



**UNIVERSITAS  
INDONESIA**



**UNIVERSITE  
DE LA ROCHELLE**



**STUDI TEORI, EKPERIMENTAL, DAN NUMERIK MODEL  
BARU "POUTRES VOILES"**

**TESIS**

**IMAM JAUHARI MAKNUN  
0906644442**

**FAKULTAS TEKNIK  
PROGRAM PASCA SARJANA TEKNIK SIPIL  
DEPOK  
JULI 2011**

283/FT.01/TESIS/08/2011



**UNIVERSITAS  
INDONESIA**



**UNIVERSITE  
DE LA ROCHELLE**

**STUDI TEORI, EKPERIMENTAL, DAN NUMERIK MODEL  
BARU "POUTRES VOILES"**

**TESIS**

**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Magister Teknik**

**IMAM JAUHARI MAKNUN  
0906644442**

**FAKULTAS TEKNIK  
PROGRAM STUDI TEKNIK SIPIL  
KEKHUSUSAN STRUKTUR  
DEPOK  
JULI 2011**

## HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

**Tesis ini adalah hasil karya saya sendiri,  
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk  
telah saya nyatakan dengan benar**

**Nama : Imam Jauhari Maknun**

**NPM : 0906644442**

**Tanda Tangan :** 

**Tanggal : 17 Juli 2011**



## GAZETTE OF ENDORSEMENT

The proposal of this Thesis proposed by:

Name : Imam Jauhari Maknun  
NPM : 0906644442  
Study Program : Civil Engineering  
Title the Thesis : Etude theorique, experimentale et numerique d'un nouveau  
modele de poutres voiles

has been officially approved, supervised and finally examined by the Thesis examiners in the  
Universite de la Rochelle on July 8<sup>th</sup>, 2011.

### EXAMINERS

Supervisor :1. Olivier MILLET

( O Millet )

Examiner 1 Olivier MILLET

( O Millet )

2 Patrick SALAGNAC

( ~~Patrick Salagnac~~ )

3 Karim LIMAM

( ~~Karim Limam~~ )

4 Emmanuel BOZONET

( ~~Emmanuel Bozonet~~ )

5 Erwan LIBERGE

( Erwan Liberge )

Legalized by

The Director of Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, University of Indonesia



Prof. Dr. Ir. Irwan Katili, DEA.

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Allah SWT karena atas limpahan hidayah-Nya penulisan Tesis dengan judul “**Studi Teori, Ekperimental, dan Numerik Model Baru ”Poutres Voiles”** dapat diselesaikan dengan baik. Penulisan Tesis ini dilakukan dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk mencapai gelar Magister Teknik Departemen Sipil pada Fakultas Teknik Universitas Indonesia. Penulis menyadari bahwa tanpa bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak, dari semua perkuliahan sampai pada penyusunan tesis ini, sangatlah sulit bagi penulis untuk menyelesaikan tesis ini. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Professeur Olivier Millet di Universite de la Rochelle sebagai pembimbing dalam penulisan Tesis ini.
2. Seluruh Dosen Modelisation Numerique en Mecanique Universite de la Rochelle yang telah mendidik penulis selama 1 tahun dalam program double degree Indonesia Perancis (DDIP).
3. Dosen Departemen Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Indonesia yang sudah mendidik penulis.
4. Orang tua dan keluarga saya yang telah memberikan dukungan material dan moral; dan
5. Semua pihak yang sudah membantu dengan baik penulisan tesis ini

Saya menyadari bahwa dalam penulisan tesis ini masih terdapat kesalahan karena keterbatasan pengetahuan penulis. Oleh karena itu dimohon saran untuk perbaikan tesis ini.

Depok, 17 Juli 2011

Penulis

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI  
TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

---

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Imam Jauhari Maknun  
NPM : 0906644442  
Program Studi : Sipil  
Departemen : Teknik Sipil  
Fakultas : Teknik  
Jenis Karya : Tesis

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif** (*Non-exclusive Royalty-Free Right*) atas karya ilmiah saya yang berjudul :

**Studi Teori, Ekperimental, dan Numerik Model Baru "Poutres Voiles"**

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan hak bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalihmedia/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (database), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok  
Pada Tanggal : 17 Juli 2011

Yang menyatakan



Imam Jauhari Maknun

## ABSTRAK

Nama : Imam Jauhari Maknun  
Program Studi : Teknik Sipil  
Judul Tesis : Studi Teori, Ekperimental dan Numerik Model Baru  
"Poutre Voiles"

Teori "Poutres voiles" yang banyak digunakan saat ini adalah teori klasik Vlassov. Teori ini merupakan teori satu dimensi dari balok dengan ketebalan yang sangat tipis. Akan tetapi dalam teori Vlassov, torsi dan lentur dipisahkan. Teori lain yang akan dipelajari adalah teori dimana ada hubungan antara torsi dan lentur. Teori satu dimensi ini diperoleh dari persamaan keseimbangan 3 dimensi dalam kondisi elastik linier. Keunikan teori ini adalah adanya tambahan kopling jika dibandingkan dengan teori Vlassov. Dalam penelitian ini, kami akan membandingkan hasil teoritis (Vlassov dan Couple), hasil eksperimen dan hasil numerik dengan program ANSYS.

Kami menemukan bahwa hasil dari balok dengan bukaan  $\theta_0=90^\circ$ , hasil eksperimen dan teoritis (model couple) sangat dekat. Sedangkan hasil ANSYS cukup dekat dengan hasil yang diperoleh dari teori Vlassov. Kemudian, hasil  $U_{1c}$  ANSYS dekat dengan hasil teoritis (model couple). Untuk balok dengan bukaan  $\theta_0$  lebih kecil dari  $90^\circ$ , hasil eksperimen dekat dengan hasil yang diberikan oleh ANSYS untuk sudut torsi  $\theta$ . Selain itu, untuk balok dengan  $\theta_0$  lebih kecil dari  $90^\circ$ , hasilnya cukup memuaskan untuk  $U_{1c}$ .

Kata kunci :

Vlassov, couplé, ANSYS, sudut torsi,  $U_{1c}$

## RESUME

Nom et Prenom : Imam Jauhari Maknun  
Parcours : Genie Civil  
Titre : Etude theorique, experimentale et numerique d'un nouveau  
modèle de poutre voiles

Le modèle de poutres voiles le plus utilise actuellement est celui de modèle Vlassov. C'est un modèle unidimensionnel de poutre à paroi mince. Dans ce modèle, la torsion et la flexion sont totalement découplées. Un autre modèle à valider présente quant à lui un couplage entre les effets de flexion et de torsion. Ce modèle unidimensionnel a été obtenu par développement des équations d'équilibre 3D de l'élasticité linéaire. Ce modèle a la particularité de présenter un terme de couplage supplémentaire par rapport au modèle de Vlassov. Dans ce projet, nous allons comparer les résultats théorique (Vlassov et couple), les résultats expérimentales et les résultats numérique par ANSYS.

Nous avons trouvé que les résultats des poutres avec une ouverture  $\theta_0=90^\circ$ , les valeurs expérimentales et théorique (modèle couplé) sont proches. Les résultats ANSYS sont proches des résultats donnés par le modèle Vlassov. Et puis, les résultats U1c donnés par ANSYS sont proches des résultats théoriques (modèle couplé). Pour les poutres avec une ouverture  $\theta_0$  inférieure à  $90^\circ$ , les résultats expérimentaux sont proches des résultats donnés par ANSYS pour l'angle de torsion  $\theta$ . Pour les poutres avec une ouverture  $\theta_0$  inférieure à  $90^\circ$ , les résultats obtenus pour U1c sont relativement satisfaisant.

Mots clés:

Vlassov, couplé, ANSYS, l'angle de torsion, U1c

## ABSTRACT

Name : Imam Jauhari Maknun  
Study Program: Civil Engineering  
Title : Study Theory, Experimental And Numerical The New Model  
"Poutres Voiles"

Theory "Poutres Voiles" widely used today is the classical theory Vlassov. This theory is one-dimensional theory of beams with a very thin thickness. However, in theory Vlassov, torsion and bending are separated. Another theory is a theory that will be studied in which there is a relation between torsion and bending. This theory is obtained from three-dimensional equilibrium equations in linear elastic conditions. The uniqueness of this theory is the addition of coupling when compared with Vlassov theory. In this study, we will compare the theoretical results (Vlassov and Couple), experimental results and numerical results with the ANSYS program.

We found the results of beams with openings  $\theta_0 = 90^\circ$ , the results of experimental and theoretical (model couple) are very close. While the results of ANSYS is quite close to the results obtained from Vlassov theory. Then, the results of ANSYS U1c close to the theoretical results (model couple). For beams with openings  $\theta_0$  smaller than  $90^\circ$ , close to the experimental results with the results given by ANSYS for the torsion angle  $\theta$ . Moreover, for beams with  $\theta_0$  smaller than  $90^\circ$ , the results are quite satisfactory for U1c.

### Key word

Vlassov, couplé, ANSYS, torsion angle, U1c

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS</b> .....	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	<b>iv</b>
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	<b>v</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI</b> .....	<b>vi</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>vii</b>
<b>RESUME</b> .....	<b>viii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ix</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>x</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>xii</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>xv</b>
<b>CHAPITRE 1 INTRODUCTION</b> .....	<b>1</b>
<b>CHAPITRE 2 PRESENTATION</b> .....	<b>3</b>
2.1. Présentation du Problème.....	3
2.2. Caractéristiques des Poutres.....	4
2.3. Le Moment de Torsion.....	5
<b>CHAPITRE 3 ETUDE THEORIQUE</b> .....	<b>6</b>
3.1 Le Modèle de Vlassov.....	6
3.1.1 Equation .....	6
3.1.2 Détermination de l'angle de torsion et du déplacement du centre de cisaillement .....	7
3.2 Le Modèle de Couplage Torsion/Flexion .....	7
3.2.1 Equation .....	7
3.2.2 Détermination de l'angle de torsion.....	8
3.2.3 Détermination de $U_{1c}$ .....	10
3.2.4 Les différents entre Vlassov et Couple .....	11
<b>CHAPITRE 4 PROTOCOLE EXPERIMENTAL</b> .....	<b>13</b>
4.1. Dispositif Expérimental .....	13
4.2. Détermination $\theta$ .....	14
4.3. Détermination $U_{1c}$ .....	15
4.4. Correction a apporter a $U_1$ .....	16
4.5. Incertitude de Mesure.....	17
4.5.1. Erreur sur $\theta$ .....	17
4.5.2. Erreur sur $U_{1c}$ .....	18
<b>CHAPITRE 5 COMPARAISONS LES RESULTATS EXPERIMENTAUX, THEORIQUES ET NUMERIQUES (ANSYS)</b> .....	<b>20</b>
5.1. Résultats pour $\theta_0=90$ .....	20
5.1.1. Résultats expérimentaux .....	20
5.1.1. Comparaisons avec les résultats théoriques .....	24
5.1.3. Résultats ANSYS .....	32
5.1.4. Comparaisons les résultats Experimentaux,Théoriques et ANSYS .....	40
5.2. Résultats pour $\theta_0$ inferieur a 90.....	46
5.2.1. Résultats expérimentaux .....	46
5.2.2. Comparaisons avec les résultats théoriques .....	50
5.2.3. Résultats ANSYS .....	58
5.2.4. Comparaisons les résultats Experimentaux,Théoriques et ANSYS .....	64

<b>CHAPITRE 6 CONCLUSIONS ET SUGGESTIONS .....</b>	<b>69</b>
6.1 Conclusions .....	69
6.2 Suggestions .....	69



## DAFTAR GAMBAR

Figure 2. 1 Poutre encastrée soumise à un moment de torsion .....	3
Figure 2. 2 Profils des poutres étudiées, où $h$ est la demi-épaisseur de la poutre, $R$ son rayon a la surface moyenne, $\theta_0$ l'angle d'ouverture de la poutre .....	3
Figure 2. 3 Notre Profils des poutres.....	4
Figure 2. 4 Application du moment de torsion .....	5
Figure 4. 1 Montage expérimental .....	13
Figure 4. 2 Profil de poutre vue de face .....	14
Figure 4. 3 Détermination de l'angle de torsion .....	14
Figure 4. 4 Détermination de la correction $\delta_x$ sur le déplacement $U_{1c}$ .....	16
Figure 5. 1 L'angle de torsion en fonction de la masse en différents points de la poutre pour $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm.....	21
Figure 5. 2 L'angle de torsion en fonction de la masse en différents points de la poutre pour $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm.....	21
Figure 5. 3 L'angle de torsion en fonction de la masse en différents points de la poutre pour $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm.....	22
Figure 5. 4 L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm.....	22
Figure 5. 5 L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm.....	23
Figure 5. 6 L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm.....	23
Figure 5. 7 L'angle de torsion en fonction des masses en différents points de la poutre pour $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm .....	25
Figure 5. 8 L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm.....	26
Figure 5. 9 L'angle de torsion en fonction des masses en différents points de la poutre pour $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm .....	28
Figure 5. 10 L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm .....	29
Figure 5. 11 L'angle de torsion en fonction des masses en différents points de la poutre pour $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm .....	30
Figure 5. 12 L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm .....	31
Figure 5. 13 Modèle solide 3D .....	32
Figure 5. 14 Maillage .....	33
Figure 5. 15 Déformation.....	33

Figure 5. 16 L'angle de torsion en différents R de la poutre pour $\theta_0 = 90$ et l'épaisseur = 3,9 mm.....	35
Figure 5. 17 U1c en différents R de la poutre pour $\theta_0 = 90$ et l'épaisseur = 3,9 mm .....	36
Figure 5. 18 L'angle de torsion en différents R de la poutre pour $\theta_0 = 90$ et l'épaisseur = 3,9 mm.....	38
Figure 5. 19 U1c en différents h de la poutre pour $\theta_0 = 90$ et le rayon = 5,215 cm.....	39
Figure 5. 20 Comparaisons l'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et le rayon= 4,98 cm.....	40
Figure 5. 21 Comparaisons U1c en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm.....	41
Figure 5. 22 Comparaisons l'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et le rayon= 5,215 cm.....	42
Figure 5. 23 Comparaisons U1c en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm.....	43
Figure 5. 24 Comparaisons l'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et le rayon= 5,64 cm.....	44
Figure 5. 25 Comparaisons U1c en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm.....	45
Figure 5. 26 L'angle de torsion en fonction de la masse en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm.....	47
Figure 5. 27 L'angle de torsion en fonction de la masse en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm.....	47
Figure 5. 28 L'angle de torsion en fonction de la masse en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 78,66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm.....	48
Figure 5. 29 L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm.....	48
Figure 5. 30 L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm.....	49
Figure 5. 31 L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 78,66$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,64 cm.....	49
Figure 5. 32 L'angle de torsion en fonction des masses en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm.....	51
Figure 5. 33 L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm.....	52
Figure 5. 34 L'angle de torsion en fonction des masses en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm.....	54
Figure 5. 35 L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0 = 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm.....	55

Figure 5. 36 L'angle de torsion en fonction des masses en différents points de la poutre pour $\theta_0= 78,66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm .....	56
Figure 5. 37 L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0= 78,66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm .....	57
Figure 5. 38 L'angle de torsion en différents R de la poutre pour $\theta_0= 53,6$ et l'épaisseur = 3,9 mm .....	59
Figure 5. 39 U1c en différents R de la poutre pour $\theta_0= 53,6$ et l'épaisseur = 3,9 mm .....	60
Figure 5. 40 L'angle de torsion en différents R de la poutre pour $\theta_0= 53,6$ et l'épaisseur = 3,9 mm .....	62
Figure 5. 41 U1c en différents h de la poutre pour $\theta_0= 53,6$ et le rayon = 5,215 cm.....	63
Figure 5. 42 Comparaisons l'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0= 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et le rayon= 4,98 cm.....	64
Figure 5. 43 Comparaisons U1c en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0= 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm.....	65
Figure 5. 44 Comparaisons l'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0= 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et le rayon= 5,215 cm.....	66
Figure 5. 45 Comparaisons U1c en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0= 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm.....	66
Figure 5. 46 Comparaisons l'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0= 78,66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et le rayon= 5,64 cm.....	67
Figure 5. 47 Comparaisons U1c en fonction des positions en différents points de la poutre pour $\theta_0= 78,66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm.....	68

## DAFTAR TABEL

Tableau 5.1. Erreur commise pour l'angle de torsion de la poutre pour $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm .....	41
Tableau 5. 2. Erreur commise pour U1c de la poutre pour $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm .....	41
Tableau 5. 3. Erreur commise pour l'angle de torsion de la poutre pour $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm.....	42
Tableau 5. 4. Erreur commise pour U1c de la poutre pour $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm.....	43
Tableau 5. 5. Erreur commise pour l'angle de torsion de la poutre pour $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm.....	44
Tableau 5. 6. Erreur commise pour U1c de la poutre pour $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm .....	45
Tableau 5.7. Erreur commise pour l'angle de torsion de la poutre $\theta_0 = 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm .....	64
Tableau 5. 8. Erreur commise pour U1c de la poutre pour $\theta_0 = 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm .....	65
Tableau 5. 9. Erreur commise pour l'angle de torsion de la poutre pour $\theta_0 = 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm.....	66
Tableau 5. 10. Erreur commise pour U1c de la poutre pour $\theta_0 = 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm .....	67
Tableau 5. 11. Erreur commise pour l'angle de torsion de la poutre pour $\theta_0 = 78,66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm.....	67
Tableau 5. 12. Erreur commise pour U1c de la poutre pour $\theta_0 = 78,66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm .....	67

# CHAPITRE 1

## INTRODUCTION

La théorie des poutres, ou théorie d'Euler-Bernoulli, est un modèle utilisé dans le domaine de la résistance des matériaux. Le terme de « poutre » désigne un objet dont la longueur est grande par rapport aux dimensions transverses (section fine). Une poutre est un élément de structure utilisé pour la construction dans les bâtiments, les navires et autres véhicules, et dans la fabrication de machines ou encore le génie civil. Cependant, le modèle des poutres peut être utilisé pour des pièces très diverses à condition qu'elles respectent certaines conditions. Autrefois de section carrée ou circulaire, la poutre a subi une véritable révolution avec l'arrivée des poutres à formes complexes telle que la poutre en I. Une autre évolution vient du changement de matériaux avec la découverte des matériaux composites. Ceci a permis d'obtenir des poutres dont la résistance et la rigidité ont été décuplées, parallèlement à un gain de poids considérable.

La paternité de la théorie des poutres est attribuée à Galilée, mais des études récentes indiquent que Léonard de Vinci l'aurait précédé. De Vinci avait supposé que la déformation variait de manière linéaire en s'éloignant de la surface neutre, le coefficient de proportionnalité étant la courbure, mais il ne put finaliser ses calculs car il n'avait pas imaginé la loi de Hooke. De son côté, Galilée était parti sur une hypothèse incorrecte (il supposait que la contrainte était répartie uniformément en flexion), et c'est Antoine Parent qui obtint la distribution correcte.

Nous nous intéresserons dans ce projet à l'étude des poutres voiles à forte courbure et plus particulièrement à la validation d'un modèle de prédiction de la déformation pour des poutres voiles dont la section forme un arc de cercle.

Le modèle de poutres voiles le plus utilisé actuellement est celui de Vlassov. C'est un modèle unidimensionnel de poutre à paroi mince. Dans ce modèle, la torsion et la flexion sont totalement découplées. Un autre modèle à valider présente quant à lui un couplage entre les effets de flexion et de torsion. Ce modèle unidimensionnel a été obtenu par développement des équations d'équilibre 3D de

l'élasticité linéaire dans [1]. Ce modèle a la particularité de présenter un terme de couplage supplémentaire par rapport au modèle de Vlassov.

Notre étude consistera donc à effectuer une comparaison des résultats obtenus avec le modèle couplé, le modèle de Vlassov et des résultats numériques par ANSYS et expérimentaux pour six poutres de profils différents (3 poutres avec l'ouverture  $90^\circ$  et 3 poutres avec l'ouverture inférieure à  $90^\circ$ ).



## CHAPITRE 2 PRESENTATION

### 2.1. Présentation du Problème

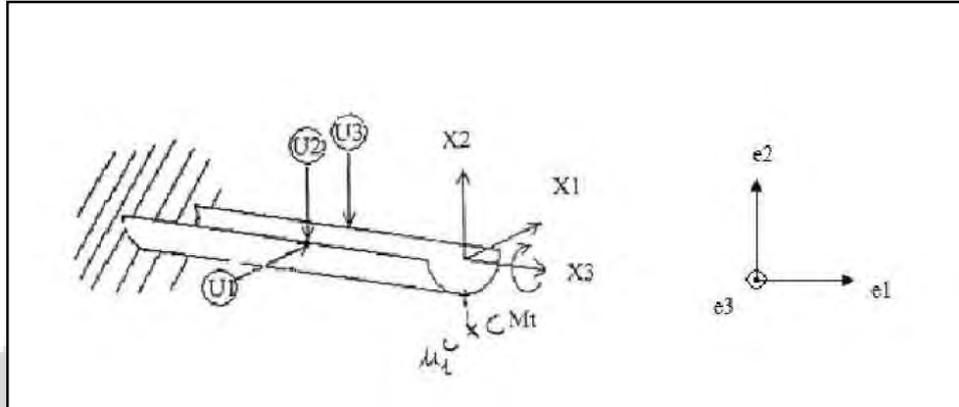


Figure 2.1 Poutre encadrée soumise à un moment de torsion.

Notre étude consiste à comparer la réponse d'une poutre encadrée à forte courbure soumise à un couple de rotation parfait  $M_t$  avec les résultats obtenus via les six modèles à notre disposition (Figure 1). Pour cela nous allons effectuer des mesures des déplacements sur six poutres différentes. Les six poutres auront une section en forme d'arc de cercle, mais leur angle d'ouverture, défini à la (figure 2), ne sera pas le même.

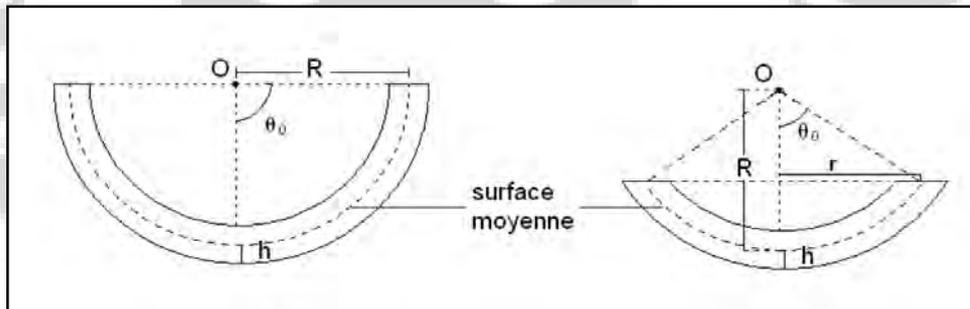


Figure 2.1. Profiles des poutres étudiées, où  $h$  est la demi-épaisseur de la poutre,  $R$  son rayon à la surface moyenne,  $\theta_0$  l'angle d'ouverture de la poutre.

La poutre est encadrée à l'une de ses extrémités, tandis que l'autre est soumise à un couple de rotation parfait. Pour effectuer les mesures de déplacement nous utilisons des comparateurs micrométriques. Ces comparateurs nous permettent de mesurer les déplacements verticaux et horizontaux en deux points de la poutre.

Le modèle de Vlassov, établi dans les années 40, permet d'avoir une valeur de l'angle de torsion de la poutre en fonction de la position, des propriétés géométriques et physiques de la poutre et du moment de torsion appliqué à son extrémité. Cependant, ce modèle ne met pas en évidence un couplage entre torsion et flexion, contrairement au modèle exposé dans [1]. Ce modèle se base sur les équations réduites de Vlassov, auxquelles est rajouté un terme de couplage entre  $U_{1c}$  et  $\theta$ . Pour différencier ces deux modèles, nous l'appellerons "modèle couplé". Les équations des deux modèles seront données explicitement dans la partie théorie.

## 2.2. Caractéristiques des Poutres

Les six poutres que nous allons étudier ont été usinées à partir de 3 cylindres différents. Nous avons 2 poutres en différents angles d'ouverture  $\theta_0$  de un même cylindre. Donc chaque deux poutres ont les mêmes caractéristiques physiques et la même épaisseur  $2h$ . Cela nous permet d'étudier l'influence de la variation de l'angle d'ouverture  $\theta_0$  et le diamètre.

En général, les poutres ont les caractéristiques physiques suivantes:

$$E = 2,1 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

$$\mu = 8,17 \times 10^{-10} \text{ Pa}$$

Où  $E$  est le module d'Young et  $\mu$  le coefficient de Lamé.



Figure 2.3. Notre Profils des poutres

Pour les six poutres, nous avons :

1. Poutre avec  $R = 0,0498$  m, l'épaisseur  $(2h) = 0,0039$  m et la longueur = 0,7 m, nous avons  $\theta_0 = 90^\circ$  et  $\theta_0 = 76^\circ$ .
2. Poutre avec  $R = 0.05215$  m. l'épaisseur  $(2h) = 0,0039$  m et la longueur = 0,65 m, nous avons  $\theta_0 = 90^\circ$  et  $\theta_0 = 53,6^\circ$ .
3. Poutre avec  $R = 0.0564$  m et épaisseur  $(2h) = 0,0038$  m et la longueur = 0,7 m, nous avons  $\theta_0 = 90^\circ$  et  $\theta_0 = 78,66^\circ$ .

### 2.3. Le Moment de Torsion

Pour appliquer un couple de torsion parfait a l'extrémité de la poutre, nous plaçons des charges reliées aux deux extrémités de la poutre comme la figure suivant.

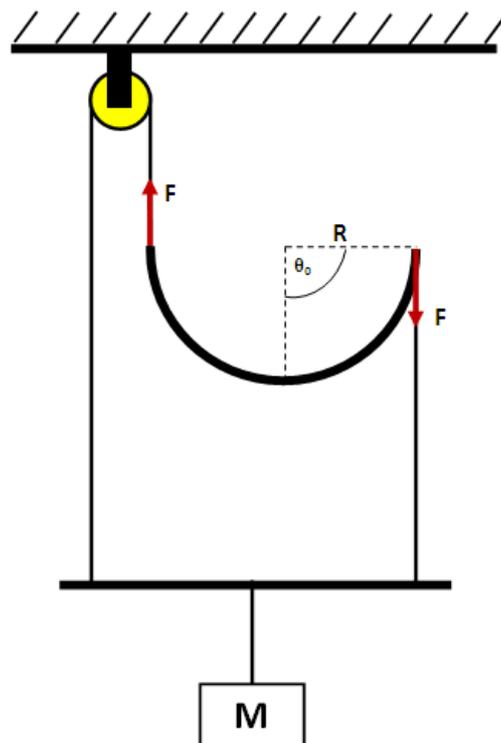


Figure 2.4. Application du moment de torsion

La charge permet ainsi d'imposer un moment de rotation à la poutre. Ce moment  $M_t$  est donné par :

$$M_t = m \times g \times R \times \sin \theta_0 \quad \dots\dots 1$$

Où  $g=10$  m/s<sup>2</sup> et  $m$  est la masse appliquée a l'extrémité de la poutre.

## CHAPITRE 3

### ETUDE THEORIQUE

#### 3.1. Le Modèle de Vlassov

##### 3.1.1 Equation

Les équations d'équilibre 'réduites' du modèle de Vlassov s'écrivent, d'après [2] :

$$ES \frac{d^2 u_3}{dx_3^2} = -P_3 \quad \dots\dots 2$$

$$EJ_w \frac{d^4 \theta_{Vlassov}}{dx_3^4} - \mu J_d \frac{d^2 \theta_{Vlassov}}{dx_3^2} = M_t \quad \dots\dots 3$$

$$EJ_2 \frac{d^4 u_1^{CVlassov}}{dx_3^4} = P_1 \quad \dots\dots 4$$

$$EJ_1 \frac{d^4 u_2^{CVlassov}}{dx_3^4} = P_2 \quad \dots\dots 5$$

Où :

$$S = 4hR\theta_0$$

$$J_w = \frac{4}{3} hR^5 \left( \theta_0^3 - 6 \frac{(\sin \theta_0 - \theta_0 \cos \theta_0)^2}{\theta_0 - \sin \theta_0 \cos \theta_0} \right)$$

$J_d = \frac{16}{3} h^3 aR\theta_0$  où la valeur de 'a' dans cette équation est un coefficient empirique.

$$J_1 = 2hR^3 (\theta_0 - \sin \theta_0 \cos \theta_0)$$

$$J_2 = 2hR^3 \left( \theta_0 + \sin \theta_0 \cos \theta_0 - \frac{2 \sin^2 \theta_0}{\theta_0} \right)$$

Pour déterminer l'expression de  $\theta$  et  $u_1$  en fonction de  $x_3$ , on résout les équations réduites sans second membre suivants :

$$EJ_w \frac{d^4 \theta_{Vlassov}}{dx_3^4} - \mu J_d \frac{d^2 \theta_{Vlassov}}{dx_3^2} = 0 \quad \dots\dots 6$$

$$EJ_2 \frac{d^4 u_1^C}{dx_3^4} = 0 \quad \dots\dots 7$$

### 3.1.2 Détermination de l'angle de torsion et du déplacement du centre de cisaillement

D'après [2], On va obtenir la solution comme suivant :

$$\theta_{Vlassov} = -M_t C \frac{l}{k} \left[ \tanh(k) - \frac{k}{l} x_3 - \tanh(k) \cosh\left(\frac{k}{l} x_3\right) + \sinh\left(\frac{k}{l} x_3\right) \right] \quad \dots 8$$

$$u_1^{CVlassov} = 0 \quad \dots 9$$

Où :

$$C = \frac{1}{\mu J_d}$$

$$\frac{l}{k} = \sqrt{\frac{EJ_w}{\mu J_d}}$$

Le modèle de Vlassov indique que le centre de cisaillement C est fixe. De plus, malgré la torsion de la poutre d'un angle  $\theta_{Vlassov}$ , le centre de cisaillement C ne subit pas de translation.

## 3.2. Le Modèle avec Couplage Torsion/Flexion

### 3.2.1 Equation

A la différence du modèle de Vlassov, le modèle établi dans [1] présente un couplage entre les phénomènes de torsion et de flexion. Les équations d'équilibres du modèle couplés s'écrivent, d'après [1].

$$ES \frac{d^2 u_3}{dx_3^2} = -P_3 \quad \dots 10$$

$$EJ_{ww} \frac{d^4 \theta}{dx_3^4} - \mu J_{wd} \frac{d^2 \theta}{dx_3^2} = M_t \quad \dots 11$$

$$EJ_{11} \frac{d^4 u_1^C}{dx_3^4} - \mu J_{1d} \frac{d^2 \theta}{dx_3^2} = P_1 \quad \dots 12$$

$$EJ_{22} \frac{d^4 u_2^C}{dx_3^4} = P_2 \quad \dots 13$$

Ce couplage est traduit dans l'équation (12) par l'ajout du terme suivant par rapport aux équations du modèle de Vlassov:

$$\mu J_{1d} \frac{d^2 \theta}{dx_3^2}$$

Ce terme lie  $\theta$  et  $U_{1c}$  dans une équation différentielle d'ordre 4, et entraîne le couplage entre torsion et flexion.

Les coefficients s'expriment de la manière suivante :

$$S = 4hR\theta_0$$

$$J_{ww} = \frac{4}{3} hR^5 \left( \theta_0^3 - 6 \frac{(\sin \theta_0 - \theta_0 \cos \theta_0)^2}{\theta_0 - \sin \theta_0 \cos \theta_0} \right)$$

$$J_{wd} = \frac{16}{3} h^3 R \left( \theta_0 - \sin \theta_0 \frac{\sin \theta_0 - \theta_0 \cos \theta_0}{\theta_0 - \sin \theta_0 \cos \theta_0} \right)$$

$$J_{11} = 2hR^3 (\theta_0 - \sin \theta_0 \cos \theta_0)$$

$$J_{1d} = -\frac{8}{3} h^3 \sin \theta_0$$

$$J_{22} = 2hR^3 \left( \theta_0 + \sin \theta_0 \cos \theta_0 - \frac{2 \sin^2 \theta_0}{\theta_0} \right)$$

Remarquons que, contrairement au modèle de Vlassov, le coefficient  $J_{1d}$  ne contient pas de constante empirique. Ce modèle est donc applicable pour tout angle d'ouverture  $\theta_0$ .

Pour avoir la solution analytique, on doit résoudre les équations 2 et 3 avec  $M_t$  et  $P_1 = 0$ . On a les équations suivant :

$$EJ_{ww} \frac{d^4 \theta}{dx_3^4} - \mu J_{wd} \frac{d^2 \theta}{dx_3^2} = 0 \quad \dots\dots\dots 14$$

$$EJ_{11} \frac{d^4 u_1^c}{dx_3^4} - \mu J_{1d} \frac{d^2 \theta}{dx_3^2} = 0 \quad \dots\dots\dots 15$$

### 3.2.2 Détermination de l'angle de torsion

Nous allons dans un premier temps calculer l'angle de torsion  $\theta_c$ . Il faut donc résoudre l'équation (11) qui se réécrit sous la forme suivante:

$$EJ_{ww} \frac{d^4 \theta}{dx_3^4} - \mu J_{wd} \frac{d^2 \theta}{dx_3^2} = 0 \quad \dots 16$$

On le simplifie :

$$\frac{d^4 \theta}{dx_3^4} - \frac{\mu J_{wd}}{EJ_{ww}} \frac{d^2 \theta}{dx_3^2} = 0$$

En posant  $\frac{\mu J_{wd}}{EJ_{ww}} = \frac{k^2}{l^2}$ , on obtient :

$$\frac{d^4 \theta}{dx_3^4} - \frac{k^2}{l^2} \frac{d^2 \theta}{dx_3^2} = 0 \quad \dots 17$$

On peut écrire l'équation comme la formule suivant :

$$r^4 - \frac{k^2}{l^2} r^2 = 0 \quad \dots 18$$

L'équation 9 a 4 solutions :  $r_1 = r_2 = 0, r_3 = \frac{k}{l}$  et  $r_4 = -\frac{k}{l}$ , donc on peut s'écrire la solution pour  $\theta$  comme suivant :

$$\theta(x_3) = c_1 + c_2 x_3 + c_3 \cosh\left(\frac{kx_3}{l}\right) + c_4 \sinh\left(\frac{kx_3}{l}\right)$$

Et puis on peut dériver l'équation (10), on a :

$$\frac{d\theta}{dx_3} = c_2 + c_3 \frac{k}{l} \sinh\left(\frac{kx_3}{l}\right) + c_4 \frac{k}{l} \cosh\left(\frac{kx_3}{l}\right)$$

$$\frac{d^2 \theta}{dx_3^2} = c_3 \frac{k^2}{l^2} \cosh\left(\frac{kx_3}{l}\right) + c_4 \frac{k^2}{l^2} \sinh\left(\frac{kx_3}{l}\right)$$

$$\frac{d^3 \theta}{dx_3^3} = c_3 \frac{k^3}{l^3} \sinh\left(\frac{kx_3}{l}\right) + c_4 \frac{k^3}{l^3} \cosh\left(\frac{kx_3}{l}\right)$$

$$\frac{d^4 \theta}{dx_3^4} = c_3 \frac{k^4}{l^4} \cosh\left(\frac{kx_3}{l}\right) + c_4 \frac{k^4}{l^4} \sinh\left(\frac{kx_3}{l}\right)$$

D'après l'équation (8), on a :

$$\frac{d^4 \theta}{dx_3^4} - \frac{k^2}{l^2} \frac{d^2 \theta}{dx_3^2} = 0$$

En appliquant les conditions limites, on peut vérifier :

En  $x_3 = 0$ , on a un encastrement donc :

$$\theta(0) = c_1 + c_3 \rightarrow c_1 = -c_3 \quad \dots 11$$

$$\frac{d\theta}{dx_3}(0) = 0 \rightarrow c_2 + c_4 \frac{k}{l} = 0 \rightarrow c_2 = -c_4 \frac{k}{l} \quad \dots\dots 12$$

En  $x_3 = l$ , on applique un couple  $M_t$  :

$$\frac{d^2\theta}{dx_3^2}(l) = 0 \rightarrow c_3 \frac{k^2}{l^2} \cosh(k) + c_4 \frac{k^2}{l^2} \sinh(k) = 0 \rightarrow c_3 = -c_4 \tanh(k) \dots 13$$

En utilisant les conditions limites dan l'équation suivant :

$$EJ_{ww} \frac{d^3\theta}{dx_3^3} - \mu J_{wd} \frac{d\theta}{dx_3} = M_t$$

On obtient :

$$c_4 = -M_t \frac{l}{k} \frac{1}{\mu J_{wd}}$$

Si on pose  $C = \frac{1}{\mu J_{wd}}$ , on va finalement trouve :

$$\theta = -M_t C \frac{l}{k} \left[ \tanh(k) - \frac{k}{l} x_3 - \tanh(k) \cosh\left(\frac{k}{l} x_3\right) + \sinh\left(\frac{k}{l} x_3\right) \right] \dots 19$$

### 3.2.3 Détermination de $U_1^c$

Et puis, maintenant on calcule le déplacement horizontal du centre de cisaillement C. pour cela, on doit résoudre l'équation :

$$EJ_{11} \frac{d^4 u_1^c}{dx_3^4} = \mu J_{1d} M_t C \frac{k}{l} \left[ \sinh\left(\frac{k}{l} x_3\right) - \tanh(k) \cosh\left(\frac{k}{l} x_3\right) \right]$$

Et puis, on s'intègre l'équation (12), on a :

$$\frac{d^3 u_1^c}{dx_3^3} = \frac{\mu J_{1d}}{EJ_{11}} M_t C \left[ \cosh\left(\frac{k}{l} x_3\right) - \tanh(k) \sinh\left(\frac{k}{l} x_3\right) \right] + a$$

$$\frac{d^2 u_1^c}{dx_3^2} = \frac{\mu J_{1d}}{EJ_{11}} M_t C \frac{l}{k} \left[ \sinh\left(\frac{k}{l} x_3\right) - \tanh(k) \cosh\left(\frac{k}{l} x_3\right) \right] + ax_3 + b$$

$$\frac{du_1^c}{dx_3} = \frac{\mu J_{1d}}{EJ_{11}} M_t C \frac{l^2}{k^2} \left[ \cosh\left(\frac{k}{l} x_3\right) - \tanh(k) \sinh\left(\frac{k}{l} x_3\right) \right] + \frac{1}{2} ax_3^2 + bx_3 + c$$

$$u_1^c = \frac{\mu J_{1d}}{EJ_{11}} M_t C \frac{l^3}{k^3} \left[ \sinh\left(\frac{k}{l} x_3\right) - \tanh(k) \cosh\left(\frac{k}{l} x_3\right) \right] + \frac{1}{6} ax_3^3 + \frac{1}{2} bx_3^2 + cx_3 + d$$

Si on pose :

$$B = \frac{\mu J_{1d}}{EJ_{11}} M_t C \frac{l^3}{k^3}$$

Et en utilisant condition limites de trouver les coefficients a, b, c et d, on va avoir :

$$u_1^C(0) = 0 \rightarrow d = B \tanh(k)$$

$$\frac{du_1^C}{dx_3}(0) = 0 \rightarrow c = -B \frac{k}{l}$$

$$\frac{d^2 u_1^C}{dx_3^2}(l) = 0 \rightarrow b = -al$$

$$\frac{d^3 u_1^C}{dx_3^3}(l) = \frac{\mu J_{1d}}{EJ_{11}} \frac{d\theta}{dx_3}(l)$$

$$\frac{\mu J_{1d}}{EJ_{11}} M_t C [\cosh(k) - \tanh(k) \sinh(k)] + a = \frac{\mu J_{1d}}{EJ_{11}} M_t C (-1 - \tanh(k) \sinh(k) + \cosh(k))$$

$$a = -\frac{\mu J_{1d}}{EJ_{11}} M_t C$$

$$a = -B \left( \frac{k^3}{l^3} \right)$$

Finalement, on peut écrire l'équation pour  $u_1^C$  :

$$u_1^C(x_3) = B \left[ \sinh\left(\frac{kx_3}{l}\right) - \tanh(k) \cosh\left(\frac{kx_3}{l}\right) - \frac{1}{6} \frac{k^3 x_3^3}{l^3} + \frac{1}{2} \frac{k^3 x_3^2}{l^2} - \frac{kx_3}{l} + \tanh(k) \right]$$

### 3.2.4 Les Différents entre Vlassov et Couple

La différence entre Vlassov et le couple peut être vu dans l'équation pour calculer l'angle de torsion et U1c. Dans le calcul de l'angle de torsion, la différence se produit pour calculer Jd où dans l'équation de Vlassov il y a des facteurs «a » qui dans ce cas considérer que la valeur a = 1. Alors que dans les équations de la théorie couplée l'équation  $J_{wd}$  est plus influencée par teta 0. Cette différence peut être vu dans l'équation ci-dessous:

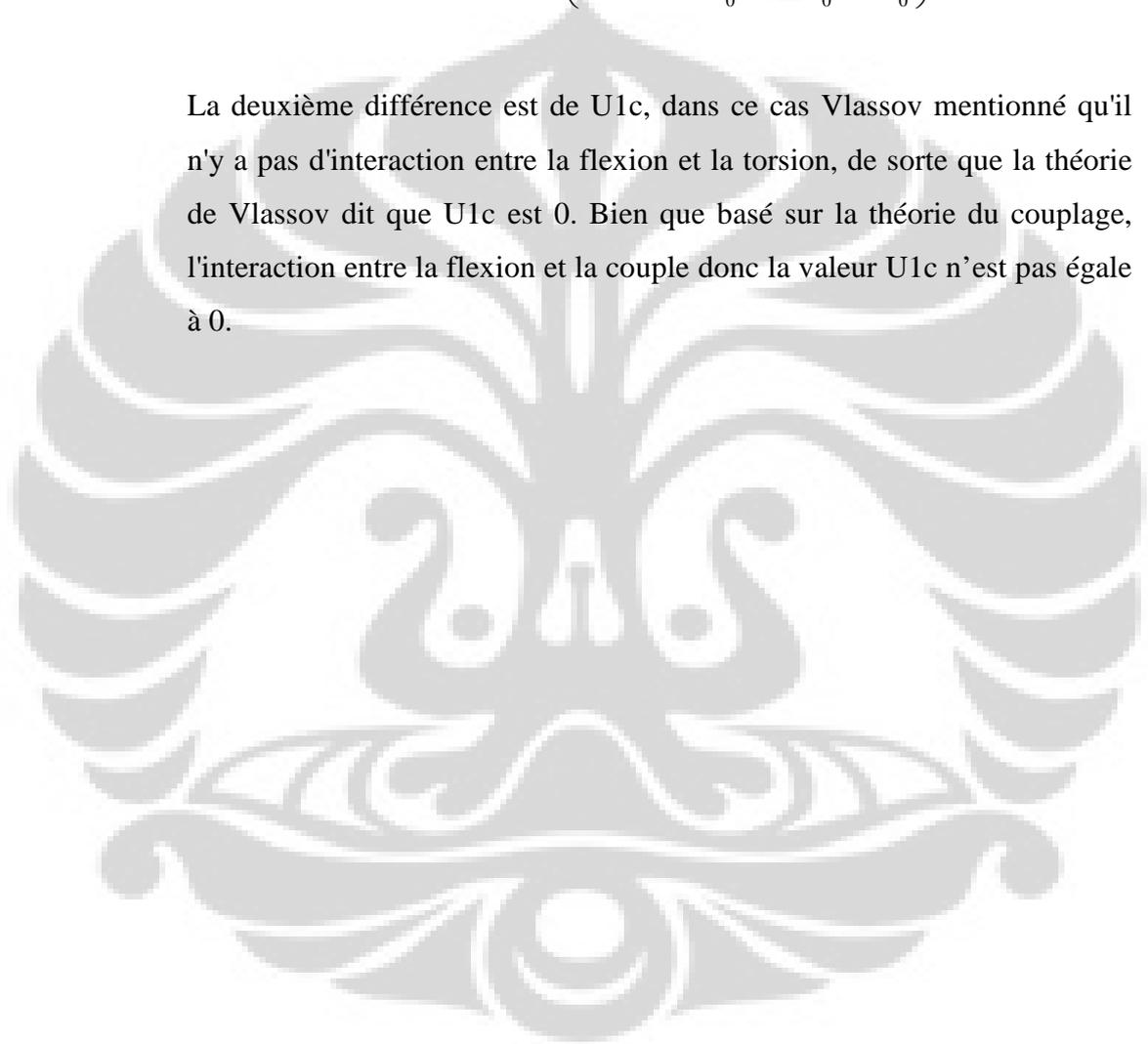
Théorie Vlassov:

$$J_d = \frac{16}{3} h^3 a R \theta_0$$

Théorie couple:

$$J_{wd} = \frac{16}{3} h R^3 \left( \theta_0 - \sin \theta_0 \frac{\sin \theta_0 - \theta_0 \cos \theta_0}{\theta_0 - \sin \theta_0 \cos \theta_0} \right)$$

La deuxième différence est de U1c, dans ce cas Vlassov mentionné qu'il n'y a pas d'interaction entre la flexion et la torsion, de sorte que la théorie de Vlassov dit que U1c est 0. Bien que basé sur la théorie du couplage, l'interaction entre la flexion et la couple donc la valeur U1c n'est pas égale à 0.



## CHAPITRE 4

### PROTOCOLE EXPERIMENTAL

Afin de comparer l'exactitude de ces modèles, nous avons effectuée des mesures sur des poutres. Les poutres choisies ont des sections en arc de cercle de demi-angle d'ouverture  $\theta_0$ .

On ne peut malheureusement pas mesurer directement les valeurs de  $\theta$  et  $U_{1c}$ . Leur détermination se fait par l'intermédiaire de la connaissance de trois déplacements mesurés à l'aide de comparateurs micrométriques.



Figure 4.1 Montage expérimental

#### 4.1. Dispositif Expérimental

La connaissance des déplacements ( $u_1, u_2, u_3$ ) des points A et B nous permet de déterminer la valeur de l'angle de rotation et du déplacement du centre de cisaillement C selon  $e_1$  (voir figure ci dessous).

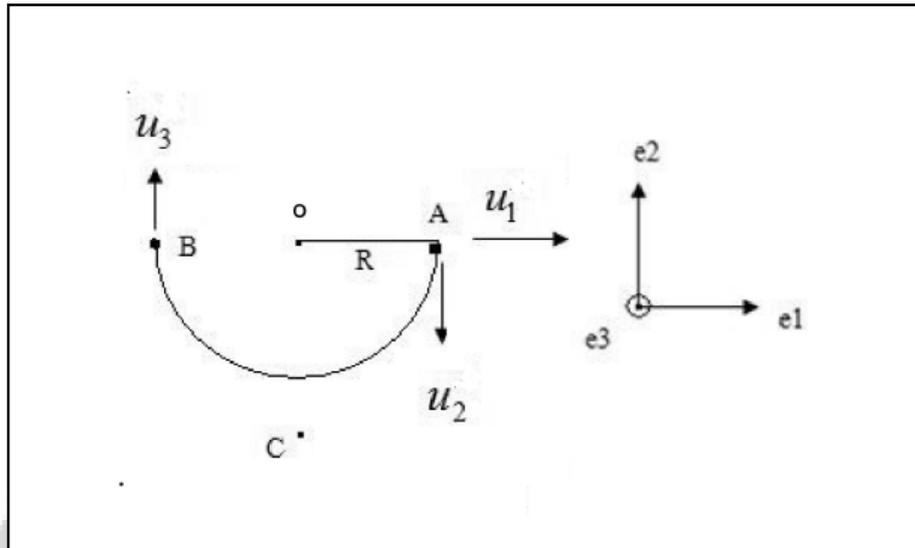


Figure 4.2 Profil de poutre vue de face

Dans notre cas, la rotation est imposée dans le sens anti-horaire ce qui implique que  $\theta$  est négatif. Cependant les formules que nous allons établir pour obtenir  $\theta$  et  $U1c$  sont valables quelque soit le sens de rotation de la poutre.

#### 4.2.Détermination $\theta$

Expérimentalement, nous mesurons les déplacements verticaux  $u_2$  et  $u_3$  de A et B. La Figure suivant, représente schématiquement ces deux déplacements suite au chargement de la poutre. On a ainsi la valeur de  $\theta$  :

$$\theta = -\text{arc tan} \left( \frac{|u_2| + |u_3|}{2R} \right)$$

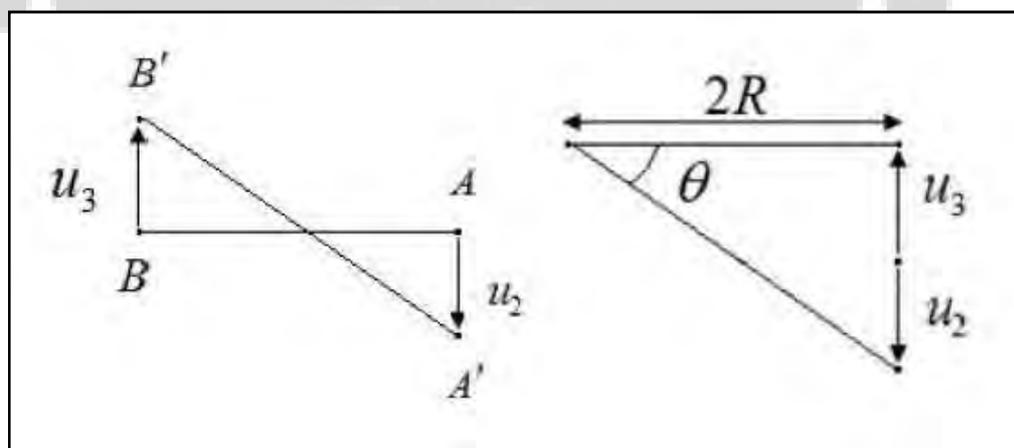


Figure 4.3 Détermination de l'angle de torsion

### 4.3. Détermination U1c

Contrairement à  $\theta$ , la détermination du déplacement de C n'est pas aussi directe, car comme le montre la Figure 4.1, le point C n'est pas un point du profil. Dans le cas de la poutre d'angle d'ouverture  $\theta_0 = 90^\circ$ , la position du point C est donnée par :

$$\overrightarrow{CO} = 1.27 R \overrightarrow{e_2}$$

Cependant, dans le plan d'une section, les déplacements sont de type solide rigide. Ainsi il est possible de relier le déplacement de C au déplacement de A par l'intermédiaire des relations suivantes:

$$\overrightarrow{u_A} = \overrightarrow{u_C} + \overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{CA}$$

$$\overrightarrow{\omega} = \theta \overrightarrow{e_3}$$

$$\overrightarrow{u_A} = \overrightarrow{u_C} + \theta \overrightarrow{e_3} \wedge \overrightarrow{CA}$$

$$\overrightarrow{u_A} \cdot \overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{u_C} \cdot \overrightarrow{e_1} + \theta (\overrightarrow{e_3} \wedge \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{e_1}$$

$$u_1 = u_1^C + \theta (\overrightarrow{e_3} \wedge \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{e_1}$$

Or

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OA} = 1,27 R \overrightarrow{e_2} + R \overrightarrow{e_1}$$

On obtient :

$$u_1 = u_1^A - 1.27 R \theta$$

$$u_1 = u_1^A - 1.27 R \theta$$

Soit finalement pour  $\theta_0 = 90^\circ$  :

$$u_1^C = u_1^A + 1,27 R \theta \quad \dots\dots 20$$

Pour  $\theta_0$  inférieur a  $90^\circ$  :

➤ Pour  $\theta_0 = 53,6^\circ$

$$u_1^C = u_1^A + (1,092 - \cos \theta_0) R \theta \quad \dots\dots 21$$

➤ Pour  $\theta_0 = 76^\circ$

$$u_1^C = u_1^A + (1,18969 - \cos \theta_0) R \theta \quad \dots\dots 22$$

➤ Pour  $\theta_0 = 78,66^\circ$

$$u_1^C = u_1^A + (1,2042 - \cos \theta_0) R \theta \quad \dots\dots 23$$

Remarque:  $\theta$  est en radian et son signe est soit négatifs soit positif suivant le sens de rotation, ce qui permet d'avoir le sens du déplacement. L'angle  $\theta$  sera représenté en valeur absolue. Nous avons donc obtenu une relation simple liant  $U_{1c}$  et  $U_{1A}$ . Cependant, il est important de noter que les déplacements que nous mesurons ne sont pas réellement les déplacements des points A et B, nous devons donc apporter une correction aux formules précédentes.

#### 4.4. Correction a apporter a $u_1$

Le dispositif expérimental est imparfait, notamment pour mesurer le déplacement horizontal de A. En effet, lors de la rotation de la poutre, le point A suit ce mouvement et effectue donc une translation descendante. Or le comparateur est fixe sur le support. Comme le montre la Figure 7, on mesure en réalité le déplacement latéral d'un point A situé en permanence sur le diamètre horizontal de la poutre.

Ceci est schématique car en réalité le point de mesure se situe 3 mm en dessous du point A afin que lors de la rotation, le comparateur reste sur le profil, mais le phénomène est identique. On note  $\delta_x$  cette erreur et on la détermine de la façon suivante:

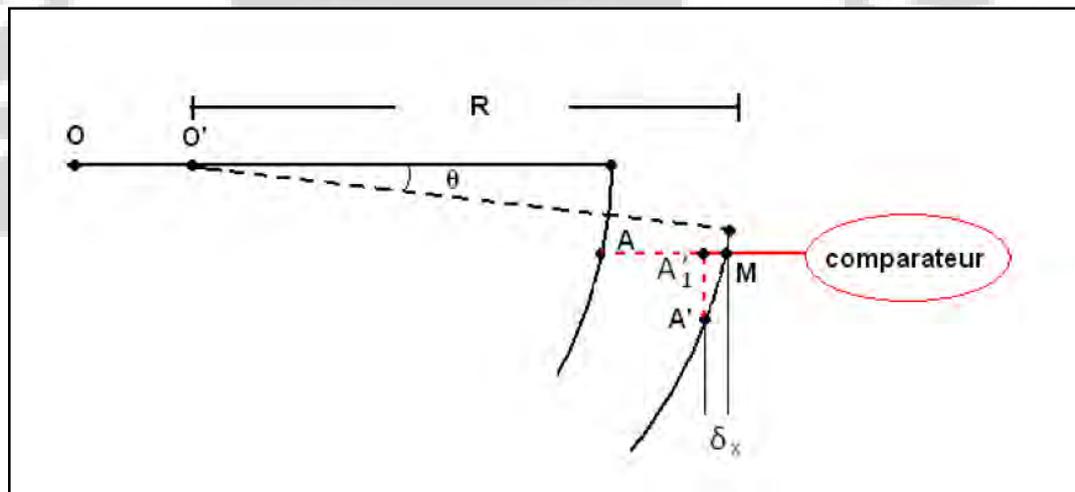


Figure 4.4 Détermination de la correction  $\delta_x$  sur le déplacement  $U_{1c}$

Nous mesurons la distance  $AM = u_1^{mes}$  au lieu de mesurer  $AA_1 = u_1^{reel}$ . Or

$$AA_1 = AM - \delta_x \Leftrightarrow u_1^{reel} = u_1^{mes} - \delta_x \text{ et :}$$

$$\begin{aligned}
 O'A' &= O'A_1'^2 + A_1'A'^2 \\
 \Leftrightarrow R^2 &= (R - \delta_x)^2 + u_2^2 \\
 \Leftrightarrow \delta_x &= R \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{u_2}{R} \right)^2} \right)
 \end{aligned}$$

Or ici  $\left( \frac{u_2}{R} \right)^2 \ll 1$  car  $u_2$  petit et  $R$  grand, donc :

$$\begin{aligned}
 \sqrt{1 - \left( \frac{u_2}{R} \right)^2} &\approx 1 - \frac{1}{2} \frac{u_2^2}{R^2} + 0 \left( \frac{u_2^4}{R^4} \right) \\
 \Leftrightarrow \delta_x &= \frac{u_2^2}{2R}
 \end{aligned}$$

Donc

$$u_1^{reel} = u_1^{mes} - \frac{u_2^2}{2R}$$

Finalement, on obtient :

$$u_1^C = u_1^{mes} + 1,27R\theta - \frac{u_2^2}{2R}$$

Ce phénomène d'erreur dû la rotation de la poutre se retrouve aussi sur les mesures de  $u_2$  et  $u_3$ . Cependant, l'erreur se comporte de manière antisymétrique, ainsi l'erreur se compense d'un coté a l'autre de la poutre.

## 4.5. Incertitude de Mesure

### 4.5.1 Erreur sur $\theta$

En plus de l'erreur due à la disposition du matériel de mesure, il est nécessaire de rajouter l'erreur due aux imprécisions des comparateurs. Les comparateurs mis à notre disposition pour effectuer les mesures sont précis au micromètre. A cela s'ajoute une erreur de mise en œuvre que nous prendrons égale à  $1 \mu\text{m}$ . Ainsi, la mesure des déplacements  $u_1$ ,  $u_1$  et  $u_1$  est précise à  $\pm 2 \mu\text{m}$ . En utilisant le protocole d'évaluation de l'incertitude de mesure donné par la norme AFNOR ENV 13005, déterminons l'erreur sur  $\theta$ . Où  $\theta$  est la fonction de la forme :

$$\theta = -\text{arc tan} \left( \frac{|u_2| + |u_3|}{2R} \right)$$

Ainsi, on a :

$$\sigma_{\theta}^2 = \left( \frac{d\theta}{du_2} \right)^2 \Big|_{\bar{u}_2} (\sigma_{u_2})^2 + \left( \frac{d\theta}{du_3} \right)^2 \Big|_{\bar{u}_3} (\sigma_{u_3})^2$$

Avec  $\sigma_{u_2} = \sigma_{u_3} = \pm 2 \mu\text{m}$  et  $\bar{u}_2 = \bar{u}_3 = 500 \mu\text{m} = \sigma_{u_2}$

Donc,

$$\Leftrightarrow \sigma_{\theta}^2 = 2 \left( \frac{d\theta}{du_2} \right)^2 \Big|_{\bar{u}_2} (\sigma_{u_2})^2$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{\theta}^2 = 2 \left( \frac{2R}{4R^2 + (2\bar{u}_2)^2} \right)^2 (\sigma_{u_2})^2$$

Pour poutre avec  $R = 0,05215 \text{ m}$

$$\Leftrightarrow \sigma_{\theta}^2 = 2 \left( \frac{2 \times 0,05215}{4 \times 0,05215^2 + (2 \times 500 \times 10^{-6})^2} \right)^2 (2 \times 10^{-6})^2$$

On a alors  $\sigma_{\theta}^2 = 7,35 \times 10^{-10}$ , soit  $\sigma_{\theta} = 2,7 \times 10^{-5} \text{ rad} = 1,55 \times 10^{-3} \text{ deg}$ .

Cette erreur est infinie. Nous avons décidé de majorer cette erreur en prenant  $\sigma_{\theta} = 0,05^{\circ}$ .

#### 4.5.2 Erreur sur $U_1^C$

Cela nous permet de déterminer l'incertitude de mesure sur  $u_1^C$  pour la poutre d'ouverture  $\theta_0 = 90^{\circ}$ .

$$u_1^C \approx u_1^{mes} + 1,27R\theta - \frac{u_2^2}{2R}$$

Ainsi on a d'après la formule donnée par la norme AFNOR ENV 13005 :

$$\sigma_{u_1^C}^2 = \left( \frac{du_1^C}{du_1} \right)^2 \Big|_{\bar{u}_1} (\sigma_{u_1})^2 + \left( \frac{du_1^C}{d\theta} \right)^2 \Big|_{\bar{\theta}} (\sigma_{\theta})^2 + \left( \frac{du_1^C}{du_2} \right)^2 \Big|_{\bar{u}_2} (\sigma_{u_2})^2$$

Pour  $R = 0,05215 \text{ m}$  :

$$\Leftrightarrow \sigma_{u_1^c}^2 = \sigma_{u_1}^2 + (1,27R)^2 \sigma_\theta^2 + \left(\frac{u_2}{R}\right)^2 \sigma_{u_2}^2$$

➤ Dans le cas où  $\sigma_\theta = 2,7 \times 10^{-5} \text{ rad}$ , on a :

$$\sigma_{u_1^c}^2 = (2 \times 10^{-6})^2 + 4,38 \times 10^{-3} (2,7 \times 10^{-5})^2 + \left(\frac{500 \times 10^{-6}}{0,05215}\right)^2 (2 \times 10^{-6})^2$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{u_1^c}^2 = 7,19 \times 10^{-12}$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{u_1^c} = 2,68 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Soit  $\sigma_{u_1^c} = \pm 3 \mu\text{m}$

➤ Dans le cas où  $\sigma_\theta = 0,05^\circ = 8,7 \times 10^{-4} \text{ rad}$ , on a :

$$\sigma_{u_1^c}^2 = (2 \times 10^{-6})^2 + 4,38 \times 10^{-3} (8,7 \times 10^{-4})^2 + \left(\frac{500 \times 10^{-6}}{0,05215}\right)^2 (2 \times 10^{-6})^2$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{u_1^c}^2 = 3,3 \times 10^{-9}$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{u_1^c} = 57 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Soit  $\sigma_{u_1^c} = \pm 57 \mu\text{m}$

Pour la poutre d'ouverture  $\theta_0 = 53,6^\circ$ , on a de la même manière :

$$\sigma_\theta^2 = 1,13 \times 10^{-9}, \text{ soit } \sigma_\theta = 3,36 \times 10^{-5} \text{ rad} = 1,92 \times 10^{-3} \text{ deg.}$$

Que nous majorons par  $\sigma_\theta = 0,05^\circ$

Et ainsi nous aurons :  $\sigma_{u_1^c} = \pm 7 \mu\text{m}$

## CHAPITRE 5

### COMPARAISONS LES RESULTATS EXPERIMENTAUX, THEORIQUES ET NUMERIQUES (ANSYS)

#### 5.1. Résultats Pour $\theta_0= 90$ .

Maintenant, nous allons comparer les résultats qui sont obtenus pour les 3 poutres avec ouverture  $\theta_0= 90$ . Tout d'abord, nous montrons les résultats expérimentaux en fonction de la masse et de la position, Et puis nous les comparons avec les résultats théoriques. En suit, nous allons montrer les résultats numériques (par ANSYS) et comparer toutes les résultats dans la même courbe. Finalement, nous allons donner les conclusions pour cette modèle de poutre. Nous avons trouvée les problèmes pour mesure U1c dans la partie expérimental, pour cette raison la, nous ne montrons que les courbes de l'angle de torsion pour la partie expérimental. Pour U1c, nous avons seulement utilisé les résultats U1c pas ANSYS.

##### 5.1.1 Résultats expérimentaux

Les mesures des déplacements des points A et B nous ont permis d'obtenir les courbes expérimentales suivantes pour différentes masses et différentes positions de mesure sur la poutre. Pour la poutre avec rayon 4,98 cm, nous avons mesuré à 8 points, ils sont  $X= 0, 15, 25, 35, 45, 55, 65$  et 68. Et puis nous avons calculé en utilisant la formule qu'a été expliqué et nous avons les résultats comme la figure 5.1.

L'angle de torsion dans la Figure 5.1 a augmenté linéairement en fonction de la masse. Cette figure nous montre l'angle de torsion à chaque point des mesures. Nous pouvons voir que le plus grande de l'angle de torsion est au point de l'extrémité (Pour  $X = 68$ ), ici nous avons trouvé l'angle de torsion égale à 1,737 degré.

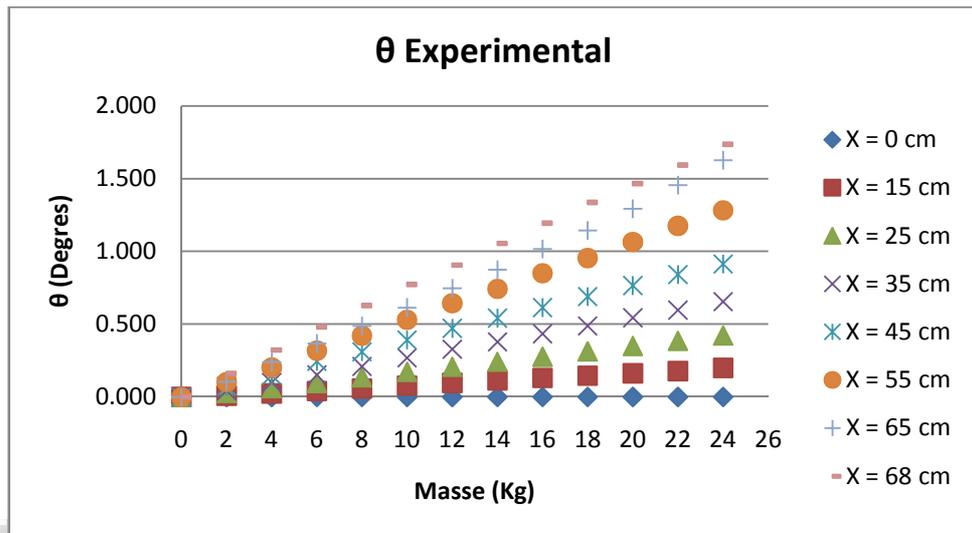


Figure 5.1. L'angle de torsion en fonction de la masse en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon = 4,98 cm

En suite, pour la poutre avec le rayon 5,215 cm on a la courbe comme suivant :

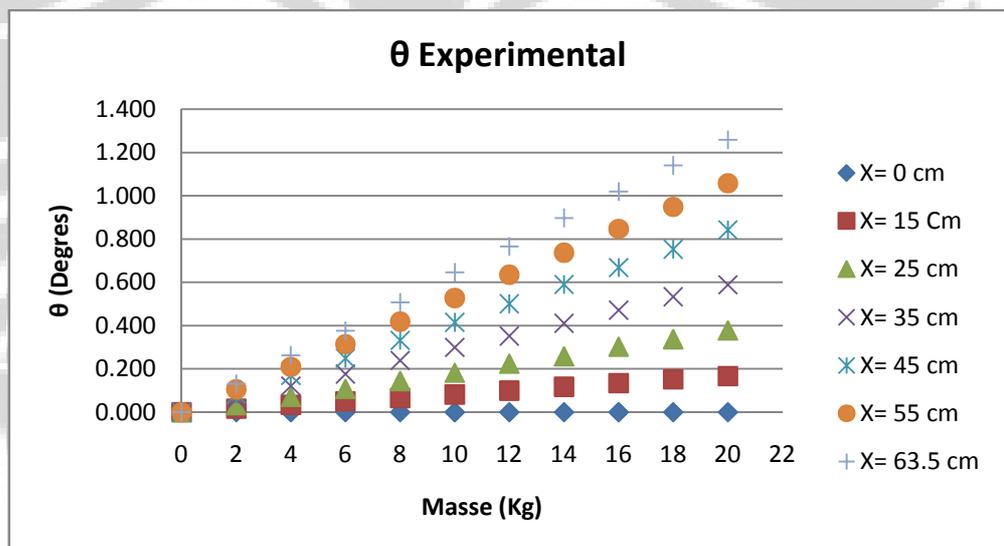


Figure 5. 2. L'angle de torsion en fonction de la masse en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon = 5,215 cm

Ici nous avons trouvé l'angle de torsion égale à 1,258 degré. En outre, pour la poutre avec rayon 5,64 cm, on a :

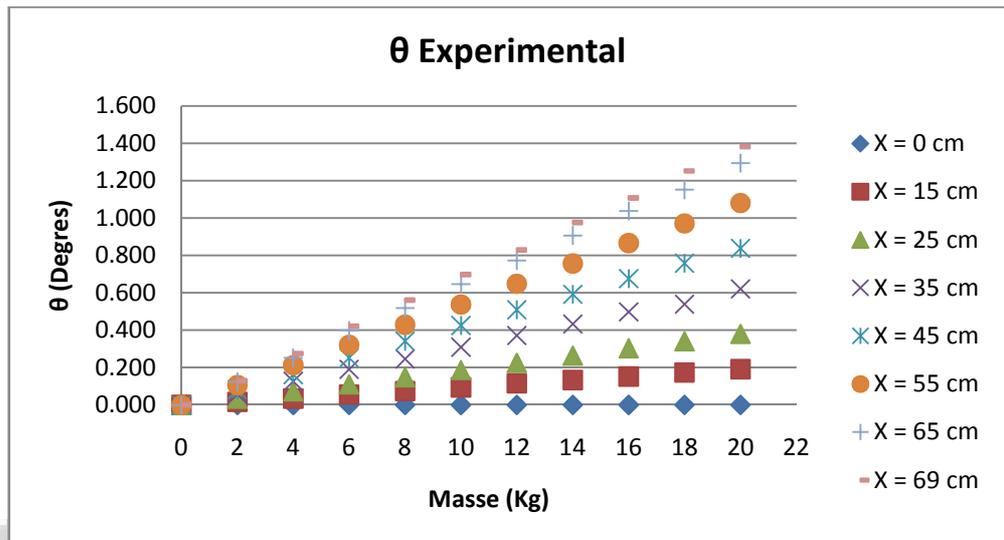


Figure 5.3. L'angle de torsion en fonction de la masse en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon = 5,64 cm

Nous pouvons voir que le plus grande de l'angle de torsion est au point de l'extrémité (Pour X = 69), ici nous avons trouvé l'angle de torsion égale à 1,4 degré.

Maintenant, nous allons montrer l'angle de torsion en fonction de la position. Nous utilisons seulement la grande masse (à partir de 12 Kg) jusqu'à 24 Kg.

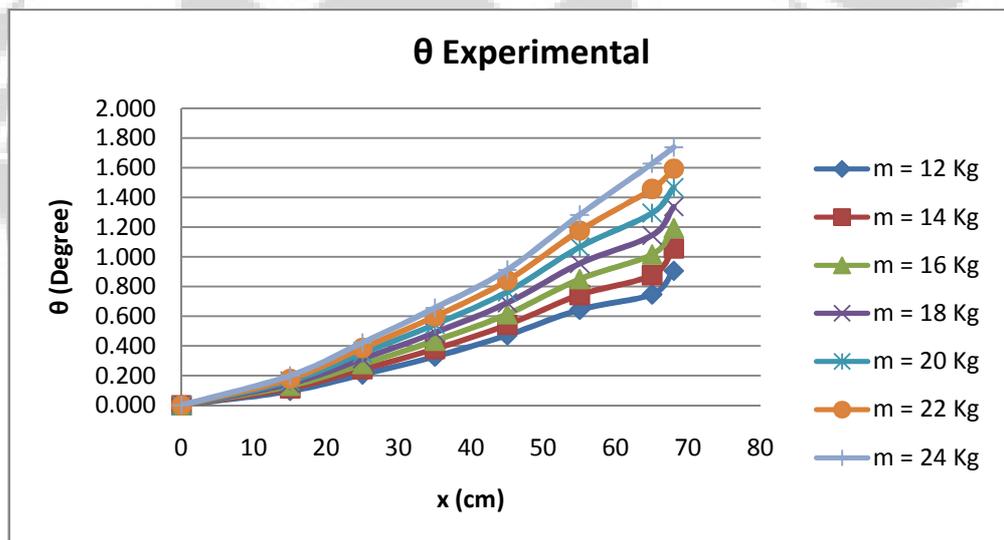


Figure 5.4. L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon = 4,98 cm

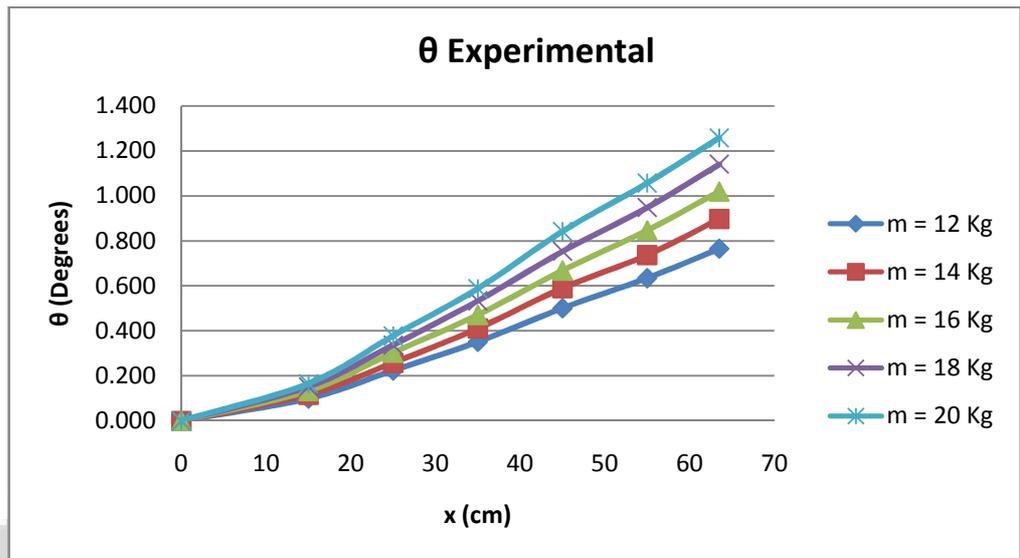


Figure 5. 5. L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm

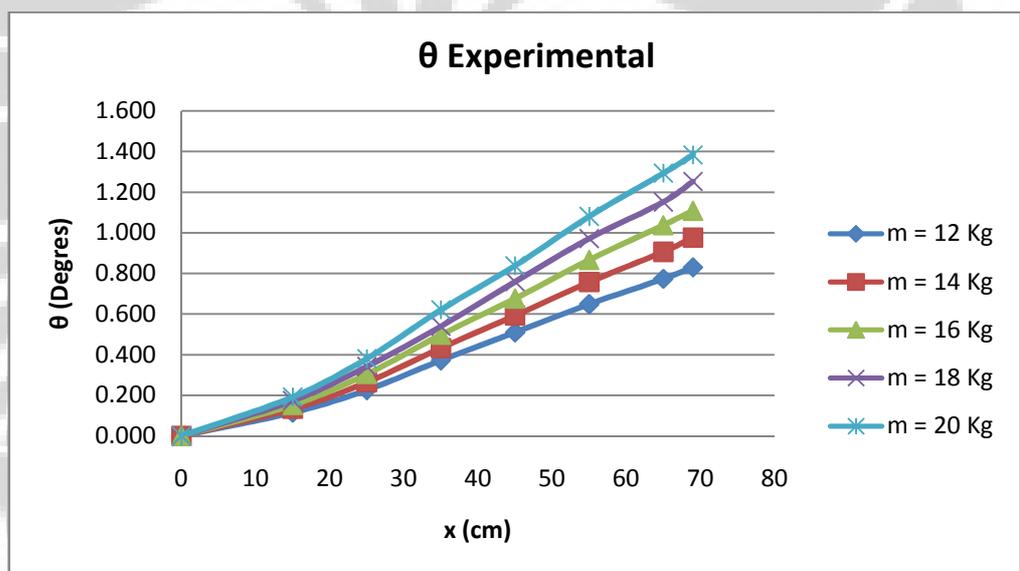


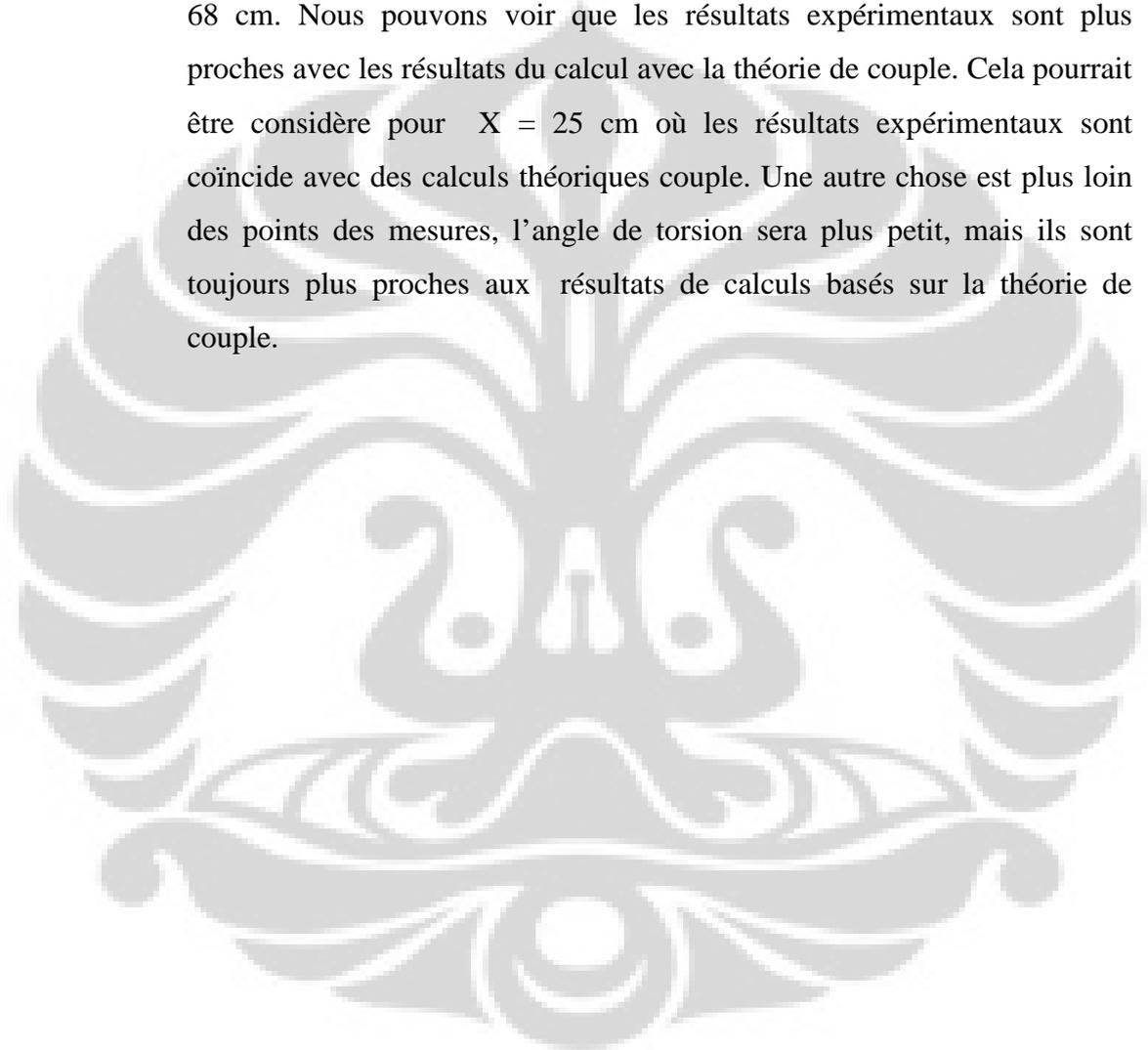
Figure 5. 6. L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm

Normalement, nous pouvons tracer la courbe pour U1c, mais nous avons le problème de mesurer précisément la valeur U1a donc nous ne montrons que les résultats de l'angle de torsion. Nous allons tracer la courbe de U1c dans la partie ANSYS.

### 5.1.2 Comparaison avec les résultats théoriques

Dans ce parti, nous allons comparer les résultats expérimentaux avec résultats théorique (Couple et Vlassov). Nous mettrons toutes les résultats dans la même courbe.

La figure 5.7 nous montre la relation entre l'angle de torsion en fonction de la masse. Dans ce cas, nous n'affichons que des distances  $X = 25, 55, 65$  et  $68$  cm. Nous pouvons voir que les résultats expérimentaux sont plus proches avec les résultats du calcul avec la théorie de couple. Cela pourrait être considère pour  $X = 25$  cm où les résultats expérimentaux sont coïncide avec des calculs théoriques couple. Une autre chose est plus loin des points des mesures, l'angle de torsion sera plus petit, mais ils sont toujours plus proches aux résultats de calculs basés sur la théorie de couple.



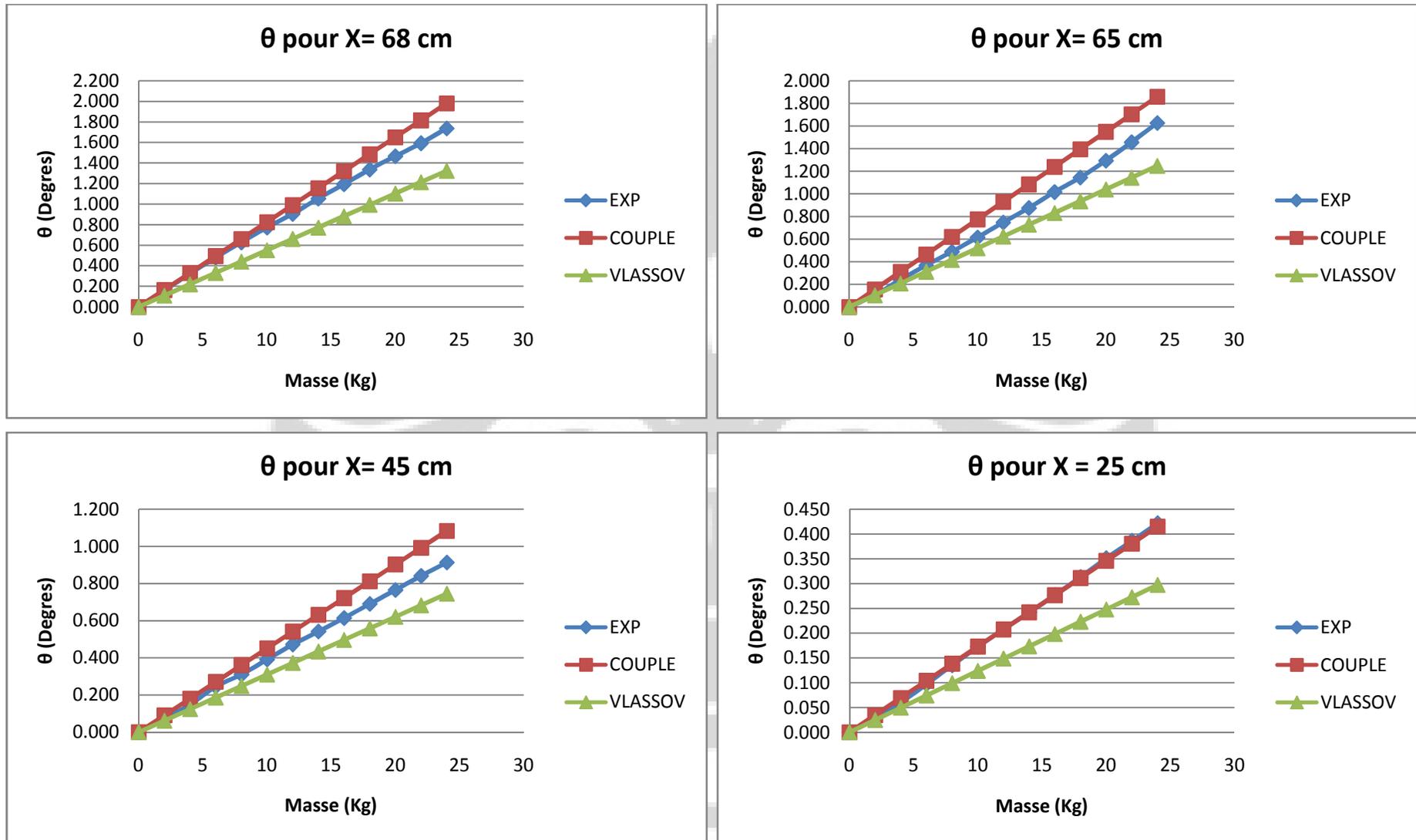


Figure 5.7. L'angle de torsion en fonction des masses en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm

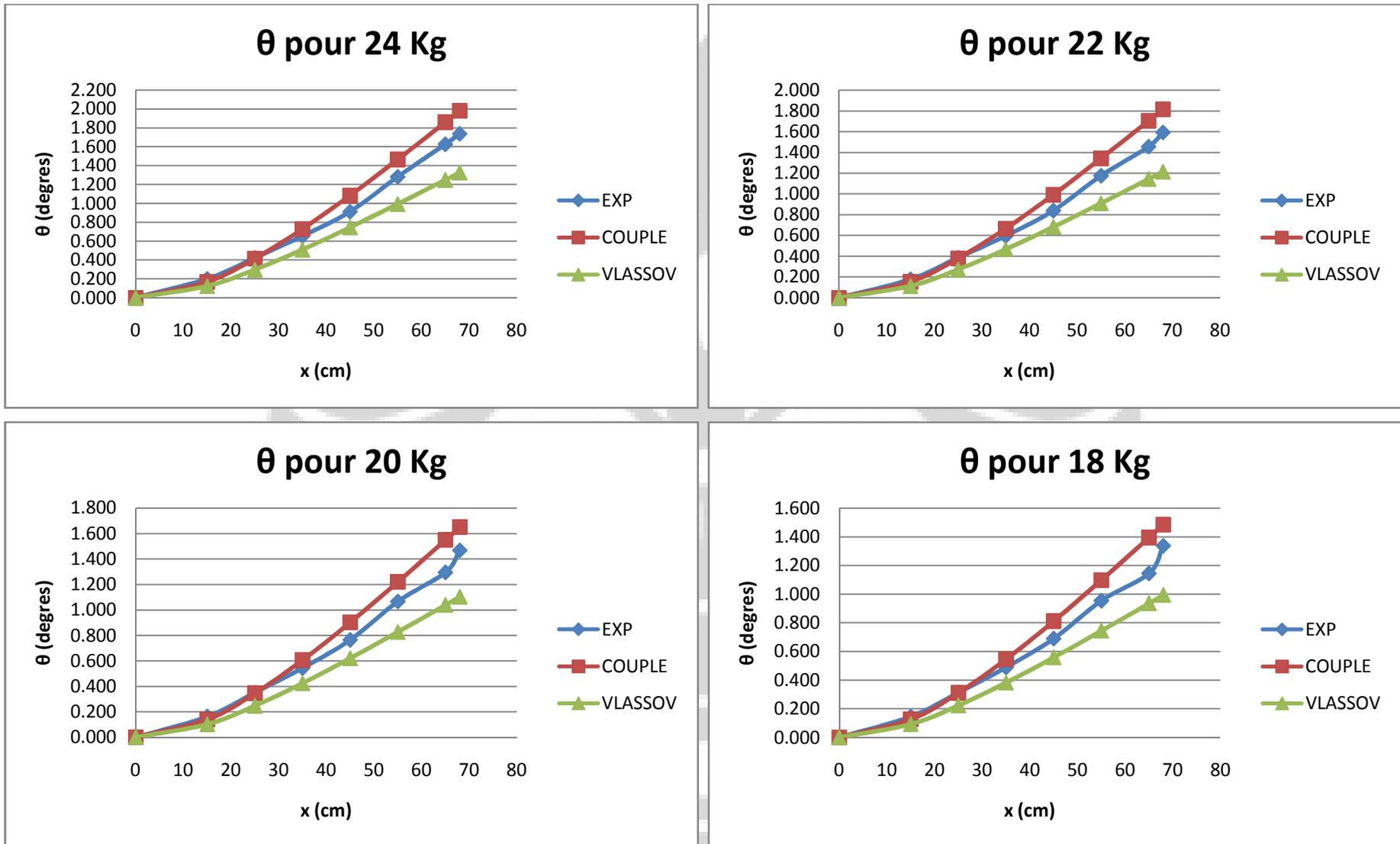
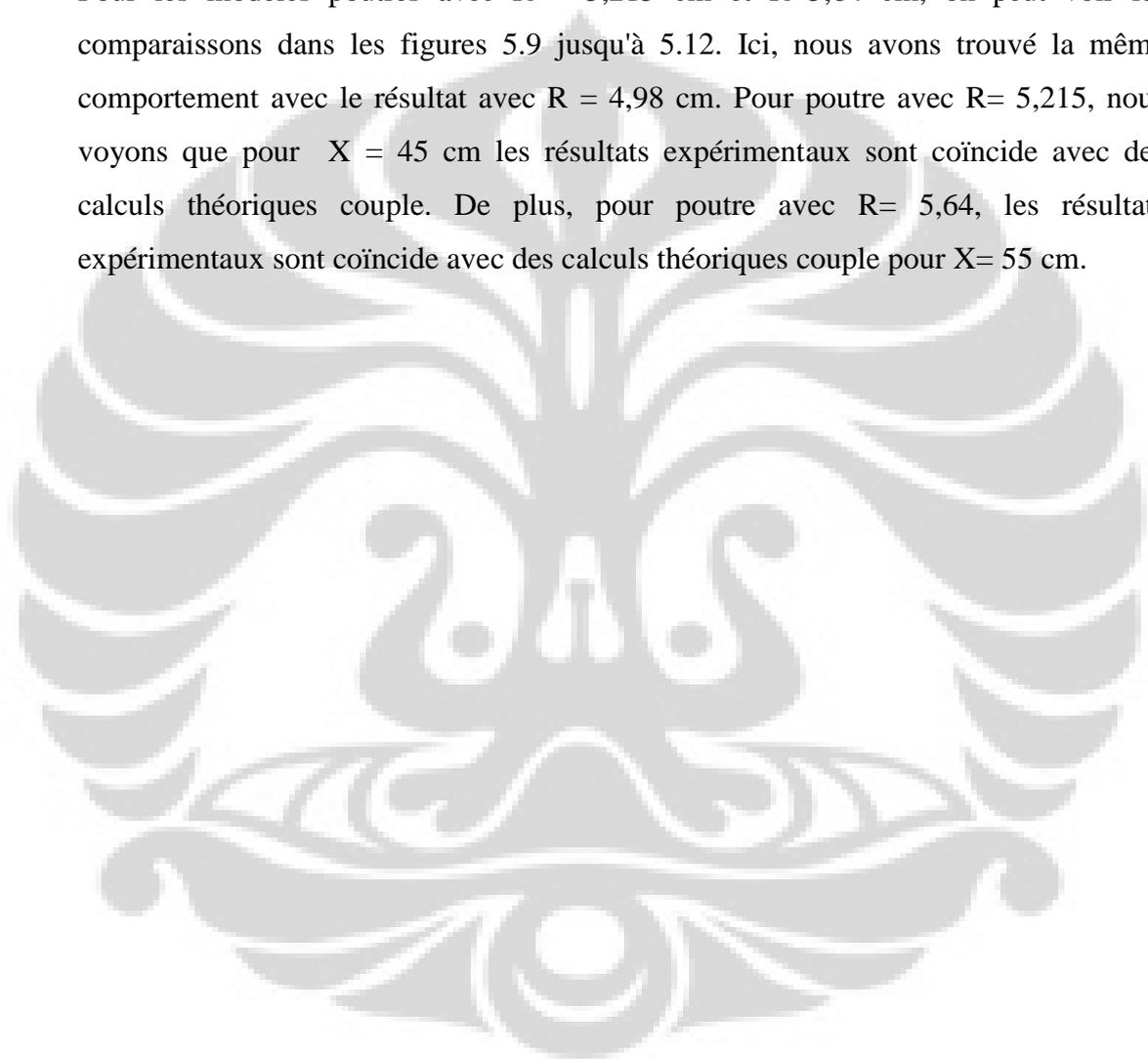


Figure 5.8. L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 90^\circ$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm

La figure 5.8 montre quatre graphiques de l'angle de torsion avec plusieurs masses différentes. Parmi les quatre graphiques peuvent être vus que les résultats de l'expérience sont très proches de calculs basés sur la théorie de couple. C'est presque le même phénomène qui se produit sur le graphique de l'angle de torsion en fonction de masse. Le graphique nous montre que, à une distance de 25 cm, le résultat de l'expérience coïncide avec le résultat de la théorie de couple.

Pour les modèles poutres avec  $R = 5,215$  cm et  $R=5,64$  cm, on peut voir les comparaisons dans les figures 5.9 jusqu'à 5.12. Ici, nous avons trouvé la même comportement avec le résultat avec  $R = 4,98$  cm. Pour poutre avec  $R= 5,215$ , nous voyons que pour  $X = 45$  cm les résultats expérimentaux sont coïncide avec des calculs théoriques couple. De plus, pour poutre avec  $R= 5,64$ , les résultats expérimentaux sont coïncide avec des calculs théoriques couple pour  $X= 55$  cm.



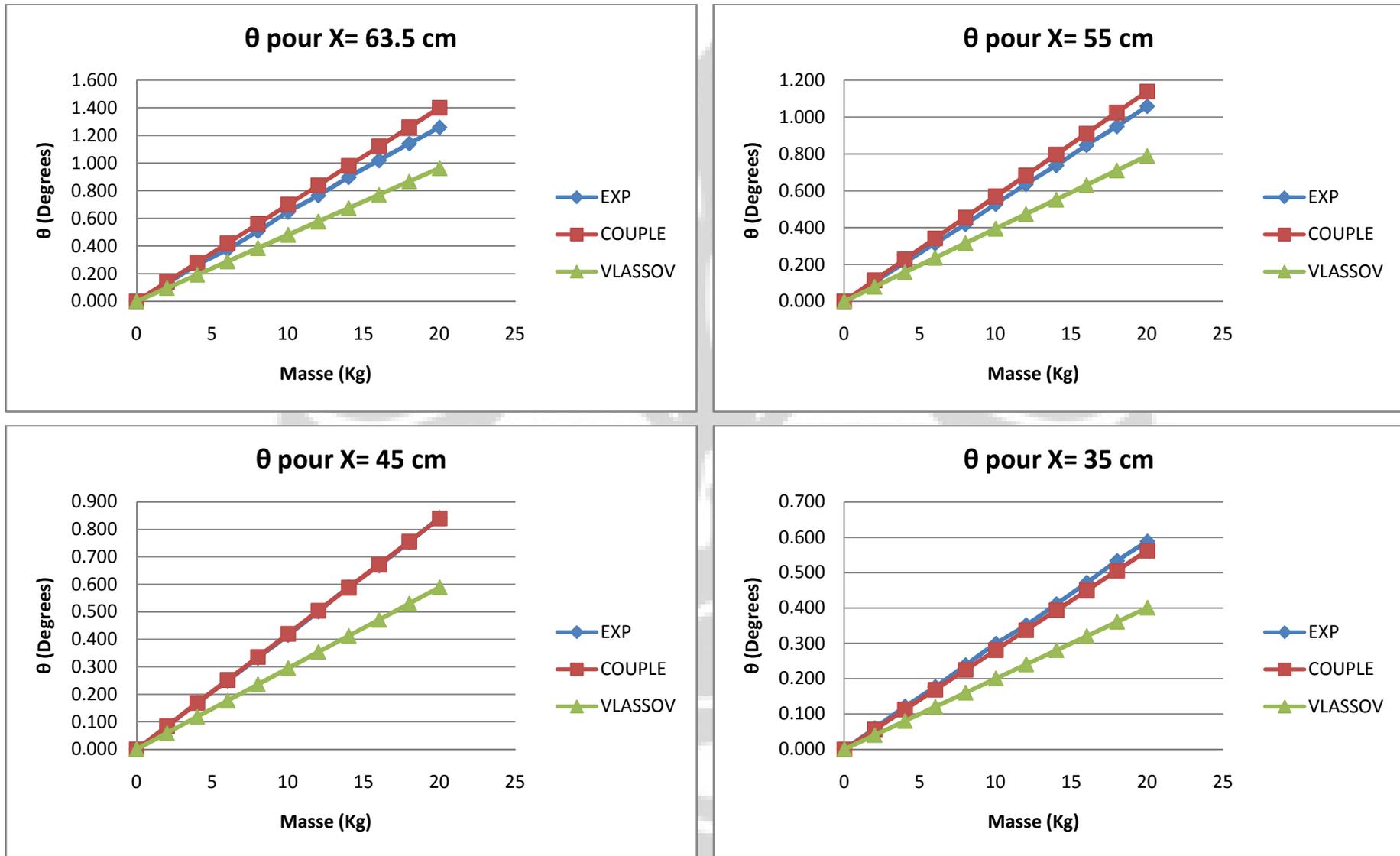


Figure 5. 9. L'angle de torsion en fonction des masses en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon = 5,215 cm

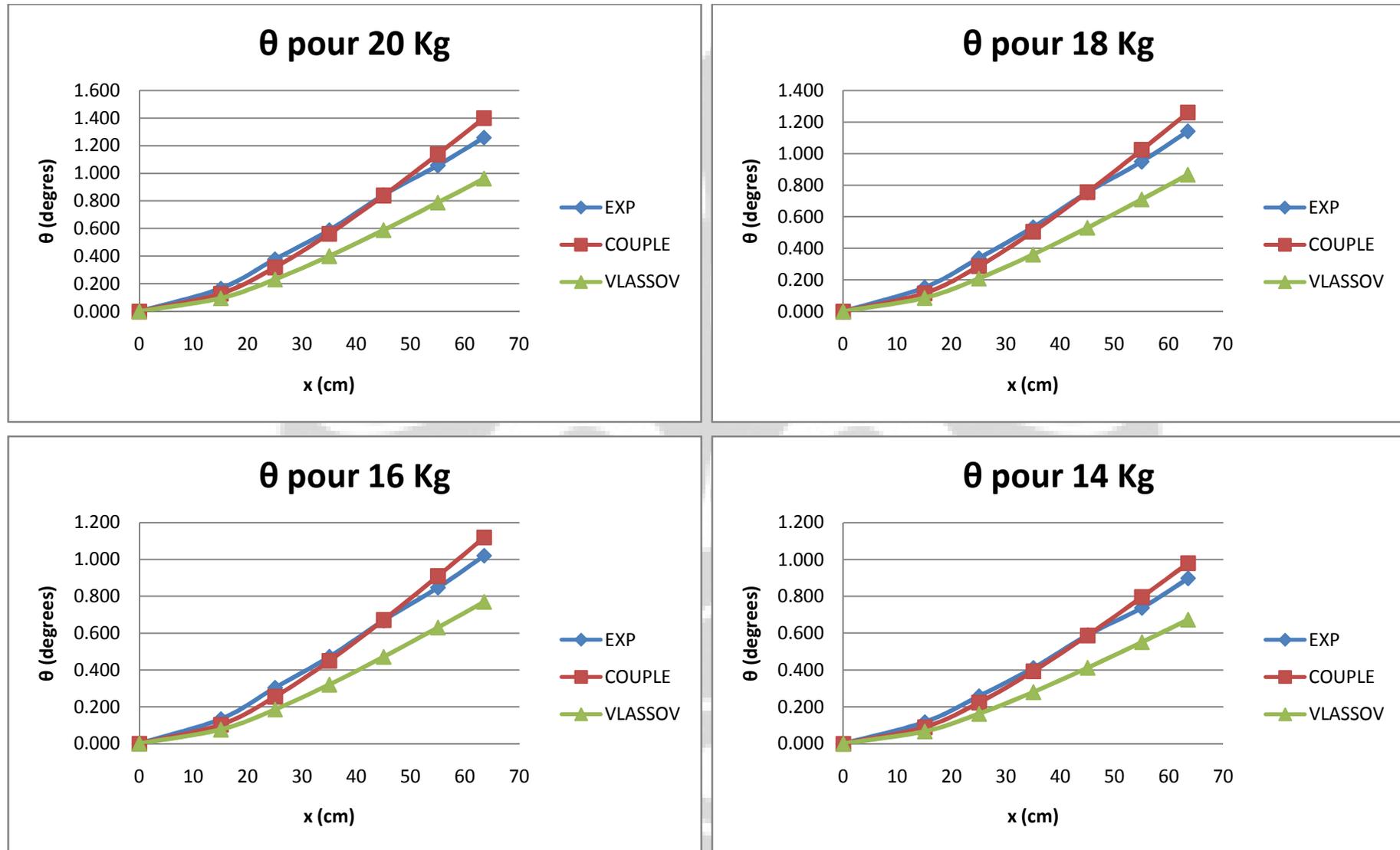


Figure 5. 10. L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm

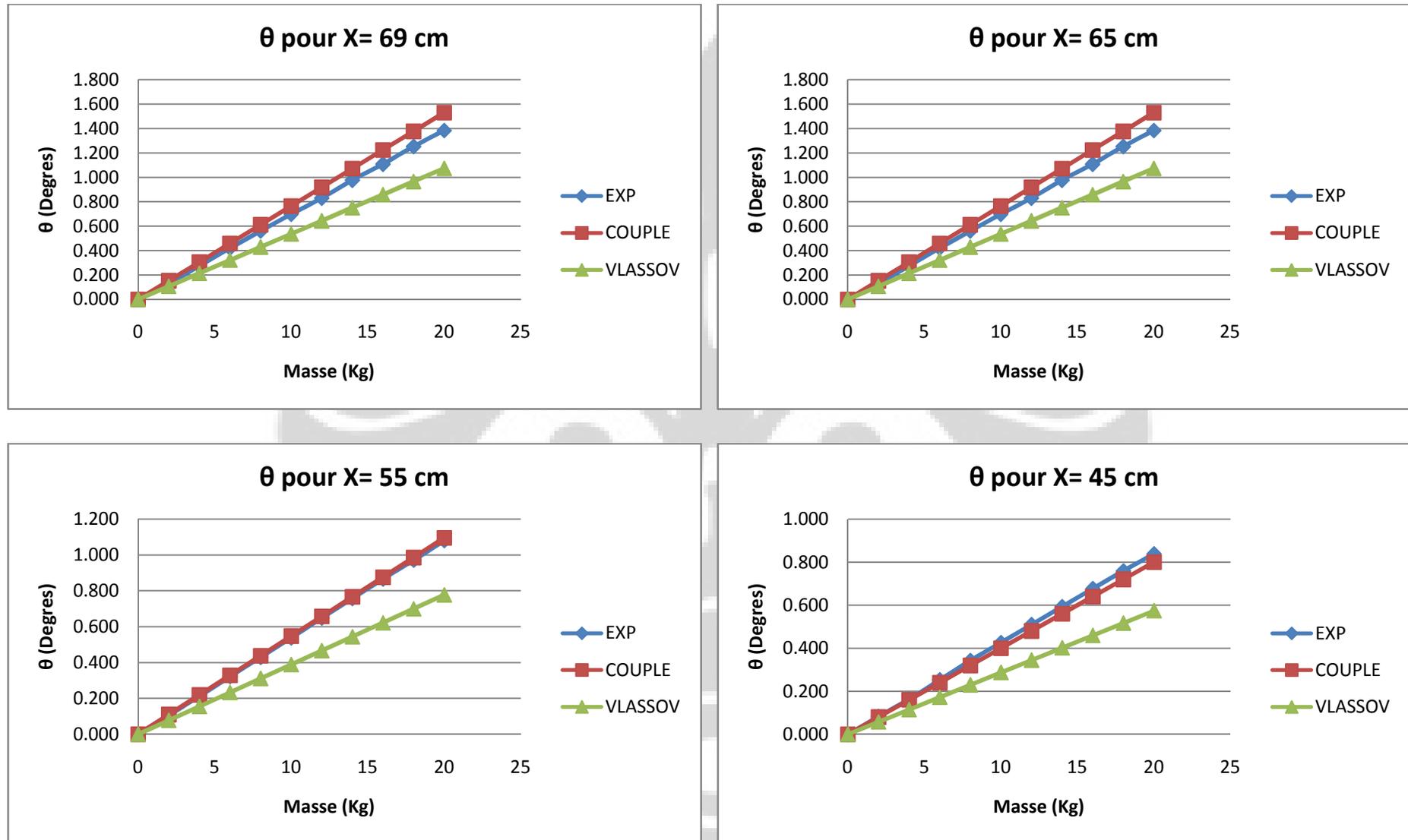


Figure 5.11. L'angle de torsion en fonction des masses en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon = 5,64 cm

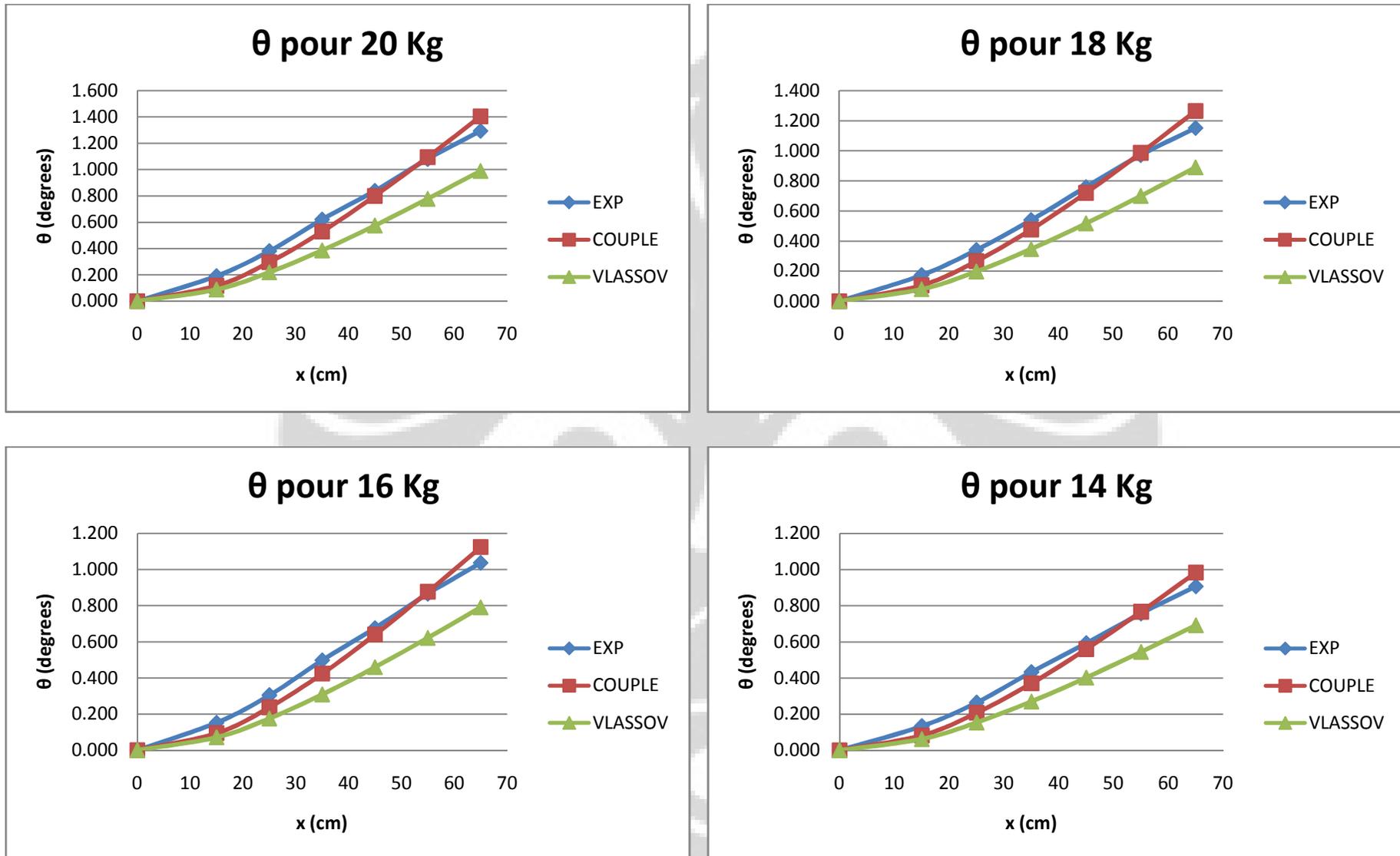


Figure 5. 12. L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon = 5,64 cm

### 5.1.3 Résultats ANSYS

Dans cette section, nous décrivons les résultats numériques obtenus par ANSYS. Dans ce cas, nous allons effectuer des calculs numériques en faisant varier R (le rayon) et 2h (l'épaisseur). D'après les résultats obtenus par ANSYS, nous allons expliquer chaque phénomène qui se produit. Alors que l'on peut connaître le comportement du modèle utilisé pour l'expérience.

#### 5.1.3.1. Modélisation numérique sur ANSYS

Dans la partie numérique sur ANSYS, nous utilisons élément solide 3D avec les données

- $E = 2,1 \times 10^{11}$
- $\nu = 0,3$ .

Pour le maillage, nous fait avec maillage quadratique, 2 élément pour l'épaisseur et pour la longueur est 1 élément chaque 0,5 cm.

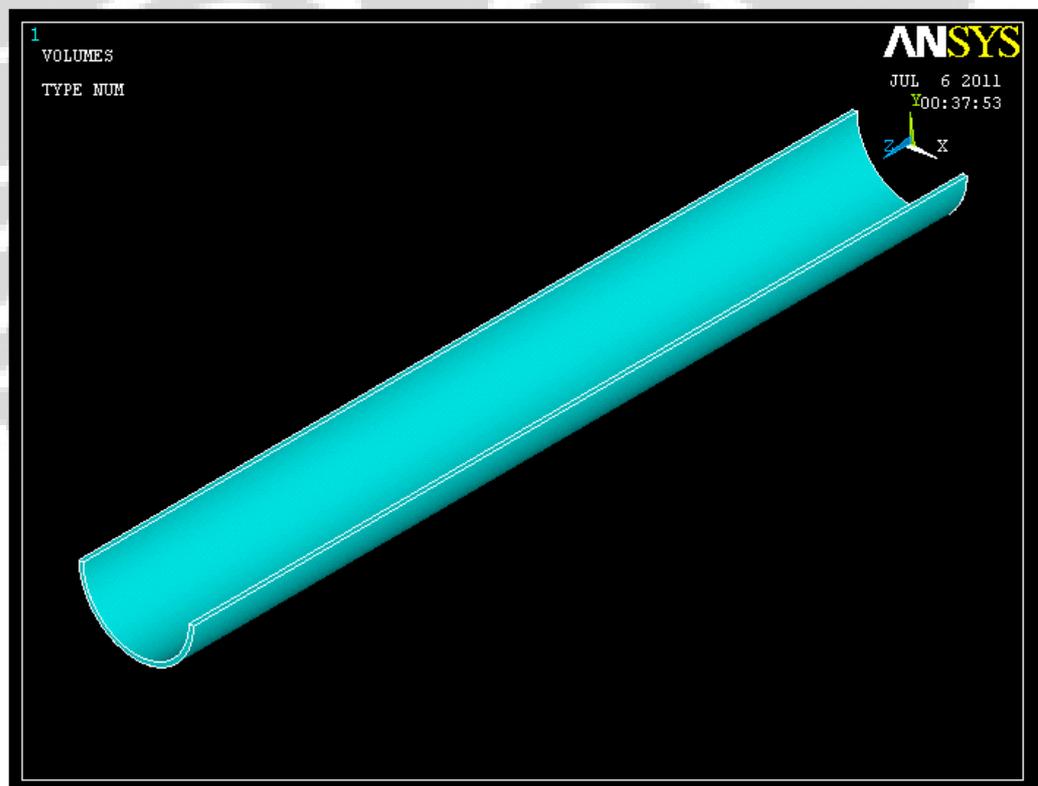


Figure 5. 13. Modèle solide 3D

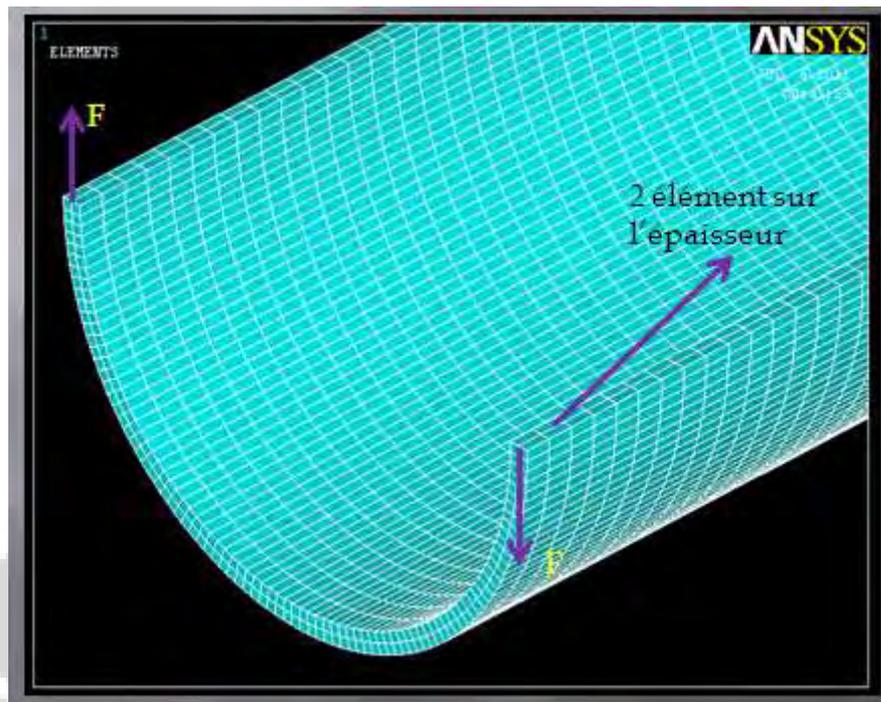


Figure 5. 14. Maillage

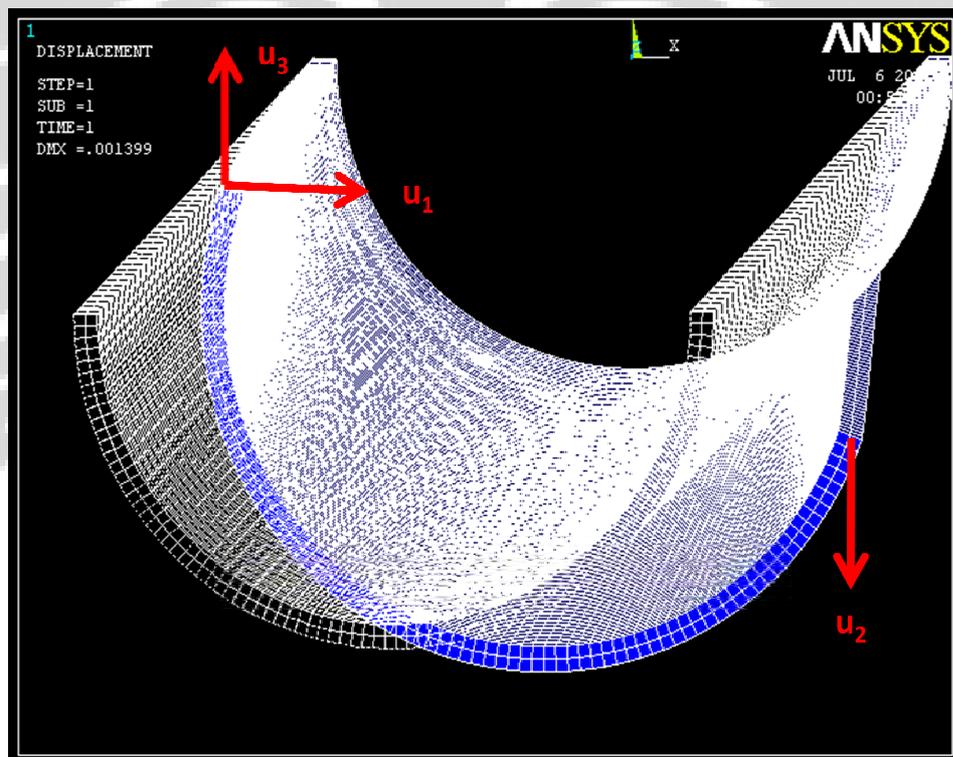


Figure 5. 15. Déformation

### 5.1.3.2. Les résultats ANSYS en différent R

Avec le logiciel ANSYS, nous pouvons facilement modéliser les poutres voiles. Dans ce cas, nous allons modéliser les modèles en variant le rayon (R). Ici, nous allons montrer le modèle avec le rayon = 5,215 cm, de sorte que nous allons utiliser le rayon de la plus grande et plus petite que les modèles. Nous allons utiliser R = 4 cm, 5,215 cm, 6 cm et 7 cm. Bien que l'épaisseur soit rendue permanente qui est égale à 3,9 mm.

Les logiciels ANSYS, nous obtenons la valeur de U1, U2 et U3, c'est la même chose que nous avons obtenu à partir d'expérimental au laboratoire. A partir de ces résultats, nous allons utiliser la formule :

$$\theta = -\arctan\left(\frac{|u_2| + |u_3|}{2R}\right)$$

$$u_1^C = u_1^A + 1,27R\theta$$

Donc, nous sommes obtenus l'angle de torsion et U1c pour chaque modèle. Sur les 4 variantes de ce rayon, nous allons évaluer les phénomènes de poutres voiles puis nous allons comparer les résultats Couple et le Vlassov.

Dans la figure 5.16 nous pouvons voir que l'angle de torsion pour les résultats d'ANSYS plus proche a les résultats de Vlassov. Ceci peut être vu à tous les R. En outre, dans la 5.17 on peut voir la comparaison de U1c en fonction de la position. Sur cette figure, la valeur U1c obtenue par ANSYS est plus petite lorsque le rayon augmente. Ce phénomène existe car avec un grand R, la rigidité du modèle sera plus grande. Mais la baisse de valeur U1c par ANSYS est beaucoup plus petite que la diminution de valeur U1c couple. Résultats ANSYS pour R = 4 cm égale à 0,06 mm et puis pour R = 7 cm égale à 0,035 mm. Cependant, Basé sur le calcul couplé pour R = 4 cm, U1c égale à 0,1 mm et pour R = 7 cm U1c égale à 0,09 mm.

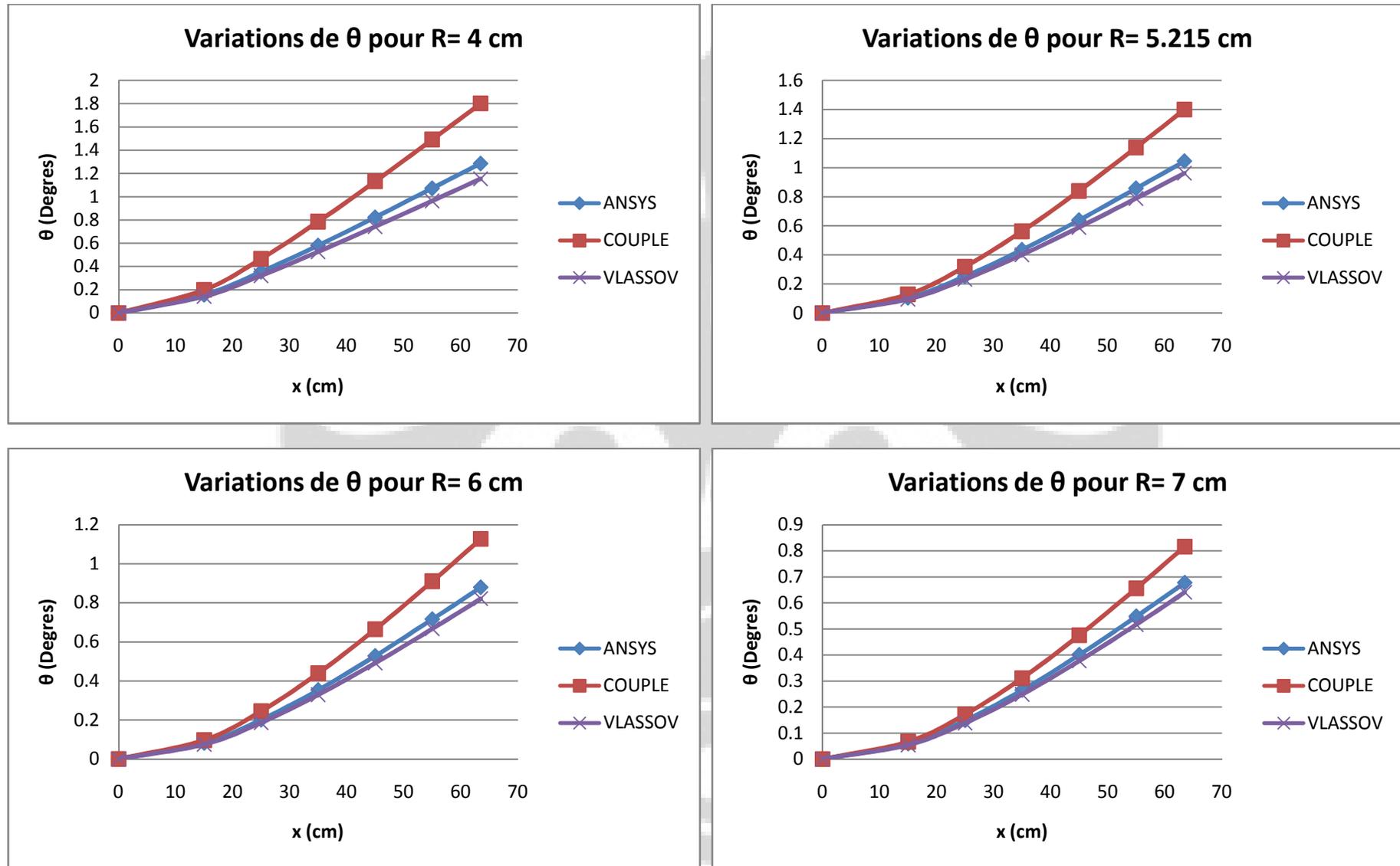


Figure 5. 16. L'angle de torsion en différents R de la poutre pour  $\theta_0 = 90$  et l'épaisseur = 3,9 mm

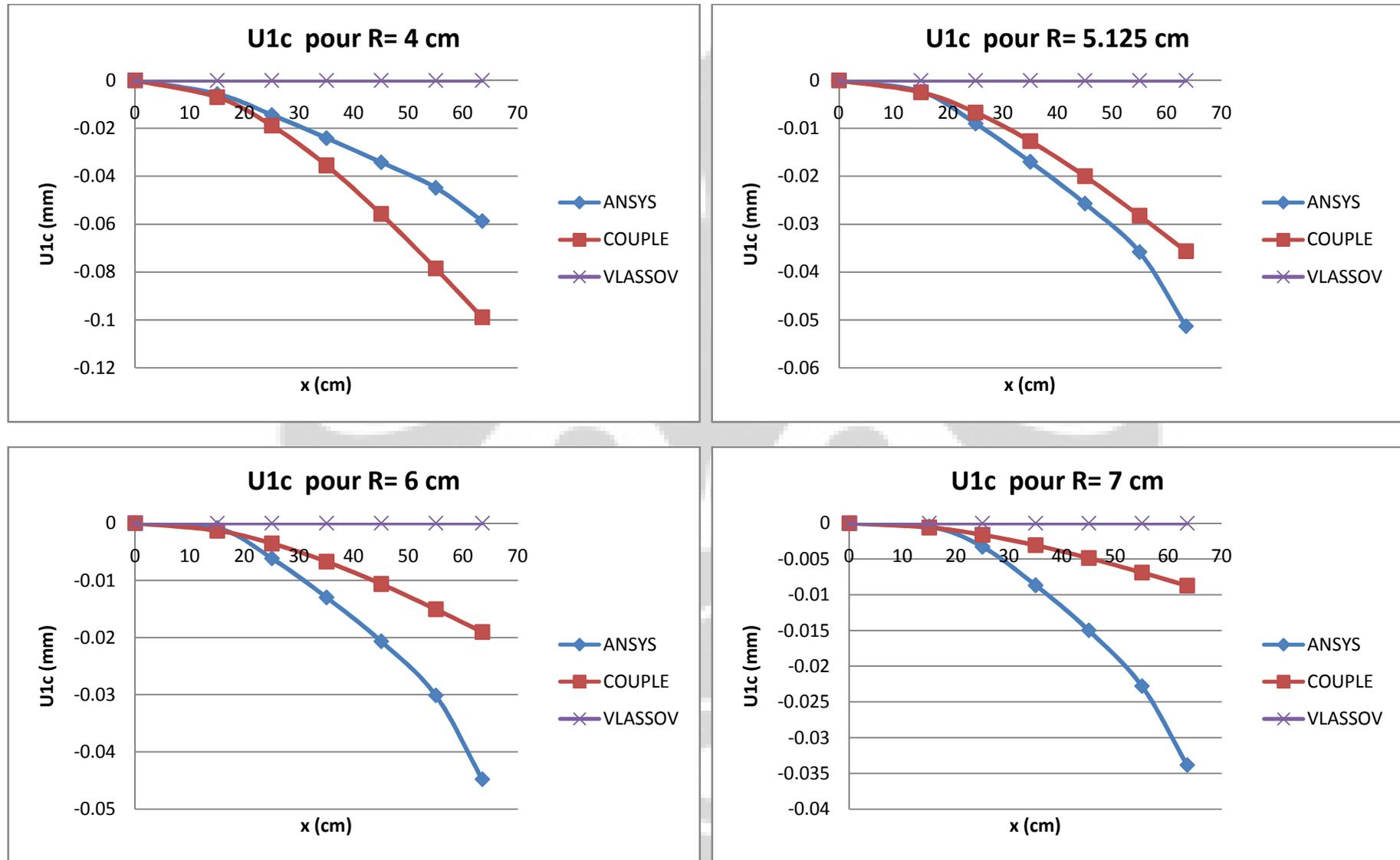


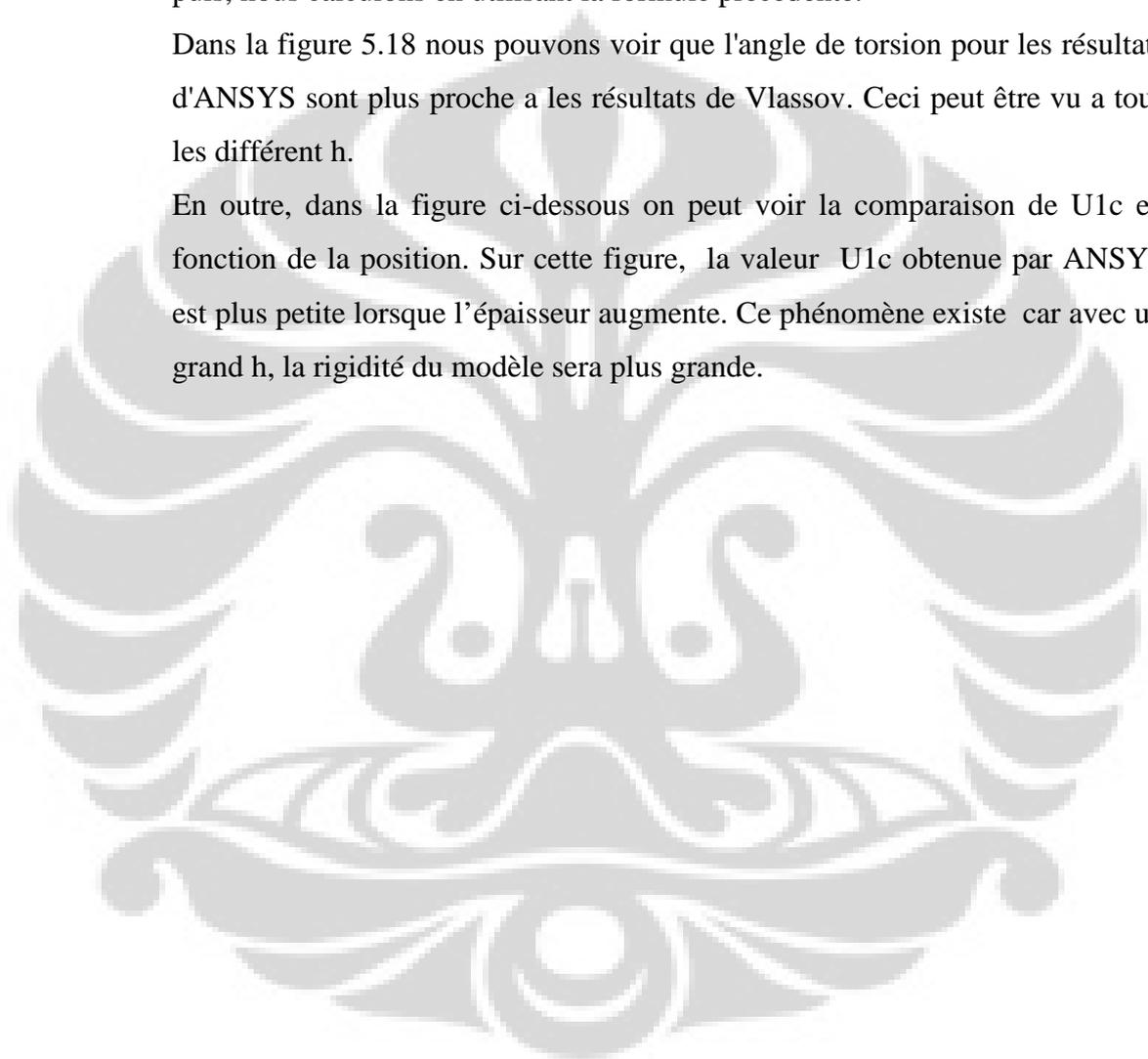
Figure 5. 17. U1c en différents R de la poutre pour  $\theta_0 = 90$  et l'épaisseur = 3,9 mm

### 5.1.3.3. Les résultats ANSYS en différent h

Dans ce cas, nous allons modéliser les modèles en variant l'épaisseur ( $h$ ). Le modèle utilisé a laboratoire pour l'expérience a une épaisseur = 1.95 mm, de sorte que nous allons utiliser l'épaisseur plus grande et plus petite que les modèles dans le laboratoire. Nous allons utiliser  $h = 1$  mm, 1,95 mm, 3 mm et 4 mm. Bien que le rayon soit rendu permanent qui est égale à 5,215 mm. Et puis, nous calculons en utilisant la formule précédente.

Dans la figure 5.18 nous pouvons voir que l'angle de torsion pour les résultats d'ANSYS sont plus proche a les résultats de Vlassov. Ceci peut être vu a tous les différent h.

En outre, dans la figure ci-dessous on peut voir la comparaison de  $U_{1c}$  en fonction de la position. Sur cette figure, la valeur  $U_{1c}$  obtenue par ANSYS est plus petite lorsque l'épaisseur augmente. Ce phénomène existe car avec un grand  $h$ , la rigidité du modèle sera plus grande.



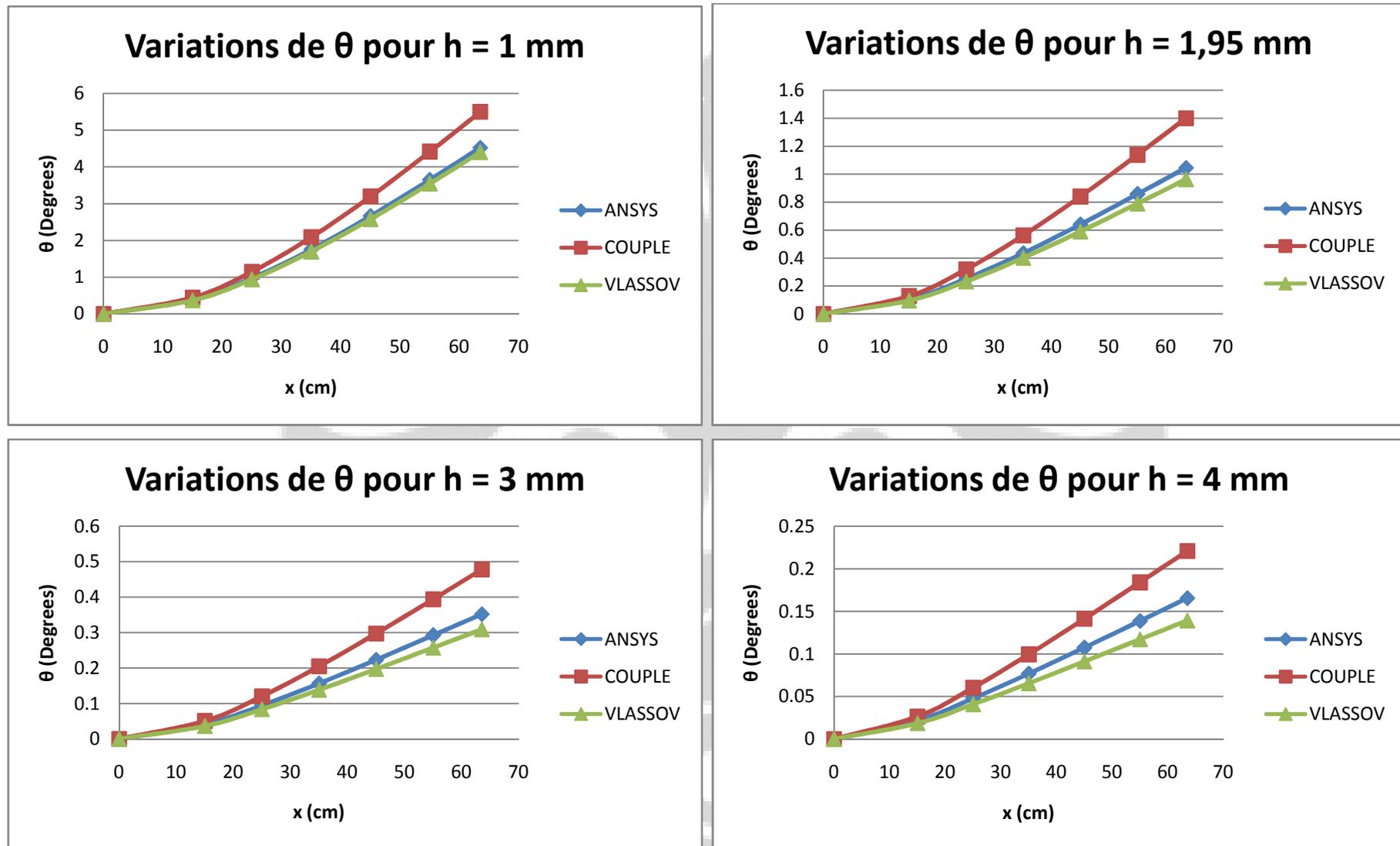


Figure 5. 18. L'angle de torsion en différents  $h$  de la poutre pour  $\theta_0 = 90$  et le rayon = 5,215 cm

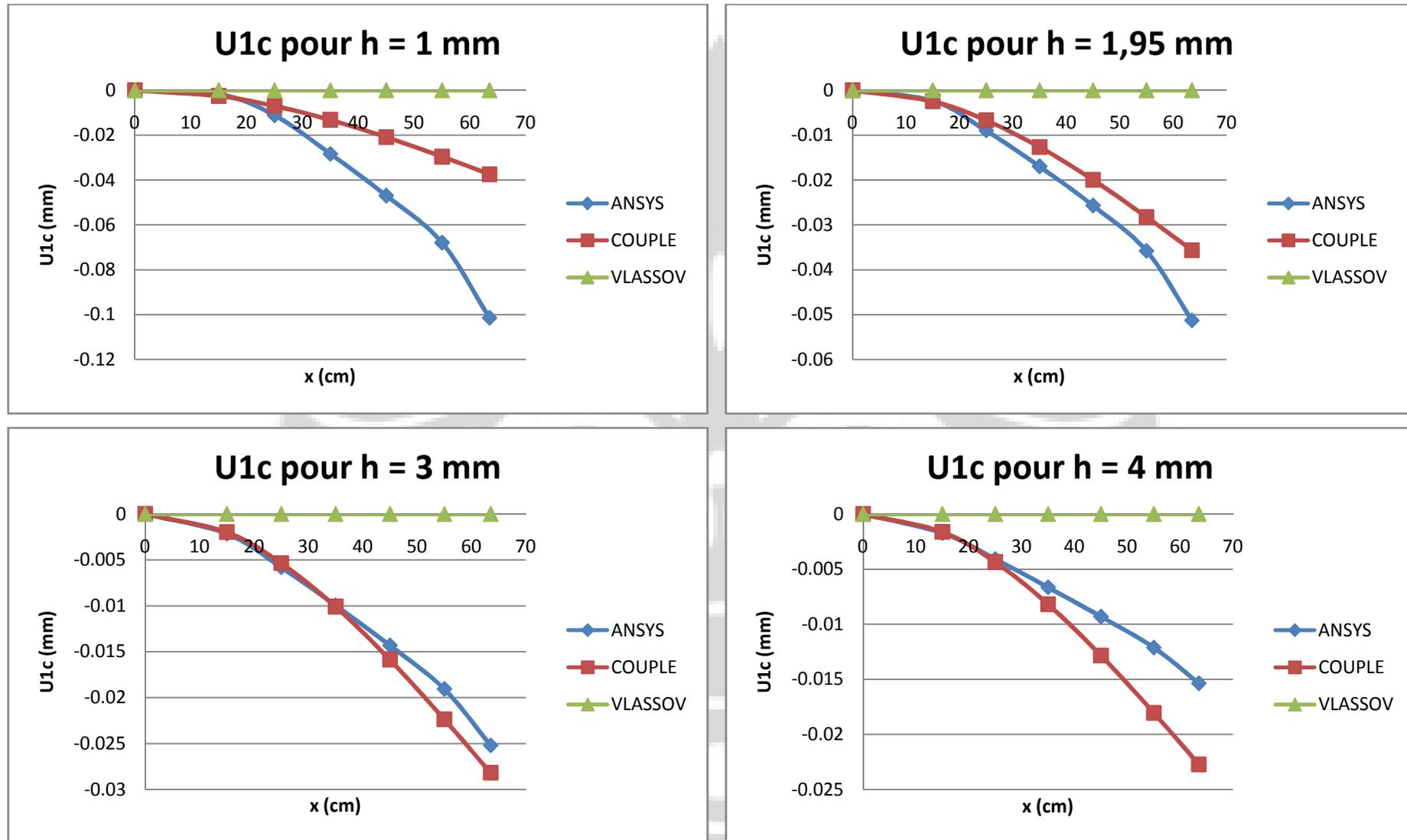


Figure 5. 19.  $U_{1c}$  en différents  $h$  de la poutre pour  $\theta_0 = 90$  et le rayon = 5,215 cm

#### 5.1.4 Comparaisons les résultats Expérimentaux, Théoriques et ANSYS

Maintenant, nous allons montrer la comparaison entre les résultats expérimentaux, théoriques et ANSYS. Pour la valeur de l'angle de torsion nous avons les résultats expérimental, théorique (couple et Vlassov) et numériques par ANSYS. Mais pour les résultats U1c, nous n'avons pas le résultat expérimental parce que nous ne pouvons pas avoir la valeur U1a dans la partie expérimentale.

Nous voyons à la figure 5.20, la comparaison des résultats l'angle de torsion pour la poutre avec  $R= 4,98$  cm. Ici, les résultats expérimentaux sont plus proches aux résultats Couple. Par contre, les résultats ANSYS sont plus proches aux résultats «Vlassov». Après la figure on peut voir l'erreur commise pour tous les résultats. On utilise les résultats « Couple » comme point de repère.

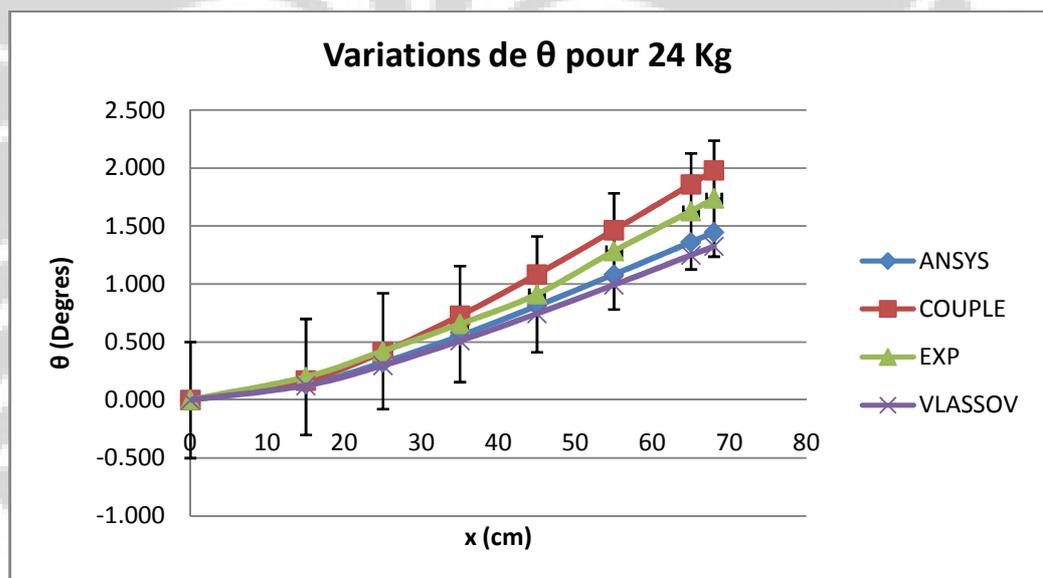


Figure 5. 20. Comparaisons l'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et le rayon= 4,98 cm

Tableau 5.1. Erreur commise pour l'angle de torsion de la poutre pour  $\theta_0=90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm

ERREUR (%)	0	15	25	35	45	55	65	68
ANSYS	0.00	18.75	22.03	23.90	25.18	26.07	26.77	27.02
EXP	0.00	15.82	1.53	10.21	15.25	12.63	16.49	11.09
Vlassov	0.00	26.32	28.32	29.92	31.19	32.18	32.93	33.11

Dans la figure 5.21 nous montre les résultats  $U_{1c}$ . On peut voir que les résultats ANSYS sont très proches aux résultats théoriques « Couple ». Après la figure, il y a l'erreur commise et on utilise les résultats « Couple » comme point de repère.

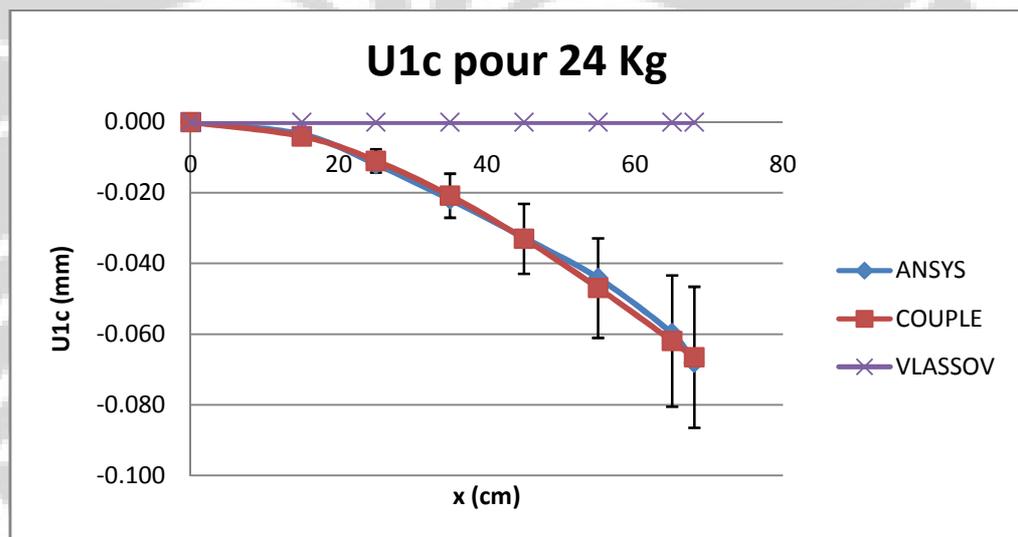


Figure 5. 21. Comparaisons  $U_{1c}$  en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0=90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm

Tableau 5.2. Erreur commise pour  $U_{1c}$  de la poutre pour  $\theta_0=90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm

ERREUR (%)	0	15	25	35	45	55	65	68
ANSYS	0.00	14.60	8.52	5.25	0.91	5.81	3.16	2.51
Vlassov	0.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

Pour les modèles poutre avec  $R = 5,215$  cm et  $R = 5,64$  cm, nous avons les résultats de l'angle de torsion comme les résultats pour  $R = 4,98$ . Mais pour les résultats U1c, les résultats par ANSYS, ils sont plus loin aux résultats théorique « Couple ». On peut voir tous les résultats aux figures 5.22 jusqu'à 5.25.

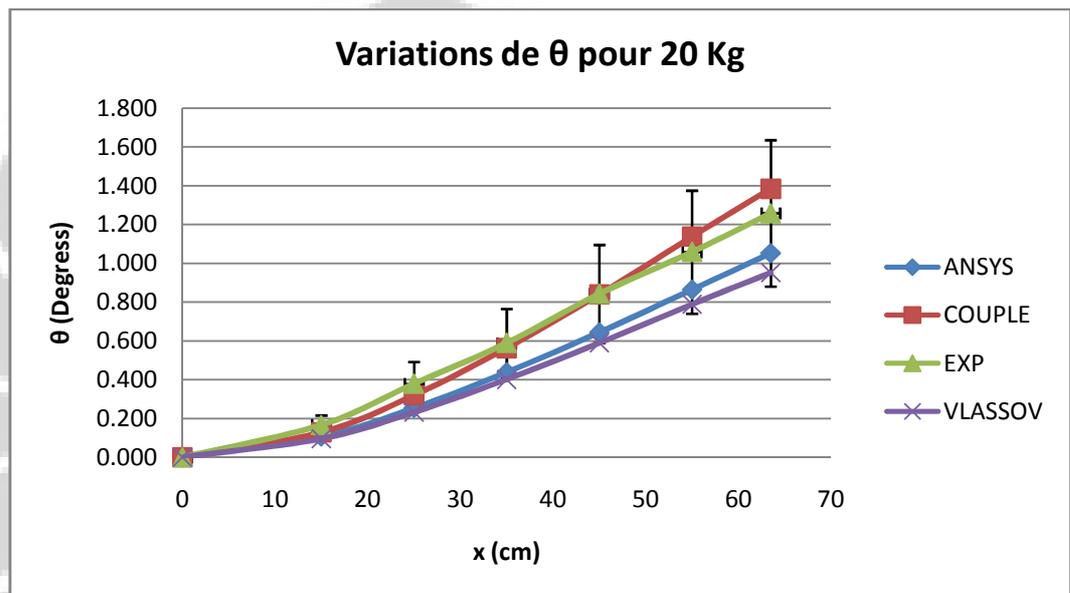


Figure 5. 22. Comparaisons l'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et le rayon= 5,215 cm

Tableau 5.3. Erreur commise pour l'angle de torsion de la poutre pour  $\theta_0 = 90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm

ERREUR (%)	0	15	25	35	45	55	63.5
ANSYS	0.00	17.19	20.38	22.12	23.27	24.07	24.77
EXP	0.00	29.37	18.58	4.69	0.36	7.03	10.08
VLASSOV	0.00	25.39	27.21	28.67	29.83	30.70	31.26

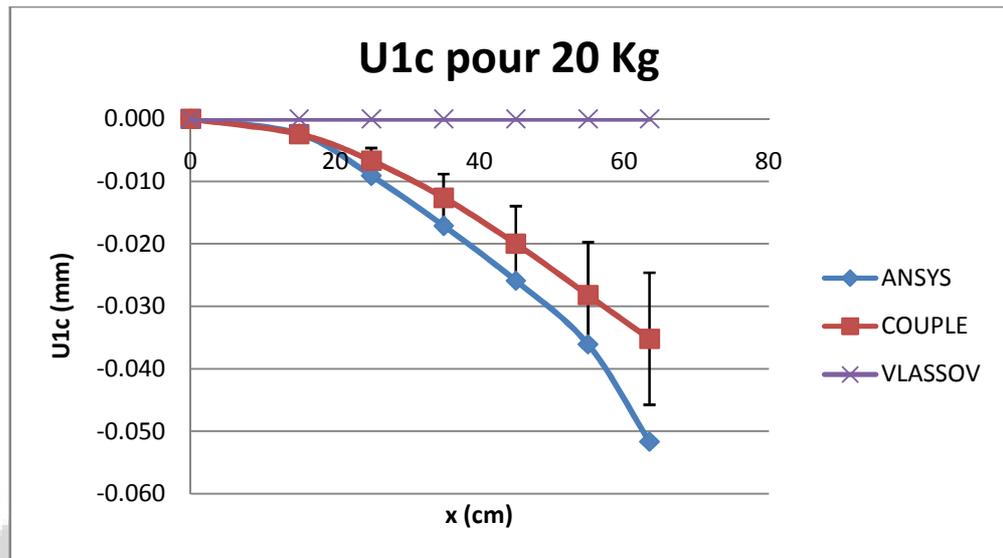


Figure 5. 23. Comparaisons U1c en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0=90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm

Tableau 5.4. Erreur commise pour U1c de la poutre pour  $\theta_0=90$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm

ERREUR (%)	0	15	25	35	45	55	63.5
ANSYS	0.00	1.45	36.27	35.49	29.80	27.86	45.00
VLASSOV	0.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

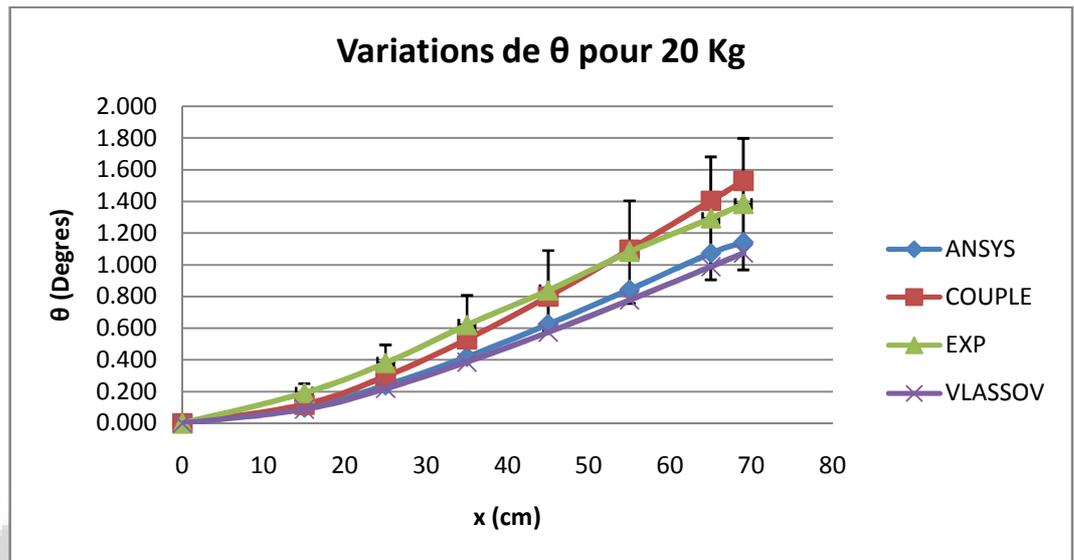


Figure 5. 24. Comparaisons L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0=90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm

Tableau 5.5. Erreur commise pour l'angle de torsion de la poutre pour  $\theta_0=90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm

<b>ERREUR (%)</b>	<b>0</b>	<b>15</b>	<b>25</b>	<b>35</b>	<b>45</b>	<b>55</b>	<b>65</b>	<b>69</b>
ANSYS	0.00	16.10	19.28	20.98	22.11	22.91	23.59	25.40
EXP	0.00	63.22	28.50	17.32	4.79	1.35	7.93	9.61
VLASSOV	0.00	24.25	25.82	27.12	28.18	29.01	29.64	29.84

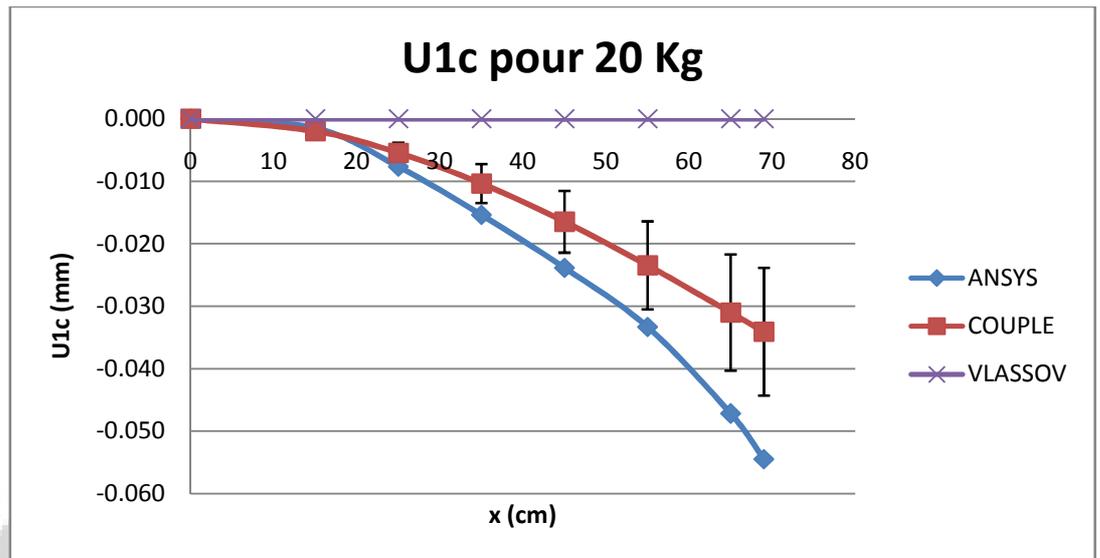


Figure 5. 25. Comparaisons U1c en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm

Tableau 5.6. Erreur commise pour U1c de la poutre pour  $\theta_0= 90$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm

ERREUR (%)	0	15	25	35	45	55	63.5	69
ANSYS	0.00	24.73	40.55	48.19	44.79	41.87	52.19	59.80
VLASSOV	0.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

## 5.2. Résultats Pour $\theta_0$ inférieur à $90^\circ$ .

Maintenant, nous allons comparer les résultats qui sont obtenus pour les 3 poutres avec ouverture  $\theta_0 = 53,6^\circ, 76^\circ$  et  $78,66^\circ$ . Tout d'abord, nous montrons les résultats expérimentaux en fonction de la masse et de la position, Et puis nous les comparons avec les résultats théoriques. En suit, nous allons montrer les résultats numériques (par ANSYS) et comparer toutes les résultats dans la même courbe. Finalement, nous allons donner les conclusions pour cette modèle de poutre. Nous avons trouvée les problèmes pour mesure  $U_{1c}$  dans la partie expérimental, pour cette raison la, nous ne montrons que les courbes de l'angle de torsion pour la partie expérimental. Pour  $U_{1c}$ , nous avons seulement utilisé les résultats  $U_{1c}$  pas ANSYS.

### 5.2.1. Résultats expérimentaux

Les mesures des déplacements des points A et B nous ont permis d'obtenir les courbes expérimentales suivantes pour différentes masses et différentes positions de mesure sur la poutre. Pour la poutre avec rayon 4,98 cm, nous avons mesuré à 8 points, ils sont  $X = 0, 15, 25, 35, 45, 55, 65$  et 68. Et puis nous avons calculé en utilisant la formule qu'a été expliqué et nous avons les résultats comme la figure 5.26.

L'angle de torsion dans la Figure 5.26 a augmenté linéairement en fonction de la masse. Cette figure nous montre l'angle de torsion à chaque point des mesures. Nous pouvons voir que le plus grande de l'angle de torsion est au point de l'extrémité (Pour  $X = 68$ ), ici nous avons trouvé l'angle de torsion égale à 1,969 degré.

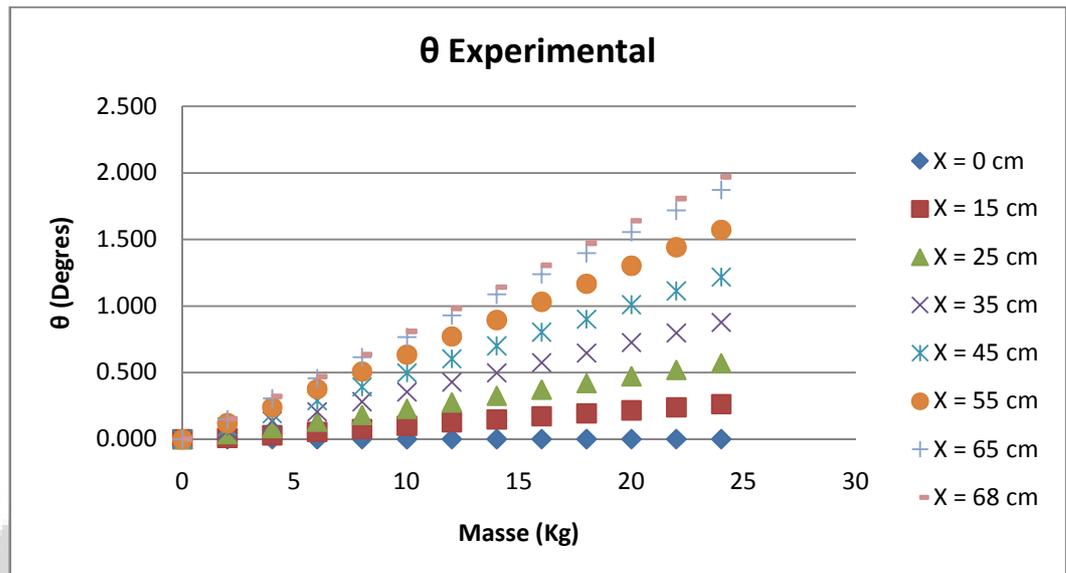


Figure 5.26. L'angle de torsion en fonction de la masse en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm

En suite, pour la poutre avec le rayon 5,215 cm on a la courbe comme suivant :

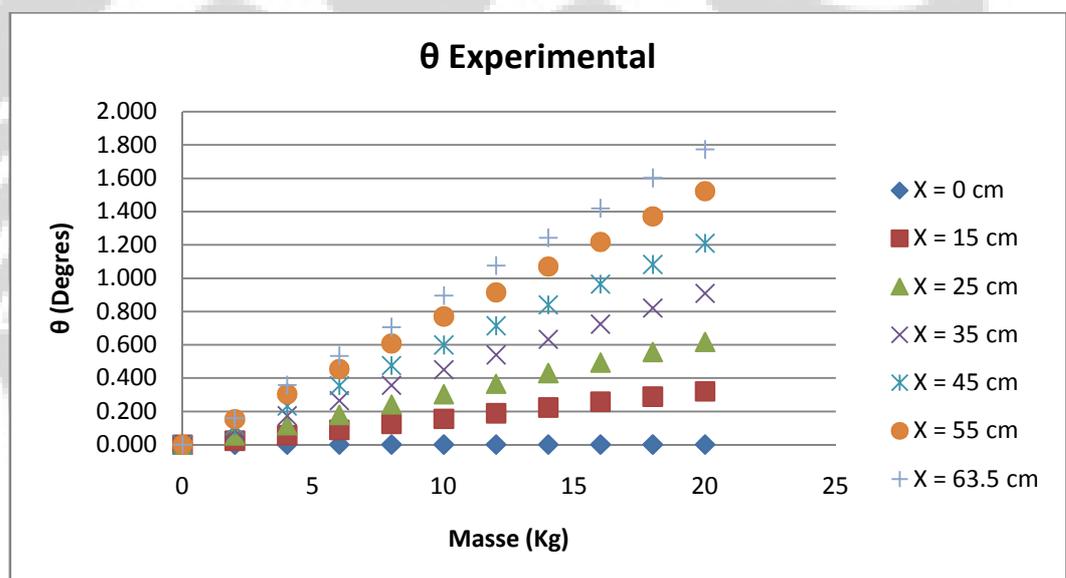


Figure 5. 27. L'angle de torsion en fonction de la masse en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm

Ici nous avons trouvé l'angle de torsion égale à 1,774 degré. En outre, pour la poutre avec rayon 5,64 cm, on a :

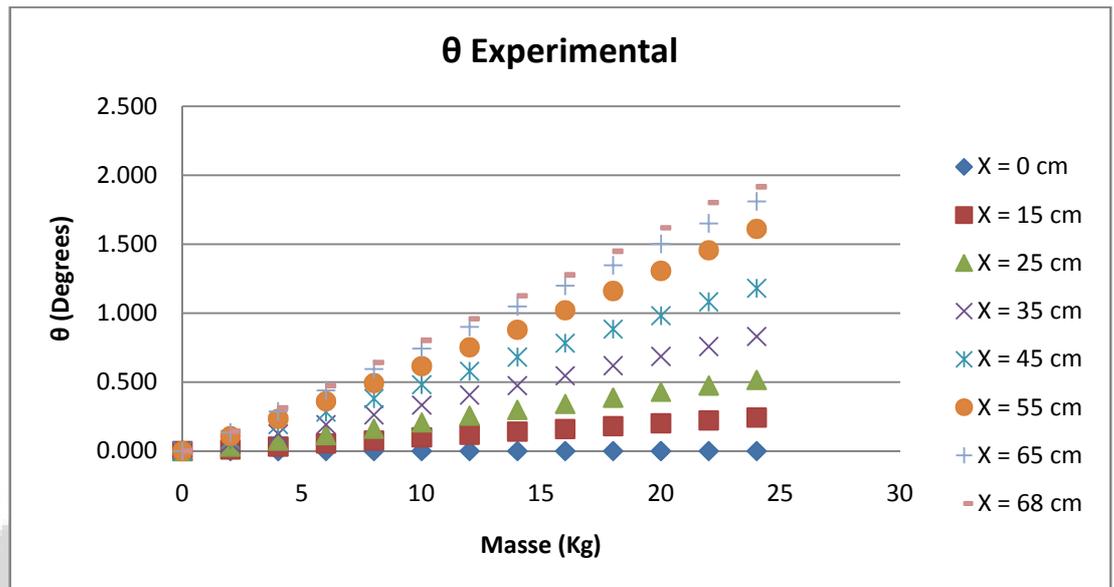


Figure 5. 28. L'angle de torsion en fonction de la masse en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 78,66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm

Nous pouvons voir que le plus grande de l'angle de torsion est au point de l'extrémité (Pour X = 69), ici nous avons trouvé l'angle de torsion égale à 1,918 degré.

Maintenant, nous allons montrer l'angle de torsion en fonction de la position. Nous utilisons seulement la grande masse (à partir de 12 Kg) jusqu'à 24 Kg.

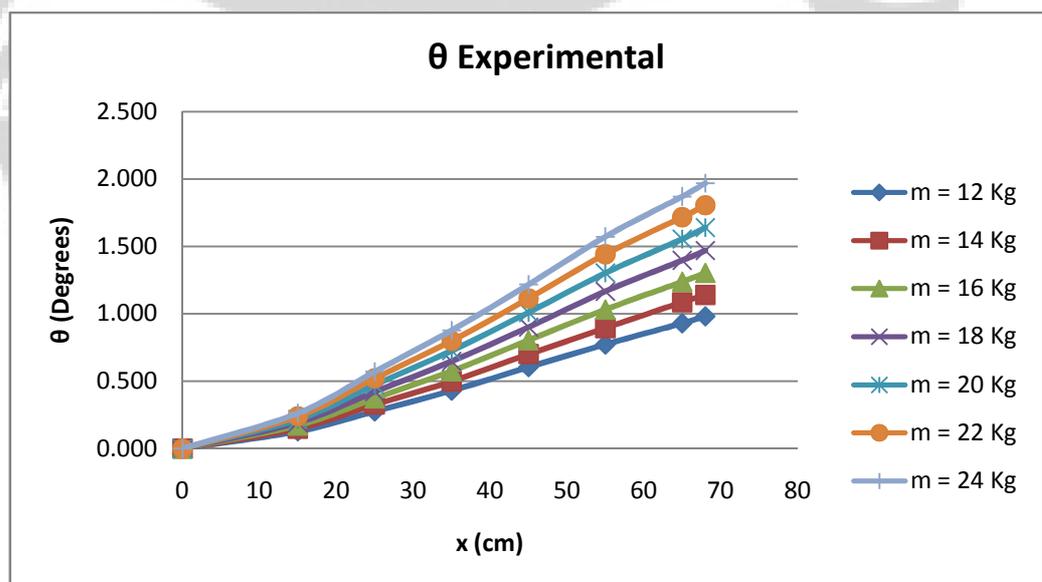


Figure 5.29. L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm

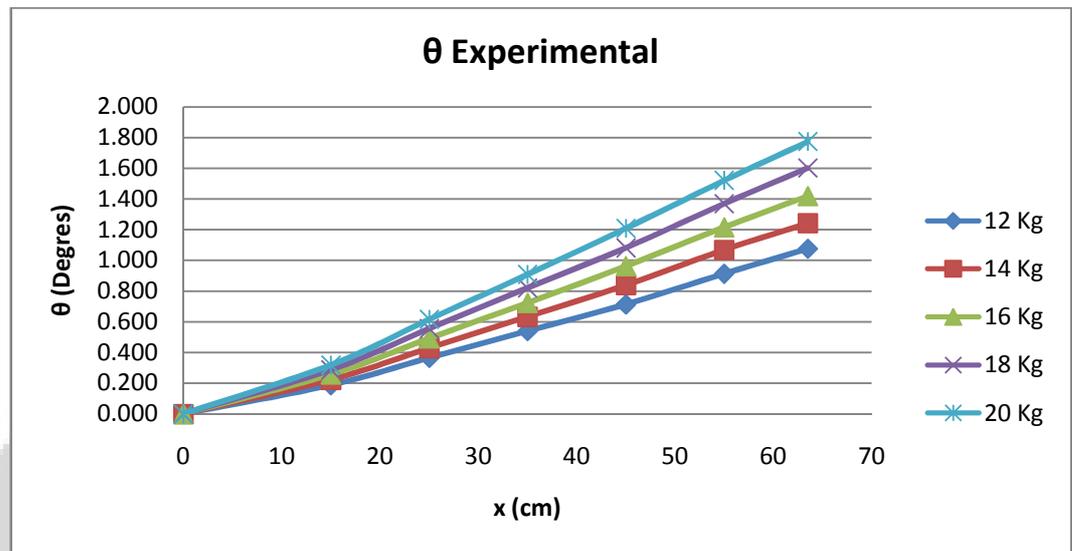


Figure 5. 30. L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 53.6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm

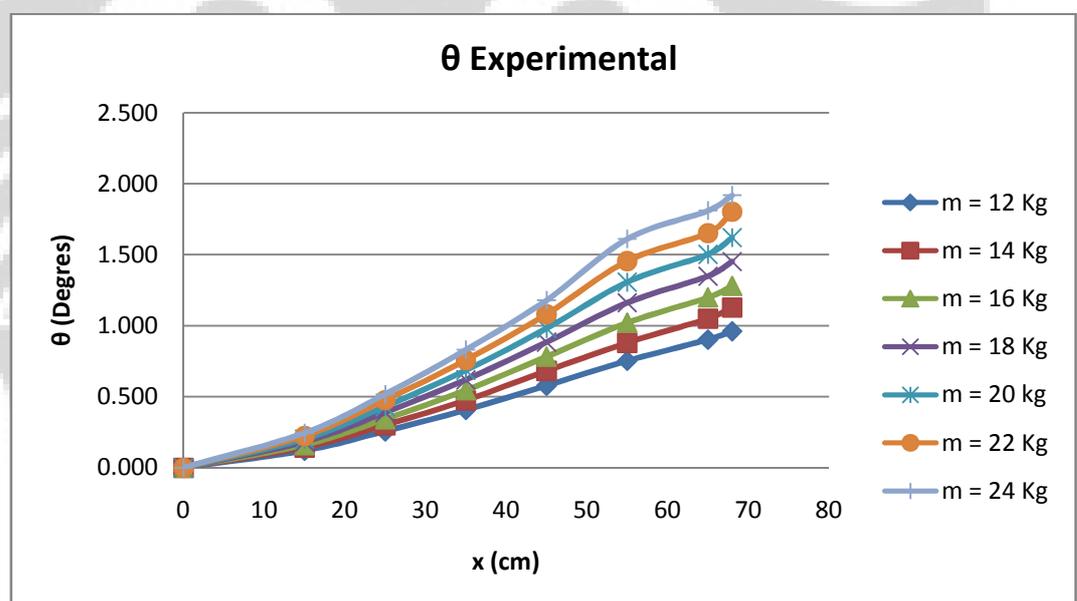


Figure 5. 31. L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 78.66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm

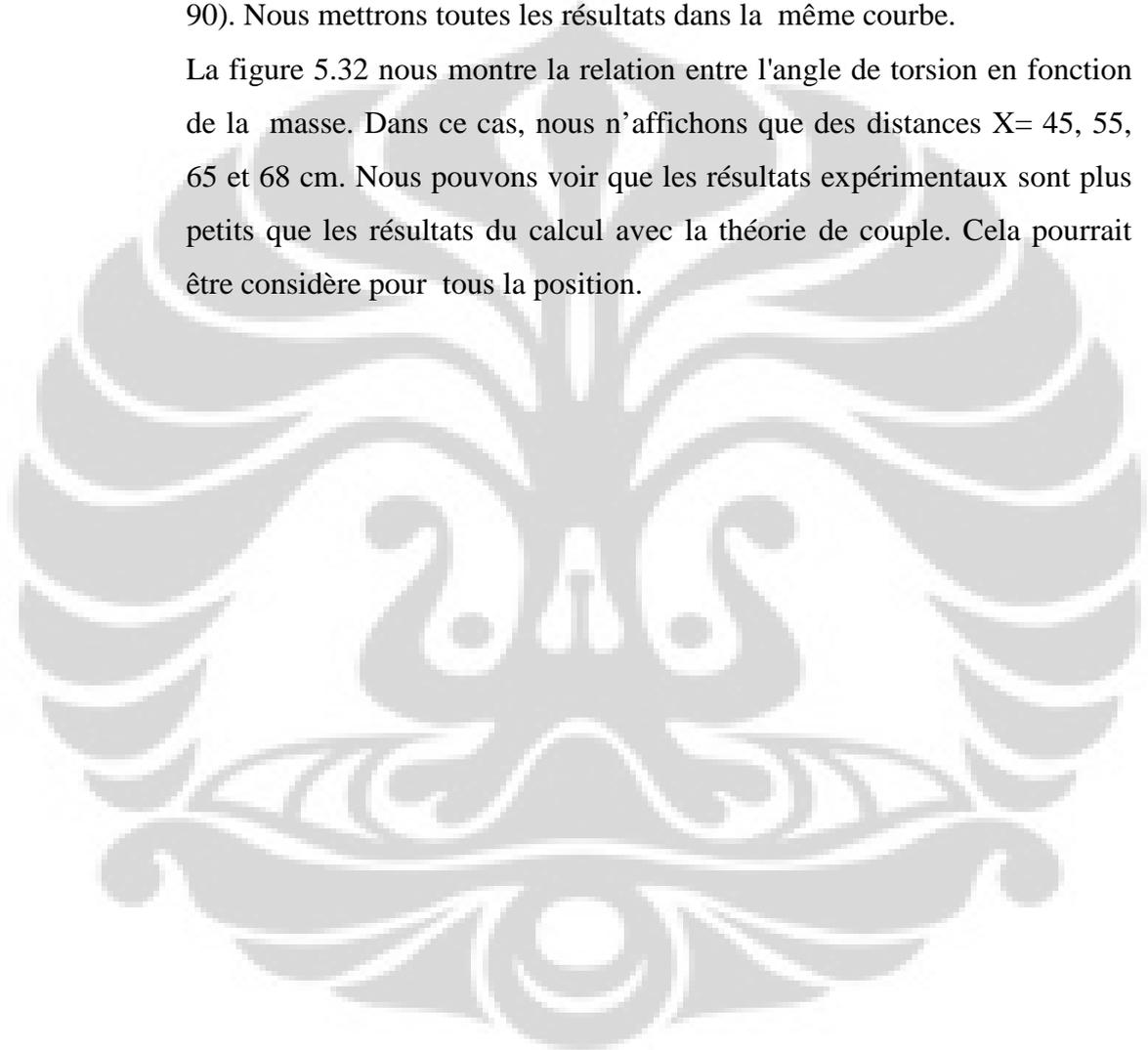
Normalement, nous pouvons tracer la courbe pour U1c, mais nous avons le problème de mesures précisément la valeur U1a donc nous seulement

montrons les résultats de l'angle de torsion. Nous allons tracer la courbe de  $U_{1c}$  dans la partie ANSYS.

### 5.2.2. Comparaison avec les résultats théoriques

Dans ce parti, nous allons comparer les résultats expérimentaux avec résultats théorique Couple (le théorème de Vlassov seulement pour  $\theta_0=90$ ). Nous mettrons toutes les résultats dans la même courbe.

La figure 5.32 nous montre la relation entre l'angle de torsion en fonction de la masse. Dans ce cas, nous n'affichons que des distances  $X=45, 55, 65$  et  $68$  cm. Nous pouvons voir que les résultats expérimentaux sont plus petits que les résultats du calcul avec la théorie de couple. Cela pourrait être considéré pour tous la position.



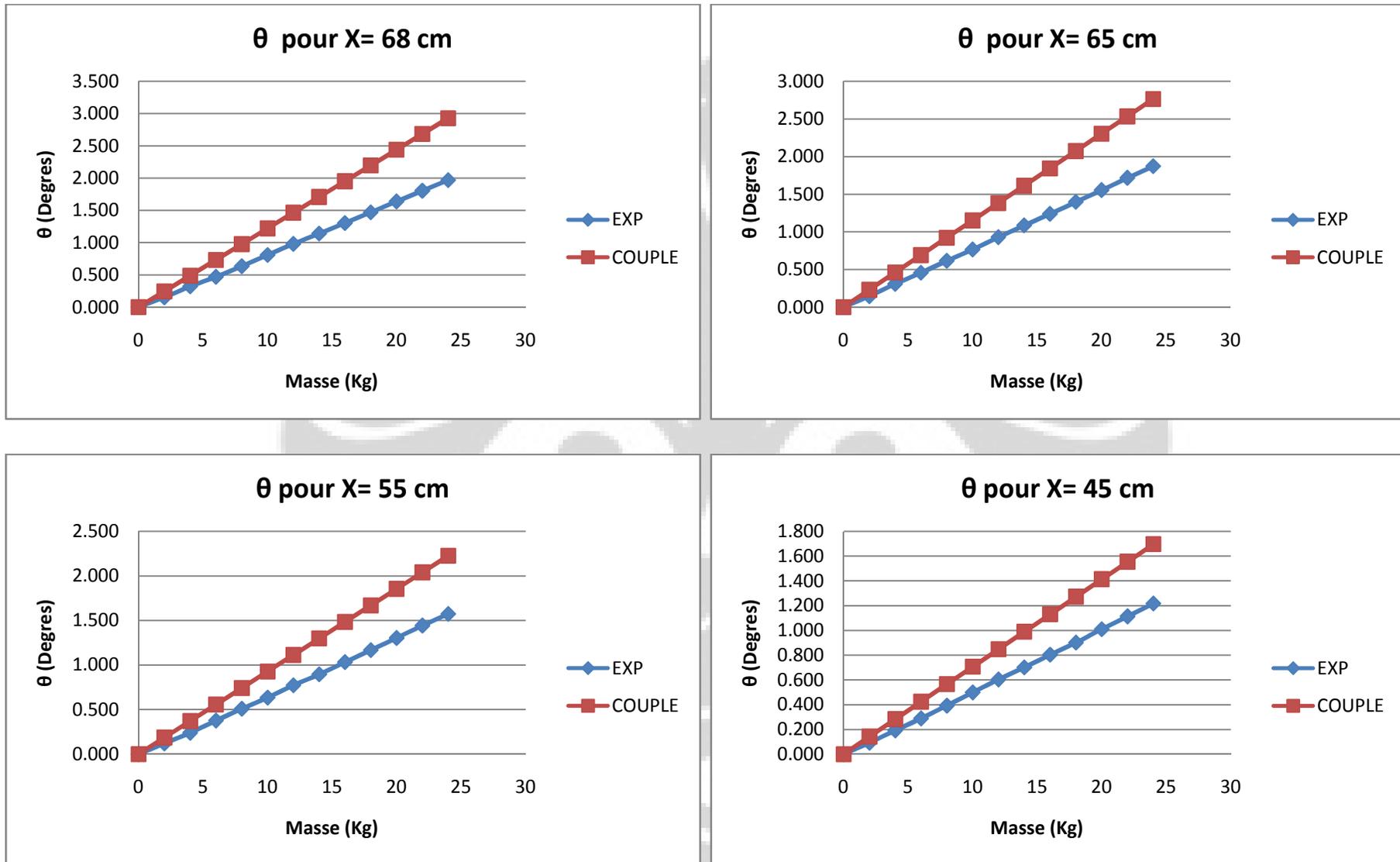


Figure 5.32. L'angle de torsion en fonction des masses en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm

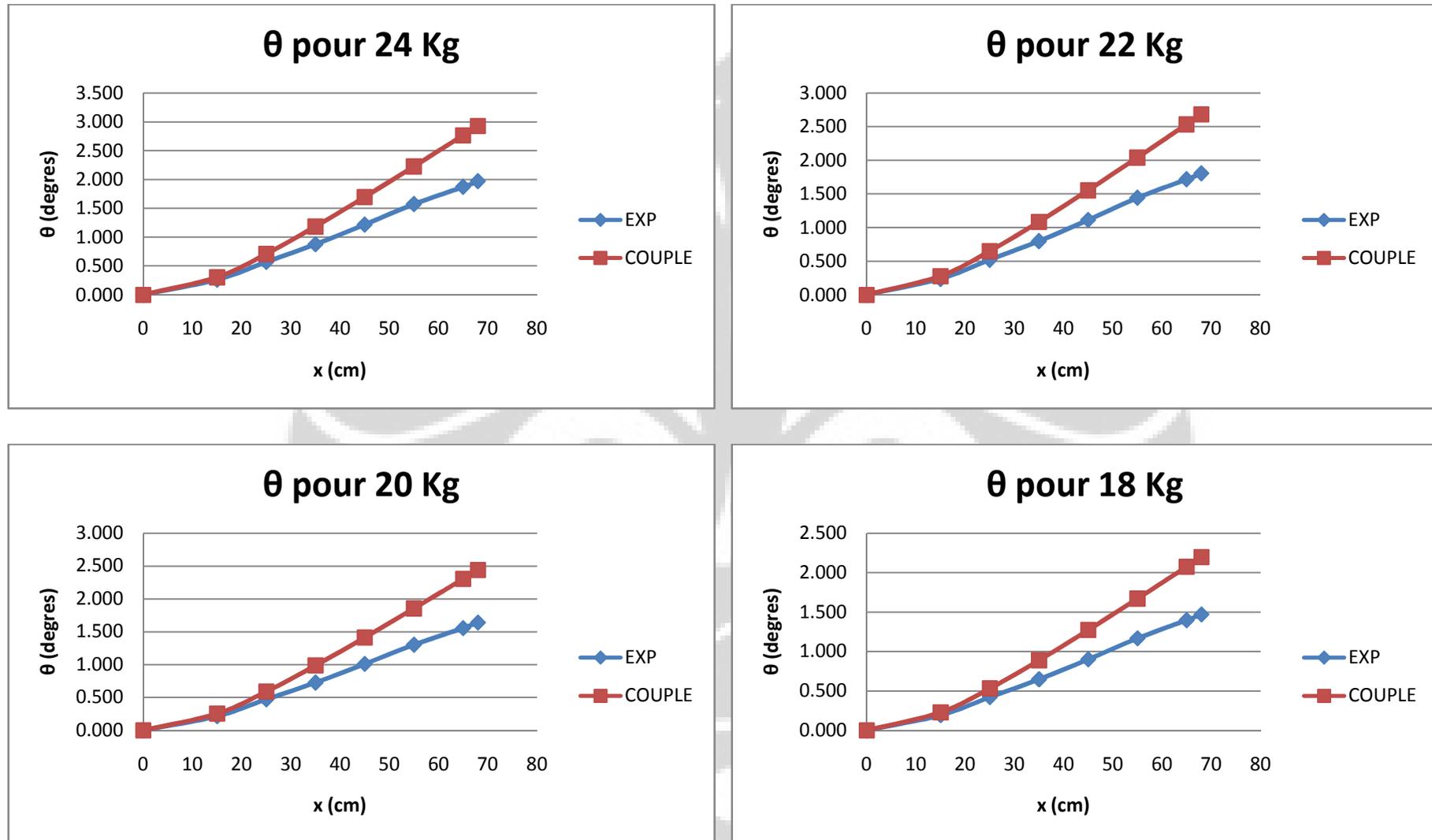
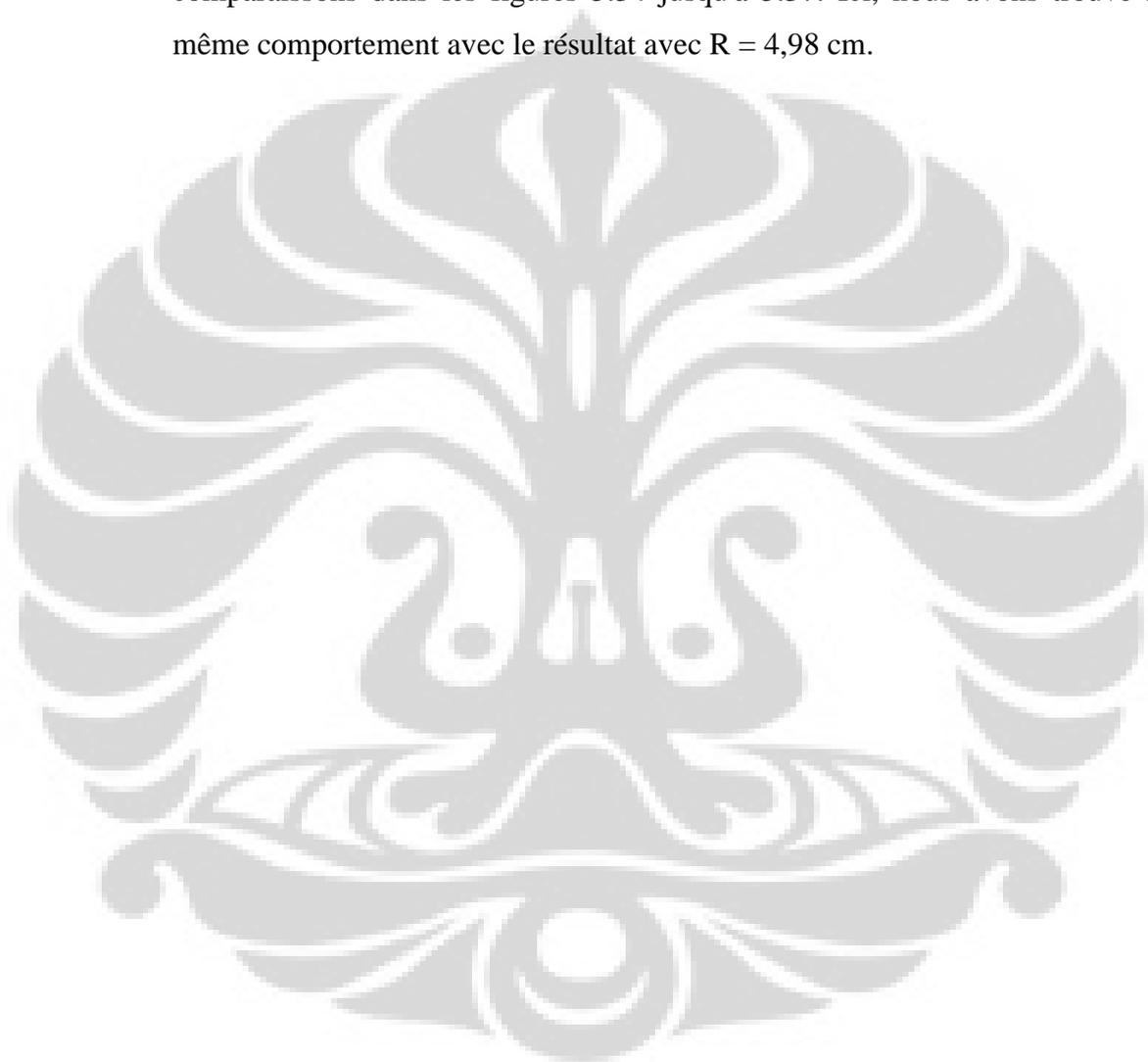


Figure 5.33. L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm

La figure 5.33 montre quatre graphiques de l'angle de torsion avec plusieurs masses différentes. Parmi les quatre graphiques peuvent être vus que les résultats de l'expérimentaux sont plus petite que les calculs basés sur la théorie de couple. C'est presque le même phénomène qui se produit sur le graphique de l'angle de torsion en fonction de masse.

Pour les modèles poutres avec  $R = 5,215 \text{ cm}$  et  $R=5,64 \text{ cm}$ , on peut voir les comparaisons dans les figures 5.34 jusqu'à 5.37. Ici, nous avons trouvé le même comportement avec le résultat avec  $R = 4,98 \text{ cm}$ .



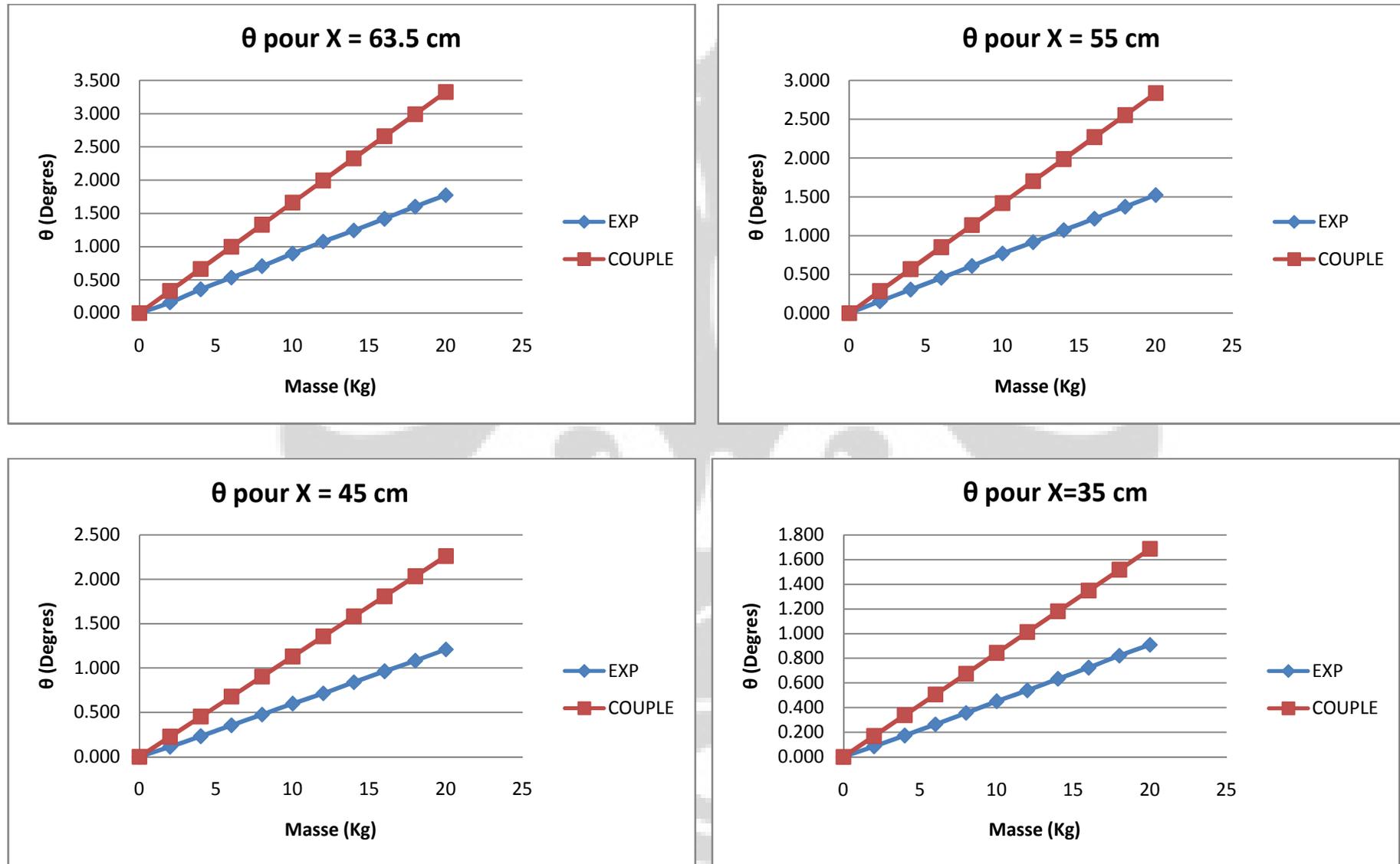


Figure 5.34. L'angle de torsion en fonction des masses en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm

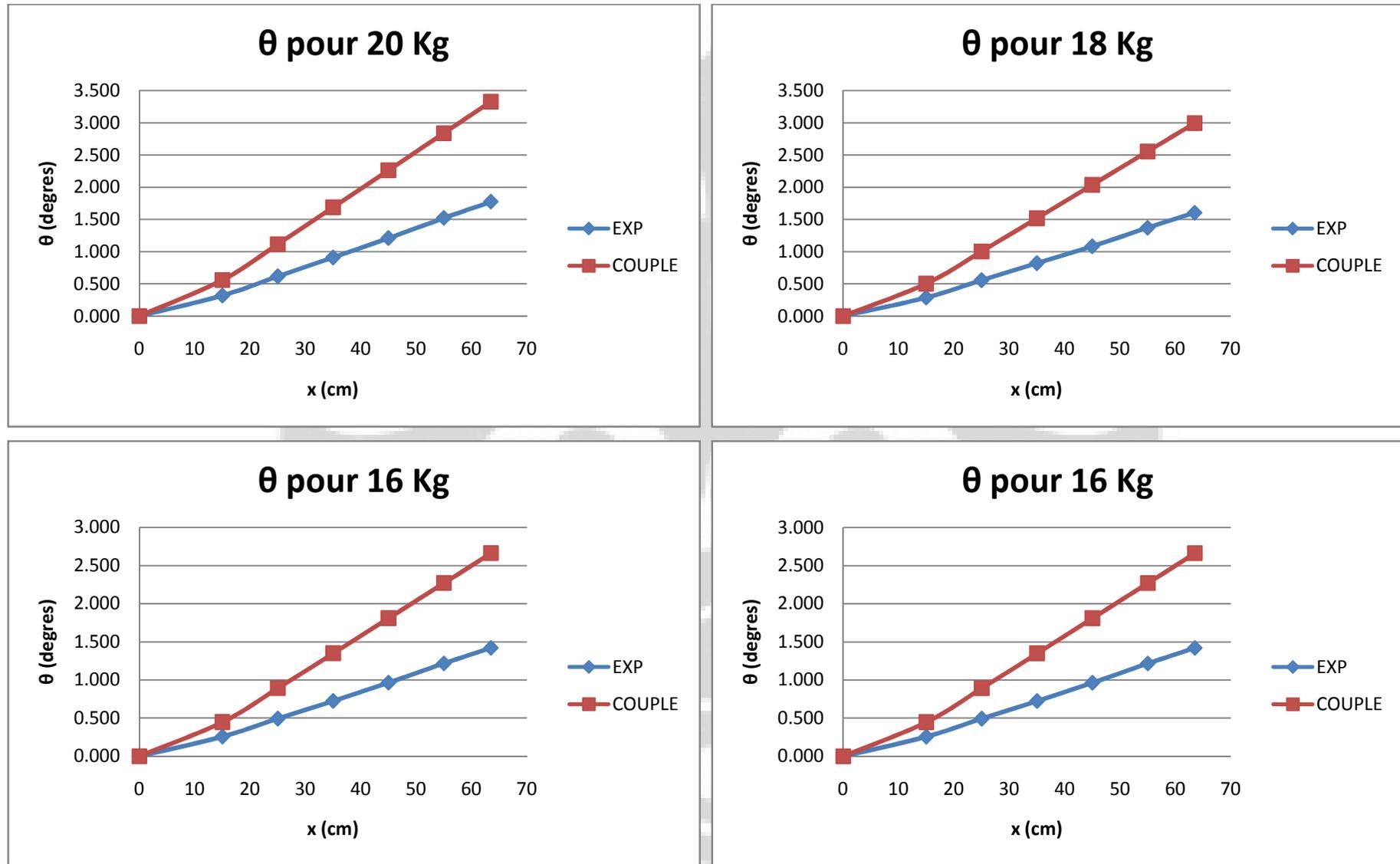


Figure 5.35. L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon = 5,215 cm

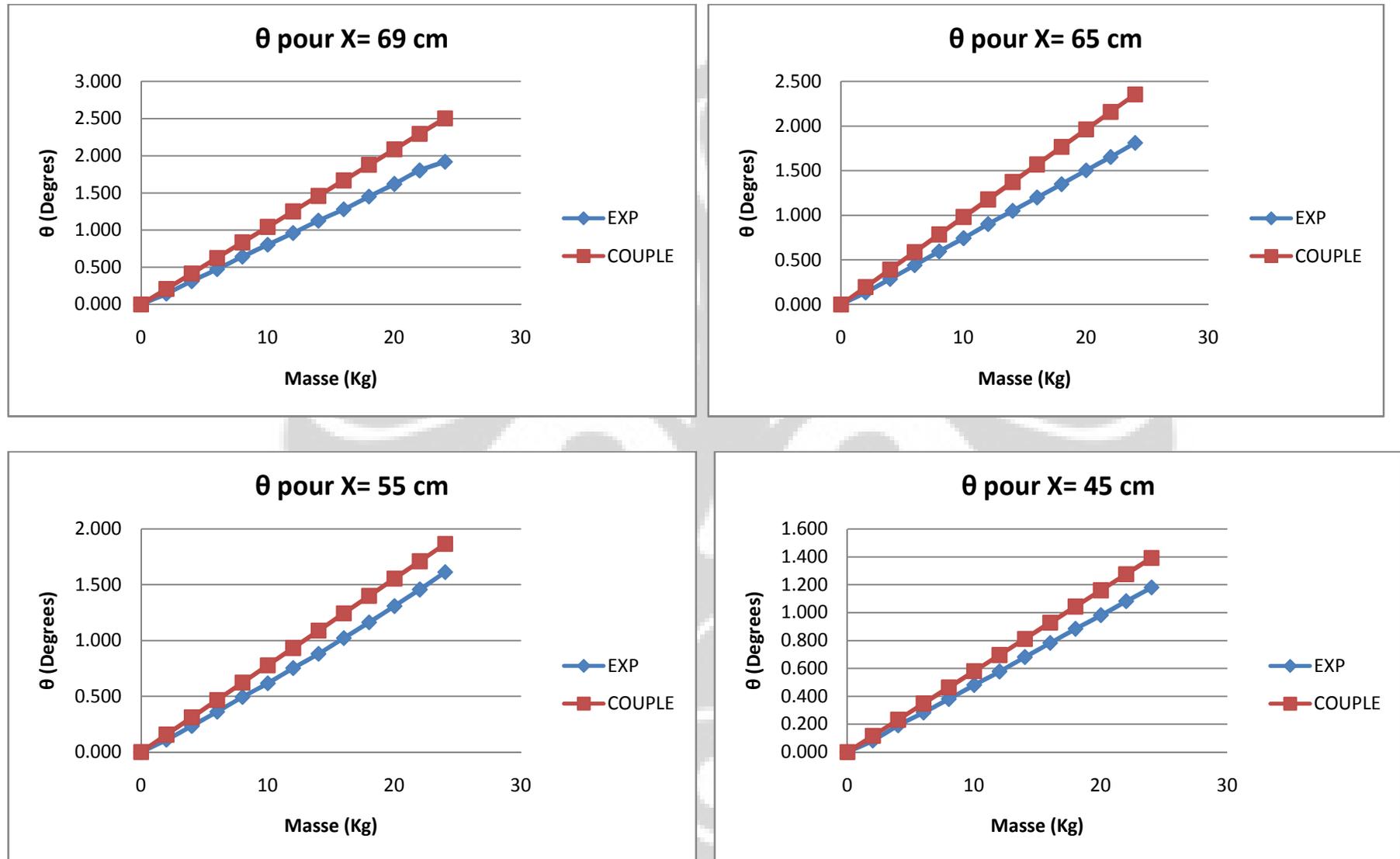


Figure 5.36. L'angle de torsion en fonction des masses en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 78,66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon = 5,64 cm

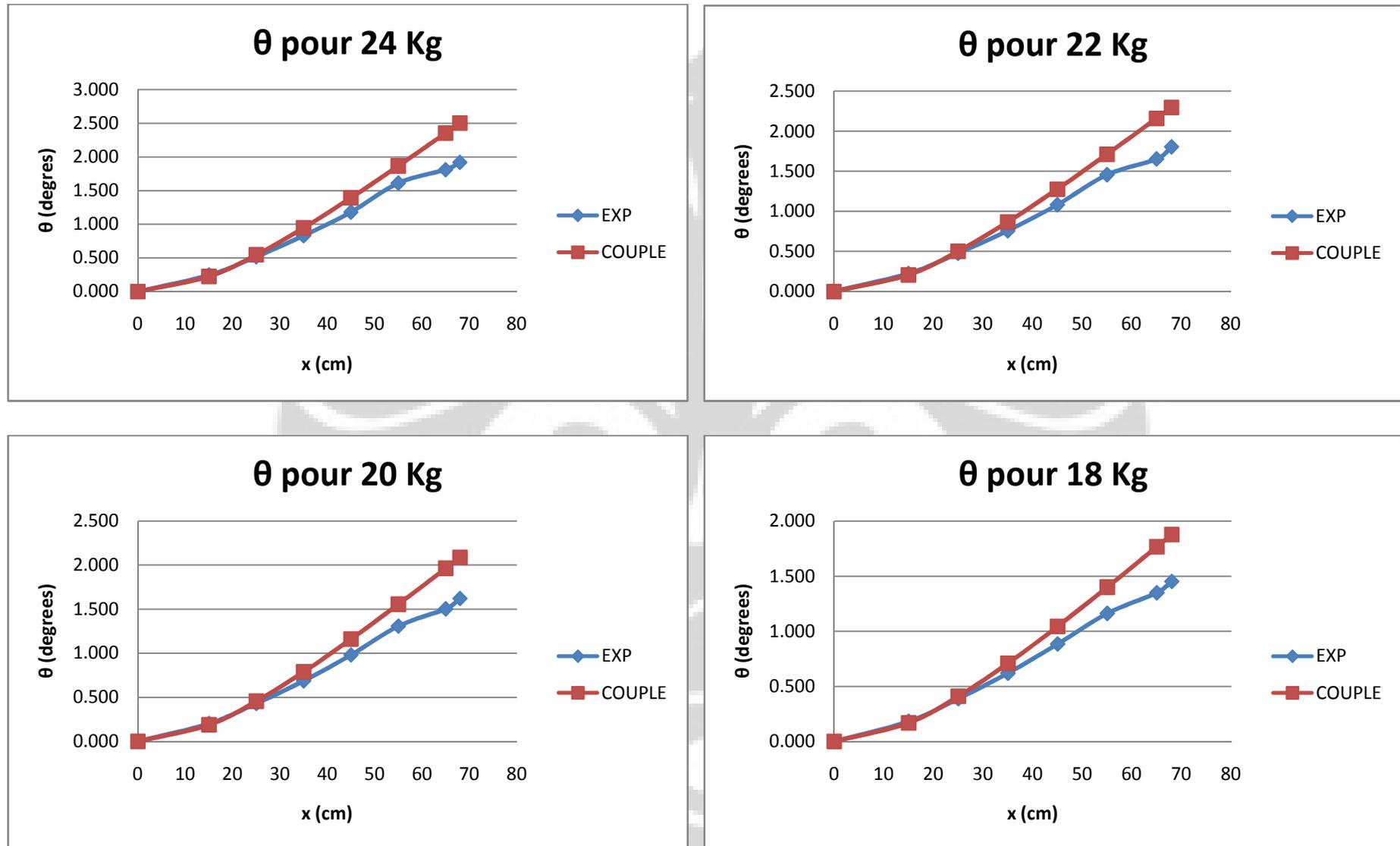


Figure 5.37. L'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 78,66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm

### 5.1.5 Résultats ANSYS

Dans cette section, nous décrivons les résultats numériques obtenus par ANSYS. Dans ce cas, nous allons effectuer des calculs numériques en faisant varier R (le rayon) et 2h (l'épaisseur). D'après les résultats obtenus par ANSYS, nous allons expliquer chaque phénomène qui se produit. Alors que l'on peut connaître le comportement du modèle utilisé pour l'expérience.

#### 5.1.3.4. Les résultats ANSYS en différent R

Avec le logiciel ANSYS, nous pouvons facilement modéliser les poutres voiles. Dans ce cas, nous allons modéliser les modèles en variant le rayon (R). Ici, nous allons montrer le modèle avec le rayon = 5,215 cm, de sorte que nous allons utiliser le rayon de la plus grande et plus petite que les modèles. Nous allons utiliser R = 4 cm, 5,215 cm, 6 cm et 7 cm. Bien que l'épaisseur soit rendue permanente qui est égale à 3,9 mm.

Les logiciels ANSYS, nous obtenons la valeur de U1, U2 et U3, c'est la même chose que nous avons obtenu à partir d'expérimental au laboratoire. A partir de ces résultats, nous allons utiliser la formule :

$$\theta = -\arctan \left( \frac{|u_2| + |u_3|}{2R \sin \theta_0} \right)$$

$$u_1^C = u_1^A + (1,092 - \cos \theta_0) R \theta$$

Donc, nous sommes obtenus l'angle de torsion et U1c pour chaque modèle. Sur les 4 variantes de ce rayon, nous allons évaluer les phénomènes de poutres voiles puis nous allons comparer les résultats Couple et le Vlassov.

Dans la figure 5.38 nous pouvons voir que l'angle de torsion pour les résultats d'ANSYS sont plus petits que les résultats de Couple. Ceci peut être vu à tous les R.

En outre, dans la 5.39 on peut voir la comparaison de U1c en fonction de la position. Sur cette figure, la valeur U1c obtenue par ANSYS est plus grande lorsque le rayon augmente. Par contre, la valeur U1c Couple est diminuée.

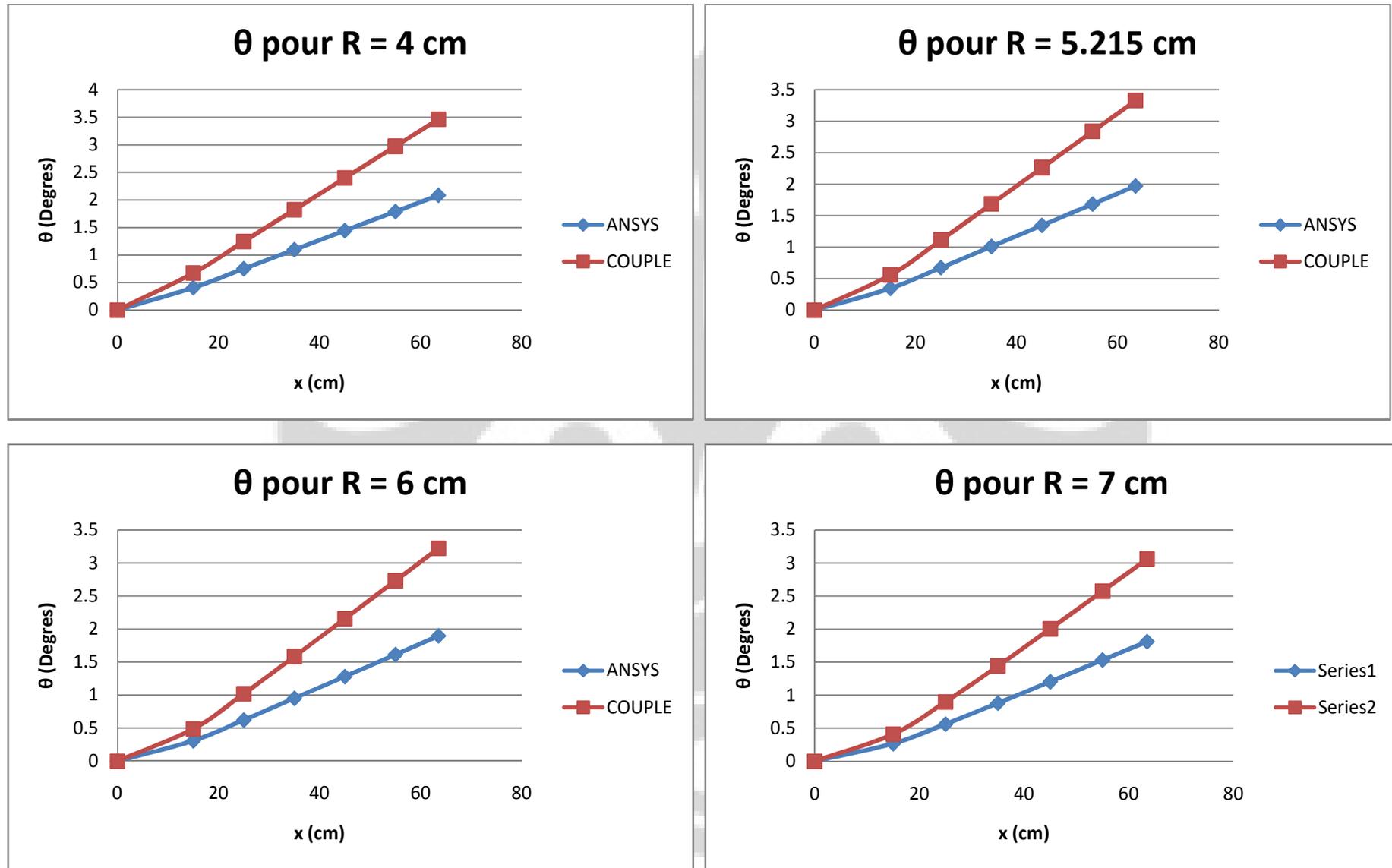


Figure 5. 38. L'angle de torsion en différents R de la poutre pour  $\theta_0 = 53,6$  et l'épaisseur = 3,9 mm

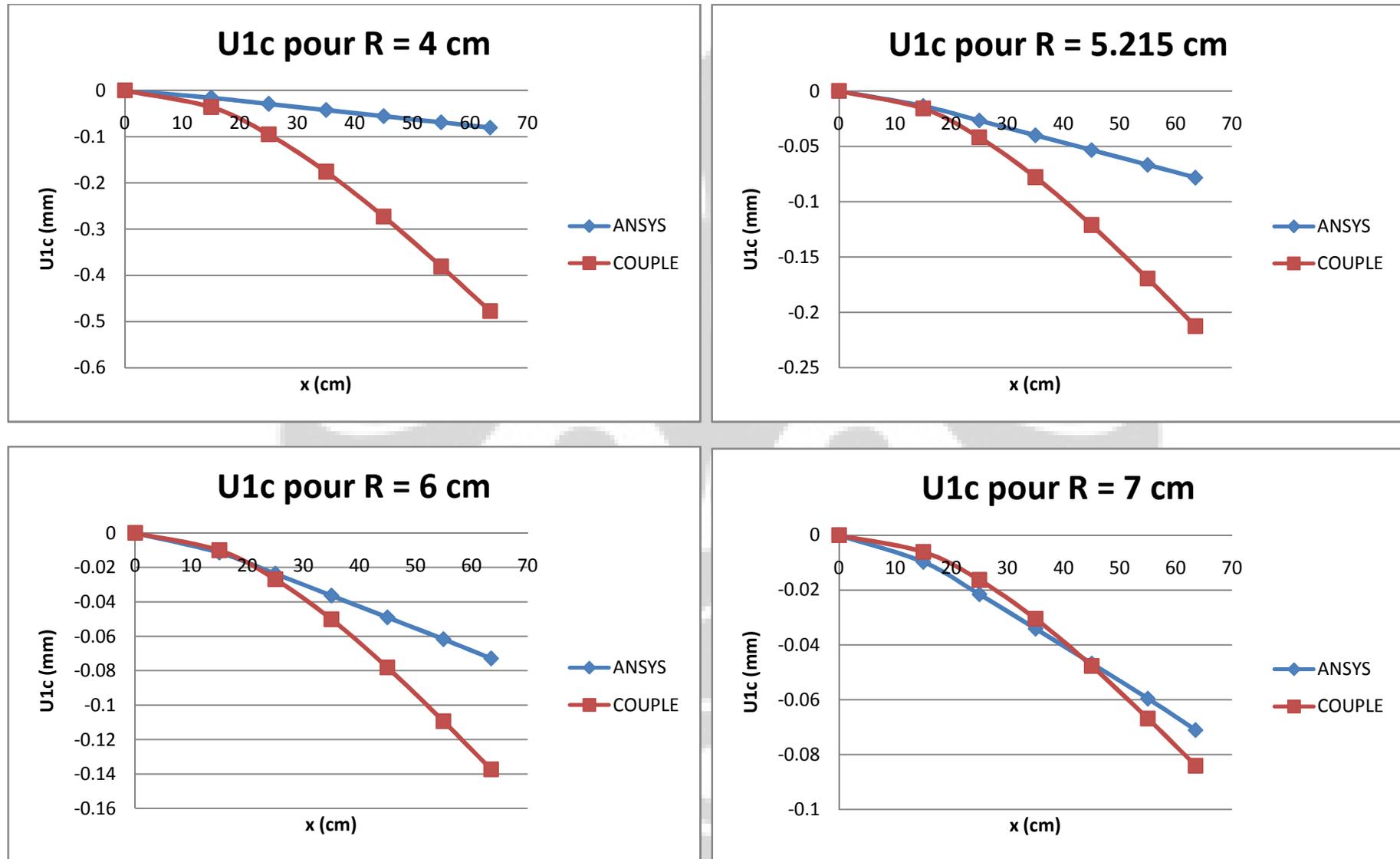


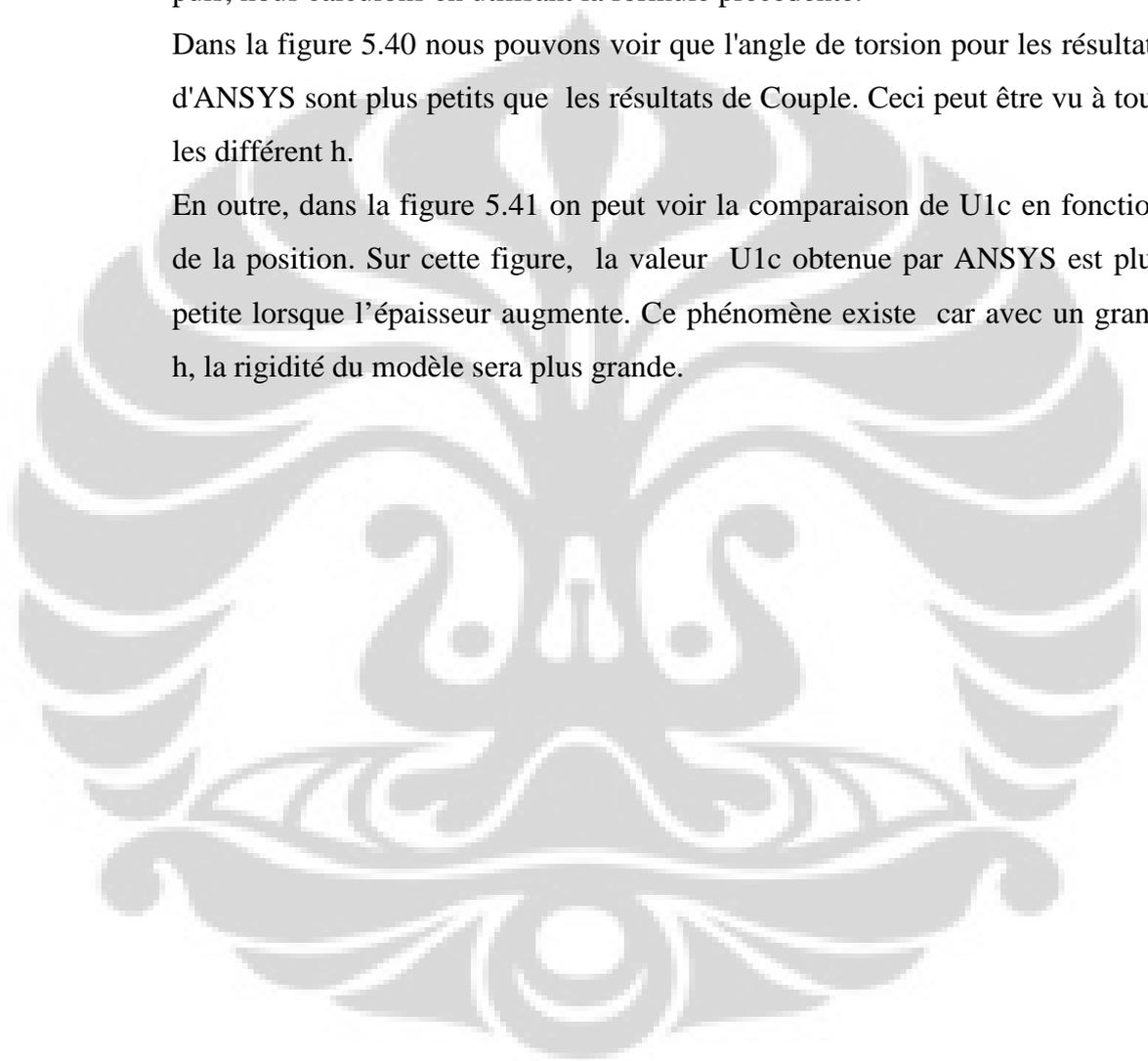
Figure 5. 39.  $U_{1c}$  en différents R de la poutre pour  $\theta_0 = 53,6$  et l'épaisseur = 3,9 mm

#### 5.1.3.5. Les résultats ANSYS en différent h

Dans ce cas, nous allons modéliser les modèles en variant l'épaisseur ( $h$ ). Le modèle utilisé a laboratoire pour l'expérience a une épaisseur = 1.95 mm, de sorte que nous allons utiliser l'épaisseur plus grande et plus petite que les modèles dans le laboratoire. Nous allons utiliser  $h = 1$  mm, 1,95 mm, 3 mm et 4 mm. Bien que le rayon soit rendu permanent qui est égale à 5,215 mm. Et puis, nous calculons en utilisant la formule précédente.

Dans la figure 5.40 nous pouvons voir que l'angle de torsion pour les résultats d'ANSYS sont plus petits que les résultats de Couple. Ceci peut être vu à tous les différent h.

En outre, dans la figure 5.41 on peut voir la comparaison de  $U_{1c}$  en fonction de la position. Sur cette figure, la valeur  $U_{1c}$  obtenue par ANSYS est plus petite lorsque l'épaisseur augmente. Ce phénomène existe car avec un grand h, la rigidité du modèle sera plus grande.



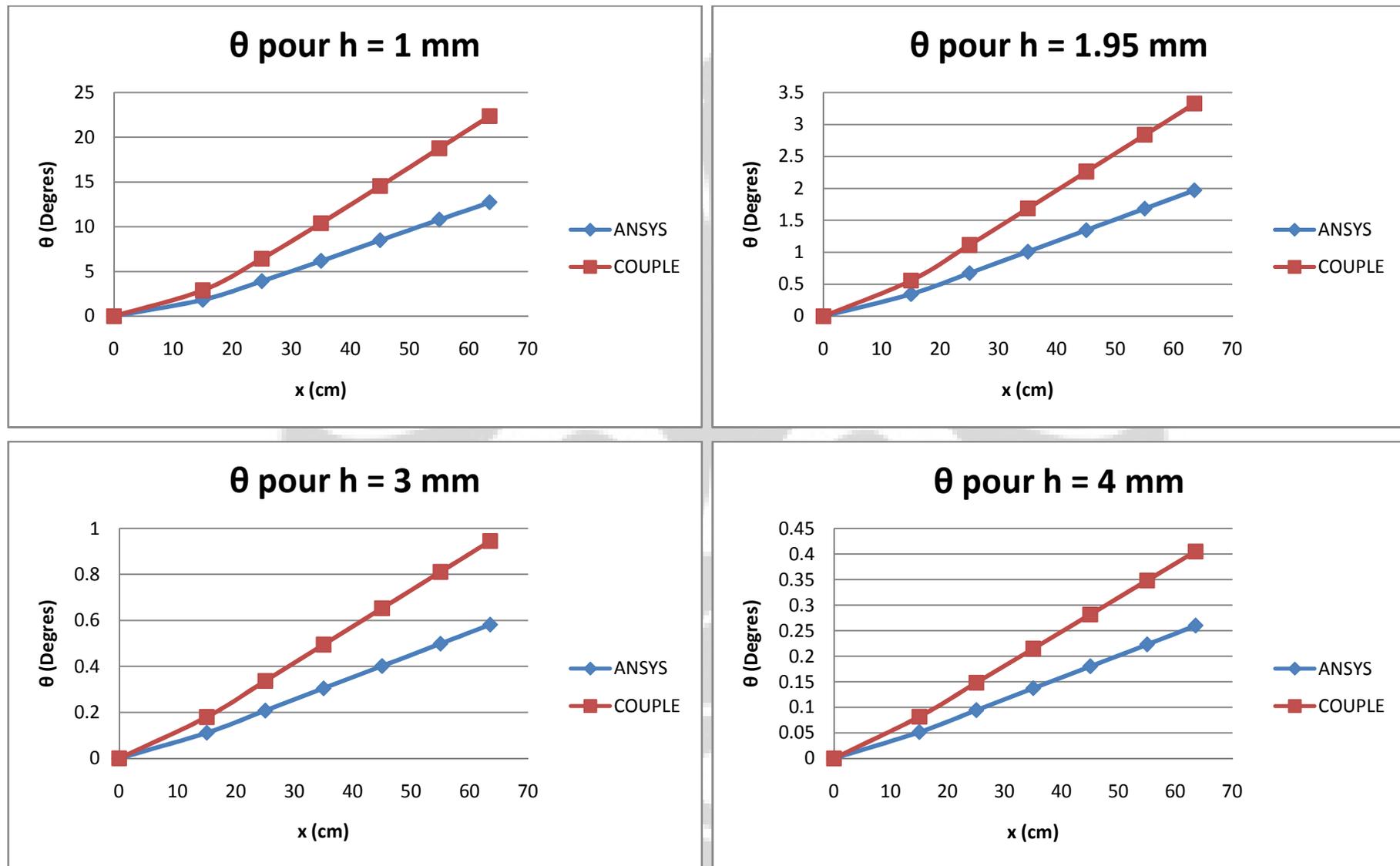


Figure 5. 40. L'angle de torsion en différents h de la poutre pour  $\theta_0 = 53,6$  et le rayon = 5,215 cm

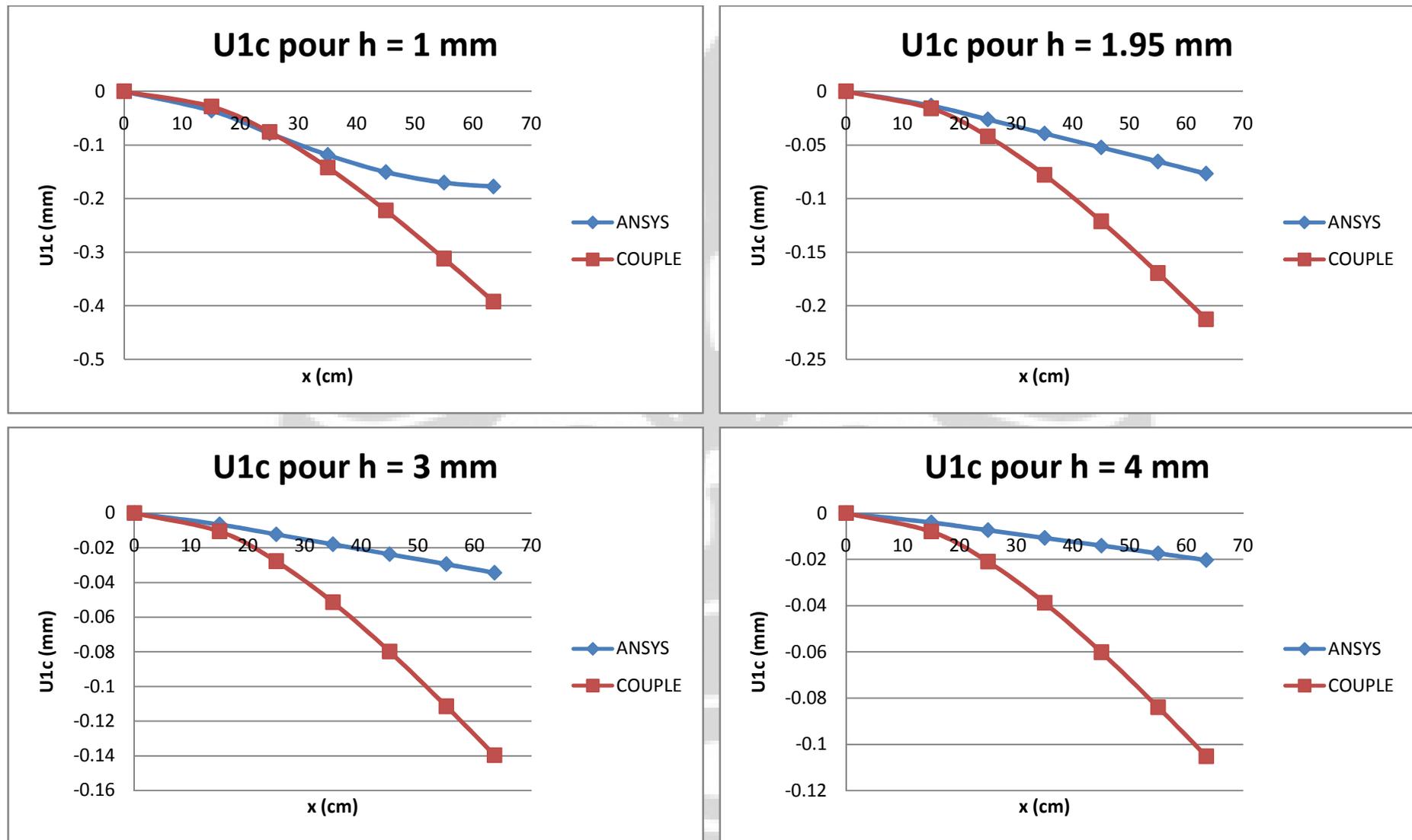


Figure 5. 41. U1c en différents h de la poutre pour  $\theta_0 = 53,6$  et le rayon = 5,215 cm

### 5.1.6 Comparaisons les résultats Expérimentaux, Théoriques et ANSYS

Maintenant, nous allons montrer la comparaison entre les résultats expérimentaux, théoriques et ANSYS. Pour la valeur de l'angle de torsion nous avons les résultats expérimental, théorique (couple et Vlassov) et numériques par ANSYS. Mais pour les résultats U1c, nous n'avons pas le résultat expérimental parce que nous ne pouvons pas avoir la valeur U1a dans la partie expérimentale.

Nous voyons à la figure 5.42, la comparaison des résultats l'angle de torsion pour la poutre avec  $R= 4,98$  cm. Ici, les résultats expérimentaux sont plus proches aux résultats Couple. Par contre, les résultats ANSYS sont plus proches aux résultats «Vlassov». Après la figure on peut voir l'erreur commise pour tous les résultats. On utilise les résultats « Couple » comme point de repère.

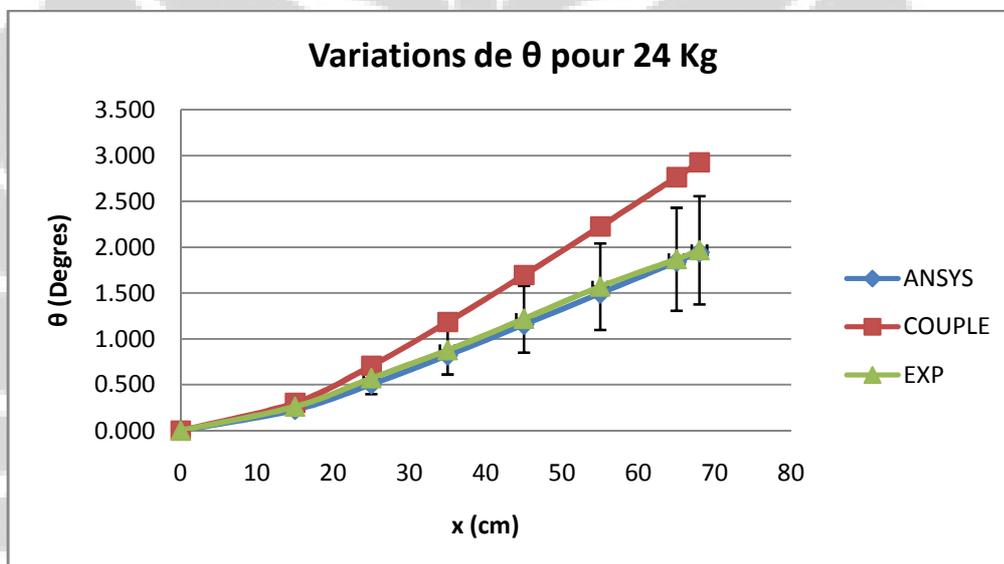


Figure 5. 42. Comparaisons l'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0= 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et le rayon= 4,98 cm

Tableau 5.7. Erreur commise pour l'angle de torsion de la poutre pour  $\theta_0= 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm

ERREUR (%)	0	15	25	35	45	55	65	68
ANSYS	0.00	25.32	28.69	30.63	31.91	32.77	33.37	33.56
EXP	0.00	14.04	19.51	25.90	28.20	29.36	32.32	32.71

Dans la figure 5.43 nous montre les résultats  $U_{1c}$ . On peut voir que les résultats ANSYS sont très proches aux résultats théoriques « Couple ». Après la figure, il y a l'erreur commise et on utilise les résultats « Couple » comme point de repère.

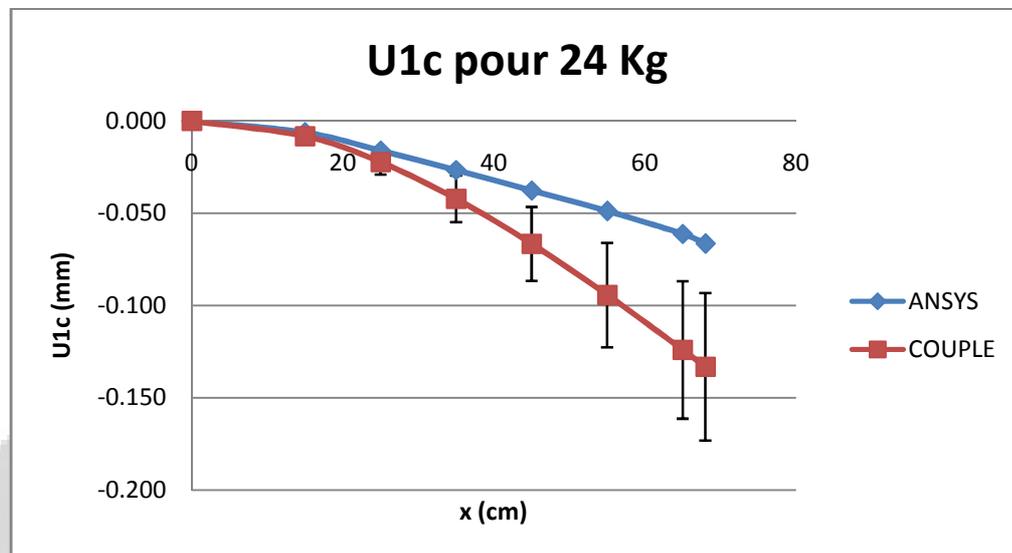


Figure 5. 43. Comparaisons  $U_{1c}$  en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm

Tableau 5.8. Erreur commise pour  $U_{1c}$  de la poutre pour  $\theta_0 = 76$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 4,98 cm

ERREUR (%)	0	15	25	35	45	55	65	68
ANSYS	0.00	23.31	28.26	36.78	43.44	48.20	50.65	50.06

Pour les modèles poutre avec  $R = 5,215$  cm et  $R = 5,64$  cm, nous avons les résultats de l'angle de torsion comme les résultats pour  $R = 4,98$ . Mais pour les résultats  $U_{1c}$ , les résultats par ANSYS, ils sont plus loin aux résultats théorique « Couple ». On peut voir tous les résultats aux figures 5.44 jusqu'à 5.47.

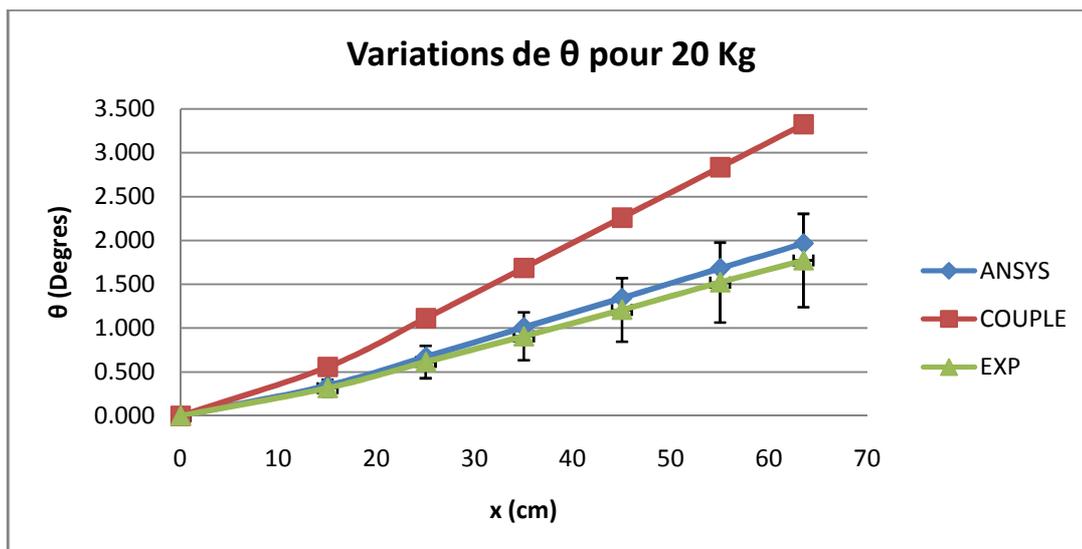


Figure 5. 44. Comparaisons l'angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0= 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et le rayon= 5,215 cm

Tableau 5.9. Erreur commise pour l'angle de torsion de la poutre pour  $\theta_0= 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm

ERREUR (%)	0	15	25	35	45	55	63.5
ANSYS	0.00	38.02	39.50	40.16	40.52	40.72	40.82
EXP	0.00	42.94	44.70	46.10	46.52	46.36	46.66

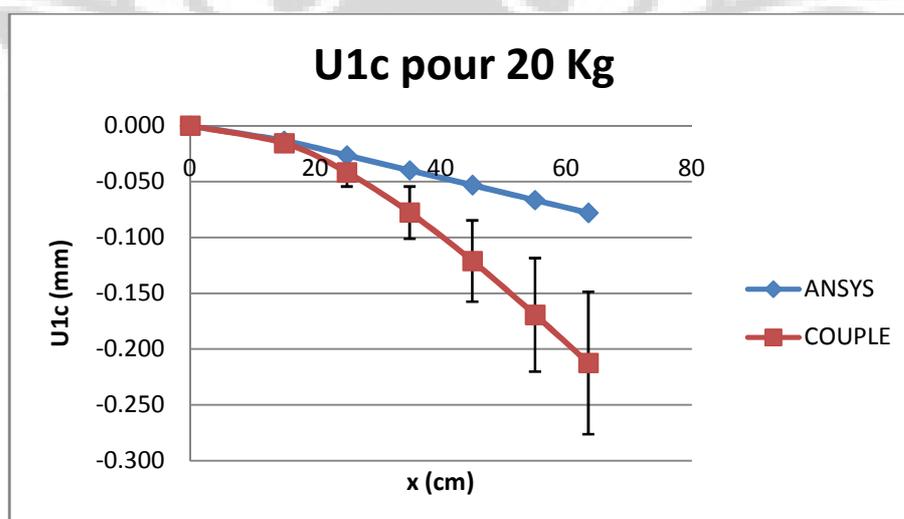


Figure 5. 45. Comparaisons U1c en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0= 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm

Tableau 5.10. Erreur commise pour U1c de la poutre pour  $\theta_0= 53,6$ , l'épaisseur = 3,9 mm et rayon= 5,215 cm

ERREUR (%)	0	15	25	35	45	55	63.5
ANSYS	0.000	14.266	36.370	48.601	55.955	60.611	63.155

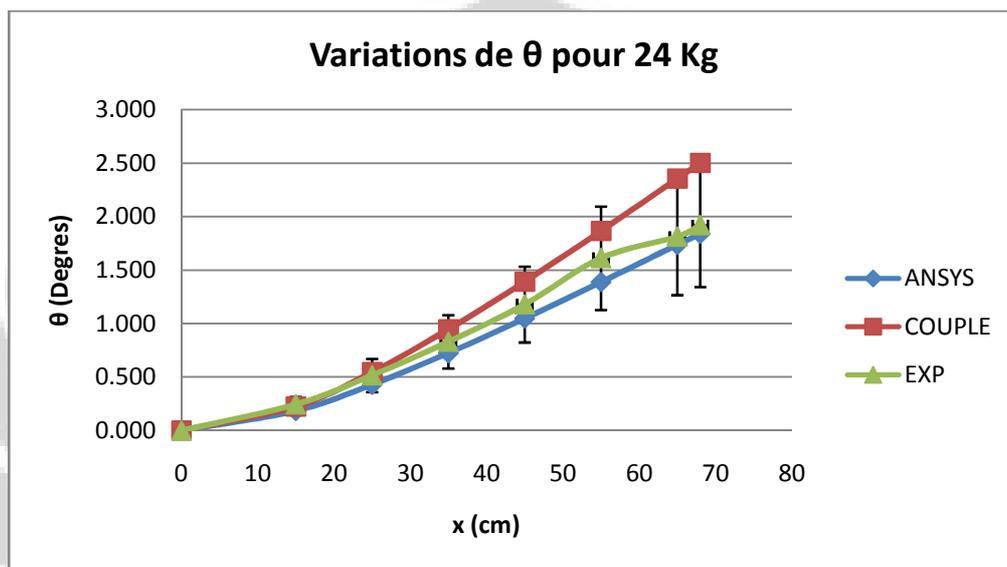


Figure 5. 46. Comparaisons L' angle de torsion en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0= 78,66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm

Tableau 5.11. Erreur commise pour l'angle de torsion de la poutre pour  $\theta_0= 78,66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm

ERREUR (%)	0	15	25	35	45	55	65	69
ANSYS	0.00	17.91	21.40	23.34	24.65	25.57	26.28	26.52
EXP	0.00	8.41	5.39	12.17	15.26	13.66	23.12	23.36

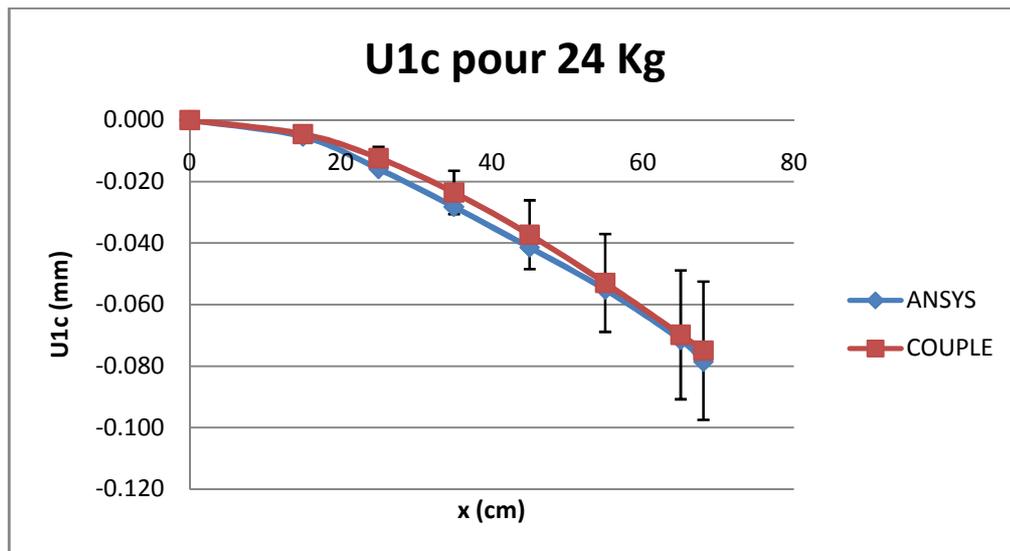


Figure 5. 47. Comparaisons U1c en fonction des positions en différents points de la poutre pour  $\theta_0 = 78,66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm

Tableau 5.12. Erreur commise pour U1c de la poutre pour  $\theta_0 = 78,66$ , l'épaisseur = 3,8 mm et rayon= 5,64 cm

<b>ERREUR (%)</b>	<b>0</b>	<b>15</b>	<b>25</b>	<b>35</b>	<b>45</b>	<b>55</b>	<b>63.5</b>	<b>69</b>
ANSYS	0.00	17.24	28.31	20.00	11.07	4.08	2.38	4.84

## CHAPITRE 6

### CONCLUSIONS ET SUGGESTIONS

#### 6.1. Conclusions

D'après les expériences, nous pouvons conclure :

- Il est difficile de mesurer expérimentalement  $U_{1a}$  parce que le comparateur horizontal glisse lors de torsion.
- Pour les poutres avec une ouverture  $\theta_0 = 90^\circ$ , les valeurs expérimentales et théorique (modèle couplé) sont proches. Les résultats ANSYS sont proches des résultats donnés par le modèle Vlassov.
- Pour les poutres avec une ouverture  $\theta_0 = 90^\circ$ , les résultats  $U_{1c}$  donnés par ANSYS sont proches des résultats théoriques (modèle couplé).
- Pour les poutres avec une ouverture  $\theta_0$  inférieure à  $90^\circ$ , les résultats expérimentaux sont proches des résultats donnés par ANSYS pour l'angle de torsion  $\theta$ .
- Pour les poutres avec une ouverture  $\theta_0$  inférieure à  $90^\circ$ , les résultats obtenus pour  $U_{1c}$  sont relativement satisfaisant.

#### 6.2. Suggestions

Pour la prochaine expérimentale, nous suggérons :

- Donnez beaucoup d'attention pour la masse, pour avoir la torsion parfait.
- Réétudiez le théorème Couple et Vlassov, surtout les coefficients.

## Références

- [1] L.Grillet, étude de la flexion-torsion couplée de la poutre voile, thèse, Université de Poitiers, 2003
- [2] B.Z Vlassov, pièces longues en voiles minces, Editions Eyrolles, 1962
- [3] Yue YOUNG, étude expérimentale, théorique et numérique d'un nouveau modèle de poutres voiles, projet recherche universitaire de Master 2ème année, 2008/2009
- [4] C.KHALID, étude expérimentale et théorique d'un nouveau modèle de poutres voiles, projet recherche universitaire de Master 1ère année, 2008/2009
- [5] MACHECOURT Adrien, étude théorique et expérimentale d'un nouveau modèle de poutres voiles, projet recherche universitaire de Master 1ère année, 2009/2010

