



**UNIVERSITAS INDONESIA**

**PERGESERAN FASE HAMBURAN KAON NUKLEON**

**TESIS**

**HENI SAFITRI**  
**0706171674**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN IPA**  
**PROGRAM PASCASARJANA FISIKA MURNI DAN TERAPAN**  
**DEPOK**  
**JUNI 2010**



**UNIVERSITAS INDONESIA**

**PERGESERAN FASE HAMBURAN KAON NUKLEON**

**TESIS**

**Diajukan sebagai salah satu syarat  
untuk meraih gelar Magister Fisika**

**HENI SAFITRI**

**0706171674**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN IPA  
PROGRAM PASCASARJANA  
FISIKA MURNI DAN TERAPAN  
DEPOK  
JUNI2010**

## HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

Tesis ini adalah hasil karya saya sendiri, dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk telah saya nyatakan dengan benar

Nama : Heni Safitri

NPM : 0706171674

Tandatangan :

Tanggal : 28 Juni 2010

## HALAMAN PENGESAHAN

Tesis ini diajukan oleh

Nama : Heni Safitri  
NPM : 0706171674  
Jurusan : Fisika  
Peminatan : Fisika Murni dan Terapan  
Judul Tesis : Pergeseran Fase Hamburan Kaon Nukleon

Telah berhasil dipertahankan dihadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Magister Fisika pada Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indonesia

### DEWAN PENGUJI

Pembimbing : **Dr. Agus Salam** ( )  
Penguji I : **Dr. Terry Mart** ( )  
Penguji II : **Dr. Anto Sulaksono** ( )  
Penguji III : **Dr. Imam Fachruddin** ( )

Ditetapkan di : Depok  
Tanggal Sidang : 28 Juni 2010

# Kata Pengantar

*Alhamdulillah*, tugas berat ini selesai. Dalam penulisan tesis dan selama masa perkuliahan, banyak pihak yang telah berjasa. Penulis mengucapkan terima kasih tertuju pada:

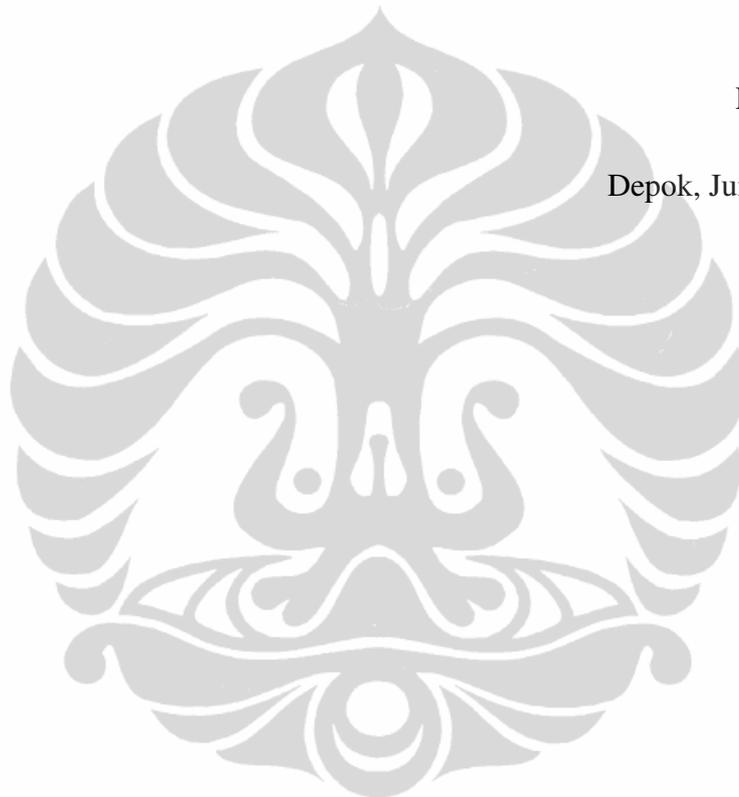
- Dr. Agus Salam, yang telah banyak memberikan waktu dan tenaga dalam membimbing tesis, berdiskusi, dan memberikan wawasan kepada penulis tentang ilmu-ilmu fisika.
- Dr. Terry Mart, yang banyak memberi nasehat dan motivasi pembelajaran selama masa perkuliahan.
- Dr. Anto Sulaksono, yang telah banyak kebersamai penulis dalam berdiskusi, khususnya pada saat kuliah Teori Elektromagnetik dan Fisika Nuklir.
- Dr. Imam Fachruddin, yang telah berusaha mengenalkan ke penulis tentang kaitan teori hamburan dengan program komputasi
- Seluruh staf pengajar Magister Program Studi Fisika Murni dan Terapan, yang selama ini menularkan inspirasi melalui ilmu dan pengalaman yang menakjubkan.
- Dr. Supriyanto, yang telah memberikan pengenalan program LINUX dan LATEX saat matrikulasi.
- Pak Suparman, atas bantuan nasihat dan kelancaran urusan administrasi selama perkuliahan.
- Sahabat-sahabat Fisika Magister UI yang telah mewarnai pengalaman hidup penulis.

- Mamah, Mas Nanang, Mba Yanti dan Keluarga yang tidak henti-hentinya memberikan dukungan berupa moral, semangat dan cinta kasih yang penulis tidak akan pernah mampu membalasnya.

Akhirnya penulis berharap semoga tesis ini dapat memberikan wawasan baru bagi pembaca sehingga karya ini dapat berkontribusi bagi perkembangan ilmu pengetahuan.

**Penulis**

Depok, Juni 2010



## HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Heni Safitri  
NPM : 0706171674  
Progam Studi : Pasca Sarjana Fisika Murni dan Terapan  
Jurusan : Fisika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Jenis Karya : Tesis

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (Non-exclusive Royalty-Free Right)** atas karya ilmiah saya yang berjudul **Pergeseran Fase Hamburan Kaon Nukleon** beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalih-media/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (database), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya tanpa meminta izin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta. Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok  
Yang menyatakan

Heni Safitri

# Abstrak

Nama : Heni Safitri  
Progam Studi : Pasca Sarjana Fisika Murni dan Terapan  
Judul : Pergeseran Fase Hamburan Kaon Nukleon

Telah dilakukan parameterisasi interaksi Kaon Nukleon dalam bentuk separable melalui fitting data pergeseran fase hamburan Kaon Nukleon dari analisis SAID's untuk gelombang parsial S, P dan D, dan untuk isospin 0 dan 1. Interaksi diasumsikan mengambil bentuk separable rank-1 dan rank-2 dengan variasi dalam faktor bentuk. Didapatkan bahwa rank-2 dapat memfit data dengan cukup baik sampai momentum 1440 MeV/c, sementara itu tidak bagi rank-1, terutama dalam beberapa gelombang parsial. Juga ditemukan bahwa rank-1 dengan faktor bentuk yang lebih rumit dapat menggambarkan data yang lebih baik dari rank-1 yang lebih sederhana dengan pangkat yang sama.

Kata Kunci: kaon, nucleon, scattering, interaksi separabel.

x+49 halaman; 6 gambar; 4 tabel

Daftar Acuan: 20 (1954 - 2007)

# Abstract

Nama : Heni Safitri  
Study Program : Pure and Applied Physics  
Title : Phase Shift of Kaon Nucleon Scattering

Parametrization of Kaon Nucleon Interaction in the separable form has been done through fitting to the phase shift data of kaon-nucleon scattering from SAID's analysis for partial wave S, P and D, and isospin 0 and 1. The interaction is assumed to take the separable form of rank-1 and rank-2 with variation in the form factors. It is found that the rank-2 can fit the data quite well for the momentum up to 1440 MeV/c, while not for the rank-1, especially in some partial waves. It is also found that the rank-1 with more complicated form factor can describe the data better than the simple one with the same rank.

Keywords: kaon, nucleon, scattering, separable interaction.

x+49 pages; 6 figures; 4 tables

Bibliography : 20 (1954 - 2007)

# Daftar Isi

<b>Halaman Pernyataan Orisinalitas</b>	<b>ii</b>
<b>Halaman Pengesahan</b>	<b>iii</b>
<b>Kata Pengantar</b>	<b>iv</b>
<b>Halaman Pernyataan Persetujuan Publikasi</b>	<b>v</b>
<b>Abstrak</b>	<b>vi</b>
<b>Daftar Isi</b>	<b>ix</b>
<b>Daftar Gambar</b>	<b>x</b>
<b>Daftar Tabel</b>	<b>xi</b>
<b>1 Pendahuluan</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Perumusan Masalah . . . . .	3
1.3 Metode Penelitian . . . . .	3
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	3
<b>2 Teori Dasar Hamburan</b>	<b>4</b>
2.1 Kinematika Proses Hamburan . . . . .	5
2.2 Persamaan Lippmann Schwinger . . . . .	8
2.3 Representasi <i>Parsial Wave</i> Persamaan Lippmann Schwinger . . .	11
2.4 Pergeseran Fase . . . . .	13

<b>3</b>	<b>Model Separabel Interaksi Kaon Nukleon</b>	<b>17</b>
3.1	Interaksi Kaon Nukleon . . . . .	17
3.2	Pendekatan Separabel . . . . .	18
3.2.1	Rank-1 . . . . .	19
3.2.2	Rank-2 . . . . .	22
3.3	Penetapan Parameter . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Hasil dan Diskusi</b>	<b>26</b>
4.1	Hasil . . . . .	27
4.2	Diskusi . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Kesimpulan dan Saran</b>	<b>38</b>
5.1	Kesimpulan . . . . .	38
5.2	Saran . . . . .	39
	<b>Lampiran</b>	<b>39</b>
<b>A</b>	<b>Notasi dan Unit</b>	<b>40</b>
<b>B</b>	<b>Integral</b>	<b>41</b>
	<b>Daftar Pustaka</b>	<b>43</b>

# Daftar Gambar

2.1	Proses Kinematika Tumbukan Elastik Dua Benda [8] . . . . .	6
2.2	Diagram Persamaan Lippmann Schwinger untuk matriks-T [17] .	11
4.1	Pergeseran Fase ( <i>phase shift</i> ) terhadap momentum lab. kaon untuk gelombang $S_{01}$ dan $S_{11}$ . Garis - menunjukkan perhitungan yang menggunakan separabel potensial ; sedangkan segitiga menunjukkan pergeseran fase dari SAID-analisis . . . . .	30
4.2	Pergeseran Fase ( <i>phase shift</i> ) terhadap momentum lab. kaon untuk gelombang $P_{01}$ dan $P_{11}$ . Garis - menunjukkan perhitungan yang menggunakan separabel potensial; sedangkan segitiga menunjukkan pergeseran fase dari SAID-analisis . . . . .	32
4.3	Pergeseran Fase ( <i>phase shift</i> ) terhadap momentum lab. kaon untuk gelombang $P_{03}$ dan $P_{13}$ . Garis - menunjukkan perhitungan yang menggunakan separabel potensial rank-1; sedangkan titik-titik menunjukkan pergeseran fase dari SAID-analisis . . . . .	33
4.4	Pergeseran Fase ( <i>phase shift</i> ) terhadap momentum lab. kaon untuk gelombang $D_{03}$ dan $D_{13}$ . Garis - menunjukkan perhitungan yang menggunakan separabel potensial rank-1; sedangkan titik-titik menunjukkan pergeseran fase dari SAID-analisis . . . . .	34
4.5	Pergeseran Fase ( <i>phase shift</i> ) terhadap momentum lab. kaon untuk gelombang $D_{05}$ dan $D_{15}$ . Garis - menunjukkan perhitungan yang menggunakan separabel potensial rank-1; sedangkan titik-titik menunjukkan pergeseran fase dari SAID-analisis . . . . .	36

# Daftar Tabel

3.1	Input untuk Program <i>fitting</i> . . . . .	25
4.1	Parameter Separabel Potensial Rank-1, 0-400 MeV . . . . .	28
4.2	Parameter Separabel Potensial Rank-1 , 0-1440 MeV . . . . .	29
4.3	Parameter Separabel Potensial Rank-2 Faktor Bentuk 1, 0-1440 MeV . . . . .	29

# Bab 1

## Pendahuluan

### 1.1 Latar Belakang

Keberadaan Alam Semesta dan mekanisme perubahannya merupakan masalah utama yang menarik perhatian manusia sejak dahulu. Sejak 40 tahun yang lalu mulai dikembangkan model standar yang dipandang sebagai model yang dapat menjelaskan keberadaan alam semesta beserta perubahannya. Dengan adanya model ini telah banyak ditemukan partikel beserta transformasinya ke bentuk lain sehingga pada akhirnya diambil kesimpulan bahwa dasar pembentuk suatu zat adalah quark dan lepton [5] [9]. Menurut model standar, pencirian quark dan lepton dilakukan dengan pemberian empat buah bilangan kuantum mendasar yaitu spin  $s$ , muatan listrik  $Q$ , flavour  $f$  dan colour  $c$ . Dengan empat bilangan kuantum ini, keberadaan interaksi dasar di alam semesta ini dapat diungkapkan dengan jelas.

Meskipun bidang fisika nuklir dengan model standarnya sudah mengalami perkembangan yang sangat pesat, akan tetapi masih banyak rincian-rincian yang masih diteliti atau belum dilakukan orang. Banyak kenyataan eksperimental yang menunjukkan keberadaan ratusan hadron (partikel yang dibangun oleh quark-quark) dengan umur yang berbeda-beda, untuk itu diperlukan adanya investigasi secara teoritik yang dapat mengungkapkan hasil eksperimen, salah satunya adalah interaksi antara Kaon dengan Nukleon.

Hamburan Kaon Nukleon (KN) merupakan salah satu sumber informasi krusial tentang interaksi kuat lainnya selain pion Nukleon. Menurut [7] Kaon memiliki dua sifat yang membuatnya menjadi proyektil untuk menyelidiki struktur inti.

Pertama kaon dapat mentransfer derajat kebebasan pada inti. Kedua, berbeda dengan pion kaon dapat berubah menjadi dua bentuk, Kaon ( $K$ ) dan anti Kaon ( $\bar{K}$ ) dimana berbeda sifatnya ketika berinteraksi dengan inti. Karena bilangan kuantum strangeness berubah pada interaksi kuat, interaksi antara kaon dengan inti menjadi lebih lemah. Konsekuensinya, K meson dapat membuktikan penyelidikan tentang daerah permukaan inti. Sedangkan [3] dan [4] menyatakan hamburan KN juga idealnya berguna untuk mempelajari asal mula gaya nuklir nonresonan. Tetapi kesuksesan penggunaan partikel Kaon dalam mempelajari struktur nuklir membutuhkan pengetahuan tentang bagaimana sebenarnya interaksi antara Kaon dengan inti. Dan setiap model teoritis KN dimulai dari interaksi KN.

[14] menyatakan teori interaksi kuat fundamental yang diterima pada saat ini adalah kuantum kromodinamik (QCD). Karena itu, teori yang menggambarkan hamburan KN seharusnya diturunkan dari QCD. aplikasi teori ini terkendala oleh kerumitan matematisnya, di samping tuntutan untuk memperhitungkan lebih banyak lagi proses (diagram) yang mungkin. Sehingga saat ini kurang memungkinkan untuk memprediksi interaksi kaon-nukleon dari QCD dikarenakan kendala-kendala tadi, meskipun usaha ambisius tetap dilakukan melalui *lattice* QCD yang membutuhkan fasilitas komputasi numerik yang kuat. Oleh karena itu, untuk energi rendah dan menengah, penelitian dapat dilanjutkan dengan menggunakan baryon dan meson (hadron) sebagai pengganti quark dan gluon atau bisa juga dengan memprediksi bentuk interaksi secara fenomenologis. Untuk keperluan yang bersifat praktis, interaksi kuat dapat diasumsikan berbentuk separabel. Untuk itu, penulis mencoba untuk melakukan penelitian menghitung pergeseran fase hamburan KN untuk mengetahui gaya interaktif yang terjadi pada hamburan KN secara *fenomologis* dengan pendekatan separabel potential dimana pendekatan ini menurut Ueda [19] cukup berhasil menjelaskan interaksi pion nukleon.

Representasi separabel untuk interaksi antar partikel pertama kali digunakan oleh [20], karena itu representasi ini sering juga disebut interaksi atau potensial Yamaguchi. Sejauh ini bentuk separabel digunakan orang untuk mempermudah penyelesaian persamaan Lippmann-Schwinger secara analitis, terutama pada kasus interaksi beberapa benda (*few-body problem*). Selain bentuknya yang non-lokal, usaha-usaha mempertemukan interaksi separabel dan potensial pertukaran

satu boson (OBEP untuk *One Boson Exchange Potential*) telah dilakukan, di antaranya oleh [12].

Struktur dari tesis ini adalah sebagai berikut. Tesis ini terdiri dari 5 bab dan beberapa lampiran. Formalisme dasar diberikan pada bab 2. Bab 3, menjelaskan penurunan PLS dengan menggunakan potensial separabel. Bab 4 menampilkan hasil *fitting* dari pergeseran fase dengan parameter dan dibandingkan dengan hasil eksperimen. Terakhir, pada bab 5 dibuat ringkasan dan kesimpulan. Lampiran-lampiran diberikan di akhir tesis ini untuk melengkapi penurunan-penurunan persamaan yang dilakukan pada bab-bab sebelumnya.

## 1.2 Perumusan Masalah

Penelitian ini memfokuskan pada perhitungan pergeseran fase hamburan kaon nukleon untuk mengetahui sifat hamburan KN dengan membandingkan hasil yang diperoleh model separabel potensial dengan hasil eksperimen yang diperoleh SAID-analysis.

## 1.3 Metode Penelitian

Penelitian dimulai dengan telaah pustaka untuk mengetahui teori dasar separabel potensial [11], hal ini diperlukan untuk memastikan cara penurunan rumus dan teknik perhitungan yang digunakan penulis, model potensial inilah yang digunakan pada persoalan yang akan diteliti yaitu hamburan kaon nukleon. Tahap selanjutnya yaitu melakukan perhitungan proses hamburan dengan persamaan Lippmann Schwinger sehingga akhirnya diperoleh pergeseran fase. Untuk mencari parameter potensial dilakukan *fitting* dengan membandingkan pergeseran fase hasil perhitungan dan data. Proses *fitting* dikerjakan dengan menggunakan routine *fitting* minuit dari CERN.

## 1.4 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan membuat model separabel untuk interaksi kaon nukleon dengan menghitung pergeseran fase hamburan kaon nukleon.

## Bab 2

# Teori Dasar Hamburan

Dalam mempelajari interaksi partikel, eksperimen seringkali menjadi awal penelaahan. Sejumlah observabel akan dihasilkan dari eksperimen ini yang nantinya akan diolah dan dipelajari. Dari penelaahan ini fisikawan mendapatkan pengetahuan mereka tentang interaksi antar partikel. Hal yang menariknya adalah bagaimana secara prinsip mendapatkan informasi tentang interaksi partikel dari peristiwa hamburan ini. Dan bagaimana pula hal ini akan dilakukan dalam kerangka kerja mekanika kuantum. Pada umumnya dalam hamburan terdapat proses ada dua objek saling mendekat, dalam suatu jarak tertentu mereka akan berinteraksi dan kemudian mereka akan kembali berpisah. Tentunya peristiwa paling menarik terjadi pada saat kedua objek tersebut berinteraksi. [13] menyatakan biasanya rentang interaksi berada dalam jarak yang amat kecil sehingga di luar jarak itu kedua objek praktis tidak berinteraksi satu sama lain. Diluar jarak itu mereka diasumsikan berada dalam keadaan bebas. Jika keadaan akhir berbeda dengan keadaan awal dapat diasumsikan perbedaan tersebut disebabkan oleh adanya interaksi antara kedua objek tadi sehingga dapat dikatakan bagaimana interaksi antara kedua objek mempengaruhi keadaan akhir. Inilah dasar prinsip penggunaan peristiwa hamburan dalam telaah mengenai interaksi. Bab ini menjelaskan teori hamburan yang mendasari interaksi dua benda. Dimulai dengan formulasi kinematika partikel, kemudian dilanjutkan dengan menjelaskan persamaan Lippmann Schwinger yang digunakan untuk menentukan matriks transisi pada perhitungan pergeseran fase hamburan.

## 2.1 Kinematika Proses Hamburan

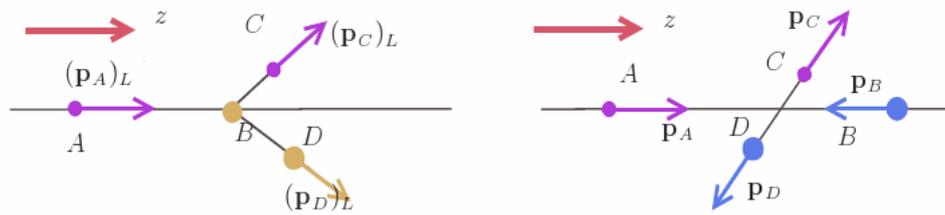
Pada umumnya eksperimen-eksperimen yang menyangkut kecepatan relativistik maka pengamat berada diam di kerangka lab, sedangkan peristiwanya bergerak terhadap lab. Dilain pihak, sering dalam sebuah eksperimen kita menelaah proses fisika dalam kerangka pusat massa yaitu kerangka untuk momentum total nol. Jika dua buah partikel mendekat satu sama lain dan mempertukarkan momentum dan energinya maka kita menyebut peristiwa interaksi dua buah partikel tersebut sebagai hamburan. Namun jika setelah interaksi (tumbukan) jumlah dan jenis partikel yang terlibat berbeda maka kita menyebutnya telah terjadi reaksi. Peristiwa tumbukan sering ditelaah dalam kerangka pusat massa dan kemudian hasilnya ditransfer kembali ke dalam kerangka laboratorium untuk mengecek hasil eksperimen. Penelitian ini akan lebih memfokuskan pada interaksi hamburan khususnya pada hamburan kaon nukleon dengan memperhatikan penggunaan kerangka pusat massa dan laboratorium. Interaksi antara kaon dan nukleon dikelompokkan dalam interaksi dua benda. Ini berarti hanya terdapat dua partikel pada keadaan awal dan akhir. Umumnya interaksi ini dapat dituliskan sebagai

$$A(p_A) + B(p_B) \rightarrow C(p_C) + D(p_D), \quad (2.1)$$

dimana  $p_i$  adalah momentum-4  $\{E_i, \vec{p}_i\}$  partikel “ $i$ ” dengan  $i \in \{A, B, C, D\}$ . Momentum-4 totalnya kekal dalam interaksi ini. Partikel A dan B dapat berupa meson dan baryon pada kasus hamburan, sama juga untuk partikel C dan D. Misalkan B sebagai target, maka  $p_B = \{m_B, 0\}$ . Pada kasus ini A adalah proyektil dengan  $p_A = \{\tilde{E}_A, \tilde{\vec{p}}_A\}$ , dimana  $\tilde{\phantom{x}}$  menandakan besar nilainya dihitung pada kerangka diam partikel B, kerangka lab.

Dimulai dengan, menganggap tumbukan elastik dua partikel A dan B memiliki massa  $m_A$  dan  $m_B$ . Pada referensi kerangka laboratorium (lab) sistem koordinat yang awalnya target partikel B dalam keadaan diam. Sedangkan pada referensi kerangka pusat massa (PM) sistem koordinat pusat massa selalu diam sebelum dan sesudah tumbukan.

Dalam melihat sistem dua partikel, dengan  $m_A$  menyatakan massa partikel A yang merupakan proyektil dan  $m_B$  menyatakan massa partikel B yang merupakan target, digunakan dua kerangka. Pertama, kerangka laboratorium (Lab). Dalam



Gambar 2.1: Proses Kinematika Tumbukan Elastik Dua Benda [8]

kerangka ini, keadaan awal (sebelum mengalami hamburan)  $m_A$  dan  $m_B$  memiliki momentum masing-masing  $\vec{p}_A$  dan  $\vec{p}_B = 0$ , kemudian pada keadaan akhir (sesudah hamburan) momentum yang dimiliki  $m_A$  dan  $m_B$  adalah  $\vec{q}_A$  dan  $\vec{q}_B$ . Kedua, kerangka pusat massa (PM). Dimana dalam kerangka ini, sistem bisa dilihat sebagai sistem satu partikel dengan momentum relatif awal  $\vec{p}$ , kemudian pada keadaan akhir (sesudah hamburan) momentum akhir  $\vec{q}$ . Kerangka pusat massa (PM) digunakan untuk mempermudah perhitungan proses hamburan.

Hubungan antara momentum dalam kerangka laboratorium (Lab) dan momentum dalam kerangka pusat massa (PM) adalah :

$$\vec{p} \equiv \frac{m_B \vec{p}_A - m_A \vec{p}_B}{m_A + m_B} \quad (2.2)$$

Vektor momentum  $\vec{p}$  tidak bergantung pada kerangka acuan yang digunakan dan bersifat kekal dalam proses hamburan, yaitu :  $|\vec{p}| = |\vec{q}|$ . Karena partikel target yang ditembak berada dalam keadaan diam relatif terhadap kerangka laboratorium (Lab), maka  $\vec{p}_B = 0$ . Sehingga :

$$\vec{p} = \frac{m_B}{m_A + m_B} \vec{p}_A = \frac{\mu}{m_A} \vec{p}_A \quad (2.3)$$

dengan  $\mu$  adalah massa tereduksi:

$$\mu = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} \quad (2.4)$$

Dalam proses hamburan elastik, energi kinetik total bersifat kekal, sehingga besarnya energi kinetik total sebelum dan sesudah hamburan adalah sama :

$$\tilde{E} = E_A = \tilde{E}'_A + \tilde{E}'_B \quad (2.5)$$

$$\tilde{E} = \frac{\vec{p}_A^2}{2m_A} = \frac{\vec{q}_A^2}{2m_A} + \frac{\vec{q}_B^2}{2m_B} \quad (2.6)$$

Energi total dalam kerangka pusat massa ( $E_{PM}$ ) :

$$E_{PM} = \frac{\vec{p}^2}{2\mu} = \frac{\vec{q}^2}{2\mu} \quad (2.7)$$

Sehingga hubungan antara  $\tilde{E}$  dengan  $E_{PM}$  adalah:

$$E_{PM} = \frac{\vec{p}^2}{2\mu} = \frac{\mu}{2m_A^2} \vec{p}_A^2 = \frac{\mu}{m_A} \tilde{E} \quad (2.8)$$

Berikut ini perhitungan kinematika hamburan secara relativistik. Misalkan B adalah target dimana  $p_B = \{m_B, 0\}$ . Pada kasus ini, A adalah proyektil dengan  $p_A = \{\tilde{E}_A, \tilde{p}_A\}$ , dimana  $\tilde{\phantom{x}}$  mengindikasikan bahwa kuantitas dihitung pada kerangka Laboratorium. Dari kekekalan momentum-4, didapatkan total massa invarian sistem :

$$W^2 = (p_A + p_B)^2 \quad (2.9)$$

$$= (p_C + p_D)^2. \quad (2.10)$$

karena kuantitas ini invarian terhadap transformasi Lorentz, salah satunya dapat di evaluasi dalam kerangka lab. Sehingga massa invarian adalah :

$$W = \sqrt{(\tilde{E}_A + m_B)^2 - \tilde{p}_A^2} \quad (2.11)$$

sebagai fungsi momentum dari partikel datang, yaitu partikel A. Jika dihitung, maka momentum partikel A pada sistem pusat massa adalah :

$$p_A = \sqrt{\frac{[W^2 - (m_A + m_B)^2] [W^2 - (m_A - m_B)^2]}{4W^2}} \quad (2.12)$$

dengan cara yang sama, didapatkan momentum partikel C pada sistem pusat massa :

$$p_C = \sqrt{\frac{[W^2 - (m_C + m_D)^2] [W^2 - (m_C - m_D)^2]}{4W^2}} \quad (2.13)$$

untuk kasus hamburan kaon nukleon,  $p_A$  dan  $p_C$  memiliki nilai yang sama karena massa partikel pada keadaan awal dan akhir adalah sama.

## 2.2 Persamaan Lippmann Schwinger

Dari persamaan Schrodinger :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r}) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (2.14)$$

Jika dikalikan dengan faktor  $-\frac{2m}{\hbar^2}$ , menjadi :

$$\nabla^2\psi(\vec{r}) - \frac{2m}{\hbar^2}V(\vec{r})\psi(\vec{r}) = -\frac{2m}{\hbar^2}E\psi(\vec{r}) \quad (2.15)$$

$$\frac{2m}{\hbar^2}E = k^2 \quad (2.16)$$

Maka persamaan (2.14) dapat dituliskan sebagai :

$$\nabla^2\psi(\vec{r}) - U(\vec{r})\psi(\vec{r}) = -k^2\psi(\vec{r}) \quad (2.17)$$

atau

$$[\nabla^2 + k^2]\psi(\vec{r}) = U(\vec{r})\psi(\vec{r}) \quad (2.18)$$

Persamaan (2.18) ini merupakan representasi persamaan Schrodinger dalam ruang koordinat.

Kemudian, dengan memanfaatkan sifat delta Dirac :

$$\int d^3r' \delta^3(\vec{r} - \vec{r}') f(\vec{r}') = f(\vec{r}) \quad (2.19)$$

maka suku kanan persamaan (2.18) berubah menjadi :

$$U(\vec{r})\psi(\vec{r}) = \int d^3r' \delta^3(\vec{r} - \vec{r}') U(\vec{r}')\psi(\vec{r}') \quad (2.20)$$

Sehingga representasi persamaan Schrodinger dalam ruang koordinat bisa dituliskan sebagai :

$$[\nabla^2 + k^2]\psi(\vec{r}) = U(\vec{r})\psi(\vec{r}) \quad (2.21)$$

$$= \int d^3r' \delta^3(\vec{r} - \vec{r}') U(\vec{r}')\psi(\vec{r}') \quad (2.22)$$

Dengan memanfaatkan fungsi Green :

$$[\nabla^2 + k^2]G(\vec{r}, \vec{r}') = \delta^3(\vec{r} - \vec{r}') \quad (2.23)$$

Maka persamaan (2.22) menjadi :

$$[\nabla^2 + k^2]\psi(\vec{r}) = \int d^3r' [\nabla^2 + k^2]G(\vec{r}, \vec{r}')U(\vec{r}')\psi(\vec{r}') \quad (2.24)$$

$$= [\nabla^2 + k^2] \int d^3r' G(\vec{r}, \vec{r}')U(\vec{r}')\psi(\vec{r}') \quad (2.25)$$

atau dapat dituliskan sebagai :

$$\psi(\vec{r}) = \int d^3r' G(\vec{r}, \vec{r}')U(\vec{r}')\psi(\vec{r}') \quad (2.26)$$

Sehingga, solusi komplit jika ada interaksi :

$$\psi(\vec{r}) = \phi_i(\vec{r}) + \int d^3r' G(\vec{r}, \vec{r}')U(\vec{r}')\psi(\vec{r}') \quad (2.27)$$

Ini merupakan persamaan Lippmann Schwinger di ruang koordinat. Jika tidak ada interaksi ( $U(\vec{r}) = 0$ ), maka :

$$[\nabla^2 + k^2]\phi_i(\vec{r}) = 0 \quad (2.28)$$

dengan indeks  $i$  berarti fungsi gelombang awal (*initial*).

Interaksi antara proyektil dan target direpresentasikan dengan potensial di dalam Hamiltonian. Maka Hamiltonian ditulis sebagai gabungan antara hamiltonian partikel bebas dan komponen potensial,

$$H = H_0 + V \quad (2.29)$$

Dimana  $H_0$  adalah Hamiltonian partikel bebas,

$$H_0 |\phi\rangle = E |\phi\rangle \quad (2.30)$$

dengan  $|\phi\rangle$  merupakan keadaan bebas (*free state*). Untuk keadaan hamburan berlaku:

$$(H_0 + V) |\psi\rangle = E |\psi\rangle \quad (2.31)$$

dengan  $|\psi\rangle$  merupakan keadaan hamburan. Dengan menggunakan *ansatz*, keadaan hamburan:

$$|\psi\rangle = |\phi\rangle + |\chi\rangle \quad (2.32)$$

dimana saat  $V = 0$ , maka  $|\phi\rangle = |\psi\rangle$ , tanpa adanya interaksi maka hamburan tidak terjadi. Solusi keadaan hamburan didapatkan dengan mengerjakan persamaan Schrödinger (2.31) dengan menggunakan *ansatz* persamaan (2.32)

$$\begin{aligned} E|\chi\rangle &= H_0|\chi\rangle + V|\phi\rangle + V|\chi\rangle \\ |\chi\rangle &= \frac{1}{E - H_0}V|\psi\rangle, \end{aligned} \quad (2.33)$$

sehingga

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0}V|\psi\rangle \\ &= G_0(E)V|\psi\rangle, \end{aligned} \quad (2.34)$$

dengan  $G_0(E)$  merupakan *free propagator*

$$G_0(E) = \frac{1}{E - H_0} \quad (2.35)$$

Solusi pada persamaan(2.34) memiliki titik singular pada  $E = H_0$ , sehingga untuk menghindari singularitas ini nilai E dibuat kompleks, yaitu  $E \rightarrow E \pm i\epsilon$ , dengan  $\epsilon \approx 0$  [13] maka persamaan (2.34) menjadi

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= |\phi\rangle + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{E \pm i\epsilon - H_0}V|\psi\rangle \\ &= |\phi\rangle + G_0(E)V|\psi\rangle \end{aligned} \quad (2.36)$$

Persamaan (2.36) merupakan persamaan LS untuk fungsi gelombang.

Untuk menunjukan transisi dari keadaan awal ke keadaan akhir pada proses hamburan, maka didefinisikan operator transisi, yaitu matriks-T

$$T|\phi\rangle \equiv V|\psi\rangle \quad (2.37)$$

dengan memasukkan  $|\psi\rangle$  ke persamaan (2.36) ke persamaan (2.37) diperoleh:

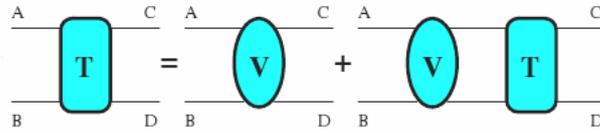
$$T|\phi\rangle = V|\phi\rangle + VG_0^\pm(E)t|\phi\rangle \quad (2.38)$$

maka didapatkan persamaan LS untuk matriks-T adalah:

$$T = V + VG_0^\pm(E)T \quad (2.39)$$

menurut persamaan (2.39) matriks-t merupakan deret tak hingga V

$$T = V + VG_0^\pm V + VG_0^\pm VG_0^\pm V + VG_0^\pm VG_0^\pm VG_0^\pm V + \dots \quad (2.40)$$



Gambar 2.2: Diagram Persamaan Lippmann Schwinger untuk matriks-T [17]

yang menunjukkan hamburan yang terjadi tidak hanya hamburan tunggal, namun juga hamburan berganda (*multiple scattering*), gambar (2.2) mengilustrasikan hal tersebut.

## 2.3 Representasi *Parsial Wave* Persamaan Lippmann Schwinger

Basis *parsial wave* diperlukan dalam menghubungkan antara matriks-T dengan *phase shift*. Dalam fisika nuklir, khususnya bidang *few body problem*, representasi yang biasa digunakan untuk menyelesaikan persamaan Lippmann-Schwinger yaitu representasi gelombang parsial, dengan *basis state*  $|p(l\frac{1}{2}); jm\rangle$  [1]. Pada basis ini nilai momentum angular total  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ , dan nilai  $m$  adalah proyeksi  $\mathbf{J}$  pada sumbu-z. Elemen matriks-T dan potensial pada basis gelombang parsial:

$$\left\langle p'(l'\frac{1}{2}); j' m' | T | p(l\frac{1}{2}); jm \right\rangle \quad (2.41)$$

$$\left\langle p'(l'\frac{1}{2}); j' m' | V | p(l\frac{1}{2}); jm \right\rangle \quad (2.42)$$

Karena konservasi momentum angular total  $\mathbf{J}$ , maka baik matriks potensial maupun matriks -T, bersifat diagonal untuk  $j$  dan  $m$ :

$$\left\langle p'(l'\frac{1}{2}); j' m' | V | p(l\frac{1}{2}); jm \right\rangle = \delta_{jj'} \delta_{mm'} V_{l'l}^{jm}(p', p) \quad (2.43)$$

$$\left\langle p'(l'\frac{1}{2}); j' m' | T | p(l\frac{1}{2}); jm \right\rangle = \delta_{jj'} \delta_{mm'} T_{l'l}^{jm}(p', p) \quad (2.44)$$

dengan:

$$V_{l'l}^{jm}(p', p) = \left\langle p'(l'\frac{1}{2}); j' m' | V | p(l\frac{1}{2}); jm \right\rangle \quad (2.45)$$

$$T_{l'l}^{jm}(p', p) = \left\langle p'(l' \frac{1}{2}); j' m' | T | p(l \frac{1}{2}); jm \right\rangle \quad (2.46)$$

Dengan begitu persamaan Lippmann Schwinger untuk matriks T, persamaan (2.39), pada basis gelombang parsial menjadi:

$$\begin{aligned} T_{l'l}^{jm}(p', p) &= V_{l'l}^{jm}(p', p) + \left\langle p'(l' \frac{1}{2}); j' m' | VG_0^+(E)T | p(l \frac{1}{2}); jm \right\rangle \\ &= V_{l'l}^{jm}(p', p) + \sum_{j'' l'' m''} \sum_{j''' l''' m'''} \int_0^\infty dp'' dp''' p''^2 p'''^2 \\ &\quad \left\langle p'(l' \frac{1}{2}); j' m' | V | p''(l'' \frac{1}{2}); j'' m'' \right\rangle \\ &\quad \times \left\langle p''(l'' \frac{1}{2}); j'' m'' | G_0^+(E) | p'''(l''' \frac{1}{2}); j''' m''' \right\rangle \\ &\quad \left\langle p'''(l''' \frac{1}{2}); j''' m''' | T | p(l \frac{1}{2}); jm \right\rangle \end{aligned} \quad (2.47)$$

dengan kondisi pada persamaan (2.41) dan (2.42) maka:

$$\begin{aligned} T_{l'l}^{jm}(p', p) &= V_{l'l}^{jm}(p', p) \\ &+ \sum_{l'' l'''} \int_0^\infty dp'' dp''' p''^2 p'''^2 V_{l'' l'''}^{j' m'}(p', p'') \\ &\times \left\langle p''(l'' \frac{1}{2}); j' m' | G_0^+(E_p) | p'''(l''' \frac{1}{2}); jm \right\rangle T_{l'' l'''}^{jm}(p''', p) \end{aligned} \quad (2.48)$$

Selanjutnya perlu dicari elemen matriks dari propagator dalam basis gelombang parsial  $|p(l \frac{1}{2}); jm\rangle$  karena propagator tidak berpengaruh pada spin, maka cukup dikerjakan:

$$\begin{aligned} &\left\langle p''(l'' \frac{1}{2}); j' m' | G_0^+(E_p) | p'''(l''' \frac{1}{2}); jm \right\rangle \\ &= \int dp'' dp''' p''^2 p'''^2 \left\langle p''(l'' \frac{1}{2}); j' m' | p'' \right\rangle \left\langle p'' | G(E_p) | p''' \right\rangle \left\langle p''' | p'''(l''' \frac{1}{2}); jm \right\rangle \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\begin{aligned} &= 2\mu \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int dp'' dp''' \left\langle p''(l'' \frac{1}{2}); j' m' | p'' \right\rangle \left\langle p''' \left| \frac{1}{p^2 + i\epsilon - \hat{O}p^2} \right| p''' \right\rangle \\ &\quad \times \left\langle p''' | p'''(l''' \frac{1}{2}); jm \right\rangle \\ &= 2\mu \frac{\delta(p'' - p''')}{p'' p'''} \delta_{j' j} \delta_{m' m} \delta_{l'' l'''} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{p^2 + i\epsilon - p''^2} \end{aligned} \quad (2.50)$$

dengan memasukkan elemen matriks propagator dari persamaan (2.50), persamaan (2.48) menjadi:

$$T_{l'l}^{jm}(p', p) = V_{l'l}^{jm}(p', p) + 2\mu \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \sum_{l''} \int_0^\infty dp'' p''^2 \frac{V_{l'l''}^{jm}(p', p'')}{p^2 + i\epsilon - p''^2} t_{l''l}^{jm}(p'', p) \quad (2.51)$$

Persamaan diatas merupakan persamaan Lippmann Schwinger untuk matriks-T pada basis gelombang parsial.

## 2.4 Pergeseran Fase

[15] dan [10] menyatakan bahwa pergeseran fase menunjukkan sifat atraktif atau repulsif dari gaya nuklir. Sifat-sifat interaksi yang muncul pada kanal-kanal gelombang parsial dapat dikenali dengan menganalisis pergeseran fase. [16] menyatakan dalam bahwa pengaruh dari interaksi akan menggeser fase gelombang dari  $-\pi/2$ , dengan  $l$  adalah bilangan kuantum momentum angular gelombang parsial yang bersangkutan. Satu hal yang perlu diketahui ialah bahwa keberadaan resonan pada gelombang parsial tertentu di energi tertentu ditandai dengan menaiknya kurva pergeseran fase hingga mencapai  $\pi/2$  pada gelombang parsial tersebut di energi tersebut, hal ini tepat berlaku bagi resonan yang elastik. Resonan dapat dijelaskan sebagai keadaan eksitasi nukleon yang terbentuk pada saat kaon dan nukleon mendekat mengalami pengkopelan akibat interaksi yang terjadi antara keduanya. Adalah penting menyadari bahwa keadaan ini muncul hanya apabila kaon dan nukleon memiliki interaksi diantara mereka. Dalam pemahaman yang lebih sederhana, dapat dikatakan bahwa kaon dan nukleon berinteraksi membentuk suatu partikel yang lalu meluruh dalam waktu yang teramat singkat. Partikel inilah yang disebut resonan. Untuk mengetahui hal tersebut maka diperlukan cara mencari hubungan antara matriks-T dengan matriks-S. S adalah sebuah matriks, elemen matriks-S akan didefinisikan dalam basis fungsi eigen keadaan awal  $|i\rangle$ :

$$S_{fi} = \langle f | \mathbf{S} | i \rangle \quad (2.52)$$

Selanjutnya, [16] juga menyatakan bahwa elemen matriks  $S_{fi}$ , yang dinamakan amplitudo hamburan, secara intuitif dapat dianggap sebagai banyaknya

keadaan  $f$  pada akhir hamburan dari sebuah keadaan  $i$ . Hal ini dapat lebih mudah dipahami bila kita mengenali bahwa:

$$P_{fi} = |S_{fi}|^2 \quad (2.53)$$

adalah probabilitas menemukan keadaan akhir  $f$  dari sebuah keadaan awal  $i$ . Kita mengetahui bahwa jumlah total probabilitas adalah satu, secara matematis,

$$\sum_f P_{fi} = 1 \quad (2.54)$$

dengan penjumlahan dilakukan terhadap semua keadaan akhir yang mungkin. Dapat pula ditulis:

$$\sum_f |S_{fi}|^2 = \sum_f S_{fi}^* S_{fi} = 1 \quad (2.55)$$

dengan menggunakan

$$S_{fi}^* = S_{fi}^\dagger = (\langle f | \mathbf{S} | i \rangle)^\dagger = \langle i | \mathbf{S}^\dagger | f \rangle \quad (2.56)$$

maka

$$\sum_f \langle i | \mathbf{S}^\dagger | f \rangle \langle f | \mathbf{S} | i \rangle = 1 \quad (2.57)$$

dengan  $\sum_f |f\rangle \langle f| = 1$ , akan menjadi  $\langle i | \mathbf{S}^\dagger \mathbf{S} | i \rangle = 1$ . Persamaan ini akan terpenuhi jika:

$$\mathbf{S}^\dagger \mathbf{S} = \mathbf{S} \mathbf{S}^\dagger = 1 \quad (2.58)$$

Ini adalah sifat terpenting yang dimiliki matriks- $\mathbf{S}$  yaitu unitari. Selain itu, ada juga hal yang perlu diketahui yaitu penulisan  $\mathbf{S}$  dalam bentuk [11] menyatakan hubungan tersebut dapat dituliskan sebagai

$$S_{l'l}^j = \delta_{l'l} - 2\pi i \rho T_{l'l}^j \quad (2.59)$$

Penulisan ini dimaksudkan untuk memisahkan isi matriks- $\mathbf{S}$  menjadi bagian yang tergantung dan tidak tergantung interaksi. Adalah jelas bahwa keadaan akhir akan sama dengan keadaan awal jika tidak ada interaksi, hal tersebut terpenuhi

jika  $T_{ll}^j = 0$ . Sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa segala macam hal yang berkaitan dengan interaksi tersimpan di dalam matriks-**T**. Inilah sebabnya terkadang matriks-**T** disebut matriks interaksi.

[19] menyatakan hubungan antara matriks -**T** dan matriks-**S** untuk keadaan *uncoupled* adalah:

$$\begin{aligned} S_{(j+\frac{1}{2})(j+\frac{1}{2})}^j &= 1 - 2\pi i \rho T_{(j+\frac{1}{2})(j+\frac{1}{2})}^j \\ S_{(j-\frac{1}{2})(j-\frac{1}{2})}^j &= 1 - 2\pi i \rho T_{(j-\frac{1}{2})(j-\frac{1}{2})}^j \end{aligned} \quad (2.60)$$

yang dapat dituliskan dalam bentuk matriks:

$$\begin{pmatrix} S_{(++)}^j & 0 \\ 0 & S_{(--)}^j \end{pmatrix} \quad (2.61)$$

[6] menyatakan elemen matriks-**S** yang berupa bilangan kompleks dapat diparameterisasi dengan suatu bilangan real  $\delta_l^j$  sebagai berikut

$$S_{ll}^j = e^{2i\delta_l^j} \quad (2.62)$$

$\delta_l^j$  merupakan pergeseran fase yang menunjukkan bagaimana perubahan fase fungsi gelombang sebelum dan sesudah hamburan. Dari definisi pergeseran fase kita dapat melihat bahwa nilai dari pergeseran fase berkaitan dengan sifat dari interaksi KN. Pergeseran fase dengan nilai negatif menunjukkan adanya gaya repulsif (saling tolak) sedangkan pergeseran fase dengan nilai positif menunjukkan gaya yang sifatnya atraktif pada interaksi KN. Sebagai bilangan kompleks,  $S_{ll}^j$  dapat dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} S_{ll}^j &= \text{Re} [S_{ll}^j] + i \text{Im} [S_{ll}^j] \\ &= \cos(2\delta_l^j) + i \sin(2\delta_l^j) \end{aligned} \quad (2.63)$$

sehingga dapat dituliskan

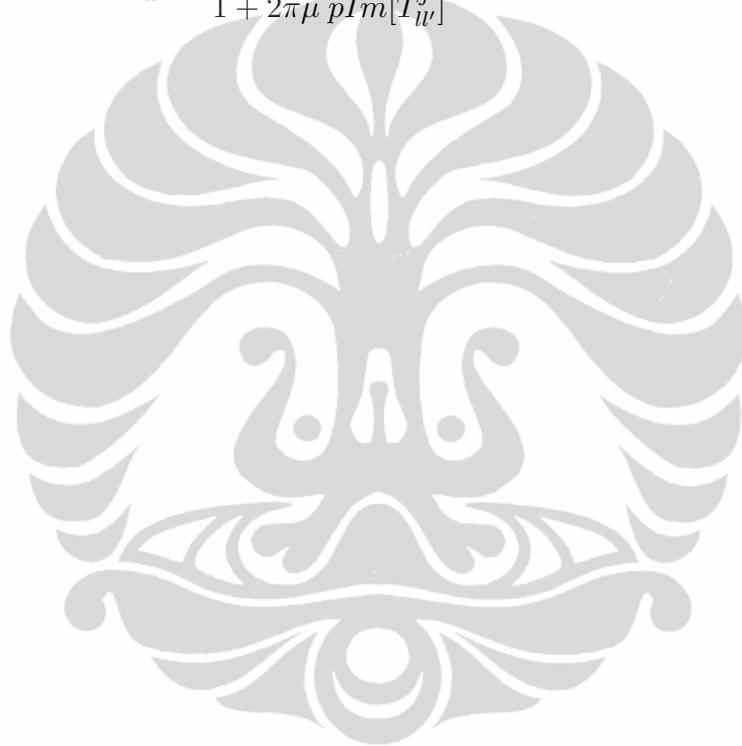
$$\begin{aligned} \tan \delta_{ll}^j &= \frac{\text{Im} [S_{ll}^j]}{\text{Re} [S_{ll}^j]} \\ &= \frac{-2\pi\mu\rho \text{Re} [T_{ll}^j]}{1 + 2\pi\mu\rho \text{Im} [T_{ll}^j]} \end{aligned} \quad (2.64)$$

Maka akan diperoleh hubungan antara pergeseran fase dengan matriks-T sebagai berikut

$$\delta_{w'}^j = \frac{1}{2} \arctan(\chi_{w'}^j) \quad (2.65)$$

dengan

$$\chi_{w'}^j = \frac{-2\pi\mu p \operatorname{Re}[T_{w'}^j]}{1 + 2\pi\mu p \operatorname{Im}[T_{w'}^j]} \quad (2.66)$$



## Bab 3

# Model Separabel Interaksi Kaon Nukleon

### 3.1 Interaksi Kaon Nukleon

Pada bab sebelumnya telah dijelaskan kinematika hamburan KN pada sistem PM, telah ditunjukkan bentuk akhir dari PLS untuk matriks-T yang masih harus dipecahkan secara numerik. Selanjutnya yang dibutuhkan adalah potensial yang menjadi input bagi persamaan tersebut. Ada beberapa jenis model potensial, yaitu model pertukaran hadron, model fenomenologis dan model separabel. Potensial fenomenologis dibuat untuk mendeskripsikan secara sederhana gaya nuklir. Alasan kesuksesan penggunaan potensial fenomenologis dalam hal ini adalah karena kemajuan pesat pada eksperimen hamburan Nukleon-Nukleon. Tujuannya adalah memberikan deskripsi singkat bagi data eksperimen untuk kemudian dibandingkan dengan potensial yang dihasilkan dari teori, serta sebagai input untuk perhitungan nuklir nantinya. Diketahui melalui banyak penelitian, kita tak bisa memperoleh banyak hal dari data eksperimen dengan energi rendah. Karena kita memerlukan data pada energi tinggi untuk mengetahui lebih dalam mengenai gaya nuklir. Selain itu dibutuhkan banyak jenis data observable untuk mengetahui spesifikasi dari kebergantungan yang ada pada potensial. Dan kebergantungan yang diperhitungkan ada melalui data eksperimen, diwakili dengan sejumlah operator tertentu pada bentuk potensial yang dipilih. Potensial fenomenologis dikonstruksi dengan cara mengkombinasikan operator-operator seperti operator momentum angular dan spin, yang diperhitungkan ada dalam interaksi nuklir.

Tiap-tiap operator tersebut disertai suatu fungsi radial yang bergantung pada posisi relatif antar kedua partikel yang berinteraksi. Selanjutnya ditetapkan sejumlah parameter ke dalam potensial tersebut. Sedangkan [11] menyatakan potensial separabel adalah potensial non lokal interaksi berupa operator yang bekerja dengan aturan potensial pada persamaan Schrodinger tetapi tidak diagonal pada representasi koordinat. Dengan kata lain aksi potensial non lokal pada fungsi gelombang bergantung pada nilai fungsi pada seluruh ruang konfigurasi. Selain itu, [20] mengungkapkan bahwa jika kita memilih potensial nonlokal tanpa deret yang panjang, kita dapat bergantung validitas yang disebut teori daerah efektif yang menjamin fitting data untuk energi rendah. Faktor bentuk yang digunakan dalam potensial separabel merupakan transformasi Fourier dari representasi ruang ke momentum. Dalam faktor bentuk tersebut terdapat berbagai nilai parameter, yang akan dicari dalam penelitian ini. Kami menggunakan data eksperimen dari SAID's analisis dan melakukan fitting terhadapnya. Pada penelitian ini, kami memilih bentuk potensial separabel yang didasarkan pada faktor bentuk potensial yang dikemukakan oleh [20] dan digunakan [19] dalam kasus pion nukleon dan yang dikemukakan dalam [17].

### 3.2 Pendekatan Separabel

Misalkan momentum relatif awal dan akhir diwakili  $\vec{p}$  dan  $\vec{q}$ , serta energi total  $w$ . Menurut [19] amplitudo *partial wave*  $T$  dapat dituliskan kembali dalam bentuk lain dari persamaan LS(2.51) yaitu sebagai berikut.

$$T(q, p; w) = V(q, p) + \int_0^\infty dk k^2 V(q, k) G_N(w; k) T(k, p; w) \quad (3.1)$$

dimana  $V(q, p)$  adalah potensial dan  $G_N(w; k)$  adalah *free* fungsi Green. Untuk hamburan *channel* tunggal fungsi Green sebagai berikut.

$$G_N(w; k) = [w + i\epsilon - w_N(k)]^{-1} \quad (3.2)$$

dimana

$$\begin{aligned}
 w_N(k) &= \frac{k^2}{2m_K} + m_k + \frac{k^2}{2m_N} + m_N \\
 &= \frac{k^2}{2} \left( \frac{1}{m_K} + \frac{1}{m_N} \right) + M_{KN} \\
 &= \frac{k^2}{2\mu_{KN}} + M_{KN}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

dan

$$w = \frac{q^2}{2\mu_{KN}} + M_{KN} \tag{3.4}$$

$$M_{KN} = m_K + m_N \tag{3.5}$$

Sehingga pers.(3.3) menjadi:

$$\begin{aligned}
 G_N(w; k) &= \left[ \frac{q^2}{2\mu_{KN}} - \frac{k^2}{2\mu_{KN}} + i\epsilon \right]^{-1} \\
 &= \frac{2\mu_{KN}}{q^2 - k^2} + \frac{1}{i\epsilon}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Pada ekspresi ini,  $\mu$  adalah massa reduksi sistem kaon-nukleon.

### 3.2.1 Rank-1

Menurut [18] dengan memperhitungkan kecilnya pengaruh terjadinya hamburan kembali kaon nukleon, interaksi separabel yang digunakan adalah yang sederhana yaitu rank-1 dimana dalam representasi *parsial wave* terbaca sebagai:

$$V(q, p) = \lambda g(q)g(p) \tag{3.7}$$

dimana  $\lambda = \pm 1$  adalah parameter fase yang menyatakan kasus repulsif dan atraktif serta  $g(p)$  merupakan *form factor*. Maka persamaan (3.1) dapat dituliskan kembali sebagai:

$$\begin{aligned}
 T(q, p; w) &= \lambda g(q)g(p) + \int_0^\infty dk k^2 \lambda g(q)g(k)G_N(w; k)T(k, p; w) \\
 &= g(q) \left[ \lambda g(p) + \lambda \int_0^\infty dk k^2 g(k)G_N(w; k)T(k, p; w) \right]
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

misalkan

$$T(q, p; w) = g(q)a(p, w) \tag{3.9}$$

dan kita masukkan persamaan (3.9) ke persamaan (3.8) maka akan didapatkan

$$\begin{aligned}
 a(p, w) &= \lambda g(p) + \lambda \int_0^\infty dk k^2 g(k) G_N(w; k) t(k, p; w) \\
 &= \lambda g(p) + \lambda \int dk k^2 g(k) G_N(w; k) g(k) a(p; w) \\
 &= \lambda g(p) + \lambda a(p; w) \int dk k^2 g(k) G_N(w; k) g(k) \\
 &= \frac{g(p)}{\frac{1}{\lambda} - \int dk k^2 g^2(k) G_N(k; w)} \quad (3.10)
 \end{aligned}$$

sehingga persamaan (3.9) menjadi

$$T(q, p; w) = \frac{g(q)g(p)}{\frac{1}{\lambda} - \int dk k^2 g^2(k) G_N(k; w)} \quad (3.11)$$

misalkan persamaan (3.11) kita rubah menjadi

$$T(q, p; w) = g(q)\tau(w)g(p) \quad (3.12)$$

dengan

$$\tau(w) = [\lambda^{-1} - \int_0^\infty dk k^2 g(k) G_N(w; k) g(k)]^{-1} \quad (3.13)$$

dan [19] menyatakan rank satu dan bentuk satu *channel* dari potensial separabel bekerja cukup baik pada keadaan ini untuk energi lab pion datang, untuk itu kami mencobakan hal tersebut dalam kasus kaon, dimana  $g(k)$  yang ditawarkan salah satunya dalam bentuk

$$g(k) = k^l \sum_{i=1}^N \frac{C_i}{k^2 + \beta_i^2} \quad (3.14)$$

sebut saja ini merupakan *form factor* 1 dan sebagai pembandingnya kami juga mengambil bentuk *form factor* dari [17] yang kami nyatakan sebagai *form factor* 2 yaitu:

$$g(k) = k^l \sum_{i=1}^N \frac{C_i}{[k^2 + \beta_i^2]^{\frac{l+2}{2}}} \quad (3.15)$$

dimana  $C$  dan  $\beta$  merupakan parameter yang mencirikan kekuatan dan daerah potensial. dengan

$$\begin{aligned}
 A &= \int_0^\infty dk k^2 g(k) G_N(w; k) g(k) \\
 &= 2\mu_{\pi N} \int_0^\infty dk \frac{k^2 g(k)^2}{q^2 - k^2} \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

persamaan (3.16) diselesaikan dengan teorema residu yang dijelaskan secara lengkap pada bagian appendix. Setelah menghitung integrasinya yang ditunjukkan pada Lampiran A, untuk *form factor* 1 dan

$$T^0(q, p) = \lambda \frac{(C_0)^2}{[q^2 + (\beta_0)^2][p^2 + (\beta_0)^2]} \left[ 1 + \lambda \frac{\pi \mu_{KN} (C_0)^2}{2\beta_0 [\beta_0 - iq]^2} \right]^{-1}, \quad (3.17)$$

sedangkan untuk  $l = 1$  :

$$T^1(q, p) = \lambda \frac{(C_1)^2 qp}{[q^2 + (\beta_1)^2][p^2 + (\beta_1)^2]} \left[ 1 + \lambda \frac{\pi \mu_{KN} (C_1)^2 [2iq^3 + 3\beta q^2 + \beta^3]}{2(q^2 + \beta^2)^2} \right]^{-1}, \quad (3.18)$$

dan untuk  $l = 2$  :

$$T^2(q, p) = \frac{(C_2)^2 q^2 p^2}{[q^2 + (\beta_2)^2][p^2 + (\beta_2)^2]} \times \left[ 1 + \lambda \frac{\pi \mu_{KN} (C_2)^2 [2iq^5 - 3\beta^5 - 5\beta^3 q^2]}{(q^2 + \beta^2)^2} \right]^{-1}, \quad (3.19)$$

Untuk faktor bentuk 2 didapatkan ekspresi lain dari matriks  $T$  untuk  $l = 0$  :

$$T^0(q, p) = \frac{(C_0)^2}{[q^2 + (\beta_0)^2][p^2 + (\beta_0)^2]} \left[ 1 + \frac{\pi \mu_{\pi N} (C_0)^2}{2\beta_0 [\beta_0 - iq]^2} \right]^{-1}, \quad (3.20)$$

sedangkan untuk  $l = 1$  :

$$T^1(q, p) = \frac{(C_1)^2 qp}{[q^2 + (\beta_1)^2]^{3/2}[p^2 + (\beta_1)^2]^{3/2}} \left[ 1 + \frac{\pi \mu_{\pi N} (C_1)^2 [\beta_1 - 3iq]}{8\beta_1 [\beta_1 - iq]^3} \right]^{-1}, \quad (3.21)$$

dan untuk  $l = 2$  :

$$T^2(q, p) = \frac{(C_2)^2 q^2 p^2}{[q^2 + (\beta_2)^2]^2 [p^2 + (\beta_2)^2]^2} \times \left[ 1 + \frac{\pi \mu_{\pi N} (C_2)^2 [(\beta_2)^2 - 4iq\beta_2 - 5q^2]}{16\beta_2 [\beta_2 - iq]^4} \right]^{-1}, \quad (3.22)$$

dimana parameter dalam potensial tersebut akan didapatkan dengan melakukan fitting pada data eksperimen pergeseran fase.

### 3.2.2 Rank-2

Setelah didapatkan potensial separabel pada rank-1, akan diturunkan juga bentuk rank-2 separabel potential. Kembali pada persamaan LS 3.1

$$T(q, p; w) = v(q, p) + \int_0^\infty dk k^2 v(q, k) G_N(w; k) T(k, p; w) \quad (3.23)$$

untuk potensial separabel rank-2 potensial menjadi

$$v(q, p) = \lambda_1 g_1(q) g_1(p) + \lambda_2 g_2(q) g_2(p) \quad (3.24)$$

sehingga dengan mensubstitusi (3.24) ke (3.23) didapatkan

$$\begin{aligned} T(q, p; w) &= \lambda_1 g_1(q) g_1(p) + \lambda_2 g_2(q) g_2(p) + \int_0^\infty dk k^2 (\lambda_1 g_1(q) g_1(k) \\ &\quad + \lambda_2 g_2(q) g_2(k)) G_N(w; k) T(k, p; w) \\ &= \lambda_1 g_1(q) g_1(p) + \lambda_2 g_2(q) g_2(p) \\ &\quad + \int_0^\infty dk k^2 \lambda_1 g_1(q) g_1(k) G_N(w; k) t(k, p; w) \\ &\quad + \lambda_2 g_2(q) g_2(k) G_N(w; k) t(k, p; w) \\ &= g_1(q) (\lambda_1 g_1(p) + \int_0^\infty dk k^2 \lambda_1 g_1(k) G_N(w; k) t(k, p; w)) \\ &\quad + g_2(q) (\lambda_2 g_2(p) + \int_0^\infty dk k^2 \lambda_2 g_2(k) G_N(w; k) t(k, p; w)) \\ &= g_1(q) a_1(p; w) + g_2(q) a_2(p; w) \end{aligned} \quad (3.25)$$

dimana

$$\begin{aligned} a_1(p; w) &= \lambda_1 g_1(p) + \int_0^\infty dk k^2 \lambda_1 g_1(k) G_N(w; k) t(k, p; w) \\ &= \lambda_1 g_1(p) + \lambda_1 \int_0^\infty dk k^2 g_1(k) G_N(w; k) (g_1(k) a_1(p; w) \\ &\quad + g_1(k) a_2(p; w)) \\ &= \lambda_1 g_1(p) + \lambda_1 a_1(p; w) \int_0^\infty dk k^2 g_1(k) G_N(w; k) g_1(k) \\ &\quad + \lambda_2 a_2(p; w) \int_0^\infty g_1(k) G_N(w; k) g_2(k) \\ &= \frac{\lambda_1 g_1(p) + \lambda_1 a_2(p; w) \int_0^\infty g_1(k) G_N(w; k) g_2(k)}{1 - \lambda_1 \int_0^\infty dk k^2 g_1(k) G_N(w; k) g_1(k)} \\ &= \frac{g_1(p) + a_2(p; w) \int_0^\infty g_1(k) G_N(w; k) g_2(k)}{\lambda_1^{-1} - \int_0^\infty dk k^2 g_1(k) G_N(w; k) g_1(k)} \end{aligned} \quad (3.26)$$

dan hal yang sama dilakukan seperti (3.26) untuk  $a_2(p; w)$  dengan hasil akhir

$$a_2(p; w) = \frac{g_2(p) + a_1(p; w) \int_0^\infty g_2(k) G_N(w; k) g_1(k)}{\lambda_2^{-1} - \int_0^\infty dk k^2 g_2(k) G_N(w; k) g_2(k)} \quad (3.27)$$

dengan memisalkan

$$X_{11}(w) = \int_0^\infty dk k^2 g_1(k) G_N(w; k) g_1(k) \quad (3.28)$$

$$X_{22}(w) = \int_0^\infty dk k^2 g_2(k) G_N(w; k) g_2(k) \quad (3.29)$$

$$X_{12}(w) = \int_0^\infty dk k^2 g_1(k) G_N(w; k) g_2(k) \quad (3.30)$$

$$X_{21}(w) = \int_0^\infty dk k^2 g_2(k) G_N(w; k) g_1(k) \quad (3.31)$$

dimana

$$X_{12}(w) = X_{21}(w) \quad (3.32)$$

$$N_{3-i,3-i}(w) = \lambda_i^{-1} - X_{ii}(w)$$

$$N_{11}(w) = \lambda_1^{-1} - X_{22}(w)$$

$$N_{22}(w) = \lambda_2^{-1} - X_{11}(w)$$

$$X_{12} = X_{21} = N_{12} \quad (3.33)$$

Sehingga persamaan (3.26) dan (3.27) menjadi:

$$a_1(p; w) N_{22}(w) = g_1(p) + a_2(p; w) N_{12}(w) \quad (3.34)$$

dan:

$$\frac{a_2(p; w) N_{11}(w) - g_2(p)}{N_{12}(w)} = a_1(p; w) \quad (3.35)$$

substitusi persamaan (3.34) ke persamaan (3.35):

$$\begin{aligned} [a_2(p; w) N_{11}(w) - g_2(p)] N_{22}(w) &= g_1(p) N_{12}(w) + a_2(p; w) N_{12}^2(w) \\ a_2(p; w) N_{11}(w) N_{22}(w) - g_2(p) N_{22}(w) &= g_1(p) N_{12}(w) + a_2(p; w) N_{12}^2(w) \\ a_2(p; w) N_{11}(w) N_{22}(w) - N_{12}^2(w) &= g_1(p) N_{12}(w) + g_2(p) N_{22}(w) \\ a_2(p; w) &= \frac{g_1(p) N_{12}(w) + g_2(p) N_{22}(w)}{N_{11}(w) N_{22}(w) - N_{12}^2(w)} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Misalkan:

$$D(w) = N_{11}(w)N_{22}(w) - N_{12}^2(w) \quad (3.37)$$

diperoleh

$$a_2(p; w) = \frac{g_1(p)N_{12}(w) + g_2(p)N_{22}(w)}{D(w)} \quad (3.38)$$

maka

$$\begin{aligned} a_1(p; w) &= \frac{\left[ \frac{g_1(p)N_{12}(w)}{D(w)} + \frac{g_2(p)N_{22}(w)}{D(w)} \right] N_{11}(w) - g_2(p)}{N_{12}(w)} \\ &= \frac{g_1(p)N_{12}(w)N_{11}(w)}{D(w)N_{12}(w)} + \frac{g_2(p)N_{22}(w)N_{11}(w)}{D(w)N_{12}(w)} - \frac{g_2(p)}{N_{12}(w)} \\ &= \frac{g_1(p)N_{11}(w)}{D(w)} + g_2(p) \left[ \frac{N_{22}(w)N_{11}(w)}{D(w)N_{12}(w)} - \frac{1}{N_{12}(w)} \right] \\ &= \frac{g_1(p)N_{11}(w)}{D(w)} + g_2(p) \left[ \frac{N_{22}(w)N_{11}(w) - D(w)}{D(w)N_{12}(w)} \right] \\ &= \frac{g_1(p)N_{11}(w)}{D(w)} + g_2(p) \left[ \frac{N_{22}(w)N_{11}(w) - (N_{11}(w)N_{22}(w) - N_{12}^2(w))}{D(w)N_{12}(w)} \right] \\ &= \frac{g_1(p)N_{11}(w)}{D(w)} + g_2(p) \left[ \frac{N_{12}(w)}{D(w)} \right] \\ &= \frac{g_1(p)N_{11}(w)}{D(w)} + \frac{g_2(p)N_{12}(w)}{D(w)} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Substitusi persamaan (3.39) dan (3.38) ke persamaan (3.25) menjadi:

$$\begin{aligned} T(q, p; w) &= g_1(q)a_1(p; w) + g_2(q)a_2(p; w) \\ &= g_1(q) \left[ \frac{g_1(p)N_{11}(w)}{D(w)} + \frac{g_2(p)N_{12}(w)}{D(w)} \right] \\ &\quad + g_2(q) \left[ \frac{g_1(p)N_{12}(w)}{D(w)} + \frac{g_2(p)N_{22}(w)}{D(w)} \right] \\ &= g_1(q) \frac{N_{11}(w)}{D(w)} g_1(p) + g_1(q) \frac{N_{12}(w)}{D(w)} g_2(p) \\ &\quad + g_2(q) \frac{N_{12}(w)}{D(w)} g_1(p) + g_2(q) \frac{N_{22}(w)}{D(w)} g_2(p) \end{aligned} \quad (3.40)$$

sehingga

$$T(q, p; w) = \sum_{i,j=1,2} g_i(q) \frac{N_{ij}(w)}{D(w)} g_j(p) \quad (3.41)$$

Tabel 3.1: Input untuk Program *fitting*

<i>Parameter</i>	$p_k$	Nilai	Step
$\beta$	0-5000	10,0 - 100,00	1,00 - 10.0
$C$	-5000-5000	10,00 - 10,00	1,00 - 10.0

### 3.3 Penetapan Parameter

Dalam proses fitting, kita bertujuan untuk mencari kombinasi nilai parameter pada potensial yang dapat menghasilkan nilai yang mendekati nilai pada Hyslop. Untuk itu kita harus menetapkan terlebih dulu nilai awal parameter serta batas minimum dan maksimumnya. Pada bentuk potensial 3.7, kita melihat ada tiga buah parameter yaitu  $\lambda$ ,  $C$  dan  $\beta$ .

## Bab 4

### Hasil dan Diskusi

Penelitian dilakukan dengan terlebih dulu melakukan pengujian terhadap program untuk mencari phase shift, Program ini yang akan digunakan dalam proses fitting terhadap data phase shifts menggunakan metode Minuit. Kami memilih nilai parameter yang ada pada potensial secara acak, kemudian menghasilkan data phase shifts dari parameter tersebut. Data phase shifts yang kami peroleh kemudian kami jadikan data untuk difitting. Kami menemukan program Minuit memperoleh nilai-nilai parameter hasil fitting yang mendekati nilai parameter yang kami pilih secara acak di awal. Melalui pengujian ini kami berkesimpulan, program untuk mencari phase shifts dapat kami gunakan untuk menjadi input pada program untuk proses fitting. Potensial yang kami pilih disini adalah bentuk yang sederhana yakni potensial separabel dengan menggunakan form factor yang ditawarkan oleh [19] sebagai pembandingnya kami memilih menggunakan form factor yang ada pada [17]. Kami mencoba melakukan proses fitting terhadap data phase shifts dan membatasi sampai suatu nilai  $p_{lab}$ . Kemudian kami membandingkan antara phase shifts hasil fitting dengan data eksperimen dari SAID's analisis. Pada penelitian ini kami mengambil nilai phase shifts untuk total isospin  $I = 0$  dan  $1$ , yaitu untuk proses  $K + p \rightarrow K + p$ . Notasi yang akan digunakan  $L_{IJ}$ , dimana  $L$  merupakan gelombang parsial,  $I$  merupakan isospin dan  $J$  melambangkan spin. Notasi  $S$ ,  $P$ ,  $D$  digunakan untuk menggambarkan orde gelombang parsial pada  $l=0$ ,  $l=1$ , dan  $l=2$ .

## 4.1 Hasil

Phase shifts proses fitting untuk momentum antara 0 - 400 MeV memperoleh hasil nilai parameter potensial sebagai berikut. sedangkan untuk faktor bentuk kedua:



Tabel 4.1: Parameter Separabel Potensial Rank-1, 0-400 MeV

<i>Partial Wave</i>	I	$\lambda_1$	$C_1$	$\beta_1$	$\lambda_2$	$C_2$	$\beta_2$
$S_{01}$	0	+	4999,99	2181,25	+	4999,99	2012,38
$P_{01}$	0	-	1,15	855,63	-	2237,97	1011,75
$P_{03}$	0	+	0,38	287,72	+	229,62	377,24
$D_{03}$	0	-	2175,21	318,02	-	252,74	332,39
$D_{05}$	0	-	1545,19	413,01	-	113,32	295,24
$S_{11}$	1	+	561,44	568,19	+	608,74	589,19
$P_{11}$	1	+	4999,98	511,69	+	387,85	428,83
$P_{13}$	1	-	0,37	377,31	-	343,83	507,42
$D_{13}$	1	+	4968,24	4999,97	+	-502,89	723,46
$D_{15}$	1	+	0	4999,93	+	-122,90	387,82

Sedangkan jika phase shifts proses fitting untuk energi momentum 0 - 1440 MeV rank 2 faktor bentuk 1 akan memperoleh hasil nilai parameter potensial sebagai berikut. Grafik phase shift untuk nilai parameter hasil fitting digambarkan sebagai berikut.

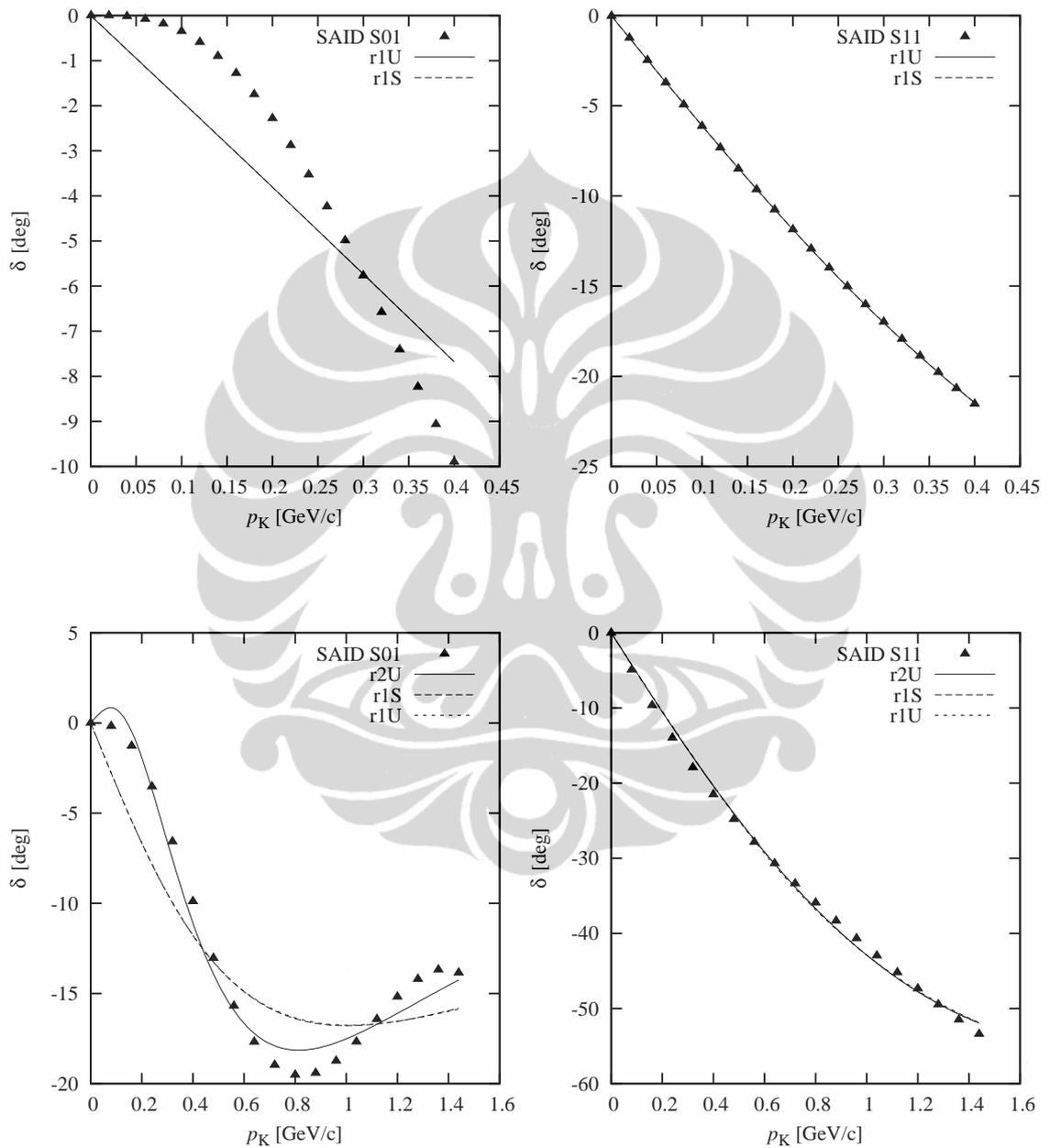
Pada gambar (4.1), terlihat hubungan antara momentum laboratorium dengan pergeseran fase gelombang parsial  $S_{01}$  dan  $S_{11}$  dari model separabel. Pada panel atas, jangkauan momentum dari 0-400 MeV/c, sedangkan pada panel bawah memiliki jangkauan momentum 0-1440 MeV/c. Dari gambar pada panel kanan atas, terlihat hasil fitting yang sangat baik untuk  $S_{11}$  yang menunjukkan adanya gaya repulsif pada KN, sedangkan dari gambar pada panel kiri atas, terlihat hasil fitting kurva  $S_{01}$  belum dapat memberikan kurva dengan baik, hal ini dikarenakan model separabel rank 1 yang kami tawarkan masih terlalu sederhana. Jika dibandingkan dengan jangkauan momentum sampai 1440 MeV/c hasil yang diperoleh ini, menunjukkan proses fitting yang menggunakan model potensial separabel rank-1 memberikan hasil yang kurang baik bagi  $S_{01}$ , dan hampir secara beraturan hasil yang kurang baik ini secara kuantitas meningkat jika momentum diperbesar. Bentuk kurva yang tidak sederhana ini mengharuskan penggunaan model potensial dengan rank yang lebih besar dan setelah dilakukan pengujian dengan rank-2 kurva yang dihasilkan memang cukup mampu memproduksi kurva eksperimen dengan jangkauan momentum dari 0 hingga 1440 MeV/c namun dengan ener-

Tabel 4.2: Parameter Separabel Potensial Rank-1 , 0-1440 MeV

<i>Partial Wave Rank-1</i>	I	$\lambda_1$	$C_1$	$\beta_1$	$\lambda_2$	$C_2$	$\beta_2$
$S_{01}$	0	+	440,70	623,66	+	431,85	617,57
$P_{01}$	0	-	3,59	944,47	-	1815,16	908,53
$P_{03}$	0	+	0,25	208,90	+	204,56	353,27
$D_{03}$	0	-	0,00	73,82	-	-572,94	513,35
$D_{05}$	0	-	4988,02	5000	+	-1001,03	916,04
$S_{11}$	1	+	1760,30	940,03	+	1136,24	796,86
$P_{11}$	1	+	0,60	411,40	+	638,13	549,18
$P_{13}$	1	-	0,42	350,05	-	479,54	572,05
$D_{13}$	1	+	4988,02	5000,00	+	-4942,18	1254,01
$D_{15}$	1	+	4968,24	4999,97	+	-52,63	249,37

Tabel 4.3: Parameter Separabel Potensial Rank-2 Faktor Bentuk 1, 0-1440 MeV

<i>Partial Wave</i>	I	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$C_1$	$C_2$	$\beta_1$	$\beta_2$
$S_{01}$	0	+	-	1686,34	1657,68	343,84	340,79
$P_{01}$	0	+	-	7,07	1,26	2839,92	512,30
$P_{03}$	0	-	-	2,93	0,55	4999,75	1,40
$D_{03}$	0	+	-	1790,41	3578,02	441,26	42,31
$D_{05}$	0	+	-	2727,59	1967,18	5000,00	74,63
$S_{11}$	1	+	-	1136,25	0,03	796,87	891,32
$P_{11}$	1	+	-	4593,84	166,24	236,75	1272,36
$P_{13}$	1	+	-	1620,93	2,86	996,54	501,95
$D_{13}$	1	+	-	10,54	531,58	1967,67	63,10
$D_{15}$	1	+	+	0	4759,38	1931,95	39,57



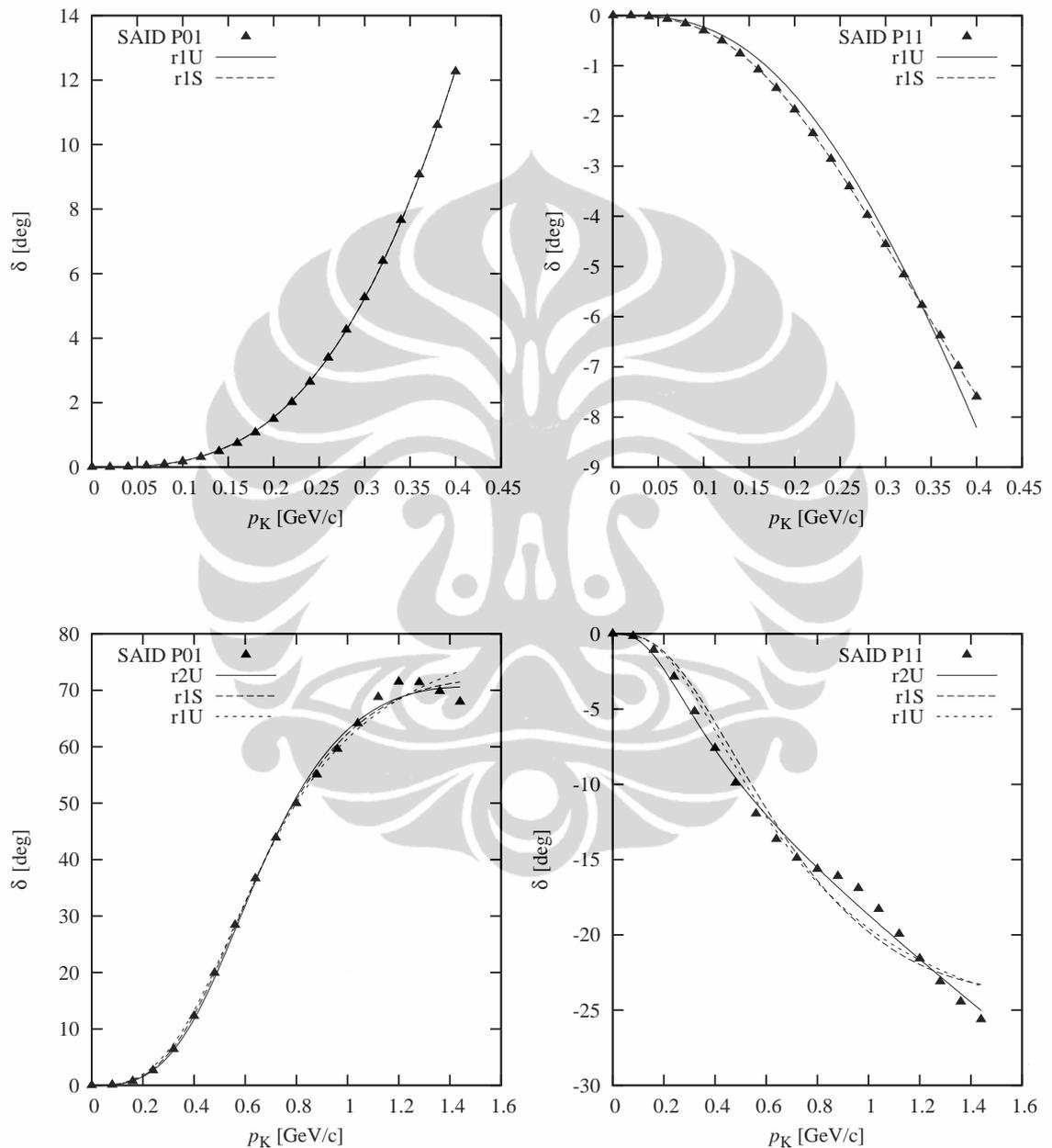
Gambar 4.1: Pergeseran Fase (*phase shift*) terhadap momentum lab. kaon untuk gelombang  $S_{01}$  dan  $S_{11}$ . Garis - menunjukkan perhitungan yang menggunakan separabel potensial ; sedangkan segitiga menunjukkan pergeseran fase dari SAID-analisis

gi yang makin besar tersebut, muncul resonan pada momentum 870 MeV/c dan 1075 MeV/c berdasarkan [4] hal ini yang menimbulkan terjadinya penyimpangan yang tidak diperhitungkan dalam penelitian hamburan elastik KN ini.

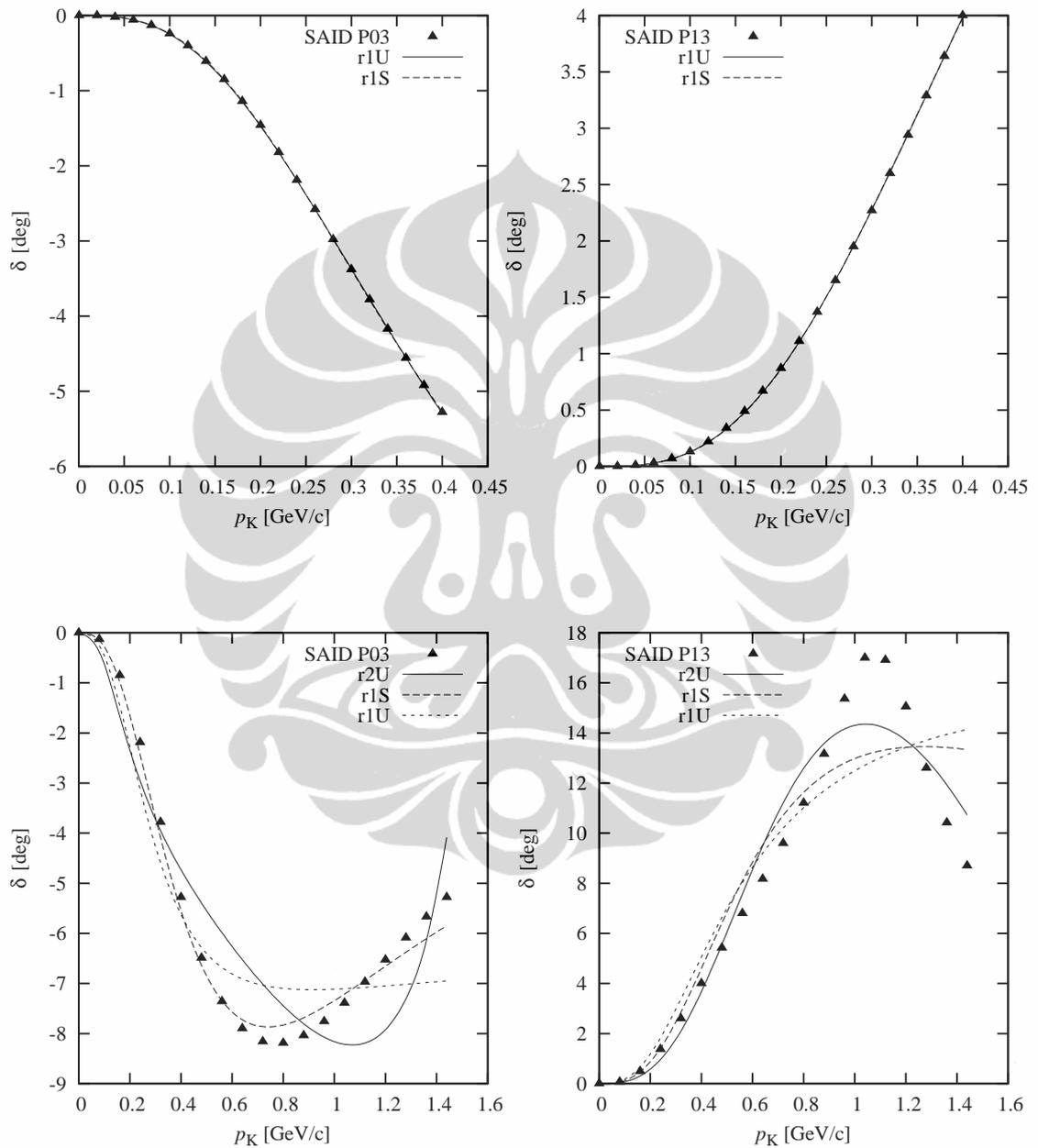
Pada gambar (4.2), Model separabel rank-1 dan rank-2 yang penulis tawarkan terlihat sangat baik memproduksi bentuk kurva  $P_{01}$  dan  $P_{11}$ . Hanya saja untuk  $P_{11}$  pada panel kanan atas rank 1 untuk faktor bentuk 1 (r1U) terdapat penyimpangan sedikit hal ini dapat dikarenakan faktor bentuk yang digunakan sangat sederhana untuk  $P_{11}$  namun setelah penulis menggunakan faktor bentuk lain (r1S) yang lebih kompleks parameternya penyimpangan tersebut dapat terkoreksi dengan baik. Untuk panel kiri bawah terlihat kurva  $P_{01}$  hasil fitting baik rank 1 dan 2 mampu memproduksi dengan baik kurva  $P_{01}$  hasil eksperimen tetapi setelah momentum mencapai 1000 MeV/c kurva model separabel tidak mampu memproduksi kelengkungan kurva SAID  $P_{01}$ , ini dapat disebabkan beberapa hal diantaranya adalah model separabel tidak dapat digunakan untuk gaya repulsif dan atraktif yang muncul secara simultan seperti yang dinyatakan oleh [12] dan pada 1075 MeV/c ternyata menurut [4] terdapat resonan yang tidak dapat diabaikan.

Dari gambar (4.3), terlihat hubungan antara momentum laboratorium dengan pergeseran fase gelombang parsial  $P_{03}$  dan  $P_{13}$  dari model separabel. Pada panel kiri, jangkauan momentum dari 0-400 MeV/c, sedangkan pada panel kanan memiliki jangkauan momentum 0-1440 MeV/c. Dari gambar tersebut nampak terlihat model separabel sangat baik memproduksi bentuk kurva  $P_{03}$  dan  $P_{13}$  untuk momentum sampai 400 MeV/c, sedangkan jika momentum semakin membesar terlihat di dua panel gambar bawah tampilan tampak bervariasi. Jika kita lihat panel kiri bawah terlebih dahulu, ternyata model separabel yang mampu mereproduksi paling baik kurva  $P_{03}$  adalah separabel rank-1 faktor bentuk 2 (r1S) sedangkan untuk rank-2 faktor bentuk 1 (r1U) pun hanya mampu mereproduksi kurva dibawah 400 MeV/c, hal ini dikarenakan munculnya resonan pada daerah 870 MeV/c dan 1075 MeV/c.

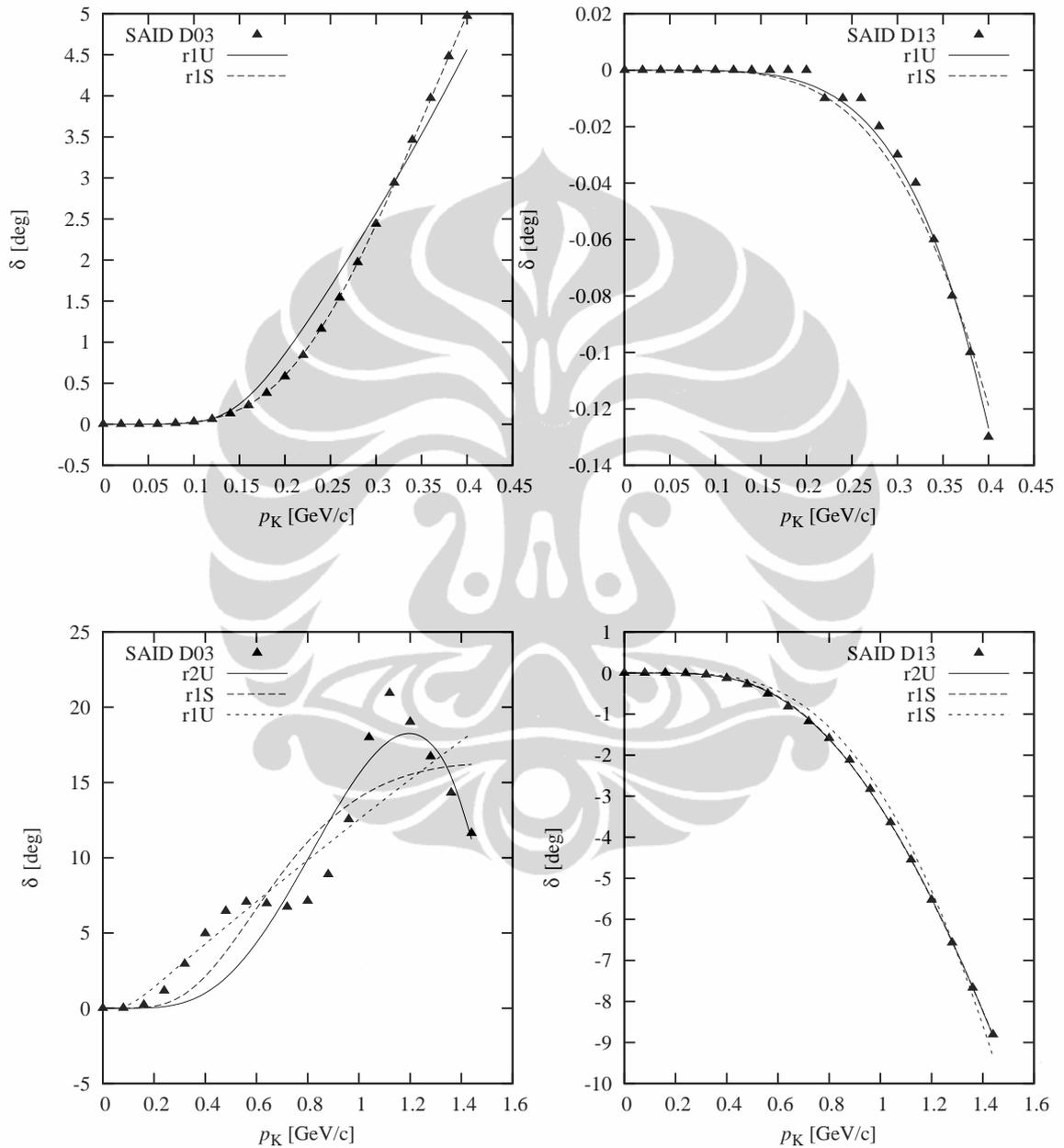
Secara umum gambar (4.4), terlihat hubungan antara momentum laboratorium dengan pergeseran fase gelombang parsial  $D_{03}$  dan  $D_{13}$  dari model separabel cukup baik kecuali untuk  $D_{03}$ . Pada panel kiri, jangkauan momentum dari 0-400 MeV/c, sedangkan pada panel kanan memiliki jangkauan momentum 0-1440



Gambar 4.2: Pergeseran Fase (*phase shift*) terhadap momentum lab. kaon untuk gelombang  $P_{01}$  dan  $P_{11}$ . Garis - menunjukkan perhitungan yang menggunakan separabel potensial; sedangkan segitiga menunjukkan pergeseran fase dari SAID-analisis



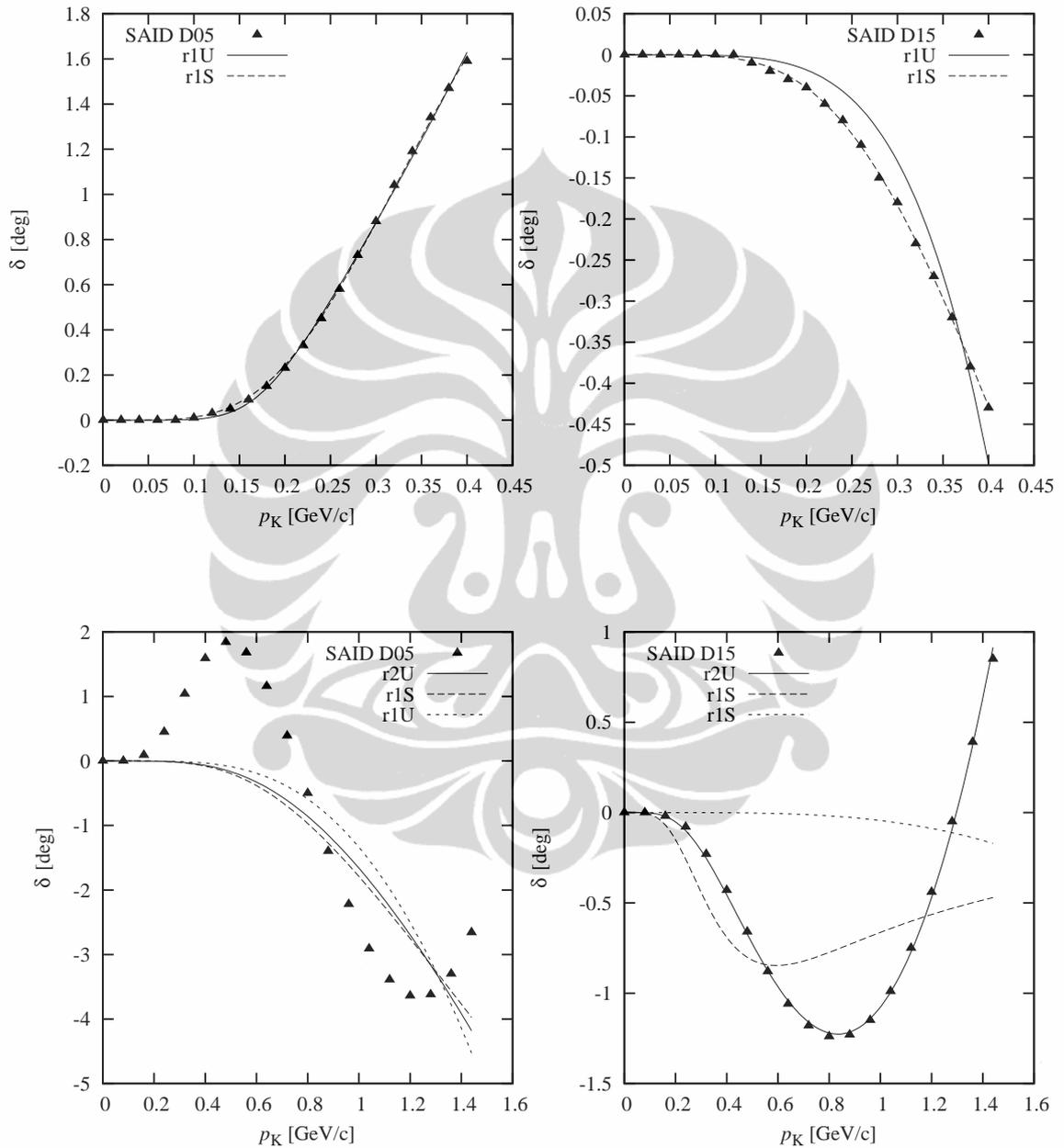
Gambar 4.3: Pergeseran Fase (*phase shift*) terhadap momentum lab. kaon untuk gelombang  $P_{03}$  dan  $P_{13}$ . Garis - menunjukkan perhitungan yang menggunakan separabel potensial rank-1; sedangkan titik-titik menunjukkan pergeseran fase dari SAID-analisis



Gambar 4.4: Pergeseran Fase (*phase shift*) terhadap momentum lab. kaon untuk gelombang  $D_{03}$  dan  $D_{13}$ . Garis - menunjukkan perhitungan yang menggunakan separabel potensial rank-1; sedangkan titik-titik menunjukkan pergeseran fase dari SAID-analisis

MeV/c. Dari gambar pada panel kiri atas, terlihat hasil fitting yang cukup baik untuk hasil rank-1 bentuk faktor 1 (r1U) sedangkan reproduksi kurva  $D_{03}$  dengan r1S sangat baik hasilnya. Untuk kurva  $D_{03}$  pada panel kiri bawah model separabel sampai rank-2 masih sulit mereproduksi bentuk kurva yang tidak sederhana. Hasil ini disebabkan potensial separabel tidak bisa menggambarkan fenomena tarik-menarik dan tolak-menolak secara sekaligus, ini sesuai dengan yang ditemukan oleh [12]. Pergeseran fase  $D_{03}$  bernilai positif yang berarti terjadi fenomena tarik-menarik dan pada umumnya fenomena tarik menarik tergambar kurang baik jika dibandingkan fenomena tolak-menolak jika menggunakan model ini. Sedangkan dari gambar pada panel kanan bawah, terlihat hasil fitting  $D_{13}$  yang cukup baik. Hasil yang diperoleh ini, menunjukkan proses fitting yang menggunakan model potensial separabel rank-1 memberikan hasil bagus untuk momentum diatas 400 MeV/c.

Pada gambar (4.5), terlihat hubungan antara momentum laboratorium dengan pergeseran fase gelombang parsial  $D_{05}$  dan  $D_{15}$  dari model separabel. Pada panel kiri, jangkauan momentum dari 0-400 MeV/c, sedangkan pada panel kanan memiliki jangkauan momentum 0-1440 MeV/c. Dari gambar pada panel kanan atas, terlihat hasil fitting yang cukup baik walaupun kurva separabel r1U berada di atas kurva eksperimen, namun hasil ini terkoreksi oleh bentuk separabel rank-1 bentuk 2 (r1S). Untuk hasil fitting pada panel kiri bawah, model separabel sampai rank-2 belum mampu mereproduksi bentuk kurva  $D_{05}$ , ini disebabkan potensial separabel tidak bisa menggambarkan fenomena tarik-menarik dan tolak-menolak secara sekaligus, ini sesuai dengan yang ditemukan oleh [12]. Sedangkan dari panel kanan bawah, model separabel rank-2 mampu mereproduksi kurva  $D_{15}$  dengan baik. Bentuk kurva yang tidak sederhana ini mengharuskan alternatif penggunaan model potensial dengan rank yang lebih besar untuk bisa memproduksi kurva eksperimen dengan jangkauan momentum dari 0 hingga 1440 MeV/c atau digunakannya faktor bentuk yang lebih rumit. Dengan energi yang makin besar, muncul resonan, dan berdasarkan [4] terdapat resonan pada momentum 870 MeV/c dan 1075 MeV/c.



Gambar 4.5: Pergeseran Fase (*phase shift*) terhadap momentum lab. kaon untuk gelombang  $D_{05}$  dan  $D_{15}$ . Garis - menunjukkan perhitungan yang menggunakan separabel potensial rank-1; sedangkan titik-titik menunjukkan pergeseran fase dari SAID-analisis

## 4.2 Diskusi

Dari hasil perhitungan untuk berbagai kasus diperhatikan bahwa pada momentum rendah pergeseran fase yang dihasilkan oleh potensial separabel sangat mampu digunakan untuk memfitting data eksperimen namun semakin besarnya momentum cenderung pergeseran fase berubah terhadap momentum. Hal ini menunjukkan salah satunya dapat disebabkan adanya resonan di daerah yang mengalami penyimpangan dan resonan tersebut tidak dapat diabaikan dalam perhitungan. Menurut [4] untuk hamburan kaon nukleon terdapat resonan di daerah sekitar  $p_{lab}$  870 MeV dan 1075 MeV. Dapat dilihat bahwa pada sebagian besar data phase shifts yang difitting, untuk model separabel rank-1 faktor bentuk 1 pada momentum lab kaon 0-400 MeV/c ternyata mampu mereproduksi ulang data phase shifts (penyimpangan yang terjadi cukup kecil dibandingkan dengan range data). Terlihat bahwa data dapat dideskripsikan cukup baik. Hasil untuk semua kanal sangat mirip, kecuali pada kanal  $S_{01}$ . Ini di ilustrasikan pada gambar (4.1). Koreksi terhadap penyimpangan tersebut salah satunya dilakukan dengan merubah faktor bentuk yang digunakan, ternyata faktor bentuk 2 memberikan koreksi yang baik untuk  $P_{11}$ ,  $D_{03}$  dan  $D_{15}$ . Namun tidak untuk  $S_{01}$ , hal ini dikarenakan bentuk separabel rank-1 untuk kanal  $S_{01}$  masih sederhana sehingga sulit mereproduksi ulang bentuk  $S_{01}$ . Alternatif lain juga coba dilakukan dengan menggunakan rank-2 untuk momentum sampai 1440 MeV/c. Fitting terbaik didapat untuk  $D_{13}$ , sedangkan pada phase shift  $D_{03}$ ,  $D_{05}$  dan  $D_{15}$  terdapat penyimpangan yang cukup besar, ini menunjukkan bagaimana potensial yang kami pilih belum cukup mampu memberi deskripsi sesuai untuk phase shifts pada kulit D. Hal ini dikarenakan juga karena model separabel kurang dapat menjelaskan fenomena tarik-menarik dan tolak menolak secara simultan. Namun yang perlu dicermati juga ternyata pada  $P_{03}$ , rank-2 tidak memberikan hasil yang lebih baik dari rank-1. Tanda phase shifts yang muncul (-) menunjukkan sifat repulsif dari interaksi nuklir yang terjadi.

## Bab 5

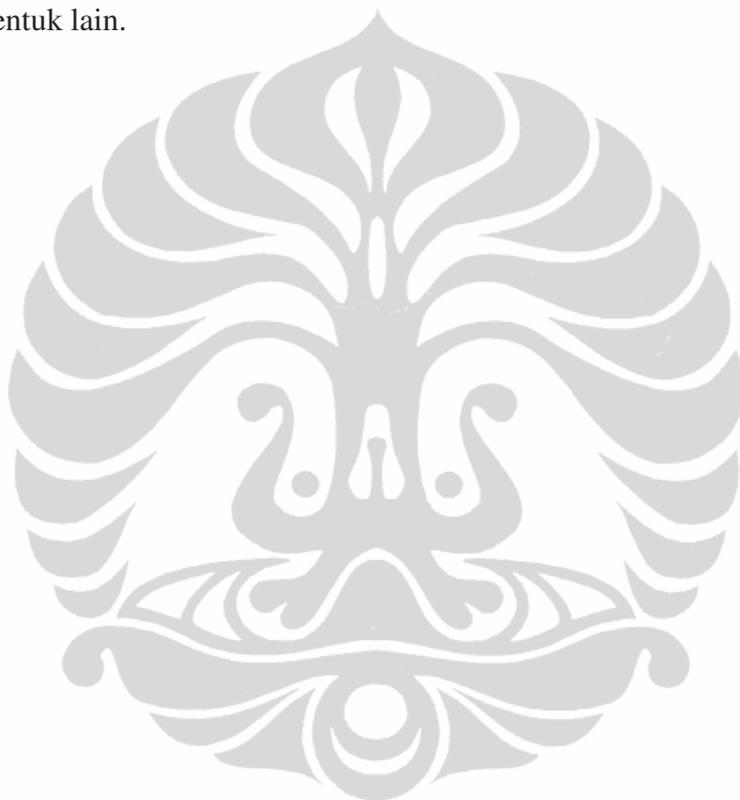
# Kesimpulan dan Saran

### 5.1 Kesimpulan

Penelitian ini berhasil membuat model separabel untuk hamburan kaon nukleon. Pada potensial rank1 terdapat tiga parameter yang telah kami cari nilainya sedangkan pada rank-2 terdapat 6 parameter. Formulasi potensial ini telah kami fitting dengan data *phase shifts*, dan untuk fitting kami menggunakan metode Minuit. Kami telah menunjukkan dalam bentuk grafik, nilai phase shifts yang dihasilkan oleh potensial yang kami pilih pada penelitian ini dengan parameter-parameter yang diperoleh dari proses fitting. Kemudian kami telah tunjukkan perbandingannya dengan data phase shifts yang kami batasi hanya sampai nilai energi di bawah 1440 MeV/c. Hasil fitting terbaik didapat untuk  $D_{13}$  karena masih dalam bentuk sederhana, sedangkan beberapa hasil fitting untuk kulit D menunjukkan beberapa penyimpangan dengan data phase shifts yang menunjukkan model yang kami miliki belum mampu memberikan kecocokan dengan data phase shifts pada kulit D. Nilai phase shifts yang negatif baik pada data maupun pada model kami menunjukkan potensial pada penelitian ini memberikan deskripsi interaksi nuklir KN yang sifatnya repulsif. Sedangkan faktor bentuk yang digunakan sangat menentukan ketepatan dalam menghasilkan pergeseran fase yang sesuai dengan hasil eksperimen walaupun hanya menggunakan rank-1.

## 5.2 Saran

Beberapa penyimpangan yang terjadi pada kulit D dikarenakan separabel rank-1 dan rank-2 belum mampu memfitting dengan baik untuk kulit tersebut. Untuk penelitian selanjutnya penulis sarankan untuk melakukan lanjutan penelitian dengan model separabel potensial ke rank yang lebih tinggi atau menggunakan rank-1 dengan faktor bentuk lain.



# Lampiran A

## Notasi dan Unit

Dalam sistem satuan ilmiah semua konstanta  $\hbar$  dan  $c$  yang muncul akan ditetapkan pada nilai satu dan dengan demikian tidak akan ditulis lagi.

$$\hbar = c = 1 \quad (\text{A.1})$$

Penggunaan sistem satuan alamiah ini akan sangat membantu kita dalam melakukan perhitungan, karena persamaan-persamaan yang muncul akan banyak sekali mengandung kedua konstanta tersebut. Konvensi ke dalam satuan biasa dipakai dapat dilakukan diakhir perhitungan.

# Lampiran B

## Integral

Dalam ungkapan separabel matriks-t yang diberikan persamaan (2.51) didalamnya terdapat bentuk integral

$$I_l = \int_0^\infty dp'' \frac{p''^2 g_l^2}{p^2 - p''^2 + i\epsilon} \quad (\text{B.1})$$

Jika dalam integral ini kita ambil bentuk  $g_l(p)$  dari [19] seperti persamaan (3.14). Integral  $I_l$  dapat dihitung dengan menggunakan teorema residu (lihat [2]) yaitu

$$\oint f(z) dz = 2\pi i \sum_k \text{Res} f(z = z_k) \quad (\text{B.2})$$

dimana integral tertutup pada bidang kompleks dan pole  $z_k$ . Residu dapat diturunkan sebagai

$$\text{Res} f(z = z_k) = \lim_{z \rightarrow z_k} \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} ((z - z_k)^m f(z)) \quad (\text{B.3})$$

untuk orde- $m$ .

Sebagai contoh untuk kasus kinematika non relativistik, dengan

$$p = \pm \sqrt{2\mu_{KN}(w - M_{KN})} \quad (\text{B.4})$$

dimana kita hitung integral untuk  $l = 0$  dan agar lebih sederhana, kita sembunyikan parameter  $C_l$  dan tulis  $p'' = k$  dan  $p = K$  sehingga integral kelihatan seperti

$$\begin{aligned} I_0 &= \int_0^\infty dk \frac{k^2}{(k^2 + \beta^2)^2 (K^2 - k^2 + i\epsilon)} \\ &= \int_0^\infty dk \frac{k^2}{(k + i\beta)^2 (k - i\beta)^2 (K - k + i\epsilon)(K + k + i\epsilon)} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Dalam arti bahwa limit  $\epsilon \rightarrow 0$  harus diambil pada akhir perhitungan. Dari ungkapan terakhir, integral memiliki dua pole sederhana pada  $k = K + i\epsilon$  dan  $k = -K - i\epsilon$  serta pole orde kedua pada  $k = -i\epsilon$  dan  $k = +i\epsilon$ . Untuk memecahkannya, kita ambil dari bidang kompleks, residunya menjadi

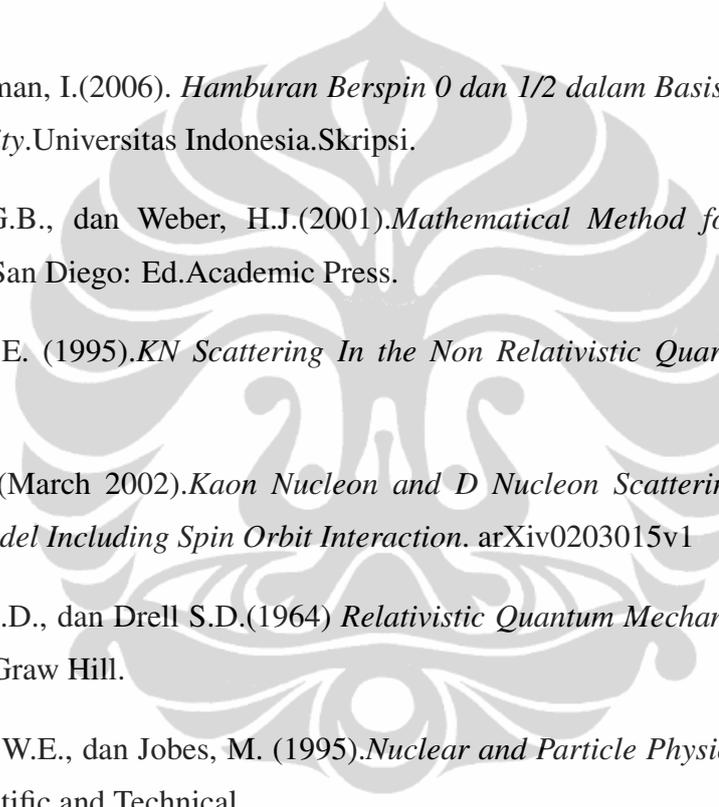
$$\text{Res}f(z = K + i\epsilon) = \frac{K^2}{2K(K^2 + \beta^2)^2} \quad (\text{B.6})$$

$$\text{Res}f(z = i\beta) = \frac{\beta^2 - K^2}{4i\beta(K^2 + \beta^2)} \quad (\text{B.7})$$

sehingga didapatkan integralnya adalah

$$I_0 = \frac{\pi}{4\beta(\beta - iK)^2} \quad (\text{B.8})$$

## Daftar Acuan

- 
- [1] Abdulrahman, I.(2006). *Hamburan Berspin 0 dan 1/2 dalam Basis Momentum Helicity*.Universitas Indonesia.Skripsi.
- [2] Arfken, G.B., dan Weber, H.J.(2001).*Mathematical Method for Physicists*.5th. San Diego: Ed.Academic Press.
- [3] Barnes, F.E. (1995).*KN Scattering In the Non Relativistic Quark Model*. Italy.
- [4] Black, N.(March 2002).*Kaon Nucleon and D Nucleon Scattering In the Quark Model Including Spin Orbit Interaction*. arXiv0203015v1
- [5] Bjorken, J.D., dan Drell S.D.(1964) *Relativistic Quantum Mechanics*. New York :McGraw Hill.
- [6] Burcham, W.E., dan Jobes, M. (1995).*Nuclear and Particle Physics*. Longman Scientific and Technical.
- [7] Feng, Q. W., dan Bing, S.Z.(March 2002), *Role of t channel meson exchange in s-wave  $\phi N$  and KN scattering*, arXiv 07105855v1.
- [8] Gashaw, A. (2007). *Relativistic Description of Two Body Scattering Reactions*.AIMS. University of Stellenbosch.
- [9] Halzen, F., dan Martin, A.D. (1984). *Quark and Lepton: An Introductory Course in Modern Particle Physics*. New York John Wiley and Sons.
- [10] Hodgson, P.E., dan Gadioli, E. (1997). *Introductory Nuclear Physics* .New York. Oxford University Press, .

- [11] Joachain, C.J. (1975). *Quantum Collision Theory*. North-Holland Publishing Company. Amsterdam
- [12] Manabe, Y., dan Hosaka, A., dan Toki, H. (2005). *Relation between the separable and one-boson-exchange potential for the covariant Bethe-Salpeter equation*, J.Phys. **G31** 1183-1190.
- [13] Merzbacher. (1958). *Quantum Mechanics*. New York. Addison Wiley.
- [14] Nelson, R. (2006). *Hamburan Kaon Nukleon dalam pertukaran Hyperon*. Skripsi. Universitas Indonesia. Depok
- [15] Polinder, H., dan Rijken, T.A. (2005). Phys. Rev. C72, 065210.
- [16] Rolnick, W.B.(1994). *The Fundamental Particles and Their Interactions*. Addison-Wesley.
- [17] Salam, A. (2002). *Rescattering Effect and Two Process In Kaon Photoproduction On the Deuteron*. Dissertation. University of Mainz. Mainz, Germany.
- [18] Salam, A. (2004). *Interaction Effect In  $K^+$  Photoproduction In Deuteron*. Phys.Rev. C70 (2004) 044008
- [19] Ueda, T., dan Ikegami, Y.(January 1994). *Separable Representation of  $\phi N$  Scattering Amplitudes*. Progress of Theoretical Physics, Vol. 91.
- [20] Yamaguch, Y. I. (1954). *Two-Nucleon Problem When the Potential Is Nonlocal but Separable. I*, Phys. Rev. **95**, 1628