



UNIVERSITAS INDONESIA

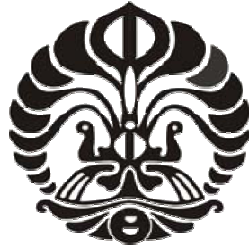
**PERANCANGAN DAN SIMULASI
AVALANCHE PHOTODIODE
DENGAN EFEK *DEAD SPACE* UNTUK CAHAYA *VISIBLE***

TESIS

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Magister Teknik

**ANAK AGUNG NGURAH GDE SAPTEKA
0906644051**

**FAKULTAS TEKNIK
PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO
KEKHUSUSAN ELEKTRONIKA DEVAIS
DEPOK
JUNI 2011**



UNIVERSITAS INDONESIA

**PERANCANGAN DAN SIMULASI
AVALANCHE PHOTODIODE
DENGAN EFEK *DEAD SPACE* UNTUK CAHAYA *VISIBLE***

TESIS

**ANAK AGUNG NGURAH GDE SAPTEKA
0906644051**

**FAKULTAS TEKNIK
PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO
DEPOK
JUNI 2011**

HALAMAN PERNYATAAN ORISINILITAS

Tesis ini adalah hasil karya saya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar

Nama : Anak Agung Ngurah Gde Sapteka

NPM : 0906644051

Tanggal : 27 Juni 2011

Tanda Tangan :



HALAMAN PENGESAHAN

Tesis ini diajukan oleh

Nama : Anak Agung Ngurah Gde Saptaka
NPM : 0906644051
Program Studi : Teknik Elektro
Judul Tesis : Perancangan Dan Simulasi *Avalanche Photodiode*
Dengan Efek *Dead Space* Untuk Cahaya *Visible*

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Magister Teknik pada Program Studi Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Indonesia.

DEWAN PENGUJI

Pembimbing : Prof. Dr. Ir. Djoko Hartanto, M.Sc (.....)
Penguji : Prof. Dr. Ir. Nji Raden Poespawati, MT (.....)
Penguji : Dr. Ir. Purnomo Sidi Priambodo, M.Sc (.....)
Penguji : Dr. Ratno Nuryadi (.....)

Ditetapkan di : Depok
Tanggal : 27 Juni 2011

UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa atas berkat dan rahmat-Nya, saya dapat menyelesaikan tesis ini. Penulisan tesis ini dilakukan dalam rangka memenuhi salah satu syarat kelulusan Magister Teknik di bidang Teknik Elektro. Saya memperoleh banyak bantuan dari berbagai pihak sejak awal hingga selesainya tesis ini. Untuk itu saya mengucapkan terima kasih yang sedalam-dalamnya kepada:

- (1) Prof. Dr. Ir. Djoko Hartanto, M.Sc selaku pembimbing utama yang telah menentukan dan menyetujui tesis dengan judul *Perancangan dan Simulasi Avalanche Photodiode Dengan Efek Space Untuk Cahaya Visible*. Beliau membantu dalam konsep dan ide serta mendorong semangat untuk menyelesaikan tahap demi tahap hingga terlaksananya penulisan tesis;
- (2) Dr. Ratno Nuryadi selaku pembimbing kedua yang memberikan bimbingan serta dorongan semangat untuk menyusun tesis;
- (3) Prof. Dr. Ir. Nji Raden Poespawati, MT yang telah memberikan bekal ilmu pengetahuan dalam bidang divais elektronik yang banyak digunakan pada penulisan tesis;
- (4) Dr. Ir. Purnomo S. Priambodo, M.Sc yang bersedia untuk berdiskusi tentang *avalanche photodiode* dan memberi bekal ilmu pengetahuan tentang divais elektronik.

Akhir kata saya berharap Tuhan Yang Maha Esa membalas segala kebaikan semua pihak yang telah membantu saya dalam menyusun tesis ini. Semoga tesis ini bermanfaat untuk pengembangan divais elektronik.

Depok, 27 Juni 2011

Penulis

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
TESIS UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai civitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Anak Agung Ngurah Gde Sapteka
NPM : 0906644051
Program Studi : Teknik Elektro
Fakultas : Teknik
Jenis Karya : Tesis

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-Exclusive Royalty Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul :

PERANCANGAN DAN SIMULASI AVALANCHE PHOTODIODE DENGAN
EFEK DEAD SPACE UNTUK CAHAYA VISIBLE

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalihmedia/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (database), merawat, dan mempublikasikan tesis saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok

Pada tanggal : 27 Juni 2011

Yang menyatakan

(Anak Agung Ngurah Gde Sapteka)

ABSTRAK

Nama : Anak Agung Ngurah Gde Sapteka
Program Studi : Teknik Elektro
Judul : Perancangan Dan Simulasi *Avalanche Photodiode*
Dengan Efek *Dead Space* Untuk Cahaya *Visible*

Avalanche Photodiode (APD) merupakan divais semikonduktor yang sangat sensitif untuk mengubah cahaya menjadi arus atau tegangan berdasarkan fenomena *avalanche*, yakni suatu fenomena yang terjadi pada material semikonduktor ketika *carriers* pada region transisi dipercepat oleh medan listrik untuk memperoleh energi yang cukup untuk membentuk pasangan elektron-hole bebas melalui benturan – benturan dengan elektron-elektron yang terikat.

Pada tesis ini dilakukan perancangan dan simulasi APD untuk mendeteksi cahaya *visible* dengan memperhitungkan efek *dead space* berdasarkan penelitian Pauchard dan kawan-kawan. Rancangan divais APD dengan bahan silikon terdiri dari lima *layer* yakni, yakni *layer* $p1^+$ dengan konsentrasi $10^{20} / \text{cm}^3$, *layer* π dengan konsentrasi $10^{11} / \text{cm}^3$, *layer* $p2^+$ dengan konsentrasi $10^{19} / \text{cm}^3$, *layer* n dengan konsentrasi $10^{17} / \text{cm}^3$ dan *layer* $n+$ dengan konsentrasi $10^{20} / \text{cm}^3$. Adapun panjang geometri masing-masing *layer* berturut-turut setara dengan *light penetration depth* minimum, selisih antara *light penetration depth* maksimum dengan *light penetration depth* minimum, 100 nm, panjang *multiplication region* (MR = 370 nm, 470 nm atau 570 nm), dan 200 nm. Simulasi APD dilakukan dengan komputasi numerik dengan perangkat lunak Matlab versi 7.11.0.584. untuk menentukan *dead space*, struktur divais, koefisien ionisasi dan *total mean gain*.

Efek *dead space* pada rancangan APD dengan panjang MR sebesar 370 nm; 470 nm dan 570 nm menghasilkan nilai maksimum *total mean gain* berturut-turut sebesar 9,72; 25,82 dan 50,19. Rancangan – rancangan ini memiliki nilai maksimum elektron *dead space* sebesar 112,7 nm dan nilai maksimum *hole dead space* sebesar 152,4 nm sehingga disimpulkan bahwa perancangan APD untuk mendeteksi cahaya *visible* memerlukan MR dengan panjang minimum 152,4 nm.

Kata kunci :

Avalanche Photodiode (APD), *Dead Space*, *Total Mean Gain*, Cahaya *Visible*.

ABSTRACT

Name : Anak Agung Ngurah Gde Saptaka
Study Program : Electrical Engineering
Title : Design and Simulation of Avalanche Photodiode
With Dead Space Effect for Visible Light

An avalanche photodiode (APD) is a highly sensitive semiconductor device to convert light to electricity through avalanche multiplication phenomena, a phenomena that can occur in semiconductor materials when the carriers in the transition region are accelerated by the electric field to energies sufficient to free electron-hole pairs via collisions with electron bond.

This thesis carried out the design and simulation of APD to detect visible light by calculating the effect of dead space based on research Pauchard *et al.* The design of APD device using silicon material composed of five layers namely, layer $p1^+$ with a concentration of $10^{20}/\text{cm}^3$, layer π with a concentration of $10^{11}/\text{cm}^3$, layer $p2^+$ with a concentration of $10^{19}/\text{cm}^3$, layer n with a concentration of $10^{17}/\text{cm}^3$ and layer n^+ with a concentration of $10^{20}/\text{cm}^3$. The geometry length of the layers are equal to minimum light penetration depth, difference between maximum light penetration depth and minimum light penetration depth, 100 nm, length of multiplication region (MR = 370 nm, 470 nm or 570 nm), and 200 nm respectively. APD simulation performed with numerical computing using Matlab software version 7.11.0.584 to determine dead space, device structure, ionization coefficient and total mean gain.

The dead space effect on APD designs with MR of 370 nm MR; 470 nm and 570 nm produce maximum value of total mean gain of 9.72; 25.82 and 50.19. respectively. These designs have a maximum value of electron dead space of 112.7 nm and a maximum value of hole dead space of 152.4 nm so it concluded that the design of an APD to detect visible light requires MR with minimum length of 152.4 nm.

Keywords :

Avalanche Photodiode (APD), Dead Space, Total Mean Gain, Visible Light.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
UCAPAN TERIMA KASIH	iv
HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI THESIS	v
ABSTRAK	vi
ABSTRACT.....	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
DAFTAR ISTILAH	xiv
1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Batasan Riset.....	4
1.3 Tujuan Riset.....	4
1.4 Metode Riset.....	5
2. DASAR TEORI	6
2.1 <i>Avalanche Photodiode (APD)</i>	6
2.2 Efek <i>Dead Space</i>	8
2.3 Spektrum Cahaya <i>Visible</i>	12
3. KONSEP PERANCANGAN DAN SIMULASI	15
3.1 Perancangan APD untuk Cahaya <i>Visible</i>	16
3.2 Simulasi APD untuk Cahaya <i>Visible</i>	21

4. ANALISA DAN PERHITUNGAN	26
4.1 Analisa Struktur Divais	26
4.2 Analisa Efek <i>Dead Space</i> Elektron dan <i>Hole</i>	30
4.3 Analisa Gain	38
5. KESIMPULAN	42
DAFTAR REFERENSI	43



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1.	Parameter Cahaya <i>Visible</i>	14
Tabel 3.1.	<i>Dead Space</i> Elektron dan <i>Hole</i>	19
Tabel 3.2.	Koefisien Ionisasi Elektron dan <i>Hole</i>	19



DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1. <i>Photoelectron Multiplier</i> Buatan L.A. Kubetskii Tahun 1930.....	1
Gambar 1.2. <i>Photomultiplier Tube (PMT)</i> Produksi Hamamatsu Photonics.....	2
Gambar 1.3. Struktur PIN <i>Photodiode</i>	2
Gambar 1.4. <i>Avalanche Photodiode (APD)</i>	3
Gambar 1.5. Modul APD	4
Gambar 2.1. Struktur APD (a) $p^+ - \pi - p - \pi - n^+$ <i>substrate</i> , (b) $n^+ - p - \pi - p^+$ <i>substrate</i>	7
Gambar 2.2. Penampang Melintang Divais Pada Penelitian Pauchard dkk	9
Gambar 2.3. Spektrum Cahaya <i>Visible</i>	13
Gambar 2.4. Relasi <i>Optical Absorption Coefficients, Light Penetration Depth</i> dengan <i>Wavelength</i>	13
Gambar 3.1. Struktur Divais APD	15
Gambar 3.2. <i>Depletion Layer</i> dan Pola Distribusi Medan Listrik Pada APD.....	17
Gambar 3.3. PDF untuk Elektron vs Lokasi Ionisasi η untuk MR = 470 nm	20
Gambar 3.4. PDF untuk Hole vs Lokasi Ionisasi η untuk MR = 470 nm	21
Gambar 3.5. Diagram Alir Simulasi.....	22
Gambar 3.6. Tampilan Simulator APD	23
Gambar 3.7. Tampilan Grafik <i>Dead Space</i> vs Kedalaman MR	24
Gambar 3.8. Tampilan Grafik Koefisien Ionisasi Elektron dan <i>Hole</i> vs Kedalaman MR	24
Gambar 3.9. Tampilan Grafik <i>Total Mean Gain</i> vs Kedalaman MR	25
Gambar 4.1. Hasil Simulasi Medan Listrik dengan Perangkat Lunak Cogenda	28
Gambar 4.2. Hasil Simulasi Distribusi Potensial (psi) dengan Perangkat Lunak Cogenda	28
Gambar 4.3. Hasil Simulasi Diagram <i>Conduction Band</i> dengan Perangkat Lunak Cogenda	29
Gambar 4.4. Hasil Simulasi Diagram <i>Valence Band</i> dengan Perangkat Lunak Cogenda	30

Gambar 4.5. Grafik Elektron dan <i>Hole Dead Space</i> vs Kedalaman MR	31
Gambar 4.6. Perbandingan <i>Dead Space</i> untuk Elektron dan <i>Hole</i> pada Kedalaman MR	32
Gambar 4.7. Grafik Koefisien Ionisasi vs Kedalaman MR	32
Gambar 4.8. Perbandingan Grafik Elektron dan <i>Hole Dead Space</i> vs Kedalaman MR	33
Gambar 4.9. PDF untuk Elektron pada Kedalaman $y = 0$ nm	35
Gambar 4.10. PDF untuk Elektron	35
Gambar 4.11. PDF untuk <i>Hole</i> pada Kedalaman $y = 470$ nm.....	37
Gambar 4.12. PDF untuk <i>Hole</i>	37
Gambar 4.13. Grafik <i>Ensemble Average</i> vs Kedalaman untuk MR = 470 nm	39
Gambar 4.14. Grafik $\langle G_e(y) \rangle$ dan $\langle G_h(y) \rangle$ vs Kedalaman untuk MR = 470 nm.....	40
Gambar 4.15. $\langle G(y) \rangle$ vs Kedalaman untuk MR = 470 nm	40
Gambar 4.16. Grafik $\langle G(y) \rangle$ vs Kedalaman untuk MR =370 nm	41
Gambar 4.17. Grafik $\langle G(y) \rangle$ vs Kedalaman untuk MR =570 nm	41

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1.	Program Matlab untuk Simulasi <i>Avalanche Photodiode</i> (APD) dengan Efek <i>Dead Space</i> untuk Cahaya <i>Visible</i>	44
-------------	--	----



DAFTAR ISTILAH

1. **Avalanche**

Fenomena pembentukan elektron-elektron dan *holes* yang disebabkan oleh elektron tunggal atau *hole* tunggal sebagai akibat dari akumulasi benturan dengan atom yang mengalami ionisasi.

2. **Photodiode**

Jenis *photodetector* yang mampu mengubah cahaya menjadi arus atau tegangan.

3. **Avalanche Photodiode (APD)**

Jenis *photodetector* yang mampu mengubah cahaya menjadi arus atau tegangan yang bekerja dengan fenomena pembentukan elektron-elektron dan *holes* yang disebabkan oleh elektron tunggal atau *hole* tunggal sebagai akibat dari akumulasi benturan dengan atom.

4. **Spectrum**

Cakupan jangkauan radiasi elektromagnetik yang berhubungan dengan panjang gelombang atau frekuensi.

5. **Dead Space**

Jarak minimum yang harus ditempuh oleh *carrier* yang baru dihasilkan dalam medan listrik untuk memperoleh energi yang cukup untuk menimbulkan *impact ionization*.

6. **Cahaya Visible**

Merupakan bagian dari spektrum elektromagnetik yang tampak (dapat dideteksi) oleh mata manusia. Radiasi elektromagnetik pada panjang gelombang sekitar 390 hingga 750 nm atau pada frekuensi 400 hingga 790 THz disebut cahaya *visible*.

7. **Impact Ionization**

Fenomena pembentukan pasangan elektron-*hole* pada suatu material seperti semikonduktor melalui benturan antara elektron atau *hole* yang memiliki energi kinetik tinggi dengan atom.

8. **Electron**

Subatomic partikel yang membawa muatan listrik negatif.

9. Hole

Konsep yang menjelaskan kekurangan elektron pada suatu posisi dimana elektron dapat hadir pada suatu atom.

10. Photon

Suatu paket energi yang membawa radiasi elektromagnetik.

11. Electric Field

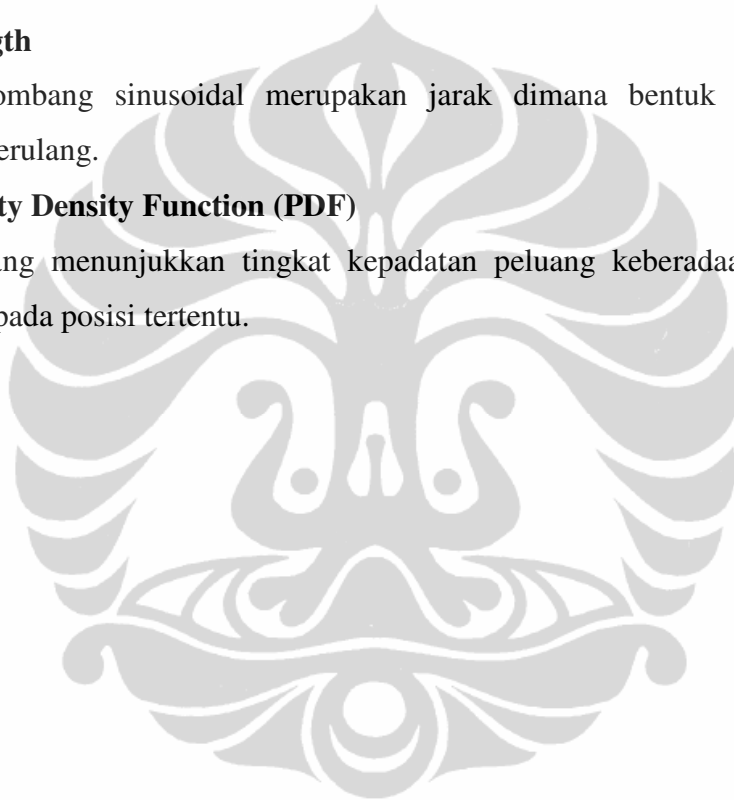
Gaya per unit muatan yang dialami oleh suatu muatan titik stasioner pada suatu lokasi dalam medan listrik.

12. Wavelength

Pada gelombang sinusoidal merupakan jarak dimana bentuk gelombang menjadi berulang.

13. Probability Density Function (PDF)

Fungsi yang menunjukkan tingkat kepadatan peluang keberadaan elektron atau *hole* pada posisi tertentu.

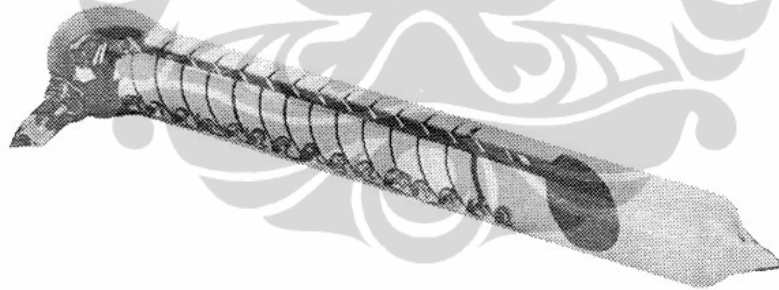


BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

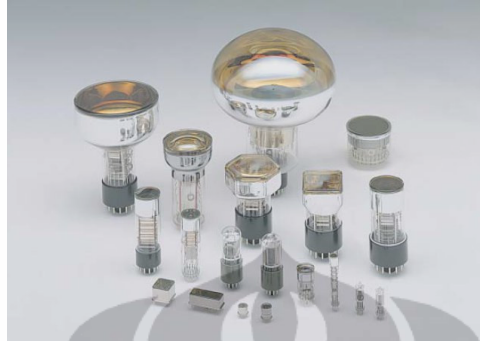
Penelitian mengenai detektor cahaya dengan intensitas rendah telah dilaksanakan sejak tahun 1913 oleh Johann Elster (1854-1920) dan Hans Geitel (1855-1923). Mereka berhasil merealisasikan suatu divais yang disebut *photoelectric tube*. Divais ini dapat digunakan untuk mengukur intensitas cahaya. Selanjutnya pada tahun 1930, Leonid Aleksandrovich Kubetsky membuat divais berupa *photoelectron multiplier* dengan karakteristik *noise* yang rendah dan penguatan yang mampu mendeteksi photon tunggal. Divais ini banyak digunakan pada pesawat ruang angkasa Uni Soviet, kamera, spektrometer dan *scintillator detectors*. Pada Gambar 1.1 ditunjukkan suatu *photoelectron multiplier* yang dibuat oleh L.A. Kubetsky.



Gambar 1.1. *Photoelectron Multiplier* Buatan Leonid Aleksandrovich Kubetsky Tahun 1930 [1].

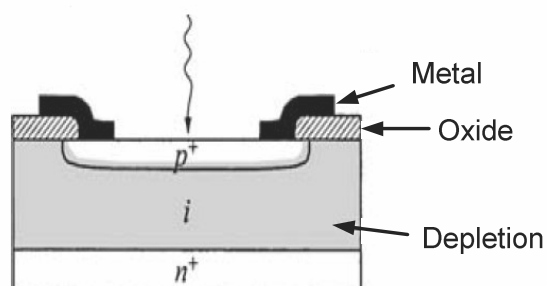
Penelitian detektor cahaya selanjutnya dilakukan oleh Harley Iams dan Bernard Salzberg pada tahun 1934 di *Radio Corporation of America (RCA) Lab.* yang mengintegrasikan suatu divais berupa *photoelectric-effect cathode* dengan *electron amplification stage* dalam tabung hampa *single vacuum envelope*. Divais ini selanjutnya disebut *Photomultiplier Tube (PMT)* dan mulai dipasarkan pada tahun 1936 dengan kemampuan mendeteksi photon tunggal. Kekurangan PMT adalah divais ini sangat sensitif terhadap medan magnet dan harga tinggi karena

memerlukan struktur mekanik dalam tabung hampa yang rumit. PMT masih digunakan hingga saat ini oleh beberapa produser. Gambar 1.2 menunjukkan PMT yang diproduksi oleh Hamamatsu Photonics.



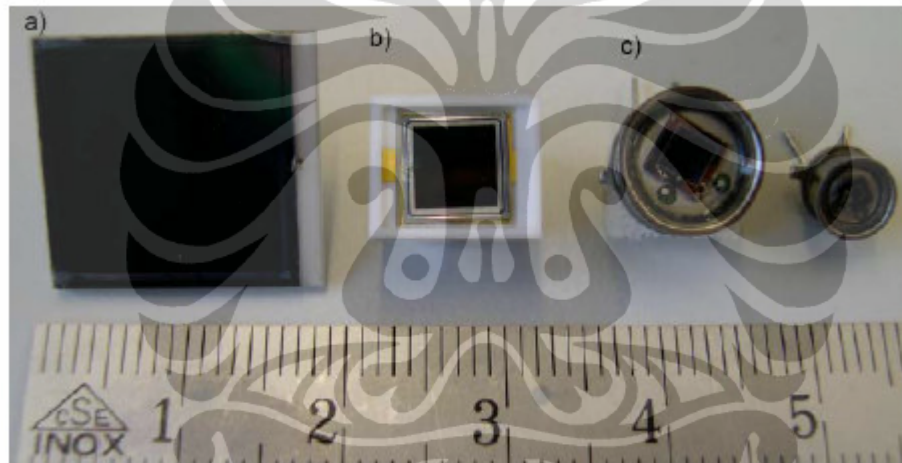
Gambar 1.2. *Photomultiplier Tube* (PMT) Produksi Hamamatsu Photonics [2].

Pada tahun 1950 Jun-ichi Nishizawa dan rekan berhasil membuat divais PIN *Photodiode* di *Research Institute of Electrical Communication* di Tohoku University, Jepang. Divais ini dibuat dari bahan semikonduktor intrinsik dengan resistansi tinggi digabung dengan semikonduktor doping berat n^+ dan p^+ . Cara pembuatannya adalah difusi Boron pada satu sisi dan difusi Phospor pada sisi lain dari suatu bahan semikonduktor tipe n yang murni. Pengoperasian PIN *photodiode* cukup sederhana, namun karena tidak memiliki internal *gain*, suatu *charge sensitive amplifier* dan suatu *low bandwidth filter amplifier* diperlukan untuk mendeteksi sinyal cahaya *low level* karena arus bocor dan kapasitansi diode yang besar. Pada Gambar 1.3 ditunjukkan struktur PIN Photodiode.



Gambar 1.3. Struktur PIN Photodiode [3].

RCA Lab dan Shockley Research Lab dengan peneliti bernama McIntyre dan Haitz melanjutkan penelitian detektor cahaya *solid state* dan menghasilkan divais *Avalanche Photodiode* (APD). Divais ini memiliki *gain* yang tinggi dan mampu mendeteksi cahaya dengan intensitas rendah. APD merupakan divais p-n dengan internal *gain* yang disebabkan karena medan listrik yang tinggi pada *junction* silikon dengan doping positif dan negatif. Medan listrik ini menyebabkan suatu *photoelectron* memperoleh energi yang cukup untuk membentuk pasangan elektron - hole melalui *impact ionization*. Pasangan elektron - hole ini selanjutnya mengalami medan listrik yang tinggi dan membentur atom netral yang lain, lalu dapat membentuk lebih banyak pasangan elektron-hole yang disebut *avalanche multiplication*. Beberapa divais APD ditunjukkan pada Gambar 1.4.



Gambar 1.4. *Avalanche Photodiode* (APD): a) RMD S1315 ($13 \times 13 \text{ mm}^2$); b) Hamamatsu S8148 ($5 \times 5 \text{ mm}^2$); c) Dubna R8 AMPDs ($2.75 \times 2.75 \text{ mm}^2$ and $0.75 \times 0.75 \text{ mm}^2$) [4].

Penelitian tentang APD dilakukan oleh R. Van Overstraeten dan H. De Man yang meneliti tentang pengukuran *ionization rates* pada p-n *junction* silikon pada tahun 1970 yang dilanjutkan dengan penelitian tentang *ionization coefficient* pada semikonduktor oleh Y. Okuto dan C.R. Crowell pada tahun 1973. Beberapa peneliti lainnya seperti Majeed M. Hayat, Winslow L. Sargeant dan Bahaa E.A. Saleh meneliti tentang pengaruh *dead space* terhadap *gain* dan *noise* pada APD dengan bahan silikon dan galium arsenide pada tahun 1992. *Dead space* merupakan jarak minimum yang harus ditempuh oleh *carrier* (elektron atau *hole*)

yang baru dihasilkan dalam medan listrik untuk memperoleh energi yang cukup untuk menimbulkan *impact ionization*. Pengaruh *dead space* terhadap *gain* dan *noise* pada region UV diteliti oleh Alexandre R. Pauchard, Pierre-A. Besse dan Rade S. Popovic pada tahun 2000.

Aplikasi APD digunakan pada banyak bidang seperti biomedis, *laser rangefinder*, *positron emission tomography*, *air Cherenkov telescope*, dan lainnya. Beberapa produsen APD seperti *Hamamatsu Corporation* dan *Silicon Sensor International* telah mengembangkan divais ini dalam bentuk modul dimana sudah terintegrasi dengan *low-noise amplifier* dan catu daya untuk prategangan yang terhubung ke PC. Bentuk modul APD ditunjukkan pada Gambar 1.5.



Gambar 1.5. Modul APD [5].

1.2 Batasan Riset

Tesis ini dibatasi pada perancangan dan simulasi APD pada mode linier yang mampu merespons spektrum tertentu dalam *range* spektrum cahaya *visible* dengan memperhitungkan pengaruh *dead space*.

1.3 Tujuan Riset

Tujuan penelitian dari tesis ini adalah untuk melakukan simulasi karakteristik dari rancangan APD mode linier bahan silikon dengan pengaruh *dead space* untuk mendeteksi spektrum tertentu dari cahaya *visible* (panjang gelombang dari 380 nm

hingga 750 nm) menggunakan perangkat lunak Matlab versi 7.11.0.584. Simulasi ini menampilkan struktur divais APD beserta parameter mencakup *dead space*, struktur divais, koefisien ionisasi dan *total mean gain*.

1.4 Metode Riset

Pada tesis ini dilakukan kajian pustaka tentang struktur APD dengan bahan silikon dan beberapa parameter yakni *dead space*, medan listrik, *probability density function* untuk elektron dan *hole*, elektron dan *hole ionization coefficients*, koefisien absorpsi, dan *total mean gain*. Selanjutnya dilakukan perancangan APD untuk spektrum cahaya *visible*. Perancangan APD ini menggunakan struktur APD *reach-through* dengan konfigurasi lima *layer*, yakni *layer p1⁺*, *layer π*, *layer p2⁺*, *layer n* dan *layer n⁺*. Tahapan tesis dilanjutkan dengan menyusun perangkat lunak untuk menghasilkan simulator perancangan APD dengan pengaruh *dead space* menggunakan Matlab versi 7.11.0.584. Perangkat lunak ini digunakan untuk menghitung besaran dari parameter tersebut dengan komputasi numerik terhadap beberapa persamaan *recurrence*. Keluaran dari perangkat lunak ini digunakan untuk melakukan analisis tentang pengaruh *dead space* terhadap karakteristik APD yakni *total mean gain*. Pada akhir tesis disusun kesimpulan dari penelitian ini.

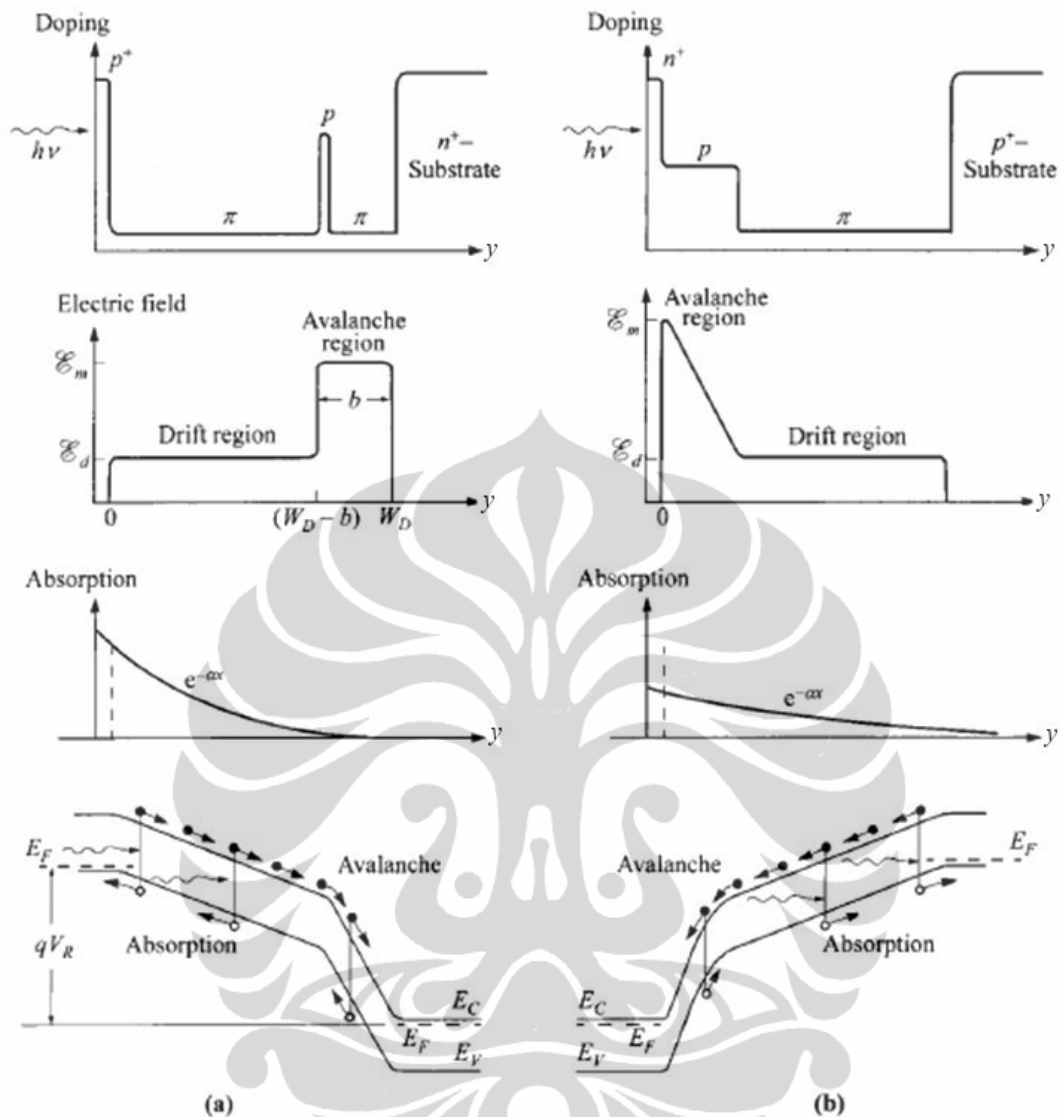
BAB 2 DASAR TEORI

2.1 *Avalanche Photodiode (APD)*

APD merupakan suatu divais p-n dengan *gain* internal yang dihasilkan oleh medan listrik yang tinggi pada p-n *junction*. *Photoelectron* pada APD yang dipengaruhi oleh medan listrik memperoleh energi yang cukup untuk menghasilkan pasangan elektron - *hole* dengan *impact ionization*. Elektron inisial dan elektron yang dihasilkan oleh *impact ionization* ini selanjutnya juga mengalami akselerasi dan menghasilkan pasangan elektron-*hole* lainnya yang menyebabkan *avalanche multiplication* [6].

Menurut Renker dan Lorenz, dari beberapa penelitian dapat diterima bahwa medan listrik harus melampaui nilai kritis yang disebut *impact ionization threshold* dengan nilai sekitar $1,75 \times 10^5$ V/cm untuk elektron dan sekitar $2,5 \times 10^5$ V/cm untuk *hole* pada silikon. Proses *impact ionization* menghasilkan $G(y)$ tambahan *carrier*, dengan $G(y)$ disebut *multiplication gain*. Pada APD, nilai $G(y)$ berkisar dari 50 hingga 200. Jika medan listrik kurang dari nilai *hole impact ionization threshold*, maka *hole* terakselerasi tidak akan memperoleh energi yang cukup untuk menciptakan pasangan elektron-*hole*. APD dioperasikan dengan prategangan mendekati tegangan *breakdown* [6].

Doping profile APD ditunjukkan pada Gambar 2.1 yang memiliki dua *region* dengan medan listrik yang berbeda. *Region* dengan medan listrik rendah dan lebar berfungsi untuk menyerap cahaya, sementara *region* dengan medan listrik tinggi dan sempit untuk *avalanche multiplication*. Struktur ini disebut struktur *reach-through* karena medan listrik mengembang dari *layer n⁺* menuju *layer p⁺* (*fully depleted*). Pada *drift region* dengan medan listrik rendah, *carrier* dapat bergerak pada kecepatan saturasi (10^7 cm/s untuk $\square_d > 10^4$ V/cm). Pada *avalanche region* (*multiplication region*) dengan medan listrik tinggi, pengaturan nilai medan listrik maksimum \square_m dilakukan dengan mengatur ketebalan *avalanche region* [3].



Gambar 2.1. Struktur APD (a) $p^+ - \pi - p - \pi - n^+$ substrate ,
(b) $n^+ - p - \pi - p^+$ substrate [3].

Menurut Sze dan Kwok, struktur divais dengan *doping profile* $n^+ - p - \pi - p^+$ *substrate* (struktur ini disebut juga sebagai struktur Read diode) memiliki medan listrik minimum sesuai dengan persamaan (2.1).

$$\square_d = \square_m - \frac{q[N_1 b + N_2(W_D - b)]}{\varepsilon_r} \quad \dots (2.1)$$

Untuk silikon, \square_d harus lebih dari 10^4 V/cm yang merupakan nilai medan listrik yang dibutuhkan *carrier* untuk bergerak pada kecepatan saturasi dan tegangan *breakdown* V_B sebesar

$$V_B = \int \square dy \quad \dots (2.2)$$

Pada region dengan medan listrik tinggi akan terbentuk *depletion layer* dimana pada *layer* ini terjadi pengosongan elektron bebas. Lebar *depletion layer* (W_{depl}) merupakan penjumlahan dari *depletion region* pada *layer* n^+ (l_n) dan *depletion region* pada *layer* p (l_p). Adapun persamaan untuk menghitung W_{depl} adalah [3]

$$W_{depl} = l_n + l_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon_r (\varphi_0 - V_a)(N_a + N_d)}{q N_a N_d}} \quad \dots (2.3)$$

Sedangkan persamaan medan listrik untuk *one-sided p-n junction* pada kedalaman y adalah:

$$\square(y) = -\square_m + \frac{qN_a y}{\varepsilon_r} \quad (0 < y < l_n) \quad \dots (2.4)$$

$$|\square_m| = \frac{qN_d l_n}{\varepsilon_s} = \frac{qN_a l_p}{\varepsilon_s} \quad \dots (2.5)$$

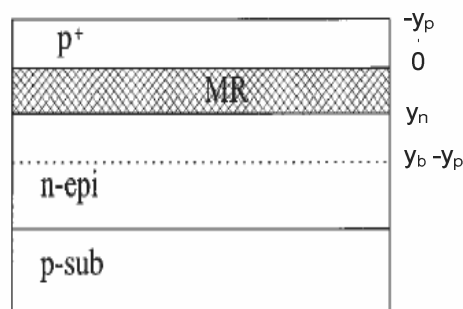
dengan \square_m medan listrik maksimum
 $\square(y)$ medan listrik maksimum pada kedalaman y
 q elementary charge
 ε_r permittivity silikon
 l_n depletion region pada *layer* n^+
 l_p depletion region pada *layer* p
 φ_0 built-in potential
 V_a prategangan balik
 N_a konsentrasi *acceptor*
 N_d konsentrasi donor

2.2 Efek *Dead Space*

Hayat dan kawan-kawan meneliti tentang pengaruh *dead space* terhadap *gain* pada silikon dengan *carrier ionization coefficients* yang berbeda. *Dead*

space (d), yang merupakan fungsi medan listrik dan posisi pada *depletion region* dengan lebar W_{depl} , adalah jarak minimum yang harus ditempuh oleh *carrier* yang baru dihasilkan dalam medan listrik untuk memperoleh energi yang cukup untuk menimbulkan *impact ionization*. Elektron dalam jarak $d_e(0)$, yakni elektron *dead space* pada lokasi $y = 0$, tidak dapat menghasilkan ion, tetapi selanjutnya dapat menghasilkan *impact ionization* pada lokasi $y \in [d_e, W]$ dengan koefisien ionisasi (per unit panjang) $\alpha(y)$. Selama ionisasi, terbentuk suatu pasangan elektron-*hole*, sehingga elektron inisial digantikan oleh dua elektron baru dan satu *hole* baru. Kedua elektron berperilaku identik dan independen. Tiap elektron bergerak tanpa menghasilkan ion dalam jarak $d_e(y)$, namun mulai mampu melakukan ionisasi pada jarak $y_1 \in [y + d_e(y), W]$ dengan koefisien ionisasi $\alpha(y_1)$. Elektron ini selanjutnya digantikan oleh dua elektron yang baru serta satu *hole* yang baru. Sementara itu, *hole* yang dihasilkan pada lokasi y bergerak berlawanan arah dengan elektron. Dalam jarak $d_h(y)$, yakni *hole dead space* pada lokasi y , *hole* ini tidak mampu melakukan ionisasi, namun pada lokasi $y \in [0, y - d_h(y)]$ dengan koefisien ionisasi $\beta(y)$. Selama ionisasi, suatu pasangan elektron-*hole* terbentuk, sehingga *hole* inisial diganti oleh dua *holes* baru dan satu elektron. Elektron dan *holes* ini mengulangi proses secara independen selama mereka bergerak dalam *Multiplication Region* (MR). Pada saat elektron mencapai tepi dari pada $y = W$ proses ini berakhir. Hal yang serupa terjadi pada *hole* saat mencapai tepi dari MR pada $x = 0$ [7].

Pauchard dan kawan-kawan mengembangkan persamaan *dead space* yang diajukan oleh Hayat dan kawan-kawan untuk menentukan *gain* pada *hole* dan elektron dimana photon diserap pada MR dengan struktur sesuai Gambar 2.2 [4].



Gambar 2.2. Penampang Melintang Divais Pada Penelitian Pauchard dkk [8].

Struktur divais pada Gambar 2.2 terdiri dari *layer p⁺* dengan kedalaman y_p , *n epilayer* dan *p substrate*. Daerah yang diarsir merupakan MR dengan lebar y_n , dan garis putus menunjukkan puncak dari *potential barrier*. Jika pada struktur divais ini terbentuk *carrier* baru, maka *carrier* ini harus menempuh jarak minimum untuk memperoleh energi kinetik yang cukup sebelum memungkinkan untuk ionisasi yang disebut *dead space*. Energi kinetik ini merupakan energi ambang ionisasi (*ionization threshold energy*) untuk *carrier* (E_{ie} untuk elektron dan E_{ih} untuk *hole*). Persamaan (2.6) dan Persamaan (2.7) merupakan persamaan E_{ie} dan E_{ih} [7].

$$E_{ie} = q \int_y^{y+d_e(y)} \phi(y) dy \quad \dots(2.6)$$

$$E_{ih} = q \int_{y-d_h(y)}^y \phi(y) dy \quad \dots(2.7)$$

dengan E_{ie} *ionization threshold energy* untuk elektron
 E_{ih} *ionization threshold energy* untuk *hole*
 q *elementary charge*
 y kedalaman divais APD
 $\phi(y)$ medan listrik pada kedalaman y

Dari Persamaan Energi Ambang Ionisasi (2.6) dan Persamaan (2.7) diperoleh Persamaan *Dead Space* (2.8) dan Persamaan *Dead Space* (2.9) untuk divais ini sebagai berikut [8].

$$d_e(y) = (W - y) - \sqrt{(W - y)^2 - \frac{2E_{ie}}{qqN_d/\epsilon_r}}, \quad < y < W - \sqrt{\frac{2E_{ie}}{qqN_d/\epsilon_r}} \quad \dots(2.8)$$

$$d_h(y) = (y - W) + \sqrt{(W - y)^2 + \frac{2E_{ih}}{qqN_d/\epsilon_r}},$$

$$W - \sqrt{W^2 - \frac{2E_{ih}}{qqN_d/\epsilon_r}} < y < W \quad \dots(2.9)$$

dengan $d_e(y)$ elektron *dead space*
 $d_h(y)$ *hole dead space*
 W lebar MR

y	kedalaman pada MR
q	<i>elementary charge</i>
N_d	<i>donor impurity density</i>
ϵ_r	<i>permittivity silikon</i>
E_{ih}	<i>hole ionization energy threshold = 1,8 eV</i>
E_{ie}	<i>electron ionization energy threshold = 1,1 eV</i>

Parameter *dead space* menentukan *probability density function* (PDF) untuk elektron ($h_e(y,\eta)$) dan *hole* ($h_h(y,\eta)$) yang dihasilkan pada kedalaman y dan memperoleh *gain* energi dari medan listrik yang menyebabkan *impact ionization* setelah menempuh jarak η dengan Persamaan (2.10) dan Persamaan (2.11) [8].

$$h_e(y, \eta) = \begin{cases} 0 & \eta < d_e(y) \\ \alpha(y + \eta) \exp \left\{ - \int_{d_e(y)}^{\eta} \alpha(y + \sigma) d\sigma \right\} & d_e(y) < \eta < W - y \end{cases} \quad \dots (2.10)$$

$$h_h(y, \eta) = \begin{cases} 0 & \eta < d_h(y) \\ \beta(y - \eta) \exp \left\{ \int_{d_h(y)}^{\eta} \beta(y - \sigma) d\sigma \right\} & d_h(y) < \eta < y \end{cases} \quad \dots (2.11)$$

dimana $\alpha(y)$ dan $\beta(y)$ merupakan *position-dependent electron* dan *hole ionization coefficients* mengacu pada hasil penelitian Van Overstraeten dan De Man dengan Persamaan (2.12) dan Persamaan (2.13) [10].

$$\alpha(y) = 7,03 \times 10^5 \exp(-1,231 \times 10^6 / |\square(y)|) \text{ cm}^{-1}$$

untuk $1,75 \times 10^5 < \square < 6,40 \times 10^5 \text{ V cm}^{-1}$... (2.12)

$$\beta(y) = 1,58 \times 10^6 \exp(-2,036 \times 10^6 / |\square(y)|) \text{ cm}^{-1}$$

untuk $1,75 \times 10^5 < \square < 4 \times 10^5 \text{ V cm}^{-1}$

dan

$$\beta(y) = 6,71 \times 10^5 \exp(-1,693 \times 10^6 / |\square(y)|) \text{ cm}^{-1}$$

untuk $4 \times 10^5 < \square < 6,40 \times 10^5 \text{ V cm}^{-1}$... (2.13)

dengan $\alpha(y)$ *position-dependent electron ionization coefficient*
 $\beta(y)$ *position-dependent hole ionization coefficient*
 $\square(y)$ medan listrik pada kedalaman y

Jika suatu elektron menghasilkan sejumlah $Z(y)$ elektron (termasuk elektron inisial) dan *holes* pada kedalaman y , dan suatu *hole* menghasilkan $Y(y)$ elektron dan *holes* (termasuk *hole* inisial), serta dengan menyatakan nilai *ensemble average* $\langle Z(y) \rangle = z_e(y)$ dan nilai *ensemble average* $\langle Y(y) \rangle = z_h(y)$, maka diperoleh Persamaan (2.14) dan Persamaan (2.15) [8].

$$z_e(y) = \left(1 - \int_y^W h_e(y, \xi - y) d\xi\right) + \int_y^W [2z_e(\xi) + z_h(\xi)] h_e(y, \xi - y) d\xi \quad (2.14)$$

$$z_h(y) = \left(1 - \int_0^y h_h(y, y - \xi) d\xi\right) + \int_0^y [2z_h(\xi) + z_e(\xi)] h_h(y, y - \xi) d\xi \quad (2.15)$$

Menurut Pauchard dan kawan-kawan, *position-dependent electron mean gain* $\langle G_e(y) \rangle$ dan *position-dependent hole mean gain* $\langle G_h(y) \rangle$, serta *total mean gain* $\langle G(y) \rangle$ dihitung dengan Persamaan (2.16), Persamaan (2.17) dan Persamaan (2.18) [8].

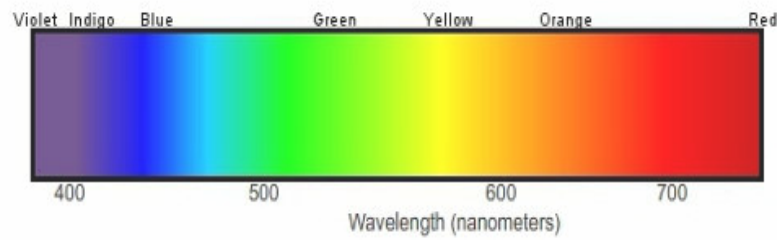
$$\langle G_e(y) \rangle \equiv \frac{1}{2} z_e(y) \quad \dots(2.16)$$

$$\langle G_h(y) \rangle \equiv \frac{1}{2} z_h(y) \quad \dots(2.17)$$

$$\langle G(y) \rangle = \frac{1}{2} z_e(y) + \frac{1}{2} z_h(y) \quad \dots (2.18)$$

2.3 Spektrum Cahaya Visible

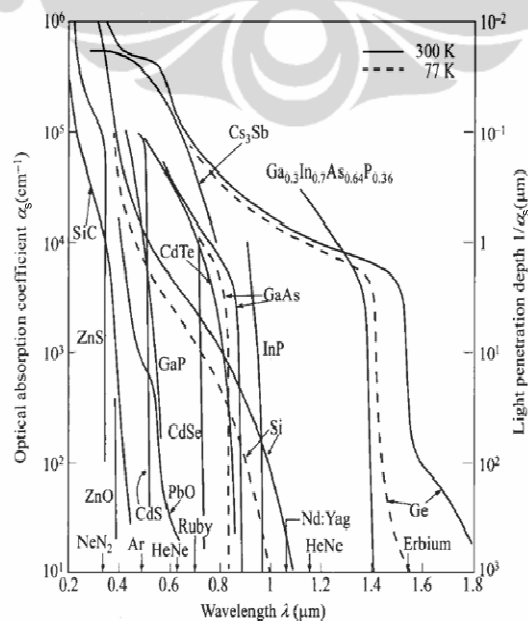
Spektrum cahaya *visible* merupakan bagian dari spektrum elektromagnetik yang dapat dilihat oleh mata manusia. Umumnya mata manusia dapat merespon panjang gelombang dari 380 nm hingga 750 nm. Mata manusia memiliki sensitifitas maksimum sekitar 555 nm yang merupakan daerah batas cahaya hijau dan kuning pada spektrum cahaya *visible*. Spektrum cahaya *visible* ditunjukkan pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3. Spektrum Cahaya *Visible* [9].

Panjang gelombang yang berbeda diinterpretasikan oleh otak manusia sebagai warna, dengan warna merah untuk panjang gelombang terpanjang (frekuensi paling rendah) hingga warna ungu untuk panjang gelombang terpendek (frekuensi tertinggi). Gelombang elektromagnetik dengan panjang gelombang antara merah dan ungu dilihat sebagai jingga, kuning, hijau, biru, atau nila [9].

Absorpsi cahaya pada semikonduktor dinyatakan dengan *absorption coefficient*. Nilai *absorption coefficient* tinggi menunjukkan bahwa cahaya diserap dekat permukaan dimana cahaya masuk. Nilai *absorption coefficient* rendah menunjukkan bahwa cahaya dapat menembus lebih dalam pada semikonduktor. Pada Gambar 2.4 ditunjukkan relasi antara *optical absorption coefficient* dengan panjang gelombang (*wavelength*) untuk beberapa bahan *photodetector* [3].



Gambar 2.4. *Optical Absorption Coefficients, Light Penetration Depth vs Wavelength* [3].

Parameter cahaya *visible* pada silikon instrinsik pada temperatur 300 K telah diteliti oleh M.A. Green dan M. Keevers. Dari penelitian ini diperoleh nilai parameter cahaya *visible* sesuai dengan Tabel 2.1 [12].

Tabel 2.1 Parameter Cahaya *Visibel* [12].

Cahaya	Panjang Gelombang λ (nm)	Absorption Coefficient α_s (/cm)	Light Penetration Depth $1/\alpha_s$ (cm)
Ungu	380 - 420	$2,93 \times 10^5 - 5,00 \times 10^4$	$3,41 \times 10^6 - 2,00 \times 10^5$
Nila	420 - 450	$5,00 \times 10^4 - 2,55 \times 10^4$	$2,00 \times 10^5 - 3,92 \times 10^5$
Biru	450 - 495	$2,55 \times 10^4 - 1,19 \times 10^4$	$3,92 \times 10^5 - 8,40 \times 10^5$
Hijau	495 - 570	$1,19 \times 10^4 - 5,32 \times 10^3$	$8,40 \times 10^5 - 1,88 \times 10^4$
Kuning	570 - 590	$5,32 \times 10^3 - 4,49 \times 10^3$	$1,88 \times 10^4 - 2,23 \times 10^4$
Jingga	590 - 620	$4,49 \times 10^3 - 3,52 \times 10^3$	$2,23 \times 10^4 - 2,84 \times 10^4$
Merah	620 - 750	$3,52 \times 10^3 - 1,30 \times 10^3$	$2,84 \times 10^4 - 7,69 \times 10^4$

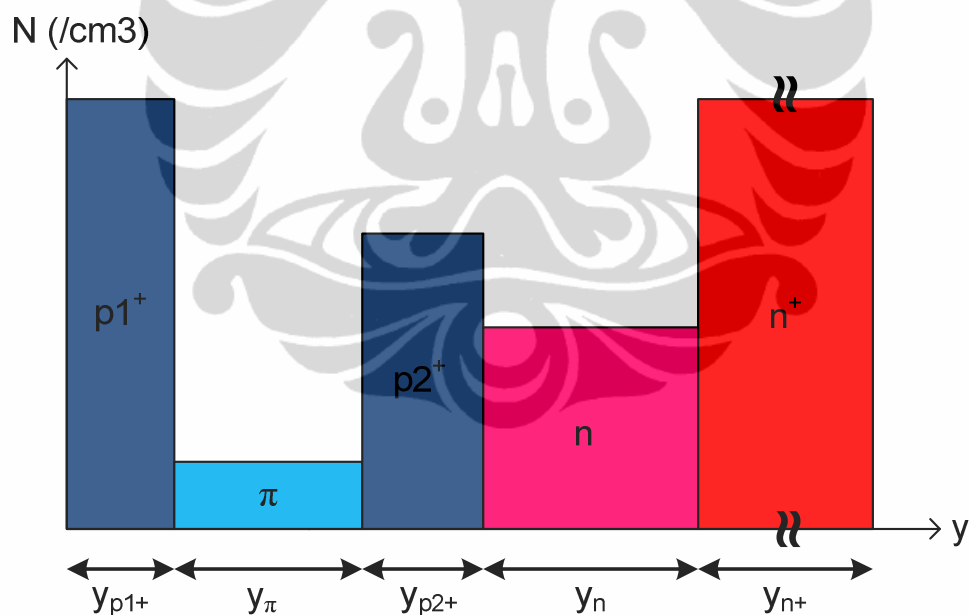


BAB 3

KONSEP PERANCANGAN DAN SIMULASI

3.1 Perancangan APD Untuk Cahaya Visible

Pada rancangan ini direncanakan APD dengan struktur *reach-through* untuk mendeteksi cahaya **ungu - nila - biru** dengan jangkauan panjang gelombang 380 nm – 495 nm, koefisien absorpsi $2,93 \times 10^5 / \text{cm} - 1,19 \times 10^4 / \text{cm}$, dan *light penetration depth* $3,41 \times 10^{-6} \text{ cm} - 8,40 \times 10^{-5} \text{ cm}$. Struktur ini memiliki lima layer, yakni layer $p1^+$, layer π , layer $p2^+$, layer n dan layer n^+ . Pada antarmuka layer $p2^+$ dan layer n terbentuk p-n junction. Masing-masing layer memiliki konsentrasi dan kedalaman (y) tertentu dengan tujuan agar terbentuk pola medan listrik yang tepat untuk mendeteksi cahaya masuk. Rancangan ini memiliki struktur divais sesuai dengan Gambar 3.1.



Gambar 3.1. Struktur Divais APD

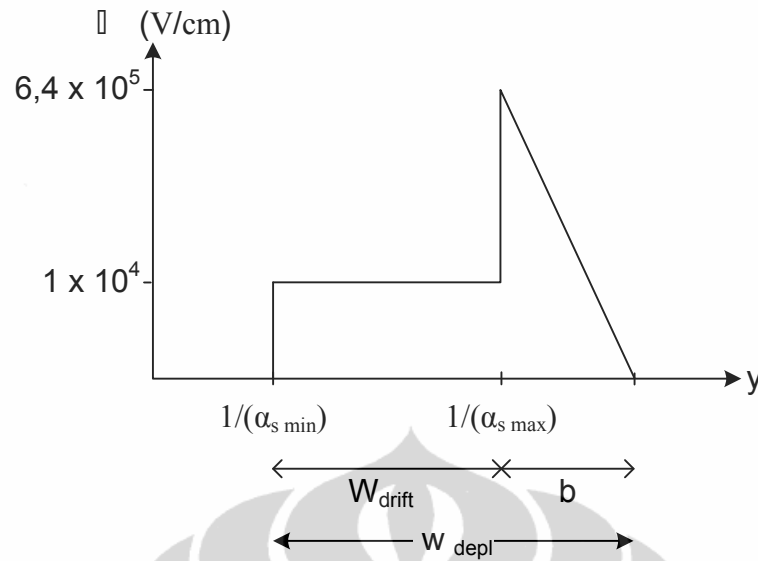
Dengan proses *metallization*, layer $p1^+$ dan layer n^+ substrate dihubungkan dengan aluminium sebagai *anode* dan *cathode*. Selanjutnya untuk memberikan prategangan balik, *anode* dihubungkan ke *ground* dan *cathode* diberi tegangan positif. Nilai prategangan balik ini diatur sedemikian rupa agar dapat menghasilkan pola medan listrik yang tertentu pada struktur APD.

Distribusi medan listrik dibagi menjadi dua region, yakni *drift region* dan *multiplication region* (MR). Pada *drift region* dengan lebar W_{drift} dirancang agar *carriers* dapat bergerak dengan kecepatan saturasi pada $\mathcal{E} = 1 \times 10^4$ V/cm, sementara pada MR dengan lebar b yang merupakan region dengan medan listrik tinggi dirancang agar terjadi *avalanche* dengan memiliki medan listrik untuk menghasilkan *impact ionization* dengan nilai ambang minimum sebesar $\mathcal{E} = 1,75 \times 10^5$ V/cm dan medan listrik maksimum sebesar $\mathcal{E}_m = 6,4 \times 10^5$ V/cm. Pada kedua *region* terbentuk *depletion layer* dengan lebar *depletion layer* (W_{depl}) merupakan penjumlahan dari *depletion region* pada *layer* $p2^+$ (l_p) dan *depletion region* pada *layer* n (l_n) serta *depletion region* pada *layer* π . Prategangan balik (V_a) serta konsentrasi *layer* $p2^+$ (N_a) dan konsentrasi *layer* n (N_d) akan menentukan lebar *depletion layer* (W_{depl}). Struktur ini pada dasarnya merupakan struktur *reach-through* dengan lebar (W_{depl}) merupakan penjumlahan dari lebar *drift region* (W_{drift}) dan lebar MR (b). Untuk mendeteksi cahaya **ungu – nila – biru**, maka ditentukan lebar *drift region* dengan Persamaan (3.1).

$$\begin{aligned} W_{drift} &= \left(\frac{1}{\alpha_{s\ max}} \right) - \left(\frac{1}{\alpha_{s\ min}} \right) = 8,40 \times 10^{-5} \text{ cm} - 3,41 \times 10^{-6} \text{ cm} \\ &= 840 - 34,1 \text{ nm} \\ &\approx 806 \text{ nm} \end{aligned} \quad \dots (3.1)$$

Dengan demikian rancangan struktur APD ini memiliki *drift region* dimulai dari kedalaman 380 nm dengan lebar (W_{drift}) sebesar 806 nm dan MR dimulai dari kedalaman 840 nm dengan lebar (b) sebesar 470 nm.

Adapun rancangan pola medan listrik (\mathcal{E}) untuk membentuk *depletion layer* ini ditunjukkan pada Gambar 3.2.



Gambar 3.2. *Depletion Layer* dan Pola Medan Listrik Pada APD

Adapun persamaan medan listrik di sepanjang area b pada Gambar 3.2 adalah sesuai dengan Persamaan (3.2).

$$\square(y) = \frac{-6,4 \times 10^5}{b} y + 6,4 \times 10^5 \text{ V/cm} \quad \dots (3.2)$$

Berdasarkan rancangan pada Gambar 3.1 dan Gambar 3.2 dilakukan perhitungan panjang masing-masing *layer* untuk mendeteksi cahaya **ungu – nila – biru** dengan langkah-langkah sebagai berikut. Penentuan panjang *layer* $p1^+$ (y_{p1^+}) dirancang sebesar *light penetration depth* minimum dengan konsentrasi $N_{p1^+} = 1 \times 10^{20} /\text{cm}^3$. Panjang *layer* π dirancang sebesar beda antara *light penetration depth* maksimum ($1/\alpha_{s \max}$) dengan *light penetration depth* minimum ($1/\alpha_{s \min}$) dengan konsentrasi $N_{\pi} = 1 \times 10^{11} /\text{cm}^3$. Selanjutnya ditentukan panjang *layer* $p2^+$ (y_{p2^+}) sebesar 100 nm dengan konsentrasi $N_{p2^+} = 1 \times 10^{19} /\text{cm}^3$ serta panjang *layer* n (b) sebesar 470 nm dengan konsentrasi $N_n = 1 \times 10^{17} /\text{cm}^3$. Hasil perhitungan panjang dari tiap *layer* sesuai dengan Persamaan (3.3) – Persamaan (3.6).

$$y_{p1^+} = \frac{1}{\alpha_{s \min}} = 3,41 \times 10^{-6} \text{ cm} \approx 34 \text{ nm} \quad \dots (3.3)$$

$$\begin{aligned}
 y_{\pi} &= \frac{1}{\alpha_{s\max}} - \frac{1}{\alpha_{s\min}} \\
 &= 8,40 \times 10^{-5} \text{ cm} - 3,41 \times 10^{-6} \text{ cm} \\
 &\approx 806 \text{ nm} \quad \dots (3.4)
 \end{aligned}$$

$$y_{p2+} = 100 \text{ nm} \quad \dots (3.5)$$

$$y_n = 470 \text{ nm} \quad \dots (3.6)$$

Selanjutnya dihitung tegangan *breakdown* (V_B) dengan Persamaan (2.2) dan diperoleh V_B sekitar 15,8 Volt sesuai dengan perhitungan pada Persamaan (3.7).

$$\begin{aligned}
 V_B &= \int \square dy = \square_d \times W_{drift} + \frac{1}{2}b \times \square_m \\
 &= 1 \times 10^4 \frac{\text{V}}{\text{cm}} \times 806 \text{ nm} + \frac{1}{2} \times 470 \text{ nm} \times 6 \times 10^5 \text{ V/cm} \\
 &= 1 \times 10^4 \frac{\text{V}}{\text{cm}} \times 806 \times 10^{-7} \text{ cm} + \frac{1}{2} \times 470 \times 10^{-7} \text{ cm} \times 6,4 \\
 &\quad \times 10^5 \text{ V/cm} \\
 &\approx 15,8 \text{ V} \quad \dots (3.7)
 \end{aligned}$$

Struktur APD ini menimbulkan *dead space* pada daerah MR dengan lebar b sebesar 470 nm yang dihitung dengan formula pada Persamaan (2.8) dan Persamaan (2.9). Titik 0 pada Persamaan (2.8) dan Persamaan (2.9) dihitung untuk kedalaman *light penetration depth* maksimum ($1/\alpha_{s\max}$), dengan asumsi, pada titik ini *carrier* mengalami medan listrik tinggi sesuai dengan Persamaan (3.2). Berdasarkan Persamaan (2.8) dan Persamaan (2.9) diperoleh hasil *dead space* untuk elektron dan *hole* sesuai dengan Tabel 3.1.

Tabel 3.1. *Dead Space* Elektron dan *Hole*

Kedalaman MR (nm)	<i>Dead Space</i> (nm)	
	Elektron (d_e)	<i>Hole</i> (d_h)
0	15,52	-
47	17,3	26,9
94	19,6	30,0
141	22,6	33,9
188	26,7	38,9
235	32,8	45,5
282	43,1	54,7
329	66,6	67,1
376	-	85,6
423	-	113
470	-	152,4

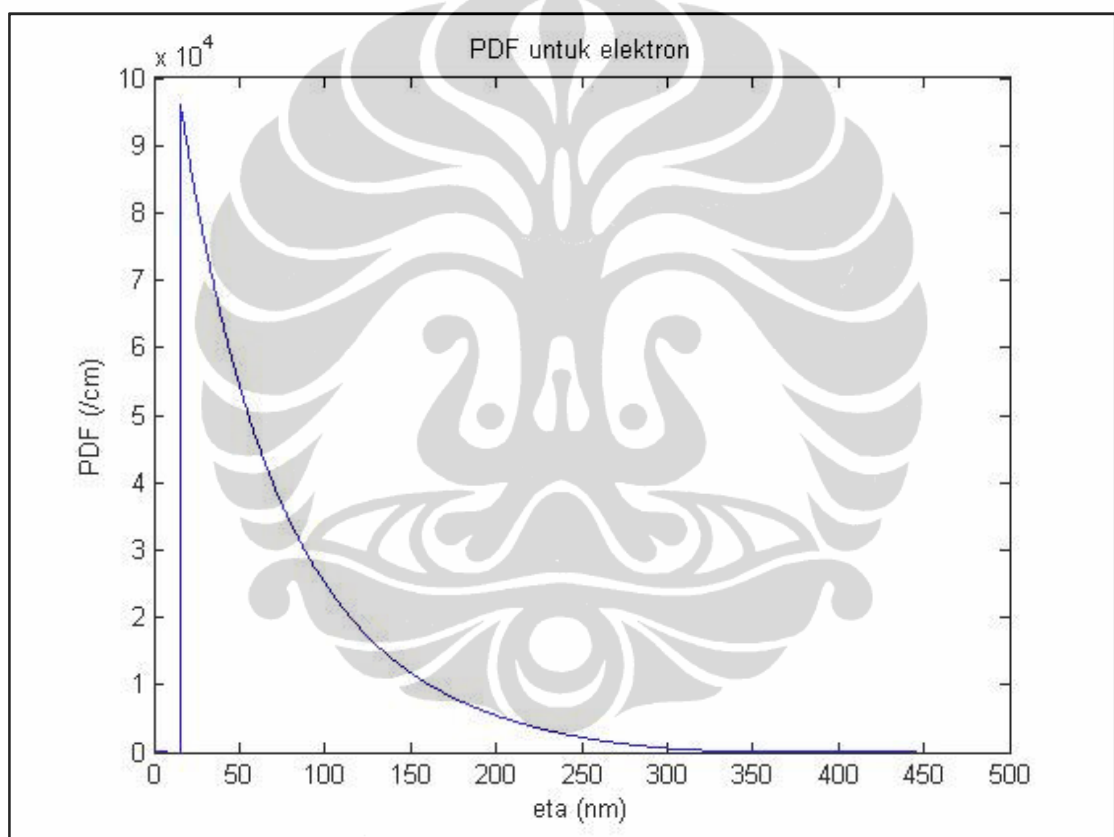
Dead space elektron memiliki nilai pada kedalaman MR dari 0 nm hingga 350 nm, sementara *hole dead space* memiliki nilai pada kedalaman MR dari 25,68 nm hingga 470 nm.

Perhitungan koefisien ionisasi untuk elektron dan *hole* dilakukan guna menentukan nilai *probability density function* (PDF) dengan menggunakan Persamaan (2.12) dan Persamaan (2.13). Hasil perhitungan ini ditampilkan pada Tabel 3.2.

Tabel 3.2. Koefisien Ionisasi Elektron dan *Hole*

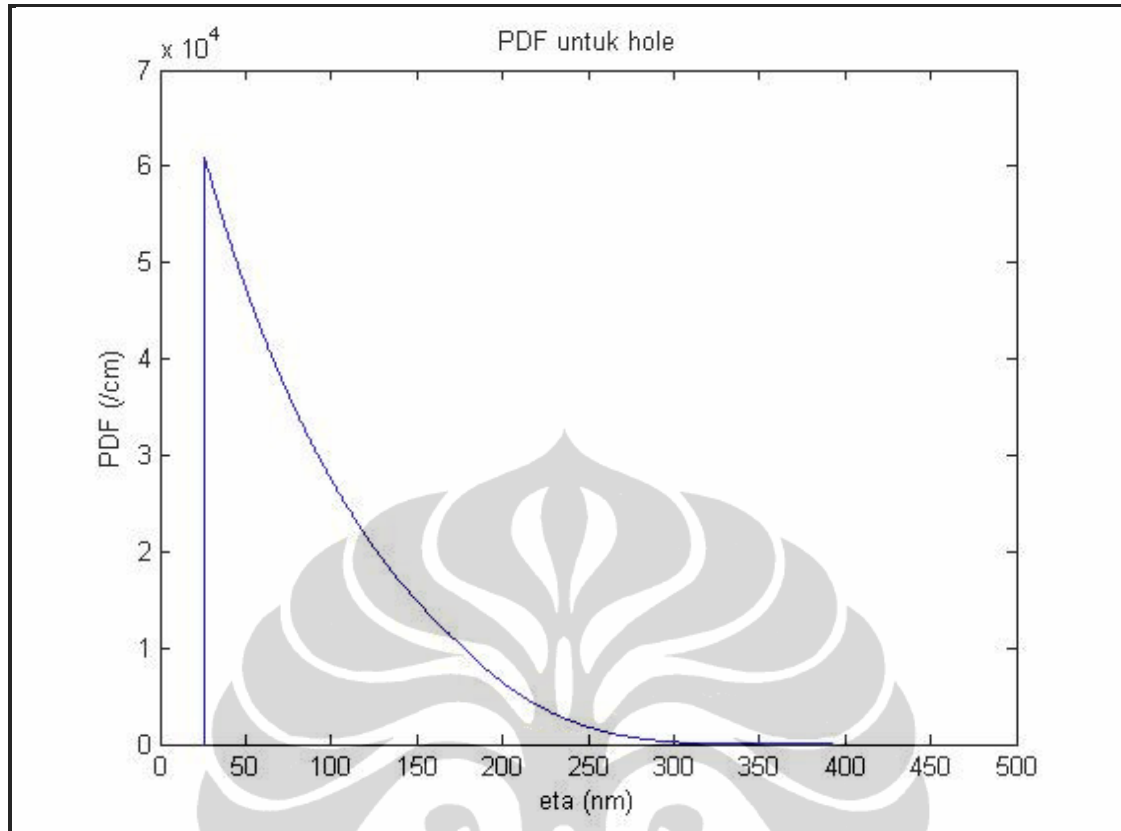
Kedalaman MR (nm)	<i>Koefisien Ionisasi</i> (/cm)	
	Elektron (α)	<i>Hole</i> (β)
0	102700	47630
47	82950	35500
94	63500	24580
141	45040	15330
188	28490	787
235	15010	272,6
282	5736	55,55
329	1155	3,92
376	0	0
423	0	0
470	0	0

Hasil perhitungan *electron dead space* $d_e(y)$ dan *hole dead space* $d_h(y)$ digunakan untuk menentukan persamaan *probability density function* (PDF) sesuai dengan Persamaan (2.10) dan Persamaan (2.11). Persamaan PDF elektron $h_e(y,\eta)$ dan *hole* $h_h(y,\eta)$ pada jarak tertentu ini memasukkan parameter *electron ionization coefficient* $\alpha(y)$ dan *hole ionization coefficient* $\beta(y)$ pada Tabel 3.2 serta posisi terjadinya *impact ionization* (η). Grafik PDF untuk elektron terhadap lokasi ionisasi η untuk MR = 470 nm ditampilkan pada Gambar 3.3.



Gambar 3.3. PDF untuk Elektron vs Lokasi Ionisasi η untuk MR = 470 nm

Grafik *Probability Density Function* (PDF) untuk *hole* terhadap lokasi ionisasi η untuk MR = 470 nm ditampilkan pada Gambar 3.4.

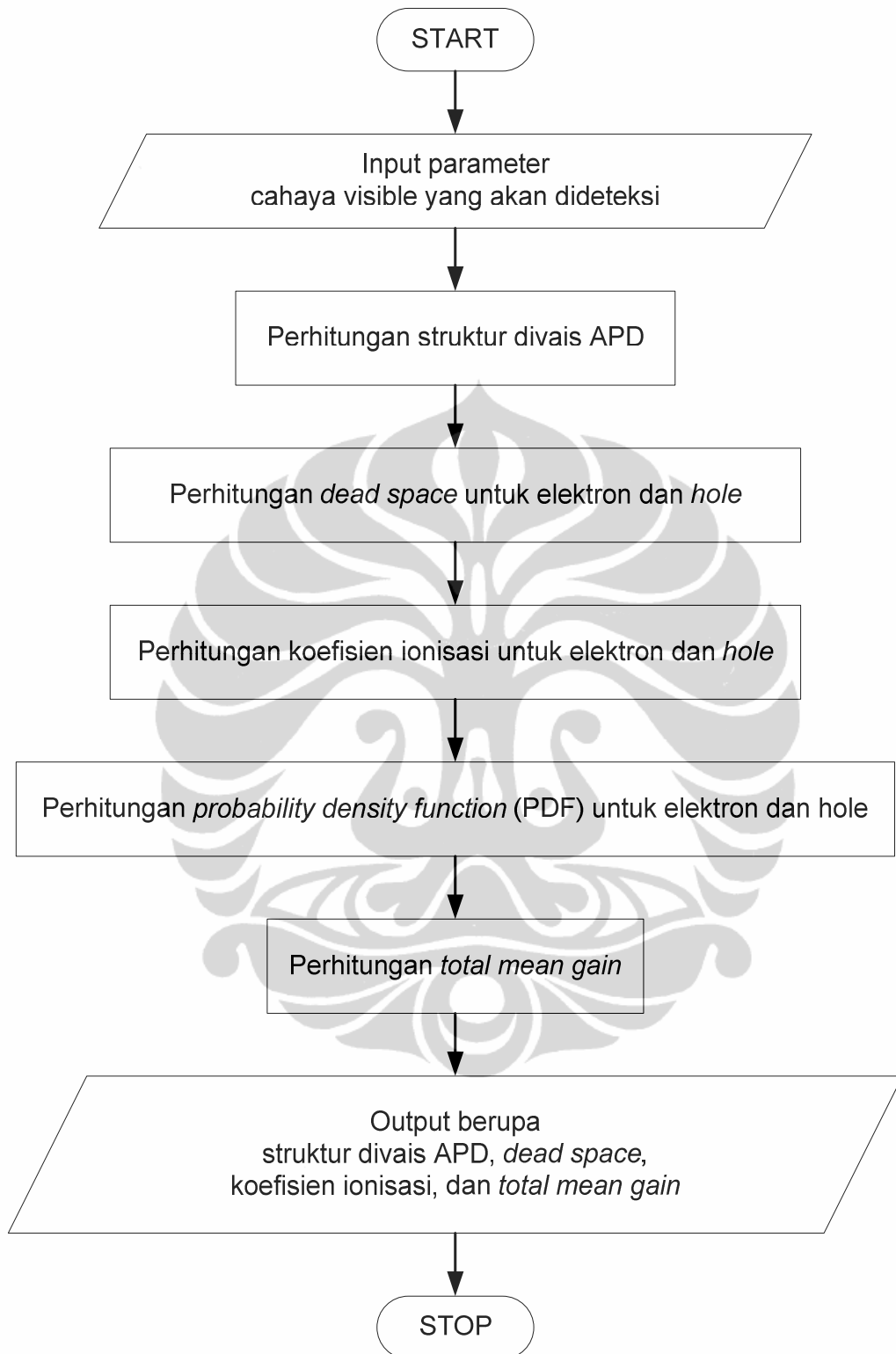


Gambar 3.4. PDF untuk Hole vs Lokasi Ionisasi η untuk MR = 470 nm

Selanjutnya untuk perhitungan *total mean gain* dilakukan secara numerik dengan menggunakan kondisi batas $z_e(b) = z_h(0) = 1$ pada Persamaan *Recurrence* (2.14) dan Persamaan (2.15). Setelah kedua persamaan ini diselesaikan secara numerik melalui beberapa kali iterasi hingga mencapai kondisi konvergen, maka akan diperoleh *total mean gain* melalui Persamaan (2.16) – Persamaan (2.18).

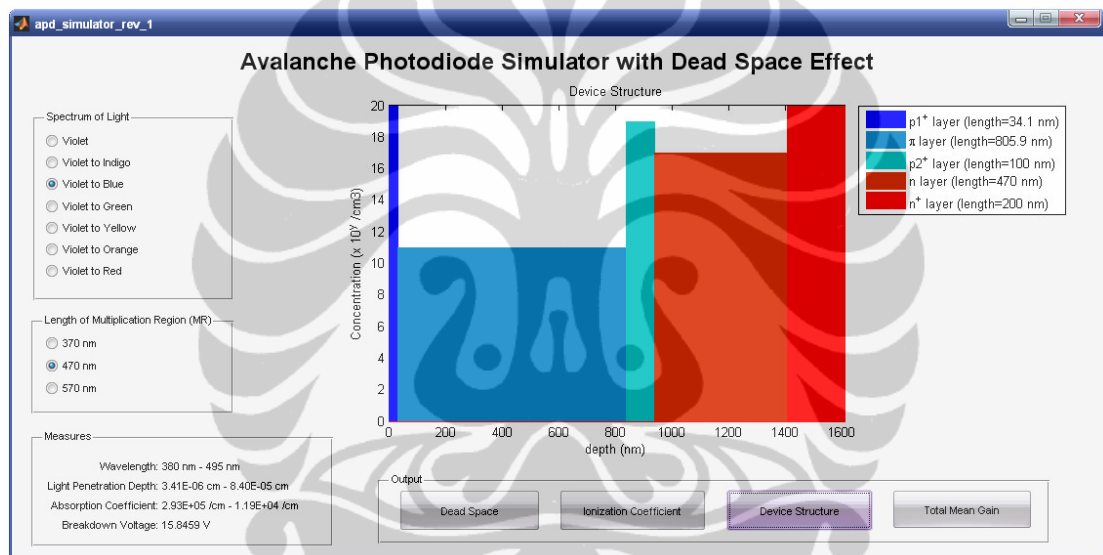
3.2 Simulasi APD Untuk Cahaya Visible

Pada penelitian ini disusun aplikasi perangkat lunak untuk simulasi struktur divais APD yang mampu mendeteksi cahaya visible dengan memperhitungkan efek *dead space*. Simulasi ini disusun menggunakan perangkat lunak MATLAB versi 7.11.0.584 dengan fasilitas *Graphical User Interface* (GUI) untuk memudahkan pengguna dalam mengoperasikannya. Adapun diagram alir simulasi ini ditampilkan pada Gambar 3.5.



Gambar 3.5. Diagram Alir Simulasi

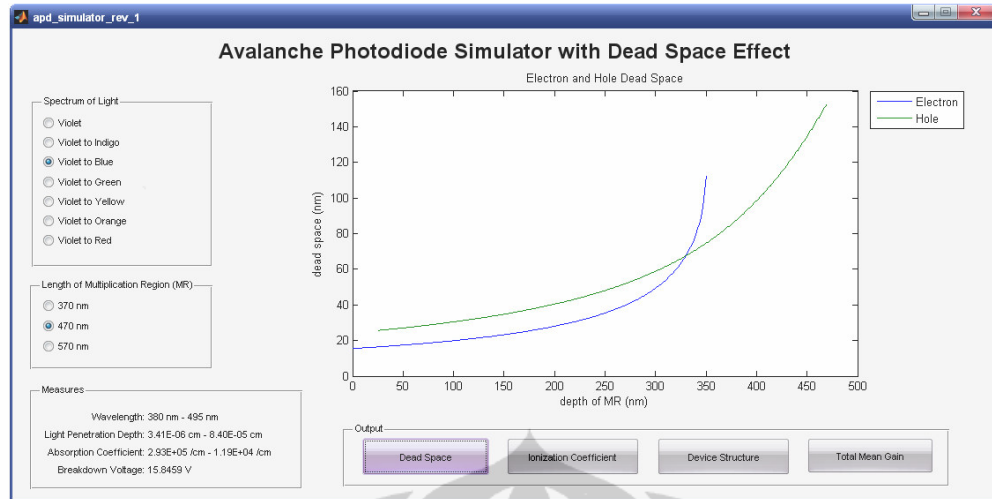
Simulator APD dengan efek *dead space* untuk cahaya *visible* diawali dengan memasukkan parameter cahaya yang akan dideteksi mencakup panjang gelombang (λ), koefisien absorpsi (α_s), dan *light penetration depth* ($1/\alpha_s$). Untuk memudahkan simulasi, masukan parameter cahaya tersebut telah disiapkan dan kemudian ditampilkan dengan fasilitas GUI. Selanjutnya simulator memberi pilihan kepada operator untuk memilih output berupa informasi tentang struktur divais APD, *dead space*, koefisien ionisasi, dan *total mean gain*. Tampilan simulator APD ditunjukkan pada Gambar 3.6.



Gambar 3.6. Tampilan Simulator APD

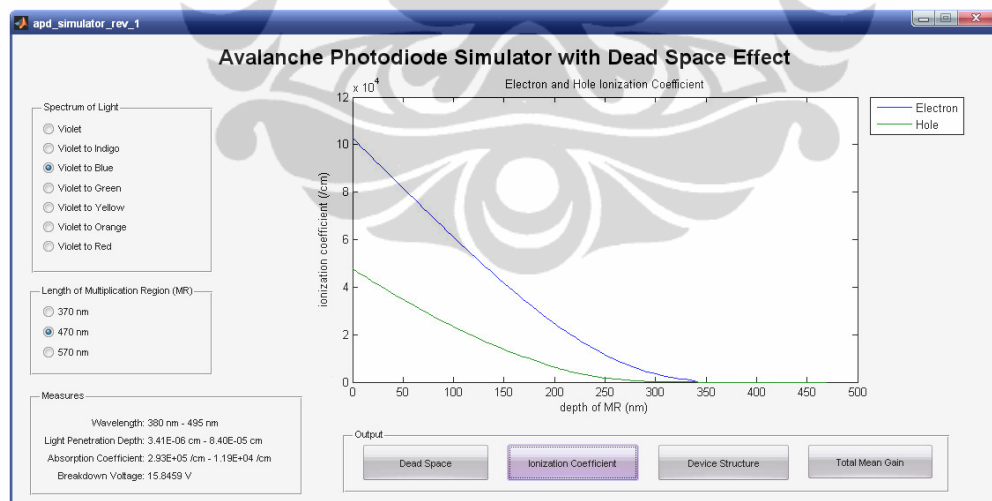
Operasi perhitungan struktur divais APD yang dilakukan oleh komputer mencakup perhitungan kedalaman *layer*, konsentrasi dari *layer* dan *breakdown voltage*. Operasi ini dilakukan menggunakan Persamaan (3.1) - Persamaan (3.7).

Parameter *dead space* ditampilkan pada simulasi berdasarkan Persamaan (2.18) dan Persamaan (2.19). Efek *dead space* untuk elektron dan *hole* hanya ditampilkan pada area *multiplication region* (MR) mengingat multiplikasi elektron dan *hole* hanya terjadi pada MR. Gambar 3.7 menunjukkan grafik *dead space* terhadap kedalaman MR.



Gambar 3.7. Tampilan Grafik *dead space* vs Kedalaman MR

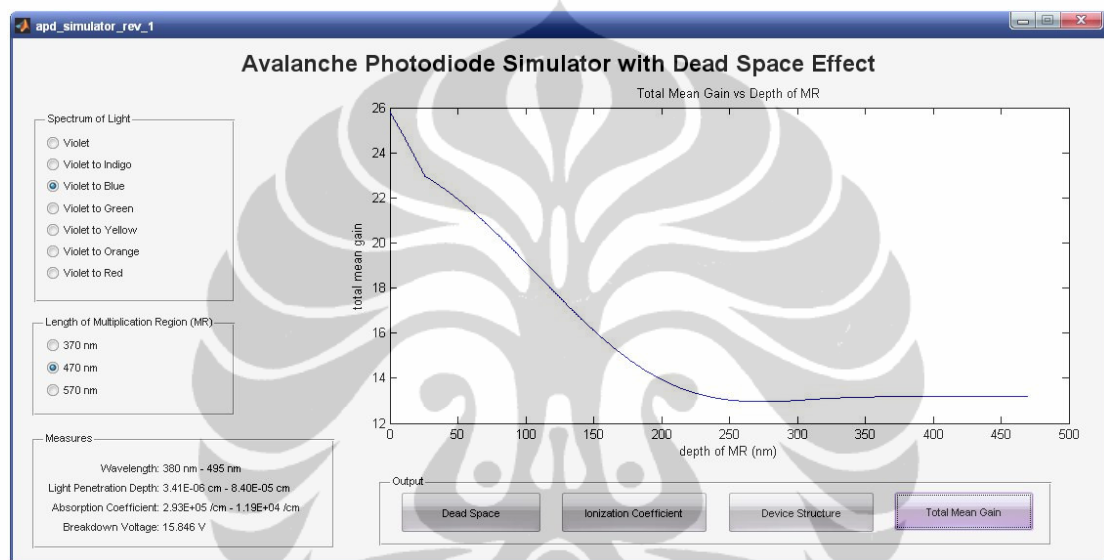
Parameter koefisien ionisasi elektron (α) dan *hole* (β) juga dapat ditampilkan pada perangkat lunak ini. Kedua koefisien ionisasi tersebut dihitung berdasarkan Persamaan (2.12) dan Persamaan (2.13) dalam rentang medan listrik $1,75 \times 10^5 < \square < 6,40 \times 10^5 \text{ V cm}^{-1}$. Rentang medan listrik ini terjadi pada MR. Tampilan grafik α dan β ditunjukkan pada Gambar 3.8.



Gambar 3.8. Tampilan Grafik Koefisien Ionisasi Elektron dan *Hole* vs Kedalaman MR

Simulator APD juga dapat menampilkan parameter *total mean gain* yang merupakan penjumlahan dari *position-dependent electron mean gain* ($\langle G_e(y) \rangle$) dan *position-dependent hole mean gain* ($\langle G_h(y) \rangle$) pada MR sesuai dengan Persamaan (2.16) – Persamaan (2.18). Perhitungan *total mean gain* merupakan

gabungan dari perhitungan *dead space*, koefisien ionisasi, hingga *probability density function* (PDF), serta dilanjutkan dengan perhitungan persamaan *recurrence* untuk *ensemble average* sesuai dengan Persamaan (2.14) dan Persamaan (2.15) pada MR. Nilai awal yang digunakan untuk menyelesaikan Persamaan (2.14) dan Persamaan (2.15) adalah $z_e(b) = z_h(0) = 1$. Selanjutnya dilakukan iterasi hingga tercapai kondisi konvergen. Gambar 3.9 menunjukkan grafik *total mean gain* terhadap kedalaman MR.



Gambar 3.9. Tampilan Grafik *Total Mean Gain* vs Kedalaman MR

BAB 4

ANALISA DAN PERHITUNGAN

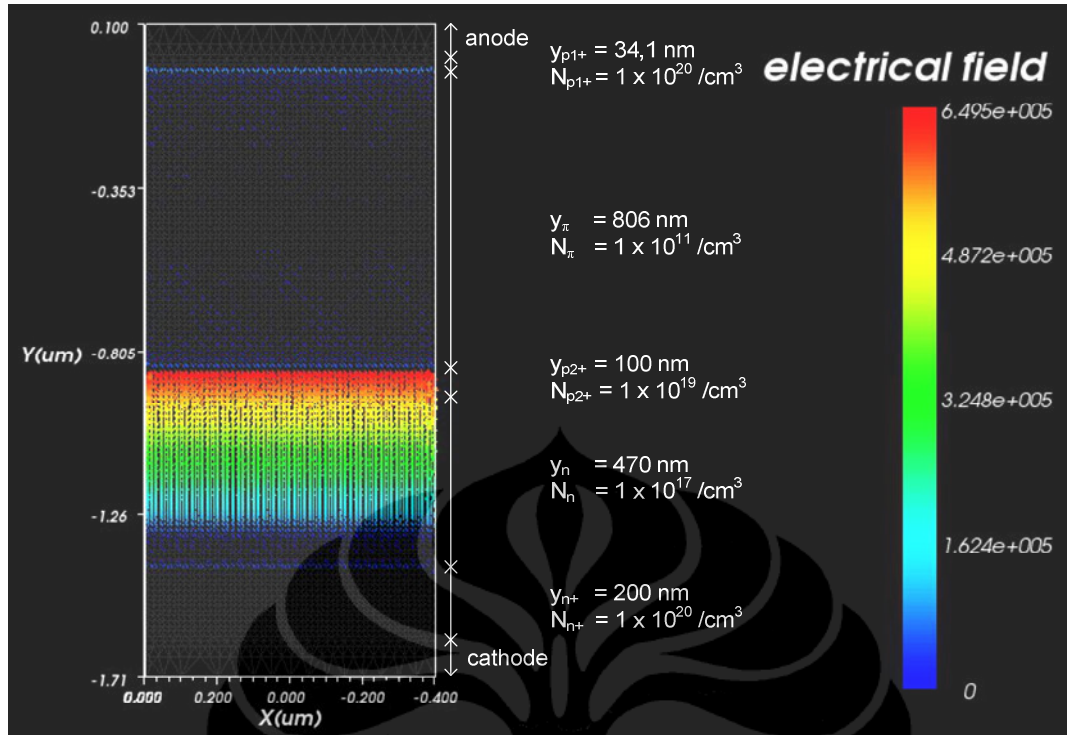
4.1. Analisa Struktur Divais

Rancangan struktur APD pada tesis ini ditujukan untuk mendeteksi cahaya *visible* dengan panjang gelombang tertentu. Analisa struktur divais ini dilakukan untuk APD yang dirancang mendeteksi cahaya **ungu – nila – biru** melalui *anode*. Photon dari cahaya tersebut yang masuk ke APD akan diserap pada kedalaman $3,41 \times 10^{-6} \text{ cm} - 8,40 \times 10^{-5} \text{ cm}$ (sesuai dengan nilai *light penetration depth* pada Tabel 2.1) dan mengeksitasi elektron pada kedalaman tersebut. Dengan dipengaruhi oleh medan listrik yang tinggi, terbentuk pasangan elektron – *hole* inisial yang bergerak terpisah. Nilai acuan medan listrik (\square) untuk menghasilkan ionisasi elektron dan *hole* diambil dari hasil penelitian Van Overstraeten dan De Man yakni pada nilai $1,75 \times 10^5 < \square < 6,40 \times 10^5 \text{ V cm}^{-1}$. Ionisasi elektron dan *hole* pada medan listrik tinggi tersebut menyebabkan terjadinya fenomena *avalanche* pada daerah *multiplication region* (MR). Untuk itu dilakukan pengaturan nilai medan listrik dengan cara mengatur nilai prategangan balik serta mengatur konsentrasi doping dan kedalaman *layer p1⁺*, *layer π* , *layer p2⁺*, *layer n* dan *layer n+ substrate*. Pemberian prategangan balik pada divais APD menyebabkan medan listrik yang menyebabkan elektro bergerak menuju ke *cathode*, sementara *hole* bergerak menuju ke *anode*.

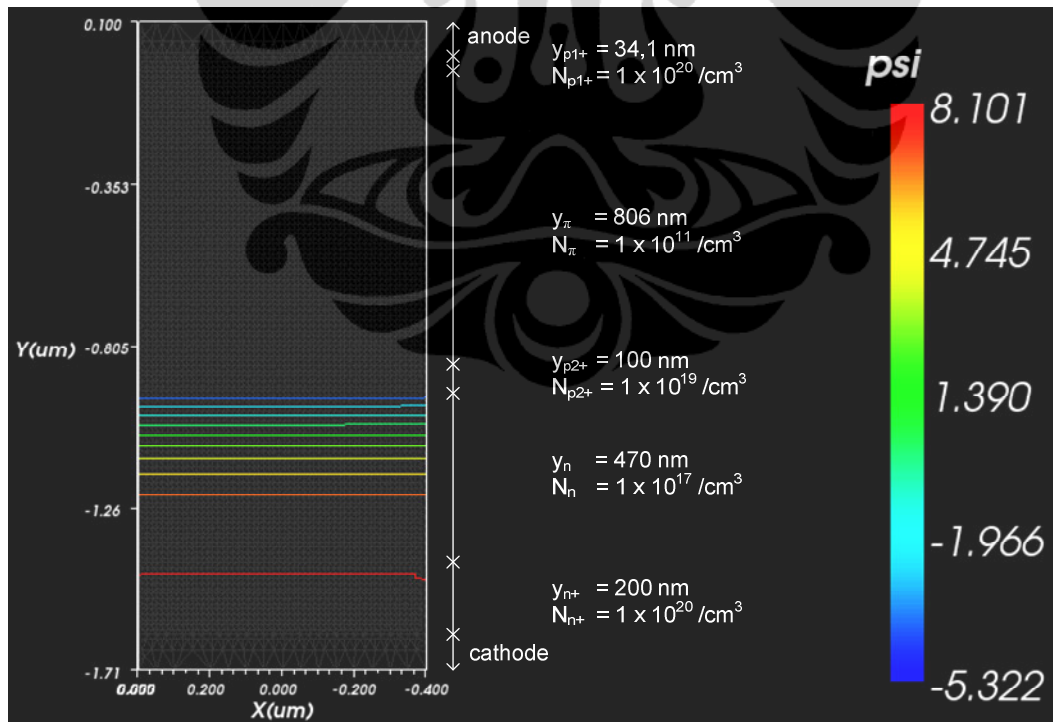
Perhitungan panjang *layer* pada rancangan divais ini dimulai dengan menentukan pola medan listrik sesuai dengan rancangan pada Gambar 3.2. Rancangan ini memerlukan medan listrik tinggi pada MR mengingat pada region ini merupakan lokasi terjadinya peningkatan rata-rata jumlah elektron dan *hole* (selanjutnya dihitung sebagai parameter *total mean gain*). Untuk itu ditentukan relasi medan listrik dengan kedalaman sesuai dengan Persamaan (3.2). Pada rancangan ini MR berada pada *layer n* dimulai pada kedalaman setara dengan *light penetration depth* maksimum ($1/\alpha_{s \text{ max}}$) dengan panjang 470 nm. Sementara *drift region* berada pada *layer π* dan *layer p2⁺* dengan medan listrik sebesar $\square = 1 \times 10^4 \text{ V/cm}$ yang dimulai dari kedalaman setara dengan *light penetration*

depth minimum ($1/\alpha_{s\ min}$). Adapun panjang dari *drift region* setara dengan selisih antara *light penetration depth* maksimum ($1/\alpha_{s\ max}$) dengan *light penetration depth* minimum ($1/\alpha_{s\ min}$). Rancangan drift region menentukan panjang layer π sebesar 806 nm dan panjang layer $p2^+$ sebesar 100 nm sesuai dengan Persamaan (3.4) dan Persamaan (3.5). Dengan penentuan *drift region* yang dimulai pada kedalaman $1/\alpha_{s\ min}$, maka dapat ditentukan bahwa kedalaman ini merupakan panjang dari layer $p1^+$ yang terhubung ke *anode*.

Serupa dengan panjang layer, maka penentuan konsentrasi layer pada rancangan divais ini juga mengacu pada rancangan pola medan listrik Gambar 3.2. Konsentrasi layer $p1^+$ ditentukan sebesar $1 \times 10^{20} /\text{cm}^3$, konsentrasi layer π sebesar $1 \times 10^{11} /\text{cm}^3$, konsentrasi layer $p2^+$ sebesar $1 \times 10^{19} /\text{cm}^3$, konsentrasi layer n sebesar $1 \times 10^{17} /\text{cm}^3$ serta konsentrasi layer n^+ sebesar $1 \times 10^{20} /\text{cm}^3$. Selanjutnya dilakukan simulasi medan listrik untuk menguji pola medan listrik. Untuk keperluan simulasi medan listrik pada divais dengan struktur dengan layer $p1^+$, layer π , layer $p2^+$, layer n dan layer n^+ digunakan perangkat lunak Cogenda Visual TCAD versi 1.6.3-1. Berdasarkan hasil simulasi dengan perangkat lunak ini dapat dipastikan bahwa pada layer n dengan panjang 470 nm terbentuk pola medan listrik yang menurun secara linier dengan nilai maksimum sebesar $6,495 \times 10^5 \text{ V/cm}$ pada p-n *junction* di kedalaman $1/\alpha_{s\ max}$ sesuai dengan rancangan pada Gambar 3.2 dan terdapat medan listrik untuk menimbulkan *drift region* pada layer layer π dan layer $p2^+$. Hasil simulasi medan listrik pada prategangan balik 12,3 Volt untuk struktur divais APD guna mendeteksi cahaya **ungu – nila – biru** ditunjukkan pada Gambar 4.1 dan hasil simulasi distribusi potensial (*psi*) dalam satuan Volt ditunjukkan pada Gambar 4.2.

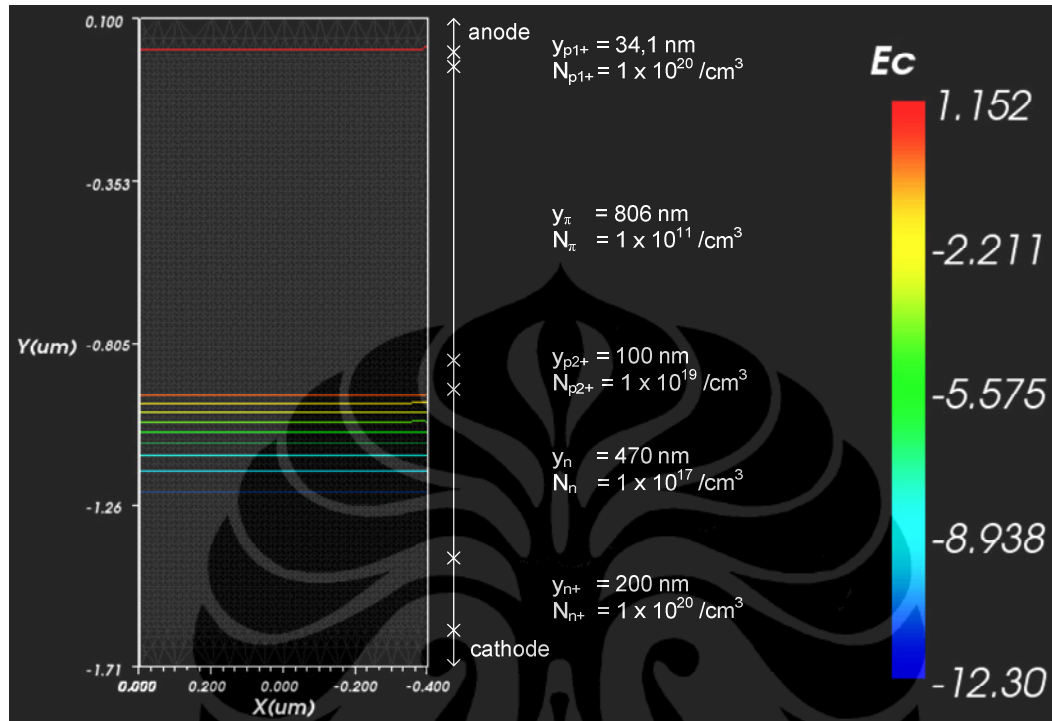


Gambar 4.1. Hasil Simulasi Medan Listrik Dengan Perangkat Lunak Cogenda



Gambar 4.2. Hasil Simulasi Distribusi Potensial (psi) Dengan Perangkat Lunak Cogenda

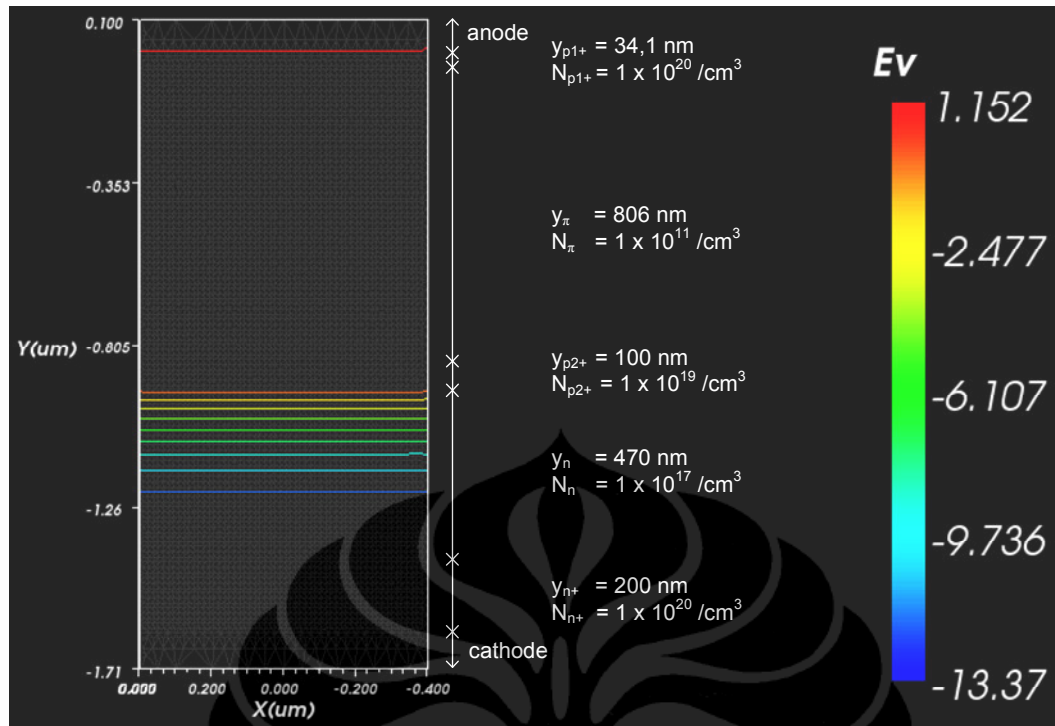
Simulasi dengan perangkat lunak Cogenda terhadap rancangan divais APD dengan struktur *layer p1+*, *layer π*, *layer p2+*, *layer n* dan *layer n+* menghasilkan diagram *conduction band* sesuai dengan Gambar 4.3.



Gambar 4.3. Hasil Simulasi Diagram *Conduction Band* Dengan Perangkat Lunak Cogenda

Parameter E_c pada Gambar 4.3 merupakan batas bawah *conduction band* pada kedalaman tertentu dari divais APD dengan satuan eV. Nilai maksimum E_c berada pada sisi *anode* sementara nilai minimum E_c berada pada sisi *cathode*. Pada *layer n* terjadi penurunan nilai E_c yang tajam (ditunjukkan dengan perubahan warna pada diagram). Mengingat bahwa *conduction band* merupakan jangkauan energi elektron, maka diagram ini menunjukkan kecenderungan pergerakan elektron dari sisi *anode* menuju *cathode* serta terjadi *avalanche multiplication* pada *layer n*.

Untuk mengetahui jangkauan energi *hole* pada rancangan ini, peneliti melakukan simulasi *valence band* dengan perangkat lunak Cogenda. Hasil simulasi ini ditampilkan pada Gambar 4.4.

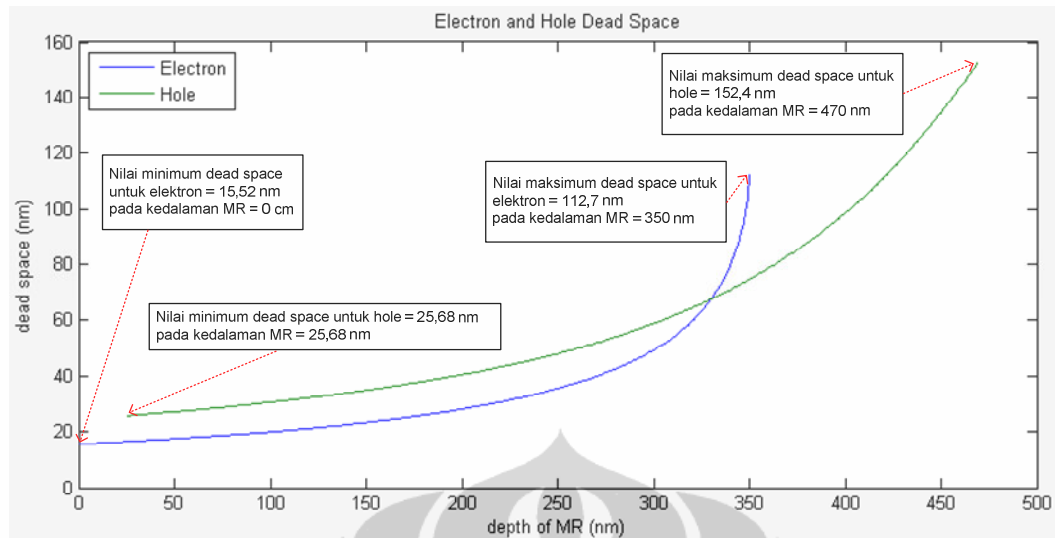


Gambar 4.4. Hasil Simulasi Diagram *Valence Band* Dengan Perangkat Lunak Cogenda

Parameter E_v pada Gambar 4.4 merupakan batas atas *valence band* pada kedalaman tertentu dari divais APD dengan satuan eV. Nilai maksimum E_v berada pada sisi *anode* sementara nilai minimum E_v berada pada sisi *cathode*. Pada *layer n* terjadi kenaikan nilai E_v yang tajam (ditunjukkan dengan perubahan warna pada diagram). Mengingat bahwa *valence band* merupakan jangkauan energi *hole*, maka diagram ini menunjukkan kecenderungan pergerakan *hole* dari sisi *cathode* menuju *anode* serta terjadi *avalanche multiplication* pada *layer n*.

4.2 Analisa Efek *Dead Space* Elektron dan *Hole*

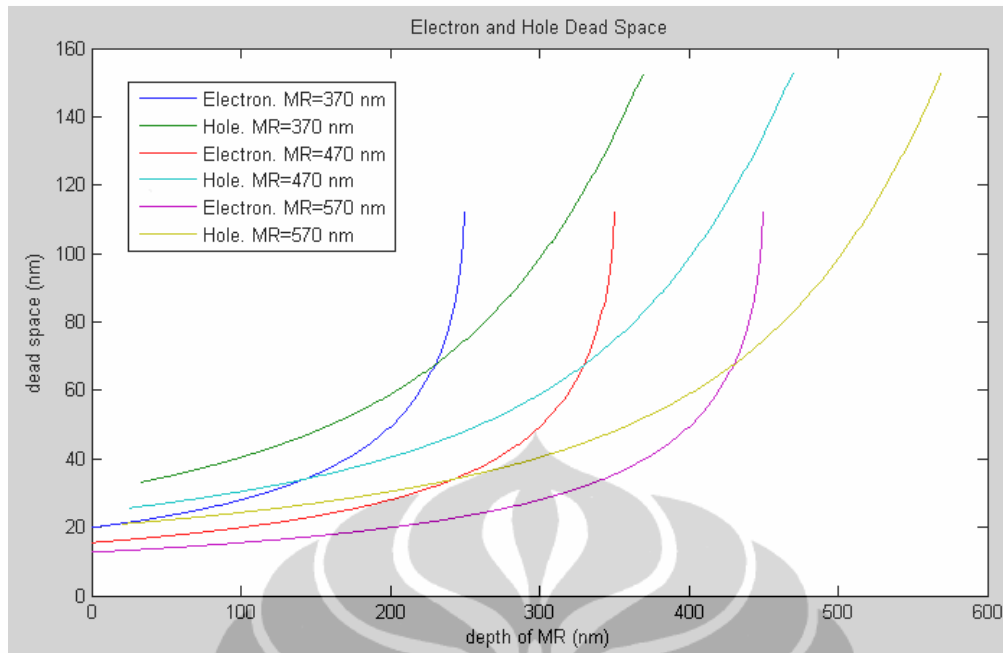
Dead Space merupakan jarak minimum yang perlu ditempuh oleh *carrier* yang baru terbentuk untuk memperoleh energi yang cukup untuk menyebabkan *impact ionization*. Persamaan *dead space* (2.8) dan Persamaan (2.9) digunakan untuk menentukan nilai *dead space* untuk elektron dan *hole* pada rancangan divais ini. Dengan kedalaman *multiplication region* (MR) sebesar 470 nm diperoleh nilai *dead space* untuk elektron dan *hole* sesuai pada Tabel 3.1. Grafik relasi *dead space* dengan kedalaman MR ditampilkan pada Gambar 4.5.



Gambar 4.5. Grafik Elektron dan *Hole Dead Space* vs Kedalaman MR

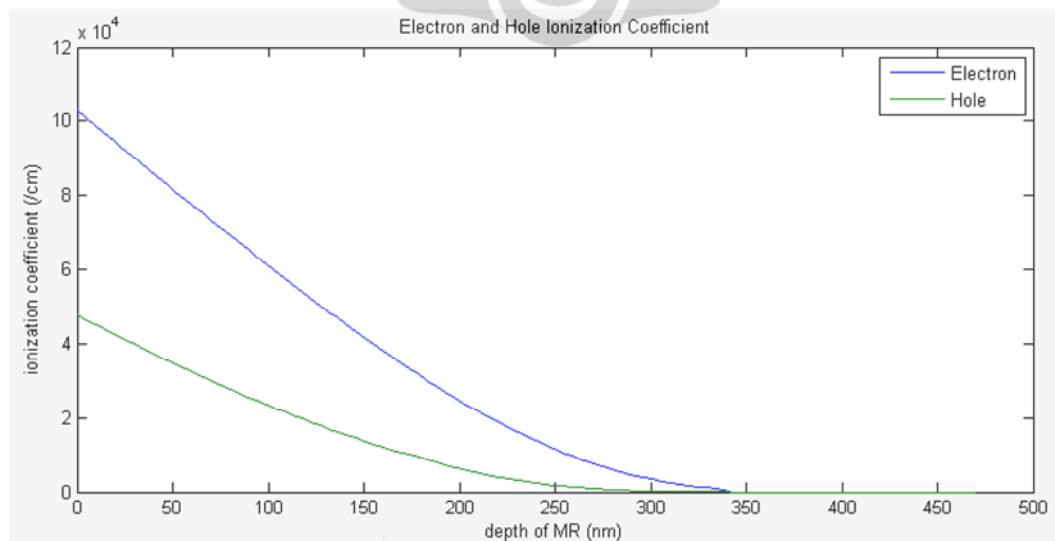
Pada kedalaman 0 hingga 330 nm, elektron memiliki nilai *dead space* yang lebih besar daripada *hole*, sementara pada kedalaman 330 hingga 470 nm, *hole* memiliki nilai *dead space* yang besar daripada elektron. Mengingat pola medan listrik pada rancangan ini sesuai dengan Gambar 3.2 serta hasil simulasi pada Gambar 4.1, maka dapat dinyatakan bahwa pada MR terjadi pergerakan elektron dari kedalaman 0 menuju kedalaman 470 nm (dari kiri ke kanan pada Gambar 4.5), sementara pergerakan *hole* dari kedalaman 470 nm menuju kedalaman 0 nm (dari kiri ke kanan pada Gambar 4.5). Pergerakan elektron pada MR membatasi nilai *dead space* pada kedalaman 350 nm sementara pergerakan *hole* pada MR membatasi nilai *dead space* pada kedalaman 25,68 nm. Elektron dan *hole dead space* akan mengurangi *Probability Density Function* (PDF) untuk elektron $h_e(y,\eta)$, PDF untuk *hole* $h_h(y,\eta)$, serta *total mean gain*, karena adanya jarak minimum yang perlu diperhitungkan untuk menghasilkan *impact ionization*.

Perbandingan *dead space* untuk elektron dan *hole* pada kedalaman MR dengan panjang 370 nm, 470 nm dan 570 nm ditunjukkan pada Gambar 4.6.



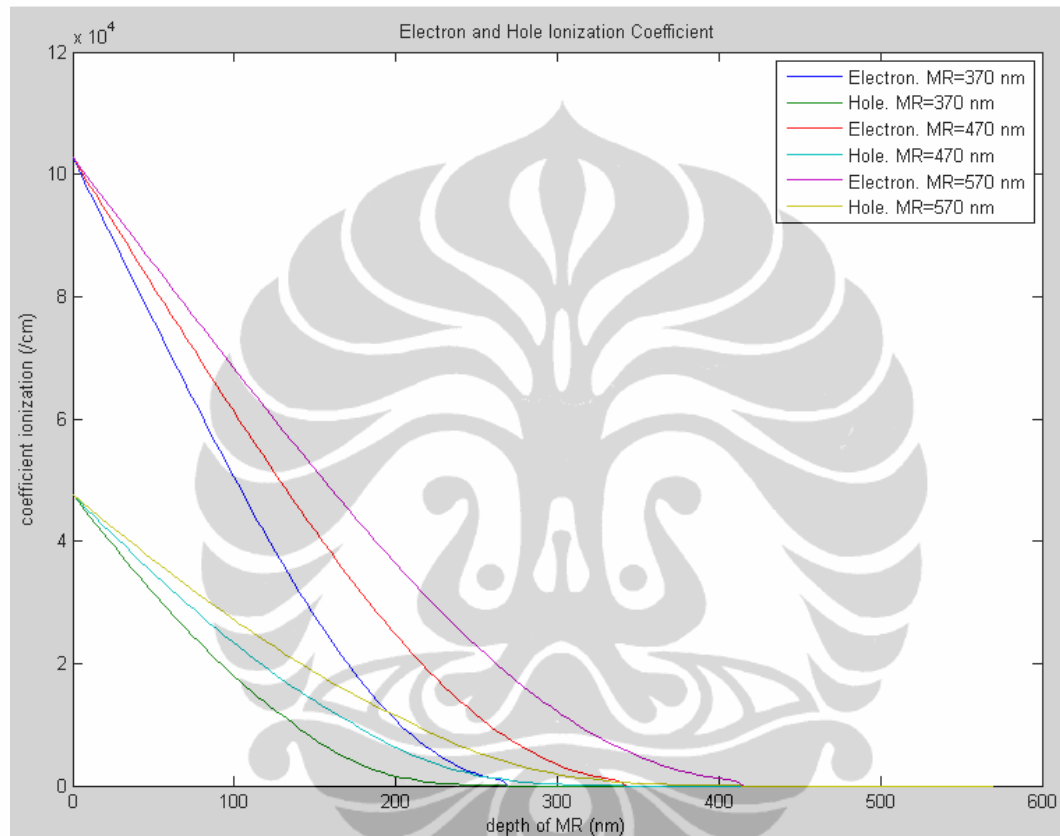
Gambar 4.6. Perbandingan *dead space* untuk elektron dan *hole* pada kedalaman MR

Koefisien ionisasi merupakan bilangan yang menentukan banyaknya pasangan elektron dan *hole* yang dihasilkan oleh suatu *carrier* per unit jarak. Koefisien ionisasi merupakan fungsi dari medan listrik sesuai dengan hasil penelitian Van Overstraeten dan De Man pada Persamaan (2.12) dan Persamaan (2.13) dimana $\alpha(y)$ dan $\beta(y)$ merupakan koefisien ionisasi *position-dependent electron* dan *hole*. Pada rancangan divais ini diperoleh relasi antara nilai $\alpha(y)$ dan $\beta(y)$ dengan kedalaman MR = 470 nm sesuai dengan Gambar 4.7.



Gambar 4.7. Grafik Koefisien Ionisasi vs Kedalaman MR

Perbandingan koefisien ionisasi untuk elektron ($\alpha(y)$) dan koefisien ionisasi untuk *hole* ($\beta(y)$) pada kedalaman MR dengan panjang 370 nm, 470 nm dan 570 nm berdasarkan Persamaan (2.12) dan Persamaan (2.13) ditunjukkan pada Gambar 4.8.



Gambar 4.8. Perbandingan Grafik Koefisien Ionisasi vs Kedalaman MR

Dari Grafik 4.8 dapat dinyatakan bahwa ionisasi menyebabkan perolehan jumlah elektron yang lebih banyak daripada jumlah *hole* pada kedalaman MR yang sama. Hal ini disebabkan karena nilai $\alpha(y) > \beta(y)$. Nilai koefisien ionisasi ini selanjutnya digunakan pada perhitungan *Probability Density Function* (PDF) untuk elektron $h_e(y,\eta)$ serta PDF untuk *hole* $h_h(y,\eta)$.

Untuk melakukan analisa PDF elektron $h_e(y,\eta)$, maka Persamaan (2.8) dan Persamaan (2.10) ditulis ulang sebagai berikut:

$$d_e(y) = (W - y) - \sqrt{(W - y)^2 - \frac{2E_{ie}}{qqN_d/\epsilon_r}}, \quad 0 < y < W - \sqrt{\frac{2E_{ie}}{qqN_d/\epsilon_r}} \quad \dots(2.8)$$

$$h_e(y, \eta) = \begin{cases} 0 & \eta < d_e(y) \\ \alpha(y + \eta) \exp \left\{ - \int_{d_e(y)}^{\eta} \alpha(y + \sigma) d\sigma \right\} & d_e(y) \leq \eta \leq W - y \end{cases} \quad \dots (2.10)$$

dengan $d_e(y)$ elektron *dead space*

W panjang MR

y kedalaman pada MR

q elementary charge

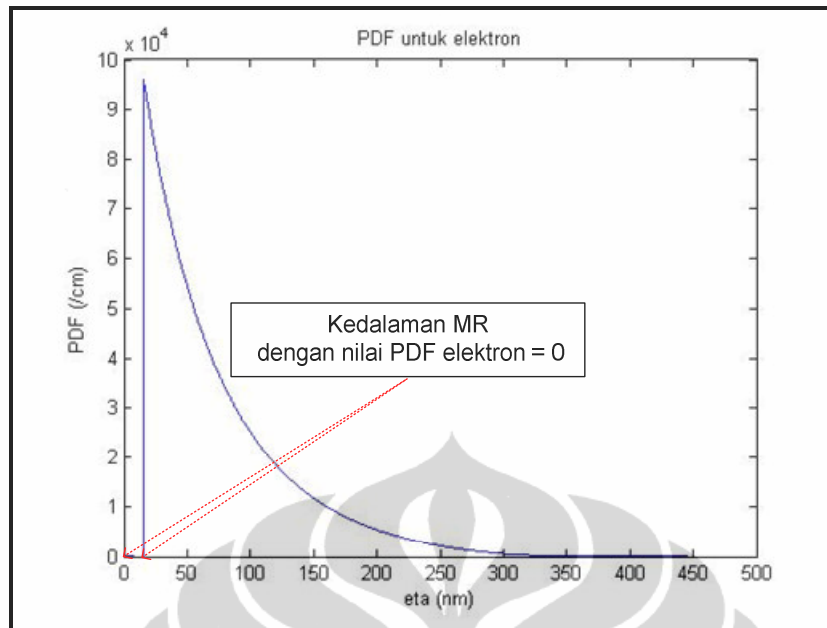
N_d donor impurity density

ϵ_r permittivity silikon

E_{ie} electron ionization energy threshold = 1,1 eV

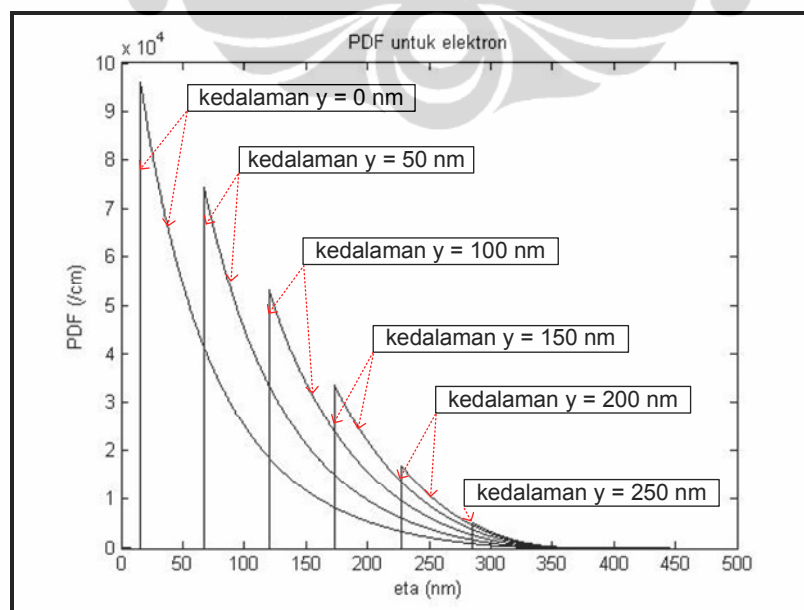
η jarak impact ionization

Persamaan (2.10) menentukan bahwa PDF elektron bernilai 0 untuk jarak kurang dari nilai *dead space* $d_e(y)$. Sementara untuk jarak setara dengan nilai *dead space* $d_e(y)$, nilai PDF elektron $h_e(y,\eta)$ setara dengan nilai koefisien ionisasi elektron pada kedalaman $y + \eta$ yang menurun secara eksponensial hingga jarak menuju akhir MR yang setara dengan $W - y$. Grafik PDF elektron $h_e(y,\eta)$ untuk kedalaman $y = 0$ pada MR ditunjukkan pada Gambar 4.9.



Gambar 4.9. PDF untuk Elektron Pada Kedalaman $y = 0$ nm

Pada Gambar 4.10 ditampilkan PDF elektron $h_e(y, \eta)$ dari kedalaman $y = 0$ hingga kedalaman $y = 470$ nm untuk MR dengan panjang 470 nm. Dari grafik pada Gambar 4.10 dapat dinyatakan bahwa nilai PDF elektron $h_e(y, \eta)$ bernilai maksimum pada kedalaman $y = 0$ nm dan pada kedalaman selanjutnya mengalami penurunan nilai secara eksponensial.



Gambar 4.10. PDF untuk Elektron

Untuk melakukan analisa PDF *hole* $h_h(y,\eta)$, maka Persamaan (2.9) dan Persamaan (2.11) ditulis ulang sebagai berikut:

$$d_h(y) = (y - W) + \sqrt{(W - y)^2 + \frac{2E_{ih}}{qqN_d/\epsilon_r}},$$

$$W - \sqrt{W^2 - \frac{2E_{ih}}{qqN_d/\epsilon_r}} < y < W \quad \dots (2.9)$$

$$h_h(y, \eta) = \begin{cases} 0 & \eta < d_h(y) \\ \beta(y - \eta) \exp \left\{ \int_{d_h(y)}^{\eta} \beta(y - \sigma) d\sigma \right\} & d_h(y) \leq \eta \leq y \end{cases} \quad \dots (2.11)$$

dengan $d_h(y)$ *hole dead space*

W panjang MR

y kedalaman pada MR

q elementary charge

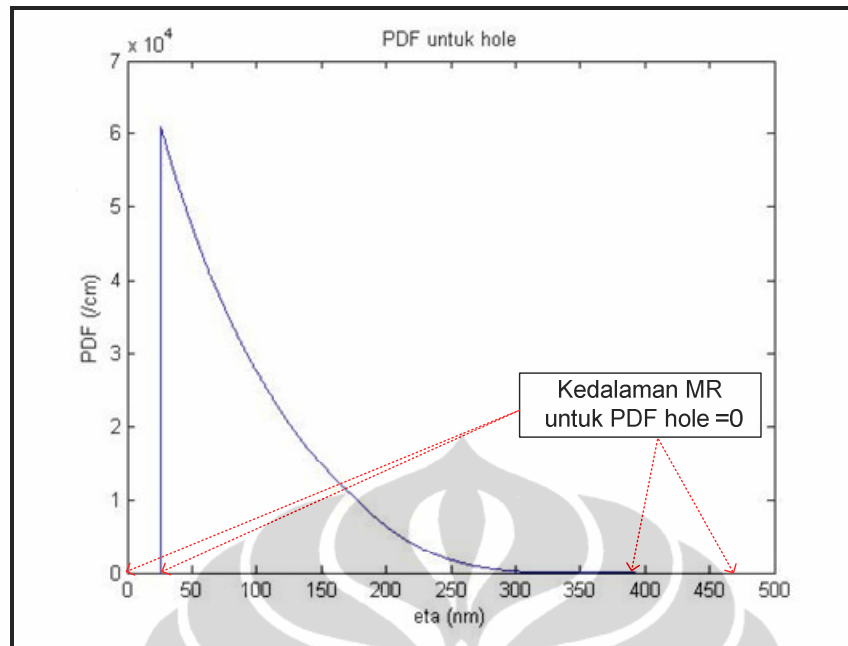
N_d donor impurity density

ϵ_r permittivity silikon

E_{ih} electron ionization energy threshold = 1,8 eV

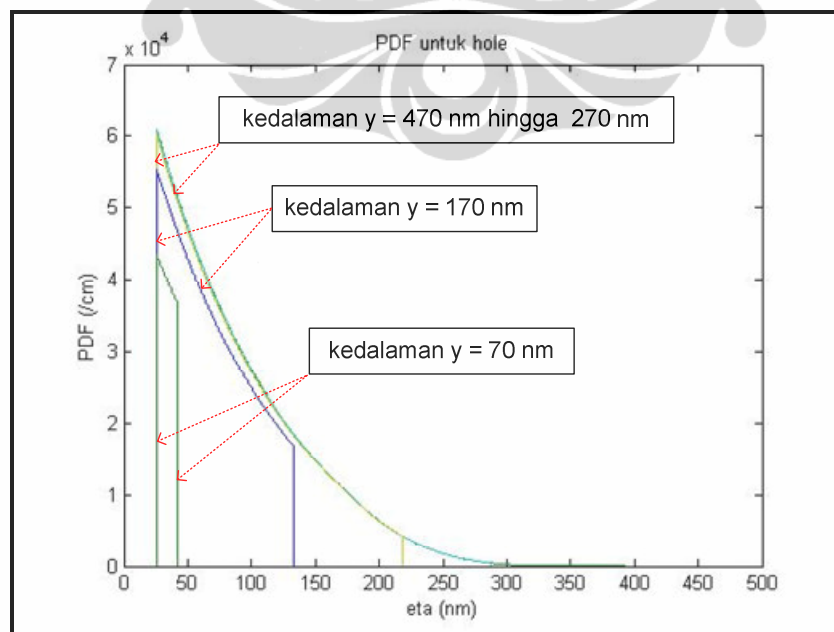
η jarak impact ionization

Persamaan (2.11) menentukan bahwa PDF *hole* bernilai 0 untuk jarak kurang dari nilai *dead space* $d_h(y)$. Sementara untuk jarak setara dengan nilai *dead space* $d_h(y)$, nilai PDF *hole* $h_h(y,\eta)$ setara dengan nilai koefisien ionisasi *hole* pada kedalaman $y - \eta$ yang meningkat secara eksponensial dari kedalaman *dead space* $d_h(y)$ hingga jarak menuju awal MR yang setara dengan y . Grafik PDF *hole* $h_h(y,\eta)$ untuk kedalaman $y = 470$ nm pada MR dengan panjang 470 nm ditunjukkan pada Gambar 4.11.



Gambar 4.11. PDF untuk *Hole* Pada Kedalaman $y = 470 \text{ nm}$

Pada Gambar 4.12 ditampilkan PDF *hole* $h_h(y, \eta)$ dari kedalaman $y = 470 \text{ nm}$ hingga kedalaman $y = 0 \text{ nm}$ pada MR dengan panjang 470 nm . Berdasarkan grafik pada Gambar 4.12 dapat dinyatakan bahwa nilai PDF *hole* $h_h(y, \eta)$ bernilai maksimum pada kedalaman $y = 470 \text{ nm}$ dan mengalami penurunan nilai untuk kedalaman menuju $y = 0 \text{ nm}$.



Gambar 4.12. PDF untuk *Hole*

4.3 Analisa Gain

Pada penelitian dilakukan perhitungan *position-dependent electron mean gain* ($\langle G_e(y) \rangle$) dan *position-dependent hole mean gain* ($\langle G_h(y) \rangle$) pada MR sesuai dengan Persamaan (2.16) – Persamaan (2.18). Perhitungan ($\langle G_e(y) \rangle$) dan ($\langle G_h(y) \rangle$) ini diawali dengan perhitungan persamaan *recurrence* untuk *ensemble average* oleh elektron ($z_e(y)$) dan *average* oleh elektron ($z_h(y)$) sesuai dengan Persamaan (2.14) dan Persamaan (2.15). Untuk keperluan analisis ($\langle G_e(y) \rangle$) dan ($\langle G_h(y) \rangle$), maka berikut ini ditulis ulang beberapa persamaan yang terlibat.

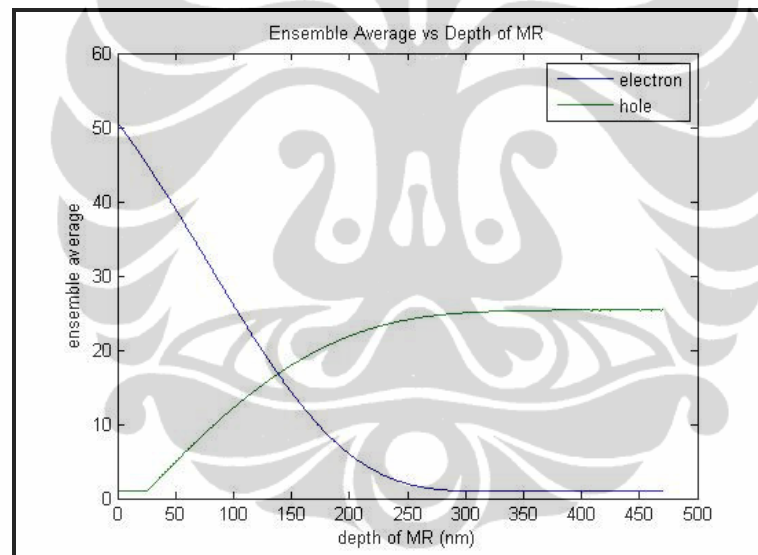
$$z_e(y) = \left(1 - \int_y^W h_e(y, \xi - y) d\xi \right) + \int_y^W [2z_e(\xi) + z_h(\xi)] h_e(y, \xi - y) d\xi \quad \dots (2.14)$$

$$z_h(y) = \left(1 - \int_0^y h_h(y, y - \xi) d\xi \right) + \int_0^y [2z_h(\xi) + z_e(\xi)] h_h(y, y - \xi) d\xi \quad \dots (2.15)$$

Persamaan ($z_e(y)$) dan ($z_h(y)$) terdiri dari suku pertama dan suku kedua. Suku pertama ($z_e(y)$) yakni $\left(1 - \int_y^W h_e(y, \xi - y) d\xi \right)$ menentukan *gain* elektron jika elektron utama tidak mengalami ionisasi dengan pengurangan jika elektron utama mengalami *impact ionization* pada lokasi $y < \xi < W$, akan diperoleh elektron utama ditambah satu elektron yang baru terbentuk dan satu *hole* yang baru terbentuk. Sementara suku kedua ($z_e(y)$) yakni $\int_y^W [2z_e(\xi) + z_h(\xi)] h_e(y, \xi - y) d\xi$ mengintegrasikan *gain* elektron hasil *impact ionization* pada lokasi ξ yang terdiri dari elektron utama ditambah satu elektron yang baru terbentuk dan satu *hole* yang baru terbentuk dengan probabilitas terjadinya ionisasi.

Suku pertama ($z_h(y)$) yakni $\left(1 - \int_0^y h_h(y, \xi - y) d\xi \right)$ menentukan *hole gain* jika *hole* utama tidak mengalami ionisasi dengan pengurangan jika *hole* utama mengalami *impact ionization* pada lokasi $y < \xi < W$, akan diperoleh *hole* utama ditambah satu elektron yang baru terbentuk dan satu *hole* yang baru

terbentuk. Suku kedua ($z_h(y)$) yakni $\int_0^y [2z_h(\xi) + z_e(\xi)]h_h(y, y - \xi)d\xi$ mengintegrasikan *hole gain* hasil *impact ionization* pada lokasi ξ yang terdiri dari *hole* utama ditambah satu elektron yang baru terbentuk dan satu *hole* yang baru terbentuk dengan probabilitas terjadinya ionisasi. Persamaan ($z_e(y)$) dan ($z_h(y)$) merupakan persamaan *recurrence* yang dapat diselesaikan dengan menentukan nilai awal $z_e(W) = z_h(0) = 1$, dengan W merupakan panjang MR. Penentuan nilai awal $z_e(W) = 1$ berdasarkan perhitungan $\int_y^W h_e(y, \xi - y)$ bernilai 0 pada lokasi W . Demikian juga penentuan $z_h(0) = 1$ berdasarkan perhitungan $\int_0^y h_h(y, y - \xi)d\xi$ bernilai 0 pada lokasi 0 nm. Selanjutnya dilakukan iterasi hingga tercapai kondisi konvergen. Hasil perhitungan Persamaan (2.14) dan Persamaan (2.15) untuk panjang MR = 470 nm ditunjukkan pada Gambar 4.13.

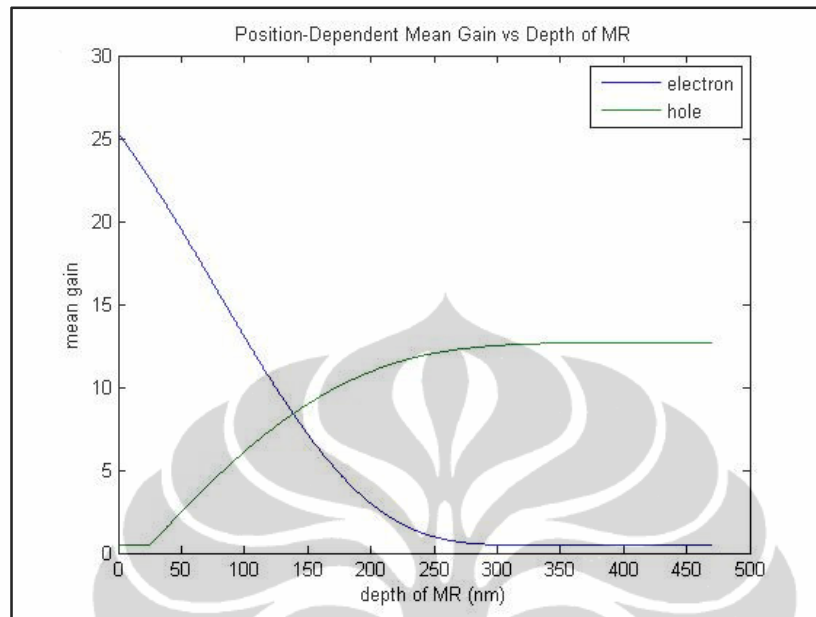


Gambar 4.13. Grafik *Ensemble Average* vs Kedalaman untuk MR=470 nm

Berdasarkan Gambar 4.13 diperoleh hasil *ensemble average* oleh elektron bernilai maksimum = 50,64 pada kedalaman 0 nm sementara hasil *ensemble average* oleh *hole* bernilai maksimum = 23,35.

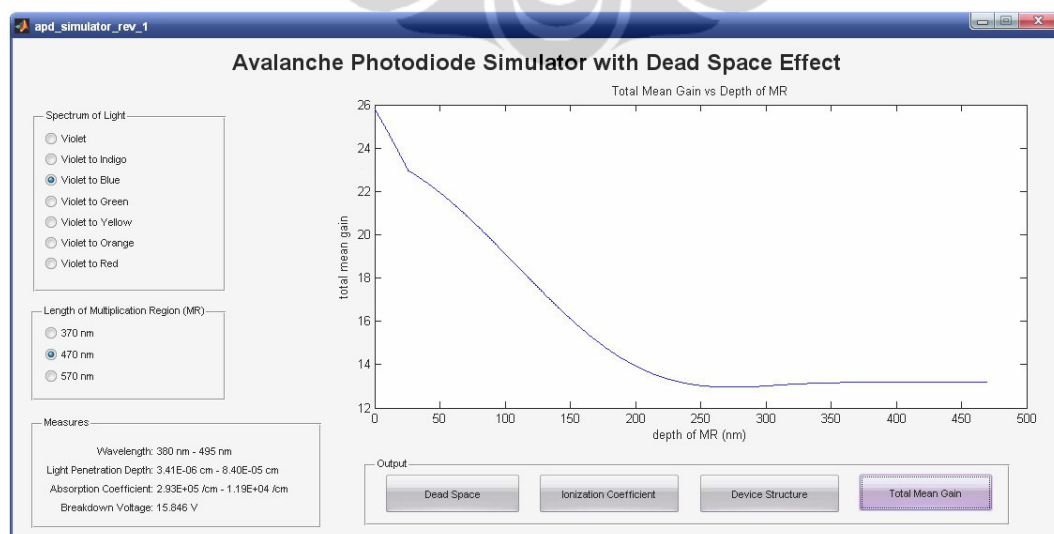
Perhitungan *ensemble average* digunakan untuk menghitung *position-dependent electron mean gain* ($\langle G_e(y) \rangle$) dan *position-dependent hole mean gain* ($\langle G_h(y) \rangle$) pada MR sesuai dengan Persamaan (2.16) – Persamaan (2.17). Selanjutnya nilai $\langle G_e(y) \rangle$ dan $\langle G_h(y) \rangle$ digunakan untuk menghitung *total mean*

gain $\langle G(y) \rangle$ menurut Persamaan (2.18). Hasil perhitungan $\langle G_e(y) \rangle$ dan $\langle G_h(y) \rangle$ untuk MR dengan panjang 470 nm ditampilkan pada Gambar 4.14.



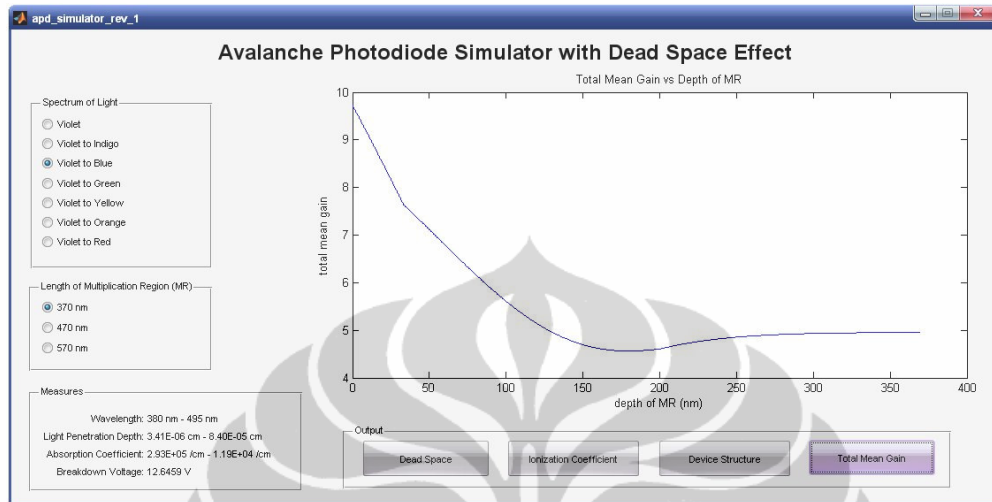
Gambar 4.14. Grafik $\langle G_e(y) \rangle$ dan $\langle G_h(y) \rangle$ vs Kedalaman untuk MR = 470 nm

Hasil perhitungan *total mean gain* $\langle G(y) \rangle$ berdasarkan Persamaan (2.18) diperoleh nilai maksimum $\langle G(y) \rangle = 25,82$ nm dan terjadi penurunan nilai $\langle G(y) \rangle$ hingga mencapai nilai minimum $\langle G(y) \rangle = 13,08$ untuk MR dengan panjang 470 nm ditampilkan pada Gambar 4.15.



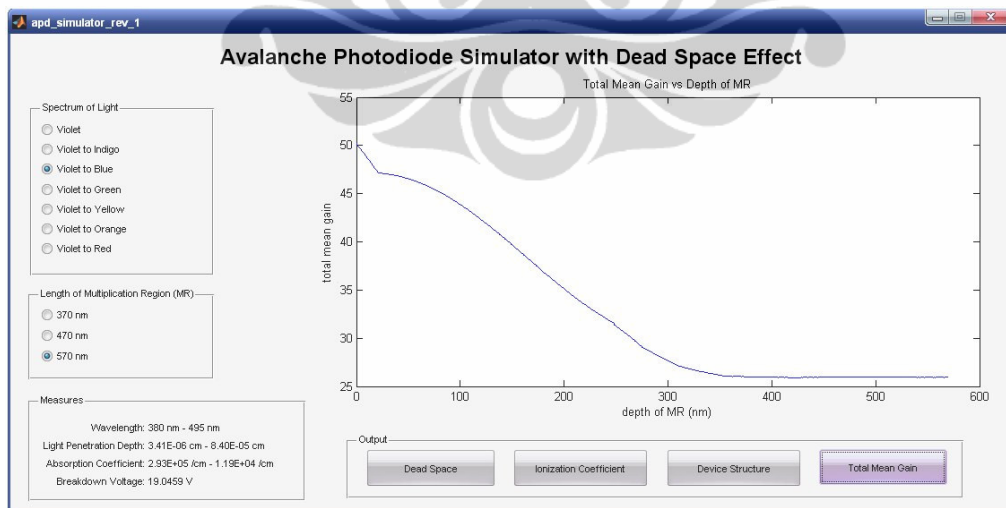
Gambar 4.15. Grafik $\langle G(y) \rangle$ vs Kedalaman untuk MR = 470 nm

Pada MR dengan panjang 370 nm diperoleh nilai maksimum $\langle G(y) \rangle = 9,73$ dan nilai minimum $\langle G(y) \rangle = 4,56$. Grafik *total mean gain* untuk MR dengan panjang = 370 nm ditunjukkan pada Gambar 4.16.



Gambar 4.16. Grafik $\langle G(y) \rangle$ vs Kedalaman untuk MR =370 nm

Pada MR dengan panjang 570 nm diperoleh nilai maksimum $\langle G(y) \rangle = 50,19$ dan nilai minimum $\langle G(y) \rangle = 26,4$. Grafik *total mean gain* untuk MR dengan panjang = 570 nm ditunjukkan pada Gambar 4.17.



Gambar 4.17. Grafik $\langle G(y) \rangle$ vs Kedalaman untuk MR =570 nm

BAB 5

KESIMPULAN

Dari hasil perancangan dan simulasi *avalanche photodiode* (APD) untuk mendeteksi cahaya *visible* diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Struktur divais terdiri dari lima *layer* yakni, yakni *layer* p1⁺ dengan konsentrasi 10²⁰ /cm³, *layer* π dengan konsentrasi 10¹¹ /cm³, *layer* p2⁺ dengan konsentrasi 10¹⁹ /cm³, *layer* n dengan konsentrasi 10¹⁷ /cm³ dan *layer* n+ dengan konsentrasi 10²⁰ /cm³. Sedangkan panjang dari masing-masing *layer* berturut-turut sebesar *light penetration depth* minimum, selisih antara *light penetration depth* maksimum dengan *light penetration depth* minimum, 100 nm, panjang *multiplication region* (MR = 370 nm, 470 nm atau 570 nm), dan 200 nm.
2. Pada divais yang memiliki MR dengan panjang 370 nm, 470 nm dan 570 nm, akan memerlukan nilai maksimum elektron *dead space* sebesar 112,7 nm dan nilai maksimum *hole dead space* sebesar 152,4 nm sehingga disimpulkan bahwa perancangan APD untuk mendeteksi cahaya *visible* memerlukan MR minimum 152,4 nm.
3. Efek *dead space* pada rancangan APD dengan panjang MR sebesar MR 370 nm; 470 nm dan 570 nm menghasilkan nilai maksimum *total mean gain* berturut-turut sebesar 9,72; 25,82 dan 50,19.

DAFTAR REFERENSI

- [1] Lubsandorzhev, B.K., 2005, *On the History of Photomultiplier Tube Invention*, Institute for Nuclear Research of RAS.
- [2] Hamamatsu Photonics, 2011, *Photomultiplier Tubes Basic and Applications*, Electron Tube Division, Third Edition.
- [3] Sze, S.M., dan Kwok, K.Ng., 2006, *Physics of Semiconductor Devices*, John Wiley & Sons, Third Edition.
- [4] Stoykov, A. dan Scheuermann, R., 2003, *Silicon Avalanche Photodiodes*, Paul Scherrer Institut.
- [5] Hamamatsu Photonics, 2010, *APD Module*, Solid State Division.
- [6] Renker, D., dan Lorenz, E., 2009, *Advances in Solid State Photon Detectors*, IOP Publishing for SISSA, vol. 4, p. 4004.
- [7] Hayat, M.M., Sargeant, W.L., dan Saleh, B.E.A., 1992, *Effect of Dead Space on Gain and Noise in Si and GaAs Avalanche Photodiode*, IEEE Journals of Quantum Electronics, vol. 28, p. 1360-1365.
- [8] Pauchard, A. R., Besse, P.A., dan Popovic, R.S., 2000, *Dead Space Effect on the Wavelength Dependence of Gain and Noise in Avalanche Photodiodes*, IEEE Transactions On Electron Devices, vol. 47, p. 1685-1693.
- [9] Wikipedia, 2011, *Visible Light*, [Diakses 29 Mei 2011]. Tersedia di: http://www.en.wikipedia.org/Visible_spectrum.
- [10] Overstraeten, R. V., dan Man, H.D., 1970, *Measurement of The Ionization Rates in Diffused Silicon P-N junctions*, Solid-State Electron, vol. 13, p. 583-608.
- [11] Okuto, Y dan Crowell, C.R., 1973, *Ionization Coefficients in Semiconductors: A Nonlocalized Property*, Phys. Rev. B, vol. 10, p. 4284-4296.
- [12] Green, M.A. dan Keevers, M., 1995, *Optical Properties of Intrinsic Silicon at 300 K*, Progress in Photovoltaics, vol.3, no.3, p.189-192.

LAMPIRAN

```
% lampiran 1. Program matlab untuk simulasi avalanche photodiode (APD)
% dengan efek dead space untuk cahaya visible

% elektron dan hole dead space versus kedalaman
clear;
W = 470e-7; % multiplication region width W = 470nm =
            % 470e-7 cm
            % pilihan 370nm, 470, 570nm
ND = 1e17; % donor impurity density ND =1e17 /cm3
Eie= 1.1*1.60218e-19; % ionization threshold energy for electrons
            % Eie = 1.1eV
Eih= 1.8*1.60218e-19; % ionization threshold energy for holes
            % Eih = 1.8eV
            % 1 eV = 1.602176487 xe?19 J
            % A volt is one joule/coulomb or V=J/C
epsilon_r = 11.8*8.854e-14; % permittivity of Silicon in (F/cm) or (C/V.cm)
q = 1.60218e-19; % elementary charge q = 1.60218e-19 C
            % the unit of Eie/(q*q*ND/epsilon_r) is
            % J/(C*C/(cm3.(C/V.cm)))
            % J/(C*C/(C.cm2/V))
            % J/(C*V/cm2) = cm2

% perhitungan electron dead space de(y)
batas_e = W-sqrt(2*Eie/(q*q*ND/epsilon_r));
i=1;
for x_e = 0:1e-7:batas_e;
    de(i) = ((W-x_e)-sqrt((W-x_e)^2-2*Eie/(q*q*ND/epsilon_r)))*1e7;
    x_e_graph(i)=x_e*1e7;
i=i+1;
end;

% perhitungan hole dead space dh(y)
batas_h=W-sqrt(W^2-(2*Eih)/(q*q*ND/epsilon_r));
i=1;
for x_h = batas_h:1e-7:W;
    dh(i) = ((x_h-W)+sqrt((W-x_h)^2+2*Eih/(q*q*ND/epsilon_r)))*1e7;
    x_h_graph(i)=x_h*1e7;
i=i+1;
end;

% grafik kedalaman versus dead space dh(y) dan de(y)
plot(x_e_graph,de);
hold all;

title('Electron and Hole Dead Space');
ylabel('dead space (nm)');
xlabel('depth of MR (nm)');
plot(x_h_graph,dh);
hleg = legend('Electron', 'Hole', ...
            'Location', 'NorthWest');
hold off;
```

```

% electron and hole ionization coefficients versus kedalaman
% multiplication region width W = 470nm = 470e-7 cm

clear;
W = 470e-7;
resolusi = W/100;

% perhitungan alfa dan beta berdasarkan van overstraeten dan de man
i=1;
for x=0:resolusi:W
    electric_field=-6.4e5/W*x+6.4e5;
    if electric_field>=1.75e5
        alfa(i)=7.03e5*exp(-1.231e6/electric_field);
    else
        alfa(i)=0;
    end;
    x_alfa(i)=x*1e7;
    i=i+1;
end;

i=1;
for x=0:resolusi:W
    electric_field=-6.4e5/W*x+6.4e5;
    if electric_field>=4e5
        beta(i)=6.71e5*exp(-1.693e6/electric_field);
    elseif electric_field>=1.75e5
        beta(i)=1.582e6*exp(-2.036e6/electric_field);
    else
        beta(i)=0;
    end;
    x_beta(i)=x*1e7;
    i=i+1;
end;

% grafik kedalaman versus ionization coefficient alfa dan beta
plot(x_alfa,alfa);
title('Electron and Hole Ionization Coefficient');
ylabel('ionization coefficient (/cm)');
xlabel('depth of MR (nm)');
hold all;
plot(x_beta,beta);
hleg = legend('Electron','Hole',...
             'Location','NorthEast');
hold off;

```

```

% perhitungan normalisasi probability density function untuk electron
%(untuk satu nilai x_awal)
clear;
W = 470e-7;
ND = 1e17;
epsilon_r = 11.8*8.854e-14;
Eie= 1.1*1.60218e-19;
q = 1.60218e-19;
c = q*ND/epsilon_r;

x_awal=0e-7;
de_x = (W-x_awal)-sqrt((W-x_awal)^2-2*Eie/(q*c));
% batas_e = W-sqrt(2*Eie/(q*q*ND/epsilon_r));
pdf_e(1)=0;
x_pdf_e_graph(1)=0;
pdf_e(2)=0;
x_pdf_e_graph(2)=x_awal+de_x;
i=3;
for eta=de_x:(W-x_awal-de_x)/1000:W-x_awal
    x_plus_eta=x_awal+eta;
    if x_plus_eta>W
        break
    else
        electric_field=-6.4e5/W* x_plus_eta + 6.4e5;
        alfa_x_plus_eta = 7.03e5*exp(-1.231e6/electric_field);
        j=1;
        for sigma=de_x:(eta-de_x)/10:eta
            x_sigma(j)=x_awal+sigma;
            electric_field=-7.4e5/W* x_sigma(j) + 7.4e5;
            alfa_x_plus_sigma(j) = 7.03e5*exp(-1.231e6/electric_field);
            j=j+1;
            % dummy variable
            x_sigma(j)= x_sigma(j-1);
            alfa_x_plus_sigma(j) = alfa_x_plus_sigma(j-1);
        end;
        total_integral_sigma=0;
        for k=1:j-1
            integral_sigma(k)=(x_sigma(k+1)-
                x_sigma(k))*(alfa_x_plus_sigma(k)+alfa_x_plus_sigma(k+1))/2;
            total_integral_sigma=total_integral_sigma+integral_sigma(k);
        end;
        hitung_eksponensial=exp(-total_integral_sigma);
        pdf_e(i)=alfa_x_plus_eta * hitung_eksponensial;
        x_pdf_e_graph(i)=x_plus_eta;
        clear x_sigma alfa_x_plus_sigma integral_sigma;
    end;
    i=i+1;
end;% eta=de_x:(W-x_awal-de_x)/1000:W-x_awal

for l=1:i-1
    x_e_kedua_graph(l)=x_pdf_e_graph(l);
end;
% perhitungan pdf electron dengan trapezoidal rule
total_integral_e=0;
for j=3:i-2
    integral_e(j)=(x_pdf_e_graph(j+1)-x_pdf_e_graph(j))*(pdf_e(j)+pdf_e(j+1))/2;
    total_integral_e=total_integral_e+integral_e(j);
end;

% grafik kedalaman versus pdf electron untuk satu nilai x
if i>3
    plot(x_pdf_e_graph*1e7,pdf_e);
    title('PDF untuk elektron');
    ylabel('PDF (/cm)');
    xlabel('eta (nm)');
    hold off;
end;

```

```

% perhitungan probability density function untuk hole
%(untuk satu nilai x_awal)
clear;
W = 470e-7;
ND = 1e17;
epsilon_r = 11.8*8.854e-14;
Eih= 1.8*1.60218e-19;
q = 1.60218e-19;
c = q*ND/epsilon_r;

x_awal= 470e-7;
dh_x = (x_awal-W)+sqrt((W-x_awal)^2+2*Eih/(q*c));
batas_h=W-sqrt(W^2-(2*Eih)/(q*c));
pdf_h(1)=0;
x_pdf_h_graph(1)=x_awal;
pdf_h(2)=0;
x_pdf_h_graph(2)=x_awal-dh_x;
i=3;

for eta=dh_x:(x_awal-dh_x)/1000:x_awal

    x_minus_eta=x_awal-eta;
    if x_minus_eta<batas_h
        break
    else
        electric_field=-6.4e5/W* x_minus_eta + 6.4e5;
        if electric_field>=4e5
            beta_x_minus_eta = 6.71e5*exp(-1.693e6/electric_field);
        else
            beta_x_minus_eta = 1.58e6*exp(-2.036e6/electric_field);
        end;
        j=1;
        for sigma=dh_x:(eta-dh_x)/10:eta
            x_sigma(j)=x_awal-sigma;
            electric_field=-6.4e5/W* x_sigma(j) + 6.4e5;
            if electric_field>=4e5
                beta_x_minus_sigma(j) = 6.71e5*exp(-1.693e6/electric_field);
            else
                beta_x_minus_sigma(j) = 1.58e6*exp(-2.036e6/electric_field);
            end;
            j=j+1;
        end;
        total_integral_sigma=0;
        for k=1:j-2
            integral_sigma(k)=(x_sigma(k)-x_sigma(k+1))*(beta_x_minus_sigma(k)+
beta_x_minus_sigma(k+1))/2;
            total_integral_sigma=total_integral_sigma+integral_sigma(k);
        end;
        hitung_eksponensial=exp(total_integral_sigma);
        pdf_h(i)= beta_x_minus_eta * hitung_eksponensial;
        x_pdf_h_graph(i)=x_minus_eta;
        clear x_sigma beta_x_minus_sigma integral_sigma;
    end;
    i=i+1;
end;% eta=dh_x:(x_awal-dh_x)/1000:x_awal

% perhitungan pdf hole dengan trapezoidal rule
total_integral_h=0;
for j=3:i-2
    integral_h(j)=(x_pdf_h_graph(j)-x_pdf_h_graph(j+1))*(pdf_h(j)+pdf_h(j+1))/2;
    total_integral_h=total_integral_h+integral_h(j);
end;
% grafik kedalaman versus pdf hole untuk satu nilai x
if i>3
    pdf_h(i)=0;
    x_pdf_h_graph(i)=batas_h;
    pdf_h(i+1)=0;
    x_pdf_h_graph(i+1)=0;
    plot(x_pdf_h_graph*1e7,pdf_h);
    title('PDF untuk hole');
    ylabel('PDF (/cm)');
    xlabel('eta (nm)');
    hold off;
end;

```

```

% perhitungan total mean gain
W=470e-7; % multiplication region width W = 470nm = 470e-7 cm
resolusi = W/100; % pilihan 370nm, 470, 570nm

ND = 1e17;
Eie= 1.1*1.60218e-19;
Eih= 1.8*1.60218e-19;
epsilon_r = 11.8*8.854e-14;
Er=0.063*1.60218e-19;
q = 1.60218e-19;
c = q*ND/epsilon_r;

batas_h=W-sqrt(W^2-(2*Eih)/(q*c));
batas_e=W-sqrt(2*Eie/(q*q*ND/epsilon_r));

% insialisasi z(x) dan y(x)
resolusi=W/1000;
jumlah_diskrit= 1;
for g=0:resolusi:W
    z(jumlah_diskrit)=0;
    y(jumlah_diskrit)=0;
    x_graph(jumlah_diskrit)=(jumlah_diskrit-1)*resolusi;
    jumlah_diskrit=jumlah_diskrit+1;
end;
jumlah_diskrit=jumlah_diskrit-1;
ne=fix(batas_e/resolusi)+2;
for i=ne:jumlah_diskrit
    z(i)=1;
end;
nh=fix(batas_h/resolusi)+1;
for i=nh:-1:1
    y(i)=1;
end;
for n=1:jumlah_diskrit
    Ge(n)=0.5*z(n);
    Gh(n)=0.5*y(n);
    G(n)=Ge(n)+ Gh(n);
end;
jumlah_iterasi=9;
plot(x_graph*1e7, G);
s=strcat('Total Mean Gain vs Depth of MR -- processing ...5%');
title(s);
ylabel('total mean gain');
xlabel('depth of MR (nm)');
hold off;
pause(1);

for iterasi=1:jumlah_iterasi
    for discrete_x=nh+1:jumlah_diskrit
        xi=(discrete_x-1)*resolusi; %hole bergerak dari kanan ke kiri
        dh_x = (xi-W)+sqrt((W-xi)^2+2*Eih/(q*c));
        i=1;
        for eta=dh_x:(xi-dh_x)/1000:xi
            x_minus_eta=xi-eta;
            if eta<dh_x || x_minus_eta<0
                pdf_h(i)=0;
                x_pdf_h_graph(i)=x_minus_eta;
                i=i+1;
                continue;
            end;
            electric_field=-6.4e5/W* x_minus_eta + 6.4e5;
            if electric_field>=4e5
                beta_x_minus_eta = 6.71e5*exp(-1.693e6/electric_field);
            elseif electric_field>=1.75e5
                beta_x_minus_eta = 1.582e6*exp(-2.036e6/electric_field);
            else
                beta_x_minus_eta = 0;
            end;
            j=1;
            for sigma=dh_x:(eta-dh_x)/10:eta
                x_sigma(j)=xi-sigma;
                electric_field=-6.4e5/W* x_sigma(j) + 6.4e5;
            end;
        end;
    end;
end;

```



```

        if electric_field>=4e5
            beta_x_minus_sigma(j) = 6.71e5*exp(-1.693e6/electric_field);
        elseif electric_field>=1.75e5
            beta_x_minus_sigma(j) = 1.582e6*exp(-2.036e6/electric_field);
        else
            beta_x_minus_sigma(j) = 0;
        end;
        j=j+1;
    end;
    total_integral_sigma=0;
    for k=1:j-2
        integral_sigma(k)=(x_sigma(k)-
            x_sigma(k+1))*(beta_x_minus_sigma(k)+ beta_x_minus_sigma(k+1))/2;
        total_integral_sigma=total_integral_sigma+integral_sigma(k);
    end;
    hitung_eksponensial=exp(total_integral_sigma);
    pdf_h(i)= beta_x_minus_eta * hitung_eksponensial;
    x_pdf_h_graph(i)=x_minus_eta;
    clear x_sigma beta_x_minus_sigma integral_sigma;
    i=i+1;
end;% eta=dh_x:(x_awal-dh_x)/1000:xi

%perhitungan pdf hole dengan trapezoidal rule
total_integral_h = 0;
total_dua_y_plus_z = 0;
for j=1:i-2
    integral_h(j)=(x_pdf_h_graph(j)-
        x_pdf_h_graph(j+1))*(pdf_h(j)+pdf_h(j+1))/2;
    n=ceil(j/1000);
    dua_y_plus_z = (2*y(n)+z(n))*integral_h(j);
    total_integral_h=total_integral_h+integral_h(j);
    total_dua_y_plus_z = total_dua_y_plus_z + dua_y_plus_z;
end;
clear integral_h x_pdf_h_graph pdf_h

suku_pertama_h = 1 - total_integral_h;
suku_kedua_h =total_dua_y_plus_z;
suku_h = suku_pertama_h + suku_kedua_h;
y(discrete_x)= suku_h;
x_suku_pertama_h(discrete_x)= xi;
end; % discrete_x=nh+1:jumlah_diskrit
% akhir perhitungan suku pertama dan kedua hole

% perhitungan suku pertama electron
for discrete_x=ne:-1:1
    i=1;
    xi = (discrete_x-1)*resolusi; % elektron bergerak dari kiri ke kanan
    if (xi>batas_e)
        continue;
    end;
    de_x = (W-xi)-sqrt((W-xi)^2-2*Eie/(q*c));
    for eta=de_x:(W-xi-de_x)/1000:W-xi
        x_plus_eta=xi+eta;
        if eta<de_x || x_plus_eta>batas_e
            pdf_e(i)=0;
            x_pdf_e_graph(i)=x_plus_eta;
            i=i+1;
            continue;
        end;
        electric_field=-6.4e5/W* x_plus_eta + 6.4e5;
        alfa_x_plus_eta = 7.03e5*exp(-1.231e6/electric_field);
        j=1;
        for sigma=de_x:(eta-de_x)/10:eta
            x_sigma(j)=xi+sigma;
            electric_field=-6.4e5/W* x_sigma(j) + 6.4e5;
            alfa_x_plus_sigma(j) = 7.03e5*exp(-1.231e6/electric_field);
            j=j+1;
        end;
        total_integral_sigma=0;
        for k=1:j-2
            integral_sigma(k)=(x_sigma(k+1)-
                x_sigma(k))*(alfa_x_plus_sigma(k)+alfa_x_plus_sigma(k+1))/2;
            total_integral_sigma=total_integral_sigma+integral_sigma(k);
        end;

```

```

        hitung_eksponensial=exp(-total_integral_sigma);
        pdf_e(i)=alfa_x_plus_eta * hitung_eksponensial;
        x_pdf_e_graph(i)=x_plus_eta;
        clear x_sigma alfa_x_plus_sigma integral_sigma;
        i=i+1;
    end;% eta=de_x:(W-xi-de_x)/1000:W-xi

    % perhitungan pdf electron dengan trapezoidal rule
    total_integral_e = 0;
    total_dua_z_plus_y = 0;
    for j=1:i-2
        integral_e(j)=(x_pdf_e_graph(j+1)-
            x_pdf_e_graph(j))*(pdf_e(j)+pdf_e(j+1))/2;
        n=ceil(j/1000);
        dua_z_plus_y=(2*z(n)+y(n))*integral_e(j);
        total_integral_e = total_integral_e + integral_e(j);
        total_dua_z_plus_y=total_dua_z_plus_y+dua_z_plus_y;
    end;
    clear integral_h x_pdf_e_graph pdf_e

    suku_pertama_e = 1- total_integral_e;
    suku_kedua_e = total_dua_z_plus_y;
    suku_e = suku_pertama_e + suku_kedua_e;
    z(discrete_x)=suku_e;
    x_suku_pertama_e(discrete_x)=xi;
end; % discrete_x=ne:-1:1
% akhir perhitungan suku pertama dan kedua electron

% grafik elektron and hole gain
for n=1:jumlah_diskrit
    Ge(n)=0.5*z(n);
    Gh(n)=0.5*y(n);
    G(n)=Ge(n)+ Gh(n);
end;
plot(x_graph*1e7, G);
s= strcat('Total Mean Gain vs Depth of MR - processing
    ...', num2str(ceil(iterasi/jumlah_iterasi*100)), '%');
title(s);
ylabel('total mean gain');
xlabel('depth of MR (nm)');
hold off;
pause(1);
end;% iterasi
plot(x_graph*1e7, G);
title('Total Mean Gain vs Depth of MR');
ylabel('total mean gain');
xlabel('depth of MR (nm)');
hold off;
clear G Ge Gh;

```