sampai elemen yang ke $i-1$.

2.3. Identifikasi sistem dengan kuadrat terkecil rekursif (RELS)

RELS digunakan untuk mengestimasi model ARMAX (*autoregressive moving average with exogenous input*) secara *online* atau rekursif. Model ARMAX secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + C(z^{-1})e(k) \quad (2.17)$$

$A(z^{-1})$ didefinisikan sebagai polinomial monik dengan bentuk $1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}$, dengan n adalah orde sistem. $B(z^{-1})$ adalah polinomial dengan bentuk $b_0 z^{-1} + b_1 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}$. Sedangkan $C(z^{-1})$ didefinisikan dengan polinomial monik $1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_n z^{-n}$.

Vektor regresi $\varphi(k)$ dan parameternya $\theta(k)$ model orde n dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\varphi(k) = [-y(k-1) \ \dots \ -y(k-n) \ u(k-1) \ \dots \ u(k-n) \ \tilde{e}(k-1) \ \dots \ \tilde{e}(k-n)]^T \quad (2.18)$$

dengan \tilde{e} adalah *posteriori error* yang diperoleh dengan persamaan:

$$\tilde{e}(k) = y(k) - \varphi^T(k) \hat{\theta}(k) \quad (2.19)$$

$$\hat{\theta}(k) = [a_1 \ \dots \ a_n \ b_1 \ \dots \ b_n \ c_1 \ \dots \ c_n]^T \quad (2.20)$$

Algoritma kuadrat terkecil rekursifnya untuk setiap pencuplikan dapat dijabarkan sebagai berikut:

- membentuk vektor data regresi $\varphi(k)$ menggunakan data yang tersedia
- menghitung kesalahan prediksi $e(k)$ atau disebut juga *priori error* dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$e(k) = y(k) - \varphi^T(k) \cdot \hat{\theta}(k-1) \quad (2.21)$$

- c) menghitung nilai matriks kovarian $\mathbf{P}(k)$ dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$\underline{\mathbf{P}}(k) = \underline{\mathbf{P}}(k-1) \left[I - \frac{\boldsymbol{\varphi}(k)\boldsymbol{\varphi}^T(k)\mathbf{P}(k-1)}{\lambda + \boldsymbol{\varphi}^T(k)\mathbf{P}(k-1)\boldsymbol{\varphi}(k)} \right] \quad (2.22)$$

dengan λ adalah faktor pelupa. Nilai λ berkisar antara $0 \leq \lambda \leq 1$.

- d) menentukan nilai parameter vektor yang baru menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\theta}(k) = \boldsymbol{\theta}(k-1) + \underline{\mathbf{P}}(k) \boldsymbol{\varphi}(k) e(k) \quad (2.23)$$

- e) menghitung nilai *posteriori error* dengan menggunakan persamaan (2.19) untuk digunakan pada data vektor regresi $\boldsymbol{\varphi}(k)$ untuk pencuplikan berikutnya.

Inisialisasi awal pada matriks kovarian dan vektor parameter sangat dipengaruhi oleh *priori knowledge* yang dimiliki perancang dalam proses identifikasi sistem. Jika perancang mempunyai tingkat kepercayaan yang minim tentang model proses[9], maka dianjurkan untuk mewakili vektor parameter terestimasi awal dengan vektor nol dan nilai diagonal matriks kovarian \mathbf{P} yang besar, biasanya 1000 – 10000 dan berlaku sebaliknya.

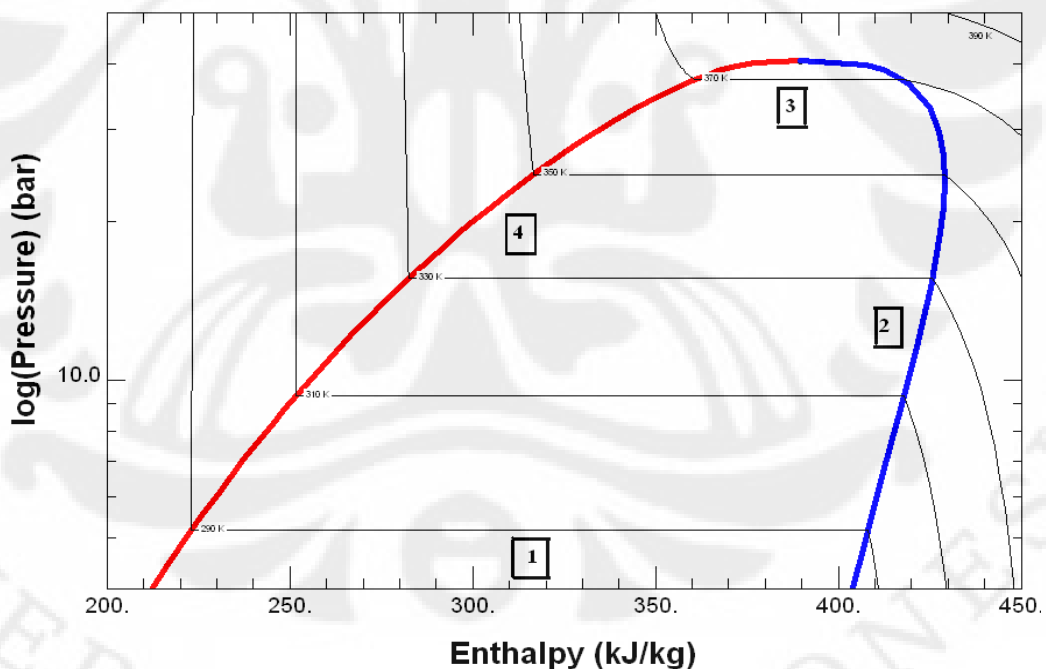
BAB 3

PERANCANGAN SISTEM DAN METODE IDENTIFIKASI

3.1. Karakteristik tekanan, suhu, dan entalpi pada R134a

Data pada tabel 3.1 didapatkan menggunakan perangkat lunak *refprop* (*reference fluid thermodynamic and transport properties*) v.8. Dari tabel tersebut, ditunjukkan nilai entalpi dan massa jenis fluida pada wujud cair dan gasnya pada *range* 1 – 2 bar. Nilai massa jenis *refrigerant* pada saat berwujud cair lebih besar jika dibandingkan dengan wujud gasnya, berbanding terbalik dengan entalpinya yang mempunyai nilai yang lebih besar jika berwujud gas dibandingkan dengan wujud cairnya.

Dengan menggunakan perangkat lunak tersebut, karakteristik entalpi dan tekanan pada *refrigerant* R143a juga dapat diperoleh melalui diagram $h - \log(p)$ seperti pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1. Grafik $h - \log(p)$ refrigerant R134a

Garis biru pada gambar 3.1 menunjukkan fluida berada pada fase gas, sedangkan garis merah menunjukkan fase cairan (*liquid*). *Refrigerant* mengalami proses evaporasi (*state* 1) sepanjang garis horizontal pada batas

garis biru dan merah (entalpi) pada *range* 200 – 400 kJ/kg. Pada *state* 2, *refrigerant* mengalami proses kompresi untuk mengubah bentuk *refrigerant* dari gas sampai menjadi cair. Pada *state* ke – 3, cairan *refrigerant* mengalami kondensasi yang membuat fluida kembali ke fase gasnya. Proses perubahan fase cair ke gas tersebut terjadi selama masa *expansion* pada *state* 4.

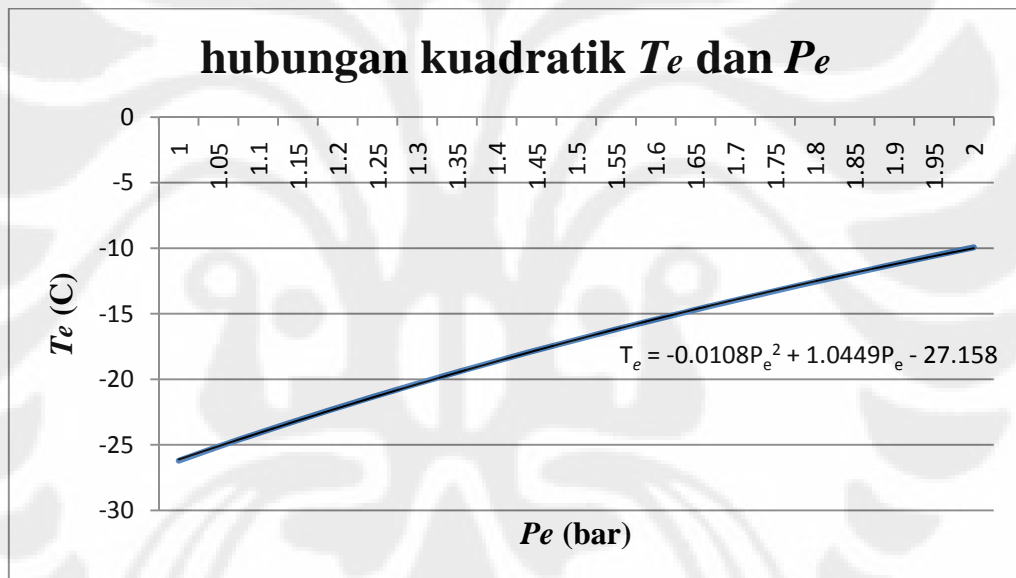
Tabel 3.1. Karakteristik tekanan, suhu, entalpi, dan massa jenis R134a

		Liquid	Vapor	Liquid	Vapor
Temperature	Pressure	Density	Density	Enthalpy	Enthalpy
(K)	(bar)	(kg/m ³)	(kg/m ³)	(kJ/kg)	(kJ/kg)
246.79	1	1377.5	5.1932	165.44	382.6
247.86	1.05	1374.3	5.4376	166.81	383.27
248.89	1.1	1371.2	5.6814	168.14	383.91
249.88	1.15	1368.2	5.9248	169.41	384.53
250.84	1.2	1365.3	6.1677	170.65	385.12
251.77	1.25	1362.5	6.4102	171.85	385.7
252.67	1.3	1359.7	6.6522	173.01	386.26
253.54	1.35	1357.1	6.894	174.14	386.8
254.39	1.4	1354.5	7.1353	175.24	387.32
255.22	1.45	1351.9	7.3764	176.31	387.83
256.02	1.5	1349.4	7.6172	177.36	388.32
256.8	1.55	1347	7.8576	178.38	388.8
257.56	1.6	1344.7	8.0979	179.37	389.27
258.31	1.65	1342.3	8.3379	180.34	389.72
259.03	1.7	1340.1	8.5776	181.29	390.17
259.74	1.75	1337.9	8.8172	182.22	390.6

260.44	1.8	1335.7	9.0566	183.13	391.02
261.12	1.85	1333.5	9.2958	184.02	391.44
261.78	1.9	1331.5	9.5348	184.9	391.84
262.43	1.95	1329.4	9.7736	185.75	392.23
263.07	2	1327.4	10.012	186.6	392.62

(Tabel 3.1. sambungan)

Persamaan (2.5) diperoleh dengan mengambil hubungan tekanan dan suhu pada Tabel 3.1 dan mendekatinya dalam hubungan kuadratik. Pendekatan kuadratik tersebut dapat dilihat pada Gambar 3.2.

Gambar 3.2. Hubungan kuadratik T_e dan P_e

Koefisien - koefisien persamaan kuadratik antara P_e dan T_e menggunakan *microsoft office excel* dibandingkan dengan persamaan (2.5) memang menunjukkan hasil yang berbeda. Namun keduanya menghasilkan keluaran yang sama. Perbandingannya dapat dilihat pada Tabel 3.2. Perbedaan nilai koefisien ini kemungkinan besar disebabkan karena aproksimasi yang berbeda antara perangkat lunak dalam mengestimasi nilai parameter persamaan kuadratnya.

Tabel 3.2. Perbandingan iterasi excel dan persamaan (2.5)

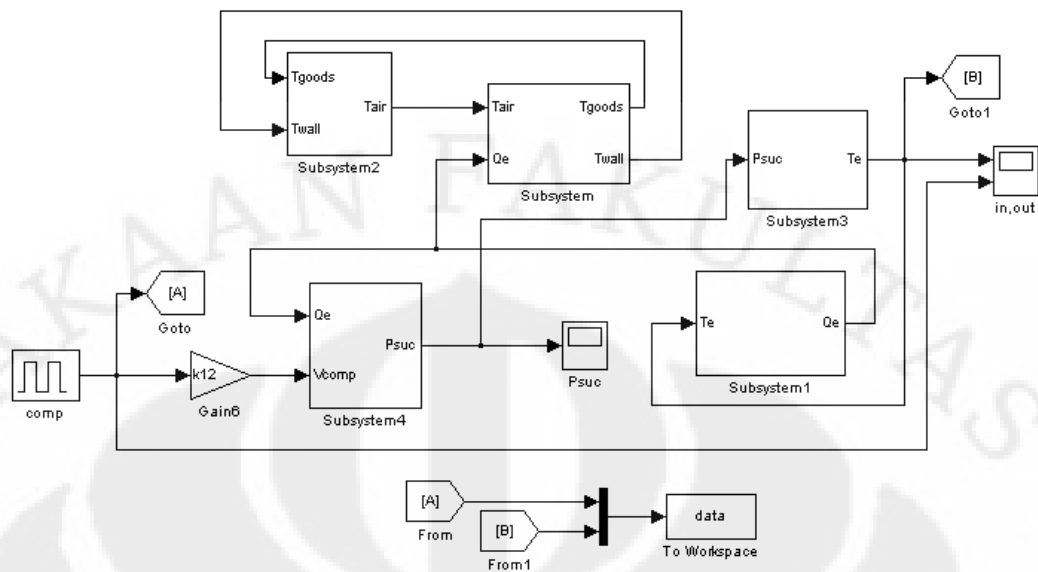
Pressure(bar)	iterasi excel	pers (2.5)	selisih (C)
1	-26.21	-26.3309	0.1209
1.1	-24.11	-24.3229	0.212924
1.2	-22.16	-22.402	0.242036
1.3	-20.33	-20.5682	0.238236
1.4	-18.61	-18.8215	0.211524
1.5	-16.98	-17.1619	0.1819
1.6	-15.44	-15.5894	0.149364
1.7	-13.97	-14.1039	0.133916
1.8	-12.56	-12.7056	0.145556
1.9	-11.22	-11.3943	0.174284
2	-9.93	-10.1701	0.2401

Dari Tabel 3.2 dapat dilihat bahwa kedua iterasi menghasilkan keluaran T_e yang mirip. Selisih yang dihasilkan juga cukup kecil.

3.2. Blok simulink sistem refrigerasi

Perancangan sistem refrigerasi yang dilakukan mengacu pada persamaan matematis sistem, yaitu menggunakan persamaan (2.1) sampai dengan persamaan (2.9). parameter – parameter yang bernilai konstan atau statis dalam persamaan – persamaan tersebut dapat dianggap sebagai penguat statis maupun konstanta dalam blok simulink yang akan dirancang. Parameter – parameter tersebut dapat dilihat pada tabel 2.1.

Mengacu pada blok sistem refrigerasi pada Gambar 2.2, blok simulink sistem dapat dilihat pada Gambar 3.2. sebagai berikut.



Gambar 3.3. Blok simulink sistem refrigerasi

Perancangan sistem didasarkan pada model SISO (*single input single output*). Masukan pada sistem u yang disebut juga dengan MV (*manipulated variabel*) adalah variabel $comp$ pada persamaan (2.9). $Comp$ atau kapasitas kompresor merupakan kecepatan putar motor pada kompresor (putaran/detik). Sedangkan keluaran sistem y yang disebut juga dengan CV (*controlled variabel*) adalah temperatur pada evaporator T_e (Kelvin).

Masukan u pada simulasi sistem menggunakan *pulse* seragam. Artinya kompresor di *on/off* untuk selang waktu tertentu. Alasan pemilihan sinyal ini adalah karena asumsi bahwa katup pemisah antara evaporator dan kondensator selalu terbuka (*open*), artinya tidak ada pemisahan antara tekanan yang tinggi dan tekanan yang rendah pada bagian diantara evaporator dan kondensator.

Jika kompresor selalu *on*, maka hal ini mengakibatkan perancang tidak bisa mengetahui karakteristik dari tekanan P_{suc} dan juga suhu pada evaporator, karena tekanan akan terus turun menuju nilai tak hingga. Jika kompresor di *on/off* dalam selang waktu tertentu, maka dapat diketahui karakteristik tekanan pada bagian *suction manifold*, karena ketika tekanan turun atau naik mendekati batas bawah atau batas atasnya, maka kompresor dapat dimatikan atau dihidupkan untuk dapat melihat karakteristik dari suhu evaporator T_e .

3.3. Algoritma identifikasi model ruang keadaan dengan MOESP

Model ruang keadaan menggunakan metode MOESP (*Multivariable Output-Error State Space*) mempunyai tujuan utama untuk mendapatkan parameter matriks **A**, **B**, **C**, dan **D** dalam bentuk umum persamaan ruang keadaan:

$$x(k+1) = \mathbf{A}x(k) + \mathbf{B}u(k) \quad (3.1)$$

$$y(k) = \mathbf{C}x(k) + \mathbf{D}u(k) \quad (3.2)$$

Dalam algoritma MOESP yang akan diajukan, hal pertama yang harus dilakukan adalah menentukan dimensi dari blok hankel yang akan dibentuk. Jumlah kolom pada blok hankel pada umumnya sangat besar, dan jumlahnya mendekati jumlah data yang disediakan untuk identifikasi. Untuk sistem *black box*, jumlah baris diatur sedemikian rupa, sehingga tidak sama bahkan lebih kecil dari orde sistem yang akan dimodelkan.

Berikut adalah struktur matriks *hankel* yang digunakan.

$$U_{0|2i-1} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} u_0 & u_1 & u_2 & \cdots & u_{N-1} \\ u_1 & u_2 & u_3 & \cdots & u_N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{i-1} & u_i & u_{i+1} & \cdots & u_{i+N-2} \\ u_i & u_{i+1} & u_{i+2} & \cdots & u_{i+N-1} \\ u_{i+1} & u_{i+2} & u_{i+3} & \cdots & u_{i+N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & M \\ u_{2i-1} & u_{2i} & u_{2i+1} & \cdots & u_{2i+N-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{0|i-1} \\ U_{i|2i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_p \\ U_f \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Jumlah baris i ditentukan oleh perancang, sedemikian hingga i harus lebih besar dari orde sistem yang akan diidentifikasi. Sedangkan jumlah kolom N harus lebih besar dari baris i , dan biasanya dibuat sangat besar, hingga mendekati jumlah data yang tersedia. Ketentuan – ketentuan tersebut dapat dituliskan sebagai berikut.

$$N \gg i > n \quad (3.4)$$

Notasi subscript pada elemen \mathbf{U} menyatakan elemen pada kolom pertama dan terakhir pada blok matriks hankel. Jadi $\mathbf{U}_{0|i-1}$ berarti matriks \mathbf{U} dimulai dari elemen ke nol pada kolom pertama sampai dengan elemen ke $i-1$ pada kolom pertama. Notasi p berarti *past* dan f berarti *future*.

Blok hankel pada data keluaran juga mengikuti aturan seperti pada masukan. Data keluaran juga dibagi dalam keluaran *past* dan *future*.

MOESP menggunakan dekomposisi LQ dengan bentuk sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{0}_{|k-1} \\ \mathbf{Y} & \mathbf{0}_{|k-1} \end{pmatrix} = \mathbf{L} \mathbf{Q}^T = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_1^T \\ \mathbf{Q}_2^T \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

dengan $\mathbf{L}_{11} \in \mathbb{R}^{km \times km}$, $\mathbf{L}_{21} \in \mathbb{R}^{kp \times km}$, $\mathbf{L}_{22} \in \mathbb{R}^{kp \times kp}$, $\mathbf{Q}_1 \in \mathbb{R}^{N \times km}$, $\mathbf{Q}_2 \in \mathbb{R}^{N \times kp}$, \mathbf{Q} ortogonal. N merupakan jumlah kolom blok hankel, k_m dan k_p adalah jumlah baris blok hankel.

Langkah selanjutnya adalah menentukan komponen-komponen matriks \mathbf{U} , \mathbf{S} , dan \mathbf{V} dari dekomposisi dengan SVD. Matriks \mathbf{L}_{22} diurai menjadi matriks \mathbf{U} , \mathbf{S} dan \mathbf{V} , dengan persamaan :

$$\mathbf{L}_{22} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 & \mathbf{U}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{S}_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1^T \\ \mathbf{V}_2^T \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

dengan $\mathbf{U}_1 \in \mathbb{R}^{kp \times n}$ dan $\mathbf{U}_2 \in \mathbb{R}^{kp \times (kp-n)}$

n adalah orde sistem, kp merupakan dimensi baris blok hankel.

Dimensi \mathbf{S}_1 ditentukan dari orde sistem. \mathbf{S}_1 adalah matriks simetris dengan ukuran $n \times n$, sesuai dengan ordenya.

Komponen \mathbf{U}_1 dan \mathbf{S}_1 akan digunakan untuk menentukan komponen *extended observability matrix* \mathbf{O}_k , yang didalamnya mengandung parameter \mathbf{A} dan \mathbf{C} . Secara matematis, \mathbf{O}_k dapat ditulis dengan persamaan:

$$\mathbf{O}_k = \mathbf{U}_1 \cdot \mathbf{S}_1^{1/2} \quad (3.7)$$

Rank dari \mathbf{O}_k harus sama dengan orde n sistem. Parameter matriks \mathbf{C} dapat dengan mudah ditentukan dari baris pertama dari matriks \mathbf{O}_k . Matriks \mathbf{A} diperoleh dengan mengalikan pseudo-invers matriks \mathbf{O}_k yang baris terakhirnya dihilangkan dengan matriks \mathbf{O}_k yang baris pertamanya dihilangkan, atau secara matematis dapat ditulis dengan :

$$\mathbf{A} = \underline{\mathbf{O}_k}^\dagger \cdot \overline{\mathbf{O}_k} \quad (3.8)$$

Parameter \mathbf{B} dan \mathbf{D} membutuhkan langkah yang lebih rumit dari \mathbf{A} dan \mathbf{C} . Persamaan matematis untuk mencari parameter \mathbf{B} dan \mathbf{D} dapat ditulis dengan persamaan :

$$\mathbf{U}_2^T \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{CB} & \mathbf{D} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{CA}^{k-2}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{k-3}\mathbf{B} & \dots & \mathbf{D} \end{bmatrix} = \mathbf{U}_2^T \mathbf{L}_{21} \mathbf{L}_{11}^{-1} \quad (3.9)$$

Persamaan tersebut adalah persamaan linier dan dapat diselesaikan dengan metode kuadrat terkecil. Untuk memudahkan perhitungan, maka dilakukan pemisalan sebagai berikut.

$$\mathbf{U}_2^T = [\mathbf{l}_1 \quad \mathbf{l}_2 \quad \dots \quad \mathbf{l}_k] \quad (3.10)$$

$$\mathbf{U}_2^T \mathbf{L}_{21} \mathbf{L}_{11}^{-1} = [\boldsymbol{\eta}_1 \quad \boldsymbol{\eta}_2 \quad \dots \quad \boldsymbol{\eta}_k] \quad (3.11)$$

$$\mathbf{l}_1 \mathbf{D} + \mathbf{l}_2 \mathbf{CB} + \dots + \mathbf{l}_{k-1} \mathbf{CA}^{k-3} \mathbf{B} + \mathbf{l}_k \mathbf{CA}^{k-2} \mathbf{B} = \boldsymbol{\eta}_1 \quad (3.12a)$$

$$\mathbf{l}_2 \mathbf{D} + \mathbf{l}_3 \mathbf{CB} + \dots + \mathbf{l}_k \mathbf{CA}^{k-3} \mathbf{B} = \boldsymbol{\eta}_2 \quad (3.12b)$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{l}_{k-1} \mathbf{D} + \mathbf{l}_k \mathbf{CB} = \boldsymbol{\eta}_{k-1} \quad (3.12c)$$

$$\mathbf{l}_k \mathbf{D} = \boldsymbol{\eta}_k \quad (3.13d)$$

Dari persamaan-persamaan di atas, maka bentuk sederhananya dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 & \overline{\mathbf{l}}_2 \mathbf{o}_{k-1} \\ \mathbf{l}_2 & \overline{\mathbf{l}}_3 \mathbf{o}_{k-2} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{l}_{k-1} & \overline{\mathbf{l}}_k \mathbf{o}_1 \\ \mathbf{l}_k & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \boldsymbol{\eta}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\eta}_{k-1} \\ \boldsymbol{\eta}_k \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

dengan $\overline{\mathbf{l}}_i = [\mathbf{l}_i \quad \mathbf{l}_{i+1} \quad \dots \quad \mathbf{l}_k]$ (3.15)

$i = 2, 3, \dots, k$, k adalah jumlah baris blok hankel yang dikuadratkan.

Secara ringkas, algoritma metode MOESP dapat dirangkum sebagai berikut.

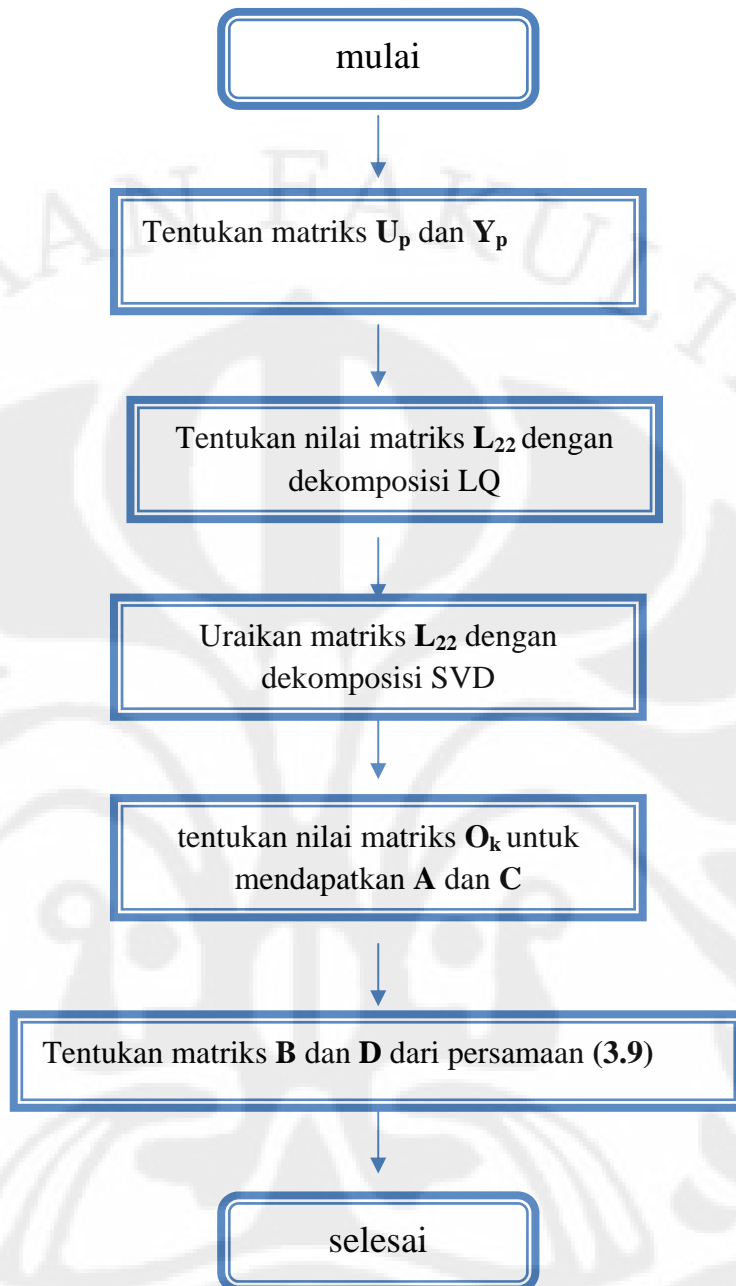
Langkah 1 : hitung dekomposisi LQ dari \mathbf{U}_p dan \mathbf{Y}_p dari persamaan (3.5)

Langkah 2 : hitung dekomposisi SVD dari \mathbf{L}_{22} pada persamaan (3.6)

Langkah 3 : hitung nilai extended observability matriks dari persamaan (3.7) untuk menentukan parameter matriks \mathbf{A} dan \mathbf{C} .

Langkah 4 : tentukan nilai parameter \mathbf{B} dan \mathbf{D} dari persamaan (3.14)

Diagram alir algoritma MOESP dapat dilihat pada Gambar 3.4.



Gambar 3.4. Diagram alir algoritma MOESP

3.4. Algoritma identifikasi model ruang keadaan dengan N4SID

Pada dasarnya, algoritma N4SID sama dengan MOESP. Dalam N4SID terdapat dekomposisi LQ dan SVD sebagai cara efektif dalam algoritma proyeksi ortogonal maupun proyeksi miringnya, yang juga terdapat dalam MOESP. Perbedaannya terdapat pada komponen-komponen yang akan diproyeksikan. Jika pada MOESP, komponen yang diproyeksikan hanya bagian

masukan dan keluaran lampau saja, maka pada N4SID, komponen masukan dan keluaran selanjutnya diikutsertakan dalam algoritmanya.

Pada tahap awal, perancang harus menentukan data matriks Hankel U_p , U_f , Y_p , dan Y_f . Komponen-komponen tersebut akan digunakan dalam dekomposisi LQ, yang dituliskan dengan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} U_f \\ U_p \\ Y_p \\ Y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & 0 \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \\ Q_4^T \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

dengan $L_{11}, L_{22} \in \mathbb{R}^{km \times km}$, $L_{33}, L_{44} \in \mathbb{R}^{kp \times kp}$ merupakan matriks segitiga bawah, dan $Q_1, Q_2 \in \mathbb{R}^{N \times km}$, $Q_3, Q_4 \in \mathbb{R}^{N \times kp}$ adalah ortogonal.

Persamaan (3.16) dapat disederhanakan ke dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} U_f \\ W_p \\ Y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 \\ R_{21} & R_{22} & 0 \\ R_{31} & R_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Dari persamaan (3.17), diperoleh:

$$R_{22} Q_2^T = W_p - R_{21} Q_1^T \quad (3.18)$$

$$Y_f = R_{31} Q_1^T + R_{32} Q_2^T \quad (3.19)$$

$$Q_1^T = R_{11}^{-1} U_f \quad (3.20)$$

Gabungan dari persamaan (3.18), (3.19), dan (3.20) menghasilkan:

$$Y_f = (R_{31} - R_{32} R_{22}^\dagger R_{21}) R_{11}^{-1} U_f + R_{32} R_{22}^\dagger W_p \quad (3.21)$$

Persamaan (3.21) identik dengan persamaan umum Y_f sebagai berikut:

$$Y_f = \psi_k U_f + o_k X_f \quad (3.22)$$

Dengan membandingkan persamaan (3.21) dan (3.22), maka diperoleh hubungan:

$$\xi = \hat{E}_{\|U_f} \{Y_f | W_p\} = R_{32} R_{22}^\dagger W_p = O_k X_f \quad (3.23)$$

dengan ξ adalah hasil proyeksi miring dari Y_f menuju W_p disepanjang U_f .

Langkah selanjutnya adalah dengan mengurai matriks ξ menjadi 3 bagian matriks U , S , dan V dengan menggunakan dekomposisi SVD.

$$\xi = (U_1 \quad U_2) \begin{pmatrix} S_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & S_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

dengan n = dimensi dari S_1

$$\xi = O_k X_f \in R^{kp \times N} \quad (3.25)$$

$$O_k = U_1 S_1^{1/2} \in R^{kp \times n} \quad (3.26)$$

$$X_f = S_1^{1/2} V_1^T \in R^{n \times N} \quad (3.27)$$

Parameter matriks C didapatkan langsung dari baris pertama matriks O_k . sedangkan matriks A dapat diperoleh dari persamaan (3.8), sama halnya dengan operasi pada MOESP.

Untuk mendapatkan parameter matriks B dan D , dari persamaan (3.21) dan (3.22) diperoleh:

$$\Psi_k = (R_{31} - R_{32} R_{22}^\dagger R_{21}) R_{11}^{-1} \quad (3.28)$$

dengan

$$\Psi_k = \begin{bmatrix} D & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{k-2}B & CA^{k-3}B & \dots & D \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Persamaan (3.29) identik dengan persamaan (3.9), sehingga dapat diselesaikan dengan operasi yang sama dengan MOESP yang sudah dijabarkan sebelumnya.

Secara ringkas, algoritma N4SID dapat dirangkum sebagai berikut:

Langkah 1 : hitung dekomposisi LQ dari \mathbf{U}_p , \mathbf{U}_f , \mathbf{Y}_p , dan \mathbf{Y}_f dari persamaan (3.16).

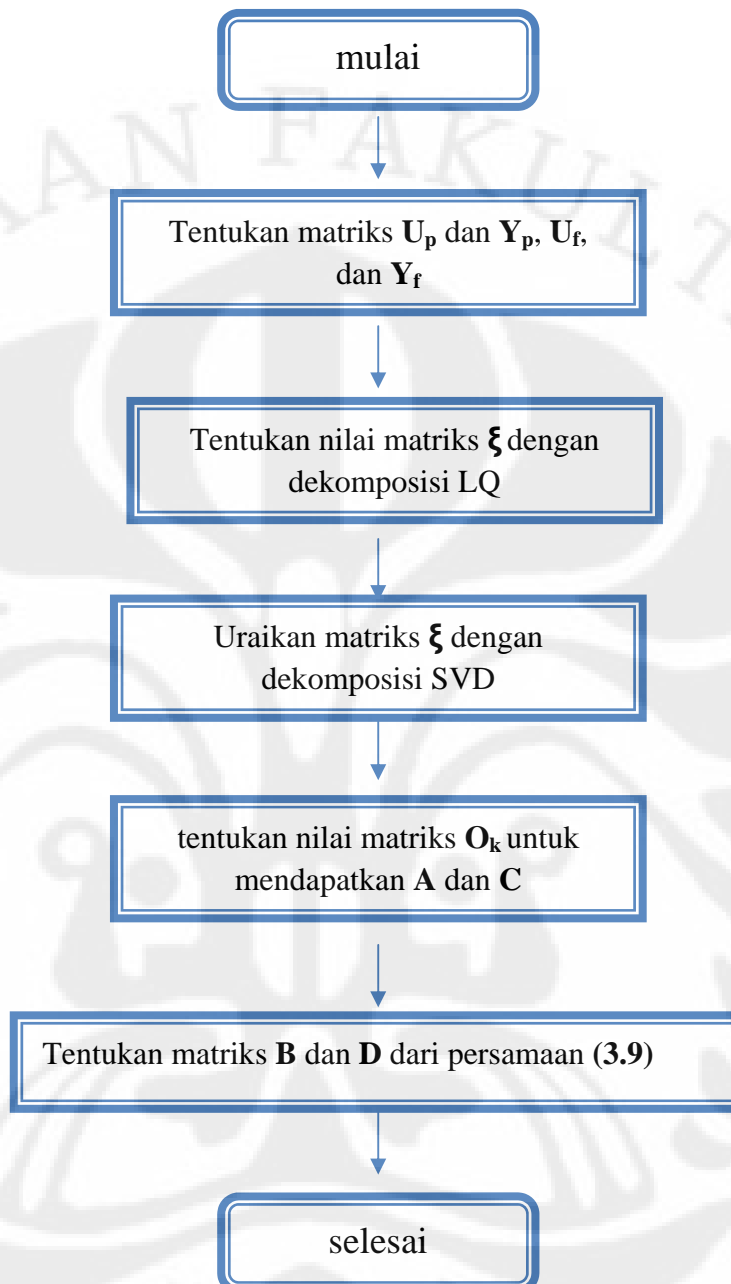
Langkah 2 : tentukan nilai ξ dari persamaan (3.23).

Langkah 3: urai matriks ξ dengan menggunakan dekomposisi SVD dari persamaan (3.24).

Langkah 4: tentukan nilai \mathbf{O}_k untuk mendapatkan parameter matriks \mathbf{A} dan \mathbf{C} .

Langkah 5: tentukan nilai matriks \mathbf{B} dan \mathbf{D} dari persamaan (3.28) dan (3.29).

Diagram alir algoritma N4SID dapat dilihat pada Gambar 3.5.



Gambar 3.5. Diagram alir algoritma N4SID

Jika dibandingkan dengan MOESP, perbedaannya terletak pada dekomposisi dari matriks ξ , dimana pada MOESP, yang diuraikan adalah matriks L_{22} .

BAB 4

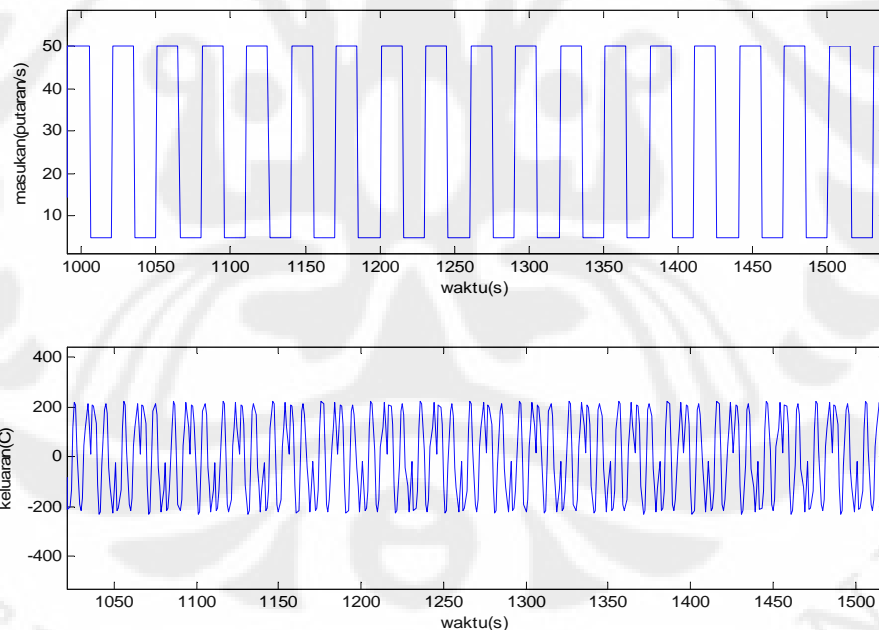
UJI SIMULASI DAN ANALISA

4.1. Pengumpulan data masukan dan keluaran

Konfigurasi blok simulink sistem pendingin pada Gambar 3.2 digunakan untuk memperoleh karakteristik data masukan dan keluaran sistem yang akan digunakan pada proses identifikasi, karena identifikasi variabel ruang keadaan berbasis pada data masukan dan keluaran sistem.

Seperti yang sudah dijelaskan sebelumnya pada sub – bab 3.2 tentang pemilihan sinyal masukan u pada sistem adalah berbentuk *square – wave*.

Masukan data *comp* pada proses simulasi adalah putaran motor pada kompresor pada *range* 5 – 50 putaran/detik. Grafik sinyal uji masukan dan keluaran sistem ditunjukkan pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1. Grafik sinyal uji masukan dan keluaran

Simulasi dilakukan selama 4500 detik dengan *sample time* 5 detik.

4.2. Identifikasi model ruang keadaan dengan MOESP

Sistem refrigerasi yang akan diidentifikasi adalah sistem *black – box*, artinya penulis tidak mempunyai *priori knowledge* tentang sistem. Pemilihan orde dari sistem dilakukan dari hasil eksperimen pada proses identifikasi. Orde sistem akan berhubungan secara langsung pada pemilihan jumlah baris pada blok hankel seperti pada persamaan (3.3) dan persamaan (3.4). Jumlah baris i blok hankel harus lebih besar dari orde sistem n .

Dari hasil eksperimen secara acak, diperoleh orde sistem n adalah orde 4. Sedangkan baris i pada blok hankel adalah 9. Penulis telah melakukan uji eksperimen pada i mulai dari 5 sampai dengan 20 dan memperoleh hasil optimal pada nilai i sama dengan 9. Sedangkan jumlah kolom N dipilih sangat besar, mendekati jumlah data yang tersedia sesuai dengan persamaan (3.4). Dalam hal ini, besarnya N adalah 4400. Dari ketentuan tersebut, akan diperoleh dimensi baris dan kolom matriks \mathbf{U}_p dan \mathbf{Y}_p adalah 9×4400 .

Sesuai dengan persamaan (3.3), diperoleh matriks \mathbf{U}_p dan \mathbf{Y}_p sebagai berikut:

$$\mathbf{U}_p = \begin{bmatrix} 50 & 50 & \cdots & 5 & 5 \\ 50 & 50 & \cdots & 5 & 5 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 50 & 50 & \cdots & 5 & 0 \\ 50 & 50 & \cdots & 5 & 5 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{Y}_p = \begin{bmatrix} -17.3 & -17.3 & \cdots & 130 & -117 \\ -17.3 & -17.4 & \cdots & -117 & -229 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -29.9 & -80 & \cdots & 167.7 & -45.7 \\ -80 & -282 & \cdots & -45.7 & -121 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Langkah selanjutnya adalah dengan menguraikan matriks \mathbf{U}_p dan \mathbf{Y}_p menggunakan dekomposisi LQ seperti pada persamaan (3.5). Hasil penguraian matriks tersebut menghasilkan matriks \mathbf{L}_{22} berukuran 9×9 sebagai berikut:

$$\mathbf{L}_{22} = \begin{bmatrix} 304 & 2265 & \cdots & -3121 & 597 \\ 212 & 321 & \cdots & -3531 & -3128 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 240 & -3686 & \cdots & 331 & 2277 \\ 409 & -459 & \cdots & 3613 & 350 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Matriks \mathbf{L}_{22} yang diperoleh diuraikan kembali dengan menggunakan dekomposisi SVD (*singular value decomposition*) seperti pada persamaan (3.6) menghasilkan matriks \mathbf{U} , \mathbf{S} , dan \mathbf{V} . Komponen yang akan digunakan adalah matriks \mathbf{U}_1 dan \mathbf{S}_1 dengan dimensi masing – masing 9×4 dan 4×4 .

$$\mathbf{U}_1 = \begin{bmatrix} -0.4 & 0.17 & -0.46 & -0.07 \\ -0.39 & -0.26 & -0.02 & 0.36 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -0.32 & 0.28 & -0.1 & -0.5 \\ -0.41 & -0.08 & 0.72 & -0.05 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} 18365 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 15272 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2176 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2020 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Komponen \mathbf{U}_1 dan \mathbf{S}_1 dapat digunakan untuk memperoleh matriks *extended observability* \mathbf{O}_k . Dari persamaan (3.7), diperoleh matriks \mathbf{O}_k (9×4):

$$\mathbf{O}_k = \begin{bmatrix} -57 & 21.6 & -21.8 & -3.3 \\ -53 & -32.2 & -1.3 & 16.4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -44.5 & 35 & -4.6 & -22.5 \\ -56 & -10.4 & 33.9 & -2.3 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Parameter matriks \mathbf{C} merupakan baris pertama matriks \mathbf{O}_k , sehingga diperoleh parameter \mathbf{C} sebagai berikut:

$$\mathbf{C} = [-57 \quad 21.6 \quad -21.8 \quad -3.3] \quad (4.7)$$

Dengan menggunakan persamaan (3.8), akan diperoleh parameter matriks **A** sebagai berikut:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -57 & 21.6 & -21.8 & -3.3 \\ -53 & -32.2 & -1.3 & 16.4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -3 & 59.5 & 4.72 & 28.6 \\ -44.5 & 35 & -4.6 & -22.5 \end{bmatrix} \dagger \begin{bmatrix} -53 & -32.2 & -1.3 & 16.4 \\ -11 & -63.6 & -20.4 & 9 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -44.5 & 35 & -4.6 & -22.5 \\ -56 & -10.4 & 33.9 & -2.3 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.6785 & 0.7657 & 0.00009 & 0.0344 \\ -0.7099 & 0.6292 & 0.0849 & 0.0314 \\ -0.0468 & 0.119 & -0.2722 & -0.335 \\ -0.0142 & -0.0496 & -0.6231 & -0.5103 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Sesuai dengan persamaan (3.10), komponen matriks \mathbf{U}_2^T dengan dimensi 5 x 9 dilihat pada persamaan (4.10).

$$\mathbf{U}_2^T = \begin{bmatrix} -0.27 & -0.07 & \dots & 0.61 & 0.1 \\ 0.3 & 0.55 & \dots & -0.03 & 0.11 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -0.28 & 0.04 & \dots & -0.12 & 0.27 \\ 0.27 & -0.48 & \dots & -0.38 & 0.2 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Sedangkan $\mathbf{U}_2^T \mathbf{L}_{21} \mathbf{L}_{11}^{-1}$ pada persamaan (3.11) yang mempunyai dimensi yang sama dengan \mathbf{U}_2^T yang ditunjukkan pada persamaan (4.11).

$$\mathbf{U}_2^T \mathbf{L}_{21} \mathbf{L}_{11}^{-1} = \begin{bmatrix} -2.3 & -1.89 & \dots & -1.4 & -1 \\ 1.36 & 5.58 & \dots & -2.2 & 1.35 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -1.39 & -0.7 & \dots & -2.5 & 0.3 \\ 1.55 & -1.6 & \dots & -1.3 & -0.25 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Dari persamaan (3.14) diperoleh hubungan matriks **B** dan **D**:

$$\begin{bmatrix} -0.27 & -4.92 & 19.5 & -2.6 & 21.2 \\ 0.3 & 7.3 & -17.5 & -20.5 & -0.2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.27 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.3 \\ 1.3 \\ \vdots \\ 0.3 \\ -0.25 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Parameter matriks \mathbf{B} dan \mathbf{D} pada persamaan (4.12) dapat diperoleh dengan operasi perkalian *pseudo-inverse* antara ruas kiri dan ruas kanan.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.7504 \\ 0.0727 \\ -0.0947 \\ 0.0289 \\ 0.0073 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Dari persamaan (4.13) diperoleh parameter matriks \mathbf{B} dan \mathbf{D} sebagai berikut:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.0727 \\ -0.0947 \\ 0.0289 \\ 0.0073 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{D} = -0.7504 \quad (4.15)$$

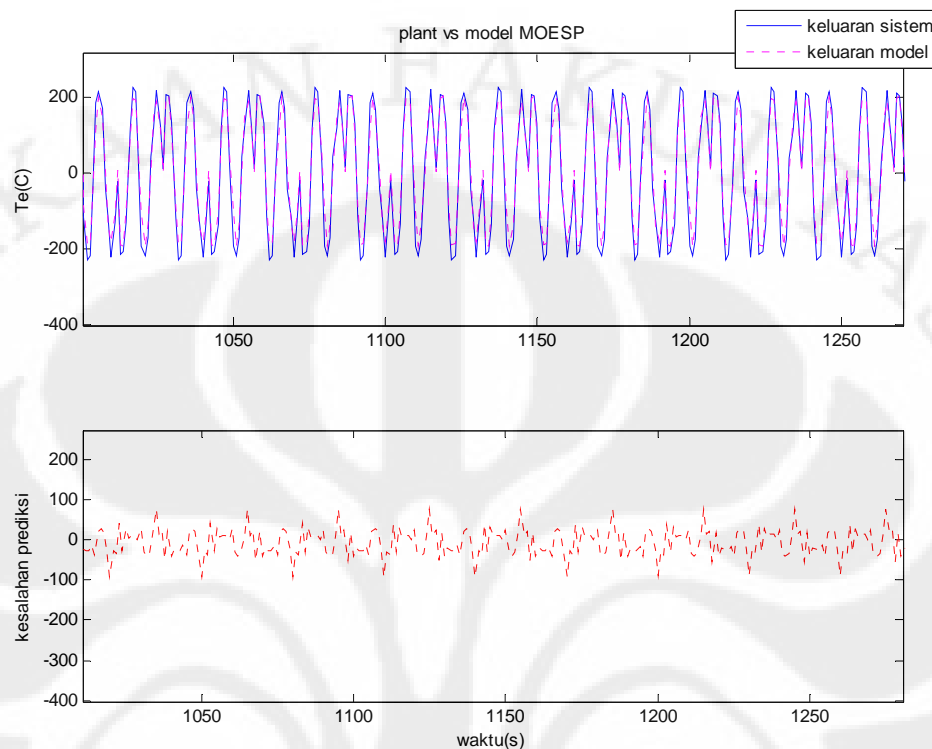
Dengan menggabungkan parameter \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , dan \mathbf{D} , diperoleh persamaan ruang keadaannya:

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0.6785 & 0.7657 & 0.00009 & 0.0344 \\ -0.7099 & 0.6292 & 0.0849 & 0.0314 \\ -0.0468 & 0.119 & -0.2722 & -0.335 \\ 0.0142 & -0.0496 & -0.6231 & -0.5103 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0.0727 \\ -0.0947 \\ 0.0289 \\ 0.0073 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (4.16)$$

$$\mathbf{y}(k) = [-57 \quad 21.6 \quad -21.8 \quad -3.3] \mathbf{x}(k) - 0.7504 \mathbf{u}(k) \quad (4.17)$$

Nilai eigen dari matriks \mathbf{A} adalah $0.6566 \pm 0.7345i$, 0.078 , dan -0.8659 .

Perbandingan sinyal keluaran model proses dan sistem yang sebenarnya serta kesalahan prediksi yang dihasilkan ditunjukkan pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2. Perbandingan sinyal keluaran sistem dan model MOESP serta kesalahan prediksi

Pada grafik perbandingan sinyal keluaran model dan *plant* menunjukkan bahwa keluaran prediksi model sudah dapat mengikuti keluaran sistem yang sebenarnya dengan kesalahan prediksi yang tidak terlalu besar dengan nilai variansi sebesar 13.7338 dengan rata-rata -rata -6.1623.

4.3. Identifikasi model ruang keadaan dengan N4SID

Sama halnya dengan pada MOESP, pemilihan jumlah baris dan kolom hankel dilakukan secara acak pada proses identifikasi. Pada uji simulasi yang telah dilakukan, diperoleh besarnya i adalah 13. Sedangkan nilai n dan N bernilai sama dengan pada MOESP, masing – masing 4 dan 4400.

Proses identifikasi dimulai dengan menentukan data matriks hankel U_p , Y_p , U_f , dan Y_f . Komponen U_p sama dengan persamaan (4.1), sedangkan komponen Y_p , U_f , dan Y_f masing – masing dapat dilihat pada persamaan

Universitas Indonesia

(4.18), (4.19), dan (4.20). Dimensi dari keempat matriks tersebut adalah sama yaitu 13 x 1400.

$$\mathbf{Y}_p = \begin{bmatrix} -17.3 & -17.3 & \cdots & 130 & -117 \\ -17.3 & -17.4 & \cdots & -117 & -229 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -506.8 & -391.9 & \cdots & -128 & -19 \\ -391.9 & -300 & \cdots & -19 & -214.8 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\mathbf{U}_f = \begin{bmatrix} 50 & 50 & \cdots & 50 & 50 \\ 50 & 50 & \cdots & 50 & 50 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 50 & 5 & \cdots & 50 & 50 \\ 5 & 5 & \cdots & 50 & 50 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$\mathbf{Y}_f = \begin{bmatrix} -301 & 139.3 & \cdots & -214.8 & -208 \\ 139.3 & 460.3 & \cdots & -208 & -135.7 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 373.5 & 53.8 & \cdots & 116.2 & 217.5 \\ 53.8 & 16.4 & \cdots & 217.5 & 123.3 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Melalui persamaan (3.17), dengan menggunakan dekomposisi LQ akan diperoleh matriks \mathbf{R}_{32} (13 x 26) dan matriks segitiga bawah \mathbf{R}_{22} (26 x 26).

$$\mathbf{R}_{32} = \begin{bmatrix} -3909 & 285.5 & \cdots & 362.8 & 522.4 \\ -4987 & 356.7 & \cdots & -382.1 & 228.2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 3570 & -126.8 & \cdots & -385.6 & -564.2 \\ 4376 & -272.1 & \cdots & 26.8 & -243.7 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$\mathbf{R}_{22} = \begin{bmatrix} -1265 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1257 & 147.9 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -3274 & 103.2 & \cdots & 694.1 & 0 \\ -3182 & 304.2 & \cdots & 598.5 & 672.2 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Matriks ξ akan diperoleh dari persamaan (3.23) dengan dimensi 13 x 4400.

$$\xi = \begin{bmatrix} 27.6 & 91.9 & \dots & -192.3 & -187.2 \\ 796.6 & 776.3 & \dots & 210 & 281.7 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 181.7 & 130 & \dots & 128.9 & 230 \\ -440.8 & -450.1 & \dots & -17.4 & -109.5 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Matriks ξ diuraikan menjadi 3 matriks \mathbf{U} , \mathbf{S} , dan \mathbf{V} menggunakan dekomposisi SVD seperti metode identifikasi MOESP. Komponen yang digunakan adalah matriks \mathbf{U}_1 (13 x 4) dan matriks \mathbf{S}_1 (4 x 4), dimana matriks \mathbf{S}_1 adalah matriks diagonal dari \mathbf{S} , dengan dimensi yang sesuai dengan orde sistem n .

$$\mathbf{U}_1 = \begin{bmatrix} -0.03 & 0.39 & 0.56 & -0.24 \\ -0.35 & 0.17 & 0.3 & 0.34 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -0.04 & -0.34 & 0.5 & 0.11 \\ 0.18 & -0.3 & 0.07 & 0.29 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} 60635 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25953 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5099 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3243 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Sesuai dengan persamaan (3.26), matriks *extended observability* \mathbf{O}_k (13 x 4) yang dihasilkan dari persamaan (4.24) dan (4.25) adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{O}_k = \begin{bmatrix} -7.31 & 63.1 & 40.1 & -14.1 \\ -86.6 & 28.3 & 21.8 & 19.7 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -9.8 & -56.3 & 36.2 & 6.5 \\ 45.2 & -49.2 & 5.2 & 16.5 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Matriks **C** dapat diperoleh pada baris pertama matriks **O_k**. Sedangkan matriks **A** dapat diperoleh menggunakan persamaan (3.8), sama halnya pada metode MOESP, sehingga diperoleh matriks **A** sebagai berikut:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.7053 & 0.434 & -0.0621 & 0.0471 \\ -1.1843 & 0.6348 & -0.0267 & 0.0162 \\ -0.2014 & -0.2214 & 0.3577 & 0.667 \\ -0.3402 & -0.0406 & -0.8358 & 0.3398 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Langkah selanjutnya adalah mendapatkan nilai estimasi matriks parameter model **B** dan **D**. Dengan menggunakan persamaan (3.28), diperoleh nilai matriks Ψ_k (13 x 13) sebagai berikut:

$$\Psi_k = \begin{bmatrix} -0.4 & 0.5 & \dots & -0.9 & 0.54 \\ -7.8 & -0.07 & \dots & -0.6 & -0.09 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 7.5 & 0.7 & \dots & 0.92 & 0.68 \\ 4.8 & 7.1 & \dots & -6.7 & 0.58 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Persamaan (4.28) identik dengan persamaan (3.9) pada MOESP, sehingga dapat menggunakan metode iterasi seperti pada persamaan (3.10) sampai (3.14), dan dihasilkan matriks **B** dan **D** sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2606 \\ -0.0235 \\ -0.1141 \\ -0.0213 \\ -0.0464 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

dengan matriks **B** dan **D** adalah:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -0.0235 \\ -0.1141 \\ -0.0213 \\ -0.0464 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$$\mathbf{D} = 0.2606 \quad (4.31)$$

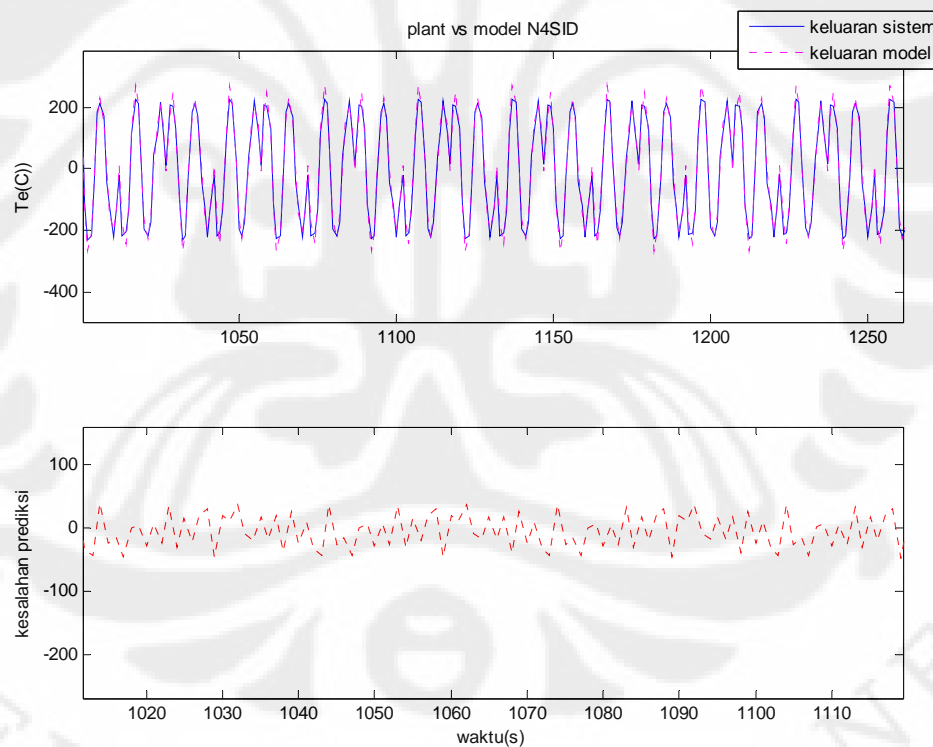
Dengan menggabungkan parameter matriks **A**, **B**, **C**, dan **D**, diperoleh model ruang keadaan sistem:

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0.7053 & 0.434 & -0.0621 & 0.0471 \\ -1.1843 & 0.6348 & -0.0267 & 0.0162 \\ -0.2014 & -0.2214 & 0.3577 & 0.667 \\ -0.3402 & -0.0406 & -0.8358 & 0.3398 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} -0.0235 \\ -0.1141 \\ -0.0213 \\ -0.0464 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (4.32)$$

$$\mathbf{y}(k) = [-7.3198 \quad 63.1566 \quad 40.1325 \quad -14.1712] \mathbf{x}(k) + 0.2606 \mathbf{u}(k) \quad (4.33)$$

Nilai eigen dari matriks **A** adalah $0.691 \pm 0.711i$, $0.3278 \pm 0.7597i$.

Perbandingan sinyal keluaran model dengan keluaran sistem yang sebenarnya serta grafik kesalahan prediksi yang terjadi ditunjukkan pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3. Plot perbandingan keluaran model N4SID dan *plant* serta kesalahan prediksinya

Tidak jauh berbeda dengan model pada MOESP, keluaran prediksi model proses sudah dapat mengikuti pergerakan sinyal keluaran sistem yang sebenarnya. Kesalahan prediksi yang timbul semakin kecil, dengan variansinya sedikit lebih kecil dari model MOESP yaitu sebesar 10.9359 dengan rata – rata -6.1623.

4.4. Analisa dan uji validasi model

Uji validasi dari 2 model yang dihasilkan menggunakan beberapa parameter yaitu perbandingan nilai VAF (*variance accounted for*), J (*loss function*), AIC (*akaike information criterion*), FPE (*akaike final prediction error*), uji *controllability* dan *observability* model.

Uji pertama adalah nilai VAF. Nilai VAF dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (4.34) seperti berikut.

$$VAF = 100\% \times \left[1 - \frac{\text{var}(\hat{\mathbf{y}}_m - \mathbf{y})}{\text{var}(\hat{\mathbf{y}}_m)} \right] \quad (4.34)$$

dengan y_m menyatakan keluaran prediksi atau model, *var* menyatakan variansinya.

Model yang lebih baik mempunyai nilai VAF yang lebih besar. Mengacu pada Tabel 4.1., ditunjukkan bahwa nilai VAF untuk MOESP sedikit lebih baik dari N4SID.

Komponen selanjutnya, baik J, AIC dan FPE sebagai uji validasi menginginkan nilai yang lebih kecil sebagai indikator model tersebut adalah model yang paling baik. Jadi semakin kecil nilai AIC, J, dan FPE, maka model tersebut semakin baik. Perhitungan nilai J, AIC, dan FPE masing – masing terdapat pada persamaan (4.35), (4.36), dan (4.37).

$$J = \det \left(\frac{\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}}{N} \right) \quad (4.35)$$

dengan $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor kesalahan prediksi, yaitu pengurangan vektor keluaran sistem sebenarnya dengan vektor keluaran model terprediksi, dan N adalah jumlah data.

$$AIC = \log \left(J + \left(1 + \frac{2d}{N} \right) \right) \quad (4.36)$$

dengan d merupakan jumlah parameter yang diestimasi, karena sistem adalah orde 4, maka dalam hal ini $d = 25$, sesuai dengan jumlah parameter di dalam matriks **A**, **B**, **C**, dan **D**.

$$FPE = J \begin{pmatrix} 1 + \frac{d}{N} \\ \frac{d}{N} \\ 1 - \frac{d}{N} \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

Tabel 4.1. Tabel uji validasi model

model	VAF	J	AIC	FPE
MOESP	88,56 %	2417,7	7,791	2445,3
N4SID	93,48 %	1925,2	7,5633	1947,2

Dari keempat kriteria pada Tabel 4.1., maka dapat disimpulkan model ruang keadaan dengan metode N4SID lebih baik dari model ruang keadaan dengan MOESP.

Kriteria selanjutnya adalah pengujian *controllability* dan *observability* model yang dihasilkan. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui apakah model tersebut bisa digunakan pada tahap perancangan pengendali dan disain observer. Syaratnya adalah bahwa matriks *controllability* dan *observability* yang dihasilkan harus mempunyai *rank* matriks yang penuh. Karena sistem sebenarnya mempunyai orde 4, maka *rank* dari matriksnya harus 4.

Dari uji simulasi yang telah dilakukan, didapatkan bahwa matriks *controllability* dan *observability* mempunyai *rank* penuh. Matriks *controllability* dan *observability* kedua model ditunjukkan pada persamaan (4.38), (4.39), (4.40), dan (4.41).

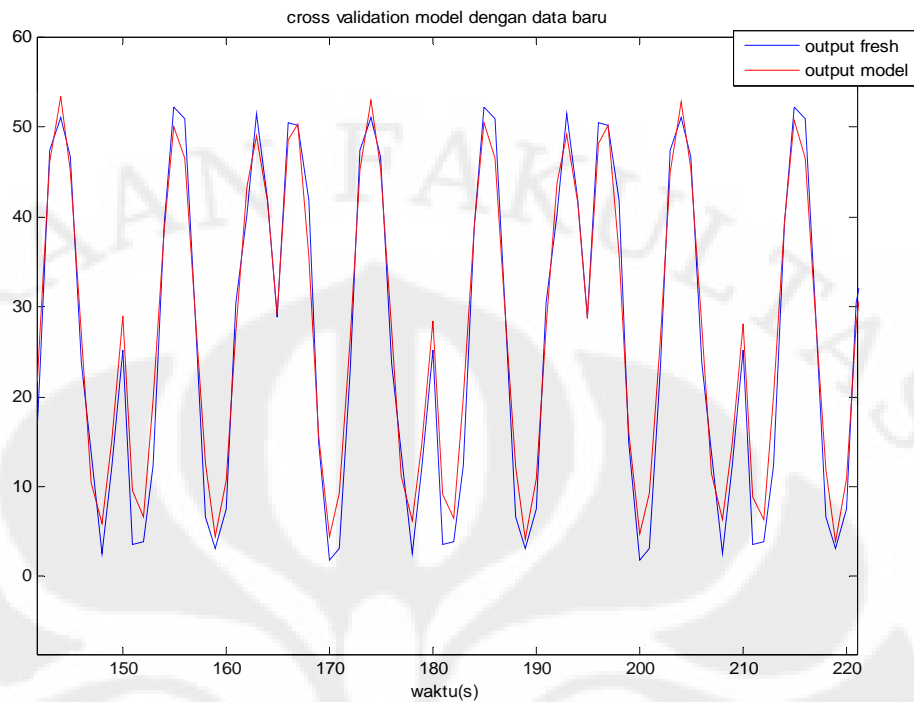
$$\mathbf{OM}_{N4SID} = \begin{bmatrix} -7.31 & 63.15 & 40.1 & -14.1 \\ -83.2 & 28.6 & 24.9 & 22.6 \\ -105.9 & -24.4 & -5.5 & 20.8 \\ -51.3 & -60.8 & -12.3 & -1.9 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

$$\mathbf{CM}_{N4SID} = \begin{bmatrix} -0.02 & -0.06 & -0.06 & -0.02 \\ -0.11 & -0.04 & 0.05 & 0.1 \\ -0.02 & -0.008 & 0.03 & 0.03 \\ -0.04 & 0.01 & 0.03 & 0.0075 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$$\mathbf{CM}_{MOESP} = \begin{bmatrix} 0.07 & -0.02 & -0.09 & -0.1 \\ -0.09 & -0.1 & -0.05 & 0.03 \\ 0.02 & -0.02 & 0.00003 & -0.01 \\ 0.007 & -0.01 & 0.02 & -0.01 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

$$\mathbf{OM}_{MOESP} = \begin{bmatrix} -56.9 & 21 & -21.8 & -3.3 \\ -53 & -32.4 & 9.83 & 7.7 \\ -13.3 & -60.2 & -10.2 & -10 \\ 34 & -48.8 & 3.96 & 6.2 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Pada tahap selanjutnya dilakukan proses *cross validation*, dimana keluaran model disimulasikan dengan suatu data yang baru (*fresh*), data yang tidak termasuk dalam proses identifikasi. Karena model N4SID lebih baik dari MOESP, maka uji *cross validation* hanya dilakukan pada model N4SID saja.



Gambar 4.4. *cross validation* keluaran model

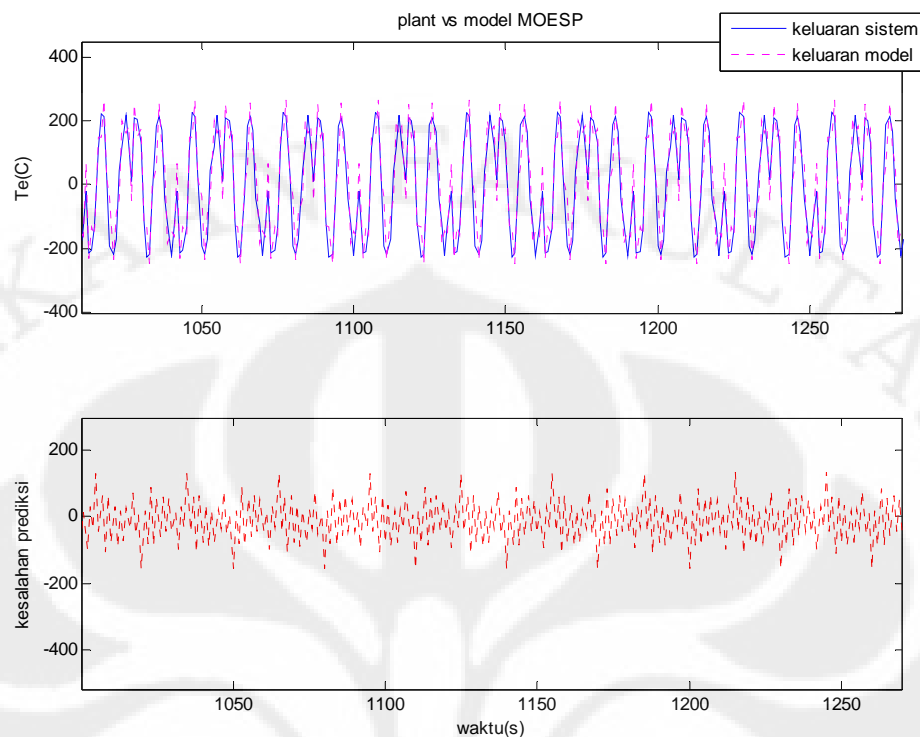
Pada Gambar 4.4 ditunjukkan hasil *cross validation* keluaran model N4SID dengan keluaran data *fresh*. Keluaran model sudah dapat mengikuti dengan baik keluaran data baru tersebut.

4.5. Perbandingan model ruang keadaan orde 4 dengan model orde 3

4.5.1. Perbandingan model MOESP ruang keadaan orde 4 dengan model orde 3

Diasumsikan bahwa sistem adalah *black – box*. Skripsi ini mencoba membandingkan model ruang keadaan orde 4 dan model *black – box* orde 3.

Percobaan pertama dilakukan pada model MOESP. Keluaran model prediksi dan sistem sebenarnya serta kesalahan prediksinya dapat dilihat pada Gambar 4.5.



Gambar 4.5. Plot perbandingan keluaran model MOESP orde 3 dan sistem

Dari Gambar 4.5 ditunjukkan perbandingan keluaran model MOESP orde 3 dengan *plant*. Terlihat kinerja keluaran modelnya sudah berkurang untuk dapat mengikuti keluaran sistemnya. Jika ditelusuri lebih jauh, variansi keluaran prediksinya lebih besar dari variansi keluaran prediksi pada model MOESP orde 4, yaitu 35.58. Begitu juga dengan nilai VAF, J, AIC, dan FPE-nya. Perbedaan model MOESP orde 3 dan 4 dapat dilihat pada Tabel 4.2.

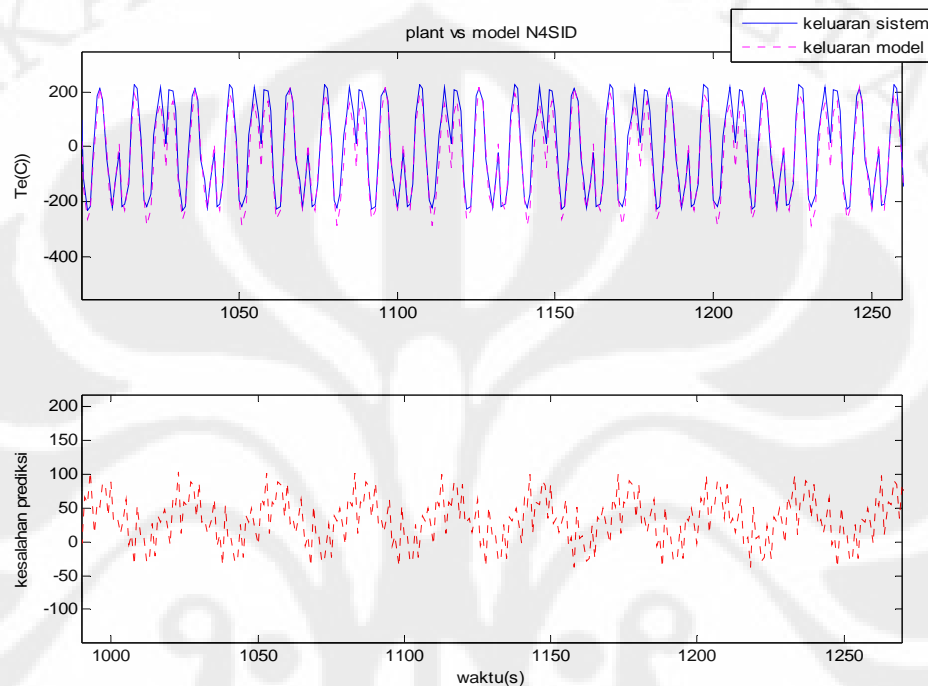
Tabel 4.2. Perbandingan model MOESP orde 4 dan 3

model	VAF (%)	J	AIC	FPE
MOESP				
Orde 4	88,56	2417,7	7,791	2445,3
Orde 3	76,48	6264	8,7428	6335

Dari Tabel 4.2 terlihat perbedaan yang cukup signifikan pada kedua model. Hal ini membuat pemilihan model orde 4 lebih cocok untuk sistem yang diidentifikasi.

4.5.2. Perbandingan model N4SID ruang keadaan orde 4 dengan model orde 3

Uji coba selanjutnya adalah dengan model N4SID orde 3. Keluaran model prediksi dan sistem serta kesalahan prediksinya ditunjukkan pada Gambar 4.6.



Gambar 4.6. Plot perbandingan keluaran model N4SID orde 3 dan sistem

Pada Gambar 4.6, kinerja model juga mengalami penurunan, sama halnya dengan model MOESP. Variansi keluaran prediksinya naik menjadi 24,2452. Kinerja VAF, J, AIC, dan FPE-nya juga mengalami penurunan seperti ditunjukkan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3. Perbandingan model N4SID orde 4 dan 3

model N4SID	VAF	J	AIC	FPE
Orde 3	87,16 %	4268,1	8,3592	4316,9
Orde 4	93,48 %	1925,2	7,5633	1947,2

4.6. Perbandingan metode subspace dengan metode kuadrat terkecil rekursif

Skripsi ini juga membandingkan kinerja model ruang keadaan yang diperoleh dengan model ARMAX (*autoregressive moving average with exogenous input*) orde 4 dengan metode RELS (*recursive extended least square*).

Struktur model ARMAX orde 4 adalah:

$$\hat{y}(k) = -a_1y(k-1) - a_2y(k-2) - a_3y(k-3) - a_4y(k-4) + b_1u(k-1) + b_2u(k-2) + b_3u(k-3) + b_4u(k-4) + c_1\tilde{e}(k-1) + c_2\tilde{e}(k-2) + c_3\tilde{e}(k-3) + c_4\tilde{e}(k-4) \quad (4.42)$$

Dari persamaan (2.22), inisialisasi awal parameter vektor adalah $\underline{\theta}(0) = \underline{0}$. Sedangkan matriks kovarian $\mathbf{P}(0) = 100\mathbf{I}_{12}$. Nilai dari faktor pelupa ditentukan sebesar 0.99.

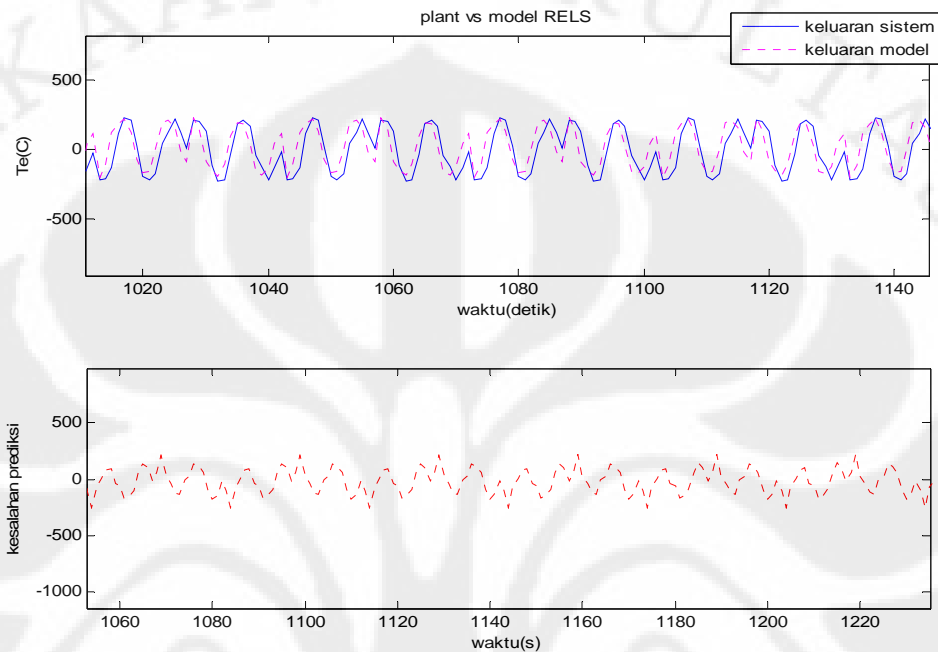
Algoritma RELS dilakukan untuk setiap waktu pencuplikan untuk mendapatkan nilai parameter θ .

Sesuai dengan persamaan (2.20), maka nilai vektor parameter $\theta(k)$ terestimasi adalah:

$$\theta(k) = \begin{bmatrix} -0.82 \\ 0.202 \\ 1.165 \\ -0.9739 \\ -7.305 \\ 10.778 \\ 5.1513 \\ -8.035 \\ 0.141 \\ 0.1057 \\ 0.029 \\ -0.0883 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Grafik keluaran model dan sistem yang sebenarnya dapat dilihat pada Gambar 4.7 disertakan dengan plot kesalahan prediksinya. Pada grafik tersebut

terlihat keluaran model kurang bisa mengikuti pergerakan dari keluaran sistem. Hal ini juga bisa dilihat dari nilai variansi kesalahan prediksi yang lebih besar dibandingkan dengan model ruang keadaan dengan MOESP dan N4SID. Nilai variansi kesalahan prediksinya adalah 37.67.



Gambar 4.7. plot perbandingan model ARMAX dan sistem

Dari Gambar 4.7 dapat disimpulkan bahwa metode subspace N4SID menghasilkan model yang lebih baik dibandingkan dengan metode kuadrat terkecil.

4.7. Pengaruh nilai faktor bobot \mathbf{W} pada identifikasi ruang keadaan N4SID

Pada algoritma N4SID, matriks ξ diberikan bobot yang berbeda untuk melihat karakteristik dari model ruang keadaannya. Menurut Pavel Trnka[5], bobot matriks \mathbf{W}_1 dan \mathbf{W}_2 diberikan pada matriks ξ dengan ketentuan sebagai berikut:

$$\mathbf{W}_1 = \alpha_1 \mathbf{I}, \mathbf{W}_1 \in i \times i \quad (4.44)$$

dengan i merupakan dimensi dari baris dari matriks hankel, dan \mathbf{I} adalah matriks identitas.

$$\mathbf{W}_2 = \alpha_2 \mathbf{I}, \mathbf{W}_2 \in^{N \times N} \quad (4.45)$$

dengan N adalah dimensi kolom matriks hankel.

Pemberian bobot pada matriks ξ membuat persamaan (3.24) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{W}_1 \xi \mathbf{W}_2 = (\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_2) \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{S}_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1^T \\ \mathbf{V}_2^T \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

Untuk melihat pengaruh faktor bobot \mathbf{W}_1 dan \mathbf{W}_2 , maka dilakukan eksperimen dengan membuat nilai diagonal α yang berbeda – beda, yaitu 1 dan 100.

Eksperimen pertama dilakukan untuk α sama dengan 1 untuk kedua bobot \mathbf{W}_1 dan \mathbf{W}_2 . Hasil eksperimen menunjukkan bahwa keluaran model tetap sama seperti pada keluaran model tanpa bobot. Pada eksperimen selanjutnya diberikan nilai $\alpha = 100$ pada kedua bobot matriks. Perubahan yang signifikan terjadi pada nilai parameter matriks \mathbf{B} dan \mathbf{C} saja. Parameter matriks \mathbf{A} dan \mathbf{D} tidak menunjukkan perubahan yang terlalu banyak, meskipun keluaran model masih tetap sama seperti pada keluaran model tanpa bobot.

Perbedaan parameter matriks \mathbf{B} dan \mathbf{C} dapat dilihat pada Tabel 4.4. Pada tabel diberikan nilai parameter matriks \mathbf{B} dan \mathbf{C} untuk variasi nilai α yang berbeda.

Pada kondisi pertama untuk nilai α yang sama untuk kedua bobot, nilai matriks \mathbf{B} dan \mathbf{C} masih mendekati nilai sebenarnya pada model tanpa bobot. Pada kondisi kedua, dimana salah satu bobot, baik \mathbf{W}_1 dan \mathbf{W}_2 diberikan bobot $\alpha = 100$, nilai parameter matriks \mathbf{C} bertambah 10 kali, sedangkan matriks \mathbf{B} berkurang 1/10 kalinya.

Tabel 4.4. Pengaruh faktor bobot terhadap matriks **B** dan **C**

Bobot matriks	Matriks C	Matriks B
$W_1 = 1 * I$ $W_2 = 100 * I$	$[-78.09 \quad 707.38 \quad -254.2 \quad -112.4]$	$\begin{bmatrix} -0.0025 \\ -0.0103 \\ 0.0021 \\ 0.0025 \end{bmatrix}$
$W_1 = 100 * I$ $W_2 = 1 * I$	$[-78.09 \quad 707.38 \quad -254.2 \quad -112.4]$	$\begin{bmatrix} -0.0025 \\ -0.0103 \\ 0.0021 \\ 0.0025 \end{bmatrix}$
$W_1 = 100 * I$ $W_2 = 100 * I$	$[-780.9 \quad 7073.8 \quad -2541.9 \quad -1124.3]$	$\begin{bmatrix} -0.00025 \\ -0.001 \\ 0.00021 \\ 0.00025 \end{bmatrix}$
$W_1 = 1 * I$ $W_2 = 1 * I$	$[-7.809 \quad 70.738 \quad -25.42 \quad -11.24]$	$\begin{bmatrix} -0.025 \\ -0.103 \\ 0.021 \\ 0.025 \end{bmatrix}$

Pada kondisi ketiga, dengan $\alpha = 100$ diberikan untuk kedua bobot matriks, parameter matriks **C** bertambah menjadi 100 kali lipat, sedangkan matriks **B** berkurang menjadi 1/100 kalinya.

Dari ketiga kondisi diatas dapat disimpulkan bahwa penambahan atau pengurangan nilai diagonal α pada kedua bobot matriks **W**₁ dan **W**₂ sebanding dengan penambahan atau pengurangan yang terjadi pada parameter matriks **B** dan **C**. Dapat disimpulkan lagi, bahwa pengaruh pembobotan pada identifikasi ruang keadaan N4SID tidak merubah karakteristik keluaran model, tidak mengubah karakteristik parameter matriks **A** dan **D**, namun hanya berpengaruh pada matriks **B** dan **C**. Karena tidak mengubah karakteristik model yang dihasilkan, maka variansi kesalahan prediksi dan rata – ratanya juga tidak berubah.

BAB 5

KESIMPULAN

Dari keseluruhan pembahasan pada skripsi ini, dapat disimpulkan beberapa hal:

1. Jumlah baris blok hankel pada metode *subspace* MOESP adalah 9, sedangkan pada N4SID adalah 13.
2. Model ruang keadaan yang dihasilkan dari metode *subspace* lebih baik dari metode kuadrat terkecil.
3. Metode N4SID menghasilkan model ruang keadaan yang lebih baik dari metode MOESP ditinjau dari beberapa kriteria validasi model yaitu *loss function*, VAF, AIC, dan FPE – nya.
4. Model ruang keadaan metode MOESP dan N4SID yang dihasilkan *fully controllable* dan *observable* dengan rank matriksnya sama dengan 4.
5. Pengurangan orde sistem pada saat identifikasi mengakibatkan penurunan kinerja model ruang keadaan yang dihasilkan.
6. Pemberian bobot matriks **W** pada identifikasi sistem tidak merubah karakteristik keluaran model ruang keadaan.
7. Bobot matriks **W** mempengaruhi nilai parameter matriks **B** dan **C** tanpa merubah parameter **A** dan **D** serta keluaran model.
8. Semakin besar nilai faktor bobot α , maka parameter matriks C akan bertambah sebesar α kali, dan sebaliknya akan mengurangi parameter matriks B sebesar $1/\alpha$ kali.

REFERENSI

- [1] Larsen, Lars Finn Sloth. *Model Based Control of Refrigeration Systems*. Ph.D.Thesis. NordBorg, Denmark. November, 2005.
- [2] Katayama, Tohru. *Subspace Methods for System Identification*. Springer – Verlag. London, 2005.
- [3] Wang, Shan K. *Handbook of Air Conditioning and Refrigeration*. McGraw – Hill, 2001.
- [4] Larsen, Lars Finn Sloth, Roozbeh Izadi-Zamanabadi, Rafael Wisniewski. *Supermarket Refrigeration System – Benchmark for Hybrid System Control*. Proceeding of the European Control Conference. Kos Greece, July, 2007.
- [5] Trnka Pavel. *Subspace Identification Methods*. Doctoral Thesis, Prague, February 2007.
- [6] Manske, Kyle A. *Performance Optimization of Industrial Refrigeration Systems*. Thesis at University of Wisconsin-Madison, 1999.
- [7] Zhu, Yucai. *Multivariable System Identification for Process Control*. Pergamon, Elsevier Science Ltd, Kidlington, UK, 2001.
- [8] Katayama, Tohru, Shogo Omori, Giorgio Picci. *A Comparison of Some Subspace Identification Methods*. in Proceedings of the 37th IEEE CDC, Florida, USA, december 1998.
- [9] Subiantoro, Aries. *Diktat Kuliah Sistem Kendali Adaptif dan Nonlinier*. Departemen Elektro FTUI, 2007.
- [10] Mikles, Jan, Miroslav Fikar. *Process Modelling, Identification, and Control*. Springer, Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
- [11] Roffel, Brian, Ben Betlem, *Process Dynamics and Control*. Jhon Wiley and Sons Ltd, Chicester, England, 2006.

- [12] Takei, Yoshinori, Hidehito Nanto, Shunshoku Kanae, Zi-Jiang Yang, Kiyoshi Wada, *On Weighting of Data Matrix in Subspace Identification*. in Proceedings of the 46th IEEE CDC, New Orleans, LA, USA, Dec 2007.
- [13] Watkins, David S., *The Matrix Eigenvalue Problem GR and Krylov Subspace Methods*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2007.
- [14] Ruscio, David Di, *On Subspace Identification of the Extended Observability Matrix*. in Proceeding of the 36th CDC, San Diego, California, USA, Dec 1997.
- [15] Flint, Thomas W., Richard J. Vaccaro, *Performance Analysis of N4SID State-space System Identification*. in Proceeding of ACC, Philadelphia, Pennsylvania, June 1998.
- [16] Miller, Rex, Mark R. Miller. *Air conditioning and Refrigeration*. Mcgraw – Hill, 2006.