

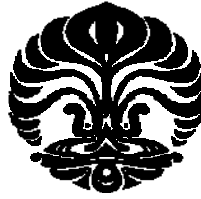
**UNIVERSITAS INDONESIA**

**PERANCANGAN PENGENDALI MODEL PREDICTIVE  
CONTROL TANPA CONSTRAINT PADA SISTEM PROTON  
EXCHANGE MEMBRANE FUEL CELL MENGGUNAKAN  
C-MEX S-FUNCTION**

**SKRIPSI**

**SURIA  
0606074382**

**FAKULTAS TEKNIK UNIVERSITAS INDONESIA  
TEKNIK ELEKTRO  
DEPOK  
JUNI 2010**



**UNIVERSITAS INDONESIA**

**PERANCANGAN PENGENDALI MODEL PREDICTIVE  
CONTROL TANPA CONSTRAINT PADA SISTEM PROTON  
EXCHANGE MEMBRANE FUEL CELL MENGGUNAKAN  
C-MEX S-FUNCTION**

**SKRIPSI**

**Diajukan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana**

**SURIA  
0606074382**

**FAKULTAS TEKNIK UNIVERSITAS INDONESIA  
TEKNIK ELEKTRO  
DEPOK  
JUNI 2010**

## HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

Skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri,

dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk

telah saya nyatakan dengan benar

Nama : Suria

NPM : 0606074382

Tanda Tangan :

Tanggal : 14 Juni 2010

## HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh :  
Nama : Suria  
NPM : 0606074382  
Program Studi : Teknik Elektro  
Judul Skripsi : Perancangan Pengendali *Model Predictive Control*  
Tanpa *Constraint* pada Sistem *Proton Exchange*  
*Membrane Fuel Cell* Menggunakan C-MEX S-  
FUNCTION

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik pada Program Studi Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Indonesia

## DEWAN PENGUJI

Pembimbing : Ir. Aries Subiantoro, M.SEE ( )

Penguji : Dr. Ir. Feri Yusivar, M.Eng ( )

Penguji : Prof. Drs. Benyamin Kusumoputro, M.Eng., Dr.Eng.( )

Ditetapkan di : Depok

Tanggal : 8 Juli 2010

## KATA PENGANTAR/UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur saya panjatkan kepada Sang Triratna, karena atas berkat dan karunia-Nya, saya dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulisan skripsi ini dilakukan dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Teknik Jurusan Teknik Elektro pada Fakultas Teknik Universitas Indonesia. Saya menyadari bahwa, tanpa bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak, dari masa perkuliahan sampai pada penyusunan skripsi ini, sangatlah sulit bagi saya untuk menyelesaikan skripsi ini. Oleh karena itu, saya mengucapkan terima kasih kepada:

- (1) Bapak Ir. Aries Subiantoro, M.SEE dan Bapak Dr. Ir. Feri Yusivar, M.Eng selaku pembimbing seminar saya yang telah mendukung, memberikan bimbingan, saran, kritik, dan materi pembelajaran kepada saya selama mengerjakan skripsi ini.
- (2) Dosen-dosen Universitas Indonesia yang telah mengajarkan ilmu pengetahuan yang sangat bermanfaat dan mendukung penyusunan skripsi ini.
- (3) Orang tua dan keluarga saya yang telah memberikan dukungan baik material dan moral serta motivasi yang kuat bagi saya.
- (4) Sahabat dan rekan sesama proyek ini, Aghny Arisya Putra, Marcel Leonardo, dan Jepry, yang telah banyak membantu saya dalam menyelesaikan skripsi ini.

Skripsi yang saya susun ini tentunya tidak terlepas dari kekurangan. Oleh karena itu, saya mohon maaf apabila ada kekurangan dalam penyusunan seminar ini. Akhir kata, saya berharap Tuhan Yang Maha Esa berkenan membalas segala kebaikan semua pihak yang telah membantu. Semoga skripsi ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu.

Depok, 14 Juni 2010

Suria

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI  
TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

---

Sebagai sivitas akademika Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Suria  
NPM : 0606074382  
Program studi : Teknik Elektro  
Departemen : Teknik Elektro  
Fakultas : Teknik  
Jenis karya : Skripsi

demikian pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul :

**PERANCANGAN PENGENDALI MODEL PREDICTIVE CONTROL  
TANPA CONSTRAINT PADA SISTEM PROTON EXCHANGE  
MEMBRANE FUEL CELL MENGGUNAKAN C-MEX S-FUNCTION**

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Non Eksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalih media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta sebagai pemegang Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok  
Pada tanggal : 14 Juni 2010  
Yang menyatakan

(Suria)

## ABSTRAK

Nama : Suria  
Program Studi : Teknik Elektro  
Judul : Perancangan Pengendali *Model Predictive Control* Tanpa *Constraint* pada Sistem *Proton Exchange Membrane Fuel Cell* menggunakan C-MEX S-FUNCTION

Pada skripsi ini akan dirancang pengendali *Model Predictive Control* tanpa *constraint* pada sistem *Proton Exchange Membrane Fuel Cell*. Sebelumnya, dilakukan identifikasi sistem PEMFC dengan metode *Least Square* berdasarkan data masukan dan keluaran sistem nonlinier untuk mendapatkan model linier. Masukan sistem adalah *flow* H<sub>2</sub>, *flow* O<sub>2</sub>, dan arus. Kemudian dilakukan uji keabsahan model hasil identifikasi dengan membandingkan respon tegangan keluaran model nonlinier dengan model hasil indentifikasi. Selanjutnya, pengendali MPC tanpa *constraint* dirancang pada model identifikasi PEMFC dengan nilai parameter matriks faktor bobot  $Q$  dan  $R$  yang bervariasi. Dari hasil simulasi diperoleh respon pengendalian yang cukup baik meskipun hanya terbatas pada nilai matriks  $Q=10 I_{Hp}$  dan  $R=5000 I_G$ . Hal ini dapat dilihat dari respon yang dapat mengikuti sinyal acuan.

Kata Kunci: *Least square*, MPC tanpa *constraint*, model identifikasi, PEMFC, matriks faktor bobot  $Q$  dan  $R$

## ABSTRACT

Name : Suria  
Study Program: Electrical Engineering  
Title : Design of Model Predictive Control without Constraint for Proton Exchange Membrane Fuel Cell Using C-MEX S-FUNCTION

In this final thesis, a Model Predictive Control without constraint was designed in Proton Exchange Membrane Fuel Cell. Before designing, PEMFC system identification had been done using Least Square method based on input and output data of the nonlinear system to obtain linear model. System inputs are  $H_2$  flow,  $O_2$  flow, and current. Then, validation test was done by comparing voltage response of nonlinear and identification model. After that, a MPC controller without constraint was designed in identification model. The weighting matrices  $Q$  and  $R$  were varied to observe their effect to control result. From the simulation result, a quite good control result was obtained even though it's only limited to  $Q=10 I_{Hp}$  and  $R=5000 I_6$ . The quite good result can be observed from the tracking of setpoint.

Keywords: Least square, MPC controller without constraint, identification model, PEMFC, weighting matrices  $Q$  and  $R$



## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN .....	iii
KATA PENGANTAR/ UCAPAN TERIMA KASIH .....	iv
LEMBAR PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH.....	v
ABSTRAK .....	vi
ABSTRACT.....	vii
DAFTAR ISI .....	viii
DAFTAR TABEL .....	x
DAFTAR GAMBAR .....	xi
<b>1. PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Tujuan .....	3
1.3 Pembatasan Masalah .....	3
1.4 Sistematika Penulisan.....	3
<b>2. DASAR TEORI.....</b>	<b>5</b>
2.1 <i>Fuel Cell</i> .....	5
2.1.1 Prinsip Kerja <i>Fuel Cell</i> .....	8
2.1.2 Karakteristik PEMFC.....	8
2.2 Identifikasi Sistem.....	12
2.3 <i>Model Predictive Control</i> .....	14
2.3.1 Konsep Dasar <i>Model Predictive Control</i> .....	14
2.3.2 Formulasi <i>Model Predictive Control</i> .....	18
2.3.3 Model Proses.....	19
2.3.4 Model Prediksi.....	20
2.3.5 Strategi Pengendali <i>Model Predictive Control</i> tanpa <i>Constraint</i> ..	24
<b>3. PERANCANGAN PENGENDALI MODEL PREDICTIVE CONTROL.....</b>	<b>27</b>
3.1 Model Dinamik <i>Proton Exchange Membrane Fuel Cell</i> .....	27
3.2 Karakteristik Nonlinear Sistem PEMFC.....	29
3.3 Identifikasi Model PEMFC dengan Menggunakan Metode <i>Least Square</i> .....	31
3.4 Uji <i>Observability</i> dan <i>Controllability</i> .....	38
3.5 Penurunan Persamaan Sinyal Kendali.....	40
3.6 Perhitungan Sinyal Kendali.....	42
<b>4. PENGUJIAN DAN ANALISA HASIL SIMULASI.....</b>	<b>46</b>
4.1 Algoritma <i>Delay</i> untuk Menentukan Sinyal Acuan Berikutnya .....	46
4.2 <i>State</i> yang Digunakan pada Perancangan Pengendali.....	48
4.3 Analisa Variasi Nilai Matriks Faktor Bobot Perubahan Sinyal Kendali R dan Nilai Matriks Q Tetap.....	50
4.4 Analisa Variasi Nilai Faktor Bobot Kesalahan Prediksi Q dan Nilai R Tetap.....	54

4.5 Analisa Variasi Nilai <i>Prediction Horizon Hp</i> dan <i>Control Horizon Hu</i> pada Nilai Q dan R Tetap.....	57
---	----

<b>5. KESIMPULAN.....</b>	<b>62</b>
---------------------------	-----------

DAFTAR REFERENSI .....	63
------------------------	----



## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Perbandingan ukuran daya yang dihasilkan dan efisiensi dari berbagai jenis <i>fuel cell</i> .....	6
Tabel 2.2. Perbandingan jenis <i>fuel cell</i> .....	7
Tabel 3.1. Parameter-parameter yang digunakan untuk simulasi PEMFC.....	29
Tabel 3.1. Parameter-parameter yang digunakan untuk simulasi PEMFC.....	30

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Struktur umum <i>fuel cell</i> .....	6
Gambar 2.2. Skematik PEMFC.....	9
Gambar 2.3. Skema Umum <i>Unit Operation</i> PEMFC dengan <i>Reformer</i> .....	10
Gambar 2.4. Karakteristik Tipikal dari PEMFC.....	11
Gambar 2.5. Struktur pengendali MPC.....	16
Gambar 2.6. Kalkulasi keluaran proses dan pengendali terprediksi.....	18
Gambar 3.1. Blok Simulink Simulasi Model Non Linier PEMFC.....	30
Gambar 3.2. Grafik Kurva Karakteristik PEMFC Hasil Simulasi.....	31
Gambar 3.3. Blok Simulink untuk Pengambilan Data Identifikasi.....	33
Gambar 3.4 Sinyal Masukan H <sub>2</sub> .....	34
Gambar 3.5. Sinyal Masukan O <sub>2</sub> .....	34
Gambar 3.6. Sinyal Masukan Arus.....	35
Gambar 3.7. Nilai Variabel Keadaan.....	35
Gambar 3.8. Grafik Tegangan Keluaran.....	36
Gambar 3.9. Grafik Tegangan Keluaran Model Hasil Identifikasi.....	37
Gambar 3.10. Grafik Selisih Tegangan Keluaran Model Hasil Identifikasi dengan Model Nonlinier.....	37
Gambar 4.1. Hasil Simulasi Algoritma <i>Delay</i> .....	47
Gambar 4.2. Grafik Perbandingan <i>Steady State Error</i> pada R Bervariasi.....	51
Gambar 4.3. Perbandingan Nilai Parameter Respon Sistem dengan R Bervariasi.....	51
Gambar 4.4. Hasil Simulasi Respon Tegangan pada Pengendalian dengan R5000.....	52
Gambar 4.5. Sinyal Kendali dari Respon Pengendalian dengan R 5000.....	52
Gambar 4.6. Tegangan Respon Pengendalian dengan R 100 dan Q 10.....	53
Gambar 4.7. Grafik Perbandingan <i>Steady State Error</i> pada Variasi Q (1, 5, 10).....	54

Gambar 4.8. Grafik Perbandingan Nilai Parameter Respons Sistem untuk Nilai Matriks Q Bervariasi.....	55
Gambar 4.9. Respon Pengendalian Model Identifikasi PEMFC dengan R 5000 dan Q 100.....	56
Gambar 4.10. Grafik Sinyal Kendali pada Pengendalian dengan R 5000 dan Q 100.....	56
Gambar 4.11. Respon Pengendalian Model Identifikasi dengan R 5000 dan Q 10.....	57
Gambar 4.12. Sinyal Kendali untuk Pengendalian dengan R 5000 dan Q 10.....	57
Gambar 4.13. Hasil Respon Pengendalian dengan Hp dan Hu bervariasi.....	58
Gambar 4.13. Hasil Respon Pengendalian dengan Hp dan Hu bervariasi.....	58
Gambar 4.13. Hasil Respon Pengendalian dengan Hp dan Hu bervariasi.....	59
Gambar 4.14. Sinyal Kendali pada Hp dan Hu bervariasi.....	59
Gambar 4.14. Sinyal Kendali pada Hp dan Hu bervariasi.....	60

## BAB 1

### PENDAHULUAN

#### 1.1 LATAR BELAKANG

Dari tahun ke tahun kebutuhan akan energi dalam kehidupan manusia semakin meningkat. Di lain pihak, sumber energi yang umum digunakan untuk memenuhi kebutuhan hidup manusia saat ini berasal dari sumber energi tak terbarukan seperti bahan bakar fosil seperti minyak bumi dan batu bara yang semakin lama ketersediaannya semakin terbatas. Selain itu, penggunaan sumber energi berbasis fosil juga menghasilkan polusi yang berbahaya dan merusak lingkungan. Oleh karena itu, pengembangan dan penerapan sumber energi alternatif yang terbarukan perlu ditingkatkan untuk mengatasi permasalahan krisis energi dan pencemaran lingkungan yang terjadi saat ini.

Saat ini sudah cukup banyak riset yang membahas berbagai sumber daya energi terbarukan. Beberapa sumber energi terbarukan tersebut antara lain sel surya, energi nuklir, energi mikrohidro, energi angin, sel bahan bakar (*fuel cell*), energi panas bumi, dan lain-lain. Berbagai pengembangan dan riset terhadap sumber daya terbarukan tersebut bertujuan untuk mendapatkan sumber energi baru yang ramah lingkungan.

Sel bahan bakar (*fuel cell*) memiliki potensi yang baik sebagai sumber energi alternatif pengganti bahan bakar fosil mengingat *fuel cell* tidak menghasilkan emisi karbon berbahaya seperti CO<sub>2</sub> melainkan hanya air (H<sub>2</sub>O). Dengan menggunakan gas hidrogen (H<sub>2</sub>) dan oksigen (O<sub>2</sub>) sebagai bahan bakar, *fuel cell* dapat menghasilkan energi dalam bentuk energi listrik dan air sebagai hasil sampingan dari proses pelepasan energi yang dilakukan oleh *fuel cell*.

Salah satu kendala yang sering dihadapi dalam proses konversi energi adalah efisiensi. Begitu pula dengan proses konversi energi kimia menjadi

energi listrik yang dilakukan *fuel cell* juga tidak terlepas dari kendala efisiensi yang baik. Oleh karena itu, diperlukan adanya mekanisme pengendalian untuk meningkatkan efisiensi dari *fuel cell*. Efisiensi dapat ditingkatkan dengan mengendalikan aliran dan tekanan gas hidrogen ataupun dengan mengendalikan *inverter* untuk meningkatkan efisiensi listrik AC yang dihasilkan *inverter*.

Seiring dengan perkembangan teknologi pengendalian yang semakin canggih, penggunaan beberapa metode kendali lanjut juga diterapkan pada berbagai sistem maupun proses. Salah satu jenis metode pengendalian lanjut tersebut adalah MPC (*Model Predictive Control*). Apabila, pada sistem kendali konvensional, batasan-batasan (*constraints*) seperti amplitudo dan *slew rate* sinyal kendali tidak diperhitungkan pada proses pengendalian, maka pada sistem kendali MPC hal tersebut dapat diperhitungkan pada proses perancangan pengendali maupun proses pengendaliannya. Tidak diperhitungkannya *constraint* pada sistem kendali konvensional tentu dapat menyebabkan hasil kendali menjadi kurang baik, terutama jika terjadi pemotongan paksa terhadap sinyal kendali sebelum masuk ke *plant*. Pemotongan sinyal kendali tersebut umumnya terjadi saat nilai trayektori acuan berubah secara mendadak. Pada MPC, hal ini dapat dihindari karena pengendali dapat memprediksi keluaran proses yang akan datang serta tidak mengabaikan batasan-batasan yang ada. Adanya *constraint* pada proses pengendali dapat menghasilkan keluaran sistem yang bagus serta mampu mengoptimalkan kinerja alat sehingga alat tidak cepat rusak.

Meskipun algoritma MPC panjang dan rumit akibat dari banyaknya faktor yang diperhitungkan dalam perancangan pengendali MPC, permasalahan tersebut dapat diatasi dengan kecepatan komputasi dari perangkat keras komputer saat ini. Hal yang paling krusial dalam perancangan pengendali MPC adalah keperluan akan model proses. Pada skripsi ini akan dibahas mengenai perancangan pengendali MPC tanpa *constraint* dengan menggunakan model PEMFC hasil identifikasi.

## 1.2 TUJUAN

Penelitian yang dilakukan dalam skripsi ini bertujuan untuk merancang, menerapkan, dan menganalisa pengendali dengan menggunakan algoritma MPC pada sistem nyata yaitu *fuel cell*. Tujuan dari skripsi ini adalah:

- Membuat model identifikasi dari model nonlinier PEMFC dengan menggunakan metode Kuadrat Terkecil (*Least Square*)
- Merancang pengendali MPC tanpa *constraint* pada PEMFC dengan menggunakan *tool C-Mex S-Function* pada perangkat lunak MATLAB R2008a

## 1.3 PEMBATASAN MASALAH

Penelitian yang dilakukan pada skripsi ini terdiri dari 2 tahapan yaitu membuat model identifikasi dari PEMFC dan merancang pengendali MPC tanpa *constraint*. Pembuatan model identifikasi dari PEMFC yang dilakukan pada skripsi ini dibatasi pada identifikasi dengan menggunakan metode Kuadrat Terkecil (*Least Square*), sedangkan perancangan pengendali MPC pada skripsi ini dibatasi pada perancangan pengendali tanpa *constraint*.

## 1.4 SISTEMATIKA PENULISAN

Penulisan skripsi ini terbagi menjadi lima bab dengan pokok pembahasan tersendiri yang menjelaskan isi skripsi ini secara bertahap.

Bab satu merupakan pendahuluan yang terdiri dari latar belakang, tujuan, pembatasan masalah, dan sistematika penulisan. Bab dua membahas tentang dasar teori dari sistem, metode identifikasi model, dan perancangan pengendali yang digunakan yaitu tentang dasar teori *fuel cell*, metode Kuadrat Terkecil (*Least Square*) dalam identifikasi sistem, *Model Predictive Control*, dan tahap-tahap perancangan MPC tanpa *constraint*. Bab tiga membahas tentang tahap-tahap identifikasi model PEMFC dengan menggunakan metode



Kuadrat Terkecil (*Least Square*), uji keabsahan model identifikasi dengan model nonlinier PEMFC, dan perancangan algoritma pengendali MPC tanpa *constraint* dengan menggunakan *C-Mex S-Function*. Bab empat membahas tentang penjelasan algoritma hasil perancangan, hasil simulasi, dan analisa terhadap hasil pengendalian yang dilakukan. Bab lima merupakan kesimpulan dari keseluruhan pembahasan dalam skripsi ini.

## BAB 2

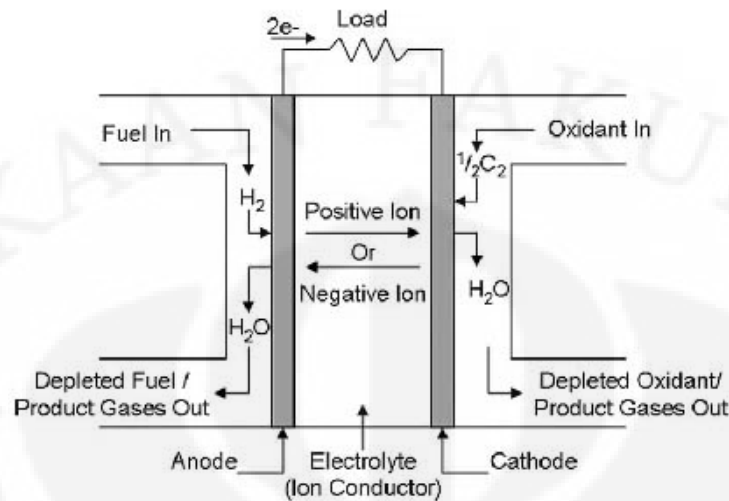
### DASAR TEORI

#### 2.1. FUEL CELL (SEL BAHAN BAKAR)

*Fuel cell* adalah suatu perangkat konversi energi yang dapat mengubah energi kimia menjadi energi listrik. Dengan bahan bakar berupa hidrogen dan oksigen, *fuel cell* dapat menghasilkan energi listrik hasil reaksi antara kedua bahan tersebut. Karena dalam proses reaksi kimianya tidak melibatkan adanya atom karbon, maka hasil yang diperoleh dari *fuel cell* tidak mengandung karbon yang berpotensi menimbulkan pencemaran udara. Reaksi kimia yang dilakukan *fuel cell* akan menghasilkan energi listrik DC dan air dan panas sebagai emisinya. Oleh karena itu, *fuel cell* dapat digunakan sebagai alternatif sumber energi terbarukan pengganti bahan bakar fosil yang tidak ramah lingkungan.

*Fuel cell* terdiri dari sebuah *fuel* elektroda (anoda) dan sebuah oksidan elektroda (katoda), yang dipisahkan oleh sebuah elektrolit penghubung ion. Gas hidrogen yang masuk diionisasikan untuk membentuk ion hidrogen dan elektron pada anoda. Elektrolit hanya akan menghubungkan ion-ion. Sedangkan elektron akan mengalir dari anode melalui rangkaian eksternal. Atom oksigen pada katoda bereaksi dengan elektron dari rangkaian eksternal dan membentuk air ( $H_2O$ ). *Fuel cell* dapat terus beroperasi selama aliran hidrogen masuk tetap terjaga.

Struktur umum dari *fuel cell* dapat dilihat pada gambar di bawah ini.



Gambar 2.1. Struktur umum *fuel cell*

Terdapat beberapa jenis *fuel cell* yang digunakan saat ini. Setiap jenis *fuel cell* memiliki ukuran daya yang dihasilkan dan efisiensi masing-masing. Perbandingan dari berbagai jenis *fuel cell* dapat dilihat pada tabel 2.1 berikut ini.

Tabel 2.1. Perbandingan ukuran daya yang dihasilkan dan efisiensi dari berbagai jenis *fuel cell*

Type	Size	Efficiency (%)
Reciprocating Engines	50 kW-6 MW	33-37
Micro Turbines	10 kW-300 kW	20-30
Fuel Cell, PAFC	50kW-1 MW	40
Fuel Cell, MCFC	250 kW-3 MW	47-50
Fuel Cell, SOFC	5 kW-3 MW	45-65
Fuel Cell, PEMFC	<1 kW-1 MW	34-36

Beberapa jenis *fuel cell* yang umum digunakan saat ini dapat dilihat pada tabel berikut ini

Tabel 2.2. Perbandingan jenis *fuel cell*

Fuel Cell Type	Operating Temp. (°C)	Charge Carrier	External Reformer
Proton Exchange Membrane Fuel Cell (PEMFC)	80-100	H <sup>+</sup>	Yes
Phosphoric Acid Fuel Cell (PAFC)	180-205	H <sup>+</sup>	Yes
Molten Carbonate Fuel Cell (MCFC)	600-700	CO <sub>3</sub> <sup>2-</sup>	No
Solid Oxide Fuel Cell (SOFC)	600-1000	O <sup>2-</sup>	No

Dari tabel tersebut, dapat dilihat bahwa *fuel cell* jenis PEMFC (*Proton Exchange Membrane Fuel Cell*) merupakan jenis yang tepat untuk diaplikasikan dalam skala kecil (konsumen) karena temperatur operasi kerja yang relatif rendah dan respon dinamik yang baik.

PEMFC terdiri dari beberapa bagian utama yang terdiri dari 4 komponen dasar pembentuk PEMFC yakni[4]:

- Anoda, bagian negatif dari *fuel cell*, berfungsi untuk menghantarkan electron yang dilepaskan molekul hidrogen sehingga dapat digunakan oleh rangkaian eksternal. Anoda memiliki kanal yang di-*etch* padanya yang menyebarkan gas hidrogen secara merata pada permukaan katalis.
- Katoda, bagian positif dari *fuel cell*, memiliki kanal yang di-*etch* padanya yang mendistribusikan oksigen ke permukaan katalis. Katoda juga menghantarkan elektron kembali dari rangkaian eksternal menuju katalis, di mana mereka dapat berekombinasi dengan ion hidrogen dan oksigen untuk membentuk air.
- Elektrolit berupa *proton exchange membrane*. Ini merupakan bahan khusus, yang terlihat seperti bungkus plastik biasa, hanya menghantarkan ion bermuatan positif dan memblokir elektron. Oleh karena itu, membran ini disebut *proton exchange membrane*. Untuk

suatu PEMFC, membran harus dihidrasi agar dapat berfungsi dan tetap stabil.

- Katalis, merupakan bahan khusus yang memfasilitasi reaksi antara oksigen dan hidrogen. Umumnya terbuat dari *platinum nanoparticles* yang dilapis sangat tipis di atas kertas karbon ataupun kain. Katalis ini bersifat kasar dan berpori sehingga permukaan maksimum dari platina dapat diekspos kepada hidrogen ataupun oksigen. Bagian katalis yang dilapisi platina menghadap PEM.

### 2.1.1. Prinsip Kerja *Fuel Cell*

Prinsip kerja PEMFC adalah sebagai berikut[1]:

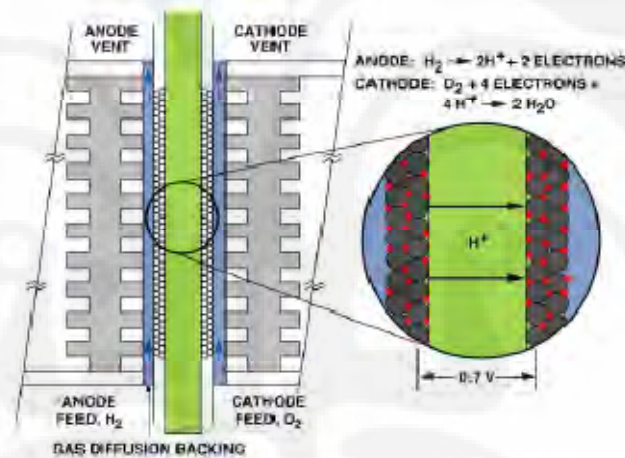
- Hidrogen dialirkan ke permukaan anoda
- Bersamaan dengan itu, oksigen yang berasal dari udara bebas, dialirkan ke permukaan katoda dengan menggunakan kipas ataupun perangkat lainnya.
- Kemudian elektroda dihubungkan dengan beban dari luar sehingga terjadi proses kimiawi.
- Hidrogen ( $H_2$ ) yang mengalir ke dalam *fuel cell* akan menyentuh permukaan anoda sehingga  $H_2$  bereaksi secara kimiawi berupa reaksi reduksi menghasilkan ion hidrogen ( $H^+$ ) dan elektron ( $e^-$ ).
- Pada katoda terjadi reaksi oksidasi dan menghasilkan air. Ion hidrogen ( $H^+$ ) akan bergerak dari permukaan anoda menuju katoda melalui elektrolit dan elektron ( $e^-$ ) bergerak ke beban lalu menuju katoda.

### 2.1.2. Karakteristik PEMFC (*Proton Exchange Membrane Fuel Cell*)

PEMFC adalah jenis *fuel cell* yang menggunakan membran dari bahan polimer sebagai elektrolit penghubung anoda dan katoda. Nama *Proton Exchange Membrane* (PEM) diperoleh karena *fuel cell* jenis ini menggunakan proton sebagai konduktor untuk melewati membran yang berfungsi sebagai elektrolit dari anoda ke katoda. Oleh karena itu, terkadang *Proton Exchange*

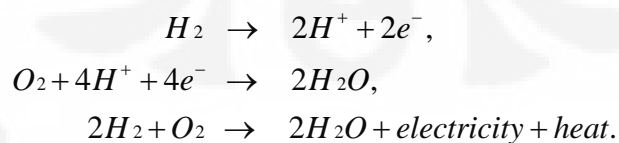
*Membrane Fuel Cell* juga disebut *Polymer Electrolyte Membrane Fuel Cell* (PEMFC). *Fuel cell* bekerja berdasarkan katalis, memisahkan komponen elektron dan proton dari bahan bakar reaktan, dan mendorong elektron berputar dalam rangkaian, sehingga mengubahnya menjadi daya listrik. Katalis pada *fuel cell* umumnya berupa campuran logam (*alloy*) ataupun platina. Pada PEMFC katalis yang digunakan adalah platina. Proses katalis mendorong elektron, menggabungkannya dengan proton dan oksidan untuk menghasilkan emisi.

Struktur skematik dari PEMFC dapat dilihat pada gambar 2.3.



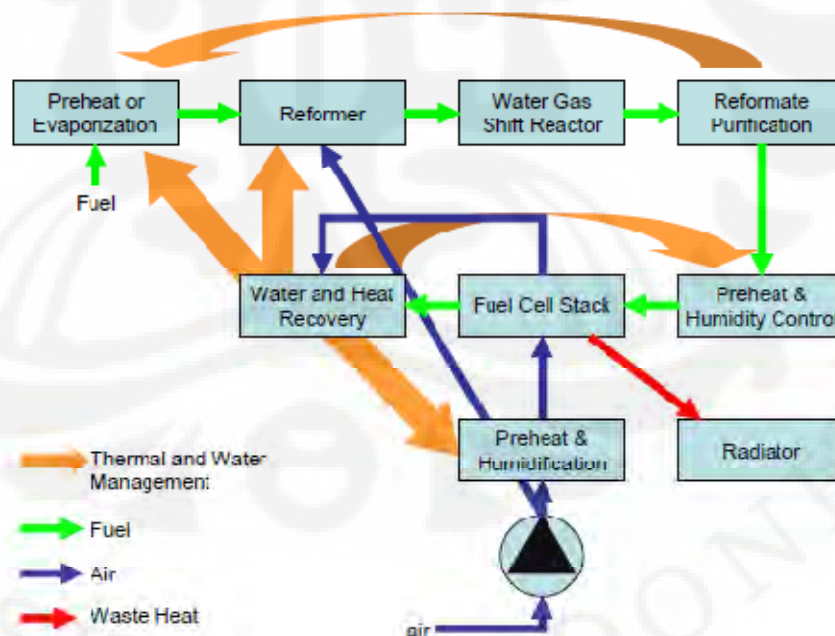
Gambar 2.2. Skematik PEMFC

Struktur satu unit PEMFC yang terdiri dari anoda, katoda serta membran, disebut *Membrane Electrode Assembly* (MEA). Energi yang dilepaskan oleh PEMFC berasal dari reaksi kimia berikut ini.



Energi ini berasal dari proses reduksi oksigen pada sisi katoda dari membran dan mengoksidasi hidrogen pada sisi anoda. Emisi yang dihasilkan berupa air. Panas juga dilepaskan selama proses kimiawi ini karena reaksi

redoks bersifat eksotermis. PEMFC bekerja pada suhu rendah ( $60^{\circ}$ - $80^{\circ}$  C). Hidrogen murni dalam bentuk gas dialirkan ke anoda dengan tekanan konstan. Hidrogen yang menyebar di anoda melepaskan elektron dan membentuk ion  $H^{+}$  dengan bantuan katalisator dari bahan platina. Elektron yang dilepaskan tersebut akan menuju beban dan ion  $H^{+}$  akan dialirkan menuju katoda. Mekanisme transfer proton melalui membran adalah difusi. Membran yang terbuat dari polimer akan melewatkan proton menuju katoda tetapi tidak melewatkan elektron. Selama aliran hidrogen tetap terjaga, reaksi di atas akan terus berlangsung. Pembawa muatan pada PEMFC adalah ion  $H^{+}$  (proton tunggal) yang melewati elektrolit. Karena bahan bakar yang digunakan adalah hidrogen murni, maka dibutuhkan alat untuk mengkonversi gas alam atau metanol menjadi hidrogen yaitu *Reformer*. Metanol dapat menghasilkan hidrogen yang lebih baik dan gas CO yang rendah. Skema umum operasi PEMFC dengan menggunakan *reformer* dapat dilihat pada gambar 2.4 berikut ini.

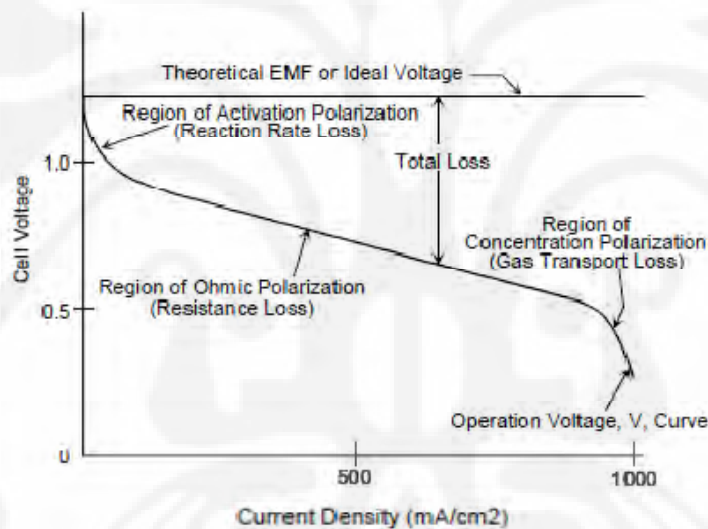


Gambar 2.3. Skema Umum *Unit Operation* PEMFC dengan *Reformer*

*Fuel cell* umumnya menghasilkan tegangan antara 0.6 V to 0.7 V pada beban penuh. Ketika *fuel cell* dibebani, tegangan akan turun dan arus akan naik. Hal ini disebabkan oleh faktor berikut ini:

- Rugi aktivasi (rugi energi yang terjadi saat reaksi pada elektroda berlangsung)
- Rugi ohmik (tegangan jatuh akibat resistansi komponen dan interkoneksi)
- Rugi perpindahan massa (rugi energi akibat proses perpindahan massa)

Ketiga rugi-rugi tersebut dapat dilihat pada kurva berikut ini.



Gambar 2.4. Karakteristik Tipikal dari PEMFC

Untuk mendapatkan jumlah energi yang diinginkan, *fuel cell* dapat digabungkan dalam rangkaian seri dan parallel sesuai kebutuhan. Hubungan seri menghasilkan tegangan yang lebih tinggi sedangkan hubungan paralel memungkinkan suplai arus yang lebih tinggi. Desain seperti ini disebut *fuel cell stack*. Lebih lanjut, permukaan *cell* dapat diperluas untuk memungkinkan arus yang lebih besar dari setiap *cell*.

Pada PEMFC juga terdapat mekanisme *purging*. Mekanisme ini bertujuan untuk menjaga tekanan dalam PEMFC agar tidak terlalu tinggi yang



dapat membahayakan dan merusak sistem. Mekanisme ini juga berguna untuk membuang uap air yang dihasilkan oleh PEMFC sehingga proses konversi energi dapat berlangsung optimal. Mekanisme *purging* pada PEMFC yang digunakan pada percobaan ini memiliki waktu interval selama 10 detik.

Selain mekanisme *purging*, karakteristik PEMFC juga dapat diketahui dari start up-nya. PEMFC dan kebanyakan *fuel cell* lainnya memiliki waktu *start up* yang relatif lambat. Oleh karena itu, fuel cell dapat dimodelkan sebagai sistem orde satu dengan  $\tau = 20-40$  detik[3].

## 2.2. IDENTIFIKASI SISTEM

Identifikasi adalah penentuan karakteristik dinamik proses secara eksperimental berdasarkan sinyal-sinyal yang terukur ke dalam suatu model matematik. Model proses pada skripsi ini ditentukan berdasarkan data masukan dan keluaran sistem dengan menggunakan metode Kuadrat Terkecil (*Least Square*). Inti dari metode ini adalah bahwa kecocokan antara model dengan sistem yang akan diidentifikasi diperoleh dengan meminimumkan selisih kuadrat antara keluaran model dengan keluaran sistem yang diidentifikasi untuk semua  $N$  data pengamatan [5]. Selisih kuadrat antara keluaran model dan keluaran sistem dapat dinyatakan dalam persamaan fungsi kriteria sebagai berikut.

$$J_{LS} = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^N (y(i) - \hat{y}(i))^2 \quad (2.1)$$

di mana

- $J_{LS}$  = fungsi kriteria
- $\varepsilon_i$  = kesalahan prediksi data ke-i
- $y(i)$  = data keluaran ke-i
- $\hat{y}(i)$  = prediksi keluaran ke-i

Fungsi kriteria pada persamaan (2.1) disebut juga *loss function*. Nilai *loss function* yang semakin kecil menunjukkan bahwa model hasil identifikasi semakin mendekati sistem yang sebenarnya.

Keluaran model untuk satu langkah prediksi ke depan dari model dinamik orde- $n$  adalah sebagai berikut

$$\hat{y}(k) = -a_1 y(k-1) - \dots - a_n y(k-n) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) \quad (2.2)$$

Kemudian, persamaan (2.2) dapat ditulis ke dalam bentuk vektor matriks sebagai berikut

$$\hat{y}(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} -y(k-1) & \dots & -y(k-n) & u(k-1) & \dots & u(k-n) \end{bmatrix}}_{\underline{\rho}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}}_{\underline{\hat{\theta}}} \quad (2.3)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.3) ke dalam persamaan (2.1), maka persamaan *loss function*  $J_{LS}$  menjadi

$$J_{LS} = \sum_{i=1}^N \left( y(i) - \underline{\rho}^T(i) \underline{\hat{\theta}} \right)^2 \quad (2.4)$$

Untuk sejumlah  $N$  data, persamaan (2.3) dapat ditulis kembali dalam bentuk matriks menjadi

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{y}(1) \\ \hat{y}(2) \\ \vdots \\ \hat{y}(N) \end{bmatrix}}_{\underline{\hat{y}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -y(0) & \dots & -y(-n) & u(0) & \dots & u(-n) \\ -y(1) & \dots & -y(1-n) & u(1) & \dots & u(1-n) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -y(N-1) & \dots & -y(N-n) & u(N-1) & \dots & u(N-n) \end{bmatrix}}_{\underline{P}} \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}}_{\underline{\hat{\theta}}} \quad (2.5)$$

atau

$$\underline{\hat{y}} = \underline{P}\underline{\hat{\theta}} \quad (2.6)$$

Agar persamaan (2.4) dapat diminimasi, maka persamaan (2.4) harus dinyatakan dalam bentuk

$$\begin{aligned} J_{LS} &= (\underline{y} - \underline{P}\underline{\hat{\theta}})^T (\underline{y} - \underline{P}\underline{\hat{\theta}}) \\ &= \underline{y}^T \underline{y} - \underline{\hat{\theta}}^T \underline{P}^T \underline{y} - \underline{y}^T \underline{P} \underline{\hat{\theta}} + \underline{\hat{\theta}}^T \underline{P}^T \underline{P} \underline{\hat{\theta}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Selanjutnya, dengan membuat turunan pertama  $J_{LS}(\underline{\theta})$  terhadap  $\underline{\hat{\theta}}$  menjadi nol :

$$\left. \frac{\partial J_{LS}(\underline{\theta})}{\partial \underline{\theta}} \right|_{\underline{\theta}=\underline{\hat{\theta}}} = -2\underline{P}^T \underline{y} + 2\underline{P}^T \underline{P} \underline{\hat{\theta}} = 0$$

maka didapatkan rumus untuk menghitung parameter estimasi  $\underline{\hat{\theta}}$  sebagai berikut

$$\underline{\hat{\theta}} = (\underline{P}^T \underline{P})^{-1} \underline{P}^T \underline{y} \quad (2.8)$$

## 2.3. MODEL PREDICTIVE CONTROL (MPC)

### 2.3.1. Konsep Dasar Model Predictive Control

Sistem kendali prediktif termasuk ke dalam kategori konsep perancangan pengendali berbasis model proses, yaitu model proses digunakan secara eksplisit untuk mendesain pengendali, dengan meminimumkan suatu fungsi kriteria. Ide yang mendasari pada setiap jenis pengendali prediktif adalah [5]:

- Penggunaan model proses secara eksplisit untuk memprediksi keluaran proses yang akan datang di dalam rentang waktu tertentu (*horizon*).
- Perhitungan rangkaian sinyal kendali dengan meminimasi suatu fungsi kriteria.
- Strategi surut; pada setiap waktu pencuplikan (pada waktu  $t$ ) horizon dipindahkan menuju waktu pencuplikan berikutnya (pada waktu  $t+1$ )

dengan melibatkan pemakaian sinyal kendali pertama (yaitu  $u(t)$ ) untuk mengendalikan proses, dan kedua prosedur di atas diulang dengan menggunakan informasi terakhir.

Algoritma MPC yang beragam (yang disebut pula *long-range predictive control*) hanya saling membedakan di antaranya pada model proses yang digunakan untuk mendeskripsikan sistem, model derau, serta fungsi kriteria yang akan diminimasi.

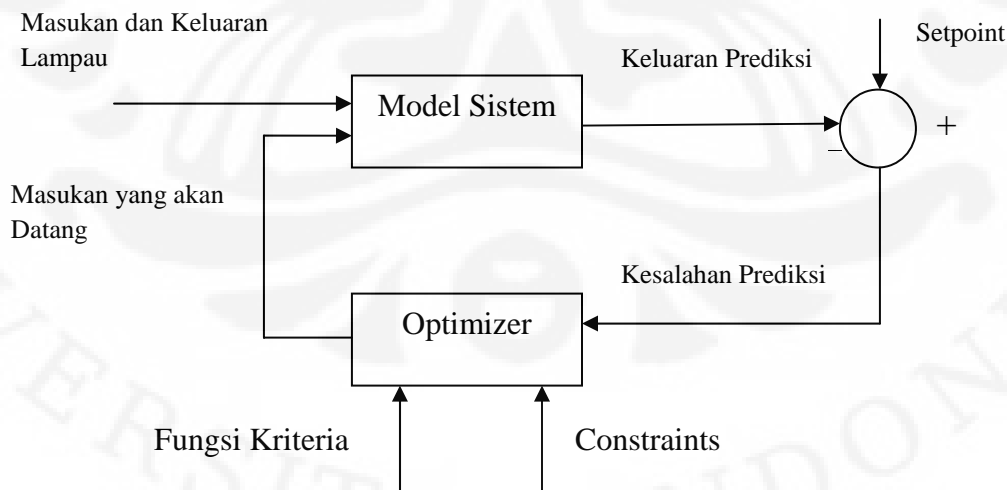
Metode MPC menawarkan serangkaian keuntungan dibandingkan metode pengendalian lainnya, di antaranya adalah:

1. Konsepnya sangat intuitif serta penalaannya mudah.
2. Dapat digunakan untuk mengendalikan proses yang beragam, mulai dari proses yang sederhana, hingga proses yang kompleks, memiliki waktu tunda yang besar, *non-minimum phase* atau proses yang tidak stabil.
3. Dapat menangani sistem multivariabel.
4. Mempunyai kompensasi terhadap waktu tunda.
5. Mempunyai kemampuan dari pengendali *feed forward* untuk mengkompensasi gangguan yang terukur.
6. Mudah untuk mengimplementasikan pengendali yang diperoleh.
7. Dapat memperhitungkan batasan atau *constraint* dalam merancang pengendali.
8. Sangat berguna jika sinyal acuan untuk masa yang akan datang diketahui.

Di samping beragam keuntungan yang dimiliki, metode MPC juga mempunyai kerugian-kerugian. Salah satu di antaranya adalah masalah penurunan aturan sinyal kendali. Walaupun aturan sinyal kendali mudah diimplementasikan dan membutuhkan sedikit komputasi, namun penurunan aturan kendali tersebut lebih kompleks dibandingkan pengendali PID klasik.

Jika dinamika proses tidak berubah, maka bentuk persamaan sinyal kendali dapat diperoleh dengan mudah. Tetapi untuk kasus pengendali adaptif, di mana karakteristik proses dapat berubah, membutuhkan proses penurunan sinyal kendali pada setiap waktu pencuplikan. Hal ini tentu saja menyebabkan waktu komputasi yang dibutuhkan menjadi besar. Jika *constraints* diperhitungkan dalam desain, maka waktu komputasi bahkan menjadi lebih besar lagi. Walaupun dengan menggunakan kecanggihan teknologi komputer saat ini hal tersebut bukanlah masalah yang berarti, namun perlu diingat bahwa tidak semua komputer yang digunakan di dalam industri proses menggunakan kecanggihan komputer tersebut. Di samping itu pula penggunaan komputer bukan hanya melulu untuk menghitung algoritma kendali, tetapi juga untuk komunikasi, dialog dengan komputer lain, alarm, perekaman, dan lain-lain, sehingga sangat dituntut keefisienan dalam waktu komputasi dari algoritma kendali. Kelemahan yang lain adalah keperluan akan model proses yang baik, karena algoritma perancangan berbasis pengetahuan perancang akan sistem yang akan dikendalikan berupa model sistem tersebut.

Struktur dasar dari pengendali MPC dapat dilihat pada gambar 2.6 berikut ini.

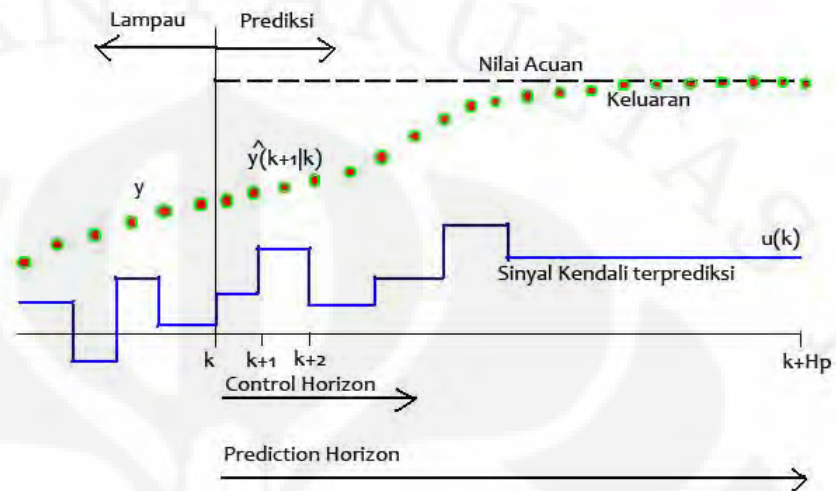


Gambar 2.5. Struktur pengendali MPC

Metodologi semua pengendali yang termasuk ke dalam kategori jenis-jenis MPC dapat dikenali oleh strategi berikut ini[5]:

1. Keluaran proses yang akan datang untuk rentang *horizon*  $H_p$  yang ditentukan yang dinamakan sebagai *prediction horizon*, diprediksi pada setiap waktu pencuplikan dengan menggunakan model proses. Keluaran proses terprediksi ini  $y(k+i/k)$  untuk  $i = 1 \dots H_p$  bergantung pada nilai masukan dan keluaran lampau dan kepada sinyal kendali yang akan datang  $u(k+i/k)$ ,  $i = 0 \dots H_p-1$ , yang akan digunakan sistem dan harus dihitung.
2. Serangkaian sinyal kendali dihitung dengan mengoptimasi suatu fungsi kriteria yang ditetapkan sebelumnya, dengan tujuan untuk menjaga proses sedekat mungkin terhadap trayektori acuan  $r(k+i)$ . Fungsi kriteria tersebut umumnya berupa suatu fungsi kuadrat dari kesalahan antara sinyal keluaran terprediksi dengan trayektori acuan. Solusi eksplisit dapat diperoleh jika fungsi kriteria adalah kuadrat, model linier, dan tidak ada *constraints*, jika tidak, optimasi iteratif harus digunakan untuk memecahkannya. Langkah pertama dan kedua dapat diilustrasikan pada Gambar 2.7
3. Sinyal kendali  $u(k/k)$  dikirim ke proses, sedangkan sinyal kendali terprediksi berikutnya dibuang, karena pada pencuplikan berikutnya  $y(k+1)$  sudah diketahui nilainya. Maka langkah pertama diulang dengan nilai keluaran proses yang baru dan semua prosedur perhitungan yang diperlukan diperbaiki. Sinyal kendali yang baru  $u(k+1/k+1)$  (nilainya berbeda dengan  $u(k+1/k)$ ) dihitung

dengan menggunakan konsep *receding horizon*.



Gambar 2.6. Kalkulasi keluaran proses dan pengendali terprediksi

### 2.3.2. Formulasi *Model Predictive Control*

Perhitungan sinyal kendali pada MPC dilakukan dengan meminimumkan suatu fungsi kriteria. Fungsi kriteria yang digunakan dalam algoritma MPC berbentuk kuadratik seperti berikut [2]:

$$V(k) = \sum_{i=1}^{Hp} \|\hat{y}(k+i|k) - \underline{r}(k+i|k)\|_{\underline{Q}(i)}^2 + \sum_{i=0}^{Hu-1} \|\Delta \hat{u}(k+i|k)\|_{\underline{R}(i)}^2 \quad (2.9)$$

dengan :

$\hat{y}(k+i|k)$  = keluaran terprediksi untuk  $i$ -langkah kedepan saat waktu  $k$

$\underline{r}(k+i|k)$  = nilai trayektori acuan (*reference trajectory*)

$\Delta \hat{u}(k+i|k)$  = perubahan nilai sinyal kendali terprediksi untuk  $i$ -langkah kedepan saat waktu  $k$

$Q(i)$  dan  $R(i)$  = faktor bobot

$H_p$  = *prediction horizon*

$Hu$  = control horizon

Dari persamaan fungsi kriteria tersebut, selalu dibuat asumsi bahwa nilai  $Hu < Hp$  dan  $\Delta\hat{u}(k+i|k) = 0$  untuk  $i \geq Hu$ , sehingga nilai masukan terprediksi  $\hat{u}(k+i|k) = \hat{u}(k+Hu-i|k)$  untuk semua  $i \geq Hu$  seperti yang terlihat pada gambar 2.7.

Bentuk dari fungsi kriteria pada persamaan (2.9) menyatakan bahwa vektor kesalahan  $\hat{y}(k+i|k) - \underline{r}(k+i|k)$  dibebankan pada setiap rentang *prediction horizon*. Namun demikian tetap ada kemungkinan untuk menghitung vektor kesalahan pada titik-titik tertentu saja dengan cara mengatur matriks faktor bobot  $Q(i)$  bernilai nol pada langkah yang diinginkan. Selain vektor kesalahan, fungsi kriteria pada persamaan (2.9) juga memperhitungkan perubahan vektor masukan dalam rentang *control horizon*. Pemilihan penggunaan  $\Delta\hat{u}(k+i|k)$  yang pada fungsi kriteria bertujuan untuk meminimumkan perubahan sinyal kendali yang masuk ke *plant*.

### 2.3.3. Model Proses

Pada perancangan MPC, umumnya model proses yang digunakan berupa model ruang keadaan diskrit linier seperti berikut [2]:

$$\underline{x}(k+1) = \underline{A}\underline{x}(k) + \underline{B}\underline{u}(k) \quad (2.10)$$

$$\underline{y}(k) = \underline{C}\underline{x}(k) \quad (2.11)$$

dengan :

$\underline{u}(k)$  = vektor masukan berdimensi-1



$\underline{x}(k)$  = vektor keadaan berdimensi-n

$\underline{y}(k)$  = vektor keluaran berdimensi-m

$\underline{A}$  = matriks keadaan berdimensi n x n

$\underline{B}$  = matriks masukan berdimensi n x 1

$\underline{C}$  = matriks keluaran berdimensi m x n

### 2.3.4. Model Prediksi

Sinyal masukan yang digunakan dalam perhitungan prediksi keluaran adalah perubahan nilai sinyal masukan  $\Delta u(k)$  pada setiap waktu pencuplikan  $k$ . Di mana perubahan tersebut merupakan selisih antara nilai sinyal masukan saat  $k$  atau  $u(k)$  dan sinyal masukan satu langkah sebelumnya  $u(k-1)$ . Dalam menyelesaikan masalah pengendali prediktif, nilai keluaran terprediksi  $\hat{y}(k+i|k)$  harus dapat dihitung dengan menggunakan estimasi terbaik dari variabel keadaan saat ini  $\underline{x}(k)$ , nilai masukan yang lampau  $u(k-1)$ , dan nilai perkiraan dari perubahan masukan yang akan datang  $\Delta \hat{u}(k+i|k)$ . Sebelum melangkah lebih jauh, hal pertama yang harus dilakukan adalah memprediksi nilai variabel keadaan dengan melakukan iterasi model ruang keadaan pada persamaan (2.10) dan (2.11). Perhitungan prediksi variabel keadaan adalah sebagai berikut;

$$\hat{\underline{x}}(k+1|k) = \underline{A}\hat{\underline{x}}(k|k) + \underline{B}\hat{u}(k|k) \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \hat{\underline{x}}(k+2|k) &= \underline{A}\hat{\underline{x}}(k+1|k) + \underline{B}\hat{u}(k+1|k) \\ &= \underline{A}^2\hat{\underline{x}}(k|k) + \underline{A}\underline{B}\hat{u}(k|k) + \underline{B}\hat{u}(k+1|k) \end{aligned} \quad (2.13)$$

⋮

$$\begin{aligned}\hat{x}(k + Hp | k) &= \underline{A}\hat{x}(k + Hp - 1 | k) + \underline{B}\hat{u}(k + Hp - 1 | k) \\ &= \underline{A}^{Hp} \underline{x}(k) + \underline{A}^{Hp-1} \underline{B}\hat{u}(k | k) + \dots + \underline{B}\hat{u}(k + Hp - 1 | k)\end{aligned}\quad (2.14)$$

Pada setiap langkah prediksi digunakan  $\hat{u}(k | k)$  bukan  $u(k)$ , karena besarnya nilai  $u(k)$  belum diketahui ketika menghitung prediksi.

Sekarang, diasumsikan bahwa nilai masukan hanya berubah pada waktu  $k$ ,  $k+1$ , ...,  $k+Hu-1$ , dan setelah itu menjadi konstan, sehingga didapatkan bahwa  $\hat{u}(k+i | k) = \hat{u}(k+Hu-1 | k)$  untuk  $Hu \leq i \leq Hp-1$ .

Selanjutnya, perhitungan prediksi diubah sehingga mengandung

$\underline{\Delta}\hat{u}(k+i | k)$  daripada  $\hat{u}(k+i | k)$ , dengan

$$\underline{\Delta}\hat{u}(k+i | k) = \hat{u}(k+i | k) - \hat{u}(k+i-1 | k) \quad (2.15)$$

dan pada setiap waktu pencuplikan  $k$  nilai yang sudah diketahui hanya  $u(k-1)$ , maka

$$\hat{u}(k | k) = \underline{\Delta}\hat{u}(k | k) + \underline{u}(k-1 | k) \quad (2.16)$$

$$\hat{u}(k+1 | k) = \underline{\Delta}\hat{u}(k+1 | k) + \underline{\Delta}\hat{u}(k | k) + \underline{u}(k-1 | k) \quad (2.17)$$

⋮

$$\hat{u}(k+Hu-1 | k) = \underline{\Delta}\hat{u}(k+Hu-1 | k) + \dots + \underline{\Delta}\hat{u}(k | k) + \underline{u}(k-1 | k) \quad (2.18)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.16) – (2.18) ke persamaan (2.12) – (2.14), diperoleh persamaan

$$\hat{x}(k+1 | k) = \underline{A}\underline{x}(k) + \underline{B}[\underline{\Delta}\hat{u}(k | k) + \underline{u}(k-1)] \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+2|k) &= \underline{A}^2 \underline{x}(k) + \underline{A}\underline{B}[\underline{\Delta}\hat{u}(k|k) + \underline{u}(k-1)] \\ &\quad + \underline{B}[\underbrace{\underline{\Delta}\hat{u}(k+1|k) + \underline{\Delta}\hat{u}(k|k) + \underline{u}(k-1)}_{\hat{u}(k+1|k)}] \\ &= \underline{A}^2 \underline{x}(k) + (\underline{A} + \underline{I})\underline{B}\underline{\Delta}\hat{u}(k|k) + \underline{B}\underline{\Delta}\hat{u}(k+1|k) + (\underline{A} + \underline{I})\underline{B}\underline{u}(k-1)\end{aligned}\quad (2.20)$$

⋮

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+Hu|k) &= \underline{A}^{Hu} \underline{x}(k) + (\underline{A}^{Hu-1} + \dots + \underline{A} + \underline{I})\underline{B}\underline{\Delta}\hat{u}(k|k) + \dots \\ &\quad + \underline{B}\underline{\Delta}\hat{u}(k+Hu-1|k) + (\underline{A}^{Hu-1} + \dots + \underline{A} + \underline{I})\underline{B}\underline{u}(k-1)\end{aligned}\quad (2.21)$$

Dengan mengacu pada persamaan  $\hat{u}(k+i|k) = \hat{u}(k+Hu-i|k)$  untuk  $i > Hu$ , maka perhitungan prediksi untuk  $i > Hu$  adalah;

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+Hu+1|k) &= \underline{A}^{Hu+1} \underline{x}(k) + (\underline{A}^{Hu} + \dots + \underline{A} + \underline{I})\underline{B}\underline{\Delta}\hat{u}(k|k) + \dots \\ &\quad + (\underline{A} + \underline{I})\underline{B}\underline{\Delta}\hat{u}(k+Hu-1|k) + (\underline{A}^{Hu} + \dots + \underline{A} + \underline{I})\underline{B}\underline{u}(k-1)\end{aligned}\quad (2.22)$$

⋮

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+Hp|k) &= \underline{A}^{Hp} \underline{x}(k) + (\underline{A}^{Hp-1} + \dots + \underline{A} + \underline{I})\underline{B}\underline{\Delta}\hat{u}(k|k) + \dots \\ &\quad + (\underline{A}^{Hp-Hu} + \dots + \underline{A} + \underline{I})\underline{B}\underline{\Delta}\hat{u}(k+Hu-1|k) \\ &\quad + (\underline{A}^{Hp-1} + \dots + \underline{A} + \underline{I})\underline{B}\underline{u}(k-1)\end{aligned}\quad (2.23)$$

Persamaan (2.19) – (2.23) dapat disusun ke dalam bentuk vektor matriks sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} \hat{x}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{x}(k+Hu|k) \\ \hat{x}(k+Hu+1|k) \\ \vdots \\ \hat{x}(k+Hp|k) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{A} \\ \vdots \\ \underline{A}^{Hu} \\ \underline{A}^{Hu+1} \\ \vdots \\ \underline{A}^{Hp} \end{bmatrix}}_{\Psi} \underline{x}(k) + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{B} \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^{Hu-1} \underline{A}^i \underline{B} \\ \sum_{i=0}^{Hu} \underline{A}^i \underline{B} \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^{Hp-1} \underline{A}^i \underline{B} \end{bmatrix}}_{\Gamma} \underline{u}(k-1)$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{B} & \cdots & \underline{0}_{n \times l} \\ \underline{AB} + \underline{B} & \cdots & \underline{0}_{n \times l} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=0}^{Hu-1} \underline{A}^i \underline{B} & \cdots & \underline{B} \\ \sum_{i=0}^{Hu} \underline{A}^i \underline{B} & \cdots & \underline{AB} + \underline{B} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=0}^{Hp-1} \underline{A}^i \underline{B} & \cdots & \sum_{i=0}^{Hp-Hu} \underline{A}^i \underline{B} \end{bmatrix}}_{\Theta} \begin{bmatrix} \Delta \hat{u}(k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{u}(k+Hu-1) \end{bmatrix}$$

Lampau

Prediksi

(2.24)

Selain itu, persamaan prediksi keluaran  $\hat{y}(k+i|k)$  dapat ditulis seperti berikut ini;

$$\hat{y}(k+1|k) = \underline{C} \hat{x}(k+1|k) \quad (2.25)$$

$$\hat{y}(k+2|k) = \underline{C} \hat{x}(k+2|k) \quad (2.26)$$

⋮

$$\hat{y}(k+Hp|k) = \underline{C} \hat{x}(k+Hp|k) \quad (2.27)$$

Persamaan (2.25) – (2.27) kemudian dapat ditulis kedalam vektor matriks sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} \underline{\hat{y}}(k+1|k) \\ \vdots \\ \underline{\hat{y}}(k+Hp|k) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{0}_{m \times n} & \cdots & \underline{0}_{m \times n} \\ \underline{0}_{m \times n} & \underline{C} & \cdots & \underline{0}_{m \times n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{0}_{m \times n} & \underline{0}_{m \times n} & \cdots & \underline{C} \end{bmatrix}}_{\underline{C}_y} \begin{bmatrix} \underline{\hat{x}}(k+1|k) \\ \vdots \\ \underline{\hat{x}}(k+Hp|k) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

### 2.3.5. Strategi Pengendali Model Predictive Control tanpa Constraints

Fungsi kriteria yang akan diminimumkan adalah fungsi kuadrat seperti pada persamaan (2.9) dan dapat ditulis sebagai berikut[2]

$$V(k) = \|\underline{Y}(k) - \underline{T}(k)\|_{\underline{Q}}^2 + \|\underline{\Delta U}(k)\|_{\underline{R}}^2 \quad (2.29)$$

dimana

$$\underline{Y}(k) = \begin{bmatrix} \underline{\hat{y}}(k+1|k) \\ \vdots \\ \underline{\hat{y}}(k+Hp|k) \end{bmatrix}, \quad \underline{T}(k) = \begin{bmatrix} \underline{r}(k+1|k) \\ \vdots \\ \underline{r}(k+Hp|k) \end{bmatrix},$$

$$\underline{\Delta U}(k) = \begin{bmatrix} \underline{\hat{u}}(k|k) \\ \vdots \\ \underline{\hat{u}}(k+Hu-1|k) \end{bmatrix}$$

dan matriks faktor bobot  $\underline{Q}$  dan  $\underline{R}$  adalah sebagai berikut

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} Q(1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & Q(Hp) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} R(0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & R(Hu-1) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Bentuk fungsi kriteria menunjukkan bahwa vektor kesalahan (*error*)  $\underline{Y}(k) - \underline{T}(k)$  diperhitungkan pada tiap pencuplikan dalam rentang *prediction horizon*, namun jika perhitungan *error* hanya diinginkan pada rentang waktu tertentu, hal ini dapat dilakukan dengan mengatur nilai faktor bobot  $Q$  bernilai 0 pada waktu tersebut. Selain vektor kesalahan, fungsi kriteria juga memperhitungkan perubahan dari vektor masukan yang hanya terjadi dalam rentang waktu *control horizon*.

Berdasarkan pada persamaan ruang keadaan (2.24) dan (2.28), maka matriks  $Y(k)$  dapat ditulis dalam bentuk;

$$\underline{Y}(k) = \underline{C}_y \underline{\Psi} \underline{x}(k) + \underline{C}_y \underline{\Gamma} \underline{u}(k-1) + \underline{C}_y \underline{\Theta} \underline{\Delta U}(k) \quad (2.32)$$

Selain matriks-matriks di atas, didefinisikan juga suatu matriks penjejukan kesalahan  $E(k)$ , yaitu selisih antara nilai trayektori acuan yang akan datang dengan tanggapan bebas dari sistem. Tanggapan bebas adalah tanggapan yang akan terjadi pada rentang *prediction horizon* jika tidak ada perubahan nilai masukan ( $\underline{\Delta U}(k) = 0$ ) [2]. Persamaan matematis dari matriks  $E(k)$  adalah sebagai berikut ;

$$\underline{E}(k) = \underline{T}(k) - \underline{C}_y \underline{\Psi} \underline{x}(k) - \underline{C}_y \underline{\Gamma} \underline{u}(k-1) \quad (2.33)$$

Persamaan (2.29) kemudian dapat ditulis kembali dalam bentuk yang mengandung matriks  $E(k)$  dan  $\underline{\Delta U}(k)$  sebagai berikut ;

$$\begin{aligned} V(k) &= \|\underline{C}_y \underline{\Theta} \underline{\Delta U}(k) - \underline{E}(k)\|_Q^2 + \|\underline{\Delta U}(k)\|_R^2 \\ &= [\underline{\Delta U}^T(k) \underline{\Theta}^T \underline{C}_y^T - \underline{E}^T(k)] \underline{Q} [\underline{C}_y \underline{\Theta} \underline{\Delta U}(k) - \underline{E}(k)] + \underline{\Delta U}^T(k) \underline{R} \underline{\Delta U}(k) \\ &= \underbrace{\underline{E}^T(k) \underline{Q} \underline{E}(k)}_{\underline{c}_1} - \underbrace{\underline{\Delta U}^T(k) 2 \underline{\Theta}^T \underline{C}_y^T \underline{Q} \underline{E}(k)}_{\underline{G}} + \underbrace{\underline{\Delta U}^T(k) [\underline{\Theta}^T \underline{C}_y^T \underline{Q} \underline{C}_y \underline{\Theta} + \underline{R}] \underline{\Delta U}(k)}_{\underline{H}} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Pada persamaan (2.34), bagian  $\underline{\mathcal{E}}^T(k)\underline{Q}\underline{\mathcal{E}}(k)$  tidak mengandung unsur  $\Delta U(k)$  sehingga bagian tersebut bisa dianggap konstan sehingga bagian tersebut tidak diikutsertakan dalam proses optimasi untuk menghitung nilai  $\Delta U(k)$ . Persamaan (2.34) kemudian dapat ditulis kembali menjadi

$$V(k) = \underline{c}_1 - \underline{\Delta U}^T(k)\underline{\mathcal{G}} + \underline{\Delta U}^T(k)\underline{\mathcal{H}}\underline{\Delta U}(k) \quad (2.35)$$

dimana

$$\underline{\mathcal{G}} = 2\underline{\Theta}^T \underline{C}_y^T \underline{Q}\underline{\mathcal{E}}(k) \quad (2.36)$$

dan

$$\underline{\mathcal{H}} = \underline{\Theta}^T \underline{C}_y^T \underline{Q}\underline{C}_y \underline{\Theta} + \underline{R} \quad (2.37)$$

Nilai optimal  $\Delta U(k)$  dapat dihitung dengan membuat gradien dari  $V(k)$  bernilai nol [3]. Gradien  $V(k)$  dari persamaan (2.35) adalah

$$\nabla_{\underline{\Delta U}(k)} V(k) = -\underline{\mathcal{G}} + 2\underline{\mathcal{H}}\underline{\Delta U}(k) \quad (2.38)$$

Dengan membuat nol nilai  $\nabla_{\underline{\Delta U}(k)} V(k)$  pada persamaan (2.38), maka didapatkan nilai optimal dari perubahan sinyal kendali sebagai berikut

$$\underline{\Delta U}(k)_{opt} = \frac{1}{2} \underline{\mathcal{H}}^{-1} \underline{\mathcal{G}} \quad (2.39)$$

Setelah nilai matriks  $\Delta U(k)$  didapatkan, maka nilai yang digunakan untuk mengubah sinyal kendali hanya nilai dari baris pertama matriks  $\Delta U(k)$  sedangkan nilai dari baris yang lain dari matriks  $\Delta U(k)$  dibuang [2]

## BAB 3

### PERANCANGAN PENGENDALI MODEL PREDICTIVE CONTROL

#### 3.1. Model Dinamik Proton Exchange Membrane Fuel Cell

Pada model dinamik PEMFC ini digunakan beberapa asumsi sebagai berikut [7]:

- Gas yang digunakan adalah gas ideal.
- Efek dari nitrogen dalam katoda tidak diperhatikan karena adanya penggunaan *reformer*.
- *Flow rate* oksigen didapat dari *reformer* melalui perbandingan aliran hidrogen-oksigen .
- *Stack* temperatur di atur pada 80°C , dengan menggunakan suatu sistem pendingin terpisah (independen).
- Menggunakan persamaan Nernst.

Persamaan tegangan *cell* didasarkan pada persamaan Nernst dan hukum Ohm, dan dinyatakan sebagai berikut :

$$V = N \left( E^0 + \frac{RT}{2F} \ln \left\{ \frac{pH_2 (pO_2 / P_{std})^{0.5}}{pH_2O} \right\} \right) - L \quad (3.1)$$

dimana :

$V$  : tegangan keluaran *stack*.

$N$  : jumlah cell dalam *stack*

$E^0$  : tegangan rangkaian terbuka dari *cell*

$T$  : temperatur kerja

$L$  : rugi tegangan

$pH_2$  ,  $pO_2$  dan  $pHO_2$  : tekanan parsial dari setiap gas dalam *cell*



$R$  : konstanta gas (8.3144 J/mole<sup>o</sup>K)

$F$  : konstanta Faraday ( 96439 C/mole)

$P_{std}$  : tekanan standar ( 101325 Pa)

Rugi tegangan  $L$  dinyatakan dengan persamaan (3.2) :

$$L = (i + i_n)r + a \ln\left(\frac{i + i_n}{i_o}\right) - b \ln\left(1 - \frac{i + i_n}{i_l}\right) \quad (3.2)$$

dimana :

$i$  : keluaran kerapatan arus

$i_n$  : kerapatan arus internal terhadap rugi-rugi arus internal

$i_o$  : pertukaran kerapatan arus sehubungan rugi-rugi aktivasi

$i_l$  : batas kerapatan arus sehubungan rugi-rugi konsentrasi

$r$  : luas tahanan spesifik sehubungan rugi-rugi tahanan

$a, b$  : konstanta.

Tekanan parsial dari hidrogen, oksigen dan air pada sisi katoda didefinisikan sebagai variabel keadaan (*state variable*) sistem. Pada hukum gas ideal dinyatakan bahwa tekanan parsial setiap gas adalah proporsional terhadap banyaknya gas dalam cell, yang mana dari ketiga kontribusi tersebut relevan. Dari hasil pemodelan pada [7] diperoleh model dinamik PEMFC sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{RT}{V_A} \left(1 - \frac{x_1}{P_{op}}\right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{RT}{V_C} \left(1 - \frac{x_2}{P_{op}}\right) \\ -\frac{RT}{V_C P_{op}} x_3 \end{bmatrix} u_2 + \begin{bmatrix} \frac{RT}{V_A} \left(-2K_r A_c \left(1 - \frac{x_1}{P_{op}}\right)\right) \\ \frac{RT}{V_C} \left(-K_r A_c \left(1 - \frac{x_2}{P_{op}}\right)\right) \\ \frac{RT}{V_C} \left(2K_r A_c \left(1 - \frac{x_3}{P_{op}}\right)\right) \end{bmatrix} u_3 \quad (3.3)$$

$$y = V = N(E^0 + \frac{RT}{2F} \ln \left\{ \frac{pH_2 (pO_2 / P_{std})^{0.5}}{pH_2O} \right\}) - L \quad (3.4)$$

dimana :

$$x = [pH_2 \quad pO_2 \quad pH_2O_c]^T$$

$$u = [H_{2-in} \quad O_{2-in} \quad i]^T$$

$$y = V$$

### 3.2. Karakteristik Nonlinier Sistem PEMFC

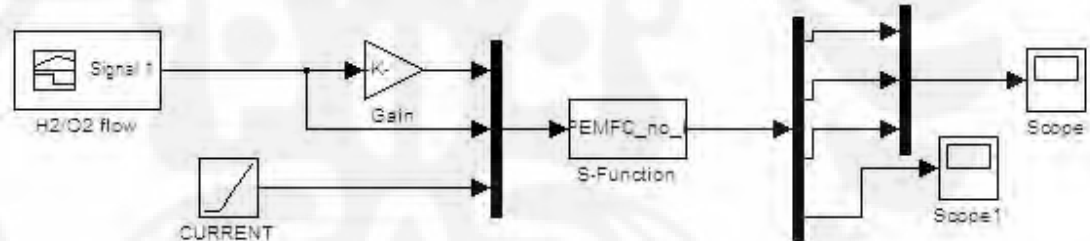
Model matematis di atas merupakan model nonlinier dari PEMFC. Model nonlinier ini kemudian disimulasikan dengan menggunakan *tool* Simulink pada MATLAB R2008a. Dengan mensimulasikan model nonlinier ini, dapat diperoleh karakteristik sistem PEMFC yang sebenarnya.

Tabel 3.1. Parameter-parameter yang digunakan untuk simulasi PEMFC[4]

Parameter	Simbol	Nilai	Satuan
Konstanta gas	R	8,3144	J/mole*k
Konstanta Faraday	F	96.439	C/mole
Tekanan Kerja	Pop atau Pstd	101.325	Pa
Luas aktif Cell	Ac	136,7	cm2
Volume Anoda	Va	6,495	cm2
Volume Katoda	Vc	12,96	cm2
Banyaknya Cell	N	35	
Temperatur kerja	T	353	K
Tegangan tanpa beban	Enol	0,8	V
Rasio Aliran Hidrogen-Oksigen		1,1168	
Rapat arus akibat rugi aktivasi	$i_0$	$1,4 \times 10^{-5}$	Ampere
Rapat arus akibat rugi	$i_1$	7,7	Ampere

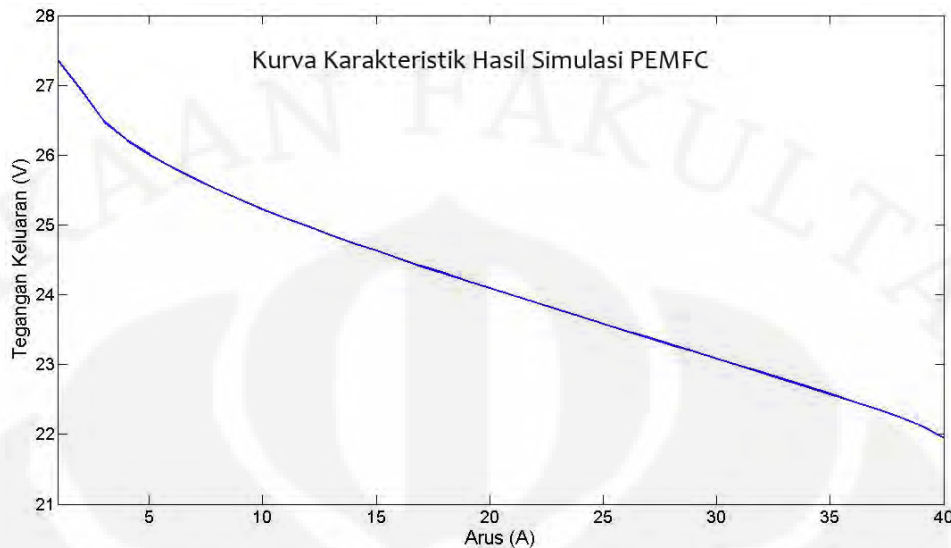
konsentrasi			
Tahanan spesifik sehubungan dengan rugi resistif	Rloss	0,34	Ohm
Konstanta	a	0,16	
Konstanta	b	0,063	

Model matematis di atas dirancang dengan menggunakan C-MEX S-FUNCTION (bahasa C yang di-link dengan modul *S-Function* dalam Simulink-MATLAB) dengan nilai parameter PEMFC yang digunakan pada tabel 3.1. Pemrograman dengan menggunakan C-MEX S-FUNCTION memungkinkan perancangan model yang lebih fleksibel karena S-FUNCTION yang digunakan dapat ditentukan karakteristiknya sesuai dengan model yang diinginkan. Selain itu, bahasa C yang digunakan memungkinkan konversi yang lebih mudah ke perangkat lunak lainnya. Blok diagram simulasi model nonlinier PEMFC dalam Simulink dapat dilihat pada gambar 3.1 berikut ini.



Gambar 3.1. Blok Simulink Simulasi Model Non Linier PEMFC

Grafik hasil simulasi model nonlinier dapat dilihat pada gambar 3.2 berikut ini.



Gambar 3.2. Grafik Kurva Karakteristik PEMFC Hasil Simulasi

Dari grafik di atas dapat dilihat bahwa kurva karakteristik hasil simulasi sudah mendekati hasil yang sebenarnya. Namun, ada sedikit perbedaan yang diakibatkan oleh adanya pembulatan angka nol pada program untuk mencegah hasil perhitungan mencapai tak hingga.

### 3.3. Identifikasi Model PEMFC dengan Menggunakan Metode *Least Square*

Dari persamaan model dinamik yang diperoleh sebelumnya, kemudian dilakukan identifikasi untuk mendapatkan model linear. Titik kerja yang diambil untuk identifikasi adalah  $u_{1ss} = 0.22$  mol/detik,  $u_{2ss} = 0.197$  mol/detik dan  $u_{3ss} = 0.549$  A/cm<sup>2</sup>[8].

Pada proses identifikasi model sistem, data masukan dan keluaran sistem akan digunakan untuk memperoleh parameter model sistem dengan menggunakan metode Kuadrat Terkecil (*Least Square*). Pada model PEMFC ini, terdapat 3 masukan yaitu flow H<sub>2</sub>, flow O<sub>2</sub>, dan kerapatan arus  $i$ . Variabel keadaan pada sistem ini adalah tekanan parsial H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, dan H<sub>2</sub>O. Keluaran sistem ini berupa tegangan. Berbagai parameter masukan, variabel keadaan, dan keluaran akan

digunakan untuk membentuk vektor data dan vektor keluaran yang berikutnya digunakan untuk menghitung estimasi parameter model dengan metode Kuadrat Terkecil. Dari data masukan dan keluaran sistem nonlinier, diturunkan model ruang keadaan sistem PEMFC dengan rumusan sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ u_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_3 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_1(2) & x_2(2) & x_3(2) & y(1) \\ x_1(3) & x_2(3) & x_3(3) & y(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1(N) & x_2(N) & x_3(N) & y(N-1) \end{bmatrix}}_{\underline{X}} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(1) & x_2(1) & x_3(1) & u_1(1) & u_2(1) & u_3(1) & 1 \\ x_1(2) & x_2(2) & x_3(2) & u_1(2) & u_2(2) & u_3(2) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1(N-1) & x_2(N-1) & x_3(N-1) & u_1(N-1) & u_2(N-1) & u_3(N-1) & 1 \end{bmatrix}}_{\underline{P}} + \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & a_{41} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & a_{42} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{43} \\ b_{11} & b_{21} & b_{31} & b_{41} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} & b_{42} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} & b_{43} \\ k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \end{bmatrix}}_{\hat{\theta}} \quad (3.6)$$

Model hasil linierisasi yang dianggap dapat mewakili sistem yang sebenarnya adalah model yang diturunkan melalui sistem identifikasi *Least Square* yaitu model *state space* dengan penambahan vektor kompensasi pada persamaan keadaan dan keluaran[1]. Dari persamaan (3.5) dan (3.6) maka dapat diturunkan rumus untuk menghitung nilai parameter-parameter estimasi  $\hat{\theta}$ . Langkah-langkah untuk menghitung nilai parameter estimasi  $\hat{\theta}$  adalah sebagai berikut [5]:

1. Modifikasi fungsi kriteria menjadi

$$\begin{aligned} J_{LS} &= (\underline{X} - \underline{P}\hat{\theta})^T (\underline{X} - \underline{P}\hat{\theta}) \\ &= \underline{X}^T \underline{X} - \hat{\theta}^T \underline{P}^T \underline{X} - \underline{X}^T \underline{P}\hat{\theta} + \hat{\theta}^T \underline{P}^T \underline{P}\hat{\theta} \end{aligned} \quad (3.7)$$

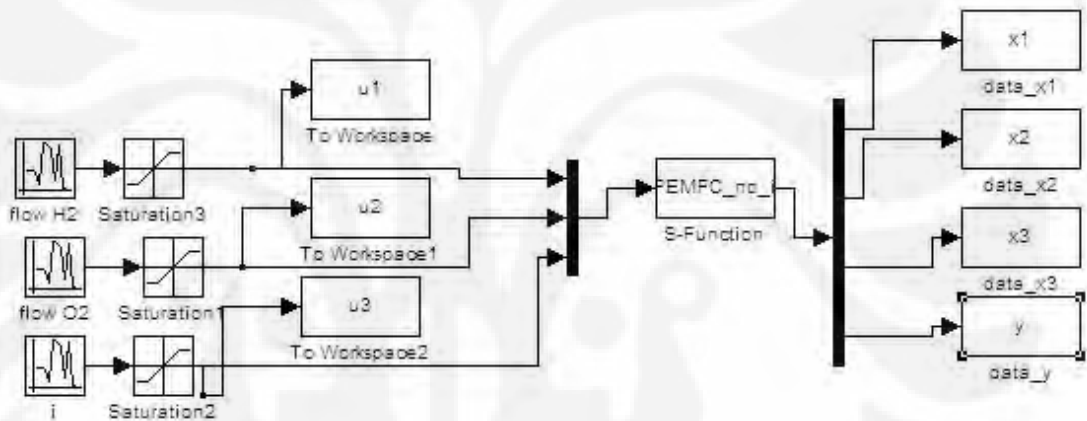
2. Membuat turunan pertama dari  $J_{LS}$  terhadap  $\underline{\theta}$  bernilai nol, maka didapatkan persamaan

$$\left. \frac{\partial J_{LS}(\underline{\theta})}{\partial \underline{\theta}} \right|_{\underline{\theta}=\hat{\underline{\theta}}} = -2\underline{P}^T \underline{X} + 2\underline{P}^T \underline{P} \hat{\underline{\theta}} = 0 \quad (3.8)$$

3. Rumus untuk menghitung nilai parameter estimasi

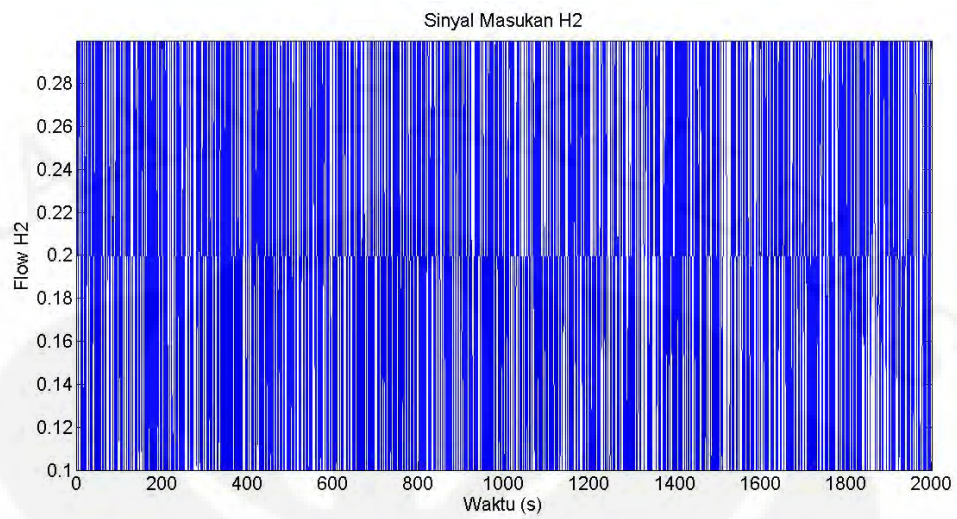
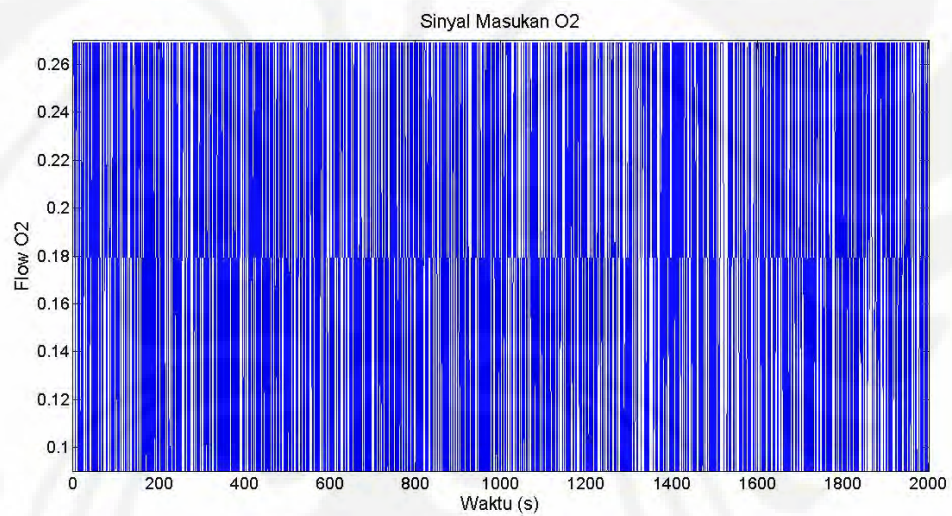
$$\hat{\underline{\theta}} = (\underline{P}^T \underline{P})^{-1} \underline{P}^T \underline{X} \quad (3.9)$$

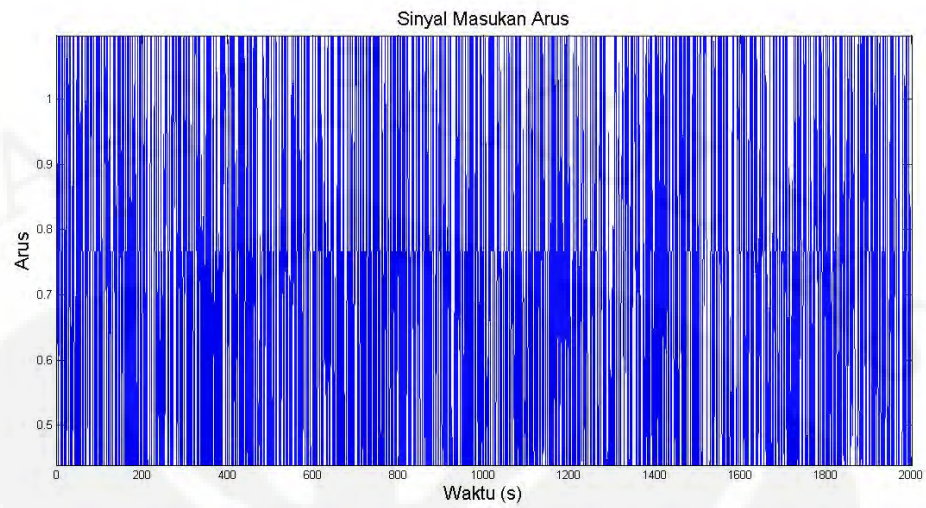
Blok diagram Simulink dari proses pengambilan data masukan, variabel keadaan, dan keluaran untuk membuat model identifikasi dapat dilihat pada gambar 3.3 berikut ini.



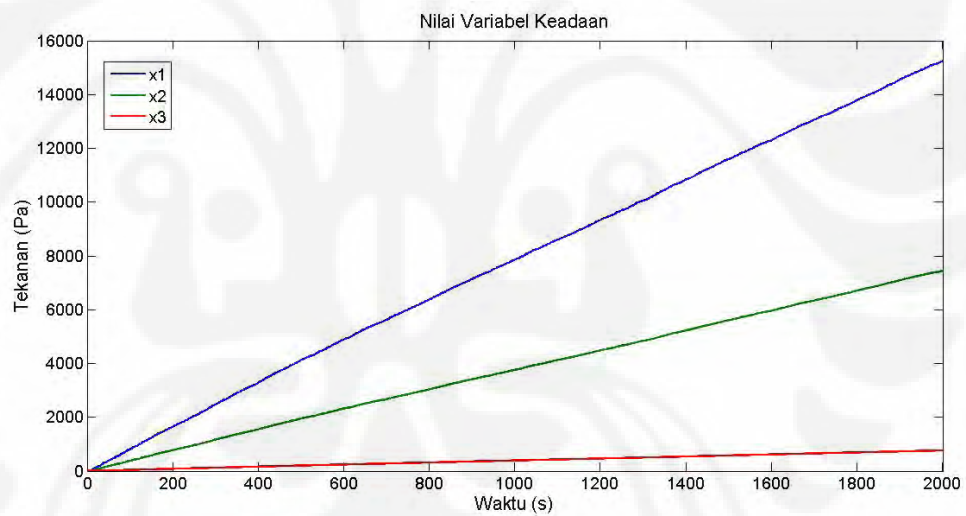
Gambar 3.3. Blok Simulink untuk Pengambilan Data Identifikasi

Pada pengambilan data tersebut, digunakan *Random Number* dengan nilai rata-rata *flow H<sub>2</sub>* sebesar 0,22 dengan variansi 0,3636, nilai rata-rata *flow O<sub>2</sub>* sebesar 0,197 dengan variansi 0,3636, dan nilai rata-rata arus sebesar 0,549 dengan variansi 0,9987 dan *sampling time* sebesar 0,1 detik [8]. Pengambilan data dilakukan sebanyak 2001 data. Data parameter sistem dapat dilihat pada gambar 3.4, gambar 3.5, gambar 3.6, gambar 3.7, dan gambar 3.8 berikut ini.

Gambar 3.4. Sinyal Masukan H<sub>2</sub>Gambar 3.5. Sinyal Masukan O<sub>2</sub>

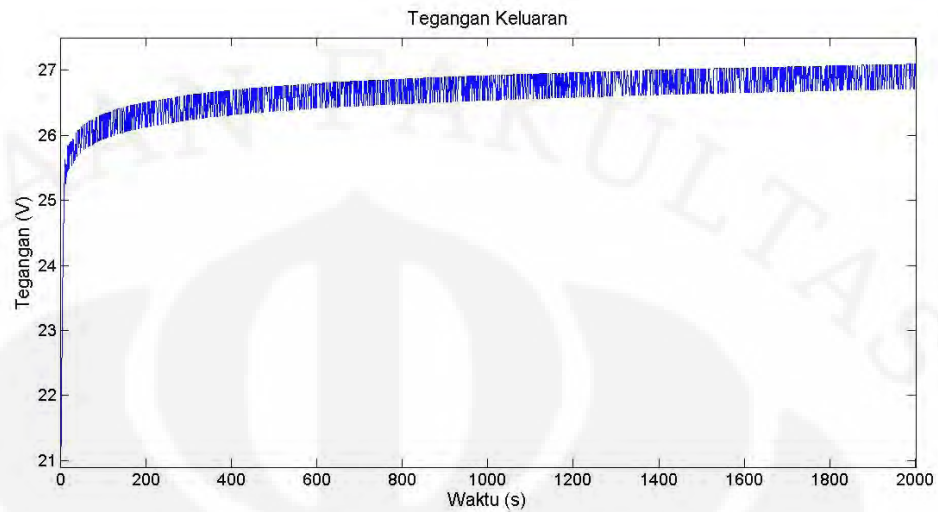


Gambar 3.6. Sinyal Masukan Arus



Gambar 3.7. Nilai Variabel Keadaan





Gambar 3.8. Grafik Tegangan Keluaran

Dari data yang diperoleh dengan menggunakan blok Simulink di atas, dilakukan perhitungan parameter sesuai dengan persamaan (3.9) sehingga diperoleh nilai parameter model berikut ini.

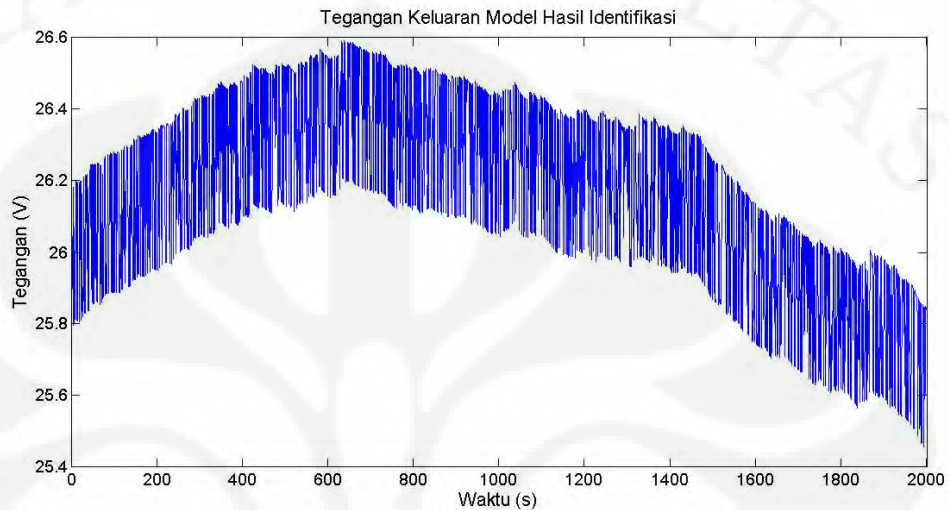
$$\hat{\underline{\theta}} = \begin{bmatrix} 0.9997 & -4.5298e-5 & -5.375e-6 & 0.0028 \\ -1.3549e-4 & 0.9999 & -2.9788e-6 & -0.0012 \\ 0.0053 & 0.0012 & 1.0001 & -0.0439 \\ 42.084 & 0.1143 & 0.0132 & 0.6344 \\ -0.4882 & 21.6643 & -0.1024 & -0.8121 \\ -1.015 & -0.2663 & 0.56 & -0.5587 \\ 0.6664 & 0.1502 & 0.0178 & 26.4224 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Maka, persamaan ruang keadaan diskrit dari model hasil identifikasi dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9997 & -1.3549e-4 & 0.0053 \\ -4.5208e-5 & 0.9999 & 0.0012 \\ -5.375e-6 & -2.9788e-6 & 1.0001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 42.084 & -0.4882 & -1.015 \\ 0.1143 & 21.6643 & -0.2663 \\ 0.0132 & -0.1024 & 0.56 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ u_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.6664 \\ 0.1502 \\ 0.0178 \end{bmatrix}$$

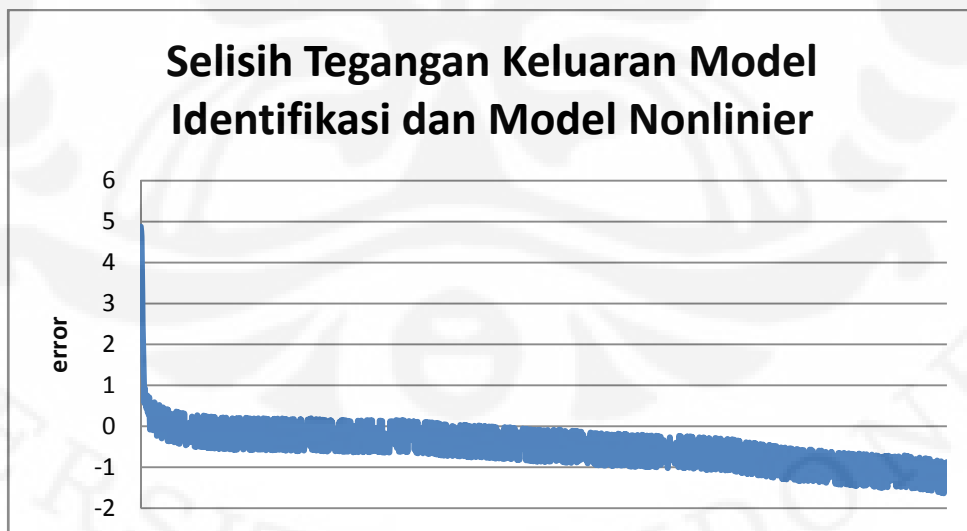
$$y(k) = [0.0028 \quad -0.0012 \quad -0.0439] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + [0.6344 \quad -0.8121 \quad -0.5587] \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ u_3(k) \end{bmatrix} + 26.4224 \quad (3.12)$$

Setelah model ruang keadaan hasil identifikasi diperoleh, dilakukan pengujian model dengan masukan yang sama dengan masukan pada saat identifikasi sistem. Dari hasil simulasi diperoleh grafik hasil tegangan pada gambar 3.9 berikut ini.



Gambar 3.9. Grafik Tegangan Keluaran Model Hasil Identifikasi

Selisih nilai tegangan keluaran model hasil identifikasi dan model nonlinier dapat dilihat pada gambar 3.10 berikut ini.



Gambar 3.10. Grafik Selisih Tegangan Keluaran Model Hasil Identifikasi dengan Model Nonlinier

Dari gambar 3.10 dapat disimpulkan bahwa model hasil identifikasi sudah cukup baik walaupun tidak sepenuhnya dapat merepresentasikan model nonlinier dengan baik. Ini dapat dilihat pada perhitungan *loss function* berikut ini.

$$J_{LS} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 = 0.500845 \quad (3.13)$$

Model hasil identifikasi terdiri dari 3 masukan. Namun, masukan sistem pada model yang sebenarnya hanyalah *flow*  $H_2$  dan *flow*  $O_2$ , sedangkan masukan ketiga yaitu kerapatan arus ( $i$ ), merupakan umpan balik dari tegangan keluaran sistem yang telah dilewatkan pada beban dan dibagi dengan luas area sel aktif. Oleh karena itu, pengendali MPC yang dirancang hanya akan mengeluarkan dua buah sinyal kendali yaitu sinyal kendali *flow*  $H_2$  ( $u_1$ ) dan sinyal kendali *flow*  $O_2$  ( $u_2$ ). Kerapatan arus diubah menjadi fungsi gangguan  $df$ . Dengan demikian, bentuk persamaan dari model identifikasi berubah menjadi:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9997 & -1.3549e-4 & 0.0053 \\ -4.5208e-5 & 0.9999 & 0.0012 \\ -5.375e-6 & -2.9788e-6 & 1.0001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 42.084 & -0.4882 \\ 0.1143 & 21.6643 \\ 0.0132 & -0.1024 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1.015 \\ -0.2663 \\ 0.56 \end{bmatrix} df(k) + \begin{bmatrix} 0.6664 \\ 0.1502 \\ 0.0178 \end{bmatrix}$$

$$y(k) = [0.0028 \quad -0.0012 \quad -0.0439] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + [0.6344 \quad -0.8121] \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix} - 0.5587 df(k) + 26.4224 \quad (3.14)$$

### 3.4. Uji *Observability* & *Controllability*

Uji *observability* dan *controllability* dari suatu model dilakukan untuk menentukan kelayakan model tersebut untuk dijadikan model dasar perancangan suatu pengendali. Uji *observability* bertujuan untuk mengetahui apakah sistem tersebut benar-benar dapat diobservasi dan untuk mengetahui apakah *state-state* yang diobservasi tersebut dapat mewakili keadaan sistem yang sebenarnya.

Sedangkan uji *controllability* bertujuan untuk menentukan apakah sistem yang diwakili oleh model tersebut dapat dikendalikan oleh sebuah pengendali.

Asumsikan bahwa model ruang keadaan sistem PEMFC yang ditunjukkan pada persamaan (3.12) dapat diwakili oleh persamaan berikut [2]:

$$x((k+1)T) = Ax(kT) + Bu(kT) \quad (3.15)$$

$$y(kT) = Cx(kT) \quad (3.16)$$

Agar uji *observability* dari suatu sistem dapat dilakukan, langkah yang harus dilakukan adalah membentuk matriks *observability* seperti yang ditunjukkan oleh persamaan berikut:

$$\left[ C^T : A^T C^T : \dots : (A^T)^{n-1} C^T \right] \quad (3.17)$$

dimana : n adalah jumlah state yang dimiliki oleh sebuah sistem.

Suatu sistem dinyatakan *observable* jika matriks *observability* memiliki rank sebanyak n (jumlah state)

Substitusi nilai matriks C dan A persamaan (3.15) & (3.16) ke dalam persamaan (3.17), akan menghasilkan matriks *observability* berikut ini;

$$obsv = \begin{bmatrix} 0.0028 & -0.0012 & -0.0439 \\ 0.0028 & -0.0012 & -0.0439 \\ 0.0028 & -0.0012 & -0.0439 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Rank dari matriks obsv adalah 3 dan jumlah state yang digunakan dalam model *state space* di atas adalah 3. Dengan demikian sistem bersifat *Observable* sempurna.

Untuk melakukan uji controllability dari suatu sistem, langkah yang harus dilakukan adalah membentuk matriks *controllability* seperti yang ditunjukkan oleh persamaan berikut:

$$[B:AB:\dots:A^{n-1}B] \quad (3.19)$$

dimana :

$n$  adalah jumlah *state* yang dimiliki oleh sebuah sistem.

Suatu sistem *controllable* jika matriks *controllability* memiliki *rank* sebanyak  $n$  (jumlah *state*)

Substitusi nilai matriks  $B$  dan  $A$  persamaan (3.15) & (3.16) ke dalam persamaan (3.19), akan menghasilkan matriks *controllability* berikut ini.

$$ctrb = \begin{bmatrix} 42.084 & -0.4882 & -1.015 & 42.0714 & -0.4915 & -1.0117 & 42.0589 & -0.4949 & -1.0084 \\ 0.1143 & 21.6643 & -0.2663 & 0.1124 & 21.662 & -0.2656 & 0.1105 & 21.6598 & -0.2648 \\ 0.0132 & -0.1024 & 0.56 & 0.013 & -0.1025 & 0.5601 & 0.0127 & -0.1025 & 0.5601 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

*Rank* dari matriks  $ctrb$  adalah 3 dan jumlah *state* yang digunakan dalam model *state space* di atas adalah 3. Dengan demikian sistem bersifat *Controllable* sempurna.

### 3.5. Penurunan Persamaan Sinyal Kendali

Struktur model yang akan dikendalikan[2]:

$$\begin{aligned} \underline{x}(k+1) &= \underline{A}\underline{x}(k) + \underline{B}\underline{u}(k) + \underline{B}_d df(k) + \underline{K}_x \\ \underline{y}(k) &= \underline{C}\underline{x}(k) + \underline{D}\underline{u}(k) + \underline{D}_d df(k) + \underline{K}_y \end{aligned} \quad (3.21)$$

Berikut ini adalah gambaran umum perhitungan variabel keadaan dan keluaran prediksi dengan menggunakan MPC pada model yang mengandung gangguan pada persamaan variabel keadaan dan keluarannya. Karena model linier yang digunakan mengandung matriks  $D$  (*directfeedthrough*) pada persamaan keluarannya, maka panjang horizon untuk prediksi dan sinyal kendali adalah sama ( $H_p=H_u$ ) [2]. *Directfeedthrough* adalah kondisi sistem di mana keluaran

sistem langsung dimasukkan/diumpanbalik ke dalam pengendali. Pada penurunan sinyal kendali untuk model hasil identifikasi, gangguan yang diasumsikan adalah selisih keluaran tegangan saat ini dengan tegangan sebelumnya. Pada sistem sebenarnya, gangguan berupa perubahan arus akibat perubahan beban. Namun, untuk simulasi ini, beban diasumsikan tetap. Karena tegangan berbanding lurus dengan arus, maka asumsi ini masih dapat digunakan. Untuk *prediction horizon* ( $H_p$ ) dan *control horizon* ( $H_u$ ) = 3, penurunan matematis untuk perhitungan *error*  $E(k)$  ditunjukkan pada persamaan berikut ini[2]:

$$\begin{aligned}
 x(k+1|k) &= Ax(k) + Bu(k) + B_d d(k) + K_x \\
 x(k+2|k) &= Ax(k+1) + Bu(k+1) + B_d d(k+1) + K_x \\
 &= A^2 x(k) + ABu(k) + AB_d d(k) + AK_x + Bu(k+1) + B_d d(k+1) + K_x \\
 x(k+3|k) &= Ax(k+2) + Bu(k+2) + B_d d(k+2) + K_x \\
 &= A^3 x(k) + A^2 Bu(k) + A^2 B_d d(k) + A^2 K_x + ABu(k+1) + AB_d d(k+1) + AK_x + Bu(k+2) + B_d d(k+2) + K_x \\
 \\
 y(k+1|k) &= Cx(k+1) + Du(k+1) + D_d d(k+1) + K_y \\
 &= CAx(k) + CBu(k) + CB_d d(k) + CK_x + Du(k+1) + D_d d(k+1) + K_y \\
 y(k+2|k) &= Cx(k+2) + Du(k+2) + D_d d(k+2) + K_y \\
 &= CA^2 x(k) + CABu(k) + CAB_d d(k) + CAK_x + CBu(k+1) + CB_d d(k+1) + CK_x + Du(k+2) + D_d d(k+2) + K_y \\
 y(k+3|k) &= Cx(k+3) + Du(k+3) + D_d d(k+3) + K_y \\
 &= CA^3 x(k) + CA^2 Bu(k) + CA^2 B_d d(k) + CA^2 K_x + CABu(k+1) + CAB_d d(k+1) + CAK_x + CBu(k+2) + CB_d d(k+2) \\
 &\quad + CK_x + Du(k+3) + D_d d(k+3) + K
 \end{aligned}$$

dimana;

$$\begin{aligned}
 u(k|k) &= \Delta u(k|k) + u(k-1) \\
 u(k+1|k) &= \Delta u(k+1|k) + \Delta u(k|k) + u(k-1) \\
 u(k+2|k) &= \Delta u(k+2|k) + \Delta u(k+1|k) + \Delta u(k|k) + u(k-1) \\
 u(k+i|k) &= u(k+H-1|k), \text{ for } i \geq H
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d(k|k) &= y(k) - y(k|k-1) \\
 d(k|k) &= d(k+1|k) = d(k+2|k);
 \end{aligned}$$

(3.22)

Dari penjabaran persamaan di atas, dapat dirumuskan dalam bentuk perkalian dan penjumlahan matriks untuk persamaan keluaran sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} y(k+1|k) \\ y(k+2|k) \\ y(k+3|k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} CB+D \\ CAB+CB+D \\ CA^2B+CAB+CB+D \end{bmatrix} u(k-1) + \begin{bmatrix} CB+D & D & 0 \\ CAB+CB+D & CB+D & D \\ CA^2B+CAB+CB+D & CAB+CB+D & CB+D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \Delta u(k+2|k) \end{bmatrix} \\
&\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{C_y \varphi} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{C_y \Gamma} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{C_y \theta} \\
&+ \begin{bmatrix} CB_d & D_d & 0 \\ CAB_d & CB_d & D_d \\ CA^2B_d & CAB_d & CB_d + D_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d(k|k) \\ d(k+1|k) \\ d(k+2|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} CK_x \\ CAK_x + CK_x \\ CA^2K_x + CAK_x + CK_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_y \\ K_y \\ K_y \end{bmatrix} \\
&\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{C_y D_w} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{C_y \alpha} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\beta}
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Persamaan matematis dari matriks  $E(k)$  adalah sebagai berikut

$$\mathbf{E}(k) = \mathbf{T}(k) - \mathbf{C}_y \mathbf{\Psi} x(k) - \mathbf{C}_y \mathbf{\Gamma} u(k-1) - \mathbf{C}_y \mathbf{D}_w d(k) - \mathbf{C}_y \mathbf{\alpha} - \beta \tag{3.24}$$

Perhitungan selanjutnya sesuai dengan urutan strategi perhitungan sinyal kendali yang telah diuraikan pada subbab 2.2.1.

### 3.6. Perhitungan Sinyal Kendali

Berikut ini adalah contoh langkah-langkah yang dilakukan untuk perhitungan sinyal kendali dengan metode MPC tanpa *constraints*. Parameter-parameter pengendali yang digunakan adalah sebagai berikut:

- Nilai *control horizon* ( $Hu$ ) = 3
- Nilai *prediction horizon* ( $Hp$ ) = 3
- Faktor Bobot Kesalahan  $Q = I_3$
- Faktor Bobot perubahan sinyal kendali  $R = I_6$
- Trayektori acuan (*set point*)  $r(k) = 24$
- Matriks variabel keadaan:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.9997 & -1.3549e-4 & 0.0053 \\ -4.5208e-5 & 0.9999 & 0.0012 \\ -5.375e-6 & -2.9788e-6 & 1.0001 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 42.084 & -0.4882 \\ 0.1143 & 21.6643 \\ 0.0132 & -0.1024 \end{bmatrix}, \mathbf{Bd} = \begin{bmatrix} -1.015 \\ -0.2663 \\ 0.56 \end{bmatrix}$$

$$C = [0.0028 \quad -0.0012 \quad -0.0439], D = [0.6344 \quad -0.8121], Dd = [-0.5587]$$

$$K_x = \begin{bmatrix} 0.6664 \\ 0.1502 \\ 0.0178 \end{bmatrix}, \quad K_y = [26.4224]$$

Langkah perhitungan untuk mendapatkan sinyal kendali menggunakan algoritma MPC tanpa *constraint* adalah sebagai berikut:

1. Menghitung matriks yang ada dalam persamaan ruang keadaan MPC (3.23), yaitu matriks  $\underline{C}_y \underline{\Psi}$ ,  $\underline{C}_y \underline{\Gamma}$ ,  $\underline{C}_y \underline{\Theta}$ ,  $\underline{C}_y \underline{D}_w$ ,  $\underline{C}_y \underline{\alpha}$  dan  $\beta$  dengan menggunakan persamaan (3.22)

$$\underline{C}_y \underline{\Psi} = \begin{bmatrix} 0.0028 & -0.0012 & -0.0439 \\ 0.0028 & -0.0012 & -0.0439 \\ 0.0028 & -0.0012 & -0.0439 \end{bmatrix} \quad \underline{C}_y \underline{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0.7515 & -0.835 \\ 0.8686 & -0.8578 \\ 0.9857 & -0.8807 \end{bmatrix}$$

$$\underline{C}_y \underline{\Theta} = \begin{bmatrix} 0.7515 & -0.835 & 0.6344 & -0.8121 & 0 & 0 \\ 0.8686 & -0.8578 & 0.7515 & -0.835 & 0.6344 & -0.8121 \\ 0.9857 & -0.8807 & 0.8686 & -0.8578 & 0.7515 & -0.835 \end{bmatrix}$$

$$\underline{C}_y \underline{D}_w = \begin{bmatrix} -0.0271 & -0.5587 & 0 \\ -0.0271 & -0.0271 & -0.5587 \\ -0.0271 & -0.0271 & -0.5587 \end{bmatrix}$$

$$\underline{C}_y \underline{\alpha} = \begin{bmatrix} 9.0426e-4 \\ 0.0018 \\ 0.0027 \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} 26.4224 \\ 26.4224 \\ 26.4224 \end{bmatrix}$$

2. Menghitung nilai matriks  $E(k)$  dengan menggunakan persamaan (3.24). Untuk  $k=1$ ,  $x[1]=[0 \ 0 \ 0]^T$ ,  $u(0)=[0 \ 0]^T$ ,  $y(1)=0$ ,  $y(k/k-1)=0$ , maka dapat dihitung sebagai berikut:



$$d(1/1)=y(1)-y(1/0)= 0-0 = 0$$

$$E(1) = \begin{pmatrix} 24 \\ 24 \\ 24 \end{pmatrix} - Cy\psi \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - Cy\Gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - CyDw \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - Cy\alpha - \beta = \begin{pmatrix} -2.4233 \\ -2.4242 \\ -2.4251 \end{pmatrix}$$

3. Kemudian, nilai matriks  $G$  dan  $H$  masing-masing dihitung dengan menggunakan persamaan (2.36), dan (2.37).

$$\underline{H} = (\underline{C}_y \underline{\Theta})^T \underline{Q} \underline{C}_y \underline{\Theta} + \underline{R} \quad (2.36)$$

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} 3.2908 & -2.2708 & 1.9857 & -2.2159 & 1.2918 & -1.5284 \\ -2.2708 & 3.2771 & -1.9647 & 2.2166 & -1.206 & 1.432 \\ 1.9857 & -1.9647 & 2.7217 & -1.9178 & 1.1295 & -1.3356 \\ -2.2159 & 2.2166 & -1.9178 & 3.161 & -1.9997 & 1.4269 \\ 1.2918 & -1.206 & 1.1295 & -1.997 & 1.9672 & -1.1427 \\ -1.5284 & 1.432 & -1.3352 & 1.4269 & -1.1427 & 2.3567 \end{bmatrix}$$

Nilai matriks  $G$  akan diperbarui setiap waktu seiring dengan perubahan vektor kesalahan  $E(k)$  yang terjadi. Untuk  $k=1$ :

$$\underline{G} = 2(\underline{\Theta} \underline{C}_y)^T \underline{Q} \underline{E}(1) \quad (2.37)$$

$$\underline{G} = \begin{bmatrix} -12.6344 \\ 12.6713 \\ -10.9311 \\ 12.3388 \\ -6.7208 \\ 7.9873 \end{bmatrix}$$

4. Kemudian dilakukan perhitungan perubahan sinyal kendali optimal dengan menggunakan persamaan (2.39). Untuk  $k=1$ , nilai sinyal kendali optimal yang didapat adalah:

$$\begin{aligned} \Delta u(1)_{opt} &= 0.5 * H^{-1}G \\ &= 0.5 * \begin{bmatrix} 3.2908 & -2.2708 & 1.9857 & -2.2159 & 1.2918 & -1.5284 \\ -2.2708 & 3.2771 & -1.9647 & 2.2166 & -1.206 & 1.432 \\ 1.9857 & -1.9647 & 2.7217 & -1.9178 & 1.1295 & -1.3356 \\ -2.2159 & 2.2166 & -1.9178 & 3.161 & -1.9997 & 1.4269 \\ 1.2918 & -1.206 & 1.1295 & -1.997 & 1.9672 & -1.1427 \\ -1.5284 & 1.432 & -1.3352 & 1.4269 & -1.1427 & 2.3567 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -12.6344 \\ 12.6713 \\ -10.9311 \\ 12.3388 \\ -6.7208 \\ 7.9873 \end{bmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -0.5993 \\ 0.6634 \\ -0.5102 \\ 0.6309 \\ -0.1332 \\ 0.1671 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Setelah itu dilakukan perhitungan sinyal kendali dengan menggunakan persamaan:

$$u(k) = \Delta u(k) + u(k-1) \quad (3.25)$$

$$u(1) = \Delta u(1) + u(0) = \begin{pmatrix} -0.5993 \\ 0.6634 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.5993 \\ 0.6634 \end{pmatrix}$$

Nilai  $\Delta u(1)_{opt}$  yang digunakan hanya 2 nilai awal yaitu nilai prediksi sinyal kendali *flow* H<sub>2</sub> dan *flow* O<sub>2</sub> dan nilai yang lain dibuang.

Nilai keluaran dapat dihitung dengan persamaan (3.24), untuk  $y(1)$  nilainya adalah:

$$y(1) = Cy\Psi * x(1) + Cy\Gamma * u(0) + Cy\Theta * \Delta u(1)_{opt} + CyDw * d(0|0) + Cy\alpha + \beta = \begin{pmatrix} 24.5564 \\ 24.1789 \\ 24.0255 \end{pmatrix}$$

## BAB 4

### PENGUJIAN DAN ANALISA HASIL SIMULASI

Bab ini membahas penjelasan algoritma dan analisa hasil uji simulasi pengendalian PEMFC dengan menggunakan model hasil identifikasi yang telah dikerjakan sebelumnya. Perancangan pengendali yang dibuat adalah pengendali *Model Predictive Control* (MPC) tanpa *constraint* dengan menggunakan beberapa parameter penalaan yang divariasikan. Simulasi dilakukan dengan menggunakan bantuan *tool* pada MATLAB R2008a yaitu Simulink dengan perancangan program pengendali dan model identifikasi menggunakan C-MEX S-FUNCTION. Seluruh blok Simulink yang digunakan dalam perancangan pengendali dan model identifikasi ini dapat dilihat pada lampiran.

#### 4.1. Algoritma *Delay* untuk Menentukan Sinyal Acuan Berikutnya

Pada perancangan pengendali MPC, diperlukan adanya penentuan sinyal acuan berikutnya (*future reference trajectory*) untuk menentukan besar *error* yang terjadi, kemudian digunakan untuk menghitung matriks  $G$ . Matriks  $G$  ini akan mempengaruhi nilai  $\Delta u$  optimal.

Algoritma *delay* pada perancangan MPC tanpa *constraint* dalam C-MEX S-FUNCTION adalah sebagai berikut.

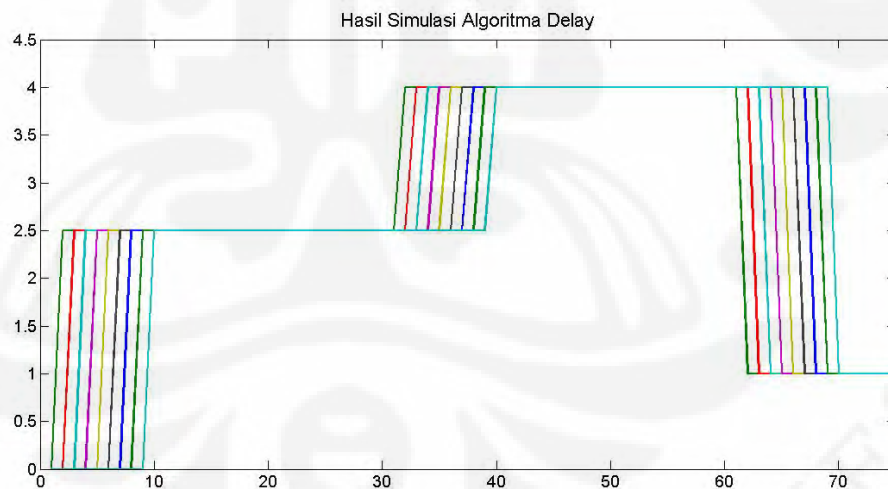
```
for (i1=Hp+4; i1>4; i1--)  
{  
    x[i1]=x[i1-1];  
}
```

Nilai 4 pada algoritma di atas bernilai relatif terhadap jumlah *state*  $x$  yang telah digunakan pada bagian lain dalam program. Karena pada program ini, ada 4 *state* yang telah digunakan maka nilai yang diambil adalah 4.  $H_p$  yang

digunakan pada algoritma di atas bernilai 10. *State* dari algoritma *delay* di atas dapat diperjelas sebagai berikut.

- $x[14]=x[13]$
- $x[13]=x[12]$
- $x[12]=x[11]$
- $x[11]=x[10]$
- $x[10]=x[9]$
- $x[9]=x[8]$
- $x[8]=x[7]$
- $x[7]=x[6]$
- $x[6]=x[5]$
- $x[5]=x[4]$

Pada program yang telah dibuat, algoritma *delay* dapat dilihat pada gambar 4.1 berikut ini.



Gambar 4.1. Hasil Simulasi Algoritma *Delay*

Pada awalnya nilai semua *state* didefinisikan 0. Dengan adanya pendefinisian 0 dan algoritma *delay*, maka nilai sinyal acuan berikutnya dapat diprediksi.

Grafik paling kiri pada gambar 4.1 menunjukkan sinyal referensi. Karena adanya algoritma di atas, maka nilai sinyal acuan berikutnya dapat diperoleh. Hal ini dapat dilihat pada program perhitungan *error* berikut ini.

```
for (i1=0;i1<Hp;i1++) {
    E[i1]=x[i1+4]-Cz_psi_x[i1]-
    Cz_gamma_ubefore[i1]-Cz_beta[i1];
}
```

Pada program tersebut, seiring berjalannya waktu, nilai sinyal acuan yang digunakan adalah sinyal *setpoint* yang tidak ter-*delay*. Namun, *state x* yang digunakan adalah *state* yang telah ter-*delay* berikutnya. Dengan demikian, pada *state* yang ter-*delay*, nilai yang digunakan adalah nilai sinyal *setpoint* yang tidak ter-*delay*. Maka, seiring dengan berjalannya waktu simulasi dan pengulangan (*looping*) yang terjadi, nilai sinyal acuan yang digunakan merupakan prediksi dari sinyal acuan yang tidak ter-*delay* dan penjejakan *setpoint* yang dilakukan sebanyak nilai *prediction horizon (Hp)* yang telah didefinisikan sebelumnya.

Pada *loop* pertama (grafik merah pada gambar 4.1), 10 nilai prediksi *setpoint* diambil dari *setpoint* yang tidak ter-*delay* (grafik hijau paling kiri pada gambar 4.1) maka nilai *setpoint* prediksi yang diperoleh adalah 10 nilai dari 1 sampai 10. Pada *loop* kedua (warna biru muda pada gambar 4.1), 10 nilai prediksi berikutnya kembali diambil dari *setpoint* yang tidak ter-*delay*. Karena adanya *delay* (dapat dilihat pada grafik biru muda yang lebih lambat dari grafik merah), maka nilai *setpoint* prediksi yang diperoleh adalah 2 sampai 11. Selanjutnya proses tersebut sama hingga mencapai nilai maksimum *Hp*. Hal ini sesuai dengan teori pada bab 2 yang menyatakan bahwa perhitungan *error* menggunakan sinyal acuan berikutnya (*future reference trajectory*).

#### 4.2.State yang Digunakan pada Perancangan Pengendali

*State* yang digunakan dalam program perancangan MPC tanpa *constraint* pada model identifikasi PEMFC berjumlah 13 *state* dengan nilai *Hp* dan *Hu* sebesar 3.

Karena perancangan pengendali MPC tanpa *constraint* yang dilakukan adalah pengendali diskrit, maka *state* yang digunakan juga berupa *state* diskrit dengan rincian sebagai berikut.

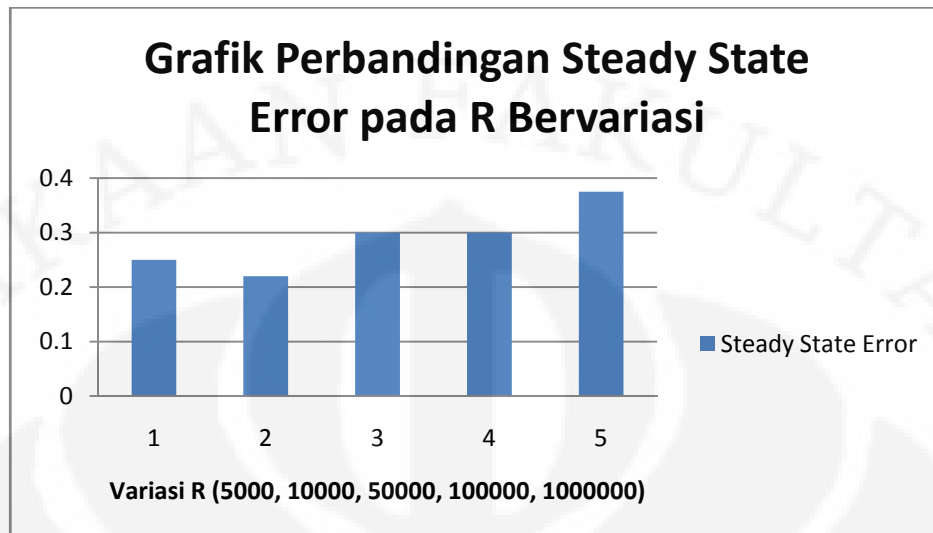
- $x[0]$  digunakan sebagai umpan balik *state* tekanan parsial  $H_2$  dari model identifikasi
- $x[1]$  digunakan sebagai umpan balik *state* tekanan parsial  $O_2$  dari model identifikasi
- $x[2]$  digunakan sebagai umpan balik *state* tekanan parsial  $H_2O$  dari model identifikasi
- $x[3]$  digunakan sebagai umpan balik nilai tegangan keluaran model identifikasi saat ini yang kelak digunakan untuk menghitung nilai gangguan pada pengendali
- $x[4]$  digunakan sebagai nilai tegangan 1 langkah sebelumnya. *State* ini digunakan dalam algoritma *model update* pada C-MEX S-FUNCTION untuk membuat nilai tegangan saat ini menjadi tegangan 1 langkah sebelumnya pada langkah perhitungan berikutnya (*update* nilai tegangan)
- $x[5]$  digunakan sebagai keluaran sinyal kendali  $H_2$  optimal saat ini hasil penjumlahan antara perubahan sinyal kendali optimal dengan sinyal kendali 1 langkah sebelumnya
- $x[6]$  digunakan sebagai nilai sinyal kendali  $H_2$  1 langkah sebelumnya. *State* ini digunakan dalam algoritma *model update* pada C-MEX S-FUNCTION untuk membuat nilai *state* saat ini menjadi sinyal kendali  $H_2$  1 langkah sebelumnya pada langkah perhitungan berikutnya (*update* nilai sinyal kendali  $H_2$  optimal)
- $x[7]$  digunakan sebagai keluaran sinyal kendali  $O_2$  optimal hasil penjumlahan antara perubahan sinyal kendali optimal dengan sinyal kendali 1 langkah sebelumnya
- $x[8]$  digunakan sebagai nilai sinyal kendali  $O_2$  1 langkah sebelumnya. *State* ini digunakan dalam algoritma *model update* pada C-MEX S-

FUNCTION untuk membuat nilai *state* saat ini menjadi sinyal kendali  $O_2$  1 langkah sebelumnya pada langkah perhitungan berikutnya (*update* nilai sinyal kendali  $O_2$  optimal)

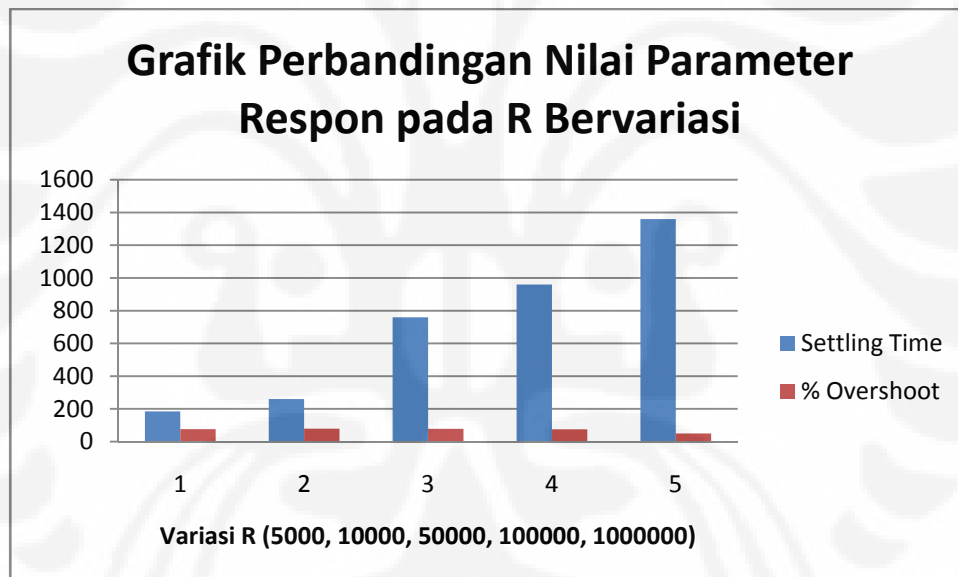
- $x[9]$  digunakan sebagai *state* untuk *setpoint* yang diberikan pada pengendali MPC tanpa *constraint*
- $x[10]$  digunakan sebagai *state* ter-*delay* 1 langkah dari *setpoint* sesuai dengan penjelasan pada algoritma *delay* sebelumnya
- $x[11]$  digunakan sebagai *state* ter-*delay* 2 langkah dari *setpoint* sesuai dengan penjelasan pada algoritma *delay* sebelumnya
- $x[12]$  digunakan sebagai *state* ter-*delay* 3 langkah dari *setpoint* sesuai dengan penjelasan pada algoritma *delay* sebelumnya

#### 4.3. Analisa Variasi Nilai Matriks Faktor Bobot Perubahan Sinyal Kendali $R$ dan Nilai Matriks $Q$ Tetap

Variasi nilai matriks faktor bobot perubahan sinyal kendali  $R$  pada simulasi ini bertujuan untuk mengamati pengaruh nilai matriks tersebut terhadap respon pengendalian MPC pada sistem PEMFC hasil identifikasi. Pada simulasi ini, nilai *prediction horizon* ( $H_p$ ) dan nilai *control horizon* ( $H_u$ ) sebesar 3, sedangkan nilai matriks  $Q$  konstan sebesar  $10 I_{H_p}$ . Variasi nilai matriks  $R$  yang diberikan pada simulasi ini adalah 1000, 5000, 10000, 50000, 100000, 1000000. Simulasi dijalankan selama 10000 detik dengan nilai *sampling time* pengendali dan model sebesar 0.1 detik. Berikut ini perbandingan nilai parameter respons sistem.



Gambar 4.2. Grafik Perbandingan *Steady State Error* pada  $R$  Bervariasi

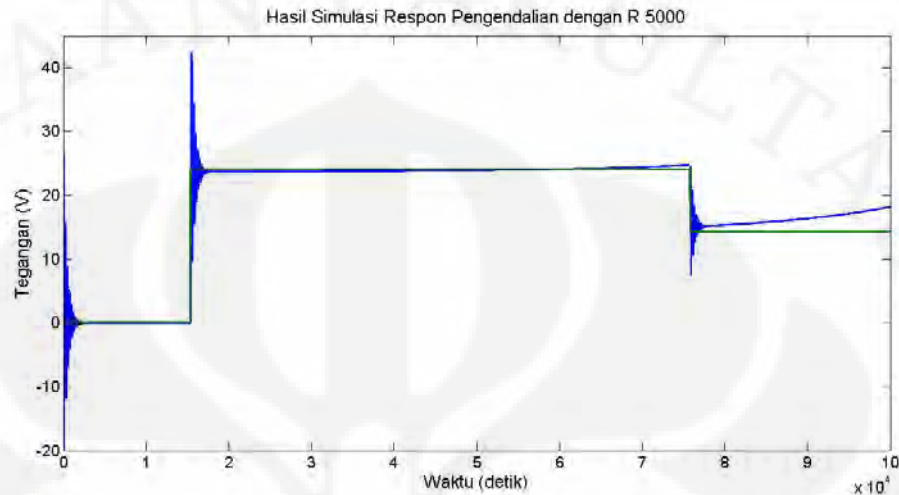


Gambar 4.3. Perbandingan Nilai Parameter Respon Sistem dengan  $R$  bervariasi

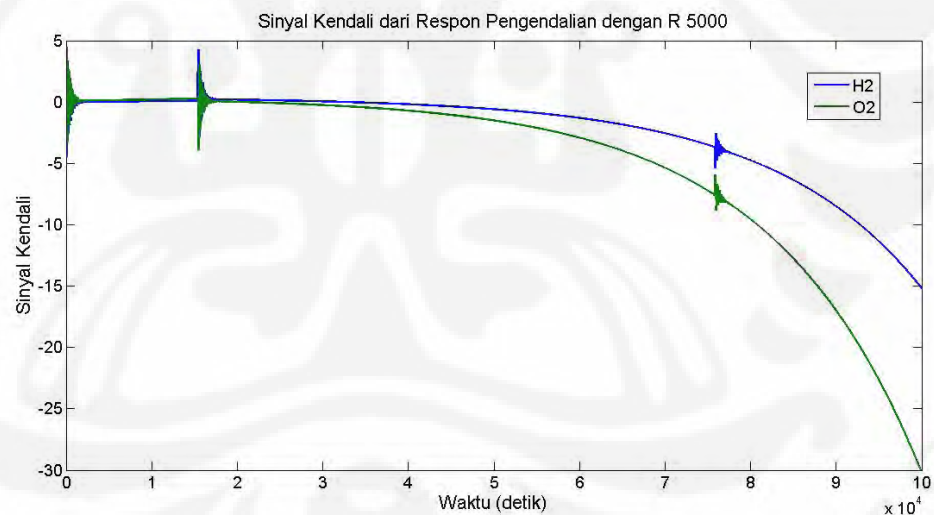
Dari perbandingan di atas nilai parameter matriks  $R$  terbaik terdapat pada  $R=5000 I_6$  dengan nilai *settling time*, *%overshoot*, dan *steady state error* yang masih cukup baik yakni  $T_s= 184.7$  detik,  $\% OS=76.04\%$ , dan *steady state error* sebesar 0.25. Pada  $R=1000 I_6$ , nilai *settling time* tidak ada dan *error steady state* semakin lama dapat mencapai tak hingga karena sistem tidak pernah mencapai kestabilan. Dengan demikian, pengendali MPC tanpa *constraint* ini tidak dapat



mengendalikan sistem dengan baik di semua nilai  $R$ . Grafik respon sistem untuk  $R=5000 I_6$  dan  $Q=10I_{Hp}$  dapat dilihat pada gambar 4.4 berikut ini.



Gambar 4.4. Hasil Simulasi Respon Tegangan pada Pengendalian dengan  $R5000$   
Grafik sinyal kendali dari respon pada gambar 4.4 dapat dilihat pada gambar 4.5 berikut ini.

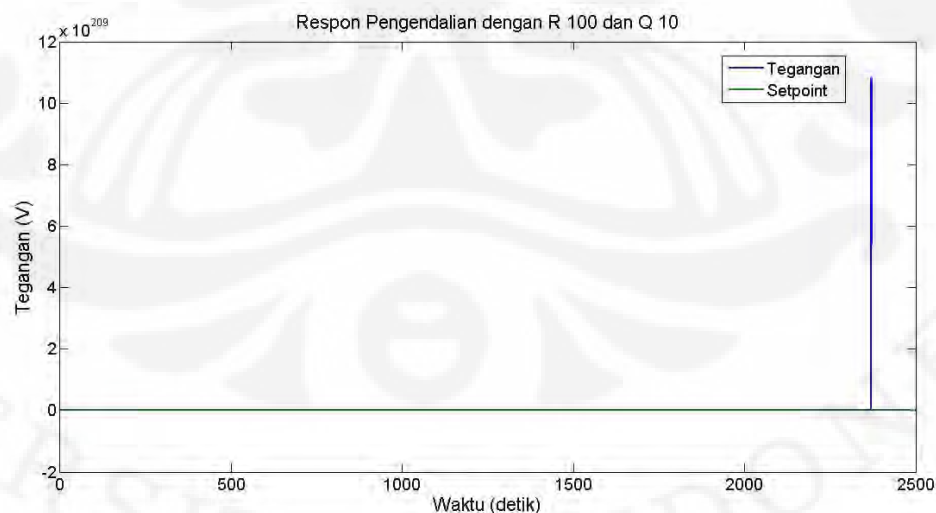


Gambar 4.5 Sinyal Kendali dari Respon Pengendalian dengan  $R 5000$

Dari kedua grafik di atas dapat dilihat bahwa hasil penjejukan sinyal acuan sudah cukup baik. Namun, masih terdapat banyak kekurangan apabila pengendali ini diterapkan langsung pada alat. Hal ini disebabkan oleh nilai sinyal kendali dan respon tegangan yang dapat mencapai nilai negatif. Padahal,

dalam realisasinya, sinyal kendali negatif tidak mungkin ada karena tekanan parsial tidak mungkin bernilai negatif. Selain itu, perbandingan nilai parameter respon sistem menunjukkan % *overshoot* yang buruk karena dapat merusak sistem akibat perubahan respon yang besar. Respon pengendalian juga mengalami osilasi serta masih memiliki *steady state error*. Hal ini disebabkan oleh nilai parameter yang belum cukup baik,  $H_p$  dan  $H_u$  yang bernilai kecil, model identifikasi yang tidak sepenuhnya dapat merepresentasikan sistem nonlinier yang sebenarnya, dan kekurangan yang dimiliki oleh pengendali MPC tanpa *constraint*. Oleh karena itu, pengendali MPC tanpa *constraint* yang dirancang dalam skripsi ini masih kurang *robust*.

Pengaruh nilai matriks  $R$  pada pengendali MPC tanpa *constraint* menyebabkan nilai perubahan sinyal kendali yang berubah-ubah. Semakin besar nilai  $R$  yang diberikan, maka sinyal kendali yang diberikan ke sistem akan semakin ditekan. Pada nilai  $R$  yang semakin kecil, sinyal kendali semakin dilepas sehingga sinyal kendali akan diberikan lebih cepat dibandingkan dengan nilai  $R$  yang lebih besar serta memiliki amplitudo yang lebih besar. Hal ini dapat dilihat pada gambar 4.6 di mana respon yang terjadi mencapai tak hingga.

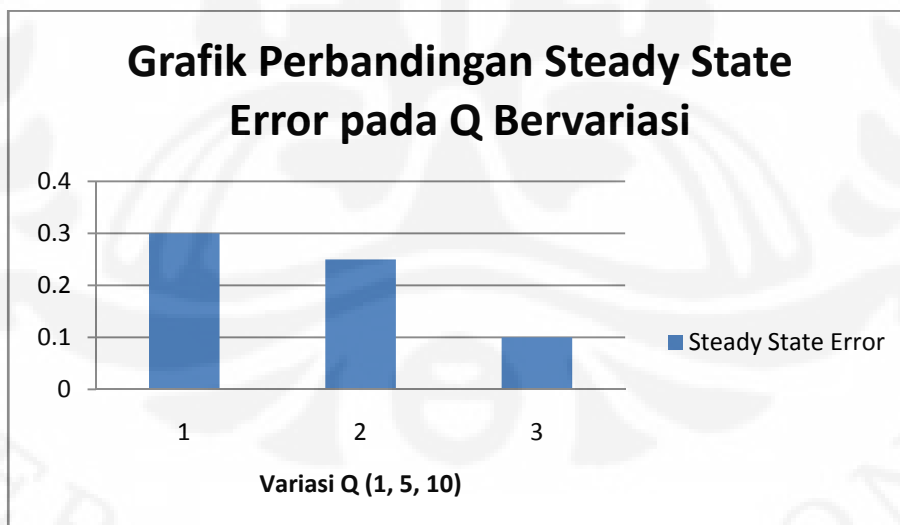


Gambar 4.6. Tegangan Respon Pengendalian dengan  $R$  100 dan  $Q$  10

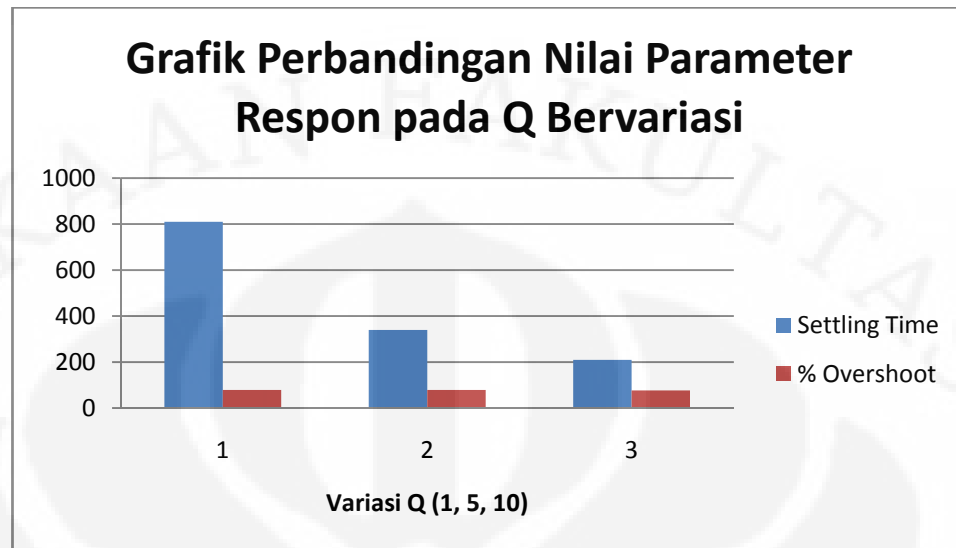
Dari gambar 4.6 dapat dilihat bahwa respon sistem mencapai tak hingga. Hal ini disebabkan oleh tidak dibatasinya sinyal kendali sehingga respon sistem mengalami kenaikan yang sangat tinggi. Hal ini tentunya sangat berbahaya bila diaplikasikan karena dapat merusak sistem. Oleh karena itu, diperlukan adanya skema pengendali MPC yang memperhitungkan batas (*constraint*) dari suatu sistem untuk menanggulangi permasalahan tersebut.

#### 4.4. Analisa Variasi Nilai Faktor Bobot Kesalahan Prediksi $Q$ bervariasi dan Nilai $R$ Tetap

Variasi nilai matriks faktor bobot kesalahan prediksi  $Q$  pada simulasi ini bertujuan untuk mengamati pengaruh nilai matriks tersebut terhadap respon pengendalian MPC pada sistem PEMFC hasil identifikasi. Pada simulasi ini, nilai *prediction horizon* ( $H_p$ ) dan nilai *control horizon* ( $H_u$ ) sebesar 3, sedangkan nilai matriks  $R$  konstan sebesar  $5000 I_6$ . Variasi nilai matriks  $Q$  yang diberikan pada simulasi ini adalah 1, 5, 10, 25, 50, dan 100. Simulasi dijalankan selama 10000 detik dengan nilai *sampling time* pengendali dan model sebesar 0.1 detik. Berikut ini perbandingan nilai parameter respons sistem.

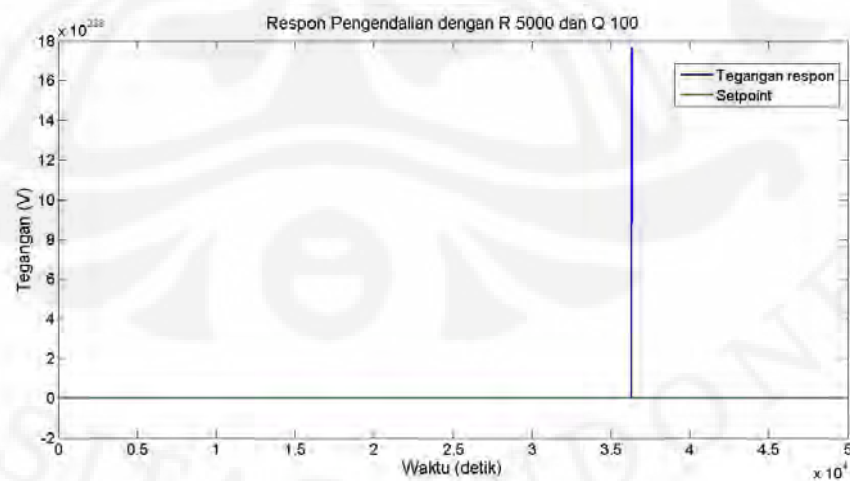


Gambar 4.7. Grafik Perbandingan *Steady State Error* pada Variasi  $Q$  (1, 5, 10)



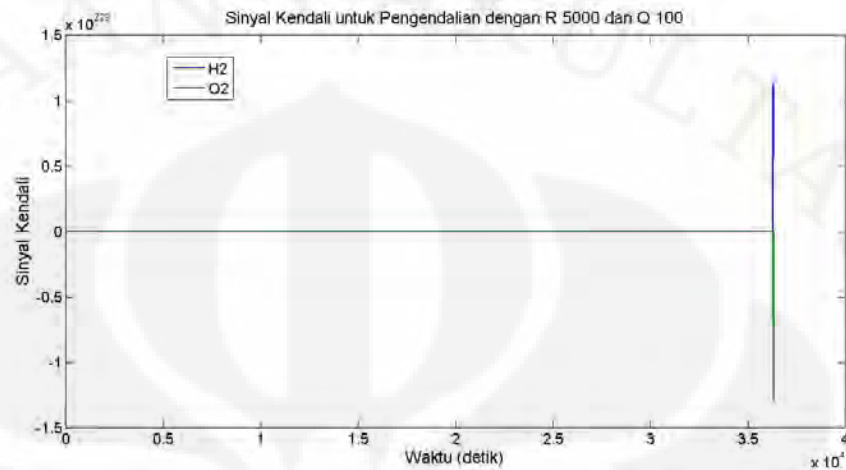
Gambar 4.8. Grafik Perbandingan Nilai Parameter Respon Sistem untuk Nilai Matriks  $Q$  Bervariasi

Dari grafik di atas, dapat dilihat bahwa nilai  $Q$  yang bervariasi akan mempengaruhi perubahan sinyal kendali menjadi semakin besar dan tidak ditekan. Pada hasil simulasi dengan  $Q=25 I_{Hp}$ ,  $Q=50 I_{Hp}$ ,  $Q=100 I_{Hp}$ , respon sistem tidak lagi dapat mengikuti setpoint dengan baik serta tidak pernah mencapai nilai *steady state*. Bahkan pada  $Q=100 I_{Hp}$ , respons yang dihasilkan mencapai tak hingga seperti gambar 4.9 berikut ini.



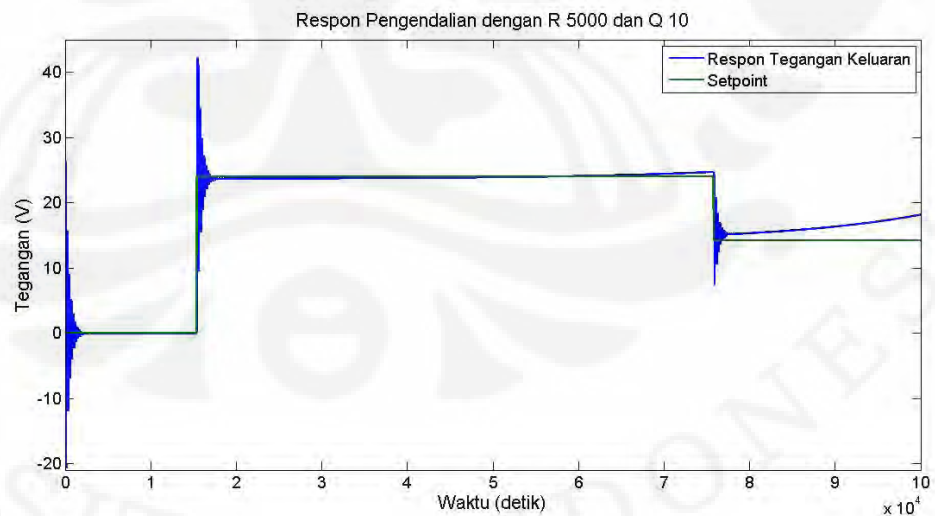
Gambar 4.9. Respon Pengendalian Model Identifikasi PEMFC dengan  $R$  5000 dan  $Q$  100

Sinyal kendali dari grafik respon di atas dapat dilihat pada gambar 4.10 berikut ini.

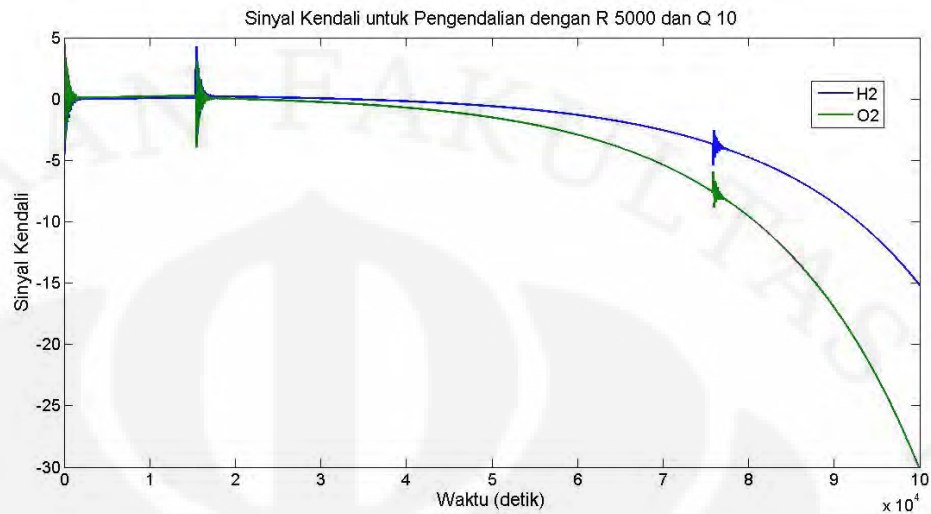


Gambar 4.10. Grafik Sinyal Kendali pada Pengendalian dengan  $R$  5000 dan  $Q$  100

Dari gambar 4.9 dan 4.10, dapat disimpulkan bahwa pengendalian MPC tanpa *constraint* tidak dapat diterapkan pada nilai  $Q$  sekitar  $25 I_{Hp}$  ke atas. Pada nilai  $Q=I_{Hp}$ ,  $Q=5 I_{Hp}$ , dan  $Q=10 I_{Hp}$ , respon keluaran masih dapat mengikuti *setpoint*. Hasil terbaik diperoleh pada  $Q=10 I_{Hp}$  di mana nilai parameter *settling time*, % *overshoot*, dan *steady state error* paling kecil seperti gambar 4.11.



Gambar 4.11. Respon Pengendalian Model Identifikasi dengan  $R$  5000 dan  $Q$  10



Gambar 4.12. Sinyal Kendali untuk Pengendalian dengan  $R$  5000 dan  $Q$  10

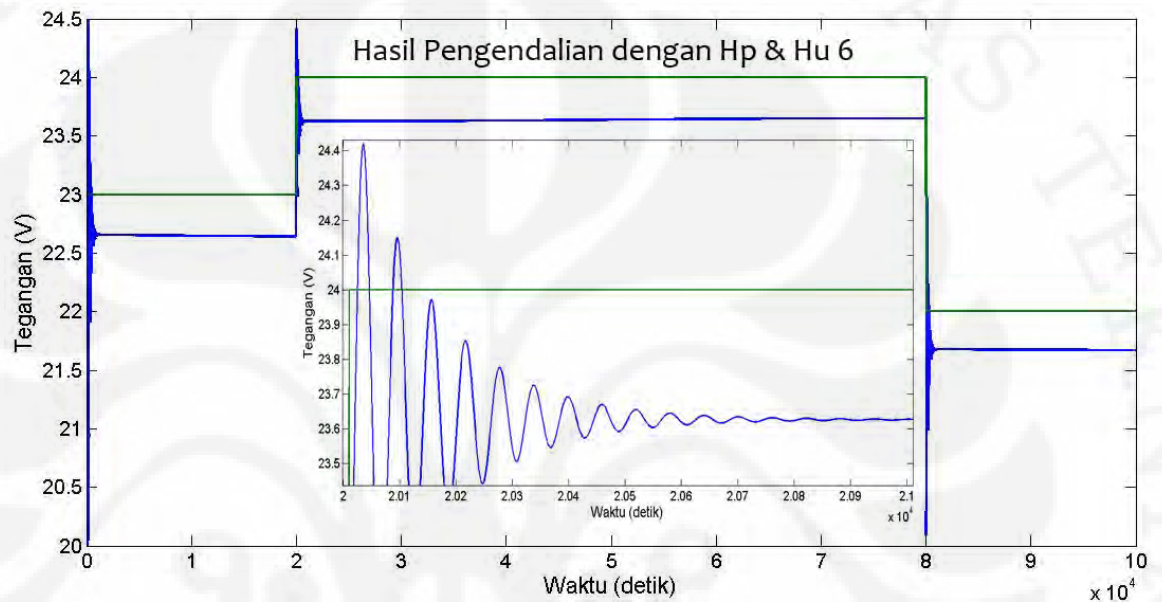
Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa pengendali MPC tanpa *constraint* pada model identifikasi PEMFC ini tidak sepenuhnya *robust* karena beberapa kendala seperti nilai sinyal kendali dan respon tegangan yang dapat mencapai nilai negatif, nilai parameter yang belum cukup baik,  $H_p$  dan  $H_u$  yang bernilai kecil, model identifikasi yang tidak sepenuhnya dapat merepresentasikan sistem nonlinier yang sebenarnya, dan kekurangan yang dimiliki oleh pengendali MPC tanpa *constraint* akibat tidak dibatasinya sinyal kendali.

#### 4.5. Analisa Variasi Nilai *Prediction Horizon* $H_p$ dan *Control Horizon* $H_u$ pada Nilai $Q$ dan $R$ Tetap

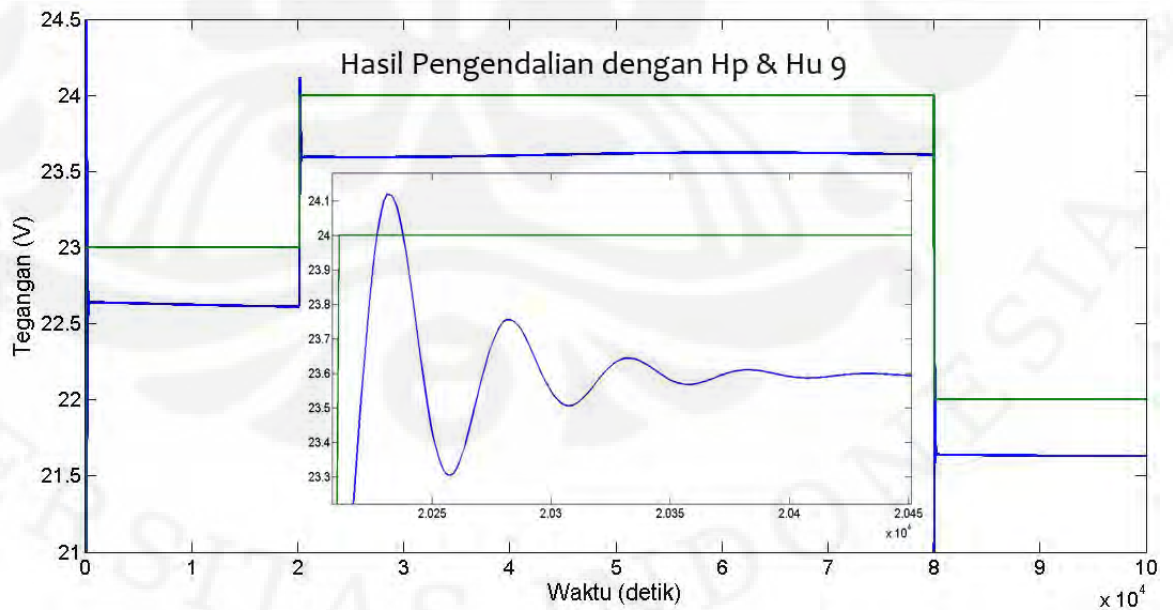
Pada eksperimen ini, nilai *prediction horizon*  $H_p$  dan nilai *control horizon*  $H_u$  divariasikan untuk melihat pengaruh perubahan kedua parameter tersebut terhadap hasil respon keluaran model hasil identifikasi yang dikendalikan. Agar respon pengendalian yang diperoleh dapat dibandingkan dengan jelas, pemilihan nilai  $H_p$  dan  $H_u$  diambil pada nilai 2, 3, dan 4 kali lebih besar daripada nilai  $H_p$  dan  $H_u$  awal. Nilai  $H_p$  dan  $H_u$  yang dipilih adalah 6, 9, dan 12. Nilai  $H_p$  dan  $H_u$  pada pengendalian MPC untuk model hasil identifikasi adalah sama karena sistem ini bersifat *direct feedthrough*. Parameter faktor bobot  $Q$  dan  $R$  yang diambil pada eksperimen ini adalah nilai  $Q$  sebesar  $10I_{H_p}$  dan  $R$  sebesar  $50000I_6$ .



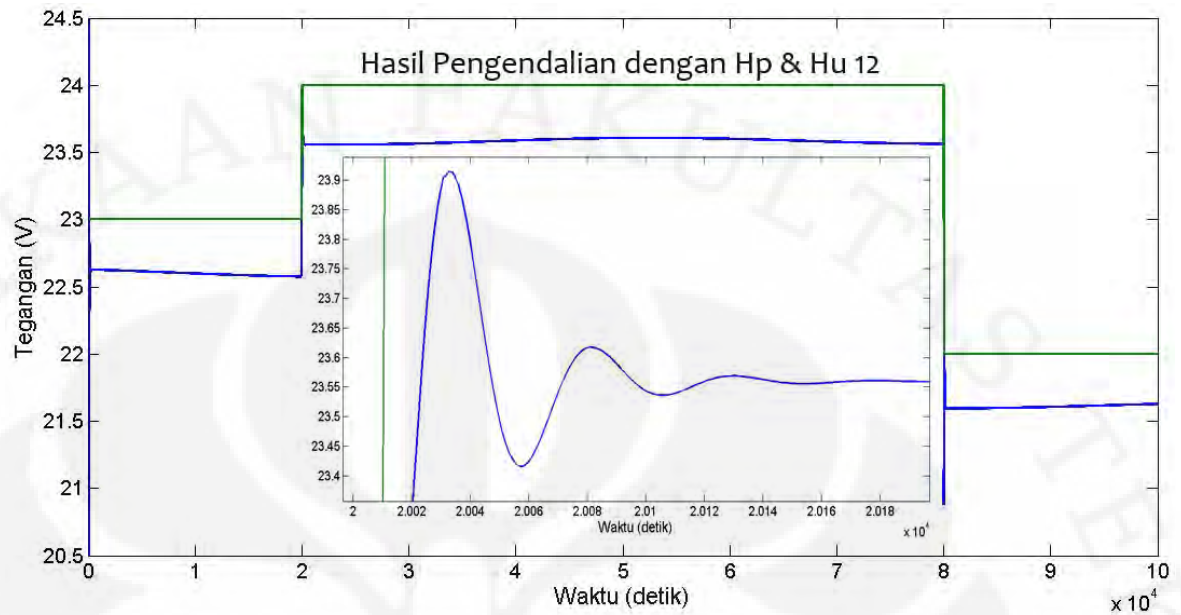
Kedua nilai parameter tersebut dipilih sebagai pengganti parameter optimal pada uji variasi nilai  $Q$  dan  $R$  yang optimal karena pada hasil tersebut masih terjadi osilasi bila nilai  $H_p$  dan  $H_u$  diperbesar. Hasil respon pengendalian dan sinyal kendali dengan  $H_p$  dan  $H_u$  yang bervariasi dapat dilihat pada gambar 4.13 berikut ini.



(a)



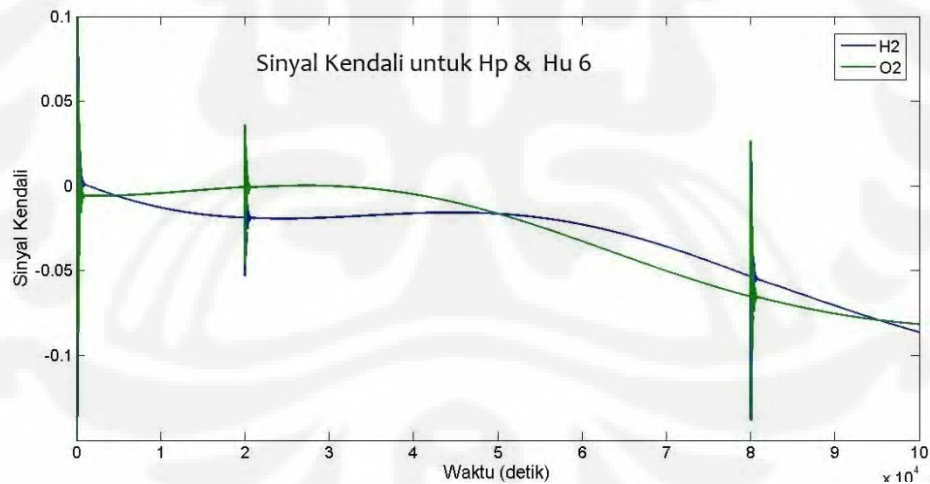
(b)



(c)

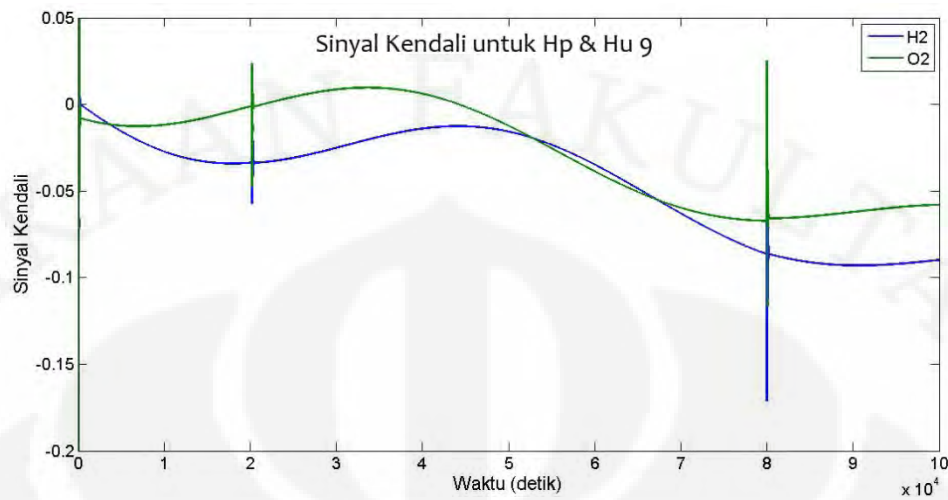
Gambar 4.13. Hasil Respon Pengendalian dengan Hp dan Hu bervariasi.

Sinyal kendali dari respon pengendalian pada gambar 4.13 dapat dilihat pada gambar 4.14 berikut ini.

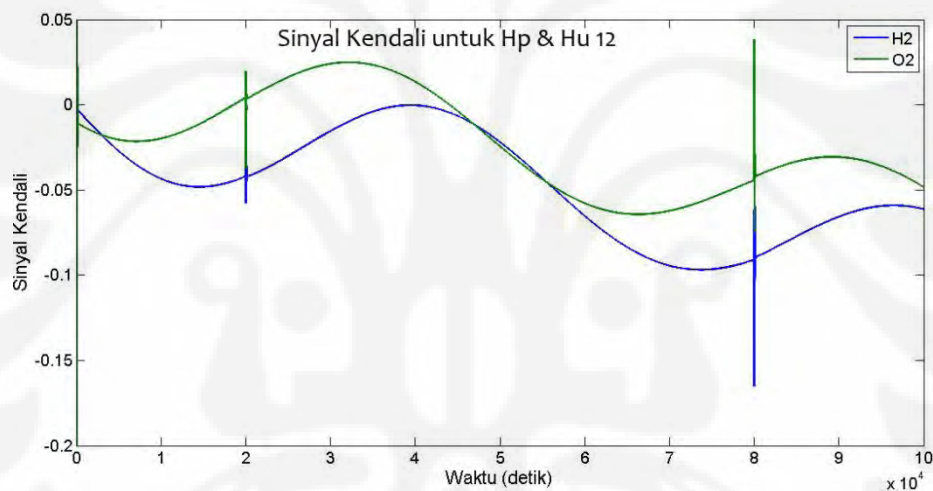


(a)





(b)



(c)

Gambar 4.14. Sinyal Kendali pada  $H_p$  dan  $H_u$  bervariasi

Berdasarkan gambar 4.13. dapat dilihat bahwa respon pengendalian mengalami osilasi yang semakin berkurang seiring dengan peningkatan nilai  $H_p$  dan  $H_u$  seperti yang terlihat pada gambar 4.13. Hal ini disebabkan oleh nilai *prediction horizon* yang semakin besar. Nilai *prediction horizon* yang semakin besar menyebabkan perhitungan nilai prediksi perubahan sinyal kendali yang semakin banyak sehingga perubahan sinyal kendali yang terjadi lebih baik dan lebih halus (ditunjukkan dengan jumlah osilasi yang semakin sedikit).

Respon pengendalian dan nilai sinyal kendali yang diperoleh masih memiliki osilasi. Hal ini diakibatkan oleh model hasil identifikasi yang masih memiliki perbedaan dengan model nonlinier, tidak adanya batasan dalam perancangan pengendali MPC, dan perancangan pengendali dilakukan pada model hasil identifikasi sehingga hasil pengendalian tidak cukup baik dan pengendali masih kurang *robust*.

Oleh karena itu, diperlukan adanya teknik pemodelan yang lebih baik dan perancangan pengendali MPC nonlinier dengan *constraint* pada model nonlinier sehingga hasil pengendalian yang diperoleh lebih baik dan dapat diterapkan langsung pada *plant* PEMFC.

## BAB 5

### KESIMPULAN

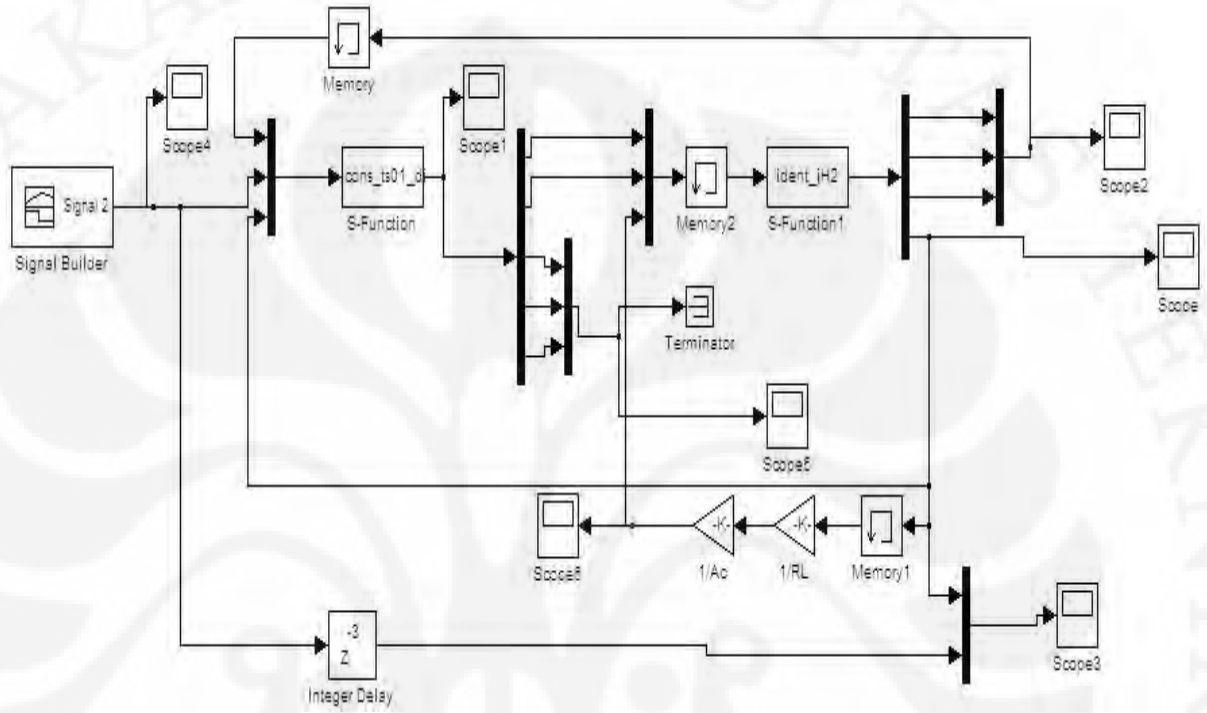
Setelah dilakukan identifikasi model, perancangan pengendali, dan analisa hasil pengendalian MPC tanpa *constraint* pada model identifikasi PEMFC maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Model hasil identifikasi yang dirancang sebelumnya memberikan respon yang kurang cukup sesuai dengan respon model nonlinier (dinamik) karena model hasil identifikasi memiliki nilai *loss function* yang cukup signifikan sebesar 0,5.
2. Algoritma MPC tanpa *constraint* dapat diterapkan pada PEMFC dan memberikan hasil pengendalian yang baik selama model proses yang diperoleh juga baik. Oleh karena itu, untuk mendapatkan hasil pengendalian PEMFC yang lebih baik diperlukan perancangan MPC dengan *constraint* dan pemodelan dengan metode yang lebih baik daripada metode Kuadrat Terkecil.
3. Hasil pengendalian model hasil identifikasi dengan menggunakan MPC tanpa *constraint* tidak sepenuhnya *robust* akibat nilai sinyal kendali dan respon tegangan yang dapat mencapai nilai negatif, nilai parameter yang belum cukup baik,  $H_p$  dan  $H_u$  yang bernilai kecil, model identifikasi yang tidak sepenuhnya dapat merepresentasikan sistem nonlinier yang sebenarnya, dan kekurangan yang dimiliki oleh pengendali MPC tanpa *constraint* akibat tidak dibatasinya sinyal kendali.
4. Hasil pengendalian terbaik diperoleh pada parameter  $Q= 10 I_{Hp}$  dan  $R = 5000 I_6$  dengan nilai %OS sebesar 76,29%, *settling time* sebesar 209,7 detik, dan *steady state error* sebesar 0,1.

### DAFTAR REFERENSI

- [1] Aryani, Dharma. *Identifikasi Sistem PEMFC (Proton Exchange Membrane Fuel Cell) dengan Metode Kuadrat Terkecil*. Seminar Fakultas Teknik Program Studi Kontrol Industri Universitas Indonesia. Depok. Desember 2008.
- [2] Aryani, Dharma. *Perancangan Pengendali Model Predictive Control Constrained pada Sistem Proton Exchange Membrane (PEMFC)*. Thesis Fakultas Teknik Program Studi Kontrol Industri Universitas Indonesia. Depok. Juni 2009.
- [3] Kim, Y.H et al. *A Fuel Cell System with Z-Source Inverters and Ultracapacitors*. School of Electrical and Electronics Engineering, Chung-An University. Korea.
- [4] Nice, Karim, and Jonathan Strickland. *How Fuel Cells Work*. 18 September 2000. HowStuffWorks.com. <<http://auto.howstuffworks.com/fuel-efficiency/alternative-fuels/fuel-cell.htm>> 15 December 2009.
- [5] Subiantoro, Aries. *Program Insentif Lecture Note Fakultas Teknik Universitas Indonesia Gasal/Genap 2006/2007*. Depok. Agustus 2007.
- [6] Wingelaar, P.J.H, Duarte, J.L, Hendrix, M.A.M. *Dynamic Characteristic of Fuel Cells*. Eindhoven University of Technology. Netherlands. 2005.
- [7] Yusivar, Feri. *Laporan Akhir Pengembangan Sistem Energi Baru dan Terbarukan Berbasis pada Teknologi Fuel Cell Program Insentif Riset Terapan Bidang Fokus: Sumber Energi Baru dan Terbarukan*. Departemen Teknik Elektro Fakultas Teknik Universitas Indonesia. Depok. November 2008.
- [8] Na, Woonki & Gou, Bei and Diong, Bill. *Nonlinear Control of PEM Fuel Cell by Exact Linearization*. IEEE 2005.

## LAMPIRAN



Blok Simulink Pengendalian Model Identifikasi PEMFC