



UNIVERSITAS INDONESIA

**ANALISIS MODEL KECEPATAN BERDASARKAN
TOMOGRAFI REFLEKSI WAKTU TEMPUH
(*TRAVEL-TIME TOMOGRAPHY REFLECTION*)**

TESIS

**POETRI MONALIA D
0906576662**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI MAGISTER FISIKA
JAKARTA
JUNI 2011**



UNIVERSITAS INDONESIA

**ANALISIS MODEL KECEPATAN BERDASARKAN
TOMOGRAFI REFLEKSI WAKTU TEMPUH
(*TRAVEL-TIME TOMOGRAPHY REFLECTION*)**

TESIS

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Magister Sains

**POETRI MONALIA D
0906576662**

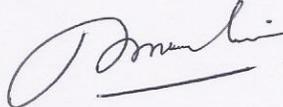
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI MAGISTER FISIKA
KEKHUSUSAN GEOFISIKA RESERVOAR
JAKARTA
JUNI 2011**

LEMBAR PERNYATAAN

**Tesis ini adalah hasil karya saya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar.**

Nama : Poetri Monalia D

NPM : 0906576662

Tanda Tangan : 

Tanggal : 4 Juni 2011

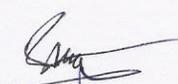
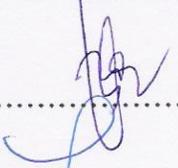
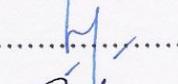
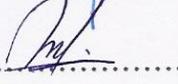
HALAMAN PENGESAHAN

Tesis ini diajukan oleh :
Nama : Poetri Monalia D
NPM : 0906576662
Program Studi : Magister Fisika
Judul Tesis :

Analisis Model Kecepatan Berdasarkan Tomografi Refleksi Waktu Tempuh
(*Travel-time Tomography Reflection*)

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Magister Sains pada Program Studi Magister Fisika, Kekhususan Geofisika Reservoir, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indonesia.

DEWAN PENGUJI

| | | |
|------------|-------------------------------|--|
| Pembimbing | : Prof. Dr. Suprajitno Munadi | (..... ) |
| Penguji | : Dr. Abdul Haris | (..... ) |
| Penguji | : Dr. Adriansyah | (..... ) |
| Penguji | : Dr. M. Syamsu Rosid | (..... ) |

Ditetapkan di : Jakarta

Tanggal : 4 Juni 2011

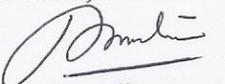
KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, syukur kepada Allah Yang Maha Pengasih dan Penyayang yang telah memberikan rahmat dan hidayahNya sehingga penulisan tesis ini telah selesai. Tak lupa shalawat dan salam dihaturkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah membawa petunjuk bagi seluruh umat manusia. Penulisan tesis ini dilakukan dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk mencapai gelar Magister Sains dan Matematika pada Program Studi Magister Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indonesia. Penulis menyadari tanpa dukungan, bantuan, dan doa dari orang-orang di sekitar penulis, tesis ini tidak akan dapat diselesaikan. Ungkapan terima kasih diucapkan kepada seluruh pihak yang telah berpartisipasi membantu penulis dalam penyelesaian tesis ini, khususnya kepada:

- (1) Prof. Dr. Suprajitno Munadi, selaku dosen pembimbing yang telah menyediakan waktu, tenaga, dan pikiran untuk mengarahkan penulis dalam penyusunan tesis ini;
- (2) Bapak Ibu Dosen khususnya di Program Studi Magister Fisika, Universitas Indonesia, atas masukan, dukungan serta ilmu yang dirasa sangat berarti;
- (3) PT. Fairfield Indonesia yang telah mensponsori biaya kuliah penulis dan memberikan dukungan secara penuh hingga penulisan tesis ini berakhir;
- (4) Orang tua dan keluarga penulis yang telah memberikan dukungan material serta moral; dan
- (5) Sahabat, rekan-rekan S2 Geofisika Reservoir 2009 yang telah banyak membantu saya dalam menyelesaikan tesis ini.

Penulis mengharapkan kritik dan saran terhadap tesis ini untuk perbaikan dikemudian hari. Penulis berharap semoga tesis ini dapat memberikan manfaat bagi khalayak yang membacanya serta dapat digunakan sebagai bahan evaluasi dalam mengembangkan ilmu pengetahuan.

Jakarta, Mei 2011


Penulis

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Poetri Monalia
NPM : 0906576662
Kekhususan : Geofisika Reservoir
Program Studi : Magister Fisika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis karya : Tesis

demikian pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul :

Analisis Model Kecepatan Berdasarkan Tomografi Refleksi Waktu Tempuh
(*Travel-time Tomography Reflection*).

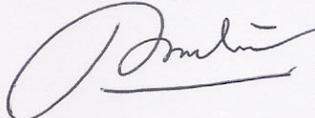
Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalihmedia / formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Jakarta

Pada tanggal : 4 Juni 2011

Yang menyatakan



(Poetri Monalia D)

ABSTRAK

Nama : Poetri Monalia D
Program Studi : Magister Fisika – Geofisika Reservoir
Judul : Analisis Model Kecepatan Berdasarkan Tomografi Refleksi Waktu Tempuh.

Kualitas penampang seismik, khususnya pada daerah yang memiliki struktur geologi kompleks sangat sukar untuk diinterpretasikan. Pada saat ini, banyak geoscientist yang menggunakan pengolahan data seismik dengan tujuan untuk memperoleh kenampakan perlapisan pada penampang seismik sebaik-baiknya. Dalam meningkatkan kualitas dari penampang seismik, diperlukan model kecepatan interval yang akurat. Tomografi refleksi waktu tempuh merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk memperbaiki model kecepatan interval.

Metode tomografi refleksi waktu tempuh merupakan metode tomografi seismik yang terdiri dari 2 (dua) buah proses utama, yaitu pemodelan ke depan dan pemodelan ke belakang. Pada proses pemodelan ke depan, nilai dari waktu tempuh suatu data seismik sintetis akan diestimasi dengan menggunakan metode penelusuran jejak sinar (metode resiprokal). Berdasarkan hasil estimasi waktu tempuh tersebut, pemodelan kecepatan akan diperbaiki secara iteratif dengan pemodelan ke belakang. Pada tesis ini permasalahan pemodelan ke belakang akan diselesaikan dengan metode *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique* (SIRT). Setiap metode diselesaikan dengan algoritma yang dituliskan dalam skrip MatLab.

Kata kunci:

Geologi kompleks, model kecepatan interval, penelusuran jejak sinar, pemodelan ke belakang, pemodelan ke depan, *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique* (SIRT), tomografi refleksi waktu tempuh.

ABSTRACT

Name : Poetri Monalia D
Study Program: Master of Physics – Reservoir Geophysics
Title : Velocity Modeling Analysis based on Travel-time Tomography Reflection.

Geo-scientists have always had a hard time to interpret a complex geological structure. To fulfill the need of having an interpretable cross section of seismic data, there are more researchers developing the seismic data processing. The quality of the seismic section could be improved by an accurate interval velocity model. In this thesis, a more accurate interval velocity will be achieved by applying travel time tomography reflection method.

Travel time tomography reflection method is divided into two processes, which are forward tomography and inverse tomography. In forward tomography, the travel time of rays penetrating in a sintetic model are estimated by using ray tracing method (reciprocal method). The estimated travel time model then becomes the input for inverse tomography. In order to generate velocity model iteratively, Simultaneous Iterative Reconstruction Technique (SIRT) algorithm is used to find the solution for inverse tomography. Every method in this whole process is solved by writing the algorithms in MatLab script.

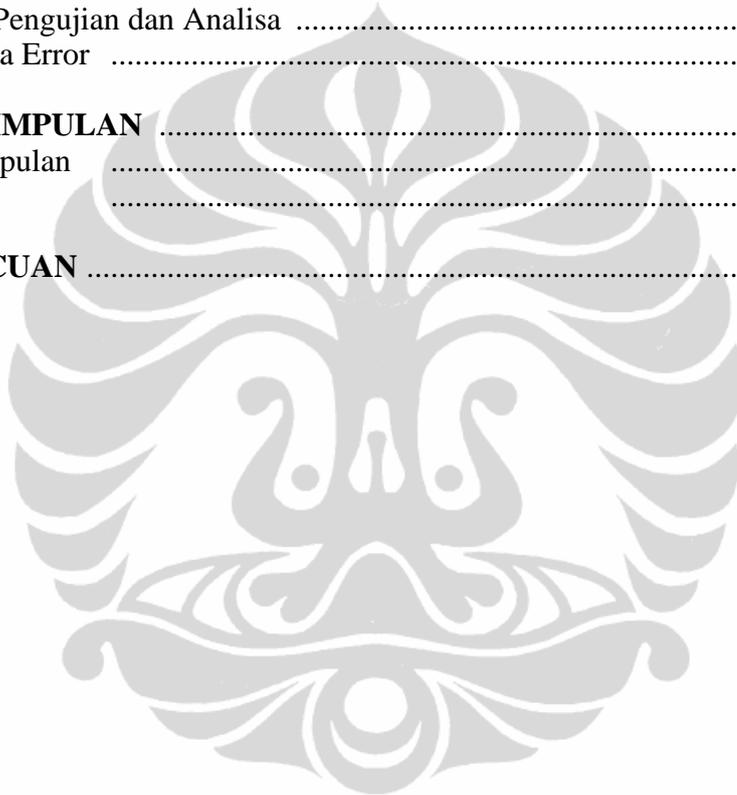
Key Words:

Complex geology, forward tomography, interval velocity model, inverse tomography, ray tracing, Simultaneous Iterative Reconstruction Technique (SIRT), travel time tomography reflection.

DAFTAR ISI

| | |
|---|------|
| HALAMAN JUDUL | i |
| LEMBAR PERNYATAAN | ii |
| HALAMAN PENGESAHAN | iii |
| KATA PENGANTAR | iv |
| PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH .. | v |
| ABSTRAK | vi |
| DAFTAR ISI | viii |
| DAFTAR GAMBAR | x |
| BAB I PENDAHULUAN | 1 |
| 1.1 Latar Belakang | 1 |
| 1.2 Tujuan Penelitian | 4 |
| 1.3 Batasan Masalah | 5 |
| 1.4 Hasil Penelitian yang Diharapkan | 5 |
| 1.5 Metodologi | 5 |
| 1.6 Sistematika Penulisan | 6 |
| BAB II ANALISA KECEPATAN GELOMBANG SEISMIK DALAM SEISMOLOGI EKSPLORASI | 7 |
| 2.1 Kecepatan Gelombang Seismik | 7 |
| 2.2 Penentuan Fungsi Kecepatan | 9 |
| 2.3. Tujuan Analisis Kecepatan Gelombang Seismik | 11 |
| BAB III TOMOGRAFI SEISMIK | 13 |
| 3.1 Teori Tomografi Seismik | 13 |
| 3.1.1 Definisi Tomografi Seismik | 13 |
| 3.1.2 Tomografi Seismik Refleksi | 15 |
| 3.1.3 Prinsip Fermat dan Tomografi Waktu Tempuh (<i>Travel time Tomography</i>) | 17 |
| 3.2 Pemodelan Ke Depan dan Pemodelan Ke Belakang | 18 |
| 3.2.1 Formulasi Persoalan Pemodelan Ke Depan (<i>Forward Tomography</i>) | 18 |
| 3.2.2 Metoda Penelusuran Jejak Sinar (<i>Ray Tracing Methodology</i>) | 21 |
| 3.2.2.1 Metoda Penembakan Sinar (<i>Shooting Method</i>)..... | 23 |
| 3.2.2.2 Metoda <i>Bending</i> | 27 |
| 3.2.2.3 Metoda Persamaan Gelombang Penuh (<i>Full Wave Equation</i>) | 29 |
| 3.2.2.4 Prinsip Huygen..... | 30 |
| 3.2.2.5 Persamaan Eikonal | 31 |
| 3.2.2.6 Solusi Persamaan Eikonal dengan <i>Finite Difference</i> | 33 |
| 3.2.2.7 Aplikasi FD Persamaan Eikonal Dalam Komputasi | 36 |
| 3.2.3 Formulasi Persoalan Pemodelan Ke Belakang | 40 |
| 3.2.4 Metoda Penyelesaian dalam Pemodelan Ke Belakang | 41 |
| 3.2.4.1 <i>Back Projection Technique</i> (BPT) | 41 |
| 3.2.4.2 <i>Algebraic Reconstruction Technique</i> (ART) | 43 |

| | |
|--|-----------|
| 3.2.4.3 <i>Simultaneous Iterative Reconstruction Technique</i> (SIRT) | 44 |
| 3.2.5 Data Kontrol | 46 |
| 3.3. Model Reservoar | 47 |
| 3.4. Alur Penelitian | 51 |
| BAB IV PEMODELAN KECEPATAN PADA DATA SINTETIS | 52 |
| 4.1. Algoritma Tomografi | 52 |
| 4.2. Model Pengujian | 53 |
| 4.2.1 Model Gradasi | 54 |
| 4.2.2 Model Karbonat | 55 |
| 4.2.3 Model <i>Pinchout</i> | 56 |
| 4.3. Hasil Pengujian dan Analisa | 57 |
| 4.4. Analisa Error | 71 |
| BAB V KESIMPULAN | 74 |
| 5.1. Kesimpulan | 74 |
| 5.2. Saran | 75 |
| DAFTAR ACUAN | 77 |



DAFTAR GAMBAR

| | | |
|--------------|--|----|
| Gambar 3.1. | Skematik proyeksi sinar dari S ke R (Stewart, 1987)..... | 14 |
| Gambar 3.2. | Model bumi yang terdiri dari sel-sel kecepatan konstan dengan total waktu tempuh adalah jumlah dari waktu tempuh di setiap sel (Jones, 2010) | 19 |
| Gambar 3.3. | Lima raypaths yang bersesuaian dengan lima offset pada gather input untuk model sembilan-sel (Jones, 2010) | 20 |
| Gambar 3.4. | Moveout trajectory untuk suatu titik refleksi (Jones, 2010) | 20 |
| Gambar 3.5. | Ilustrasi dari <i>ray path</i> yang terpantul pada suatu reflektor dan kembali diterima oleh receiver. | 22 |
| Gambar 3.6. | Skema metoda penembakan sinar (Yang, 2003). | 23 |
| Gambar 3.7. | Penelusuran jejak sinar yang mengikuti Hukum Snellius .. | 23 |
| Gambar 3.8. | Ray tracing dengan menggunakan metode penembakan sinar. | 27 |
| Gambar 3.9. | Skema metoda <i>Bending</i> | 27 |
| Gambar 3.10. | Skema komputasi penjalaran gelombang dengan Menggunakan Prinsip Huygen | 30 |
| Gambar 3.11. | Diagram dari sebuah grid elemen menggunakan metoda Finite Difference | 33 |
| Gambar 3.12. | (a) Kisi-kisi Finite-Difference dengan A adalah titik sumber, dimana B _i dan C _i untuk $i= 1,2,3,4$ adalah titik yang akan di cari waktunya. (b) Metoda Expanding Square (Vidale, 1988). | 36 |
| Gambar 3.13. | Rekontruksi penjalaran gelombang pada media homogen dengan kecepatan 2000m/s dengan lokasi sumber di tengah dan (a) ukuran grid 11 x 11 (b) ukuran grid 56 x 56. | 38 |
| Gambar 3.14. | (a) Rekontruksi penjalaran gelombang pada media homogen dengan kecepatan 2000m/s dengan posisi sumber di tengah permukaan. (b) posisi sumber di kiri permukaan. | 38 |
| Gambar 3.15. | Model geometri lapisan sedimen dua lapis, dengan kontras kecepatan yang tinggi untuk kasus lapisan horizontal. | 39 |

| | |
|--|----|
| Gambar 3.16. Rekontruksi penjalaran gelombang untuk kasus medium dua lapis dengan menempatkan sumber di permukaan untuk melihat gradasi kecepatan kontur muka gelombang untuk perubahan velocity yang cukup tinggi. | 39 |
| Gambar 3.17. "Layer-cake" Reservoir gas di triassic carbonates, Belanda (Aigner, 2007) | 48 |
| Gambar 3.18. Carbonate build up | 49 |
| Gambar 3.19. Struktur Pinchout | 50 |
| Gambar 3.20. Diagram alur penelitian dari <i>Traveltime Tomography</i> | 51 |
| Gambar 4.1. Model Gradasi dengan $V_1=2000\text{m/s}$, $V_2=2500\text{m/s}$, dan $V_3=3000\text{m/s}$ | 54 |
| Gambar 4.2. Model Karbonat $V_1=2500\text{m/s}$, $V_2=3200\text{m/s}$, dan $V_3=4000\text{m/s}$ | 55 |
| Gambar 4.3. Model Pinchout dengan $V_1=2600\text{m/s}$, $V_2=3600\text{m/s}$, dan $V_3=4500\text{m/s}$ | 56 |
| Gambar 4.4. Rekontruksi penjalaran gelombang dari sumber dengan menggunakan <i>finite difference</i> dari persamaan Eikonal untuk model gradasi. | 57 |
| Gambar 4.5. Rekontruksi penjalaran gelombang dari penerima dengan menggunakan <i>finite difference</i> dari persamaan Eikonal untuk model gradasi. | 58 |
| Gambar 4.6. Rekontruksi penjalaran gelombang dari sumber dengan menggunakan <i>finite difference</i> dari persamaan Eikonal untuk model karbonat build-up. | 58 |
| Gambar 4.7. Rekontruksi penjalaran gelombang dari penerima dengan menggunakan <i>finite difference</i> dari persamaan Eikonal untuk model karbonat build-up. | 58 |
| Gambar 4.8. Rekontruksi penjalaran gelombang dari sumber dengan menggunakan <i>finite difference</i> dari persamaan Eikonal untuk model pinchout. | 59 |
| Gambar 4.9. Rekontruksi penjalaran gelombang dari penerima dengan menggunakan <i>finite difference</i> dari persamaan Eikonal untuk model pinchout. | 59 |
| Gambar 4.10. Model homogen 2000 m/s sebagai model awal | 60 |

| | |
|--|----|
| Gambar 4.11. Hasil inversi pada model gradasi dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s | 61 |
| Gambar 4.12. Penampang lateral dari (a) model kecepatan interval pada model gradasi dengan 3 (tiga) lokasi sumur buatan (b) hasil inversi pada model gradasi dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s dengan 3 (tiga) lokasi sumur buatan. | 62 |
| Gambar 4.13. Kecepatan interval pada model gradasi di ketiga lokasi sumur buatan, garis biru merupakan kecepatan interval model dan garis merah merupakan kecepatan interval hasil inversi dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s (a) pada sumur A (b) pada sumur B (c) pada sumur C. | 62 |
| Gambar 4.14. Hasil inversi pada model karbonat dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s. | 65 |
| Gambar 4.15. Penampang lateral dari (a) model kecepatan interval pada model karbonat dengan 3 (tiga) lokasi sumur buatan (b) hasil inversi pada model karbonat dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s dengan 3 (tiga) lokasi sumur buatan. | 65 |
| Gambar 4.16. Kecepatan interval pada model karbonat di ketiga lokasi sumur buatan, garis biru merupakan kecepatan interval model dan garis merah merupakan kecepatan interval hasil inversi dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s (a) pada sumur A (b) pada sumur B (c) pada sumur C. | 66 |
| Gambar 4.17. Hasil inversi pada model pinchout dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s. | 68 |
| Gambar 4.18. Penampang lateral dari (a) model kecepatan interval pada model pinchout (b) hasil inversi pada model pinchout dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s dengan 3 (tiga) lokasi sumur buatan. | 69 |
| Gambar 4.19. Kecepatan interval pada model pinchout di ketiga lokasi sumur buatan, garis biru merupakan kecepatan interval model dan garis merah merupakan kecepatan interval hasil inversi dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s (a) pada sumur A (b) pada sumur B (c) pada sumur C. | 69 |
| Gambar 4.20. Nilai absolut dari selisih nilai kecepatan hasil inversi tomografi terhadap kecepatan dari model sintetik (a) gradasi, (b) karbonat, (c) pinch out. | 71 |

BAB 1

PENDAHULUAN

Fokus dalam tesis ini terdapat pada pembahasan mengenai suatu metode yang disebut dengan tomografi refleksi waktu tempuh yang dapat digunakan untuk memodelkan kecepatan dari suatu data seismik. Pada Bab 1 akan dibahas latar belakang, tujuan penelitian, batasan masalah, hasil penelitian yang diharapkan, metodologi, serta sistematika penulisan dari tesis ini.

1.1 Latar Belakang

Pengolahan data seismik bertujuan untuk menghasilkan penampang seismik dengan S/N (*signal to ratio*) yang baik tanpa mengubah bentuk kenampakan-kenampakan refleksi, sehingga dapat dilakukan interpretasi pada struktur dari perlapisan di bawah permukaan bumi. Daerah yang memiliki struktur geologi kompleks, pada umumnya menjadi target dari eksplorasi dan pemboran hidrokarbon. Sedangkan gambar seismik yang dihasilkan pada daerah kompleks ini pada umumnya sangat sukar diinterpretasikan. Oleh karena itu masih diperlukan perbaikan sehingga hasil pengolahan data seismik dapat menampakkan struktur bawah permukaan dengan jelas.

Hasil pengolahan data seismik berupa data *zero offset* biasanya memiliki posisi titik-titik refleksi yang terletak tidak tepat pada bidang yang sebenarnya. Hal ini disebabkan oleh pantulan miring atau difraksi yang melenturkan gelombang kesegala arah, sehingga penampang seismik yang dihasilkan tidak mencerminkan struktur bawah permukaan secara akurat. Oleh karena itu diperlukan proses migrasi untuk mengembalikan titik-titik refleksi pada posisi sebenarnya.

Dalam proses migrasi pun dibutuhkan analisis kecepatan. Tahapan ini sangatlah penting, karena dengan analisis kecepatan akan diperoleh nilai kecepatan yang cukup akurat yang sesuai dengan kecepatan medium untuk menentukan kedalaman, ketebalan, kemiringan (*dip*) dari suatu pemantul (*reflector*) atau suatu *refractor*. Dalam interpretasi umum dibutuhkan pemodelan kecepatan untuk

meningkatkan keakuratan dari hasil migrasi dalam fungsi kedalaman agar sesuai dengan keadaan struktur bawah permukaan yang sebenarnya (Junafir,2007). *Pre-stack depth migration (PreSDM)* merupakan salah satu proses migrasi yang digunakan untuk menghasilkan gambar bawah permukaan bumi pada daerah yang memiliki struktur geologi kompleks. Kualitas penampang seismik setelah *Pre-stack depth migration* bergantung pada keakuratan model kecepatan interval (*interval velocity model*). Metode tomografi dapat digunakan untuk menghasilkan model kecepatan interval yang akurat. Inti dari tesis ini adalah pembahasan mengenai metode tomografi refleksi waktu tempuh dalam memberikan pemodelan kecepatan.

Kata tomografi berasal dari bahasa Yunani, yaitu *tomos* yang artinya memotong dan grafik yang berarti gambar. Secara umum tomografi merupakan suatu teknik khusus yang dapat digunakan untuk mendapatkan gambaran bagian dalam dari suatu obyek berupa benda padat tanpa memotong atau mengirisnya. Caranya dengan melakukan pengukuran-pengukuran di luar obyek tersebut dari berbagai arah (yang disebut membuat proyeksi-proyeksi), kemudian merekonstruksinya (Munadi,S, 1992). Proses rekontruksi suatu obyek berdasarkan hasil proyeksinya dari berbagai arah merupakan salah satu bagian dari proses tomografi yang disebut sebagai pemodelan ke belakang.

Tomografi sebenarnya telah lama dipakai di bidang-bidang lain, seperti dalam radio astronomi yang telah menggunakan prinsip tomografi sejak tahun 1956. Dalam dunia kedokteran pun, tomografi bukanlah sesuatu yang baru, karena sejak tahun 1961 *x-ray computerized tomography* telah digunakan untuk memproyeksikan obyek di dalam tubuh manusia. Dengan metode ini, seorang dokter dengan lebih mudah dapat mendeteksi kelainan-kelainan yang ada di dalam tubuh pasien tanpa harus melakukan pembedahan. Prinsip inilah yang mengilhami perkembangan tomografi seismik pada tahun 1980-an, hanya saja pada tomografi seismik yang dijadikan obyek adalah struktur batuan di bawah permukaan bumi. Dengan bantuan gelombang seismik sebagai media untuk memproyeksikan struktur batuan bawah permukaan bumi, akhirnya hasil proyeksi yang berupa waktu rambat gelombang direkam oleh penerima (*receiver*).

Dalam tomografi seismik dikenal tiga macam tomografi, yakni tomografi yang berdasarkan pada gelombang transmisi (*transmission tomography*), tomografi yang berdasarkan gelombang refleksi (*reflection tomography*), dan tomografi yang berdasarkan gelombang difraksi (*diffraction tomography*) (Munadi,1992). Pada tesis ini hanya akan dibahas mengenai tomografi refleksi yang menitikberatkan analisis pada hubungan antara gelombang-gelombang terpantul, kedalaman bidang pantul serta cepat rambat gelombang pada medium yang dilaluinya.

Tomografi refleksi terdiri dari dua buah proses utama, yaitu pemodelan ke depan (*forward tomography*) dan pemodelan ke belakang (*inverse tomography*). Pada proses pemodelan ke depan, nilai dari waktu tempuh suatu data seismik diestimasi dengan menggunakan metoda penelusuran jejak sinar (*ray tracing*). Untuk menyelesaikan permasalahan *ray tracing* ini, berdasarkan Berryman, 1991, terdapat beberapa metoda yang dapat digunakan, diantaranya ialah :

- a. Metoda Penembakan Sinar (*Shooting Method*)
- b. Metoda *Bending*
- c. Metoda Persamaan Gelombang Penuh (*Full Wave Equation*).

Ketiga metoda ini akan dibahas secara lebih lanjut dalam bab selanjutnya.

Pada proses pemodelan ke belakang, tujuan utamanya ialah mendapatkan distribusi kecepatan struktur batuan bawah permukaan bumi dengan cara meminimumkan kesalahan (error) antara waktu rambat pengamatan dengan waktu rambat perhitungan. Ada banyak metode yang telah dikembangkan untuk menyelesaikan persoalan tomografi inversi. Secara umum, metode-metode tersebut dapat dibagi menjadi dua bagian (Stewart, 1987), yaitu :

- a. Metode transformasi
Metode transformasi mengasumsikan medium bersifat kontinu dan tidak terdapat keterbatasan dalam memproyeksikan obyek. Yang termasuk dalam kelompok ini antara lain *Fourier Projection* dan *Filtered Back Projection*.

b. Metode ekspansi deret

Pada metode ekspansi deret diasumsikan medium bersifat diskrit dan terdapat keterbatasan memproyeksikan obyek (arah proyeksi yang terbatas). Yang termasuk dalam kelompok ini antara lain :

- Inversi matriks yang dapat dibagi menjadi dua, yakni *Singular Value Decomposition* (SVD) dan metode Gauss Newton (Bishop, 1985). Metode ini hanya dapat digunakan untuk tomografi inversi jika dimensi parameter model tidak terlalu besar.
- Metode *Conjugate Gradient* (CG) yang telah digunakan oleh Scales (1987).
- Metode *row action* (*Algebraic Reconstruction Technique*, ART dan *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique*, SIRT).

Dalam aplikasinya, metode transformasi lebih banyak dipakai dalam bidang kedokteran sedangkan metode ekspansi deret banyak dipakai dalam seismologi eksplorasi.

Mengutip hasil kesimpulan dari penelitian yang telah dilaksanakan oleh Rubyanto (1998), bahwa SVD sangat sensitive terhadap noise sedangkan ART, SIRT, dan CG relative lebih stabil terhadap noise. Diantara ART, SIRT, dan CG telah dibuktikan bahwa SIRT adalah metode yang paling baik karena SIRT dapat diadaptasi untuk persoalan tomografi inversi berdimensi besar, solusinya stabil terhadap noise, konvergensi relatif cepat dan deviasi hasil inversi terhadap model tidak begitu besar. Oleh karena itu, pada tesis ini akan dilakukan pemodelan kecepatan menggunakan tomografi inversi dengan metode SIRT. Keseluruhan perhitungan penelitian ini dikerjakan dengan menggunakan perangkat lunak MatLab versi 7.1.

1.2 Tujuan Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan tujuan menganalisa model kecepatan interval dari suatu data sintetis dengan menggunakan tehknik tomografi refleksi waktu tempuh.

1.3 Batasan Masalah

Dengan mempertimbangkan kerumitan dalam pembangunan algoritma tomografi yang menggunakan script MatLab, pada tesis ini penulis menyelesaikan permasalahan penelusuran jejak sinar (*ray tracing*) dengan salah satu metode yaitu metoda *full wave equation* dalam mencari waktu tempuh penjalaran gelombang seismik yang dipantulkan pada suatu reflektor sintetis. Waktu tempuh ini selanjutnya menjadi input dalam memodelkan kecepatan dengan metode inversi *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique*, SIRT.

1.4 Hasil Penelitian yang Diharapkan

Dengan menggunakan metode tomografi refleksi waktu tempuh, maka diharapkan dapat memberikan analisis model kecepatan yang memiliki deviasi yang kecil terhadap model, sehingga jika diaplikasikan dalam data real, akan menampilkan perlapisan bawah permukaan bumi pada daerah yang memiliki struktur geologi kompleks secara lebih baik. Penampang seismik yang akurat dapat membantu dalam mengidentifikasi daerah prospek.

1.5 Metodologi

Untuk mencapai tujuan yang telah disebutkan pada sub bab 1.2, penulis menerapkan langkah metodologi penelitian sebagai berikut:

- a. perumusan tujuan dan pembatasan masalah,
- b. pembuatan hipotesa,
- c. pembelajaran software MatLab,
- d. pembangunan script metode *ray tracing* dan SIRT,
- e. menerapkan tes pada data sintetis,
- f. melakukan analisa hasil running, membentuk kesimpulan dan saran.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan tesis akan dilakukan secara sistematis pada setiap bab seperti berikut:

- **Bab 1 Pendahuluan**
Pada bagian ini penulis membahas secara ringkas tentang latar belakang, tujuan penelitian, batasan masalah, hasil penelitian yang diharapkan, metodologi, serta sistematika penulisan dari tesis ini.
- **Bab 2 Analisa Kecepatan Gelombang Seismik dalam Seismologi Eksplorasi**
Bagian ini menguraikan teori mengenai kecepatan gelombang seismik yang mendasari sehingga perlu dilakukannya proses tomografi dalam memperbaiki model kecepatan.
- **Bab 3 Tomografi Seismik**
Pada bagian ini, akan dibahas teori dasar mengenai tomografi seismik yang terbagi menjadi dua proses utama, yaitu proses pemodelan ke depan dan pemodelan ke belakang. Pemodelan kecepatan melalui penelusuran jejak sinar (*ray tracing*), dengan metoda persamaan gelombang penuh sebagai proses pemodelan ke depan (*forward tomography*) dan *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique* (SIRT) sebagai proses pemodelan ke belakang (*inverse tomography*), diharapkan akan memberikan pemodelan kecepatan yang memiliki deviasi yang kecil dibandingkan dengan model awal.
- **Bab 4 Pemodelan Kecepatan pada Data Sintetis**
Bagian ini menjelaskan tentang prosedur melakukan pemodelan kecepatan pada suatu data sintetis dengan menggunakan perangkat lunak MatLab versi 7.1. Terdapat pula tinjauan-tinjauan tentang hasil pemodelan kecepatan yang diimplementasikan pada data sintetis tersebut.
- **Bab 5 Kesimpulan**
Bagian ini penulis menarik beberapa kesimpulan dari hasil analisa pemodelan kecepatan untuk kemudian memberikan beberapa saran sebagai pertimbangan pada studi lebih lanjut.

BAB 2

ANALISA KECEPATAN GELOMBANG SEISMIK DALAM SEISMOLOGI EKSPLORASI

Ketika gelombang suara ataupun gelombang seismik merambat pada suatu medium, waktu dibutuhkan bagi gelombang untuk merambat dari suatu titik ke titik lainnya dalam suatu medium tersebut. Waktu yang diperlukan gelombang untuk bergerak dari satu titik ke titik yang lain disebut *traveltime* atau disebut juga dengan waktu tempuh. Untuk medium yang mempunyai sifat fisik atau kimia yang berbeda (*heterogenous media*), waktu yang dibutuhkan gelombang untuk merambat dari suatu titik ke titik lainnya akan berbeda pula. Akumulasi dari penjumlahan waktu yang terekam pada *receiver*, memberikan informasi kecepatan rambat gelombang pada suatu medium.

Pada Bab 2 ini akan dibahas teori-teori dasar mengenai kecepatan rambat gelombang seismik dalam seismologi eksplorasi. Pembahasan akan dibagi menjadi 3 bagian, yaitu pembahasan mengenai pengertian kecepatan gelombang seismik, metode penentuan fungsi kecepatan, dan yang terakhir adalah pembahasan mengenai tujuan dari analisis kecepatan gelombang seismik.

2.1. Kecepatan Gelombang Seismik

Gelombang seismik menjalar melalui peralihan batuan dalam bentuk gelombang elastik. Gelombang ini mentransfer energi menjadi pergerakan partikel batuan yang menentukan kecepatan gelombang seismik. Dengan mengetahui kecepatan gelombang seismik, kedalaman reflektor dan kemiringan reflektor dapat diperoleh.

Berdasarkan arah perambatannya, kecepatan gelombang seismik terdiri dari gelombang seismik longitudinal dan transversal. Masing – masing tipe gelombang ini memiliki kecepatan yang berbeda, dimana kecepatan gelombang longitudinal (V_p) memiliki kecepatan yang lebih besar dibandingkan kecepatan gelombang transversal (V_s). Kecepatan – kecepatan gelombang seismik ini

memiliki hubungan yang erat terhadap parameter-parameter reservoir, seperti porositas, densitas, *Poison's ratio*, rigiditas, ketebalan formasi, litologi, temperatur, *grain size*, *external pressure*, *pore pressure*, fluida, dan orientasi rekahan (Hiltermann, 1977). Adapun jenis-jenis kecepatan gelombang seismik sebagai berikut:

a. Kecepatan Interval (VI)

Kecepatan Interval dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$VI = \Delta z / \Delta t, \quad (2.1)$$

dimana

Δt = beda waktu, dan Δz = beda kedalaman.

b. Kecepatan Intrinsik

Bila gelombang seismik melewati lapisan batuan yang sangat tipis, maka kecepatan gelombang yang terekam disebut kecepatan intrinsik atau sering juga disebut dengan kecepatan sesaat (*instantaneous velocity*). Kecepatan ini biasanya dihitung secara kontinu oleh Sonic log dari lubang bor.

c. Kecepatan Rata - Rata

Kecepatan rata-rata adalah kecepatan yang dibutuhkan suatu gelombang seismik untuk melewati beberapa lapisan batuan dengan ketebalan tertentu. Kecepatan rata-rata ini dapat dituliskan sebagai berikut:

$$V_{Avg} = \frac{\sum_{i=1}^n VI_i \Delta t_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i}, \quad (2.2)$$

dimana

VI = kecepatan interval

i = lapisan ke –

Δt = beda waktu

d. Kecepatan *Root Mean Square* (VRMS)

Kecepatan RMS adalah kecepatan total dari sistem perlapisan horisontal dalam bentuk akar kuadrat rata-rata. Apabila waktu rambat vertikal $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n$, maka kecepatan rms-nya untuk n lapisan adalah :

$$VRMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n VI_i^2 \Delta t_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i}}, \quad (2.3)$$

dimana

VI = kecepatan interval

i = lapisan ke -

Δt = beda waktu

e. Kecepatan *Normal Moveout* (VNMO)

VNMO diperoleh dari hubungan refleksi waktu dengan jarak trace. Kurva yang menggambarkan hubungan antara keduanya menunjukkan bentuk yang hampir hiperbola, karena pengaruh hukum Snellius. Plot antara T_x^2 dengan x^2 akan menghasilkan kurva yang mendekati garis lurus dengan kemiringan $1/VNMO^2$

$$T_x^2 \approx \frac{x^2}{VNMO^2} + T_0^2, \quad (2.4)$$

dimana

x = offset/ jarak shot ke receiver

To = waktu refleksi pada x = 0

Tx = waktu refleksi pada jarak offset x

2.2 Penentuan Fungsi Kecepatan

Berdasarkan Mamdouh (2008), terdapat banyak metodologi dalam menentukan fungsi kecepatan, diantaranya ialah :

a. Metode Grafis

Pada metode Grafis, *traveltime* energi refleksi tidak hanya tergantung dari

kedalaman reflektor dan kecepatan di atas reflektor tersebut, tetapi juga tergantung dari jarak offset.

b. Metode Constant Velocity Scan (CVS)

Metode CVS ini menampilkan CDP gather dengan kecepatan interval yang berbeda-beda. Kecepatan untuk tiap-tiap reflektor dipilih dengan cara melihat pola reflektor yang terjadi setelah kita menerapkan suatu nilai kecepatan terhadap *gather* tersebut apakah datar atau tidak. Jika reflektor tersebut memiliki harga kecepatan lebih rendah dari kecepatan yang diperkirakan, maka reflektornya akan turun begitupula sebaliknya.

c. Spektrum kecepatan

Stack amplitude pada waktu t , S_t , didefinisikan sebagai:

$$S_t = \sum_{i=1}^m f_{i,t(i)}, \quad (2.5)$$

dimana $f_{i,t(i)}$ adalah harga amplitudo trace ke- i , pada waktu bolak-balik $t(i)$.

Semblance, yaitu normalisasi perbandingan energi output dengan energi input dapat dituliskan sebagai berikut:

$$NE = \frac{1}{M} \frac{\sum_t S_t^2}{\sum_t \sum_{i=1}^m f_{i,t(i)}^2}, \quad (2.6)$$

dimana M menunjukkan jumlah trace.

Penentuan fungsi kecepatan berdasarkan spectrum kecepatan, akan memilih kecepatan yang memiliki nilai semblance maksimum, adapun hal-hal yang harus diperhatikan, yaitu:

- pengetahuan mengenai data sonic log daerah survey, agar fungsi kecepatan yang dihasilkan dapat akurat,
- asumsi kecepatan bertambah terhadap kedalaman,
- keterkaitan fungsi kecepatan yang dihasilkan dengan data sumur terdekat.

2.3 Tujuan Analisis Kecepatan Gelombang Seismik

Analisa kecepatan merupakan tahap yang memiliki peranan yang sangat penting dalam seismologi eksplorasi, khususnya pada penyiapan data untuk interpretasi geofisika dan geologi dari daerah penyelidikan. Berikut ialah tujuan dari analisa kecepatan, diantaranya ialah :

- a. Mendapatkan nilai kecepatan sebagai koreksi dinamik.

Koreksi dinamik sering disebut sebagai koreksi NMO (*Normal Moveout*). Koreksi ini bertujuan untuk mengumpulkan beberapa jejak seismik refleksi yang berasal dari titik pantul yang sama (*CDP gather*) menjadi sebuah jejak seismik tunggal (*stacking trace*). Koreksi NMO dilakukan untuk menghilangkan pengaruh beda jarak antara *shot* dan *receiver* pada data *CDP gather*. Setelah melakukan koreksi NMO, maka reflektor yang mulanya berbentuk hiperbola akan terlihat datar, yang kemudian dilakukan proses penumpukan (*stacking*). Tujuan dari *stacking* ini adalah untuk meningkatkan rasio S/N dengan mengasumsikan sinyal memiliki fase yang sama sedangkan noise random memiliki fase acak. Dengan demikian penumpukan trace akan meningkatkan amplitudo sinyal dan menurunkan amplitudo noise.

Koreksi NMO pada lapisan datar dapat dituliskan sebagai berikut:

$$(T_0 + \Delta t)^2 = \frac{x^2}{VNMO^2} + T_0^2 \quad (2.7)$$

atau

$$\Delta t = \sqrt{\frac{x^2}{VNMO^2} + T_0^2} - T_0, \quad (2.8)$$

dimana Δt = koreksi NMO. Dengan mengurangi nilai Δt terhadap masing-masing sinyal, maka “seolah-olah” shot - receiver berada pada normal insiden/offset = 0. Kecepatan yang diperlukan untuk mendapatkan *stacking trace* ini

disebut *stacking velocity*. Akan tetapi *stacking velocity* yang diperoleh dari koreksi NMO memiliki beberapa kelemahan, diantaranya tidak begitu akurat bila digunakan untuk konversi penampang seismik waktu ke penampang seismik kedalaman, serta tidak mampu memetakan variasi kecepatan secara lateral jika pada daerah tersebut terdapat struktur kompleks akibat gangguan tektonik.

b. Konversi penampang waktu menjadi penampang kedalaman.

Hasil rekaman data seismik ditampilkan dalam domain t-x (waktu terhadap offset), sedangkan informasi struktur batuan bawah permukaan akan lebih bermakna jika ditampilkan dalam domain z-x (kedalaman terhadap offset). Konversi diagram t-x menjadi z-x merupakan tahap awal dari interpretasi geofisika. Untuk tujuan konversi ini dibutuhkan analisa kecepatan yang akurat.

c. Korelasi stratigrafi dan variasi litologi

Melalui teknik inversi tomografi seismik, dapat dibuat penampang distribusi kecepatan yang menjadi panduan untuk korelasi stratigrafi dan menggambarkan penyebaran litologi. Oleh karena itu dibutuhkan analisa kecepatan yang akurat untuk mendapatkan korelasi stratigrafi dan pemetaan penyebaran litologi dengan tepat.

Pembahasan di atas menunjukkan bahwa terdapat banyak sekali faktor – faktor yang mempengaruhi persebaran dari nilai kecepatan dan menunjukkan pula betapa pentingnya analisa kecepatan. Oleh karena itu analisa kecepatan yang akurat sangatlah diperlukan untuk dapat menghasilkan gambaran permukaan bumi yang lebih presisi. Untuk mengatasi permasalahan ini, pada bab berikutnya akan dibahas mengenai metode tomografi seismik yang ditujukan untuk memberikan pemodelan kecepatan dengan baik.

BAB 3

TOMOGRAFI SEISMIK

Pada Bab 2 telah dipaparkan betapa pentingnya pemodelan kecepatan yang akurat pada proses pengolahan data seismik. Oleh karena itu, pada Bab 3 akan dibahas mengenai metoda yang dapat digunakan untuk memberikan pemodelan kecepatan dengan baik, yaitu metoda tomografi seismik. Dalam bab ini terdapat teori – teori dasar tomografi seismik yang terbagi menjadi empat sub bab utama. Sub bab pertama berisi teori dasar mengenai tomografi seismik. Dalam sub bab ke 2, akan dibahas langkah – langkah dari metoda tomografi seismik dalam memodelkan kecepatan dari suatu data sintetis. Langkah-langkah ini terdiri dari pemodelan ke depan (*forward tomography*) menggunakan metoda penelusuran jejak sinar (*ray tracing methodology*) dan pemodelan ke belakang (*inverse tomography*) dengan metoda Metoda BPT (*Back Projection Technique*), ART (*Algebraic Reconstruction Technique*) serta SIRT (*Simultaneous Iterative Reconstruction Technique*). Pada sub – bab ketiga, akan dibahas mengenai struktur - struktur bumi yang mengidentifikasi adanya reservoir yang pada nantinya akan dimodelkan dengan data sintetis. Dan pada sub bab terakhir, terdapat pembahasan mengenai alur penelitian yang digunakan dan dibahas pada bab selanjutnya.

3.1 Teori Tomografi Seismik

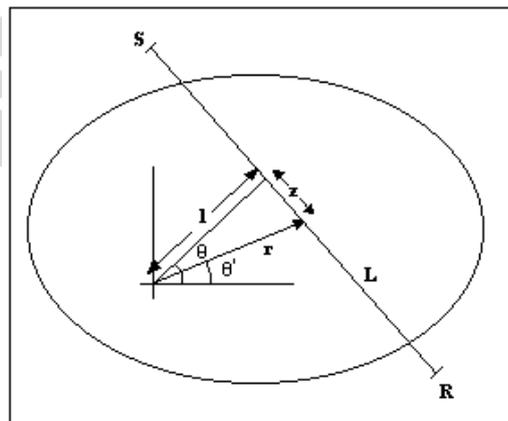
3.1.1 Definisi Tomografi Seismik

Tomografi merupakan suatu teknik khusus yang dapat digunakan untuk mendapatkan gambaran bagian dalam dari suatu obyek berupa benda padat tanpa memotong atau mengirisnya. Caranya dengan melakukan pengukuran-pengukuran di luar obyek tersebut dari berbagai arah (yang disebut membuat proyeksi-proyeksi), kemudian merekonstruksinya (Munadi,S, 1992). Tomografi seismik memerlukan cara tersendiri karena ada keterbatasan dalam melakukan proyeksi. Lapisan-lapisan batuan yang berada di bawah permukaan bumi tidak dapat diproyeksikan ke berbagai arah. Selain itu penggunaan gelombang seismik

sebagai sinar yang dipakai untuk membuat proyeksi juga memiliki keterbatasan dalam cara penanganannya.

Prinsip utama dalam tomografi seismik, adalah menyajikan gambaran bawah permukaan dalam domain kecepatan. Gambar atau pencitraan ini ditampilkan dalam sel-sel yang pada satu sel dianggap merupakan satu kecepatan gelombang lokal. Pada tahap inversi kecepatan gelombang lokal digantikan dengan kelambanan lokal (invers dari kecepatan gelombang lokal) untuk memudahkan perhitungan. Hal ini dikarenakan persamaan inversi menjadi linier ketika berada dalam domain kelambanan (*slowness*). Dalam 2-D, *slowness* dimodelkan dalam bentuk bujursangkar, dan untuk memudahkan perhitungan, nilai *slowness* dimodelkan dengan matriks.

Ide geotomografi didasarkan pada proyeksi atau integral dari suatu parameter *slowness* sepanjang perjalanan berkas gelombang. Secara skematik proyeksi ini dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.1 Skematik proyeksi sinar dari S ke R (Stewart, 1987).

Sudut antara garis tegak lurus garis L dan sumbu horizontal x adalah θ dengan jarak 1. Maka persamaan matematis dari garis L adalah jumlah nilai fungsi sepanjang berkas L dari S ke R adalah :

$$F(l, \theta) = \int_S^R f(r, \Phi) dz \quad (3.1)$$

dimana:

l : jarak berkas dari pusat koordinat referensi

θ : sudut antar normal ke berkas L dan sumbu x

$$\Phi: \theta - \arctan\left(\frac{z}{l}\right)$$

z : jarak dari titik potong dengan garis normal sepanjang berkas L.

Dari geometri diketahui bahwa $r^2 = l^2 + z^2 = |r|^2$ dimana r adalah vektor posisi pada garis yang didefinisikan sebagai (l, θ) . Secara simbolik, persamaan matematis tersebut dapat ditulis sebagai :

$$F(l, \theta) = \int_{r, \theta=l} f(r) dr \quad (3.2)$$

dimana l arah vektor sepanjang garis normal ke L melalui titik pusat.

Tipe integral seperti ini dikenal sebagai Transformasi Radon (RT). Transformasi ini pertama kali diperkenalkan oleh Radon (1917) sebagai orang yang pertama kali menurunkan Inversi Transformasi Radon (IRT). Dalam tomografi, transformasi Radon termasuk dalam tahap pemodelan ke depan (*forward tomography*) dan bermanfaat dalam proses proyeksi. Sedangkan untuk menciptakan image kita lakukan inversi terhadap transformasi Radon.

Transformasi Radon dan Inversi Transformasi Radon akan digunakan sebagai dasar dari perumusan algoritma tomografi seismik yang akan dibahas lebih lanjut.

Pada tesis ini akan dilakukan penelitian mengenai pemodelan kecepatan dari suatu survey seismik refleksi permukaan yang menggunakan metoda tomografi yang dikenal dengan istilah Tomografi Seismik Refleksi atau Tomografi Permukaan.

3.1.2 Tomografi Seismik Refleksi

Dalam seismik dikenal tiga macam tomografi, yakni tomografi yang berdasarkan pada gelombang transmisi (*transmission tomography*), tomografi yang berdasarkan gelombang refleksi (*reflection tomography*), dan tomografi yang berdasarkan gelombang difraksi (*diffraction tomography*) (Munadi, 1992). Dalam

sub-bab berikut ini akan dibahas teori dasar tomografi seismik refleksi.

Tomografi refleksi memanfaatkan gelombang refleksi yang berasal dari gelombang seismik. Dalam penentuan *raypath* suatu gelombang refleksi, akan digunakan reflektor-reflektor yang ditentukan sebagai reflektor acuan (model) bagi gelombang refleksi yang menjalar dari shot menuju receiver menggunakan metoda *forward tomography* dengan memilih *raypath* dengan *travel time* minimum. *Travel time* ini menjadi dasar dari perhitungan pemodelan kecepatan melalui proses inversi tomografi.

Dalam analisis tomografi seismik refleksi, dilakukan pula proses rekonstruksi, yaitu suatu proses membangun obyek berdasarkan hasil proyeksinya dari berbagai arah. Proses rekonstruksi ini merupakan proses inversi. Artinya, bertolak dari waktu rambat gelombang yang teramati kemudian dicari penyebabnya. Penyebab ini dapat berupa distribusi porositas/kecepatan ataupun rekahan secara vertikal maupun lateral. Secara matematis analisis tomografi seismik melibatkan optimalisasi penyelesaian persamaan linier simultan yang dikerjakan secara iterative. Satu persamaan mewakili satu sinar seismik yang merambat dari sumber ke penerima melintasi medium yang sudah dibagi-bagi dalam bentuk sel-sel yang kecil. Masing-masing sel tadi mempunyai nilai kecepatan awal tertentu. Optimalisasi penyelesaian persamaan linier simultan ini akan menyebabkan proses iterasinya mengkonvergen secara cepat dan memberikan nilai-nilai kecepatan yang diharapkan di setiap sel tadi.

Beberapa perbedaan yang perlu diketengahkan antara analisis seismik konvensional dan tomografi seismik refleksi, antara lain adalah bahwa seismik konvensional bertumpu kepada amplitudo gelombang sedangkan tomografi seismik refleksi bertumpu pada waktu rambat gelombang. Pada seismik konvensional, lapisan-lapisan batuan di model sebagai blok-blok yang horizontal dengan sifat-sifat elastik tertentu, sedang pada tomografi seismik refleksi model perlapisan-perlapisan itu berupa sel-sel yang jauh lebih kecil daripada blok yang masing-masing juga mempunyai sifat-sifat elastik tertentu. Selain itu, tomografi

seismik refleksi sangat memperhitungkan/memanfaatkan pengaruh sudut datang gelombang (arah proyeksi), sedangkan pada seismik konvensional pengaruh tersebut hanya dikoreksi.

Dalam tomografi refleksi terdapat beberapa prosedur pokok yang harus dilakukan sebelum didapatkan model kecepatan, diantaranya yaitu:

- a. menentukan *event – event* seismik pada data sebagai reflector acuan (hal ini dapat dilakukan dengan pemodelan suatu data sintesis),
- b. menerapkan *ray tracing* dari shot ke receiver melalui event-event sebelumnya sebagai reflektor acuan (*forward tomography*) untuk mendapatkan *raypath* dengan nilai *travel time* yang minimum,
- c. menggunakan metoda tomografi inversi untuk mengupdate model (kecepatan) hingga menghasilkan waktu tempuh yang konsisten dengan waktu tempuh yang didapat dari proses *ray tracing*.
- d. membandingkan *traveltime* hasil perhitungan dengan *traveltime* dari proses *ray-tracing*,
- e. jika deviasi *travel time* masih terlalu jauh, maka digunakan kembali metoda tomografi inversi untuk mengupdate model (kecepatan) hingga menghasilkan waktu tempuh yang konsisten dengan waktu tempuh yang didapat dari proses *ray tracing*.

Pada sub bab selanjutnya akan dibahas beberapa prinsip dan dasar teori yang digunakan dalam pemodelan kecepatan dengan metoda tomografi refleksi waktu tempuh (*travel time tomography reflection*)

3.1.3 Prinsip Fermat dan Tomografi Waktu Tempuh (*Traveltime Tomography*)

Waktu rambat gelombang seismik dalam tomografi adalah integral *slowness* yang dilalui oleh sinar yang menghubungkan antara sumber dengan receiver. Untuk memperjelas hal tersebut, sebagai ilustrasi anggap *i* adalah sebuah berkas sinar yang menghubungkan antara sumber dengan receiver dalam sebuah model sintetik dengan *slowness* *s*. Definisikan bahwa t_i adalah waktu yang diperlukan sinar *i* untuk merambat dari sumber ke receiver dengan *s* fungsi kontinyu, maka didapatkan :

Universitas Indonesia

$$t_i > \int s(x) dl^i \quad (3.3)$$

Prinsip Fermat mengatakan bahwa “*The actual path between two points taken by a beam of light is the one which is traversed in the least time*”. Maka penerapan dalam tomografi, bila sebuah sinar yang sesuai dengan prinsip Fermat dimisalkan adalah P , sehingga mempunyai t_i yang paling minimum maka persamaan 3.3 berubah menjadi :

$$t_i > \int_{P^i} s(x) dl^{P^i} \quad (3.4)$$

Bila diberikan sebuah model diskret dengan membagi suatu medium menjadi sebanyak j sel. Persamaan 3.3 dapat ditulis kembali sebagai :

$$t_i > \sum_{j>1}^N l_{ij} s_j \quad (3.5)$$

Tomografi seismik meliputi dua bagian besar yaitu permodelan ke depan (*forward modelling*) dan permodelan ke belakang (*inverse modelling*). Persamaan 3.5 menjadi dasar dari pemodelan ke depan (*forward modeling*) dari tomografi seismik. Permodelan ke depan di dalam seismik digunakan untuk menghitung waktu tempuh dan jalan rambat gelombang atau sinar pada sebuah model sintetik. Sedangkan pada permodelan ke belakang, dilakukan proses pengembalian data waktu menjadi model kecepatan. Kedua proses ini (proses pemodelan ke depan dan pemodelan ke belakang) saling berkaitan satu sama lain, dan pemilihan setiap metoda akan sangat mempengaruhi hasil dan waktu komputasi.

3.2 Pemodelan ke Depan dan Pemodelan ke Belakang

3.2.1 Formulasi Persoalan Pemodelan ke Depan (*Forward Tomografi*)

Berdasarkan Prinsip Fermat pada 3.1.3, waktu rambat gelombang dari sumber ke geophone dapat dinyatakan dengan persamaan :

$$T(l) = \int_{l(S)} S \cdot dl \quad (3.6)$$

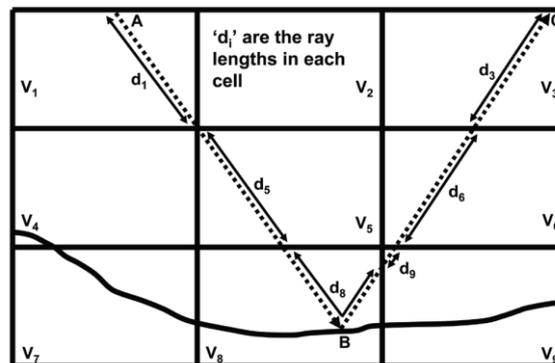
dengan :

S = slowness (kelambatan) = 1/kecepatan,

dl = elemen panjang sepanjang lintasan sinar,

$l(S)$ = lintasan sinar.

Pada tomografi seismik, dilakukan pendekatan media secara diskrit. Gambar 3.2 merupakan ilustrasi model 2D sederhana dengan pendekatan secara diskrit.

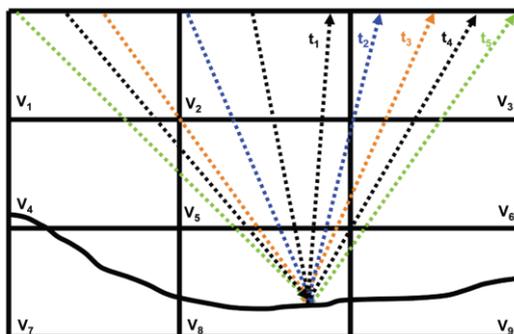


Gambar 3.2 Model bumi yang terdiri dari sel-sel kecepatan konstan, dengan total waktu tempuh adalah jumlah dari waktu tempuh di setiap sel (Jones, 2010).

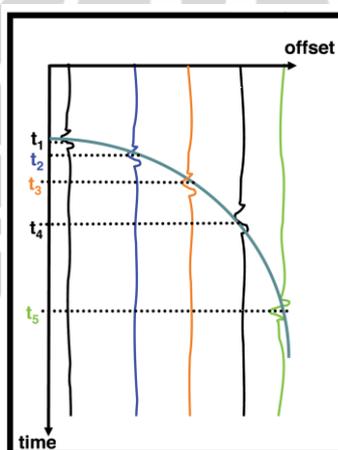
Pada Gambar 3.2 permukaan dibagi menjadi sembilan sel, masing-masing dengan kecepatan konstan tersendiri. Waktu kedatangan untuk raypath ABC, yaitu t_{ABC} , menunjukkan refleksi dari sumber di A ke penerima C yang memantul di permukaan B. t_{ABC} terdiri dari kontribusi dari masing-masing segmen raypath dalam sel sebagai berikut:

$$t_{ABC} = d_1/v_1 + d_5/v_5 + d_8/v_8 + d_9/v_9 + d_6/v_6 + d_3/v_3, \quad (3.7)$$

dimana d_j adalah panjang *raypath* dalam kotak ke- j dengan kecepatan interval v_j . Persamaan yang sama berlaku untuk setiap *raypath* dengan semua offset pada suatu lokasi CMP (*Common Mid Point*) dalam suatu survey. Untuk CMP tertentu, terdapat sejumlah elemen pengukuran *travel time* pada reflektor yang diberikan. Gambar 3.3 memperlihatkan lima raypath dalam suatu CMP dengan *moveout trajectory* bersesuaian pada Gambar 3.4.



Gambar 3.3 Lima raypaths yang bersesuaian dengan lima offset pada gather input untuk model sembilan-sel (Jones, 2010).



Gambar 3.4 Moveout trajectory untuk suatu titik refleksi (Jones, 2010).

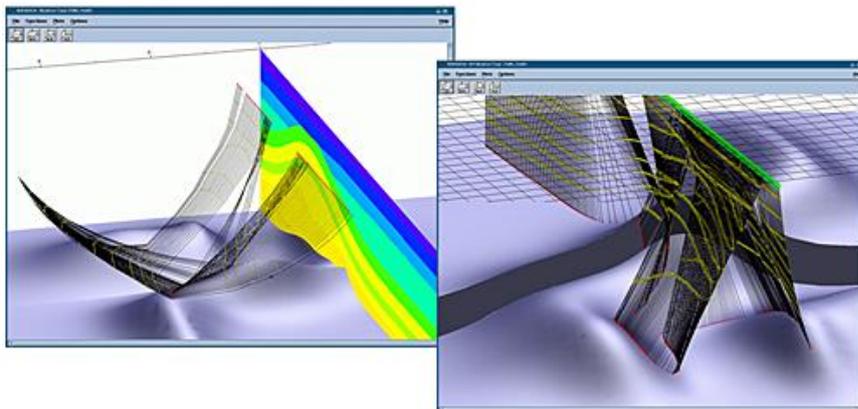
Proses yang paling memakan waktu dalam tomografi waktu tempuh adalah permodelan ke depan, di dalamnya terdapat suatu proses yang memodelkan pergerakan gelombang (*raytracing*) yang sampai sekarang masih menjadi fokus bagi para peneliti. Pada tomografi X-ray yang merupakan dasar pemikiran dari tomografi seismik, digunakan sinar lurus untuk memodelkan pergerakan gelombang. Pada perambatan sinar X dalam tubuh, indeks refraksi adalah konstan, sehingga secara teori jejak gelombang yang dihasilkan akan mendekati lurus. Akan tetapi pada tomografi seismik, dimana gelombang merambat pada medium *heterogenous*, indeks refraksi tidaklah konstan, sehingga dalam tomografi seismik sinar lurus tidak dapat diaplikasikan. Oleh karena itu diperlukan suatu metoda yang tepat dalam memodelkan pergerakan gelombang seismik.

Pada sub-bab berikutnya akan dibahas mengenai suatu metoda yang digunakan untuk menentukan pergerakan gelombang seismik. Metoda yang dapat memodelkan pergerakan gelombang seismik ini disebut sebagai metoda *ray tracing*.

3.2.2 Metoda Penelusuran Jejak Sinar (*Ray Tracing Methodology*)

Dalam fisika, penelusuran jejak sinar (*ray tracing*) adalah metoda untuk menghitung jalan gelombang atau partikel melalui sistem dengan berbagai kecepatan propagasi, karakteristik penyerapan, dan permukaan. Dalam keadaan ini, muka gelombang dapat menekuk, mengubah arah, atau mencerminkan permukaan sehingga menyulitkan analisis. Ray tracing menyelesaikan masalah ini dengan menelusuri sinar yang melalui media dengan jumlah diskrit. Analisis yang lebih rinci dapat dilakukan dengan menggunakan komputer untuk menyebarkan banyak sinar.

Ray tracing merupakan proses yang sangat penting di dalam aktifitas seismik eksplorasi seperti untuk keperluan desain survey, *seismic modeling*, *4D seismic*, *seismic tomography*, dll. *Seismic modeling* bertujuan untuk memodelkan gambaran permukaan bumi dengan menembakkan gelombang seismik ke dalam suatu medium. Dalam proses ini, *ray tracing* digunakan untuk memberikan gambaran gelombang seismik yang merambat melalui suatu media hingga gelombang diterima oleh receiver. *Geo-scientist* memanfaatkan hasil pemodelan dari permukaan bumi ini dalam merancang suatu survey seismik sebelum melakukan proses akuisisi. Sedangkan dalam *4D seismic*, *ray tracing* digunakan untuk memperhitungkan efek penjalaran gelombang pada overburden dalam bentuk vektor iluminasi (*illumination vectors*).



Gambar 3.5 Ilustrasi dari *ray path* yang terpantul pada suatu reflektor dan kembali diterima oleh receiver.

Garis merah menunjukkan posisi titik – titik refleksi dan garis kuning menunjukkan perpotongan antara sinar dan horizon geologi. Pada tesis ini, metoda penelusuran jejak sinar digunakan untuk mengetahui bagaimana gelombang seismik menjalar di bawah permukaan bumi. *Ray tracing* digunakan dalam algoritma tomografi untuk menentukan *raypath* dan panjang berbagai *path* dalam sel model.

Ada tiga metoda *raytracing* yang utama dalam tomografi (Berryman et al, 1991) :

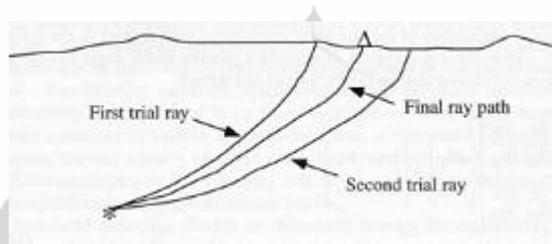
1. Metoda Penembakan Sinar (*Shooting Methods*).
2. Metoda pseudo-bending.
3. Metoda *Full wave equation*.

Pemilihan metoda dalam *raytracing* sangat menentukan kualitas dari proses inversi yang akan menentukan pula hasil akhir dari analisa kecepatan secara tomografi.

Ketiga metoda tersebut menggunakan prinsip-prinsip dasar dari hukum Snellius (Born dan Wolf, 1980), prinsip Fermat (Fermat, 1891), dan prinsip Huygen (Huygen, 1690). Metoda *ray tracing* yang digunakan tergantung kepada kebutuhan dan kompleksitas model bawah permukaan. Untuk lebih jelasnya berikut adalah pembahasan mengenai ketiga metoda tersebut.

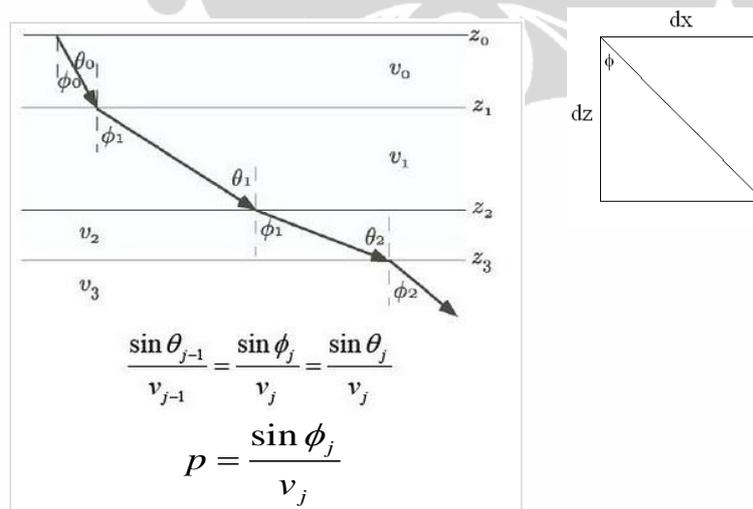
3.2.2.1 Metoda Penembakan Sinar (*Shooting Method*)

Untuk model bumi berlapis, *ray tracing* dapat dilakukan dengan mengikuti Hukum Snellius. Dalam metoda penembakan sinar, *raypath* di tentukan dengan mencoba memasukkan sudut estimasi dalam persamaan raypath sampai berkas akhir sinar paling mendekati titik penerima. Gambar 3.6 menjelaskan proses metoda penembakan sinar dalam memodelkan raypath dari suatu gelombang seismik.



Gambar 3.6 Skema metoda penembakan sinar (Yang, 2003).

Gambar 3.7 menjelaskan penelusuran jejak sinar berdasarkan hukum Snellius. Sinar (dalam kasus ini gelombang seismik) melewati lapisan-lapisan bumi pada kedalaman z dengan nilai kecepatan v serta sudut datang dan transmisi sinar.



Gambar 3.7 Penelusuran jejak sinar yang mengikuti Hukum Snellius (Nguyen,2008).

Hubungan antara sudut datang gelombang, sudut transmisi dan kecepatan gelombang ditunjukkan oleh persamaan pada Gambar 3.7. Untuk masing-masing sinar akan memiliki *ray* parameter p tertentu yang sama untuk semua lapisan.

Berdasarkan Gambar 3.7 diketahui bahwa :

$$\tan(\phi(z)) = \frac{dx}{dz} \quad (3.8)$$

sehingga

$$\begin{aligned} dx &= \tan(\phi(z)) dz \\ &= \frac{\sin(\phi(z))}{\cos(\phi(z))} dz \\ &= \frac{pV(z) dz}{\sqrt{1 - \sin^2(\phi(z))}}, \text{ untuk nilai } p = \frac{\sin \phi_j}{v_j} \end{aligned} \quad (3.9)$$

maka diperoleh jarak lateral sinar (*offset*) dx pada masing-masing lapisan ialah

$$dx = \frac{pV(z) dz}{\sqrt{1 - p^2 V^2(z)}} \quad (3.10)$$

Berdasarkan Gambar 3.7 pula, diketahui bahwa :

$$\cos(\phi(z)) = \frac{dz}{dt.V(z)} \quad (3.11)$$

sehingga

$$\begin{aligned} dt &= \frac{dz}{V(z) \cdot \cos(\phi(z))} \\ &= \frac{dz}{V(z) \cdot \sqrt{1 - \sin^2(\phi(z))}} \end{aligned} \quad (3.12)$$

maka diperoleh waktu tempuh dt pada masing-masing lapisan ialah

$$dt = \frac{dz}{v(z)\sqrt{1-p^2v^2(z)}}, \quad (3.13)$$

dimana $v(z)$ ialah kecepatan pada kedalaman z . Dengan menjumlahkan seluruh dx dan dt , maka diperoleh *offset* dan waktu tempuh untuk masing-masing sinar.

Metoda penembakan sinar sangat akurat, tetapi juga memakan waktu yang cukup lama. Untuk mendapatkan jejak sinar kita harus memakai iterasi sudut sampai posisi akhir sinar sangat dekat dengan penerima. Kita mungkin akan memakan waktu yang cukup lama hanya untuk mendapatkan sudut yang tepat, dan kemungkinan gagal dalam mendekati posisi akhir ke penerima juga sangat besar. Namun, berikut adalah script MatLab untuk ray tracing dengan metoda penembakan sinar yang telah dibahas sebelumnya pada suatu layer cake model dengan 9 (sembilan) variasi kecepatan.

```

%%ray tracing seismik refleksi untuk model bumi berlapis
horizontal
clear; clc
for z=1:9
lap=[1:9];
nolayers=lap(z);
norays=15;
vel=[1500,1800,2200,1850,2400,2000,2700,2000,2900]; %kecepatan
setiap lapisan
dz=[300,500,600,250,300,400,120,400,200];%ketebalan setiap lapisan

for i=1:norays
theta(i)=i*2; %sudut tembak sinar
end

for k=1:norays
for i=1:nolayers-1
theta(i+1,k)=(180/pi) *
asin(sin(theta(i,k).*pi/180).*(vel(i+1)./vel(i))); %menghitung
perubahan sudut sinar di setiap lapisan dengan menggunakan hukum
snellius
end
end
for k=1:norays
p(k)=sin(theta(1,k).*pi/180)./vel(1); %menghitung ray parameter
end

for k=1:norays
for i=1:nolayers

```

```

dx(i,k)=(p(k)*vel(i).*dz(i))/sqrt(1-p(k)*p(k).*vel(i).*vel(i));
%menghitung jarak lateral di setiap lapisan
dt(i,k)=dz(i)/(vel(i).*sqrt(1-p(k)*p(k).*vel(i).*vel(i)));
%menghitung waktu tempuh di setiap lapisan
end
end

for k=1:norays
twt(k)=2*sum(dt(:,k)); %menghitung twt untuk masing-masing sinar
end

%%memanipulasi offset
dx_down=dx;
dx_up=flipud(dx_down);
dx=[dx_down;dx_up];
dx(1,1)=dx(1,1);
for k=1:norays
for i=2:nolayers*2,
dx(i,k)=dx(i-1,k)+dx(i,k);
end
end
nol=[1:norays]*0;
dx=[nol;dx];

%%memanipulasi kedalaman
dz=dz(1:nolayers);
dz(1)=dz(1);
for i=2:nolayers,
dz(i)=dz(i-1)+dz(i);
end
dz_down=dz';
dz_up=flipud(dz_down);
dz_up=dz_up(2:nolayers);
dz=[0;dz_down;dz_up;0];
offset=dx(nolayers*2+1,:);
% plot hasil
for k=1:norays
subplot(1,2,1)
plot(dx(:,k),dz); hold on
end
xlabel('offset (m)')
ylabel('depth (m)')
title('Jejak Sinar')
state=set(gca,'ydir');
if (strcmp(state,'reverse'))
set(gca,'ydir','reverse')
else
set(gca,'ydir','reverse')
end

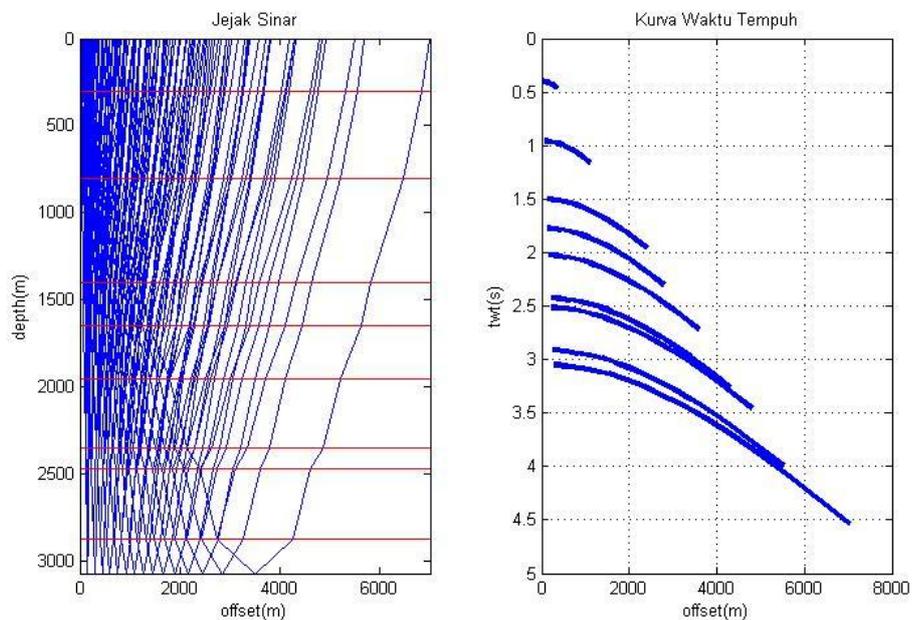
a=size(dx);
dx=reshape(dx,a(1,1)*a(1,2),1);
x = [0 max(dx)];
for i=1:nolayers
y = [dz(i) dz(i)];
plot(x,y,'r'); hold on
end
axis([0 max(dx) 0 max(dz)]);

```

```

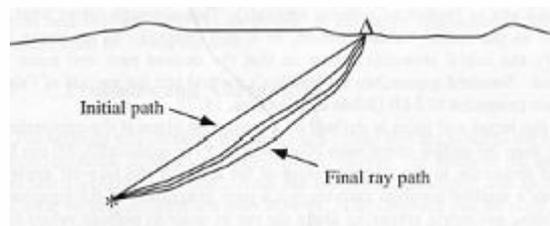
subplot(1,2,2)
plot(offset,twt,'linewidth',3); grid on; hold on
xlabel('offset (m)')
ylabel('twt (s)')
title('Kurva Waktu Tempuh')
state=set(gca,'ydir');
if (strcmp(state,'reverse'))
set(gca,'ydir','reverse')
else
set(gca,'ydir','reverse')
end
clear
end

```



Gambar 3.8 Ray tracing dengan menggunakan metode penembakan sinar.

3.2.2.2. Metoda *Bending*



Gambar 3.9 Skema metoda *bending* (Yang, 2003).

Seperti yang diperlihatkan oleh Gambar 3.9, metoda *bending* menghubungkan 2 titik, dengan menggunakan garis estimasi pembengkokan sinar yang paling

minimum waktu datangnya. Misalkan sinar bergerak dari titik A menuju titik B yang melewati medium inhomogen dengan kecepatan c dan kelambatan p . Maka waktu rambat, T_A^B diberikan oleh persamaan :

$$T_A^B = \int_A^B \frac{ds}{c} \quad (3.14)$$

dimana ds adalah panjang sinar sepanjang medium yang dihitung dari titik A menuju titik B. Jejak gelombang dapat diparameterisasi dalam koordiant kartesian sebagai berikut:

$$x = x(q), y = y(q), z = z(q) \quad (3.15)$$

Sehingga

$$\frac{ds}{dq} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \equiv F, \dot{x} = \frac{\partial x}{\partial q} \quad (3.16)$$

dan waktu datang menjadi :

$$T_A^B = \int_{q_A}^{q_B} pF dq \quad (3.17)$$

Waktu rambat menjadi stasioner dengan metode standar kalkulus variasi. Kita dapat menggunakan persamaan Euler untuk meringkas persamaan (3.17), (Yang, 2003):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dq} (pF)_{\dot{x}} &= (pF)_{\dot{x}}, \\ \frac{d}{dq} (pF)_{\dot{y}} &= (pF)_{\dot{y}}, \\ \frac{dF}{dq} &= 0, \end{aligned} \quad (3.18)$$

dengan kondisi batas:

$$\begin{aligned} x(0) &= x_A, y(0) = y_A, z(0) = z_A, \\ x(1) &= x_B, y(1) = y_B, z(1) = z_B. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Dimana $(pF)_x = \frac{\partial}{\partial x}(pF)$ dan $(pF)_{\dot{x}} = \frac{\partial}{\partial \dot{x}}(pF)$. Lalu $q \equiv \frac{s}{L}$ dimana L adalah total panjang jejak sinar dari A ke B. Jadi pada A, $q=0$ dan $q=1$ pada B. Untuk iterasi ke $(n+1)$ kita mendapatkan :

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} + \xi^{(n)} \quad (3.20)$$

Pembahasan mengenai metoda bending secara lebih lanjut dapat dilihat pada Yang, 2003.

Walaupun secara prinsip metoda bending tidak seakurat metoda penembakan sinar, tetapi bending adalah metoda terpopuler sebelum digunakannya metoda persamaan gelombang. Metoda bending dimulai dengan menghubungkan antara posisi sumber dengan penerima. Kemudian menggunakan beberapa metoda untuk membengkokkan sinar, dan menghitung kembali sampai pada waktu minimum yang kita inginkan. Secara konsep metoda ini berdasarkan prinsip Fermat, minimalisasi waktu dengan membengkokkan sinar dengan *trial and error*. Secara umum metoda ini powerful, tetapi menimbulkan masalah ketika struktur yang digunakan kontras, bila beda velocity terlalu tinggi maka akan terjadi *low velocity zone*. Dan juga pada kasus struktur yang kompleks menimbulkan masalah multi jejak.

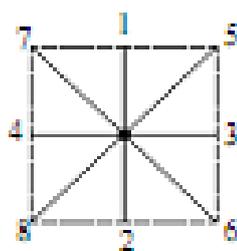
3.2.2.3 Metoda Persamaan Gelombang Penuh (*Full Wave Equation*)

Masalah seperti multi jejak dan *low velocity zone*, dapat diatasi dengan metoda gelombang penuh. Pada metoda ini waktu rambat dihitung dari sumber ke semua kisi-kisi, berbeda dengan metoda *shooting* dan *bending* yang hanya menghitung waktu datang gelombang dari sumber menuju ke penerima. Beberapa metoda telah diajukan berdasarkan prinsip ini, diantaranya adalah berdasar prinsip Network (Mosser,1991), Huygen (Saito, 1990, Sassa et.al.,1988), dan juga dengan persamaan eikonol (Vidale,1988; Qin, et. Al., 1992). Pembahasan selanjutnya ialah teori – teori yang mendasari penyelesaian permasalahan *ray tracing* dengan metoda persamaan gelombang penuh.

3.2.2.4 Prinsip Huygen

Cristian Huygen pada tahun 1670 menjelaskan tentang bagaimana gelombang merambat, ide tentang perambatan gelombang ini kemudian terkenal dengan Prinsip Huygen: *“Every point on a wave-front may be considered a source of secondary spherical wavelets which spread out in the forward direction at the speed of light. The new wave-front is the tangential surface to all of these secondary wavelets”*.

Dalam kasus gelombang bidang, muka gelombang yang merambat akan menjadi sumber baru. Komputasi dari metoda Huygen diperlihatkan oleh skema pada Gambar 3.10 untuk kasus 2D dengan menggunakan 8 jejak sinar (Sassa, et al,1988).



Gambar 3.10 Skema komputasi penjalaran gelombang dengan menggunakan Prinsip Huygen (Sassa, et. Al, 1988).

Titik tengah selanjutnya disebut sebagai titik sumber, dimana titik-titik dengan index 1, 2, 3, ... 8 adalah titik – titik tetangga dekatnya. Algoritma perhitungan dalam metoda ini adalah sebagai berikut:

1. Hitung waktu tempuh dari sumber ke titik-titik tetangganya dekatnya $T(m,n)$. Kemudian simpan informasi waktu tempuh dari titik-titik yang terhitung waktu tempuhnya. $T(m,n)$ adalah informasi waktu tempuh di sumber, sedangkan $T'(m',n')$ merupakan informasi waktu tempuh di titik tetangga dekat sumber.

$$T'_{(m',n')} = T_{(m,n)} + \sum_i \frac{L_i}{V_i} \quad (3.21)$$

2. Kemudian titik-titik yang mempunyai waktu tempuh paling kecil, dengan prinsip Huygen dijadikan sebagai sumberbaru. Dari sumber baru ini, titik-titik

kisi-kisi yang belum dihitung waktu tempuhnya, dihitung kembali dengan persamaan 3.14.

Algoritma yang dikemukakan oleh Sasa (1988), menjadi dasar utama dari perhitungan waktu rambat dengan konsep gelombang penuh. Berikut adalah pembahasan mengenai persamaan Eikonal sebagai teori pendukung dari metoda gelombang penuh.

3.2.2.5 Persamaan Eikonal

Persamaan Eikonal merupakan penurunan dari persamaan gelombang. Beberapa metoda komputasi persamaan eikonal terus berkembang sampai saat ini. Untuk dapat lebih memahami penurunan persamaan Eikonal, berikut adalah pembahasan mengenai konsep persamaan gelombang.

Gelombang adalah suatu gangguan dari keadaan setimbang yang bergerak dari satu tempat ke tempat lain (Young & Freedman, 1996:593). Sistem gelombang mempunyai fungsi gelombang yang menggambarkan perpindahan satu partikel dalam medium. Fungsi tersebut tergantung pada posisi dan waktu (dimensi ruang dan waktu), sehingga secara umum fungsi gelombang dapat dinyatakan dengan $u(\mathbf{r}, t)$. Pada gelombang satu dimensi, dimana gelombang merambat dalam arah x dan bergerak dengan kecepatan konstan sebesar v , fungsi gelombang dapat dinyatakan sebagai

$$u(x, t) = f(x \pm vt) \quad (3.22)$$

Fungsi gelombang pada persamaan (3.22) dapat dinyatakan sebagai $u(x, t) = f(\phi)$ dan $\phi = x \pm vt$. Dengan menggunakan aturan berantai, secara umum persamaan gelombang adalah

$$\nabla^2 u = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (\text{Alonso \& Finn, 1980:678}) \quad (3.23)$$

Persamaan (3.23) menggambarkan perambatan gelombang dengan kecepatan v . Jika diasumsikan nilai $v = c$ dan $u = p$, maka persamaan gelombang tersebut dapat dituliskan di bawah ini :

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2(x)} \ddot{p} \quad (3.24)$$

p melambangkan displacement gelombang seismik akustik, $c(x)$ melambangkan kecepatan gelombang akustik yang menjalar dalam media yang dilewatinya.

Kalau p kita turunkan satu kali terhadap waktu, $\frac{\partial p}{\partial t}$, kita akan mendapatkan kecepatan juga, tetapi kecepatan yang dimaksud disini adalah kecepatan pergerakan displacement atau kecepatan partikel medianya. Persamaan 3.24 adalah persamaan differensial orde 2. Untuk kasus perambatan gelombang ini, misalkan saja solusi persamaan 3.24 di atas adalah :

$$p(x,t) = P(x)e^{-i\omega(t-T(x))} \quad (3.25)$$

p merupakan besaran yang merupakan fungsi posisi dan waktu. Kemudian kita buat besaran P yang hanya merupakan fungsi posisi saja. Dari persamaan 2 di atas merupakan persamaan osilasi dengan amplitudo maksimumnya adalah $P(x)$. Kemudian masukkanlah persamaan 3.25 ini ke persamaan gelombang tadi, persamaan 3.24. Berikut penjelasannya :

$$\begin{aligned} \nabla p &= \nabla P e^{-i\omega T} - i\omega P \nabla T e^{-i\omega T} \\ \nabla^2 p &= \nabla^2 P e^{-i\omega T} - i\omega \nabla P \nabla T e^{-i\omega T} - i\omega \nabla P \nabla T e^{-i\omega T} - i\omega P \nabla \left[\nabla T e^{-i\omega T} \right] \\ \nabla^2 p &= \left[\nabla^2 P - 2i\omega \nabla P \nabla T - i\omega P \nabla^2 T - \omega^2 P \nabla T \nabla T \right] e^{-i\omega T} \\ \ddot{p} &= -P \omega^2 e^{-i\omega T(x)} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Kalau persamaan 3.24, persamaan 3.26 digabungkan, dengan mengelompokkan antara yang mengandung dengan yang tidak, maka kita akan mendapatkan :

$$\left[\nabla^2 P - \omega^2 P (\nabla T)^2 - i \left[2\omega \nabla P \nabla T + \omega P \nabla^2 T \right] \right] e^{-i\omega T} = \frac{-P\omega^2 e^{-i\omega T}}{c^2} \quad (3.27)$$

Persamaan 3.27 memiliki komponen ril

$$\nabla^2 P - \omega^2 P (\nabla T)^2 = -\frac{P\omega^2}{c^2} \quad (3.28)$$

Kalau kita kalikan dengan $\frac{1}{P\omega^2}$, maka akan didapat:

$$\frac{\nabla^2 P}{P\omega^2} - (\nabla T)^2 = -\frac{1}{c^2} \quad (3.29)$$

Dengan mengasumsikan kita menggunakan frekuensi tinggi sehingga nilai ω akan sangat besar, sehingga komponen pertama dari persamaan 3.29 bernilai relatif sangat kecil dibandingkan dengan komponen lainnya, maka didapatkanlah persamaan berikut :

$$(\nabla T)^2 = \frac{1}{c^2} \quad (3.30)$$

Persamaan 3.30 ini disebut persamaan eikonal yang menjadi dasar dari penyelesaian persamaan Eikonal 2D dan 3D yang dikemukakan oleh Vidale(1988,1990), Qin et. al(1992), Cao dan Greenhalg (1994), Sethian (1996,1999), Zhao(1996). Tidak seperti penyelesaian waktu rambat dengan menggunakan metoda sinar, persamaan eikonal memberikan penyelesaian waktu rambat pada setiap titik sel pada medium.

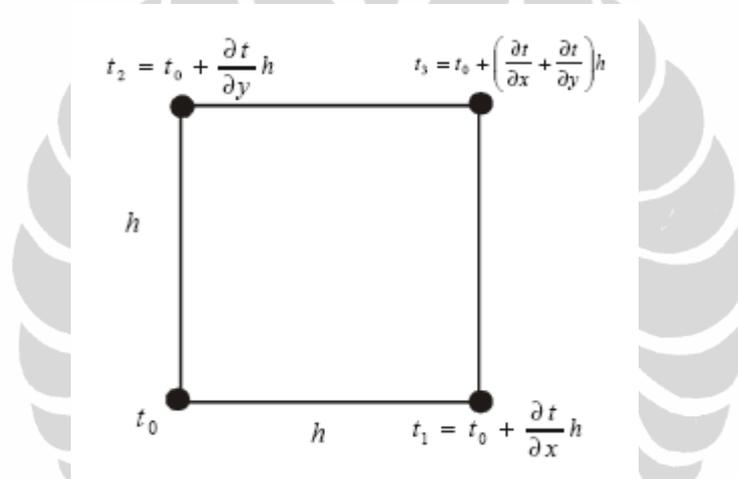
3.2.2.6 Solusi Persamaan Eikonal dengan Finite Difference

Metoda Vidale (1988) menggunakan skema finite difference untuk menghitung waktu rambat gelombang pada arbitrary medium. Dasar dari persamaan Eikonal yang diajukan oleh Vidale (1988) sebagai solusi dari persamaan Eikonal berdasarkan 3.30 adalah

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)^2 = s^2(x, y) \quad (3.31)$$

$\frac{\partial t}{\partial x}, \frac{\partial t}{\partial y}$ adalah waktu tiba pertama untuk untuk perambatan energi seismik dari titik sumber yang melewati medium dengan distribusi slowness $s(x, y) = 1/c$.

Slowness pada medium ditampilkan dalam bentuk sebuah grid nodes dengan asumsi interpolasi bilinear antar nodes (untuk media 2D). Gambar 3.11 menunjukkan satu elemen grid, penomoran nodes berlawanan arah jarum jam, dimulai dari node kiri bagian bawah. Bagian node ke 0 diassumsikan mempunyai kecepatan yang telah diketahui (t_0), dipakai untuk menentukan waktu rambat pada node 1, 2, dan 3 (t_1, t_2, t_3).



Gambar 3.11 Diagram dari sebuah grid elemen menggunakan metoda *Finite Difference* (Vidale, 1988)

Misalkan $f \in C^\infty[a, b]$ dan $x_0 \in [a, b]$, maka untuk nilai-nilai x di sekitar x_0 dan $x \in [a, b]$, f dapat dinyatakan dalam deret Taylor

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{(n)!}(x-x_0)^n + \dots \quad (3.32)$$

Berdasarkan ekspansi deret Taylor tersebut, secara umum kita dapat menuliskan ekspansi dari deret Taylor orde pertama pada h yaitu

$$t_1 = t_0 + \frac{\partial t}{\partial x} h \quad (3.33)$$

$$t_2 = t_0 + \frac{\partial t}{\partial y} h \quad (3.34)$$

$$t_3 = t_0 + \left(\frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\partial t}{\partial y} \right) h \quad (3.35)$$

Persamaan tersebut dapat dijabarkan lebih lanjut:

$$2h \frac{\partial t}{\partial x} = t_3 + t_1 - t_2 - t_0 \quad (3.36)$$

$$2h \frac{\partial t}{\partial y} = t_3 + t_2 - t_1 - t_0 \quad (3.37)$$

Dalam persamaan Eikonal 3.30 berlaku $|\nabla t|^2 = s^2(x)$, dimana $s = 1/c$, dan dengan masukkan persamaan 3.36, 3.37 untuk ∇t dan rata-rata slowness (s), akan didapat

$$(t_3 + t_1 - t_2 - t_0)^2 + (t_3 + t_2 - t_1 - t_0)^2 = 4s^{-2} h^2 \quad (3.38)$$

dimana :

$$\bar{s} = \frac{1}{4}(s_0 + s_1 + s_2 + s_3) \quad (3.39)$$

dengan s_0, s_1, s_2 dan s_3 adalah slowness di titik 1, 2, 3, dan 4.

Persamaan 3.38 dapat disederhanakan menjadi

$$(t_3 - t_0)^2 + (t_1 - t_2)^2 = 2s^{-2} h^2 \quad (3.40)$$

Maka penyelesaian untuk t_3 dari formula Vidale adalah

$$t_3 = t_0 + \sqrt{2s^{-2} h^2 - (t_1 - t_2)^2} \quad (3.41)$$

Perhitungan waktu tempuh gelombang dimulai dari posisi sumber ke tetangga tetangga terdekat (t_1, t_2) dengan persamaan

$$t_1 = t_0 + \left(\frac{s_0 + s_1}{2} \right) h \quad (3.42)$$

$$t_2 = t_0 + \left(\frac{s_0 + s_2}{2} \right) h \quad (3.43)$$

Berikut adalah langkah-langkah komputasi eikonal equation metoda Vidale:

Tahap pertama:

Untuk sumber yang berlokasi di titik A, maka waktu datang yang melewati empat titik terdekat B1, B2, B3, dan B4 akan dihitung dengan menggunakan persamaan 3.42, dan 3.43. Dengan jarak antar titik adalah h maka waktu tiba gelombang dititik Bi adalah :

$$T_{B_i} = h \left(\frac{s_{B_i} + s_A}{2} \right) \quad (3.44)$$

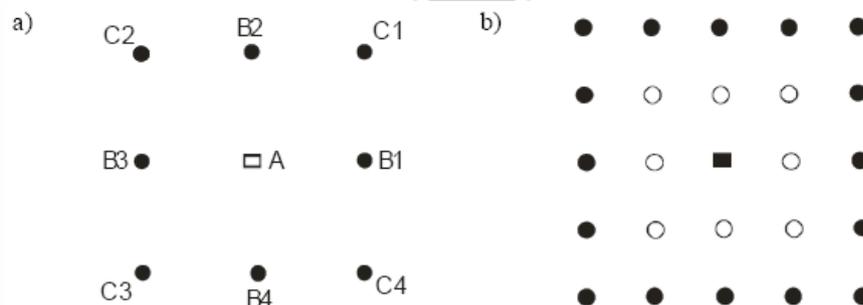
Kemudian waktu tiba di titik Ci akan dihitung dengan menggunakan persamaan 3.41 :

$$T_{C_i} = T_A + \sqrt{2(h\bar{s}_i)^2 - (T_{B_{i+1}} - T_{B_i})^2} \quad (3.45)$$

dimana $i = 4, T_{B_{i+1}} = T_{B_i}, \bar{s}_i = \frac{1}{4}(s_A + s_{C_i} + s_{B_i} + s_{B_{i+1}})$

Tahap 2

Grid point yang telah dihitung waktunya pada gambar 3.12.a, kemudian akan membentuk cincin bujursangkar seperti yang terlihat pada gambar 3.12.b. Lingkaran yang terbuka mengindikasikan bahwa titik tersebut telah dihitung waktu tibanya dengan langkah yang pertama.



Gambar 3.12. (a) Kisi-kisi Finite-Difference dengan A adalah titik sumber, dimana Bi dan Ci untuk $i = 1,2,3,4$ adalah titik yang akan di cari waktunya. (b) Metoda Expanding Square (Vidale, 1988).

Titik A adalah titik sumber, dan titik yang tertutup yang akan dicari waktunya. Waktu rambat pada titik yang berlubang telah diketahui dari perhitungan tahap 1. Untuk mengidentifikasi masing - masing titik, titik yang telah dihitung nilai travel time (t) nya diberi index, sehingga terkumpul dalam suatu lokal *minimum travel time*. Kemudian titik – titik yang berada pada satu lokal *minimum travel time*, diberi index mulai dari titik yang paling kecil *travel time* nya hingga yang terbesar. Selanjutnya informasi *travel time* pada tiap titik tersebut digunakan untuk mencari *travel time* di 8 titik sekitarnya seperti tahap pertama. Titik – titik dengan *travel time* yang merupakan hasil perhitungan dari lokal minimum pertama, akan menjadi lokal minimum selanjutnya, begitu seterusnya sampai seluruh *travel time* pada setiap titik terhitung. Cara semacam ini disebut oleh Qin et. al (1992) sebagai *expanding square*, karena penyebaran gelombang mengikuti bentuk kotak.

3.2.2.7 Aplikasi FD Persamaan Eikonal dalam Komputasi

Pembahasan selanjutnya, akan diperlihatkan bagaimana aplikasi Metoda Persamaan Gelombang Penuh bila diimplementasikan dalam komputasi. Disini dipergunakan Matlab 7.1 sebagai bahasa pemrograman. Langkah pertama adalah perhitungan empat titik sejajar yang terdekat dengan sumber dengan memakai persamaan (3.44) , bisa dilihat dalam potongan kode program

$$t(i+1,j)=t(i,j)+0.5*Dx*(s(i,j)+s(i+1,j));$$

$$t(i,j+1)=t(i,j)+0.5*Dy*(s(i,j)+s(i,j+1));$$

$$t(i,j-1)=t(i,j)+0.5*Dx*(s(i,j)+s(i,j-1));$$

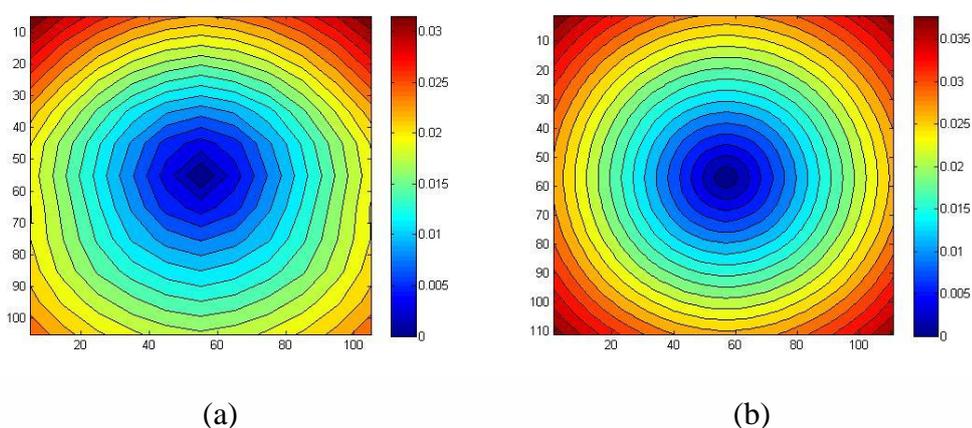
$$t(i-1,j)=t(i,j)+0.5*Dx*(s(i,j)+s(i-1,j));$$

Kemudian hitung empat titik diagonal yang terdekat dengan sumber dengan memakai persamaan 3.45.

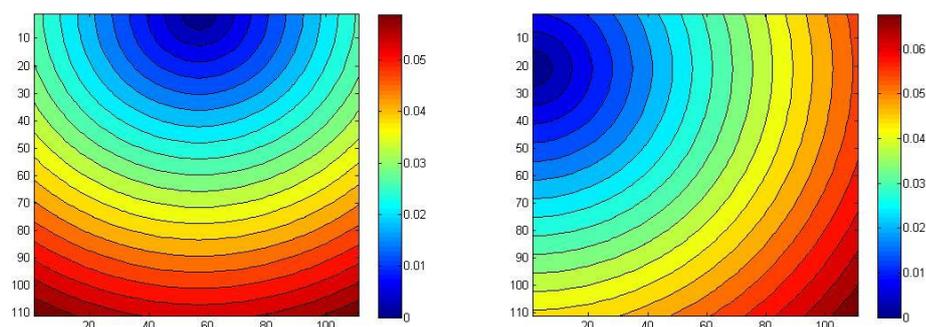
$$t(i+1,j+1)=t(i,j)+\sqrt{2*(Dx*(s(i,j)+s(i+1,j))+s(i,j+1)+s(i+1,j+1))/4)^2-t(i+1,j)-t(i,j+1))^2};$$

Simpan hasilnya pada perimeter Array, titik yang mempunyai nilai paling kecil dijadikan sumber baru, dan hasil perhitungan dari sumber baru dimasukkan dalam array, dan nilai yang paling kecil dalam array dijadikan sumber yang baru, begitu seterusnya sampai seluruh *travel time* di setiap titik diketahui.

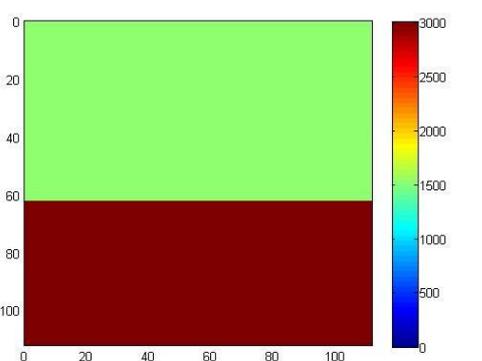
Hasil perhitungan bisa dilihat pada gambar 3.13 (a) dan (b) yang berupa rekonstruksi penjalaran gelombang spherical diperlihatkan oleh metoda penjalaran sepanjang muka gelombang (Qin et.al, 1992) dengan jumlah grid yang berbeda. Rekonstruksi penyebaran gelombang untuk posisi sumber yang berbeda dapat terlihat pada gambar 3.14 (a) (b). Kemudian kita bisa melihat untuk kasus media dua lapisan seperti yang diperlihatkan oleh gambar 3.15, model geometri untuk lapisan sedimen dengan kecepatan $V_1=1500\text{m/s}$ dan $V_2=3000\text{m/s}$. Perbedaan penjalaran gelombang untuk dua medium dengan kecepatan yang berbeda, diperlihatkan dengan muka gelombang yang berbeda pula pada gambar 3.16. Untuk kecepatan yang lebih rendah (V_1) muka gelombang secara kontinyu mempunyai jarak yang relatif rapat, karena waktu yang diperlukan untuk merambat pada medium tersebut relatif lebih lama. Untuk medium dengan kecepatan yang lebih tinggi (V_2) muka gelombang secara kontinyu memiliki jarak kontur muka gelombang lebih renggang, hal ini diakibatkan oleh waktu rambat yang dibutuhkan untuk merambat pada medium dengan kecepatan yang lebih tinggi akan lebih cepat.



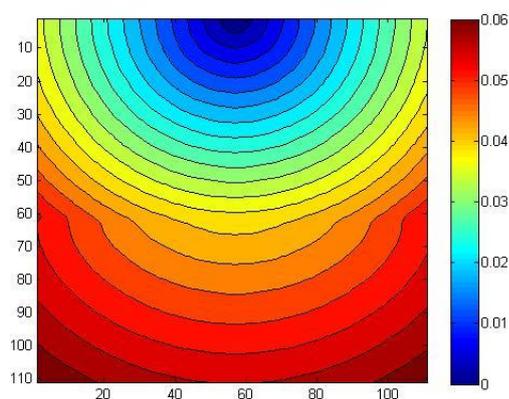
Gambar 3.13 Rekonstruksi penjalaran gelombang pada media homogen dengan kecepatan 2000m/s dengan lokasi sumber di tengah dan (a) ukuran grid 11×11 (b) ukuran grid 56×56 .



Gambar 3.14. (a) Rekontruksi penjalaran gelombang pada media homogen dengan kecepatan 2000m/s dengan posisi sumber di tengah permukaan. (b) posisi sumber di kiri permukaan.



Gambar 3.15 Model geometri lapisan sedimen dua lapis, dengan kontras kecepatan yang tinggi untuk kasus lapisan horizontal.



Gambar 3.16 Rekontruksi penjalaran gelombang untuk kasus medium dua lapis dengan menempatkan sumber di permukaan untuk melihat gradasi kecepatan kontur muka gelombang untuk perubahan velocity yang cukup tinggi.

Untuk kasus yang lebih kompleks seperti pada model reservoir *layer cake*, *carbonate build up*, dan struktur *pinch out*, penjalaran muka gelombang pun akan terlihat lebih kompleks pula. Aplikasi *Finite Difference* Persamaan Eikonol dalam komputasi pemodelan penjalaran muka gelombang di struktur – struktur yang lebih kompleks ini akan dibahas lebih lanjut di Bab 4.

Pada sub bab berikutnya, pendekatan terhadap nilai waktu tempuh yang didapat dari pemodelan ke depan (*forward tomography*) melalui metoda *ray tracing* ini, selanjutnya digunakan oleh pemodelan ke belakang (*inverse tomography*) untuk memperbaharui model kecepatan.

3.2.3 Formulasi Persoalan Pemodelan ke Belakang (*Inverse Tomography*)

Pada proses *ray tracing* terdahulu, waktu tempuh didapat dengan menghitung waktu perjalanan terkait yang didapatkan dari model kecepatan data sintetis. Proses selanjutnya adalah melakukan perbaikan terhadap model kecepatan berdasarkan *traveltime* yang diperoleh dari proses *raytracing*, dengan menggunakan inverse tomografi.

Pemodelan ke belakang (*inversion modelling*) adalah inti dari tomografi, yang tujuan utamanya yaitu merekonstruksi image kelambatan (*slowness*) dari data waktu yang didapat dari proses *raytracing*. Pada tahap inversi kecepatan gelombang digantikan dengan kelambanan (inverse dari kecepatan gelombang) untuk memudahkan perhitungan. Hal ini dikarenakan persamaan inversi pada persamaan 3.46, menjadi linier ketika berada dalam domain kelambanan (*slowness*).

Dasar *inversion modelling* tomography adalah, bila diberikan $T =$ waktu, maka akan dicari nilai dari $S =$ kelambanan ($1/\text{kecepatan}$), dimana berdasarkan Prinsip Fermat, T merupakan integral garis dari kebalikan kecepatan (*slowness*) :

$$T(l) = \int_{l(x,y)} S(l) dl(x, y) \quad (3.46)$$

dengan :

S = kelambanan (*slowness*) dari gelombang

l = jarak yang ditempuh sepanjang perambatan gelombang

Ada banyak metoda yang telah dikembangkan untuk menyelesaikan persoalan pemodelan ke belakang (*inverse tomography*) baik secara linier maupun nonlinier. Secara umum, metoda-metoda tersebut dapat dibagi menjadi dua bagian (Stewart, 1987), yaitu

a. Teknik transformasi

Teknik transformasi mengasumsikan medium bersifat kontinu dan tidak terdapat keterbatasan dalam memproyeksikan obyek. Yang termasuk dalam kelompok ini antara lain *Fourier Projection* dan *Filtered Back Projection*.

b. Metoda ekspansi deret

Pada metoda ekspansi deret diasumsikan medium bersifat diskrit dan terdapat keterbatasan memproyeksikan obyek (arah proyeksi yang terbatas). Yang termasuk dalam kelompok ini antara lain :

- Inversi matriks yang dapat dibagi menjadi dua, yakni *Singular Value Decomposition* (SVD) dan metoda Gauss Newton (Bishop, 1985). Metoda ini hanya dapat digunakan untuk tomografi inversi jika dimensi parameter model tidak terlalu besar.
- Metoda *Conjugate Gradient* (CG) yang telah digunakan oleh Scales (1987).
- Metoda *row action* (*Back Projection Technique* (BPT), *Algebraic Reconstruction Technique*, ART dan *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique*, SIRT).

Dalam aplikasinya, teknik transformasi lebih banyak dipakai dalam bidang kedokteran sedangkan metoda ekspansi deret banyak dipakai dalam seismologi eksplorasi. Pada sub bab berikutnya, akan dibahas mengenai beberapa metoda (khususnya ekspansi deret) dalam menyelesaikan inversi tomografi secara iteratif yang digunakan dalam tesis ini.

3.2.4 Metoda Penyelesaian Pemodelan ke Belakang (*Inverse Tomography*)

3.2.4.1 *Back Projection Technique* (BPT)

Back Projection Technique (BPT) yang disebut juga sebagai teknik proyeksi ke belakang adalah metoda paling sederhana dalam tomografi inversi linear. Dasar dari metoda ini adalah menerapkan secara langsung kelambatan rata-rata dari suatu sinar kedalam kelambatan lokal yang dilaluinya. Sebagai ilustrasi sejumlah gelombang seismik yang merambat dari sumber ke penerima dicatat sebagai N , selanjutnya masing-masing gelombang direpresentasikan oleh gelombang- i ($i=1,2,\dots,N$). Medium dibagi atas M sel. Rata-rata kelambatan (*slowness*, \bar{S}_i) yang dilalui gelombang ini dapat dituliskan sebagai:

$$\bar{S}_i = \frac{T_{oi}}{L_i} \quad (3.47)$$

dengan :

$$L_i = \sum_{j=1}^M l_{ij} \quad (3.48)$$

dimana T_{oi} adalah waktu tempuh dari gelombang ke i berdasarkan pengamatan, dan L_i adalah total panjang lintasan gelombang ke i dari titik sumber ke titik penerima. Jika l_{ij} adalah panjang lintasan gelombang- i di sel- j ($j=1,2,\dots,M$), maka kelambatan pada sel ke j (S_j) dapat ditulis sebagai :

$$S_j = \frac{\sum_{i=1}^N l_{ij} \bar{S}_i}{\sum_{i=1}^N l_{ij}} \quad (3.49)$$

Berikut adalah script BPT dalam Matlab dengan menggunakan algoritma yang telah dipaparkan.

```
%script inversi Back Projection Technique
function [p]=tomo_bpt(A,tdata)
%p=kelambatan tiap sel, A=matriks yang berisi pajang raypath tiap
sel, tdata=waktu total tiap raypath

%ubah matriks tdata dalam bentuk matriks kolom
```

```

if size(tdata,2)>1
tdata=tdata';
end
%cari total panjang setiap raypath dan ubah menjadi matrix kolom
% L(i)=sigma A(j)
L=(sum(A'))';
%cari kelambatan rata-rata tiap jejak sel
Prat2=tdata./L;
%caritotal panjang raypath dalam satu sel
D=sum(A);
%didapat kelambatan tiap sel
p=(A'*Prat2)'./D;

```

3.2.4.2 Algebraic Reconstruction Technique (ART)

ART (Algebraic Reconstruction Technique) pertama kali diperkenalkan oleh Kaczmarz pada tahun 1937. Ukuran dan jumlah sel diskretisasi sangat mempengaruhi hasil dari permodelan kecepatan. Metoda ini merupakan metoda inversi nonlinier dengan cara memperbarui data kelambatan tiap sel pada setiap persamaan berikut :

$$t^i = \sum_j d_j^i P_j \quad (3.50)$$

Iterasi diulang sebanyak jumlah persamaan yang ada (N) kali, dimana pada iterasi ke-k berlaku :

$$\Delta P_j^i = P_{j,k+1}^i - P_{j,k}^i \quad (3.51)$$

Sehingga

$$\Delta t^i = \sum_j d_j^i \Delta P_j^i \quad (3.52)$$

dengan menggunakan pengali Lagrange didapat perubahan kelambatan dalam ART adalah :

$$\Delta P_j^i = \frac{\Delta t^i d_j^i}{\sum_j d_j^i} \quad (3.53)$$

$$P_{j,k+1}^i = P_{j,k}^i + \Delta P_j^i \quad (3.54)$$

berikut ini adalah script ART dalam matlab menggunakan algoritma yang telah dipaparkan:

```
% Script Argebraic Recontruction Tecnique
% p = slowness
% A= Panjang raypath ke-i pada sel j
% tdata= t observasi.
function [p]=tomo_art(A,tdata)
if size(tdata,2)>1
tdata=tdata';
end
[n,m]=size(A);
Asqr=A.^2;
p=zeros(1,m);
t_iter=A*p';
% untuk iterasi sebanyak 75 kali
for it=1:75
for k=1:n
dup_div=sum(Asqr(k,:));
delta_p(k,:)=((t_iter(k)-tdata(k)).*A(k,:))/dup_div;
end
% kelambatan yang diperbaharui
p=p-delta_p;
t_iter=A*p';
end
```

Oleh Dines and Lyttle (Nolet, 1987) konvergensi ART diperbaiki dengan cara merata-ratakan koreksi kelambatan pada semua operasi baris. Metoda ini dikenal dengan nama SIRT (*Simultaneous Iterative Reconstruction Technique*).

3.2.4.3 Simultaneous Iterative Reconstruction Technique (SIRT)

Metoda SIRT mempunyai prinsip yang sama dengan ART hanya saja hasil perubahan kelambatan tiap perhitungan pada tiap jejak gelombang tidak langsung diterapkan pada masing-masing sel, akan tetapi disimpan terlebih dahulu. Apabila semua persamaan telah selesai dihitung maka hasil perubahan kelambatan akan dirata-ratakan dengan cara menjumlahkan seluruh perubahan kelambatan pada

setiap sel kemudian dibagi sebanyak jumlah jejak gelombang yang dilewati pada sel masing-masing, baru kemudian diletakkan pada masing-masing sel.

Teknik ini menghitung secara iterasi, yakni satu persamaan dianalisa dalam waktu yang bersamaan. Waktu rambat residual lintasan ke-i pada iterasi ke-k dihitung dengan mengurangi waktu rambat observasi (T_{oi}) dengan waktu rambat perhitungan (T_{ci}) sebagai berikut

$$T_{ci}^{(k)} = \sum_{j=1}^M l_{ij} S_j^{(k)} \quad (3.55)$$

di mana :

$T_{ci}^{(k)}$ = waktu rambat perhitungan lintasan ke-i pada iterasi ke-k

$S_j^{(k)}$ = *slowness* sel ke-j pada iterasi ke-k

M = jumlah sel

Maka waktu tempuh residual yang dilalui oleh lintasan gelombang ke-i pada iterasi ke-k:

$$\Delta T_i^{(k)} = T_{oi} - T_{ci}^{(k)} \quad (3.56)$$

Waktu rambat residual dalam setiap lintasan gelombang kemudian didistribusikan ke setiap sel dengan persamaan:

$$\Delta t_{ij} = \frac{l_{ij} \Delta T_i^{(k)}}{L_i} \quad (3.57)$$

dimana :

Δt_{ij} = waktu rambat residual lintasan ke-i yang terdistribusi pada sel ke-j

L_i = panjang total lintasan ke-i

Selanjutnya faktor koreksi *slowness* tiap sel (ΔS_j) dihitung dari semua waktu rambat residual dan dari panjang lintasan tiap sel dengan persamaan :

$$\Delta S_j = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta t_{ij}}{\sum_{i=1}^N l_{ij}} \quad (3.58)$$

di mana :

N = jumlah lintasan gelombang

Maka *slowness* sel-j setelah iterasi ke-k+1 :

$$S_j^{k+1} = S_j^{(k)} + \Delta S_j \quad (3.59)$$

berikut adalah script SIRT dalam Matlab

```
% Script SIRT
% p adalah kelambatan, t data adalah waktu observasi
function [p]=tomo_sirt(A,tdata)
if size(tdata,2)>1
tdata=tdata';
end
[n,m]=size(A);
Asqr=A.^2;
for k=1:n
for l=1:m
if A(k,l) == 0
B(k,l)=0;
else
B(k,l)=1;
end
end
end
div=sum(B);
% model awal menggunakan BPT
L=(sum(A'))';
% cari kelambatan rata-rata tiap jejak sel
Prat2=tdata./L;
% cari total panjang raypath dalam satu sel
D=sum(A);
% didapat kelambatan tiap sel
p=(A'*Prat2)'./D;
t_iter=A*p';
for it=1:75
for k=1:n
dup_div=sum(Asqr(k,:));
delta_p(k,:)=((t_iter(k)-tdata(k)).*A(k,:))/dup_div;
end
p=p-sum(delta_p)./div;
t_iter=A*p';
end
```

3.2.5. Data Kontrol

Pada Bab berikutnya, metoda-metoda ini akan diaplikasikan ke dalam suatu data sintetik. Residu *slowness* yang diperoleh melalui metoda SIRT dianalisa dengan menghitung kesalahan rekonstruksinya yaitu galat antara kecepatan yang didapat dari hasil inversi tomografi terhadap kecepatan dari model sintetik.

Persentase perbedaan kecepatan (galat) antara hasil inversi tomografi terhadap model sintetik untuk sel ke - j :

$$VelDiff_j = \frac{|V_{mod_j} - V_{inv_j}|}{V_{mod_j}} \cdot 100\% \quad (3.60)$$

dengan :

V_{mod_j} = kecepatan model sintetik pada sel ke-j

V_{inv_j} = kecepatan hasil inverse pada sel ke -j

Maka, rata – rata perbedaan kecepatan antara hasil inverse tomografi terhadap model sintetik adalah,

$$\overline{VelDiff} = \frac{\sum_{j=1}^M VelDiff_j}{M} \quad (3.61)$$

dengan : M = jumlah sel

Dengan menggunakan metoda tomografi yang telah dijelaskan dalam bab ini, akan dilakukan pemodelan kecepatan pada beberapa model reservoir yang umum ditemukan di ala mini. Oleh karena itu, pada sub – bab selanjutnya, akan dibahas mengenai model – model reservoir yang selanjutnya akan dimodelkan dengan data sintesis.

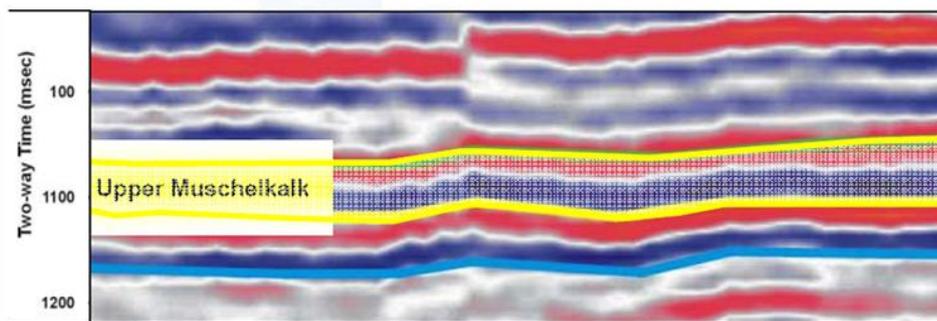
3.3 Model Reservoir

Dalam proses akumulasi dari minyak, dibutuhkan syarat-syarat adanya jenis batuan yang digolongkan menjadi batuan sumber (*source rock*) yaitu batuan yang

mengandung komponen organik, batuan reservoir yaitu batuan berpori dan permeable tempat minyak berada, dan *carier bed* yaitu lapisan batuan yang menjadi jalur migrasi minyak, serta cap rock yaitu perangkap yang bersifat *impermeable*. Mekanisme dari migrasi adalah, setelah minyak telah matang, minyak bergerak dari *source rock* melalui suatu lapisan, *bed*, yang disebut *carier bed*, setelahnya kemudian terdepositkan di dalam batuan berpori yang *permeable*, batuan reservoir, dengan syarat di lapisan atasnya harus terdapat cap rock sebagai pemerangkap yang membuat minyak tidak bisa bermigrasi ketempat yang lebih dekat dengan permukaan. Tidak seperti migrasi pada normalnya, minyak dapat pula bermigrasi menuju tempat akumulasi yang lebih dalam letaknya. Pada intinya proses migrasi minyak selalu menuju ke batuan reservoir dengan arah yang bisa mendekati atau menajuhi permukaan, yang harus terdisekusi dengan adanya *cap rock* sebagai pembatas di lapisan atas batuan reservoirnya.

Dalam mencari indikasi adanya reservoir, seorang geo-scientist akan mencari struktur – struktur menarik yang seringkali menjadi indikasi terdapatnya reservoir minyak ataupun gas. Berdasarkan terbentuknya, jenis reservoir dibedakan menjadi 3 (tiga) yaitu perangkap struktur (*anticline, fault, salt dome*), perangkap stratigrafi (*pinch out / pembajian, shale out / penyerpihan*), dan perangkap kombinasi (kombinasi antara lipatan dengan pembajian, kombinasi antara patahan dengan pembajian, dll).

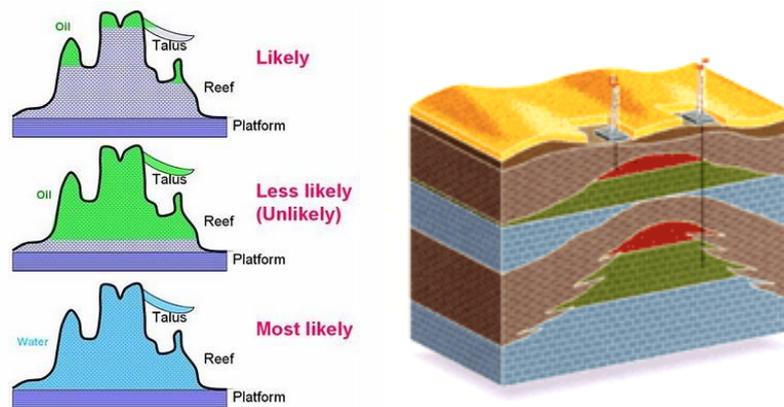
Pada tesis ini, algoritma tomografi seismik yang telah dipelajari akan diaplikasikan untuk memodelkan kecepatan dari suatu pemodelan sintesis struktur – struktur geologi yang ada di permukaan bumi ini. Contoh dari struktur geologi yang seringkali menjadi identifikasi reservoir dan selanjutnya akan digunakan dalam pemodelan kecepatan diantaranya ialah reservoir *layer cake, carbonate build up*, dan struktur *pinch out*.



Gambar 3.17 "*Layer-cake*" Reservoir gas di triassic carbonates, Belanda (Aigner, 2007)

Struktur *layer-cake* pada Gambar 3.17 ditemukan sebagai reservoir gas di Belanda. Reservoir ini merupakan lapisan dolomite yang terbentang luas.

Dalam analisis penampang seismik kualitatif untuk eksplorasi hidrokarbon pada reservoir karbonat biasanya ada tiga petunjuk yang menarik, yaitu : ***build ups, dim spot dan flat spot***. Build up adalah batuan karbonat yang terdiri dari material – material yang organik yang selalu mencari tempat paling tinggi agar bisa lebih dekat ke matahari sehingga saling tumpuk – menumpuk membentuk build ups. *Living Organism* ini hidup dan tumbuh, karena pada hakikatnya mereka mencari kondisi yang *shallow, warm, clear, clean, water*. Build ups menarik karena, merupakan struktur yang paling tinggi dan mudah tererosi memiliki porositas yang besar (*big secondary porosity due to carbonate leaching process*). Dim spot adalah penampang seismik yang tiba – tiba menunjukkan daerah dengan amplitudo rendah (beda dengan daerah karbonat di sekitarnya yang amplitudonya tinggi) sebagai akibat dari *acoustic impedance* yang rendah karena (mungkin) akibat interaksi antara karbonat dengan gas. Flat spot adalah *trace* seismik yang datar sebagai akibat dari kontak dengan fluida.

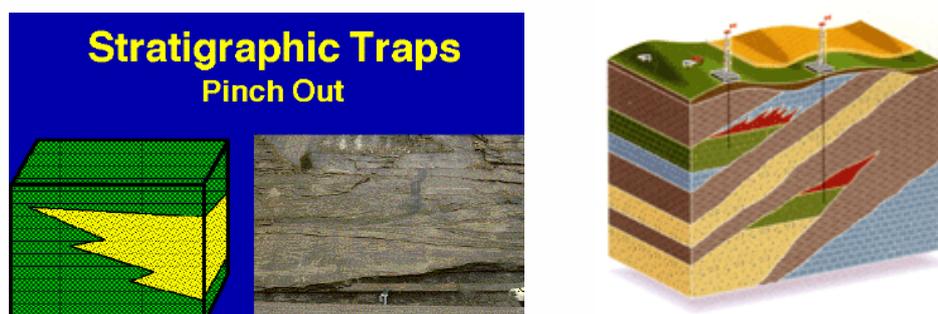


Gambar 3.18 Carbonate build up

Jenis batuan reservoir :

-  Surface gravels
-  Limestone
-  Sandstone
-  Shale
-  Salt
-  Gas-bearing sandstone
-  Oil-bearing sandstone
-  Gas-bearing limestone
-  Oil-bearing limestone

Pinch out trap, jebakan yang sebagian dibatasi oleh water-surface dan bagian lain oleh peristiwa membaji dari lapisan stratigrafi batuan. Jebakan *Pinch-out* dapat terbentuk dari beberapa variasi lapisan batuan yang membentuk struktur membaji dengan sendirinya. Pada umumnya terbentuk pada lapisan sand, yang memiliki permeabilitas yang cukup besar, dapat pula terbentuk diantara lapisan batuan yang *impermeable*, seperti shale dan siltstone.

Gambar 3.19 Struktur *Pinchout*

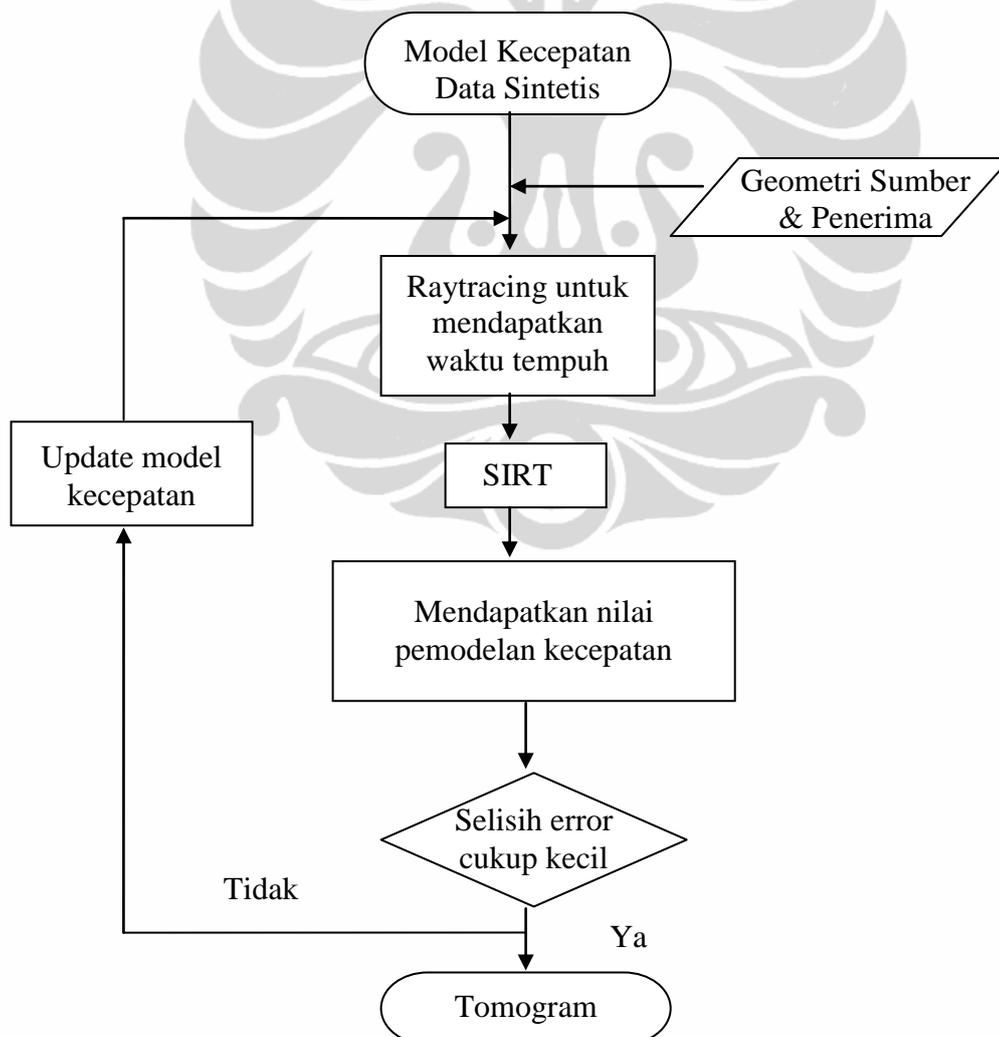
Universitas Indonesia

Jenis batuan reservoir :

| | |
|---|---|
|  Surface gravels |  Gas-bearing sandstone |
|  Limestone |  Oil-bearing sandstone |
|  Sandstone |  Gas-bearing limestone |
|  Shale |  Oil-bearing limestone |
|  Salt | |

3.4 Alur Penelitian

Berikut adalah diagram alur penelitian yang akan dilakukan pada Bab selanjutnya, untuk membangun model kecepatan dari suatu data sintetik dengan menggunakan metoda tomografi.



Gambar 3.20 Diagram alur penelitian dari *Travel time Tomography*

Universitas Indonesia

BAB 4

PEMODELAN KECEPATAN PADA DATA SINTETIS

4.1 Algoritma Tomografi

Gambar 3.20. pada bab sebelumnya, memperlihatkan diagram alir algoritma tomografi, input dalam algoritma ini adalah data koordinat sumber dan receiver, serta data model velocity. Kemudian dengan menggunakan model awal kita lakukan *forward modeling* dengan memakai koordinat sumber dan receiver dari data input. Forward modeling disini yaitu penentuan traveltime yang dilakukan dengan menggunakan metode *finite difference* dari persamaan Eikonal yang diajukan oleh Qin. et.al (1992). Model awal yang digunakan dapat berasal dari data geologi lapangan, data sumur pemboran, dari metoda *back propagation technique*, ataupun dengan memasukkan *velocity* homogen.

Matsuoka dan Ezaka (1992) mengajukan penerapan sifat resiprok (reciprocal) dari waktu tempuh gelombang sebagai alternatif dalam perunutan jejak gelombang. Algoritma perhitungan perunutan jejak lintas gelombang tercepat adalah sebagai berikut :

1. Hitung waktu tempuh dari sumber ke seluruh kisi – kisi dari model.

$$[t]=ekonaln2(Sx, Sy, Dx, Dy, Nx, Ny, V);$$
$$ts=t;$$

2. Perlakukan penerima sebagai sumber baru, dan begitu sebaliknya sumber dijadikan penerima baru. Hitung waktu tempuh dari setiap kisi – kisi dengan posisi seperti di atas. Teknik perhitungan ini disebut sebagai teknik perhitungan resiprok

$$[t]=ekonaln2(Rx, Ry, Dx, Dy, Nx, Ny, V);$$
$$tr=t;$$

3. Tambahkan waktu tempuh yang dihasilkan dari kedua proses di atas. Simpan hasilnya sebagai matriks waktu tempuh total.

$$pt=ts+tr;$$

4. Runut sinar gelombang dengan memilih nilai minimum dari matriks total waktu tempuh.

Algoritma perunut sinar dengan metoda resiprok ini sebenarnya menggunakan prinsip Fermat. Keuntungan metode ini adalah bisa mengatasi masalah zona bayangan (yang sering ditemui bila memakai dengan teknik tembak sinar), dan keuntungan lainnya adalah bisa mengatasi efek multi jejak yang seringkali muncul jika mediumnya adalah struktur rumit.

```
function [x,y,t]=rayeikonol(pt,Dx,Dy)
n=size(pt,2);
for i=1:n
    tt=pt(:,i);
    [C,I]=min(tt);
    t(i)=C;
    x(i)=i;
    y(i)=I;
end
```

Setelah melakukan forward modelling dengan menggunakan data awal, selanjutnya diinversi dengan menggunakan ekspansi SIRT. Pada proses inversi ini data waktu yang didapat dari *forward modelling* dari data awal dibandingkan dengan data waktu datang dari hasil perhitungan, dan selisihnya akan didistribusikan sepanjang volume sehingga didapatkan *velocity* yang baru. Velocity hasil inversi kemudian di-*forward modelling* lagi dan selisih waktu kembali didistribusikan kembali pada proses inversi, dan seterusnya sampai didapat normal error yang diinginkan.

4.2. Model Pengujian

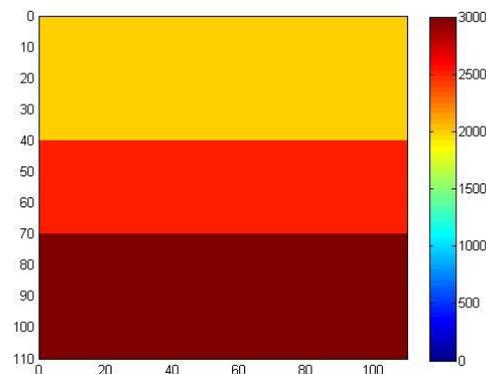
Untuk menguji inversi tomografi maka dibuat 3 jenis model sintetik, yang masing-masing model mempunyai karakteristik sendiri. Dari hasil inversi ketiga model ini, diharapkan akan terlihat bagaimana efek dari pemakaian karakteristik model. Ada tiga model yang diajukan antara lain adalah gradasi, karbonat build up dan pinch out. Dalam sub bab selanjutnya akan dibahas mengenai analisa lebih lanjut dari ketiga model tersebut.

4.2.1 Model Gradasi

Model gradasi ditandakan dengan bertambahnya velocity seiring bertambahnya kedalaman. Model ini adalah sintetik model dari keadaan normal bawah tanah. Model sintetik dibuat untuk keperluan tersebut pada Gambar 4.1 yang memperlihatkan model geometri tiga lapisan pada kedalaman 0-40 m mempunyai kecepatan 2000 m/s, kedalaman 40-70 mempunyai kecepatan 2500m/s, dan kedalaman 70-110 mempunyai kecepatan 3000 m/s. Berikut adalah model gradasi dalam bentuk matriks 11 x 11.

Tabel 4.1 Model gradasi dalam bentuk matriks 11 x 11.

| | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 |
| 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 |
| 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 |
| 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 |
| 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 |
| 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 |
| 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 | 3000.00 |



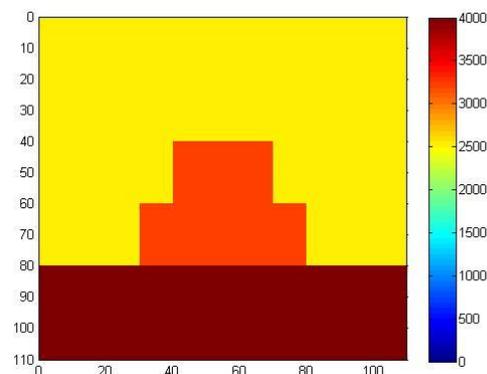
Gambar 4.1 Model Gradasi dengan $V_1=2000\text{m/s}$, $V_2=2500\text{m/s}$, dan $V_3=3000\text{m/s}$

4.2.2 Model Karbonat

Model Karbonat ditandakan dengan adanya variasi velocity secara lateral pada suatu daerah tertentu. Model ini adalah sintetik model dari Karbonat. Model sintetik seperti ini diperlihatkan oleh Gambar 4.2 yang merupakan model geometri dengan 3 variasi kecepatan, dengan kecepatan 2500 m/s yang diselingi dengan kecepatan yang lebih tinggi 3200 m/s sebagai model kecepatan Karbonat build up. Lapisan pertama memiliki ketebalan 80 m yang memiliki variasi kecepatan sevara lateral di kedalaman 40 m – 80 m. Lapisan di bawah nya mempunyai kecepatan 4000 m/s dengan ketebalan 30 m. Berikut adalah model Karbonat dalam bentuk matriks 11 x 11.

Tabel 4.2 Model Karbonat dalam bentuk matriks 11 x 11.

| | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 |
| 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 |
| 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 |
| 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 |
| 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 3200.00 | 3200.00 | 3200.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 |
| 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 3200.00 | 3200.00 | 3200.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 |
| 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 3200.00 | 3200.00 | 3200.00 | 3200.00 | 3200.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 |
| 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 | 3200.00 | 3200.00 | 3200.00 | 3200.00 | 3200.00 | 2500.00 | 2500.00 | 2500.00 |
| 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 |
| 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 |
| 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 | 4000.00 |



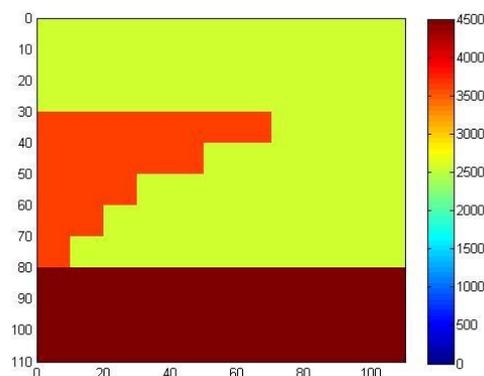
Gambar 4.2 Model Karbonat $V_1=2500\text{m/s}$, $V_2=3200\text{m/s}$, dan $V_3=4000\text{m/s}$

4.2.3 Model Pinchout

Model Pinchout ditandai dengan adanya variasi velocity secara lateral pada suatu daerah tertentu. Model sintetik seperti ini diperlihatkan oleh Gambar 4.3 yang merupakan model geometri dengan 3 variasi kecepatan, dengan kecepatan 2600 m/s yang diselingi dengan kecepatan yang lebih tinggi 3600 m/s sebagai model kecepatan struktur pinchout. Lapisan pertama memiliki ketebalan 80 m yang memiliki variasi kecepatan sevara lateral di kedalaman 30 m – 80 m. Lapisan di bawah nya mempunyai kecepatan 4500 m/s dengan ketebalan 30 m. Berikut adalah model pinchout dalam bentuk matriks 11 x 11.

Tabel 4.3 Model pinchout dalam bentuk matriks 11 x 11.

| | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 |
| 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 |
| 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 |
| 3600.00 | 3600.00 | 3600.00 | 3600.00 | 3600.00 | 3600.00 | 3600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 |
| 3600.00 | 3600.00 | 3600.00 | 3600.00 | 3600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 |
| 3600.00 | 3600.00 | 3600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 |
| 3600.00 | 3600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 |
| 3600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 | 2600.00 |
| 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 |
| 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 |
| 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 | 4500.00 |



Gambar 4.3 Model Pinchout dengan $V_1=2600\text{m/s}$, $V_2=3600\text{m/s}$, dan $V_3=4500\text{m/s}$

4.3. Hasil Pengujian dan Analisa

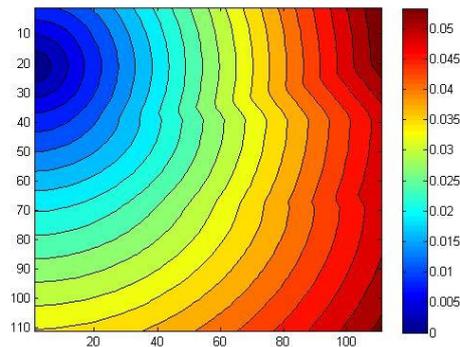
Simulasi ray tracing dilakukan dengan *finite difference* dari persamaan Eikonal. Hal ini dapat dilakukan dengan menggunakan program MatLab yang terdapat dalam lampiran 1. Berikut adalah hasil rekontruksi penjalaran gelombang dari sumber dan penerima dengan menggunakan *finite difference* dari persamaan eikonal yang didapat dari fungsi `ekonaln2.m` untuk model gradasi, karbonat build-up, dan pinchout yang telah didefinisikan sebelumnya melalui script MatLab berikut :

```

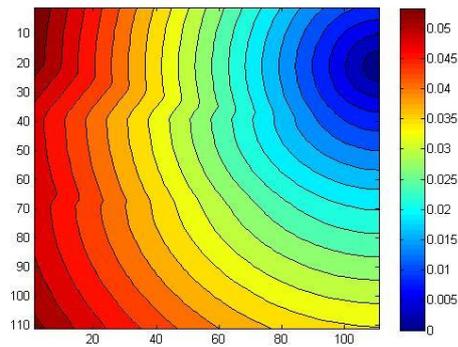
model_wfgrad_s;
[t]=ekonaln2(Sx,Sy,Dx,Dy,Nx,Ny,V);
ts=t;
[x,y]=meshgrid(0.5*Dx:Dx:Nx*Dx);
figure
contourf(x,y,ts,20);
set(gca,'Ydir','reverse')
colorbar

```

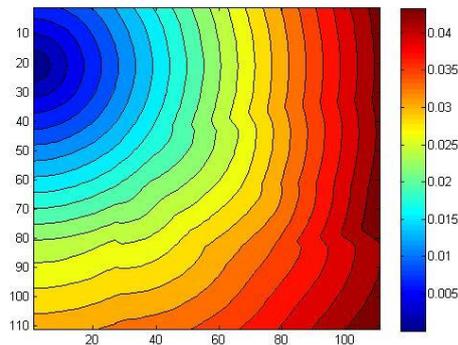
`Model_wfgrad_s` adalah model kecepatan sintetis yang didefinisikan pada lampiran 1. Posisi sumber ditentukan oleh nilai S_x dan S_y .



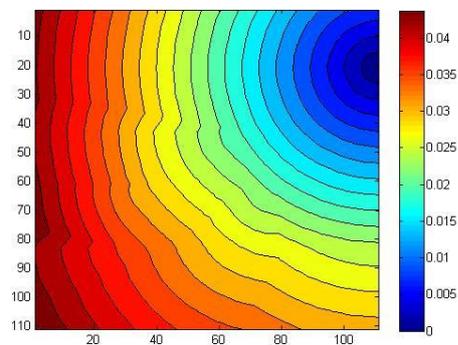
Gambar 4.4 Rekontruksi penjalaran gelombang dari sumber dengan menggunakan *finite difference* dari persamaan Eikonal untuk model gradasi.



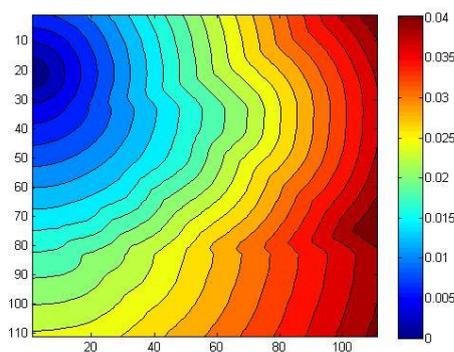
Gambar 4.5 Rekontruksi penjalaran gelombang dari penerima dengan menggunakan *finite difference* dari persamaan Eikonal untuk model gradasi.



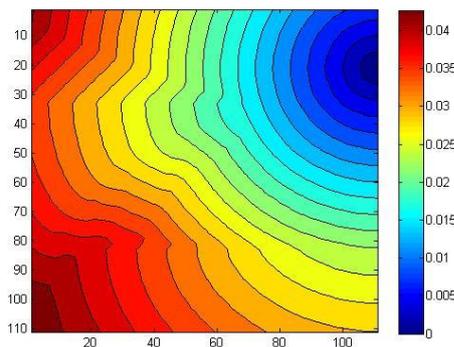
Gambar 4.6 Rekontruksi penjalaran gelombang dari sumber dengan menggunakan *finite difference* dari persamaan Eikonal untuk model karbonat build-up.



Gambar 4.7 Rekontruksi penjalaran gelombang dari penerima dengan menggunakan *finite difference* dari persamaan Eikonal untuk model karbonat build-up.



Gambar 4.8 Rekontruksi penjalaran gelombang dari sumber dengan menggunakan *finite difference* dari persamaan Eikonal untuk model pinchout.



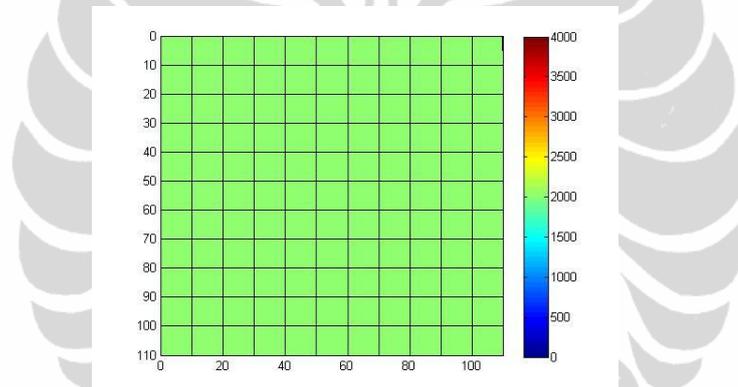
Gambar 4.9 Rekontruksi penjalaran gelombang dari penerima dengan menggunakan *finite difference* dari persamaan Eikonal untuk model pinchout.

Setelah mendapatkan waktu tempuh di setiap grid, selanjutnya akan dicari raypath yang memberikan waktu tempuh terkecil dengan menggunakan algoritma yang telah di bahas pada sub bab 4.1.

Selanjutnya data waktu tempuh yang didapat dari pemodelan ke depan ini, digunakan sebagai input dari proses pemodelan ke belakang yang dilakukan pada komputer dengan menggunakan matlab versi 7.1. Inversi diujicoba dengan jumlah iterasi tertentu. Sebagai inisialisasi dari nilai kecepatan, digunakan suatu model awal yang berupa model homogen dengan velocity 2000 m/s. Tabel 4.4 merupakan bentuk model awal dalam matriks 11 x 11, sedangkan pada Gambar 4.10 adalah bentuk model awal dalam grid 11 x 11.

Tabel 4.4 Model homogen 2000 m/s sebagai model awal dalam bentuk matriks 11 x 11.

| | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |
| 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 | 2000.00 |



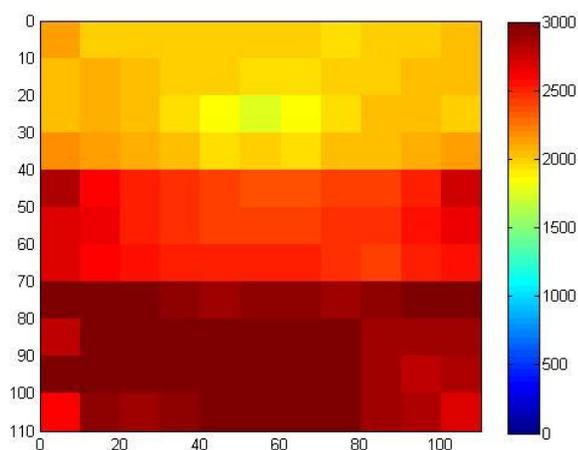
Gambar 4.10 Model homogen 2000 m/s sebagai model awal

Setelah proses inialisasi kecepatan, waktu tempuh yang didapat dari *forward modelling* dari data awal ini, dibandingkan dengan data waktu tempuh dari hasil perhitungan, dan selisihnya akan didistribusikan sepanjang volume grid sehingga didapatkan kecepatan yang baru melalui proses inverse yang pada tesis ini menggunakan metode SIRT. Model kecepatan hasil inversi kemudian di-*forward modelling* kembali dan selisih waktu kembali didistribusikan pada proses inversi, dan seterusnya sampai didapat normal error yang diinginkan. Berikut adalah hasil inversi dari model gradasi, karbonat, dan pinch out yang telah dijelaskan sebelumnya.

Pertama – tama akan dilakukan pemodelan kecepatan interval pada model gradasi yang telah didefinisikan dalam Tabel 4.1. Tabel 4.5 memberikan pemodelan kecepatan dalam bentuk matriks 11 x 11, yang merupakan hasil inversi pada model gradasi dalam sub bab 4.2.1. Hasil inversi ini juga ditampilkan dalam bentuk grid dengan ukuran 11 x 11 pada Gambar 4.11.

Tabel 4.5 Hasil Inversi Pada Model Gradasi dalam Bentuk Matriks 11 x 11.

| | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 2136.25 | 1974.17 | 1986.85 | 1997.58 | 1998.85 | 2014.01 | 1996.04 | 1973.62 | 1975.17 | 1962.09 | 2050.15 |
| 2035.57 | 2092.12 | 2028.31 | 2005.68 | 1981.07 | 1971.62 | 1970.17 | 1977.06 | 1982.84 | 2046.16 | 2018.34 |
| 2047.09 | 2066.19 | 2060.34 | 1946.50 | 1866.40 | 1791.37 | 1848.18 | 1944.16 | 2031.76 | 2016.96 | 1999.39 |
| 2186.32 | 2118.55 | 2111.82 | 2042.79 | 1960.59 | 1959.54 | 1966.41 | 2048.28 | 2061.63 | 2067.97 | 2120.81 |
| 2841.69 | 2576.43 | 2514.40 | 2462.72 | 2409.01 | 2374.85 | 2388.12 | 2416.74 | 2441.01 | 2499.57 | 2731.03 |
| 2708.03 | 2654.19 | 2515.48 | 2457.24 | 2424.59 | 2398.84 | 2410.07 | 2435.46 | 2480.62 | 2546.21 | 2632.94 |
| 2717.95 | 2636.64 | 2533.72 | 2512.43 | 2529.46 | 2549.01 | 2499.77 | 2479.42 | 2393.60 | 2532.55 | 2542.93 |
| 3362.08 | 3232.62 | 2956.54 | 2870.19 | 2899.79 | 2939.47 | 2903.32 | 2861.01 | 2918.15 | 3000.22 | 2984.56 |
| 2811.49 | 3107.73 | 3112.74 | 3103.03 | 3094.27 | 3075.19 | 3064.07 | 2975.70 | 2891.95 | 2874.32 | 2843.99 |
| 3048.77 | 2974.85 | 3048.35 | 3059.00 | 3052.37 | 3047.41 | 3024.97 | 2998.41 | 2939.80 | 2768.69 | 2830.76 |
| 2592.71 | 2927.01 | 2914.52 | 2955.53 | 3018.52 | 3067.33 | 3085.85 | 3032.84 | 2885.88 | 2845.31 | 2662.56 |

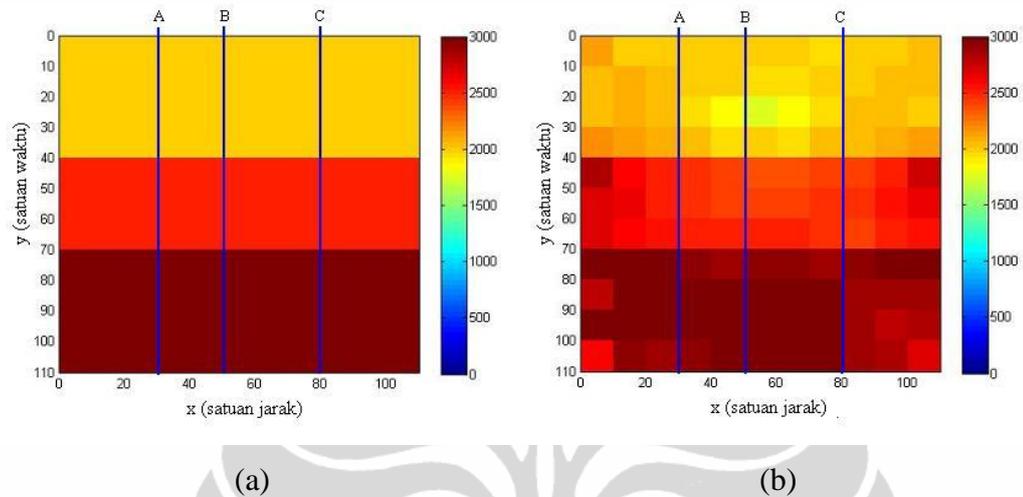


Gambar 4.11 Hasil inversi pada model gradasi dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s

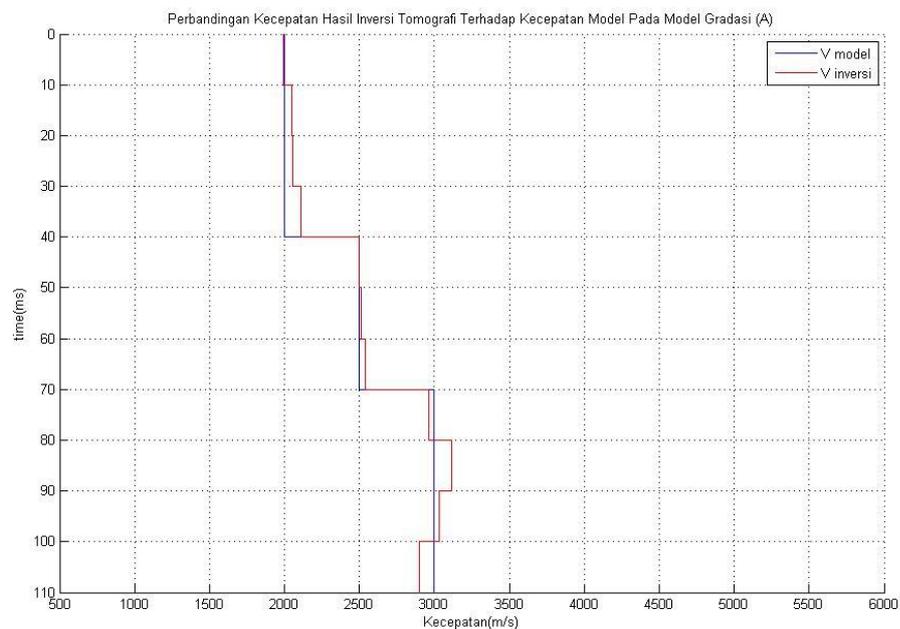
Hasil inversi model gradasi pada Gambar 4.11 yang berupa kecepatan interval, selanjutnya akan dibandingkan dengan kecepatan interval model gradasi terdahulu. Hal ini dilakukan dengan membuat 3 (tiga) lokasi sumur buatan pada

Universitas Indonesia

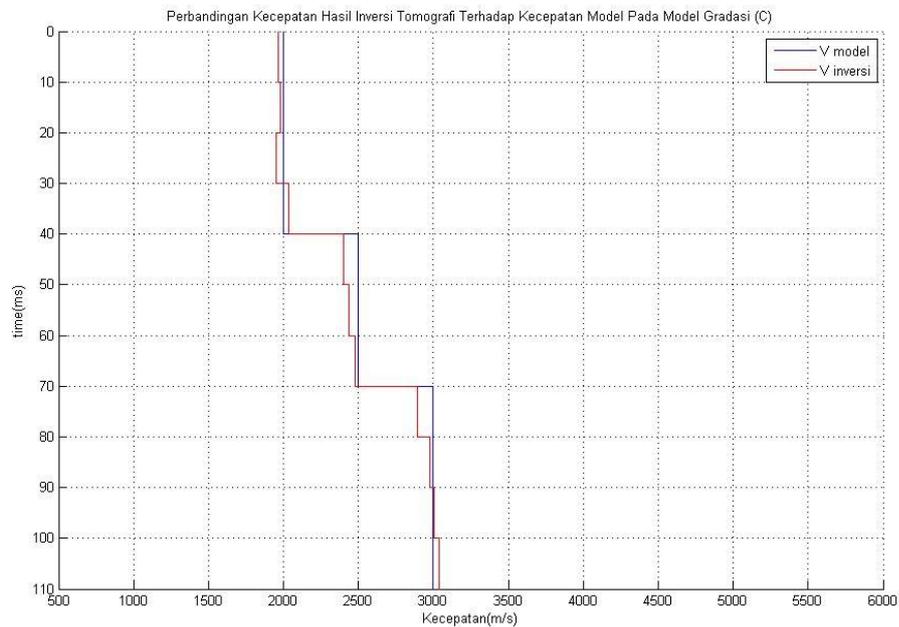
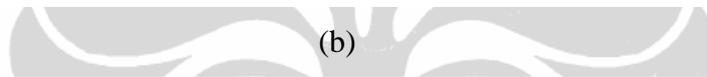
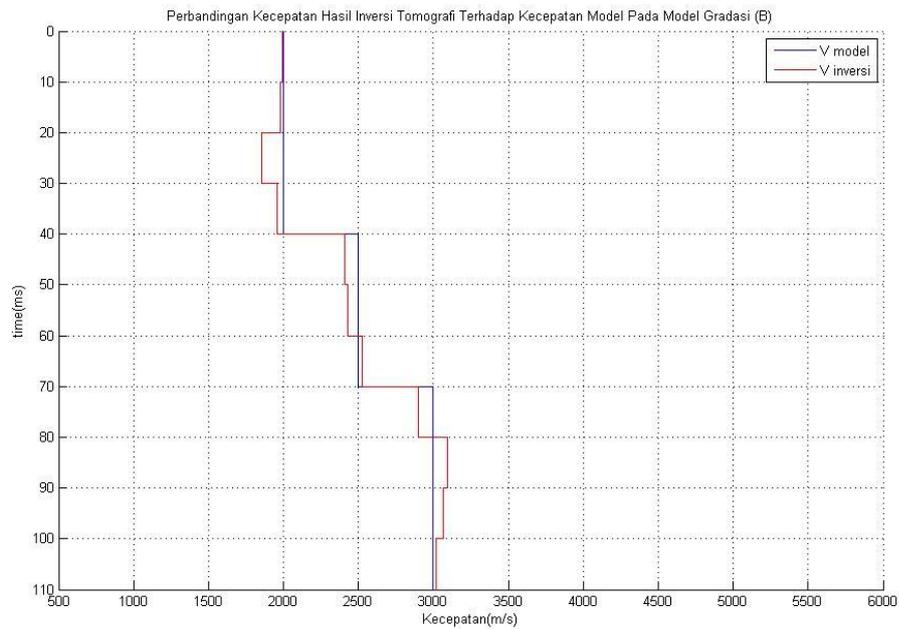
lokasi A, B, dan C, yang terlihat pada Gambar 4.12. Kemudian kecepatan interval model serta kecepatan interval hasil inversi pada model gradasi di ketiga lokasi A, B, dan C ditampilkan pada Gambar 4.12.



Gambar 4.12 Penampang lateral dari (a) model kecepatan interval pada model gradasi dengan 3 (tiga) lokasi sumur buatan (b) hasil inversi pada model gradasi dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s dengan 3 (tiga) lokasi sumur buatan.



(a)



(c)

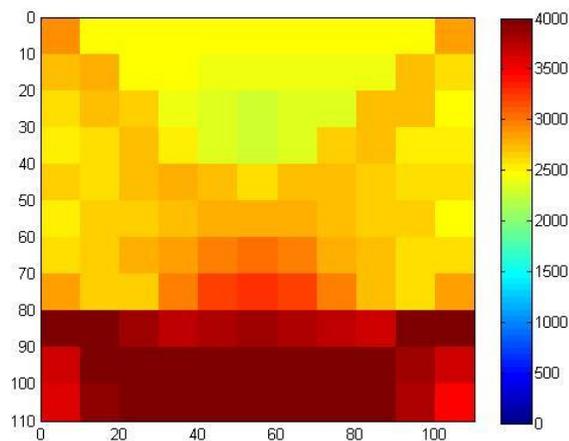
Gambar 4.13 Kecepatan interval pada model gradasi di ketiga lokasi sumur buatan, garis biru merupakan kecepatan interval model dan garis merah merupakan kecepatan interval hasil inversi dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s (a) pada sumur A (b) pada sumur B (c) pada sumur C.

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, Gambar 4.13 merupakan perbandingan kecepatan interval model serta kecepatan interval hasil inversi pada model gradasi di ketiga lokasi A, B, dan C. Garis biru merupakan kecepatan interval model dan garis merah merupakan kecepatan interval hasil inversi dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s.

Selanjutnya dilakukan analisa kecepatan interval pada model karbonat yang telah didefinisikan pada Tabel 4.2. Tabel 4.6 memberikan pemodelan kecepatan interval dalam bentuk matriks 11 x 11, yang merupakan hasil inversi pada model karbonat dalam sub bab 4.2.2. Hasil inversi ini juga ditampilkan dalam bentuk grid dengan ukuran 11 x 11 pada Gambar 4.14.

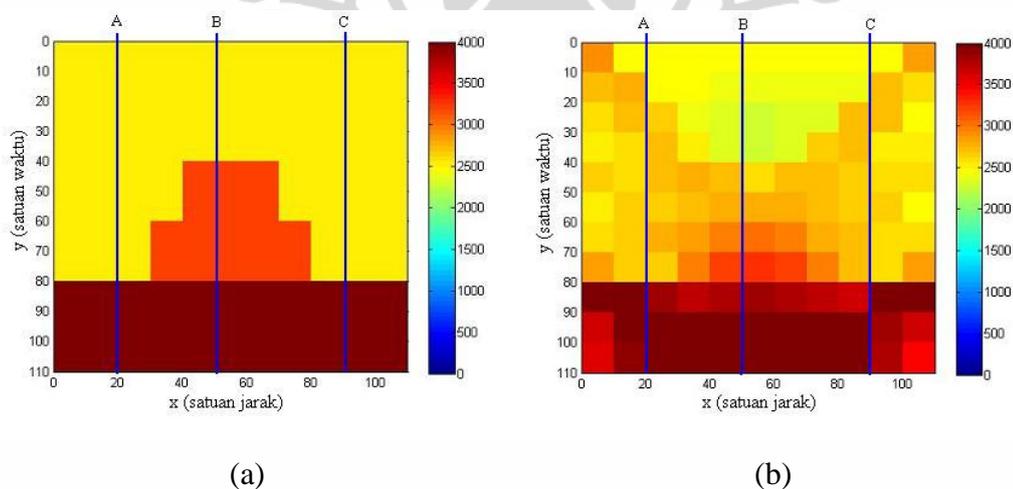
Tabel 4.6 Hasil inversi pada model karbonat dalam bentuk matriks 11 x 11.

| | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 2866.71 | 2429.79 | 2449.32 | 2473.04 | 2480.37 | 2490.10 | 2496.29 | 2503.58 | 2489.90 | 2455.73 | 2819.13 |
| 2658.89 | 2764.25 | 2431.72 | 2445.73 | 2451.33 | 2441.31 | 2420.43 | 2388.84 | 2355.81 | 2763.47 | 2582.00 |
| 2604.55 | 2699.88 | 2667.48 | 2385.03 | 2322.00 | 2310.38 | 2322.46 | 2362.57 | 2710.59 | 2685.86 | 2508.92 |
| 2557.58 | 2583.69 | 2696.86 | 2604.69 | 2361.38 | 2290.61 | 2333.13 | 2680.02 | 2704.33 | 2539.34 | 2569.78 |
| 2640.75 | 2574.29 | 2702.18 | 2785.72 | 2712.55 | 2592.21 | 2687.46 | 2732.20 | 2646.92 | 2582.10 | 2655.61 |
| 2485.98 | 2654.65 | 2683.66 | 2747.47 | 2805.98 | 2808.10 | 2767.19 | 2709.37 | 2637.71 | 2650.52 | 2503.01 |
| 2602.14 | 2695.17 | 2750.12 | 2802.00 | 2968.61 | 3059.66 | 2954.63 | 2766.03 | 2734.34 | 2627.79 | 2564.61 |
| 2830.21 | 2687.72 | 2653.14 | 2971.57 | 3226.39 | 3319.81 | 3201.79 | 2976.71 | 2711.18 | 2595.83 | 2793.09 |
| 4732.43 | 4008.82 | 3805.35 | 3758.91 | 3790.41 | 3799.80 | 3815.51 | 3675.00 | 3674.24 | 4035.34 | 4618.45 |
| 3659.93 | 4085.46 | 4036.11 | 4111.13 | 4070.76 | 4085.91 | 4108.04 | 4166.18 | 4083.43 | 3835.29 | 3630.61 |
| 3582.97 | 3904.06 | 3991.50 | 4117.03 | 4159.43 | 4105.76 | 4081.91 | 4049.14 | 3940.52 | 3843.19 | 3397.97 |

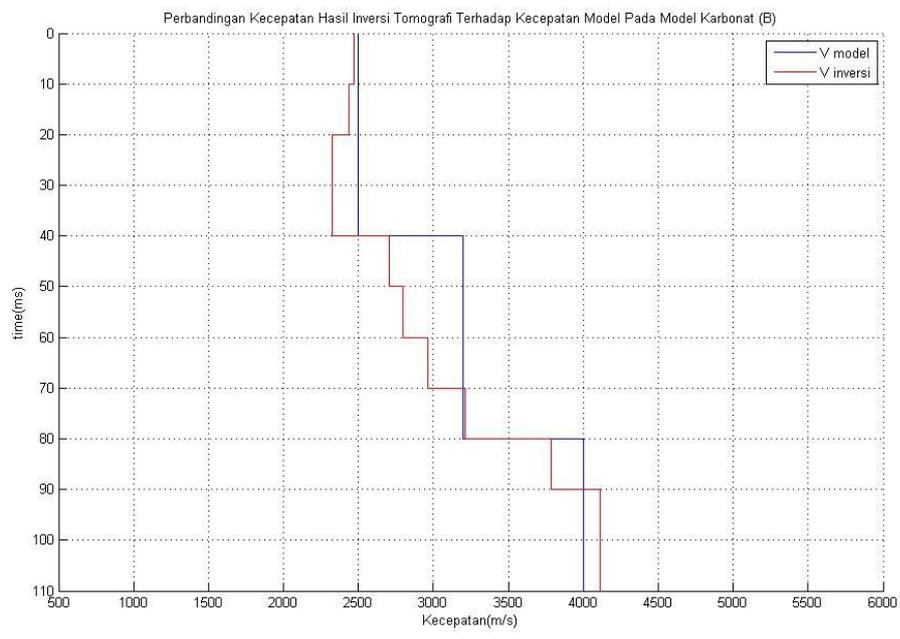
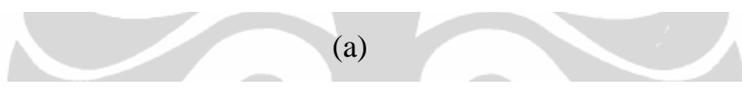
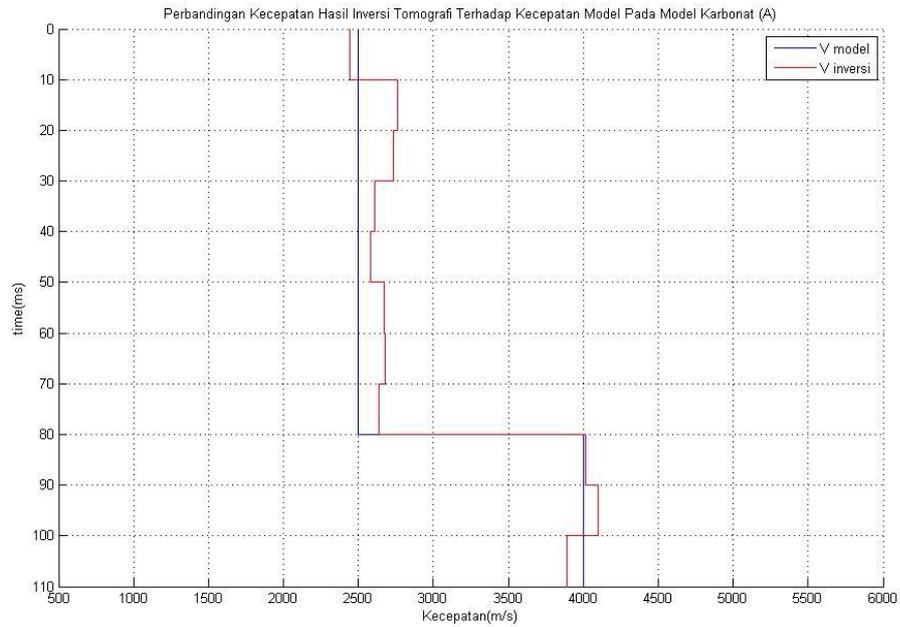


Gambar 4.14 Hasil inversi pada model karbonat dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s

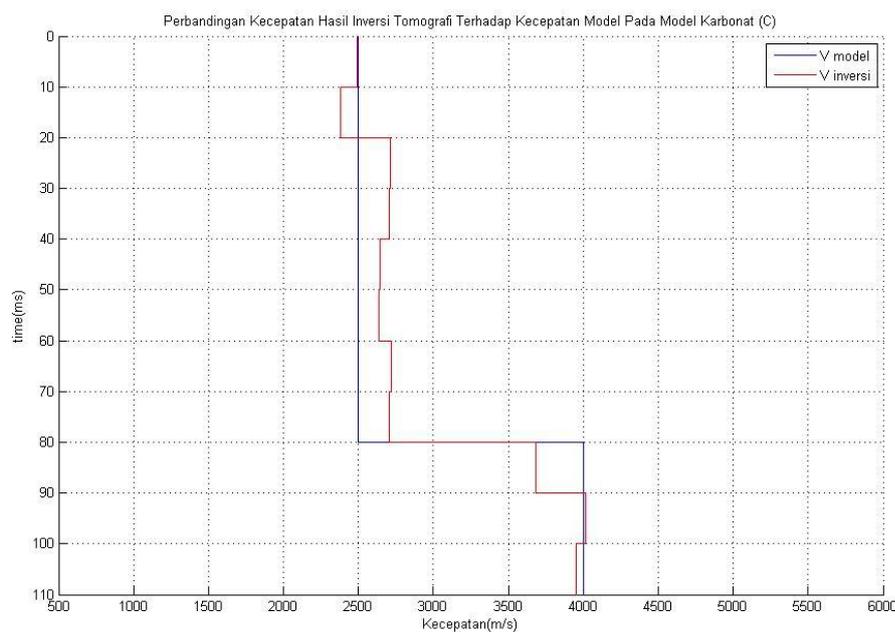
Hasil inversi model karbonat pada Gambar 4.14 yang berupa kecepatan interval, selanjutnya akan dibandingkan dengan kecepatan interval model karbonat terdahulu. Hal ini dilakukan dengan membuat 3 (tiga) lokasi sumur buatan pada lokasi A, B, dan C, yang terlihat pada Gambar 4.15. Kemudian kecepatan interval model serta kecepatan interval hasil inversi pada model karbonat di ketiga lokasi A, B, dan C ditampilkan pada Gambar 4.16.



Gambar 4.15 Penampang lateral dari (a) model kecepatan interval pada model karbonat dengan 3 (tiga) lokasi sumur buatan (b) hasil inversi pada model karbonat dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s dengan 3 (tiga) lokasi sumur buatan.



(b)



(c)

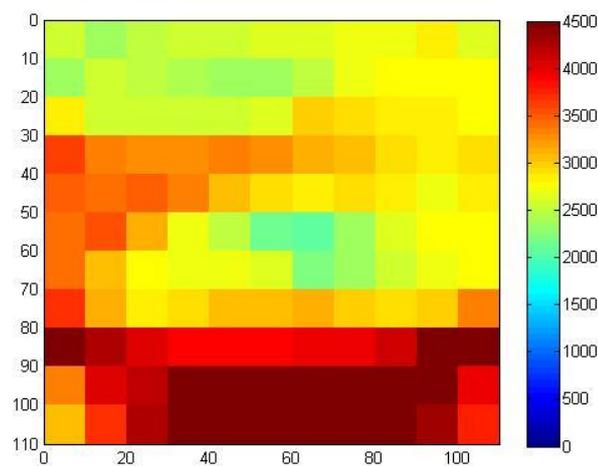
Gambar 4.16 Kecepatan interval pada model karbonat di ketiga lokasi sumur buatan, garis biru merupakan kecepatan interval model dan garis merah merupakan kecepatan interval hasil inversi dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s (a) pada sumur A (b) pada sumur B (c) pada sumur C.

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, Gambar 4.16 merupakan perbandingan kecepatan interval model serta kecepatan interval hasil inversi pada model karbonat di ketiga lokasi A, B, dan C. Garis biru merupakan kecepatan interval model dan garis merah merupakan kecepatan interval hasil inversi dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s.

Selanjutnya dilakukan analisa kecepatan interval pada model pinchout yang telah didefinisikan pada Tabel 4.3. Tabel 4.7 memberikan pemodelan kecepatan dalam bentuk matriks 11 x 11, yang merupakan hasil inversi pada model pinchout dalam sub bab 4.2.3. Hasil inversi ini juga ditampilkan dalam bentuk grid dengan ukuran 11 x 11 pada Gambar 4.17.

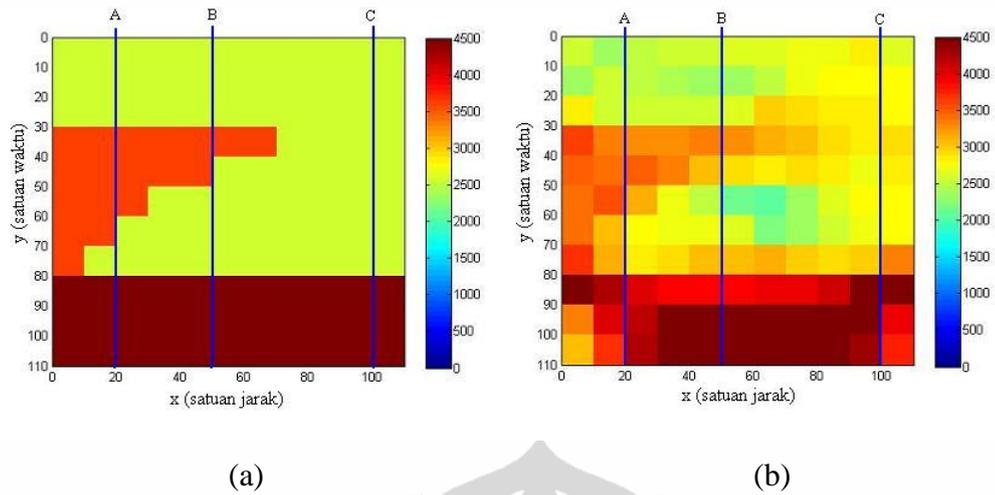
Tabel 4.7 Hasil inversi pada model pinchout dalam bentuk matriks 11 x 11.

| | | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 2557.61 | 2340.89 | 2500.89 | 2595.77 | 2622.88 | 2641.60 | 2674.83 | 2692.50 | 2697.10 | 2788.74 | 2673.28 |
| 2373.33 | 2596.50 | 2438.01 | 2420.91 | 2242.44 | 2311.44 | 2467.35 | 2637.22 | 2737.11 | 2744.57 | 2763.85 |
| 2854.97 | 2590.80 | 2585.26 | 2572.96 | 2541.31 | 2611.24 | 3025.41 | 2916.14 | 2848.80 | 2810.10 | 2795.97 |
| 3660.15 | 3365.76 | 3247.95 | 3297.54 | 3343.39 | 3260.10 | 3166.32 | 3028.46 | 2910.33 | 2866.32 | 2934.50 |
| 3502.51 | 3376.73 | 3513.68 | 3367.39 | 3101.70 | 2895.11 | 2886.24 | 2898.32 | 2856.53 | 2732.64 | 2837.20 |
| 3416.95 | 3527.52 | 3108.77 | 2715.26 | 2508.14 | 2094.38 | 2054.55 | 2296.80 | 2609.17 | 2794.40 | 2741.29 |
| 3395.65 | 3045.06 | 2781.27 | 2710.03 | 2665.53 | 2611.17 | 2164.91 | 2300.52 | 2516.35 | 2720.74 | 2781.02 |
| 3694.86 | 3181.02 | 2839.99 | 2895.21 | 3026.41 | 3095.30 | 3066.51 | 2915.32 | 2928.51 | 2988.11 | 3293.44 |
| 4685.13 | 4257.47 | 4091.08 | 3992.98 | 4003.67 | 3996.81 | 4038.78 | 3985.93 | 4103.34 | 4702.55 | 6015.94 |
| 3415.06 | 4124.32 | 4236.82 | 4515.38 | 4660.91 | 4785.84 | 4843.12 | 4871.31 | 4833.10 | 4640.82 | 3962.33 |
| 3116.97 | 3796.33 | 4289.34 | 4664.07 | 4877.93 | 5025.04 | 5019.13 | 4897.38 | 4618.01 | 4381.16 | 3755.70 |

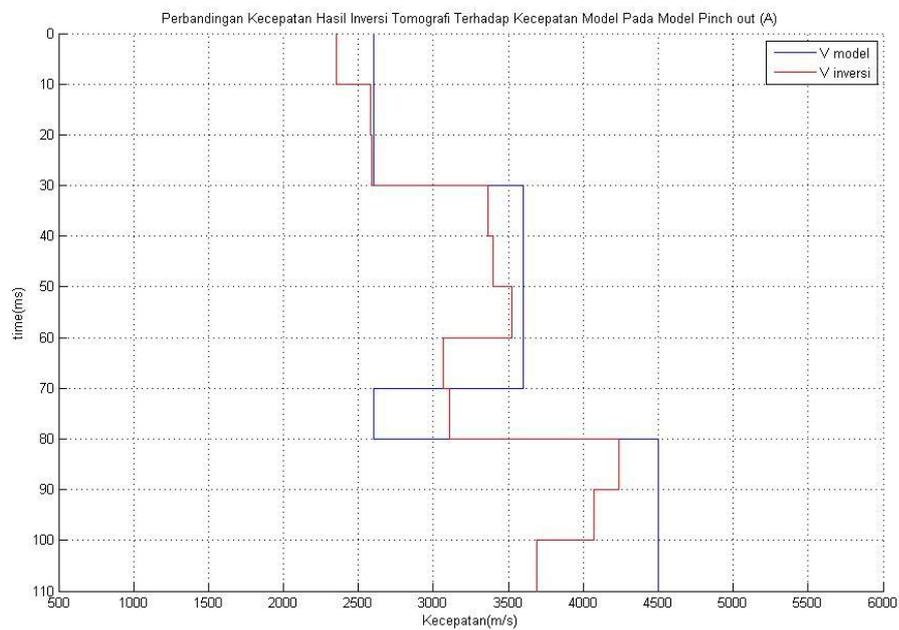


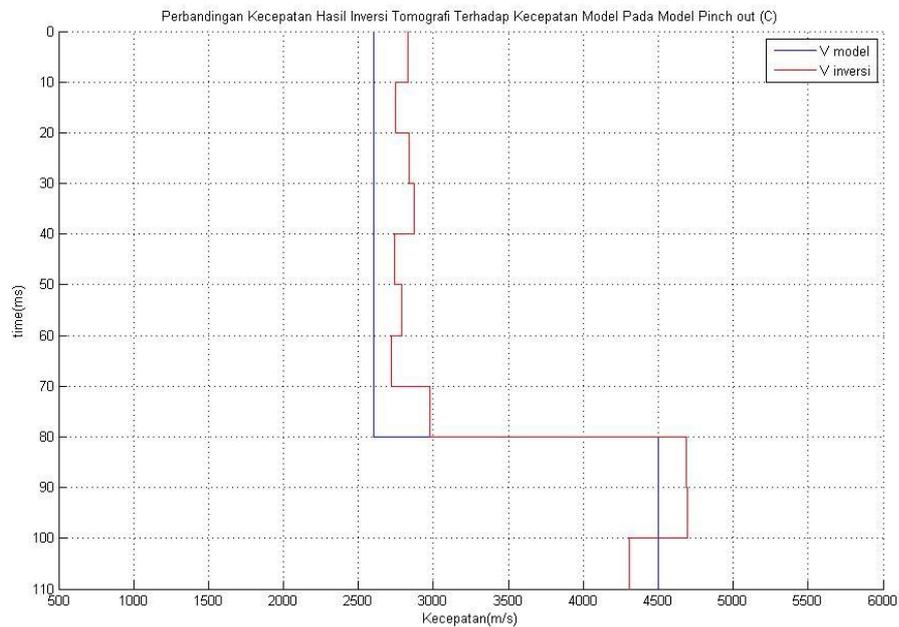
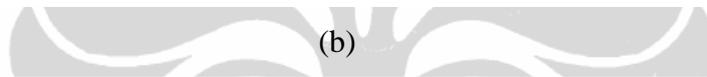
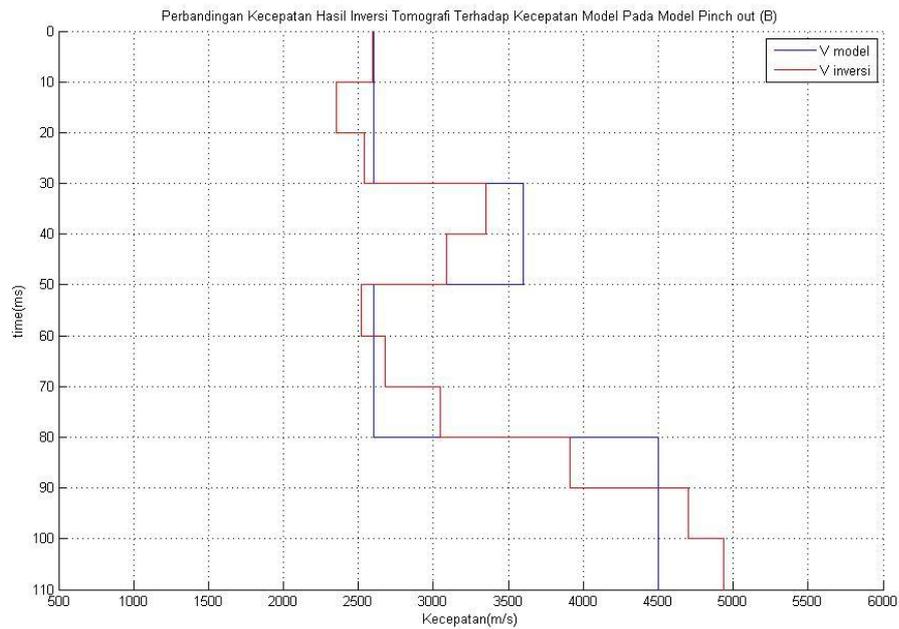
Gambar 4.17 Hasil inversi pada model pinchout dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s

Hasil inversi model pinchout pada Gambar 4.17 yang berupa kecepatan interval, selanjutnya akan dibandingkan dengan kecepatan interval model pinchout terdahulu. Hal ini dilakukan dengan membuat 3 (tiga) lokasi sumur buatan pada lokasi A, B, dan C, yang terlihat pada Gambar 4.18. Kemudian kecepatan interval model serta kecepatan interval hasil inversi pada model pinchout di ketiga lokasi A, B, dan C ditampilkan pada Gambar 4.19.



Gambar 4.18 Penampang lateral dari (a) model kecepatan interval pada model pinchout (b) hasil inversi pada model pinchout dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s dengan 3 (tiga) lokasi sumur buatan.





(c)

Gambar 4.19 Kecepatan interval pada model pinchout di ketiga lokasi sumur buatan, garis biru merupakan kecepatan interval model dan garis merah merupakan kecepatan interval hasil inversi dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s (a) pada sumur A (b) pada sumur B (c) pada sumur C.

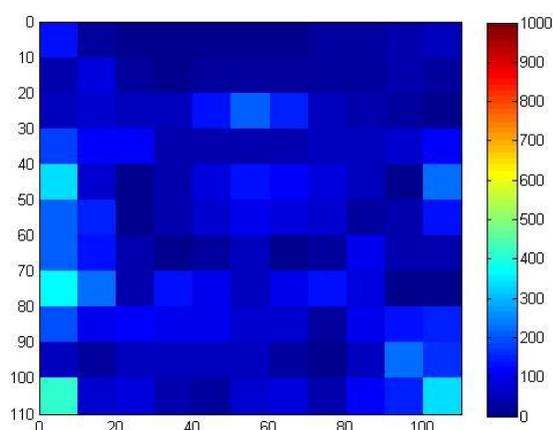
Universitas Indonesia

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, Gambar 4.19 merupakan perbandingan kecepatan interval model serta kecepatan interval hasil inversi pada model pinchout di ketiga lokasi A, B, dan C. Garis biru merupakan kecepatan interval model dan garis merah merupakan kecepatan interval hasil inversi dengan model awal berupa kecepatan konstan 2000 m/s.

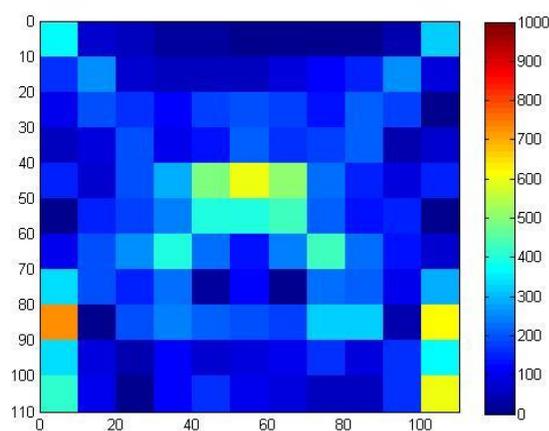
4.4. Analisa Error

Untuk menganalisa seberapa baik metode inversi tomografi yang telah digunakan dalam memodelkan kecepatan interval dari model-model sintetis yang ada, dilakukan analisa error pada setiap kasus. Residu kecepatan yang diperoleh melalui metoda SIRT dianalisa dengan menghitung kesalahan rekonstruksinya yaitu galat antara kecepatan yang didapat dari hasil inversi tomografi terhadap kecepatan dari model sintetis.

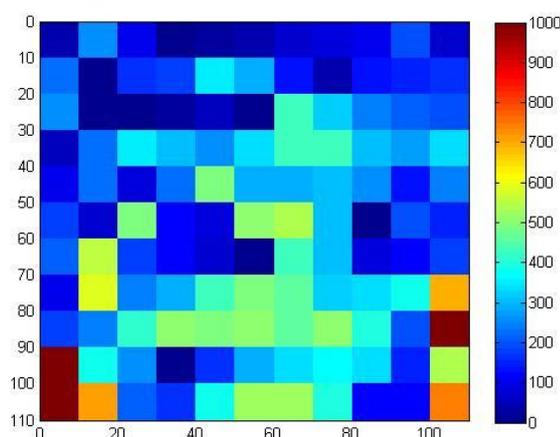
Gambar 4.20 (a) merupakan nilai absolut dari selisih nilai kecepatan hasil inversi tomografi terhadap kecepatan dari model sintetis gradasi. Sedangkan Gambar 4.20 (b) merupakan nilai absolut dari selisih nilai kecepatan hasil inversi tomografi terhadap kecepatan dari model sintetis karbonat. Dan pada Gambar 4.20 (c) merupakan nilai absolut dari selisih nilai kecepatan hasil inversi tomografi terhadap kecepatan dari model sintetis pinch out.



(a)



(b)



(c)

Gambar 4.20 Nilai absolut dari selisih nilai kecepatan hasil inversi tomografi terhadap kecepatan dari model sintetik
(a) gradasi, (b) karbonat, (c) pinch out.

Pada proses selanjutnya, residu kecepatan interval yang diperoleh melalui metoda SIRT di setiap grid / sel, dianalisa dengan menghitung kesalahan rekonstruksinya yaitu galat antara kecepatan yang didapat dari hasil inversi tomografi terhadap kecepatan dari model sintetik. Persentase perbedaan kecepatan (galat) antara hasil inversi tomografi terhadap model sintetik untuk sel ke $i - j$ dihitung dengan menggunakan persamaan (3.60), sehingga rata - rata perbedaan kecepatan antara

hasil inverse tomografi terhadap model sintetik didapat dengan menggunakan persamaan (3.61).

Untuk proses inversi pada model gradasi, diperoleh persentase rata – rata error sebesar 3.1379 %. Sedangkan untuk proses inversi pada model karbonat, diperoleh persentase rata – rata error sebesar 5.9289 %. Dan untuk proses inversi pada model pinch out, diperoleh persentase rata – rata error sebesar 8.8144 %.



BAB 5

KESIMPULAN

Dalam tugas akhir ini telah diteliti pendekatan pemodelan kecepatan dengan menggunakan teknik tomografi (pemodelan ke depan dan pemodelan ke belakang). Tujuan dari pemodelan ke depan ialah mencari waktu tempuh dari raypath yang minimum. Sedangkan tujuan utama dari pemodelan ke belakang ialah memberikan pemodelan kecepatan interval berdasarkan waktu tempuh yang telah didapat dari pemodelan ke depan.

Untuk proses pemodelan ke depan, berdasarkan studi literatur yang ada, metode persamaan gelombang penuh (persamaan Eikonal) dengan metoda *finite difference* adalah metode yang paling efektif dibandingkan dengan metode *ray tracing* lainnya (*shooting method* dan *bending method*) dalam mencari *raypath* yang minimum. Sedangkan untuk proses pemodelan ke belakang, menurut studi literatur yang ada, metode SIRT adalah metode yang paling efektif dibandingkan dengan metode BPT ataupun ART.

Pada bab ini akan dibahas kesimpulan dari pembahasan dan hasil yang didapat dengan mengaplikasikan metoda – metoda tersebut dalam proses analisis kecepatan.

5.1 Kesimpulan

1. Hasil perhitungan traveltime dalam proses pemodelan ke depan dengan memakai persamaan eikonal merupakan proses diskritisasi yang bergantung pada lokasi sumber gelombang dan penerimanya. Script MatLab yang telah dibangun, memungkinkan untuk mengubah lokasi sumber dan penerima gelombang.
2. Untuk kecepatan yang lebih rendah, pada proses pemodelan ke depan, dihasilkan muka gelombang secara kontinu mempunyai jarak yang relatif rapat,

karena waktu yang diperlukan untuk merambat pada medium tersebut relatif lebih lama dan sebaliknya.

3. Perhitungan traveltime dalam proses pemodelan ke depan dengan menggunakan persamaan eikonol akan lebih baik jika menggunakan jumlah grid 56 x 56 dibandingkan dengan 11 x 11. Hal ini dapat terlihat dari bentuk muka gelombang yang dihasilkan oleh metode *finite difference* untuk penyelesaian persamaan Eikonol, yang lebih smooth dan kontinyu pada jumlah grid yang lebih banyak.

4. Pemodelan kecepatan dari proses pemodelan ke belakang dengan menggunakan teknik SIRT, bila diaplikasikan pada data sintetis memberikan error yang relatif kecil (kurang dari 9%). Hal ini dapat terlihat dari galat aror yang didapat dari pemodelan kecepatan pada model gradasi, karbonat build up dan pincout yang masing – masing memiliki error 3.1379 %, 5.9289 %, dan 8.8144 %. Oleh karena itu, teknik tomografi dapat disimpulkan cukup akurat dalam memodelkan kecepatan interval.

5. Pada analisa error dari pemodelan kecepatan, terlihat bahwa error terbesar terdapat pada data kecepatan yang terletak di kedalaman yang lebih besar. Hal ini sesuai dengan asumsi pada persamaan Eikonol, dimana signal diasumsikan memiliki frekuensi tinggi. Data pada kedalaman yang lebih besar, tentu saja memiliki nilai frekuensi yang rendah, hal ini bertentangan dengan asumsi pada persamaan Eikonol. Hal inilah yang menyebabkan error pada data yang lebih dalam menjadi relatif lebih besar dibandingkan error pada data dangkal.

5.2 Saran

1. Hasil dari muka gelombang yang digenerate oleh $ekonaln2.m$ akan lebih kontinyu jika menggunakan jumlah titik – titik diskretisasi yang lebih banyak. Oleh karena itu disarankan untuk menggunakan jumlah grid yang cukup banyak dalam mendiskretisasi model. Hasil dari inversi tomografi dalam memberikan pemodelan terhadap kecepatan interval suatu data pun akan sangat dipengaruhi

oleh jumlah grid yang mendiskretisasi. Akan tetapi jumlah grid yang bertambah banyak juga akan memberikan pengaruh yang besar terhadap waktu komputasi. Oleh karena itu, diperlukan suatu software dan komputer dengan memori yang cukup untuk dapat melakukan variasi terhadap titik diskretisasi.

2. Pemilihan metoda yang digunakan untuk mencari raypath yang minimum juga akan mempengaruhi waktu komputasi. Disarankan untuk menguji optimisasi suatu metoda terlebih dahulu sebelum mengaplikasikan metode resiprok sebagai metode dalam mencari raypath yang minimum.

3. Sebaiknya hasil analisis kecepatan menggunakan metode tomografi dengan membangun script MatLab ini dibandingkan dengan hasil analisis kecepatan menggunakan software yang telah tersedia untuk publik.

4. Data sintetis adalah data yang sangat ideal. Pada kenyataannya, akan banyak sekali noise dan gangguan lainnya pada data seismik real. Sebaiknya pula, script ini juga diuji dan diaplikasikan pada data seismik real.

5. Penelitian ini hanya terbatas pada domain 2D, namun script ini akan menjadi lebih baik lagi jika dikembangkan untuk data 3D.

DAFTAR ACUAN

- Bishop, T.N., Bube, K.P., Cutler, R.T., Langan, R.T., Love, P.L., Renick, J.R., Shuey, R.T., Spindler, D.A. dan Wyld, H.W., 1985. *Tomographic determination of velocity and depth in laterally varying media*. Geophys., 50, p.903-923.
- Boehm, G., Cavallini, F. and Vesnaver, A.L. 1995. *Getting rid of the grid*. 65th SEG Annual Meeting, Extended Abstracts, 655-658.
- Bording, R.P., Gersztenkorn, A., Lines, L.R., Scales, J.A. dan Treitel, S. 1987. *Application of seismic travel time tomography*. Geophys. J. R. Astr. Soc., 90, p.285-303.
- Fauzatun, S. 2008. *Perbaikan Model Kecepatan Interval pada Pre-Stack Depth Migration 3D dengan Analisa Residual Depth Moveout Horizon Based Tomography pada Lapangan "SF"*. Universitas Diponegoro, Indonesia.
- Guo, J, et.al. 2002. *Towards Accurate Velocity Models by 3D Tomographic Velocity Analysis*. EAGE 64th Conference & Exhibition. Houston, Texas.
- Jones, I.F. 2010. *Velocity estimation via ray-based tomography*. ION GX Technology, UK.
- Kaczmarz, S. 1937. *Angenahert auflosung von systemen linearen gleichungen* : Bull. Acad. Polon. Sci. Lett. A, 355.
- Lo, T.W. and Inderwiesen, P. 1994. *Fundamentals of Seismic Tomography*. SEG, Tulsa.
- Munadi, S. 1992. *Mengenal Tomografi Seismik*. LPL, No.3/1992, p.239-248. Lemigas, Indonesia.
- Neumann, G. 1981. *Determination of lateral inhomogeneities in reflection seismic by inversion of travel time residuals*. Geophysical Prospecting, 29, p.161-171.
- Nolet, G. 1987. Ed., *Seismic tomography : With applications in global seismology and exploration geophysics* : D. Reidel Publishing Co.
- Norsar. 2008. *Ray Tracing*. (<http://www.norsar.no/c-62-3D-Ray-Tracing.aspx>)
- Radon, J. 1917. *Uber die Bestimmung von Funktionen durch ihre integralwerte langs gewisser Mannigfaltigkeiten*, Bu. Sutchss. Akad. Leipzig : Math. Phys. K. 69, 262.
- Rubyanto, D. 1998. *Studi Banding Metode – Metode Inversi Tomografi Seismik Refleksi*. Universitas Indonesia, Indonesia.

- Scales, J.A. 1987. *Tomographic inversion via the conjugate gradient method*. *Geophysics*, **52**, 179-185.
- Stewart, R.R. 1987. *Exploration Seismic Tomography : Fundamentals, Course Notes Series*. Vol.3, An SEG Continuing Education Short Course
- Vesnaver, A.L. 1996. *Irregular grids in seismic tomography and minimum-time ray tracing*. *Geophysical Journal International*, **126**, 147-165.
- Williamson, P.R. 1990. *Tomographic inversion in reflection seismology*. *Geophys. J. Int.*, 100, p.255-274.



WAVEFRONT DISPLAY

```
model_wfgrad_s;  
[t]=ekonaln2(Sx,Sy,Dx,Dy,Nx,Ny,V);  
ts=t;  
[x,y]=meshgrid(0.5*Dx:Dx:Nx*Dx);  
figure  
contourf(x,y,ts,20);  
set(gca,'Ydir','reverse')  
colorbar
```

model_wfgrad_s;

```
% model parameterisasi  
V=ones(56,56).*2000;  
vd=ones(15,56).*2500;  
vb=ones(22,56).*3000;  
V(20:34,:)=vd;  
V(35:56,:)=vb;  
[x,y]=meshgrid(0:2:110);  
Sx=[0];  
Sy=[20];  
Rx=[110];  
Ry=[20];  
Dx=2;  
Dy=2;  
Nx=56;  
Ny=56;  
  
figure  
  
[X,Y]=meshgrid(0:Dx:Nx*Dx);  
Vs=V;  
Vs(Nx+1,Ny+1)=0;  
pcolor(X,Y,Vs);  
shading flat  
set(gca,'Ydir','reverse')  
caxis([0 3000])  
colorbar
```

MAIN FUNCTION

```
clear  
modelinvers_21;  
[t_obs]=time_eikonal(Sx,Sy,Rx,Ry,Dx,Dy,Nx,Ny,V);  
model_awal_21;
```

```
f=500;
[v]=inv_fresnel(Sx,Sy,Rx,Ry,Dx,Dy,Nx,Ny,V,t_obs,f);
save('v_gradation.mat','v');
```

```
figure
```

```
Vm=v;
Vm(Nx+1,Ny+1)=0;
pcolor(X,Y,Vm);
shading flat
set(gca,'Ydir','reverse')
caxis([0 3000])
colorbar
```

MODELINVERSE_21

```
% model parameterisasi
V=ones(11,11).*2000;
vd=ones(3,11).*2500;
vb=ones(4,11).*3000;
V(5:7,:)=vd;
V(8:11,:)=vb;
[x,y]=meshgrid(0:10:100);
Sx=(0:10:100);
Sy=zeros(1,11);
Rx=(0:10:100);
Ry=ones(1,11).*100;
Dx=10;% lebar grid dalam x
Dy=10;% lebar grid dalam y
Nx=11;% banyaknya grid dalam x
Ny=11;% banyaknya grid dalam y
```

```
figure
```

```
[X,Y]=meshgrid(0:Dx:Nx*Dx);
Vs=V;
Vs(Nx+1,Ny+1)=0;
pcolor(X,Y,Vs);
shading flat
set(gca,'Ydir','reverse')
caxis([0 3000])
colorbar
```

TIME_EIKONAL

```
function [t_obs]=time_eikonal(Sx,Sy,Rx,Ry,Dx,Dy,Nx,Ny,V)
raytot=size(Sx,2)*size(Rx,2);
n=size(Sx,2);
for i=1:n
    [tm]=ekonaln2(Sx(i),Sy(i),Dx,Dy,Nx,Ny,V);
    ts(:, :, i)=tm;
    [tm]=ekonaln2(Rx(i),Ry(i),Dx,Dy,Nx,Ny,V);
    tr(:, :, i)=tm;
```

```

end%end dari mencari ts dan tr
for j=1:raytot
    a=ceil(j./n);
    b=(j-(a-1).*n);
    ir=ceil(Ry(b)/Dy+0.01);
    jr=ceil(Rx(b)/Dx+0.01);
    t_smt(:,:)=ts(:,:,a);
    t_call(j)=t_smt(ir,jr);
end
t_obs=t_call;

```

EIKONALN2

```

function [t]=eikonal(Sx,Sy,Dx,Dy,Nx,Ny,V)
% fungsi untuk persamaan eikonal

s=1./V;
t=ones(Nx,Ny)*100;
i=ceil(Sy/Dy+0.01);
j=ceil(Sx/Dx+0.01);
t(i,j)=0;
IN=[i]; JN=[j];
T=[]; I=[]; J=[];

for k=1:1000000
    t0=t;
    T0=T; I0=I; J0=J;
    IN0=IN; JN0=JN;
    if i+1<=Ny & j>=1 & j<=Nx
        t(i+1,j)=t(i,j)+0.5*Dx*(s(i,j)+s(i+1,j));
        tsmt=[ t(i+1,j) t0(i+1,j)]; [t(i+1,j)]=min(tsmt); t0=t;
        t1i=t(i+1,j); j1i=j; i1i=i+1;

    else
        t1i=NaN; j1i=NaN; i1i= NaN;
    end
    if j+1<=Nx & i>=1 & j<=Ny
        t(i,j+1)=t(i,j)+0.5*Dy*(s(i,j)+s(i,j+1));
        tsmt=[ t(i,j+1) t0(i,j+1)]; [t(i,j+1)]=min(tsmt); t0=t;
        t2i=t(i,j+1); j2i=j+1; i2i=i;

    else
        t2i=NaN; j2i=NaN; i2i= NaN;
    end
    if i+1<=Ny & j+1>=1 & j+1<=Nx
        t(i+1,j+1)=t(i,j)+sqrt(2*(Dx*(s(i,j)+s(i+1,j))+s(i,j+1)+s(i+1,j+1))/4)^2- ...
            (t(i+1,j)-t(i,j+1))^2);
        tsmt=[ t(i+1,j+1) t0(i+1,j+1)]; [t(i+1,j+1)]=min(tsmt); t0=t;
        t3i=t(i+1,j+1); j3i=j+1; i3i=i+1;

    else
        t3i=NaN; j3i=NaN; i3i= NaN;
    end
end

```

```

if j-1>=1 & j-1<=Nx & i>=1 & i<=Ny
t(i,j-1)=t(i,j)+0.5*Dx*(s(i,j)+s(i,j-1));
tsmt=[ t(i,j-1) t0(i,j-1)]; [t(i,j-1)]=min(tsmt); t0=t;
t4i=t(i,j-1); j4i=j-1; i4i=i;

else
t4i=NaN; j4i=NaN; i4i= NaN;
end
if i+1<=Ny & j-1>=1 & j-1<=Nx
t(i+1,j-1)=t(i,j)+sqrt(2*(Dx*(s(i,j)+s(i+1,j)+s(i,j-1)+s(i+1,j-
1))/4)^2- ...
(t(i+1,j)-t(i,j-1))^2);
tsmt=[ t(i+1,j-1) t0(i+1,j-1)]; [t(i+1,j-1)]=min(tsmt); t0=t;
t5i=t(i+1,j-1); j5i=j-1; i5i=i+1;

else
t5i=NaN; j5i=NaN; i5i= NaN;
end

if i-1>=1 & i-1<=Ny & j>=1 & j<=Nx
t(i-1,j)=t(i,j)+0.5*Dx*(s(i,j)+s(i-1,j));
tsmt=[ t(i-1,j) t0(i-1,j)]; [t(i-1,j)]=min(tsmt); t0=t;
t6i=t(i-1,j); j6i=j; i6i=i-1;

else
t6i=NaN; j6i=NaN; i6i= NaN;
end

if i-1>=1 & i-1<=Ny & j-1>=1 & j-1<=Nx
t(i-1,j-1)=t(i,j)+sqrt(2*(Dx*(s(i,j)+s(i-1,j)+s(i,j-1)+s(i-1,j-
1))/4)^2- ...
(t(i-1,j)-t(i,j-1))^2);
tsmt=[ t(i-1,j-1) t0(i-1,j-1)]; [t(i-1,j-1)]=min(tsmt); t0=t;
t7i=t(i-1,j-1); j7i=j-1; i7i=i-1;

else
t7i=NaN; j7i=NaN; i7i= NaN;
end

if i-1>=1 & i-1<=Ny & j+1>=1 & j+1<=Nx
t(i-1,j+1)=t(i,j)+sqrt(2*(Dx*(s(i,j)+s(i-1,j)+s(i,j+1)+s(i-
1,j+1))/4)^2- ...
(t(i-1,j)-t(i,j+1))^2);
tsmt=[ t(i-1,j+1) t0(i-1,j+1)]; [t(i-1,j+1)]=min(tsmt);
t8i=t(i-1,j+1); j8i=j+1; i8i=i-1;

else
t8i=NaN; j8i=NaN; i8i= NaN;
end

T1=[ t1i t2i t3i t4i t5i t6i t7i t8i ];
I1=[ i1i i2i i3i i4i i5i i6i i7i i8i ];
J1=[ j1i j2i j3i j4i j5i j6i j7i j8i ];
T1=T1(isfinite(T1)); I1=I1(isfinite(I1)); J1(isfinite(J1));
if k>1

```

```

        [T, I, J]=ieikonal (T0, T1, I0, I1, J0, J1, IN, JN);
    else
        T=[T0 T1];
        I=[I0 I1];
        J=[J0 J1];
    end
    [C, in]=min(T);
    i=I(in);
    j=J(in);
    IN1=[i];    JN1=[j];
    IN=[IN0 IN1];
    JN=[JN0 JN1];

    t=t;
    [Con]=find(t==100);
    Con=isfinite(Con);
    SCon=sum(Con);
    if SCon==0
        t=t;
        break
    end

end
t=real(t);
clear T T0 T1 I I0 I1 s IN JN t0 t1 IN0 IN JN0 JN Dx Dy Sx Sy V
clear t1i ili j1i t2i i2i j2i t3i i3i j3i t4i i4i j4i t5i i5i j5i
clear t6i j6i i6i t7i j7i i7i t8i i8i j8i i8i Con SCon i j C in
clear tsmt

```

IEIKONAL

```

function [T, I, J]=ieikonal (T0, T1, I0, I1, J0, J1, IN, JN)

n1=size(T0,2);
n2=size(T1,2);
for m=1:n1
    for n=1:n2
        if I0(m)==I1(n) & J0(m)==J1(n)
            if T0(m)<= T1(n)
                I1(n)=NaN;
                J1(n)=NaN;
                T1(n)=NaN;
            else
                T0(m)=NaN;
                I0(m)=NaN;
                J0(m)=NaN;
            end
        end
    end
end
end
T=[T0 T1];
T=T(isfinite(T));
J=[J0 J1];
J=J(isfinite(J));

```

```

I=[I0 I1];
I=I(isfinite(I));
m1=size(T,2);
m2=size(IN,2);
for m=1:m1
    for n=1:m2
        if I(m)==IN(n) & J(m)==JN(n)
            T(m)=NaN;
            I(m)=NaN;
            J(m)=NaN;
        end
    end
end
end
T=T(isfinite(T));
J=J(isfinite(J));
I=I(isfinite(I));

```

MODEL_AWAL_21

```

V=ones(11,11).*2000;
Sx=(0:10:100);
Sy= zeros(1,11);
Rx=(0:10:100);
Ry= ones(1,11).*100;
Dx=10;
Dy=10;
Nx=11;
Ny=11;

```

INV_FRESNEL

```

function [vinv]=inv_fresnel(Sx,Sy,Rx,Ry,Dx,Dy,Nx,Ny,V,t,f)
t_obs=t;
Ntot=Nx*Ny;
raytot=size(Sx,2)*size(Rx,2);
v0=V;
n=size(Sx,2);
for h=1:40
    for i=1:n
        [tm]=ekonaln2(Sx(i),Sy(i),Dx,Dy,Nx,Ny,v0);
        ts(:,:,i)=tm;
        [tm]=ekonaln2(Rx(i),Ry(i),Dx,Dy,Nx,Ny,v0);
        tr(:,:,i)=tm;
    end%end dari mencari ts dan tr
    for j=1:raytot
        a=ceil(j./n);
        b=(j-(a-1).*n);
        % mencari ts+tr
        pt(:,:,j)=ts(:,:,a)+tr(:,:,b);
        %mencari waktu t
        ir=ceil(Ry(b)/Dy+0.01);
        jr=ceil(Rx(b)/Dx+0.01);
        t_smt(:,:,j)=ts(:,:,a);
        t_call(j)=t_smt(ir,jr);
    end
end

```

```

%mencaari delta t (At)
At(:,:,j)=pt(:,:,j)-t_call(j);
%mencaari nilai w
for k=1:n
    for l=1:n
        if At(k,l,j)<= (1/(2*f))
            w(k,l,j)=1-At(k,l,j)*2*f;
        else
            w(k,l,j)=0;
        end % end dari syarat
    end % end dari l=1:n
end % end dari k=1:n
% membentuk w menjadi matriks 2d
wt(j,:)=reshape(w(:,:,j)',1,Nx*Ny);
% mencaari
end% end dari j= ray tot
d_t=t_obs-t_call;

v0=reshape(v0',1,Ntot);
for j=1:Ntot
    for i=1:raytot
        f1(i)= wt(i,j)*d_t(i)/t_obs(i);
        f2(i)=wt(i,j);
    end
    ff1(j)=sum(f1);
    ff2(j)=sum(f2);
    v(j)=v0(j)*(1-(ff1(j)/ff2(j)));
end
v0=(reshape(v,Ny,Nx))';

end
vinv=v0;

clear tm    i    j    k    l    h    a    b    f1    f2    ff2    v    Ntot    t
clear raytot    ff1    d_t    w    wt    V    pt    ts    tr    x    y    f    ir    jr
clear t_call    t_smt    t_obs    Nx    Ny    Sx    Sy    Rx    Ry    Dx    Dy    At
clear n

```

DIFF_VEL

```

Vmodel=Vs(1:11,1:11);
Vinv=Vm(1:11,1:11);
Vdif=abs(Vmodel-Vinv);
V_diff=(Vdif./Vmodel)*100
V_diff_tot=sum(V_diff(:,1))+sum(V_diff(:,2))+sum(V_diff(:,3))+sum(V_diff(:,4))
)+sum(V_diff(:,5))+sum(V_diff(:,6))+sum(V_diff(:,7))+sum(V_diff(:,8))+sum(V_d
iff(:,9))+sum(V_diff(:,10))+sum(V_diff(:,11));
V_diff_avg=sum(V_diff_tot)/121

```

PLOT_VELL

```

well=8;

```

```
Vawal=ones(11,1);
Vawal(1:11,1)=Vs(1:11,well);

Vinv=ones(11,1);
Vinv(1:11,1)=Vm(1:11,well);

time=Y(1:11,well);

figure;
drawvint(time,Vawal,'b');
drawvint(time,Vinv,'r');
legend('V model','V inversi')
xlabel('Kecepatan(m/s)');ylabel('time(ms)')
title('Perbandingan Kecepatan Hasil Inversi Tomografi Terhadap Kecepatan
Model Pada Model Gradasi (C)');
%title('Perbandingan Kecepatan Hasil Inversi Tomografi Terhadap Kecepatan
Model Pada Model Karbonat (C)');
%title('Perbandingan Kecepatan Hasil Inversi Tomografi Terhadap Kecepatan
Model Pada Model Pinch out (C)');
xlim([500 6000])
ylim([0 110])
flipy;grid
```

