



ÉCOLE
CENTRALE LYON



ÉCOLE CENTRALE DE LYON & UNIVERSITAS INDONESIA

**Construction of the Constriction Curve -
Comparison between Three Different Approaches
(Discrete Element Method Triangulation Delaunay, Probabilistic
Approach, Inverse Approach)**

TESIS

**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Magister Teknik**

**JESSICA SJAH
08 06 42 36 52**

**FAKULTAS TEKNIK
PROGRAM STUDI TEKNIK SIPIL KEKHUSUSAN STRUKTUR
DEPOK
SEPTEMBER 2010**



ÉCOLE
CENTRALE LYON

LTDS
Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes



ÉCOLE CENTRALE DE LYON & UNIVERSITAS INDONESIA

**Construction of the Constriction Curve -
Comparison between Three Different Approaches
(Discrete Element Method Triangulation Delaunay, Probabilistic
Approach, Inverse Approach)**

**TESIS
JESSICA SJAH
08 06 42 36 52**

**FAKULTAS TEKNIK
PROGRAM STUDI TEKNIK SIPIL KEKHUSUSAN STRUKTUR
DEPOK
SEPTEMBER 2010**



ÉCOLE
CENTRALE LYON

LTDS
Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes



ÉCOLE CENTRALE DE LYON & UNIVERSITAS INDONESIA

**Construction of the Constriction Curve -
Comparison between Three Different Approaches
(Discrete Element Method Triangulation Delaunay, Probabilistic
Approach, Inverse Approach)**

**TESIS
JESSICA SJAH
08 06 42 36 52**

**FAKULTAS TEKNIK
PROGRAM STUDI TEKNIK SIPIL KEKHUSUSAN STRUKTUR
DEPOK
SEPTEMBER 2010**

HALAMAN PENGESAHAN

Tesis ini diajukan oleh :

Nama : Jessica Sjah
NPM : 0806423652
Program Studi : Teknik Sipil – Magister
Judul Tesis : Construction of the Constriction Curve – Comparison between Three Different Approaches (Discrete Element Method Triangulation Delaunay, Probabilistic Approach, Inverse Approach)

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Master Teknik pada Program Studi Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Indonesia

DEWAN PENGUJI

Pembimbing : Dr. Eric Vincens

ECOLE CENTRALE DE LYON
Département MS-GM-GC
Equipe Mécanique des solides - Génie Civil
36, avenue Guy de Collongue
Bâtiment G8
69134 ECULLY CEDEX


Eric VINCENS

Penguji : Dr. Nadège Reboul


Nadège REBOUL

Ditetapkan di : Lyon, France
Tanggal : 23 September 2010

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

**Tesis ini adalah hasil karya saya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar.**

Nama : Jessica Sjah

NPM : 08 06 42 36 52

Tanda Tangan :



Tanggal : 21 Desember 2010

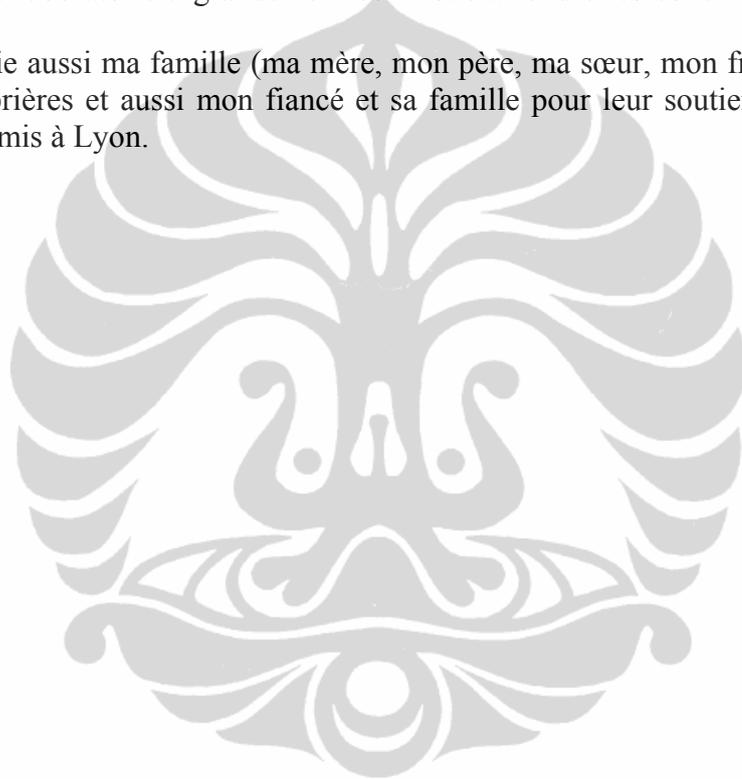
Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier M. Eric VINCENS pour m'avoir accueillie à l'Ecole Centrale de Lyon. De plus, j'adresse mon remerciement à lui, qui a encadré ce stage, pour son encouragement et ses nombreux avis. Travailler avec lui est une expérience précieuse.

Ensuite je voudrais remercier pour son aide de financement le ministère de l'Education d'Indonésie et l'Ambassade de France en Indonésie qui m'attribué la bourse de Master 2 suite à la coopération entre l'Ecole centrale de Lyon et l'Université d'Indonésie, Depok. Je remercie vivement à M. Irwan KATILI et M. Eric VINCENS pour leur aide recommandation.

Et puis, je tiens à remercier toute l'équipe du LTDS du bâtiment G8 : l'ambiance chaleureuse au sein du laboratoire a grandement contribué à rendre les conditions de travail agréables.

Enfin, je remercie aussi ma famille (ma mère, mon père, ma sœur, mon frère) à Jakarta pour son aide et ses prières et aussi mon fiancé et sa famille pour leur soutien. De plus, je remercie aussi à mes amis à Lyon.



Résumé

L'érosion interne est un mode de rupture assez répandu dans les barrages en terre. Ce phénomène de filtration correspond au transport sur de grandes distances de particules fines sous l'effet de forces d'écoulement. Les filtres disposés de part et d'autre du noyau d'argile sont supposés être dimensionnés de telle sorte à arrêter ce transfert.

Dans un matériau granulaire, la constriction pilote dans processus de filtration. Elle est le conduit étroit qui relie les pores. S'il y a un écoulement et si la taille de constriction est plus grande que le diamètre de particule en mouvement, la particule suit son trajet. Par contre, si la taille de constriction est plus petite que le diamètre de particule en mouvement, la particule est arrêtée. Alors, la courbe cumulée de tailles de constriction pour un matériau granulaire est identifiée comme la caractéristique clef du processus de filtration. Cette caractéristique dépend de la densité et de la courbe granulométrique du filtre.

L'objectif de ce stage est de trouver et comparer la courbe de constriction avec trois différentes approches en utilisant les conditions périodiques. Ces trois approches sont l'approche de MEDTD (Méthode Éléments Discrets Triangulation Delaunay), l'approche probabiliste (formule analytique) et l'approche inverse (expérimental).

Mots clés : matériau granulaire, transport de particule, pores, constriction, MED, Triangulation de Delaunay, approche probabiliste, approche inverse.

Abstract

The internal erosion is a common mode of failure in earth dams. The phenomenon of filtration process corresponds to a transport over long distances of fine particles under the effect of seepage forces. The filters arranged by both sides of the clay core are supposed to be dimensioned so to stop this transfer.

In a granular material, the constriction is very important in the filtration process. It is the narrowest path linking pores. If there is a fluid flow and the constriction size is larger than the diameter of particle, the particle follows its route. On the other hand, if the constriction size is smaller than the diameter of particle, the particle is stopped. Then, the curve of cumulative size constrictions for a granular material is identified as the key characteristic of the filtration process. This characteristic depends on the density and size distribution curve of the filter.

The objective of this research is to find and compare the curve with three different approaches by using periodic conditions. These three approaches are MEDTD (Discrete Element Method Triangulation Delaunay), the probabilistic approach and the inverse approach by experiment.

Keywords: granular material, particle transport, pore, constriction, DEM, Delaunay triangulation, probabilistic approach, inverse approach.

Sommaire

Table des matières:

Remerciements	i
Résumé	ii
Abstract	iii
Liste des figures	vi
Liste des tableaux	viii
Notations	ix
I. Introduction	1
II. Méthodes pour construire la courbe de constriction du filtre	3
II.1 Méthode de triangulation de Delaunay	3
II.2 Formule analytique	4
II.2.1 Principe général des méthodes probabilistes	4
II.2.2 Distribution de tailles de constrictions pour un matériau dans son état le plus lâche	5
II.2.2.1 Approche de Silveira (Silveira et al., 1975)	6
II.2.2.2 Approche de Schuler (Schuler, 1996)	7
II.2.3 Approche de Locke et al.	7
II.3 Méthode inverse	8
II.3.1 L'approche probabiliste de Silveira (Silveira, 1965)	8
II.3.2 Essai de Soria	10
II.3.3 Construction de la courbe de constriction par méthode inverse	11
II.4 Etude Comparative des Différentes Méthodes de Calcul de CSD	12
III. Filtration au sein d'un milieu granulaire avec conditions de bord périodiques	13
III.1 Contraintes de la méthode aux éléments discrets	13

III.1.1	Introduction	13
III.1.2	Caractéristique des assemblages granulaires étudiés	14
III.1.3	Les paramètres mécaniques utilisés	15
III.2	Construction de l'échantillon	16
III.3	Construction de la courbe de constriction par MEDTD	21
III.4	Construction de la courbe de constriction par formule analytique	23
III.5	Méthode inverse	24
III.5.1	Construction de la courbe de constriction par méthode inverse	24
III.6	Lâcher de particules	26
III.7	Etude Comparative des Différentes Méthodes de Calcul de CSD	30
IV.	Conclusion	31
	BIBLIOGRAPHIE	
	ANNEXE	

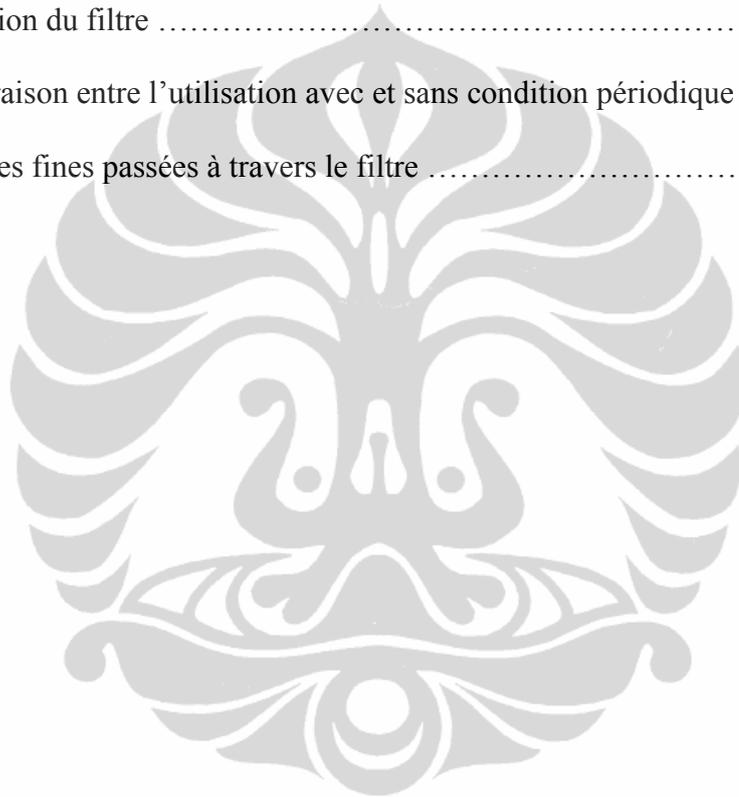
Liste des figures

Figure I.1	Barrage en terre et ses composants	1
Figure II.1	Cellule tridimensionnelle de Delaunay	3
Figure II.2	Tétraèdre de Delaunay : identification d'une constriction ; (a) position sur une face de tétraèdre ; (b) constriction valide sur cette face	4
Figure II.3	Discrétisation de la distribution de tailles de particules	5
Figure II.4	Configuration de base pour l'état le plus lâche	6
Figure II.5	Constrictions de Schuler pour l'état le plus lâche	7
Figure II.6	Proposition de Locke pour montrer l'état le plus lâche	7
Figure II.7	Courbe de constriction et probabilité de passage d'une constriction pour une particule de diamètre d	8
Figure II.8	Possibilité d'avancer d'une unité de mouvement verticale dans un réseau poral cubique	9
Figure II.9	Appareils de l'essai de Soria	10
Figure II.10	Courbes granulométriques de filtre et base utilisée par Soria ainsi que la CSD	10
Figure II.11	Courbes granulométriques de particules fines passés pour chaque épaisseur du filtre granulaire et la CSD	11
Figure II.10	Courbes granulométriques (PSD en masse) de particules fines passés pour chaque épaisseur du filtre granulaire	15
Figure II.16	Courbes de constrictions obtenues par la méthode inverse	15
Figure II.17	Comparaison de la courbe de constrictions est obtenues par trois méthodes différentes	16
Figure III.1	Modélisation du processus de filtration	13
Figure III.2	Courbe granulométrique du filtre granulaire	14
Figure III.3	Boîte génératrice	14
Figure III.4	Coefficient de restitution associé à un contact visqueux	16

Figure III.5	Première couche du filtre	17
Figure III.6	Sphères générées dans une boîte génératrice périodique.....	17
Figure III.7	Lâcher les sphères sous gravité.....	18
Figure III.8	Echantillon fixe.....	18
Figure III.9	Filtre fixe obtenu avec sa dimension.....	19
Figure III.10	Porosité du filtre selon la direction horizontale et verticale.....	20
Figure III.11	Porosité maximale selon le coefficient d'uniformité et l'angularité des grains.....	21
Figure III.12	CSD issue de la Méthode Éléments Discrets/Triangulation de Delaunay considérant la PSD en masse du filtre pour l'état le plus lâche.....	22
Figure III.13	Courbe granulométrique de base en subdivisant par 25 classes.	22
Figure III.14	Courbe granulométrique de base en subdivisant par 21 classes.....	23
Figure III.15	Courbe de la constriction calculée par la Méthode Probabiliste (MP) et la courbe granulométrique du filtre ($D_{cL} = 1.0(D_{cD} + P_c(1 - R_d)(D_{cL} - D_{cD}))$)... 23	23
Figure III.16	Courbe de la constriction calculée par la Méthode Probabiliste (MP) et la courbe granulométrique du filtre ($D_{cL} = 1.6(D_{cD} + P_c(1 - R_d)(D_{cL} - D_{cD}))$)... 24	24
Figure III.17	Courbes granulométriques (PSD en masse) de particules fines passés pour chaque épaisseur du filtre granulaire.....	25
Figure III.18	Courbes de constriction obtenues par la méthode inverse.....	26
Figure III.19	Courbes granulométriques du filtre et de base ainsi que la distribution des tailles des constriction du filtre dans son état le plus lâche par MEDTD.....	26
Figure III.20	Particules fines qui sont déjà stable au-dessus de filtre.....	27
Figure III.21	Particules fines stabilisés. Hauteur de 30mm	27
Figure III.22	Particules fines constituant les parois périodiques.....	28
Figure III.23	Elever le filtre.....	28
Figure III.24	Lâcher de la première couche de particules fines.....	28
Figure III.25	Comparaison des courbes de constriction obtenues par trois méthodes différentes.....	30

Liste des tableaux

Table II.1	Comparaisons principales des méthodes de calcul de la CSD entre la MEDTD, MP et méthode inverse de Soria	12
Table III.1	Nombres des sphères utilisés pour construire le filtre	15
Table III.2	Paramètres mécaniques utilisés	16
Table III.3	Dimension du filtre	19
Table III.4	Comparaison entre l'utilisation avec et sans condition périodique	19
Table III.5	Particules fines passées à travers le filtre	29



Notations

b_n	Raideur normale des sphères
b_s	Raideur tangentielle des sphères
c_u	Coefficient de uniformité
d	Diamètre d'une particule
d_c	Diamètre de constriction
d_i	Diamètre représentatif de particule
\bar{d}	Taille de constriction
e	Indice des vides $e = \frac{V_{vides}}{V_{solide}}$
e_{max}	Porosité moyenne pour l'état le plus lâche
p_i	Probabilité d'occurrence
$p_{m,i}$	Probabilité d'occurrence en masse de la classe i
$p_{S A,i}$	Probabilité d'occurrence en surface de la classe i
$p_{N B,i}$	Probabilité d'occurrence en nombre de la classe i
μ	Coefficient de frottement inter particulaire
n	Porosité moyenne
n_{max}	Porosité moyenne pour l'état le plus lâche

Introduction

L'érosion interne est un mode de rupture critique pour les barrages en terre (Fry, 2007) et est due à une migration excessive de petites particules dans la structure, sous infiltration en dépit de la présence de filtres granulaires. L'incapacité des filtres à empêcher cette migration est due à une granulométrie inappropriée ou un mauvais processus de compactage impliquant ces matériaux.

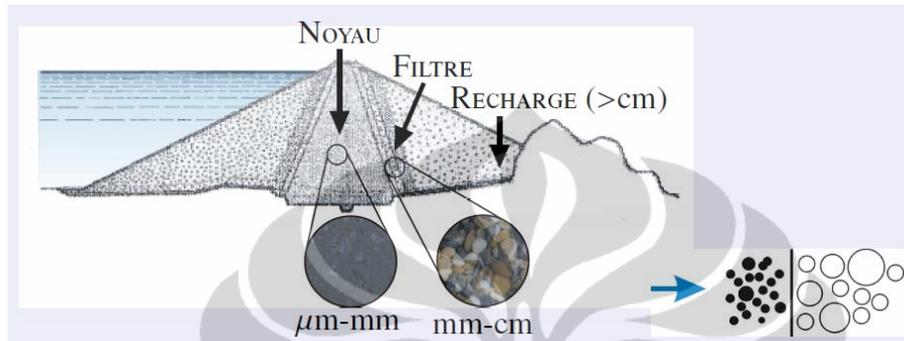


Figure I.1 – Barrage en terre et ses composants.

De nombreux travaux tendent à montrer que la propriété en mesure de caractériser la capacité de filtration est la distribution des tailles de constriction (CSD). En effet, les constriction sont les chemins les plus étroits reliant les pores d'un matériau granulaire et si une particule doit être arrêtée elle le sera principalement au niveau d'une constriction. Récemment, la CSD est à la base de différentes approches pour les critères de filtre (Indraratna et al., 2007) ou de transport (Locke et al., 2001, Reboul, 2008). La CSD doit être définie facilement et Locke et al. (2001) a en premier proposé un modèle analytique basé sur la connaissance de la courbe granulométrie et la densité du filtre.

Dans ce travail, pour un assemblage de sphères, nous proposons une validation supplémentaire d'un modèle d'analytique proposé par Reboul et al. (2010) pour la CSD. On compare ce modèle avec deux autres techniques:

- Une, grâce à une modélisation discrète du milieu associé à une partition de l'espace des vides (radical triangulation de Delaunay) en tétraèdres. Ici, la taille de la constriction est le plus grand disque inclus dans l'espace des vides sur chaque face du tétraèdre.
- Et l'autre, en utilisant une méthode inverse et une approche probabiliste du transport d'une particule à travers un réseau de pores et de constriction. La CSD est dérivée d'essais où les particules fines sont lâchées dans des filtres granulaires de différents épaisseurs (Soria et al., 1993) mais de même granulométrie.

Ici, ces deux dernières techniques seront simulées numériquement. Pour modéliser un milieu granulaire, on utilise dans la présente étude, des grains solides idéalement représentés par une sphère. Tout d'abord, un assemblage de sphères est généré dans le code MED PFC^{3D} (*Méthode Elément Discrets – Particle Flow Code 3D*) et déposé sous gravité dans une boîte ayant les conditions latérales périodiques. L'attention a été accordée à calibrer la taille du volume de l'échantillon afin d'avoir un volume supérieur au volume élémentaire représentatif (VER). La CSD a été calculée par l'approche de Delaunay et les simulations des essais réalisées par Soria et al. ont également été simulées.

La comparaison entre ces trois méthodes montre la difficulté de l'approche inverse et la difficulté de définir la distribution de constriction dans l'état le plus lâche, distribution qui est la base de la méthode analytique. Il semble alors qu'un nouveau paramètre doive apparaître dans le modèle analytique proposé par Reboul et al.



Chapitre II

Méthodes pour Construire la Courbe de Constriction du Filtre

La première partie de ce chapitre décrit la méthode de triangulation de Delaunay. La triangulation de Delaunay permet de connaître la taille caractéristique des vides.

La seconde partie présente la méthode conduisant à une expression analytique de la courbe de constriction.

Et la troisième partie décrit la méthode inverse proposée par Soria et s'appuyant sur des expériences.

II.1 Méthode de triangulation de Delaunay

Pour construire la courbe de constriction avec cette méthode, premièrement on doit construire un filtre par la Méthode aux Eléments Discrets (MED) avec le logiciel PFC^{3D}. Cette méthode tient compte des lois de la mécanique dans le positionnement des particules sphériques. Cette méthode considère chaque particule comme un corps rigide. Cette particule interagit avec les autres particules de l'assemblage par une loi de contact et ses déplacements sont régis par le principe fondamental de la dynamique. Après la construction du filtre, on continue d'utiliser l'approche de triangulation de Delaunay pour construire la courbe de constriction du filtre. Cette méthode sera appelée MEDTD (Méthode aux Eléments Discrets et Tétraédralisation de Delaunay).

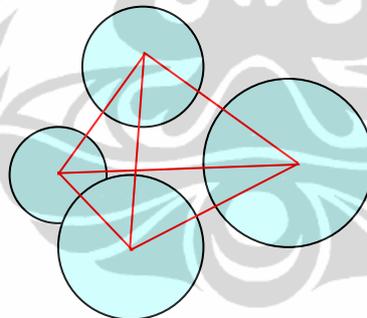


Figure II.1 – Cellule tridimensionnelle de Delaunay

La triangulation de Delaunay est construite à partir des centres des sphères dont les sommets des tétraèdres sont confondus avec les centres des sphères (Figure II.2(a)). Les volumes de vide les plus importants sont trouvés essentiellement au centre des tétraèdres. Le pore peut se définir alors comme l'espace des vides mesuré à l'intérieur d'une cellule de Delaunay et une étude statistique peut être menée en calculant le volume de vide dans chacune des cellules de Delaunay du volume d'analyse. Les constriction les plus étroites se trouvent sur les faces des tétraèdres [Bryant et Blunt, 1992]. Une constriction est définie comme le plus grand disque inclus dans une des faces d'un tétraèdre, pouvant être inscrit entre les trois particules sommet de la face (Figure II.2(b)). Ce disque doit être totalement inclus dans l'espace des vides.

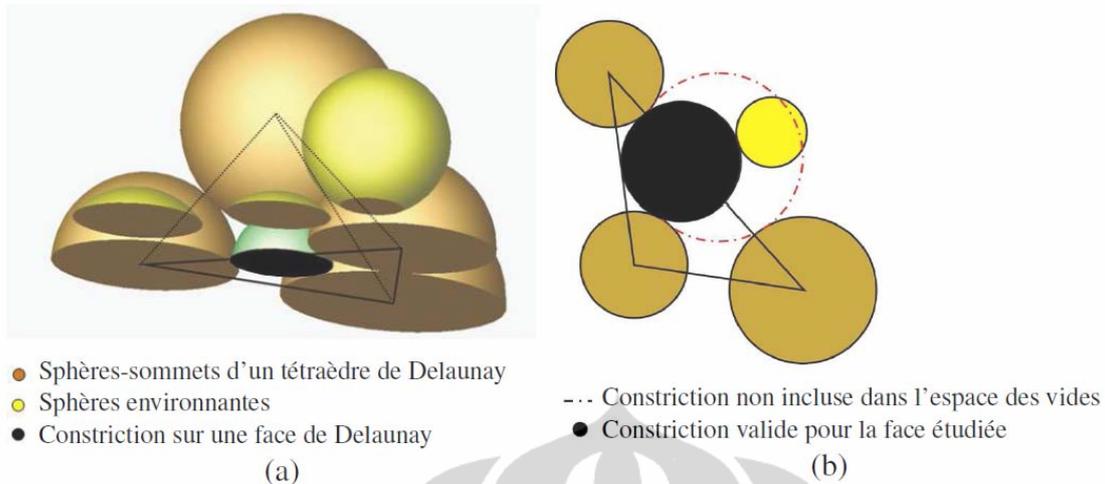


Figure II.2 – Tétraèdre de Delaunay : identification d'une constriction ; (a) position sur une face de tétraèdre ; (b) constriction valide sur cette face.

II.2 Formule analytique

On a vu que l'entité de vide pertinente pour l'analyse du transport est la constriction qui dépend de la granulométrie du milieu et de sa densité. Cette partie présente une méthode afin de permettre de construire la distribution de tailles de constrictions (CSD) à partir de la distribution de tailles des particules solides (PSD) et la densité.

Cette méthode pionnière de Silveira (Silveira, 1965) consiste à utiliser un modèle probabiliste pour décrire un milieu poral sur la base d'un arrangement géométrique entièrement déterminé de particules solides. En utilisant cette méthode, on peut gagner du temps de calcul car le temps de calcul de cette méthode est plus rapide que celui de Triangulation de Delaunay.

II.2.1 Principe général des méthodes probabilistes

Les méthodes probabilistes se construisent selon les trois étapes suivantes :

- La distribution de tailles de particules solides est subdivisée en m classes (Figure II.6). Chaque classe i est caractérisée par un diamètre représentatif d_i et une probabilité d'occurrence p_i .
- Des hypothèses simplificatrices sont avancées quant à l'arrangement géométrique des grains solides (soit l'état le plus dense soit l'état le plus lâche). Ces postulats répondent au besoin de donner une forme et une taille à la constriction.
- Une approche probabiliste permet de déterminer la probabilité d'occurrence d'une taille de constriction à partir des probabilités d'occurrence des tailles de particules solides (définissant la constriction), définies par la donnée de la PSD.

Il y a trois types de PSD :

- PSD en masse (la courbe granulométrique) qui mesure les différentes classes de grains sur la masse totale du système.

- PSD en nombre qui mesure les différentes classes de grains sur le nombre total de particules.
- PSD en surface correspond à l'aire de la surface externe des sphères

Soit un matériau discrétisé en n classe de grains de diamètre représentatif d_i , alors

$$p_{SA,i} = \frac{\frac{p_{m,i}}{d_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{p_{m,i}}{d_i}} \quad p_{NB,i} = \frac{\frac{p_{m,i}}{d_i^3}}{\sum_{i=1}^n \frac{p_{m,i}}{d_i^3}} \quad \dots \dots \dots \text{(équation II.1)}$$

Où

- $p_{m,i}$ = probabilité d'occurrence en masse de la classe i
- $p_{SA,i}$ = probabilité d'occurrence en surface de la classe i
- $p_{NB,i}$ = probabilité d'occurrence en nombre de la classe i

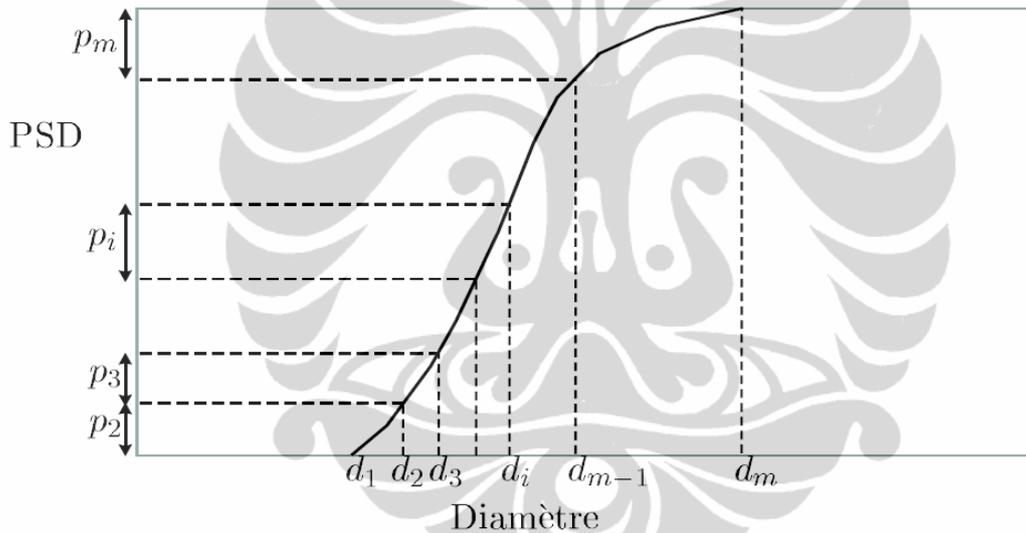


Figure II.3 - Discrétisation de la distribution de tailles de particules

II.2.2 Distribution de tailles de constrictions pour un matériau dans son état le plus lâche

Dans ce travail on ne s'intéressera qu'à l'état le plus lâche du matériau (soit le filtre soit le matériau de base). Il existe deux approches pour construire la courbe de constriction. Une, l'approche de Silveira (Silveira et al., 1975) et l'autre proposée par Schuler (Schuler, 1996). L'approche de Locke qui propose de trouver l'état physique le plus lâche se déduit en partie de ces dernières.

II.2.2.1 Approche de Silveira (Silveira et al., 1975)

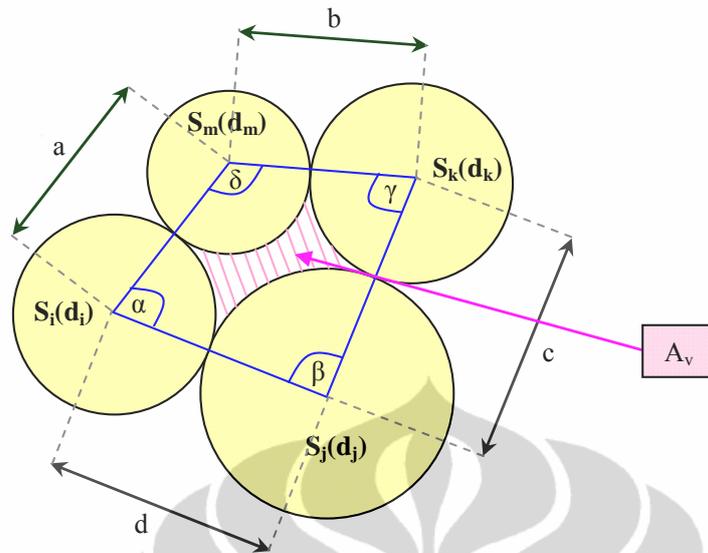


Figure II.4 – Configuration de base pour l'état le plus lâche

Selon Silveira, l'état le plus lâche est construit par quatre particules tangentes (S_i , S_j , S_k et S_m) ce qu'on peut voir dans la Fig. II.4. La taille de constriction maximale (\bar{d}) est obtenue par la maximisation de l'aire de A_v avec cette formule :

$$\bar{d} = \sqrt{\frac{4 \times A_{v \max}}{\pi}} \dots \dots \dots \text{(équation II.2)}$$

Avec l'application d'un coefficient multiplicatif de 0.82 (valeur moyenne de la longueur des cordes) au diamètre de constriction, on prend en compte que les quatre centres des particules S_i , S_j , S_k et S_m sont rarement coplanaires.

Pour avoir la valeur de A_v maximale, il suffit de trouver la valeur α qui maximise l'expression A_v suivante :

$$A_v = \frac{ad \sin \alpha}{2} + \frac{bc \sin \gamma}{2} - \frac{1}{8} (d_i^2 \alpha + d_j^2 \beta + d_k^2 \gamma + d_m^2 \delta) \dots \dots \dots \text{(équation II.3)}$$

β , γ et δ en α (Reboul, Annexe F, 2008)

$$a = \frac{d_i + d_m}{2} \quad b = \frac{d_k + d_m}{2} \quad c = \frac{d_j + d_k}{2} \quad d = \frac{d_i + d_j}{2} \dots \dots \dots \text{(équation II.4)}$$

II.2.2.2 Approche de Schuler (Schuler, 1996)

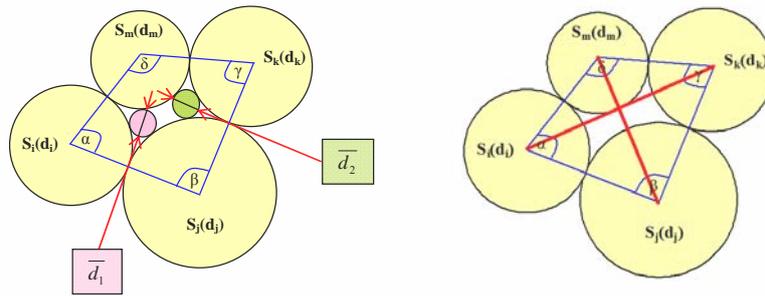


Figure II.5 – Constrictions de Schuler pour l'état le plus lâche

Selon Schuler, la constriction est formée par quatre grains en contact avec deux passages, \bar{d}_1 et \bar{d}_2 , pour les particules transportées.

Deux configurations existent pour calculer ces deux passages :

- Si la diagonale $[S_j S_m]$ est plus grande que la diagonale $[S_i, S_k]$, les deux tailles de passage sont données par les particules tangentes parmi le triplet (S_i, S_k, S_m) et (S_i, S_j, S_k) respectivement.
- Si la diagonale $[S_i S_k]$ est plus grande que la diagonale $[S_i, S_k]$, les tailles de passage sont les particules tangentes parmi (S_i, S_j, S_m) et (S_j, S_k, S_m) respectivement.

II.2.3 Approche de Locke et al.

Selon Locke, les deux approches précédentes ne peuvent pas bien représenter physiquement l'état le plus lâche du matériau. Alors, il propose une approche pour trouver l'état physique le plus lâche du matériau en combinant entre l'état le plus dense et l'état le plus lâche de l'approche géométrique de Silveira (Silveira, 1975).

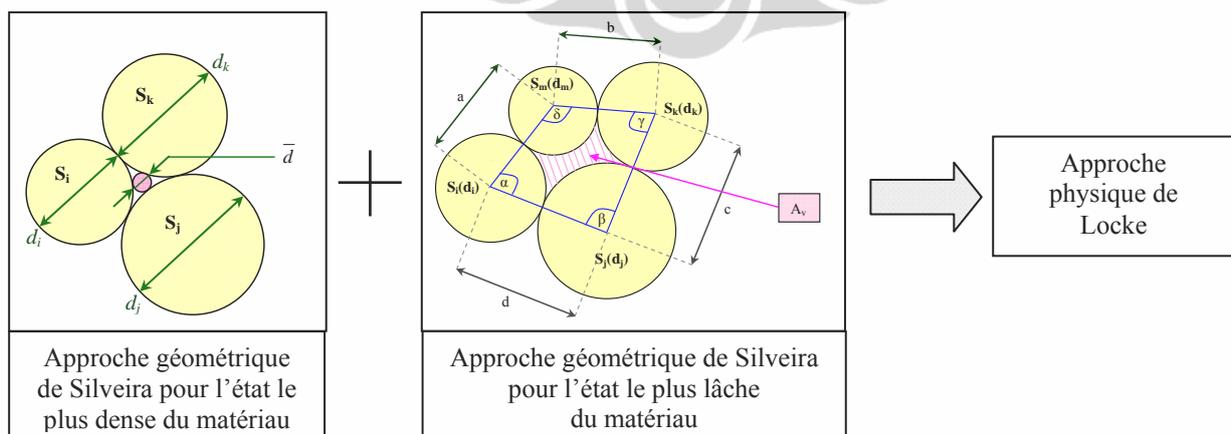


Figure II.6 – Proposition de Locke pour montrer l'état le plus lâche

Ils proposent d'utiliser l'équation suivante pour déterminer D_c , la taille de la constriction correspondant à la fraction P_c pour une densité relative donnée R_d :

$$D_c = D_{cD} + P_c(1 - R_d)(D_{cL} - D_{cD}) \dots\dots\dots (\text{équation II.5})$$

où D_{cL} = les tailles de constrictions dans l'état le plus lâche pour la même fraction P_c

D_{cD} = les tailles de constrictions dans l'état le plus dense pour la même fraction P_c

Dans le cas le plus lâche, $R_d = 0\%$, alors

$$D_c = D_{cD} + P_c(D_{cL} - D_{cD})$$

$$D_c = (1 - P_c)D_{cD} + P_cD_{cL}$$

$$D_c = \text{Barycentre}\{(D_{cD}, 1 - P_c), (D_{cL}, P_c)\} \dots\dots\dots (\text{équation II.6})$$

II.3 Méthode inverse

Cette méthode inverse utilise des essais en laboratoire et s'appuie sur une analyse probabiliste du transport de particules.

II.3.1 L'approche probabiliste de Silveira (Silveira, 1965)

Silveira détermine la longueur d'infiltration la plus probable d'une particule de diamètre d d'un matériau de base (fin) au sein d'un filtre. Pour mieux comprendre, on présente ici le transport d'une particule de diamètre d par l'approche probabiliste.

On considère alors que P_c est la probabilité pour une particule de diamètre d d'être arrêtée par une constriction de diamètre d_c (Figure II.7). Donc, la probabilité p de passage d'une constriction pour cette particule vaut :

$$p(d > d_c) = 1 - p(d \leq d_c) = 1 - P_c \dots\dots\dots (\text{équation II.7})$$

Un écoulement provoque la migration d'une particule à travers le réseau de pores et constrictions. S'il y a un écoulement et si la taille de la constriction est plus petite que celle d'une particule transportée, la particule est arrêtée son trajet. Donc, la probabilité de P_c est égale 1. Par contre, S'il y a un écoulement et si la taille de la constriction est plus grande que celle d'une particule transportée, la particule va suivre son trajet. Donc, la probabilité de P_c est égale 0.

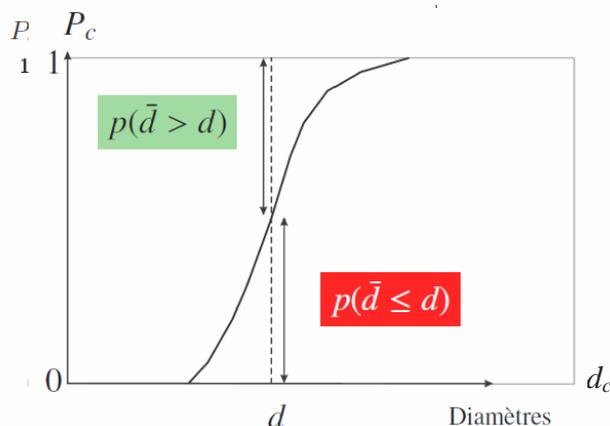


Figure II.7 – Courbe de constriction et probabilité de passage d'une constriction pour une particule de diamètre d

On suppose ensuite que le réseau de pores est organisé régulièrement tel qu'indiqué dans la Figure II.8. Une particule localisée dans un pore donné peut faire ce que l'on appellera une unité de mouvement (passage d'un pore à un autre dans la direction de l'écoulement) soit par un chemin direct, soit en empruntant au préalable un ou plusieurs chemins horizontaux. Une particule, située dans le pore entouré, peut soit emprunter le chemin vertical direct (\longrightarrow), soit emprunter un chemin horizontal avant d'aller dans le sens de l'unité de mouvement (\dashrightarrow), soit emprunter deux chemins horizontaux avant d'aller dans le sens de l'unité de mouvement (\dashrightarrow ensuite $\cdots\cdots\cdots\rightarrow$).

Soit P_u la probabilité d'effectuer 1 unité de mouvement (1 couche unité). Ici on ne considère qu'une particule transporté directement par un chemin vertical (\longrightarrow).

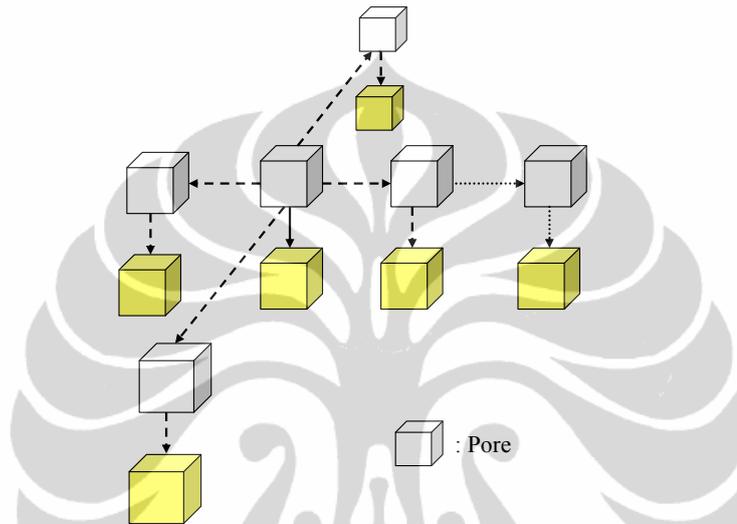


Figure II.8 – Possibilité d'avancer d'une unité de mouvement verticale dans un réseau poral cubique.

La probabilité de parcours de n couches unités vaut alors P_u^n et la probabilité P' d'être arrêtée après n couches unités vaut $1 - P_u^n$. Le nombre de couches parcourues par une particule de diamètre d avant son arrêt vaut :

$$\begin{aligned}
 P_u^n &= 1 - P' \\
 n \cdot \log P_u &= \log(1 - P') \\
 n &= \frac{\log(1 - P')}{\log P_u} \dots\dots\dots (\text{équation II.8})
 \end{aligned}$$

Indraratna et al. proposent de considérer un niveau de confiance $P' = 0.95$ (c'est-à-dire qu'ils considèrent que si 100 particules sont étudiés, ce critère est satisfait si 95% des particules fines de même diamètre parcourent n couches unité).

La distance parcourue $S(d)$ par la particule au sein du filtre est:

$$S = \frac{\ln(1 - P')}{\ln P_u} \cdot D_{f, \text{moyen}} \dots\dots\dots (\text{équation II.9})$$

Avec $D_{f, \text{moyen}}$ la distance représentative associée à l'unité de mouvement. Silveira propose de la prendre égale au diamètre moyen de particules du filtre calculé à partir de la PSD en masse.

II.3.2 Essai de Soria

Des essais ont été faits impliquant un même filtre granulaire mais différentes épaisseurs de ce filtre. Les grandes épaisseurs sont celles où peu de particules auront pu traverser le filtre. Pour l'épaisseur la plus faible, la majorité des particules aura traversé le filtre.

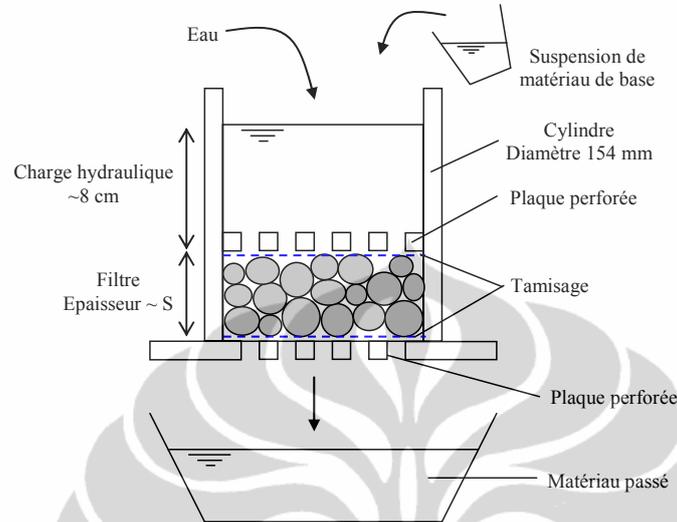


Figure II.9 – Appareils de l'essai de Soria

La Figure II.9 présente l'appareil d'essai du type moule cylindrique CBR (*California Bearing Ratio*). La valeur d_{100} du filtre granulaire est inférieure à 1/10 du diamètre du moule. Aucun dispositif spécial n'a été placé le long de la paroi du cylindre pour éliminer les plus grandes vides (effet de parois), mais la plaque supérieure perforée est bien adaptée pour limiter le transport par les bords (60% de l'aire total des plaques est perforée). Un tamis de numéro de 50 (0,297 mm) a été utilisé entre le filtre granulaire et les plaques perforées. On peut voir dans la figure, l'écoulement vertical reste le bas et la charge hydraulique est limitée par la hauteur de cylindre et a été maintenue autour de 8 cm.

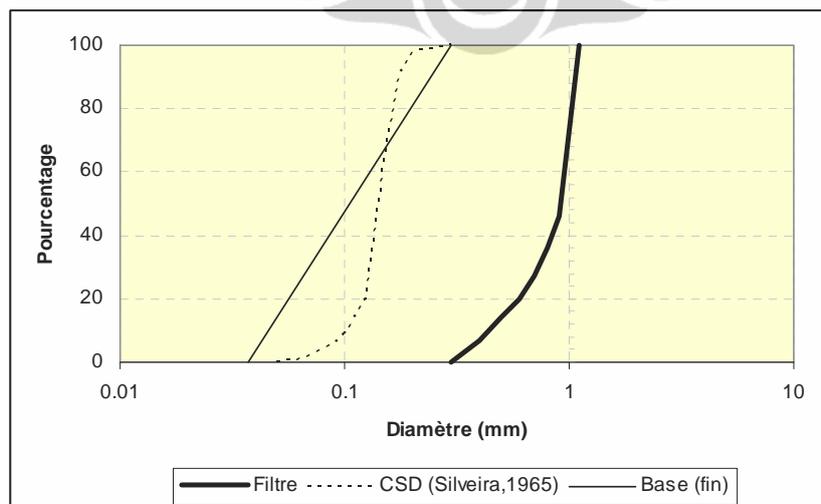


Figure II.10 – Courbes granulométriques de filtre et base utilisée par Soria ainsi que la CSD

Les procédures générales d'essai sont les suivantes :

- Un filtre d'une épaisseur donnée est compacté dans le moule, dans des conditions humides, en tapant avec un marteau de 600 g de 5 cm de diamètre.
- L'eau a été mise de telle manière à garantir une charge hydraulique constante d'environ 8 cm.
- Dans le même temps la suspension de l'eau contenant des matériaux de base a été introduite dans le moule.
- Tous les matériaux (eau et matériau de base) en passant par le filtre granulaire ont été gardés.
- Le matériau de base a été séparé par séchage au four.
- La granulométrie des matériaux collectés a été établie par analyse granulométrique.

On répète ce protocole de l'opération pour différentes autres épaisseurs de filtre. Il convient de souligner que les informations collectées sont les granulométries du matériau de base telles que modifiées par le filtre selon les épaisseurs.

II.3.3 Construction de la courbe de constriction par méthode inverse

Pour obtenir la courbe de taille de constriction, on suit les étapes suivantes :

- Tout d'abord, on trace les courbes granulométriques (PSD en masse), des éléments fins passés à travers le filtre pour épaisseurs du filtre testées, Soria détermine de prendre $S = 3.3, 5.0, 7.0$ et 14.5mm .

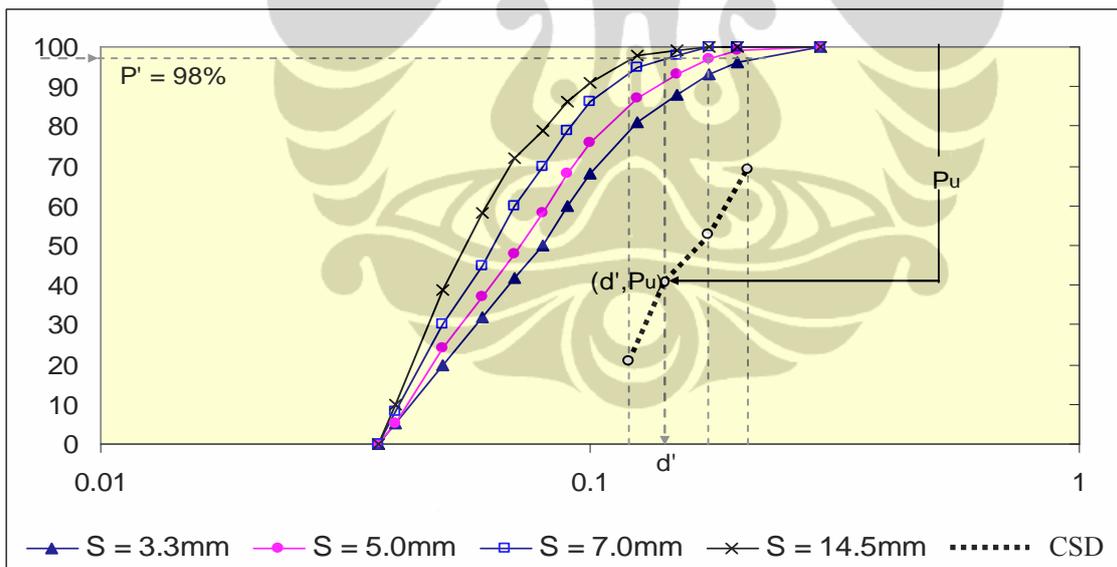


Figure II.11 – Courbes granulométriques de particules fines passés pour chaque épaisseur du filtre granulaire et la CSD

- Pour l'intervalle de confiance P' choisi, on évalue le diamètre maximal d' représentatif des particules pouvant franchir la distance S . Tracer d' d'une ligne horizontale pour P' intersectant la courbe granulométrique. On lit en abscisse le diamètre d' .
- En supposant que $s = 0,84$; on calcule P_u de l'équation II.9. Le point de la courbe de taille de constriction est déterminé.
- Répétez les étapes précédentes pour trouver d'autres points (un point pour chaque épaisseur S)

II.4 Etude Comparative des Différentes Méthodes de Calcul de CSD

Dans ce travail la méthode inverse sera basée sur un lâcher sec sous gravité et non sous écoulement fluide. On fait l'hypothèse que cette technique donne des résultats proches de la technique de Soria.

On compare les différences entre les trois méthodes pour construire la courbe de constriction dans le tableau II.1.

Table II.1 – Comparaisons principales des méthodes de calcul de la CSD entre la MEDTD, MP et méthode inverse de Soria

	MÉTHODE ÉLÉMENTS DISCRETS/ TRIANGULATION DE DELAUNAY (MEDTD)	MÉTHODE PROBABILISTES (MP)	MÉTHODE INVERSE DE SORIA
Identification des constrictions	Approche micromécanique: équation du mouvement + Triangulation de Delaunay Pour localiser les constrictions	Postulats géométriques	Postulats essais numériques
<i>État lâche</i>	Lâcher sous gravité	1 constriction = contact mutuel tangente entre 4 particules avec maximisation du vide généralisé	Modélisation par MED PFC ^{3D} Lâcher sous gravité des éléments fins à travers un filtre
<i>État dense</i>		1 constriction = contact mutuel tangente entre 3 particules	
Calcul de la CSD	Approche statistique	Calcul probabiliste	Calcul probabiliste

Chapitre IV

Conclusion

L'objectif de ce travail de recherche est d'avoir une validation complète des techniques d'obtention de la courbe de constrictions qui est la caractéristique importante pilotant le processus de filtration.

On souhaite utiliser trois méthodes, ce sont la Méthode aux Eléments Discrets Triangulation de Delaunay (MEDTD), la Méthode Probabiliste (MP – Formule analytique) et La Méthode Inverse (MI – Essai de Soria). On utilise la simulation numérique pour la méthode de MEDTD et la MI avec le logiciel de PFC^{3D} et la formule analytique pour la méthode de MP avec le logiciel de MATLAB.

On trouve qu'il y a un jeu de paramètres de l'indice de vides maximum ($e_{\max} = 0,383$) donné par l'abaque de Biarez et Hicher qui dépend de coefficient d'uniformité de 1,57 et angularité du matériau. Donc, on a besoin d'introduire un paramètre ajustement ici égal à 1,60 pour construire la CSD par la formule analytique. Reboul avait choisi 1,1 (Reboul,2008) et Locke avait choisi 1,0 (Locke et al., 2001). Ici, on introduit un véritable paramètre pour la courbe de constriction.

Pour la MI, on constate qu'il y a un phénomène de colmatage lors du lâcher du matériau de base à travers le filtre. La modification de la courbe granulométrique de fines donne le même phénomène de colmatage. Mais, on s'intéresse de voir la CSD par cette granulométrie qui va montrer dans la soutenance orale. On grandira la surface du filtre jusqu'à $6d_{100}$ et $10d_{100}$ dont permet d'avoir les variations de constrictions suffisante sur l'interface du filtre.

La CSD issue de la méthode inverse est très différente, il faudra vérifier si la surface offerte au transport était suffisante. Pour cela des échantillons de largeur $6d_{100}$ et $10d_{100}$ seront construits.

BIBLIOGRAPHIE

Knijnenburg, Jesper. (2008). Influence of vibrations on particle flow behaviour. Thèse de master. Delft University of Technology, Netherlands.

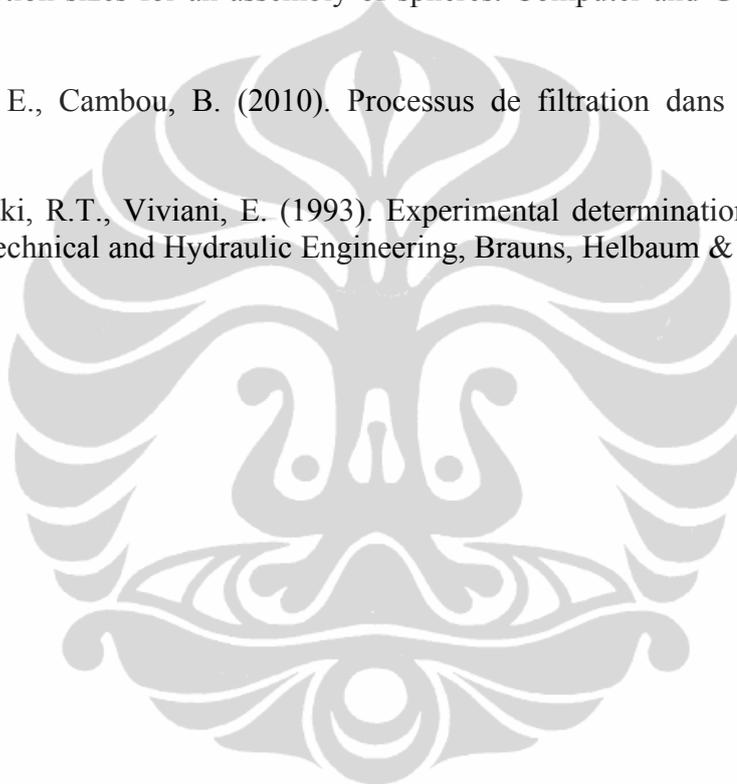
Reboul, N. (2008). Transport de particules dans les milieux granulaires. Application à l'érosion interne. Thèse de doctorat. École Centrale de Lyon.

Reboul, N., Vincens, E., Cambou, B. (2008). A statistical analysis of void size distribution in a simulated narrowly graded packing of spheres. *Granular Matter*, 10(6), pp 457 – 468.

Reboul, N., Vincens, E., Cambou, B. (2010). A computational procedure to assess the distribution of constriction sizes for an assembly of spheres. *Computer and Geotechnics* 37, pp 195 -206.

Reboul, N., Vincens, E., Cambou, B. (2010). Processus de filtration dans les matériaux granulaires.

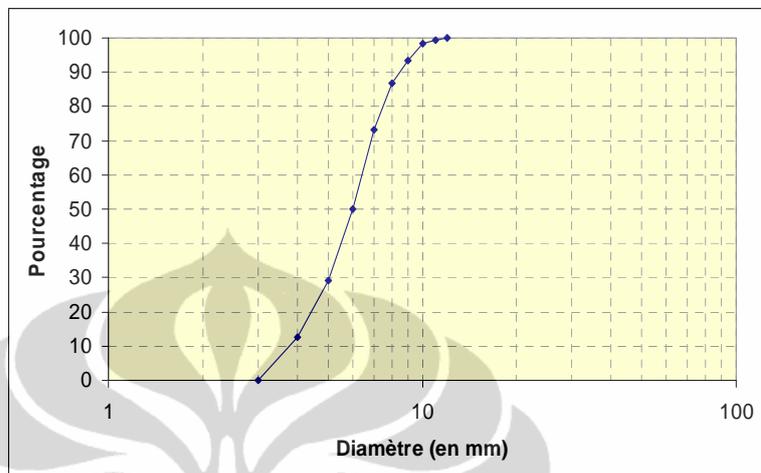
Sória, M.H.A., Aramaki, R.T., Viviani, E. (1993). Experimental determination of void size curves. *Filters in Geotechnical and Hydraulic Engineering*, Brauns, Helbaum & Schuler (eds), pp 43 – 48.



Annexe A

Construire la courbe granulométrique du filtre et déterminer les nombres de particules

x (diamètre en mm)	y (PSD en masse)
3	0
4	12,5
5	29,17
6	50
7	73,33
8	86,67
9	93,33
10	98,33
11	99,5
12	100



$$p_{NB,i} = \frac{p_{m,i}}{\sum_{i=1}^n \frac{p_{m,i}}{d_i^3}}$$

Où

$p_{m,i}$ = probabilité d'occurrence en masse de la classe i

$p_{NB,i}$ = probabilité d'occurrence en nombre de la classe i

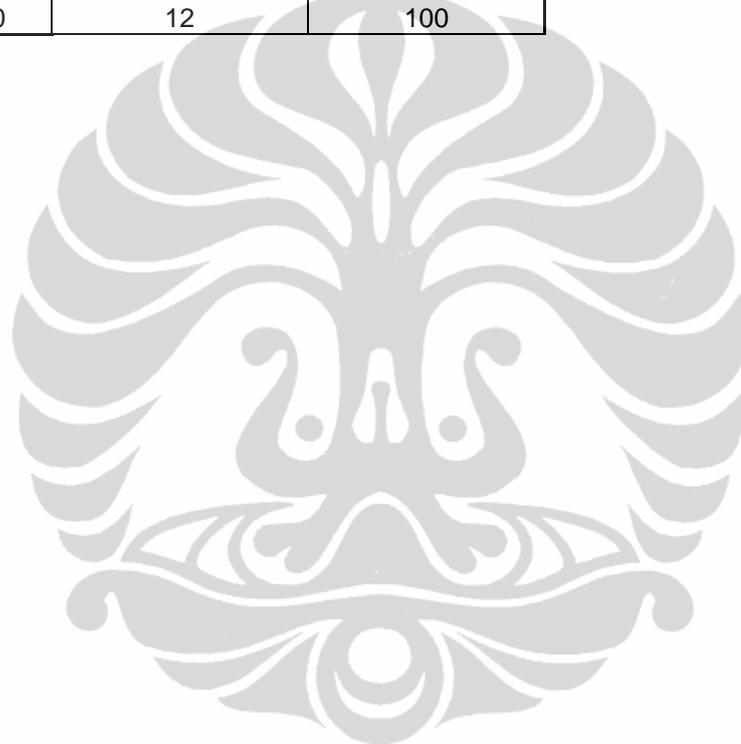
	en %	en décimal	en mètre	d ³	(pm,i)/(di ³)	pNB,i	
p1	0	0	d1	0,003	0,000000027	0	0,000
p2	12,5	0,125	d2	0,004	0,000000064	1953125	0,365
p3	16,67	0,1667	d3	0,005	0,000000125	1333600	0,250
p4	20,83	0,2083	d4	0,006	0,000000216	964351,85	0,180
p5	23,33	0,2333	d5	0,007	0,000000343	680174,93	0,127
p6	13,34	0,1334	d6	0,008	0,000000512	260546,87	0,049
p7	6,66	0,0666	d7	0,009	0,000000729	91358,02	0,017
p8	5	0,05	d8	0,01	0,000001	50000	0,009
p9	1,17	0,0117	d9	0,011	0,000001331	8790,38	0,002
p10	0,5	0,005	d10	0,012	0,000001728	2893,52	0,001
TOTAL	100	1	TOTAL		0,000006075	5344840,58	1,000

Le nombre de particules de matériau filtre

650

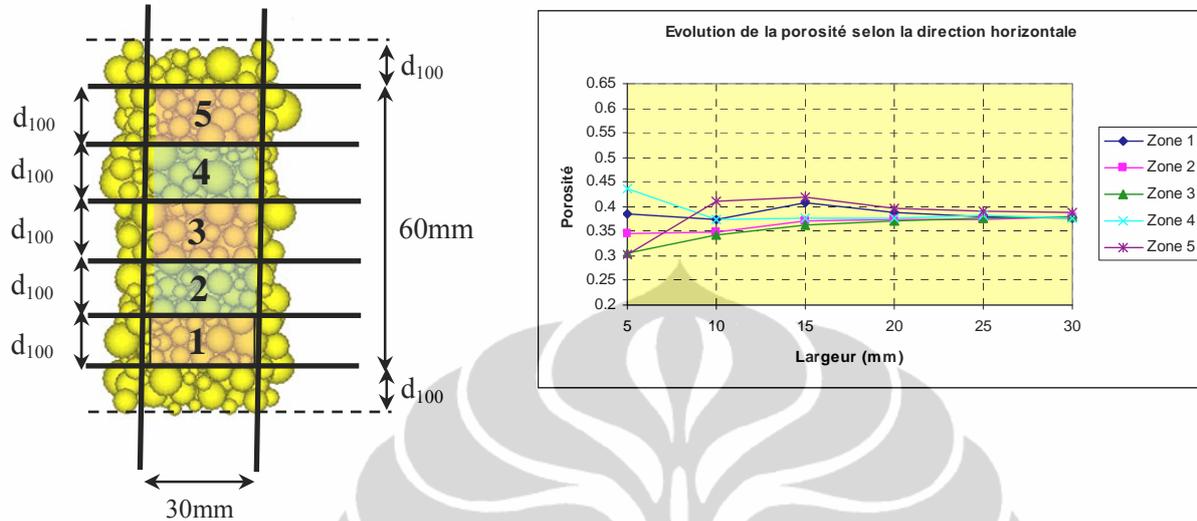
No.	n_i	cum	x (diamètre en mm)	y (PSD en masse)
1	0	0	3	0
2	238	238	4	12,5
3	162	400	5	29,17
4	117	517	6	50
5	83	600	7	73,33
6	32	632	8	86,67
7	11	643	9	93,33
8	6	649	10	98,33
9	1	650	11	99,5
10	0	650	12	100

650



Annexe B

Porosité du filtre selon la direction horizontale pour chaque tranche



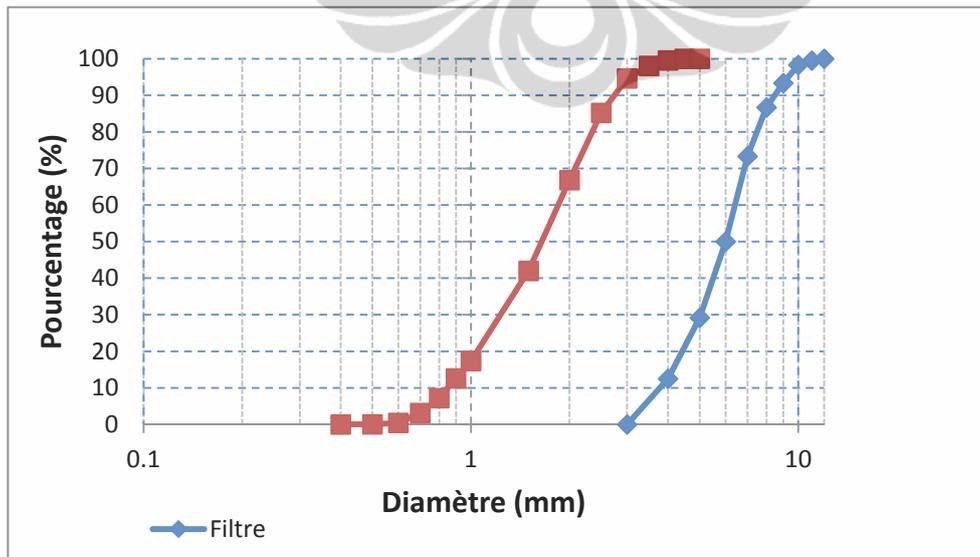
Porosité					
Largeur (mm)	Zona 1	Zona 2	Zona 3	Zona 4	Zona 5
5	0,386	0,365	0,35	0,304	0,385
10	0,373	0,345	0,376	0,354	0,384
15	0,407	0,362	0,369	0,384	0,406
20	0,388	0,371	0,38	0,371	0,383
25	0,379	0,374	0,38	0,379	0,364
30	0,377	0,38	0,375	0,384	0,377
35	0,398	0,418	0,392	0,411	0,411
40	0,473	0,512	0,482	0,495	0,508
45	0,571	0,609	0,582	0,588	0,603

Annexe C

Construire la courbe de constrictions par Méthode aux Eléments Discrets Triangulation de Delaunay

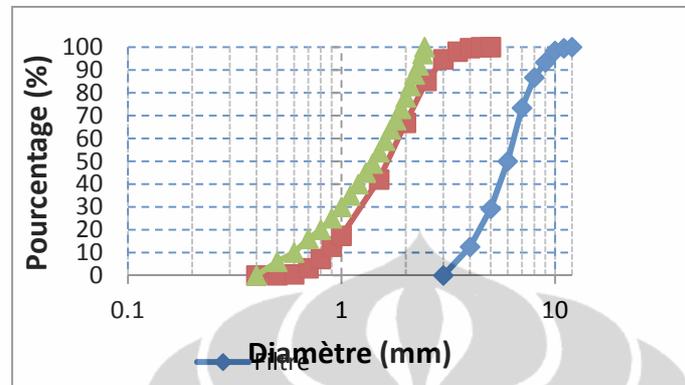
On construit la courbe de constrictions par la Méthode MEDTD en utilisant la probabilité d'occurrence en nombre de la classe i .

Diametre (mm)	nombre	pNB,i
0,4	0	0,00
0,5	1	0,03
0,6	14	0,45
0,7	91	3,15
0,8	136	7,19
0,9	182	12,60
1	159	17,33
1,5	830	42,00
2	835	66,83
2,5	618	85,20
3	317	94,62
3,5	115	98,04
4	51	99,55
4,5	14	99,97
5	1	100,00
SUM	3364	



Annexe D

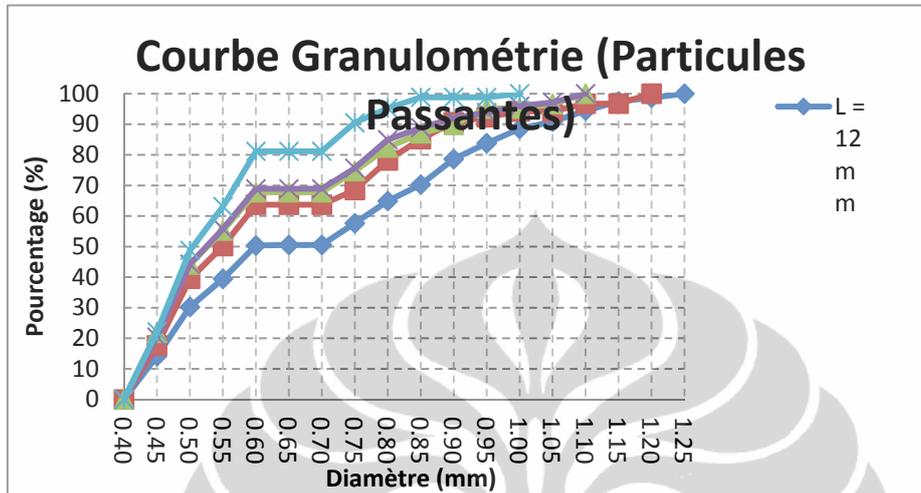
Construire la courbe granulométrique de base et déterminer les nombres de particules



De la même façon avec l'Annexe A, on peut déterminer le nombre de sphères de chaque classe qu'on utilise dans la simulation numérique.

No	PSD en masse (en décimal)	Diamètre (mm)	Radius (m)	Nombre d particules
1	0	0,40	0,00020	0
2	0,06	0,50	0,00025	8281
3	0,1	0,60	0,00030	3195
4	0,16	0,70	0,00035	3018
5	0,2	0,80	0,00040	1348
6	0,25	0,90	0,00045	1183
7	0,3	1,00	0,00050	862
8	0,35	1,10	0,00055	648
9	0,4	1,20	0,00060	499
10	0,45	1,30	0,00065	393
11	0,49	1,40	0,00070	251
12	0,54	1,50	0,00075	256
13	0,59	1,60	0,00080	211
14	0,64	1,70	0,00085	175
15	0,68	1,80	0,00090	118
16	0,73	1,90	0,00095	126
17	0,78	2,00	0,00100	108
18	0,83	2,10	0,00105	93
19	0,88	2,20	0,00110	81
20	0,92	2,30	0,00115	57
21	0,97	2,40	0,00120	62
22	1	2,45	0,00123	35
			TOTAL	21000

Annexe E
Méthode inverse
Les courbes granulométriques particule passant



Particule passant ($L_{\text{filtre}} = 12\text{mm}$)	
x (Diamètre en mm)	y (PSD en masse en %)
0,40	0,00
0,45	14,18
0,50	30,26
0,55	39,45
0,60	50,36
0,65	50,54
0,70	50,54
0,75	57,65
0,80	64,89
0,85	70,26
0,90	78,61
0,95	83,81
1,00	88,52
1,05	90,86
1,10	94,45
1,15	97,52
1,20	98,68
1,25	100,00

Particule passant ($L_{\text{filtre}} = 24\text{mm}$)	
x (Diamètre en mm)	y (PSD en masse en %)
0,4	0,00
0,45	17,69
0,5	39,48
0,55	50,19
0,6	63,69
0,65	63,69
0,7	63,69
0,75	68,49
0,8	78,18
0,85	85,16
0,9	90,69
0,95	92,31
1	94,21
1,05	94,21
1,1	96,73
1,15	96,73
1,2	100,00

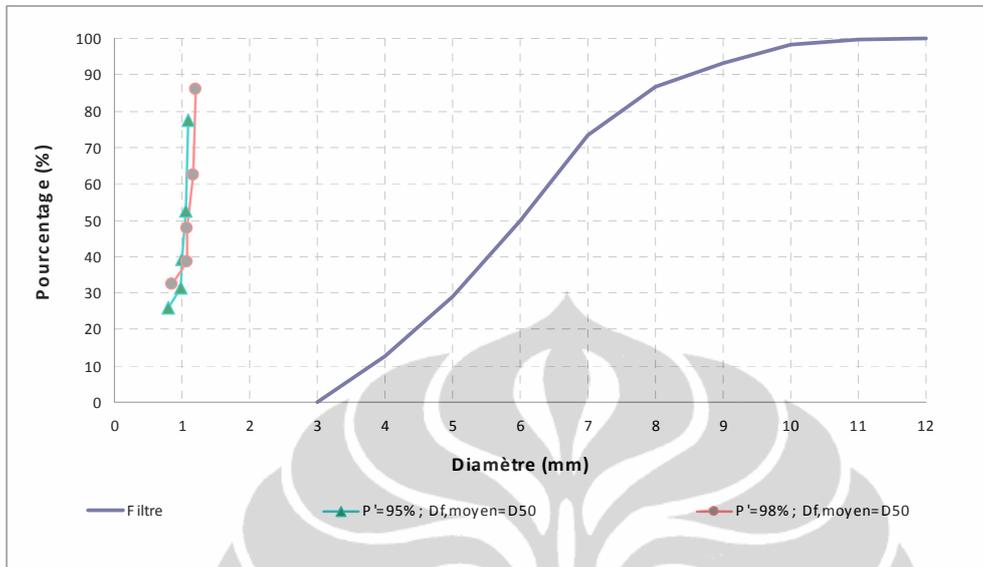
particule passant ($L_{\text{filtre}} = 36\text{mm}$)		particule passant ($L_{\text{filtre}} = 48\text{mm}$)	
x (diamètre en mm)	y (PSD en masse en %)	x (diamètre en mm)	y (PSD en masse en %)
0,4	0,00	0,40	0,00
0,45	21,80	0,45	20,40
0,5	44,15	0,50	44,25
0,55	55,25	0,55	55,78
0,6	67,76	0,60	68,91
0,65	67,76	0,65	68,91
0,7	67,76	0,70	68,91
0,75	74,66	0,75	75,65
0,8	82,40	0,80	84,93
0,85	87,04	0,85	88,86
0,9	89,79	0,90	91,97
0,95	95,19	0,95	93,80
1	95,19	1,00	95,93
1,05	96,65	1,05	97,16
1,1	100,00	1,10	100,00

particule passant ($L = 60\text{mm}$)	
x (diamètre en mm)	y (PSD en masse en %)
0,4	0,00
0,45	22,15
0,5	48,76
0,55	63,09
0,6	81,18
0,65	81,18
0,7	81,18
0,75	90,50
0,8	95,26
0,85	98,84
0,9	98,84
0,95	98,84
1	100,00

Annexe F

Méthode inverse

Les courbes de constrictions



$$S = \frac{\log(1 - P')s}{\log P_u}$$

$P' = 95\%$

$s = d_{50}$ du filtre = 6mm

S_{filtre} (en mm)	x	$\log P_u$	P_u	y
	d_c			$d_c \leq d$ (en %)
12	1,10	-0,651	0,224	77,64
24	1,05	-0,325	0,473	52,71
36	1,00	-0,217	0,607	39,30
48	0,98	-0,163	0,688	31,23
60	0,80	-0,130	0,741	25,89

$P' = 98\%$

$s = d_{50}$ du filtre = 6mm

S_{filtre} (en mm)	x	$\log P_u$	P_u	y
	d_c			$d_c \leq d$ (en %)
12	1,20	-0,849	0,141	85,86
24	1,18	-0,425	0,376	62,39
36	1,08	-0,283	0,521	47,90
48	1,08	-0,212	0,613	38,68
60	0,85	-0,170	0,676	32,38