



**UNIVERSITAS INDONESIA**

**PEMODELAN PELENGKUNGAN MIKRO DAN  
MAKRO SERAT OPTIK**

**YULIA CAESARIANI WULANDARI**

**0706262930**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
PROGRAM STUDI FISIKA  
DEPOK  
JUNI 2011**



**UNIVERSITAS INDONESIA**

**PEMODELAN PELENGKUNGAN MIKRO DAN  
MAKRO SERAT OPTIK**

**SKRIPSI**

**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk meraih gelar Sarjana Sains**

**YULIA CAESARIANI WULANDARI**

**0706262930**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
PROGRAM STUDI FISIKA**

**DEPOK**

**JUNI 2011**

## HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

Skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri,  
dan semua sumber yang dikutip maupun dirujuk  
telah saya nyatakan dengan benar.

Nama : YULIA CAESARIANI WULANDARI

NPM : 0706262930

Tanda Tangan :



Tanggal : Juni 2011

## HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh

Nama : Yulia Caesariani Wulandari  
NPM : 0706262930  
Program Studi : Fisika  
Judul Skripsi : Pemodelan Pelengkungan Mikro dan Makro Serat Optik

Telah berhasil dipertahankan dihadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indonesia.

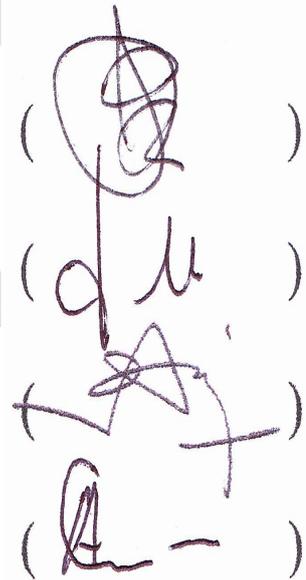
### DEWAN PENGUJI

Pembimbing I : Dr. L. T. Handoko

Pembimbing II : Dr. Terry Mart

Penguji I : M. Aziz Majidi, Ph. D

Penguji II : Dr. Anto Sulaksono



()  
()  
()  
()

Ditetapkan di : Depok

Tanggal : 30 Mei 2011

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS  
AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai civitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Yulia Caesariani Wulandari  
NPM : 0706262930  
Program Studi : S1 Fisika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Jenis Karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif** (*Non - exclusive Royalty - Free Right*) atas karya ilmiah saya yang berjudul:

**PEMODELAN PELENGKUNGAN MIKRO DAN MAKRO SERAT  
OPTIK**

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Non-eksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalih media/ formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*data base*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/ pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok  
Pada tanggal : Juni 2011

Yang menyatakan



(Yulia Caesariani Wulandari)

## KATA PENGANTAR

Puji syukur saya panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas berkat dan rahmat-Nya, saya dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulisan skripsi ini dilakukan dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Sains Program Studi Fisika pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Saya sadari pencapaian ini atas bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Saya sampaikan terima kasih kepada :

1. Dr. L.T. Handoko selaku pembimbing pertama saya. Terima kasih atas waktu, bimbingan serta saran Bapak dalam penelitian ini hingga penyelesaian skripsi.
2. Dr. Terry Mart selaku pembimbing kedua saya. Terima kasih atas waktu dan bimbingannya.
3. M. Aziz Majidi, Ph. D dan Dr. Anto Sulaksono sebagai penguji sidang skripsi. Terima kasih untuk waktu dan sarannya.
4. Mama, Papa dan Ana serta seluruh keluarga untuk seluruh semangat, dukungan, nasehat, tauladan dan doa yang selalu menyertai setiap langkah penulis untuk menjadikan penulis lebih dewasa, mandiri dan bertanggung jawab.
5. Dr. Eng. Supriyanto M.Sc selaku pembimbing akademik, para dosen dan seluruh keluarga besar Departemen Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Indonesia. Terima kasih atas waktu, dukungan dan perhatiannya.
6. Sahabat-sahabat nuklir Fera, Awen, Radit, Eka (UGM), Mamen, Sapu, Oji, Cepi, dan Bundi untuk candaan yang tiada henti dan juga terima kasih terlebih untuk Ka Januar, Ka Khalid, Ketank, dan Ka Hans yang sudah sangat membantu dalam pembelajaran.
7. Teman-teman Manis Manja, terutama Evan Schatz makasi buat curcol seribu masalah dalam masa ini dan teman-teman wece-wece Fisika yang

membantu menyemangati lewat sms maupun *facebook*.

8. Alm. Isrady Aditya dan Raditya Dimas yang sempat menjadi teman yang baik, dan teman-teman Fisika 2007 yang kompak dan solid, terima kasih untuk buku kenangan dan kenangan dari kalian yang tidak akan terlupakan selamanya.
9. Semua pihak-pihak terkait yang telah membantu penulis menyelesaikan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Akhir kata, semoga Tuhan Yang Maha Esa memberikan karunia, limpahan rahmat dan berkah-Nya atas kebaikan yang telah diberikan semua pihak kepada penulis. Dan penulis berharap semoga skripsi ini memberikan manfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan dan pembaca.

Depok, Juni 2011

Yulia Caesariani Wulandari

Nama : Yulia Caesariani Wulandari  
Program Studi : S1 Fisika  
Judul Skripsi : Pemodelan Pelengkungan Mikro dan Makro Serat Optik

## Abstrak

Pemodelan pelengkungan mikro dan makro pada serat optik dengan satu inti homogen dipresentasikan pada penelitian ini. Rugi-rugi dari pelengkungan mikro dan makro dihitung dengan mengekspresikan medan diluar serat optik. Kemudian didapatkan dua kasus khusus untuk memungkinkan perhitungan koefisien amplitudo secara analitik dan dibuat hasil plot dari persamaan tersebut. Nilai pelengkungan mikro dan makro dari serat optik dan sistem koordinat helic yang telah didapatkan dapat diaplikasikan pada kasus sebenarnya menggunakan pemrograman numerik.

Kata kunci : serat optik, rugi lengkungan, pelengkungan mikro dan makro.  
x + 26 hlm.

Daftar Acuan: 15 (1971-2010)

# Daftar Isi

|  |           |
|--|-----------|
| Halaman Pernyataan Orisinalitas              | ii        |
| Halaman Pengesahan                           | iii       |
| Halaman Pernyataan Persetujuan Publikasi     | iv        |
| Kata Pengantar                               | v         |
| Abstrak                                      | vii       |
| Daftar Isi                                   | viii      |
| Daftar Gambar                                | x         |
| <b>1 Pendahuluan</b>                         | <b>1</b>  |
| 1.1 Latar Belakang . . . . .                 | 1         |
| 1.2 Perumusan Masalah . . . . .              | 4         |
| 1.3 Metode Penelitian . . . . .              | 4         |
| 1.4 Tujuan Penelitian . . . . .              | 5         |
| <b>2 Penurunan Perhitungan Rugi Lengkung</b> | <b>6</b>  |
| 2.1 Pandu Gelombang Silinder . . . . .       | 6         |
| <b>3 Perhitungan Koefisien Amplitudo</b>     | <b>12</b> |
| 3.1 Kasus khusus . . . . .                   | 14        |
| 3.1.1 Kasus Khusus Pertama . . . . .         | 14        |
| 3.1.2 Kasus Khusus Kedua . . . . .           | 16        |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>4 Hasil dan Pembahasan</b>                        | <b>20</b> |
| 4.1 Parameter Kelengkungan Makro dan Mikro . . . . . | 20        |
| 4.2 Sistem Koordinat . . . . .                       | 21        |
| <b>5 Penutup</b>                                     | <b>23</b> |
| 5.1 Kesimpulan . . . . .                             | 23        |
| <b>Daftar Acuan</b>                                  | <b>25</b> |



# Daftar Gambar

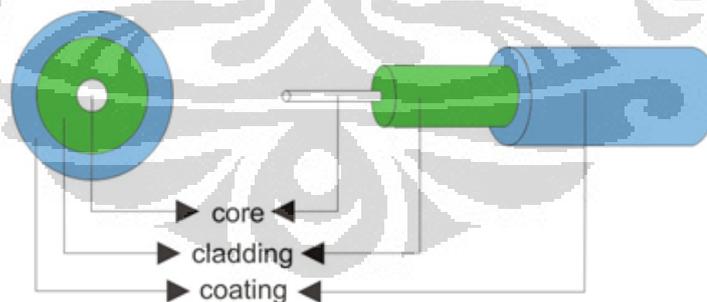
|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1.1 | Susunan serat optik . . . . .  | 1  |
| 1.2 | Pelengkungan serat optik . . . . .                                       | 3  |
| 1.3 | Contoh pelengkungan makro pada serat optik . . . . .                     | 3  |
| 1.4 | Contoh pelengkungan makro pada serat optik . . . . .                     | 4  |
| 3.1 | Grafik plot antara R dengan $A/U$ untuk kasus khusus pertama . . . . .   | 15 |
| 3.2 | Grafik plot antara R dengan $ A/U $ untuk kasus khusus pertama . . . . . | 16 |
| 3.3 | Grafik plot antara R dengan $A/U$ untuk kasus khusus kedua . . . . .     | 18 |
| 3.4 | Grafik plot antara R dengan $ A/U $ untuk kasus khusus kedua . . . . .   | 19 |
| 4.1 | Koordinat helix . . . . .  | 21 |

# Bab 1

## Pendahuluan

### 1.1 Latar Belakang

Sebagai hasil perkembangan teknologi yang telah digunakan secara meluas, serat optik memainkan peranan penting dalam perkembangan teknologi itu sendiri. Serat optik terbuat dari bahan kaca khusus yang dibentuk bergulung-gulung sehingga menyerupai kabel. Serat optik yang menjadi acuan pada penelitian ini adalah serat optik *single mode* SMF 28 yang terdiri dari inti (*core*), pelapis (*cladding*) dan pelindung (*coating*).



Gambar 1.1: Susunan serat optik

Pada proses transmisinya, seberkas cahaya berupa sinyal optik digunakan sebagai media pengantar informasi ditembakkan ke dalam serat optik kemudian diterima oleh alat penerima yang sensitif terhadap cahaya dan terjadilah proses penyampaian informasi. Kabel serat optik yang sangat tipis ini berkapasitas besar dengan menggunakan daya yang kecil dan juga mempunyai kehilangan yang

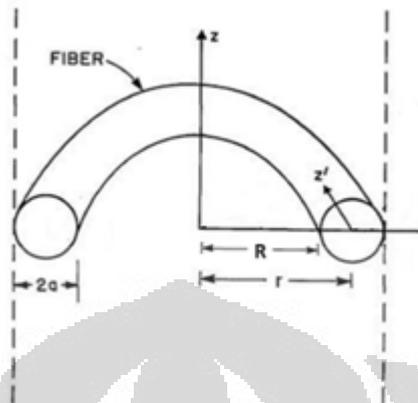
kecil.

Dari hasil penelitian didapatkan berkurangnya daya terjadi saat serat optik *single mode* dilengkungkan. Model akurat untuk pemanfaatan rugi lengkung ini biasa digunakan dalam bidang komunikasi atau juga dalam bentuk sensor optik[1]. Model yang dilakukan oleh Marcuse[2] menganggap pelengkungan serat sebagai struktur *core-infinite cladding*.

Solusi perhitungan rugi lengkung sudah banyak dilakukan oleh para peneliti terdahulu dan masing-masing fisikawan mempunyai cara tersendiri dalam menyelesaikannya. Lewin[3] menyelesaikan masalah dengan membuat solusi yang cocok untuk medan elektromagnetik. Arnaud[4] memasang medan dari serat terhadap *whispering gallery mode* dari permukaan metal yang dilengkungkan yang, pada akhirnya, diperbolehkan untuk menjadi tak terhingga. Snyder[5] telah mengajukan penyelesaian permasalahan rugi lengkung dengan menggunakan medan dari serat yang diluruskan sebagai pendekatan pertama pada integral difraksi Kirchhoff-Huygens pada bentuk vektornya. White[6] telah menurunkan perhitungan rugi lengkung dari slab dengan sukses sebaik serat menggunakan pendekatan tersebut. Shevchenko[7] menurunkan perhitungan rugi dengan mengadaptasikan mekanisme radiasi yang diketahui untuk slab ke dalam kasus serat. Akhirnya, Chang and Kuester[8] menggunakan sebuah pendekatan yang menyerupai teori perturbasi mekanika kuantum. Sementara, model sederhana yang dilakukan pada penelitian ini adalah serat optik dengan satu inti homogen. Penurunan perhitungan rugi lengkung pada penelitian ini menggunakan pendekatan berikut. Serat optik yang dilengkungkan baik dijelaskan sistem koordinat silinder polar,  $r$ ,  $\phi$ ,  $z$ .

Pada penelitian ini dihitung pelengkungan mikro dan makro, dimana jari-jari pelengkungan mikro sangat kecil dibanding dengan pelengkungan makro. Dengan menggunakan persamaan Maxwell akan didapatkan persamaan gelombang dari pandu gelombang. Kemudian didapatkan nilai-nilai komponen medan listrik dan medan magnetnya.

Penelitian serat optik ini telah banyak dilakukan secara praktek oleh fisikawan dunia dan menghasilkan nilai rugi lengkung yang lebih besar pada pelengkungan mikro dibandingkan dengan pada pelengkungan makro. Pada penelitian ini



Gambar 1.2: Pelengkungan serat optik

akan dihitung nilai pelengkungan mikro dan makro serat optik secara matematis dan perhitungan untuk sistem transformasi koordinat helix. Selanjutnya, nilai-nilai yang telah didapatkan dapat digunakan untuk aplikasi sebenarnya dengan menggunakan pemrograman numerik. Hasil yang didapatkan pada penelitian ini selanjutnya dapat diaplikasikan untuk sensor yang menggunakan sistem seperti gambar di bawah ini.



Gambar 1.3: Contoh pelengkungan makro pada serat optik

Gambar di atas merupakan contoh pelengkungan makro dengan serat optik yang dililitkan ke pipa paralon. Sementara pelengkungan mikro sendiri pelengkungan dengan jari-jari yang sangat kecil. Di bawah ini adalah contoh penggabuan

ngan pelengkungan mikro dan makro, yaitu pada pipa paralon diselipkan kawat kecil kemudian dililitkan dengan serat optik.



Gambar 1.4: Contoh pelengkungan makro pada serat optik

## 1.2 Perumusan Masalah

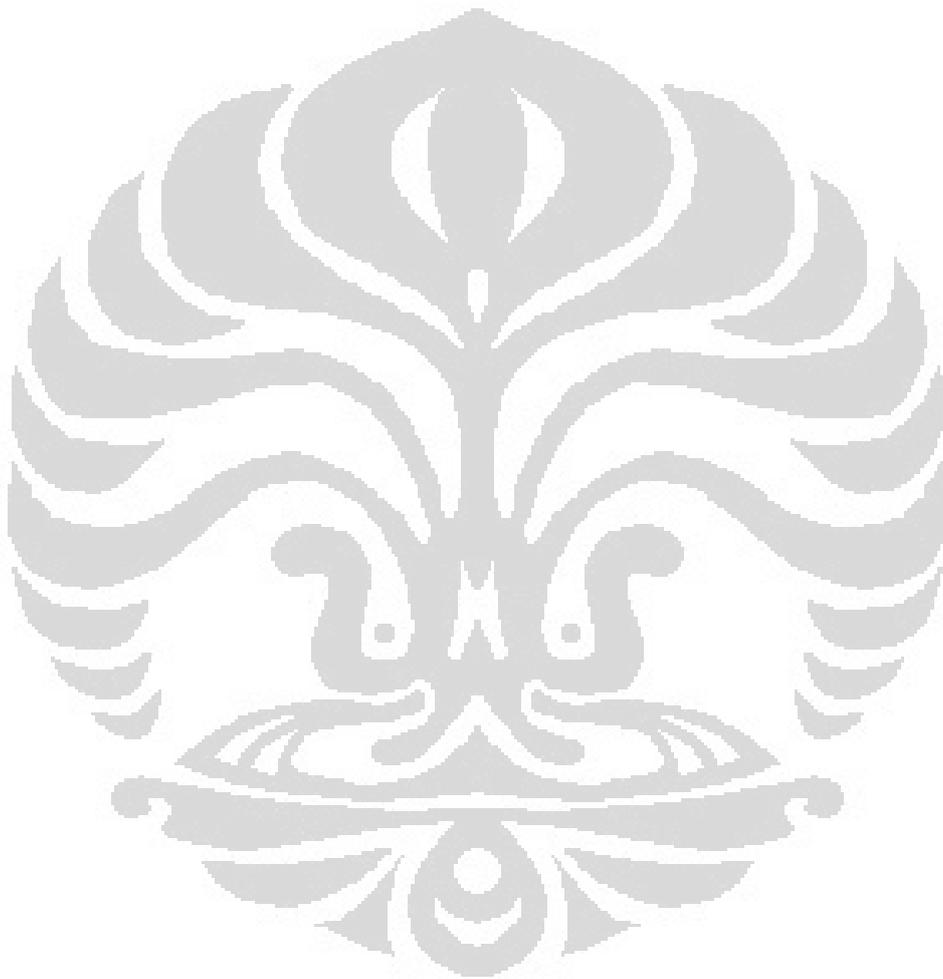
Dalam penelitian ini akan dibahas mengenai perhitungan koefisien amplitudo untuk pelengkungan mikro dan makro serat optik secara analitik dan transformasi koordinat helic.

## 1.3 Metode Penelitian

Penelitian ini bersifat teoritik dengan melakukan kajian literatur untuk mendapatkan nilai komponen medan listrik dan medan magnet pada koordinat polar. Kemudian dari nilai-nilai komponen tersebut dicari nilai koefisien amplitudo yang berasal dari daya yang dilewatkan pada serat optik. Karena nilai koefisien amplitudo itu rumit untuk didefinisikan, maka digunakan Deret Maclaurin sebagai pendekatan. Setelah itu dibuat perbandingan antara nilai koefisien pada lengkungan mikro dan makro. Nilai koefisien tersebut akan divariasikan seiring berubahnya titik acuan yang berputar.

## 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah melakukan perhitungan analitik untuk rugi kelengkungan mikro dan makro serat optik pada satu titik tertentu dalam serat optik dan menghitung sistem transformasi koordinat untuk koordinat helic.



## Bab 2

# Penurunan Perhitungan Rugi Lengkung

Serat optik berbentuk kabel bulat memanjang dan akan dialirkan daya yang akan digunakan sebagai penghantar informasinya. Jadi, dapat kita bayangkan ada batas yang memisahkan bagian yang ingin kita ketahui medannya. Batas tersebut akan memandu gelombang yang lewat untuk merambat sesuai dengan bentuk batasnya. Dengan daya pada gelombang elektromagnetiknya adalah

$$P = \oint \vec{S} \cdot d\vec{a}$$
$$P = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_R^{R+a} (E \times H^*) r dr d\phi \hat{n}$$

komponen medan listrik dan medan magnet pada persamaan ini bisa didapatkan dengan menggunakan medan pada pandu gelombang silinder.

### 2.1 Pandu Gelombang Silinder

Diasumsikan medan listrik merambat di sumbu z, maka dari persamaan Maxwell akan didapatkan nilai-nilai komponen medan listrik dan medan magnet[9]. Dengan persamaan medan listrik dan medan magnet sebagai gelombang bidang sebagai berikut,

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}_o(x, y)e^{i(kz - \omega t)} \\ \vec{H}(\vec{r}, t) &= \vec{H}_o(x, y)e^{i(kz - \omega t)}\end{aligned}\tag{2.1}$$

dengan  $k_z$  adalah konstanta perambatan dari gelombang ke arah z dan dapat dituliskan sebagai

$$k_z = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Pada bagian ini diasumsikan medan listrik merambat di sumbu z, dengan persamaan Maxwell akan didapatkan nilai-nilai komponen dari medan listrik dan medan magnetnya dengan menggunakan *cylindrical polar coordinate*.

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ i\omega\mu\vec{H} &= \begin{bmatrix} \hat{r} & \hat{\phi} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_r & E_\phi & E_z \end{bmatrix} \\ &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z}\right) \hat{r} - \left(\frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial z}\right) \hat{\phi} \\ &\quad + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial E_\phi}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial \phi}\right) \hat{z} \\ &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z}\right) \hat{r} - \left(\frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial z}\right) \hat{\phi} \\ i\omega\mu\vec{H} &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - ikE_\phi\right) \hat{r} - \left(\frac{\partial E_z}{\partial r} - ikE_r\right) \hat{\phi} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - ikE_\phi &= i\omega\mu H_r \end{aligned} \tag{2.2}$$

$$-\frac{\partial E_z}{\partial r} + ikE_r = i\omega\mu H_\phi \tag{2.3}$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H} &= -i\omega\epsilon\vec{E} \\ -i\omega\epsilon\vec{E} &= \begin{bmatrix} \hat{r} & \hat{\phi} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_r & H_\phi & H_z \end{bmatrix} \\ &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z}\right) \hat{r} - \left(\frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial z}\right) \hat{\phi} \\ &\quad + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial H_\phi}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial \phi}\right) \hat{z} \\ &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z}\right) \hat{r} - \left(\frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial z}\right) \hat{\phi} \\ -i\omega\epsilon\vec{E} &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - ikH_\phi\right) \hat{r} - \left(\frac{\partial H_z}{\partial r} - ikH_r\right) \hat{\phi} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - ikH_\phi = -i\epsilon\omega E_r \quad (2.4)$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial r} + ikH_r = -i\epsilon\omega E_\phi \quad (2.5)$$

Kemudian eliminasi  $E_\phi$  dari persamaan (2.2) dengan persamaan (2.5) untuk mendapatkan nilai  $H_r$ ,

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - ikE_\phi &= i\omega\mu H_r \\ E_\phi &= \frac{1}{ik} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - i\omega\mu H_r \right) \\ -\frac{\partial H_z}{\partial r} + ikH_r &= -i\epsilon\omega E_\phi \\ -\frac{\partial H_z}{\partial r} + ikH_r &= -\frac{i\epsilon\omega}{ik} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - i\omega\mu H_r \right) \\ -ik \frac{\partial H_z}{\partial r} - k^2 H_r &= -\frac{i\epsilon\omega}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \epsilon\mu\omega^2 H_r \\ (\mu\epsilon\omega^2 - k^2) H_r &= ik \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{i\epsilon\omega}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \\ H_r &= \frac{i}{(\mu\epsilon\omega^2 - k^2)} \left( k \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\epsilon\omega}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right) \end{aligned}$$

dan eliminasi  $E_r$  dari persamaan (2.3) dengan persamaan (2.4) untuk mendapatkan nilai  $H_\phi$ .

$$\begin{aligned} -\frac{\partial E_z}{\partial r} + ikE_r &= i\omega\mu H_\phi \\ E_r &= \frac{1}{ik} \left( i\omega\mu H_\phi + \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - ikH_\phi &= -i\epsilon\omega E_r \\ \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - ikH_\phi &= -\frac{i\epsilon\omega}{ik} \left( i\omega\mu H_\phi + \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \\ ik \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + k^2 H_\phi &= \omega^2 \epsilon\mu H_\phi - i\epsilon\omega \frac{\partial E_z}{\partial r} \\ (\epsilon\omega^2 \mu - k^2) H_\phi &= ik \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + i\epsilon\omega \frac{\partial E_z}{\partial r} \\ H_\phi &= \frac{i}{(\mu\epsilon\omega^2 - k^2)} \left( k \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \epsilon\omega \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \end{aligned}$$

Dengan menggunakan cara yang sama, eliminasi nilai  $H_r$  dan  $H_\phi$  untuk mendapatkan nilai  $E_\phi$  dan  $E_r$ .

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - ikE_\phi = i\omega\mu H_r$$

$$\begin{aligned}
H_r &= \frac{1}{i\omega\mu} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - ikE_\phi \right) \\
-\frac{\partial H_z}{\partial r} + ikH_r &= -i\epsilon\omega E_\phi \\
-\frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{ik}{i\omega\mu} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - ikE_\phi \right) &= -i\epsilon\omega E_\phi \\
-i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{ik}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} + k^2 E_\phi &= \mu\epsilon\omega^2 E_\phi \\
E_\phi (\mu\epsilon\omega^2 - k^2) &= \frac{ik}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \\
E_\phi &= \frac{i}{(\mu\epsilon\omega^2 - k^2)} \left( \frac{k}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \\
-\frac{\partial E_z}{\partial r} + ikE_r &= i\omega\mu H_\phi \\
H_\phi &= \frac{1}{i\omega\mu} \left( -\frac{\partial E_z}{\partial r} + ikE_r \right) \\
\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - ikH_\phi &= -i\epsilon\omega E_r \\
\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{ik}{i\omega\mu} \left( -\frac{\partial E_z}{\partial r} + ikE_r \right) &= -i\epsilon\omega E_r \\
\frac{i\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + ik \frac{\partial E_z}{\partial r} + k^2 E_r &= \mu\epsilon\omega^2 E_r \\
E_r (\mu\epsilon\omega^2 - k^2) &= \frac{i\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + ik \frac{\partial E_z}{\partial r} \\
E_r &= \frac{i}{(\mu\epsilon\omega^2 - k^2)} \left( k \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right)
\end{aligned}$$

Jadi, didapatkan nilai-nilai komponen  $E_r$ ,  $E_\phi$ ,  $H_r$ , dan  $H_\phi$  pada *cylindrical polar coordinate* dengan  $\mu\epsilon\omega^2 - k^2 = \kappa^2$ .

$$\bar{E}_r = \frac{i}{\kappa^2} \left( k \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \quad (2.6)$$

$$E_\phi = \frac{i}{\kappa^2} \left( \frac{k}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \quad (2.7)$$

$$H_r = \frac{i}{\kappa^2} \left( k \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\epsilon\omega}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right) \quad (2.8)$$

$$H_\phi = \frac{i}{\kappa^2} \left( \frac{k}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \epsilon\omega \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \quad (2.9)$$

Kemudian untuk mewakili komponen longitudinal didapatkan  $E_z$  dan  $H_z$  dengan persamaan gelombang, dengan  $y$  mewakili  $E_z$  dan  $H_z$

$$\left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa^2 \right] \psi = 0 \quad (2.10)$$

lalu lakukan separasi variabel dengan  $\psi = \sum_m R_m(r)e^{\pm im\varphi}$ , dimana  $m$  integer. Dan fungsi radial  $R_m$  memenuhi persamaan

$$r^2 \frac{d^2 R_m}{dr^2} + r \frac{dR_m}{dr} + (\kappa^2 r^2 - v^2) R_m = 0 \quad (2.11)$$

dan mempunyai solusi umum  $R_m(r) = A_m J_m(\kappa r) + B_m N_m(\kappa r)$ .

Karena  $R_m$  harus sesuai dengan keadaan batas  $E_{\parallel} = 0$ , diatur bahwa konstanta ekspansi  $B_m$  adalah nol, jadi  $\psi = \sum_m A_m J_m(\kappa r)e^{\pm im\varphi}$

Perhitungan disederhanakan pada Ref. [15], maka untuk medan di dalam serat optik atau nilai  $r < a$  dengan  $E_z = A J_v(\kappa r)e^{i\phi} \cos \phi$  dan  $H_z = B J_v(\kappa r)e^{i\phi} \cos \phi$  dimana  $J_v(\kappa r)$  adalah fungsi bessel

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{i}{\kappa^2} (k\kappa A J'_v(\kappa r) + \frac{i\omega\mu}{r} B J_v(\kappa r)) e^{i\phi} \sin \phi \\ E_\phi &= \frac{i}{\kappa^2} \left( \frac{ik}{r} A J_v(\kappa r) - \kappa\omega\mu B J'_v(\kappa r) \right) e^{i\phi} \sin \phi \\ H_r &= \frac{i}{\kappa^2} \left( k\kappa B J'_v(\kappa r) - \frac{i\epsilon\omega}{r} A J_v(\kappa r) \right) e^{i\phi} \sin \phi \\ H_\phi &= \frac{i}{\kappa^2} \left( \frac{ik}{r} B J_v(\kappa r) + \kappa\epsilon\omega A J'_v(\kappa r) \right) e^{i\phi} \sin \phi \end{aligned}$$

dan untuk medan di luar serat optik atau nilai  $r > a$  dengan  $E_z = C H_v^{(1)}(\kappa r)e^{i\phi} \cos \phi$  dan  $H_z = D H_v^{(1)}(\kappa r)e^{i\phi} \cos \phi$ , dimana  $\kappa = i\gamma$  dan  $H_v^{(1)}(\kappa r)$  adalah fungsi hankel

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{1}{\gamma^2} \left( k\gamma C H_v^{(1)'}(i\gamma r) + \frac{\omega\mu}{r} D H_v^{(1)}(i\gamma r) \right) e^{i\phi} \sin \phi \\ E_\phi &= \frac{1}{\gamma^2} \left( \frac{k}{r} C H_v^{(1)}(i\gamma r) - \gamma\omega\mu D H_v^{(1)'}(i\gamma r) \right) e^{i\phi} \sin \phi \\ H_r &= \frac{1}{\gamma^2} \left( k\gamma D H_v^{(1)'}(i\gamma r) - \frac{\epsilon\omega}{r} C H_v^{(1)}(i\gamma r) \right) e^{i\phi} \sin \phi \\ H_\phi &= \frac{1}{\gamma^2} \left( \frac{k}{r} D H_v^{(1)}(i\gamma r) + \gamma\epsilon\omega C H_v^{(1)'}(i\gamma r) \right) e^{i\phi} \sin \phi \end{aligned}$$

untuk  $r = a$  didapatkan,

$$\begin{aligned} A J_v(\kappa a) e^{i\phi} &= C H_v^{(1)}(i\gamma a) e^{i\phi} \\ C &= \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} A \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} B J_v(\kappa a) e^{i\phi} &= D H_v^{(1)}(i\gamma a) e^{i\phi} \\ D &= \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} B \end{aligned} \quad (2.13)$$

Persamaan yang dipakai pada penelitian ini adalah pada daerah  $r > a$  dengan nilai B hilang seperti yang telah dijelaskan di atas. Jadi, persamaannya menjadi seperti di bawah ini dengan nilai A merupakan koefisien amplitudonya,

$$\begin{aligned}
 E_z &= \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} AH_v^{(1)}(\kappa r) e^{i\phi} \\
 E_r &= \frac{k}{\gamma} \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} AH_v^{(1)'}(i\gamma r) e^{i\phi} \sin \phi \\
 E_\phi &= \frac{k}{\gamma^2 r} \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} AH_v^{(1)}(i\gamma r) e^{i\phi} \sin \phi \\
 H_r &= -\frac{\epsilon \omega}{\gamma^2 r} \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} AH_v^{(1)}(i\gamma r) e^{i\phi} \sin \phi \\
 H_\phi &= \frac{\epsilon \omega}{\gamma} \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} AH_v^{(1)'}(i\gamma r) e^{i\phi} \sin \phi
 \end{aligned}$$

## Bab 3

# Perhitungan Koefisien Amplitudo

Nilai rugi lengkungan pada serat optik muncul karena adanya pembengkokan dengan jari-jari  $R$  tertentu. Daya yang masuk tidak sama dengan daya yang keluar, yang berarti terjadi atenuasi atau pelemahan intensitas gelombang elektromagnetik saat berada di dalam serat optik saat di bengkokkan dengan jari-jari sebesar  $R$ .

Untuk menghitung daya pada serat optik digunakan vektor poynting karena besarnya daya pada gelombang elektromagnetik disebut dengan vektor poynting. Vektor poynting adalah fluks energi atau perubahan kepadatan energi gelombang elektromagnetik,

$$\begin{aligned}\vec{S} &= \vec{E} \times \vec{H} \\ \vec{S} &= \text{Re}(Ee^{j\omega t}) \times \text{Re}(He^{j\omega t}) \\ \vec{S} &= \frac{1}{2}(Ee_{j\omega t} + E^*e^{j\omega t}) \times \frac{1}{2}(He^{j\omega t} + H^*e_{j\omega t}) \\ \vec{S} &= \frac{1}{4}(E \times H^* + E^* \times H + E \times H^*e^{2j\omega t} + E^* \times He^{2j\omega t}) \\ \vec{S} &= \frac{1}{2}\text{Re}(E \times H^*) + \frac{1}{2}\text{Re}(E \times H^*e^{2j\omega t})\end{aligned}$$

pada kurva sinusoidal  $\text{Re}(E \times H^*e^{2j\omega t}) = \cos 2\omega t = 0$

$$\vec{S} = \frac{1}{2}\text{Re}(E \times H^*)$$

Maka, daya pada gelombang elektromagnetiknya

$$\begin{aligned}P &= \oint \vec{S} \cdot d\vec{a} \\ P &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_R^{R+a} (E \times H^*) r dr d\phi \hat{n}\end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned}
 (E \times H^*) &= \begin{bmatrix} \hat{r} & \hat{\phi} & \hat{z} \\ E_r & E_\phi & E_z \\ H_r & H_\phi & H_z \end{bmatrix} \\
 &= (E_\phi H_z - E_z H_\phi) \hat{r} - (E_r H_z - E_z H_r) \hat{\phi} \\
 &\quad + (E_r H_\phi - E_\phi H_r) \hat{z}
 \end{aligned}$$

karena gelombang merambat ke arah  $\hat{z}$ , maka yang kita tinjau hanya bagian  $(E_r H_\phi - E_\phi H_r) \hat{z}$ .

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_R^{R+a} (E_r H_\phi - E_\phi H_r) r dr d\phi \hat{z} \cdot \hat{z} \\
 P &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_R^{R+a} \left( \frac{k\epsilon\omega}{\gamma^2} \left[ \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} A H_v^{(1)'}(i\gamma r) e^{i\phi} \sin \phi \right]^2 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{k\omega\epsilon}{\gamma^4 r^2} \left[ \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} A H_v^{(1)}(i\gamma r) e^{i\phi} \sin \phi \right]^2 \right) r dr d\phi \\
 P &= \frac{1}{2} \frac{k\omega\epsilon}{\gamma^2} \left[ \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} A e^{i\phi} \sin \phi \right]^2 \int_0^{2\pi} \int_R^{R+a} ([H_v^{(1)'}(i\gamma r)]^2 \\
 &\quad + \frac{1}{\gamma^2 r^2} [H_v^{(1)}(i\gamma r)]^2) r dr d\phi
 \end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned}
 H_v^{(1)}(i\gamma r) &= \sqrt{\frac{2}{\pi i \gamma r}} e^{-\gamma r} e^{-i[v(\frac{\pi}{2}) + \frac{\pi}{4}]} \\
 G &= \sqrt{\frac{2}{\pi i \gamma r}} e^{-i[v(\frac{\pi}{2}) + \frac{\pi}{4}]} \\
 H_v^{(1)}(i\gamma r) &= G \frac{e^{-\gamma r}}{\sqrt{r}} \\
 H_v^{(1)'}(i\gamma r) &= -G \sqrt{r} e^{-\gamma r} \left( \frac{\gamma}{r} + \frac{1}{2r^2} \right)
 \end{aligned}$$

masukkan nilai diatas ke persamaan awal dan sementara kita menghitung bagian ini terlebih dahulu

$$\begin{aligned}
 &\int_R^{R+a} \left[ G^2 r^2 e^{-2\gamma r} \left( \frac{\gamma}{r} + \frac{1}{2r^2} \right)^2 + \frac{G^2}{\gamma^2 r^2} e^{-2\gamma r} \right] dr \\
 &\int_R^{R+a} G^2 e^{-2\gamma r} \left[ r^2 \left( \frac{\gamma}{r} + \frac{1}{2r^2} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \right] dr
 \end{aligned}$$

$$\int_R^{R+a} G^2 e^{-2\gamma r} \left[ \gamma^2 \left( 1 + \frac{1}{2\gamma r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \right] dr$$

$$\int_R^{R+a} G^2 e^{-2\gamma r} \gamma^2 \left[ \left( 1 + \frac{1}{2\gamma r} \right)^2 + \frac{1}{(\gamma r)^2} \right] dr$$

$$\int_R^{R+a} \frac{G^2 e^{-2\gamma r} \gamma^2}{(\gamma r)^2} \left[ (\gamma r)^2 \left( 1 + \frac{1}{2\gamma r} \right)^2 + 1 \right] dr \quad (3.1)$$

$$\int_R^{R+a} \frac{G^2 e^{-2\gamma r} \gamma^2}{(\gamma r)^2} \left[ \left( \gamma r + \frac{1}{2} \right)^2 + 1 \right] dr \quad (3.2)$$

### 3.1 Kasus khusus

Karena persamaan (3.2) hanya dapat dikerjakan secara numerik, maka dilakukan ekspansi agar dapat dihitung secara analitik.

#### 3.1.1 Kasus Khusus Pertama

Jadi, dari persamaan (3.2) tersebut kita andaikan  $\gamma r \gg \frac{1}{2}$  atau  $r \gg \frac{1}{2\gamma}$ , konsekuensinya  $(\gamma r + \frac{1}{2})$  menjadi  $\gamma r$ , dan  $[(\gamma r)^2 + 1]$  dapat direduksi menjadi  $(\gamma r)^2$ . Sehingga integral hanya menyisakan

$$\int_R^{R+a} \frac{G^2 e^{-2\gamma r} \gamma^2}{(\gamma r)^2} \left[ \left( \gamma r + \frac{1}{2} \right)^2 + 1 \right] dr$$

$$\int_R^{R+a} \frac{G^2 e^{-2\gamma r} \gamma^2}{(\gamma r)^2} [(\gamma r)^2 + 1] dr$$

$$\int_R^{R+a} \frac{G^2 e^{-2\gamma r} \gamma^2}{(\gamma r)^2} (\gamma r)^2 dr$$

$$\int_R^{R+a} G^2 e^{-2\gamma r} \gamma^2 dr = -\frac{G^2 \gamma}{2} (e^{-2\gamma(R+a)} - e^{-2\gamma R}) \quad (3.3)$$

persamaan awal menjadi

$$P = \frac{1}{2} \frac{k\omega\epsilon}{\gamma^2} \left[ \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} A e^{i\phi} \sin \phi \right]^2 \int_0^{2\pi} \int_R^{R+a} G^2 e^{-2\gamma r} \gamma^2 dr d\phi$$

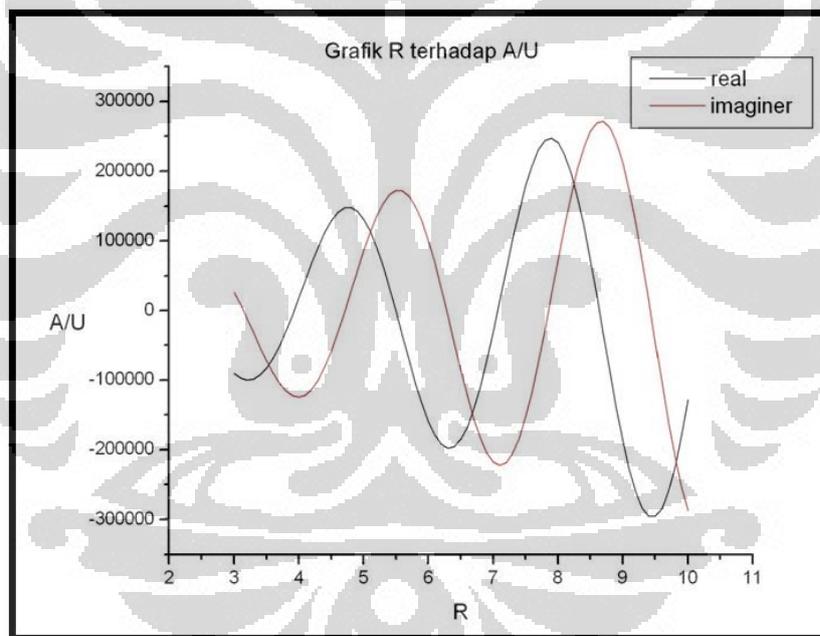
$$P = \frac{1}{2} \frac{k\omega\epsilon}{\gamma^2} \left[ \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} A e^{i\phi} \sin \phi \right]^2 \int_0^{2\pi} \left[ -\frac{G^2 \gamma}{2} (e^{-2\gamma(R+a)} - e^{-2\gamma R}) \right] d\phi$$

$$P = \frac{k\omega\epsilon\pi}{\gamma^2} \left[ \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} A e^{i\phi} \sin \phi \right]^2 \left[ -\frac{G^2 \gamma}{2} (e^{-2\gamma(R+a)} - e^{-2\gamma R}) \right] \quad (3.4)$$

Jadi, nilai koefisien amplitudo untuk pelengkungan makro adalah

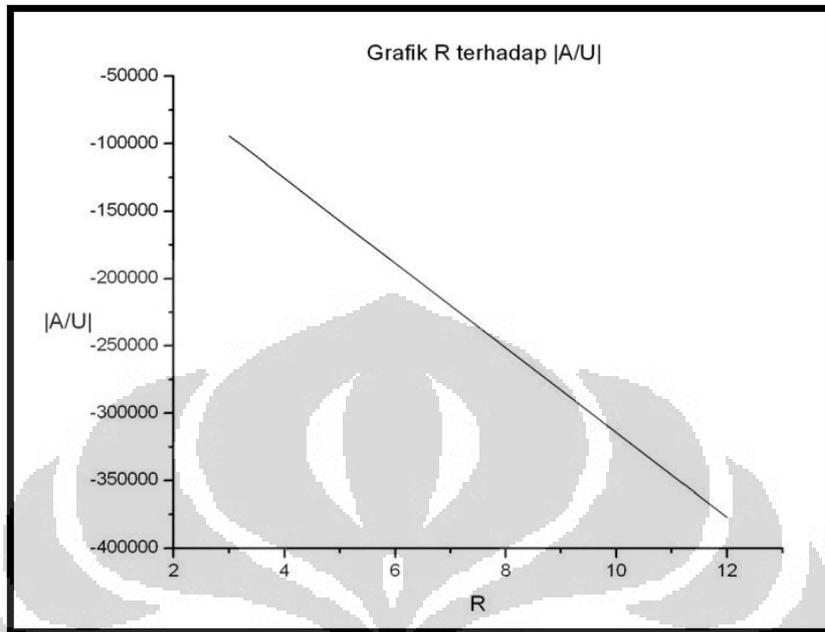
$$A = \left( P \frac{\gamma^2}{k\omega\epsilon\pi} \left[ \frac{H_v^{(1)}(i\gamma a)}{J_v(\kappa a) e^{i\phi} \sin \phi} \right]^2 \left[ -\frac{2}{G^2 \gamma (e^{-2\gamma(R+a)} - e^{-2\gamma R})} \right] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.5)$$

Kemudian nilai di atas diplot untuk melihat hubungan antara R dengan A/U dengan U adalah nilai konstanta lainnya. Dikarenakan dalam persamaan di atas ada bagian real dan imajiner yang berasal dari bentuk eksponensial, maka plot dipisah terlebih dahulu agar dapat dilihat pengaruh dari bagian imajiner terhadap bagian realnya dengan grafik di bawah ini



Gambar 3.1: Grafik plot antara R dengan A/U untuk kasus khusus pertama

Lalu jika bagian real dan imajiner digabungkan maka akan didapatkan grafik seperti di bawah ini dengan membandingkan nilai R dengan nilai mutlak dari A/U.



Gambar 3.2: Grafik plot antara R dengan  $|A/U|$  untuk kasus khusus pertama

### 3.1.2 Kasus Khusus Kedua

Kita lihat kembali ke persamaan (3.1), tetapi dengan syarat  $\gamma r \ll \frac{1}{2}$  atau  $r \ll \frac{1}{2\gamma}$

$$\int_R^{R+a} \frac{G^2 e^{-2\gamma r} \gamma^2}{(\gamma r)^2} \left[ (\gamma r)^2 \left( 1 + \frac{1}{2\gamma r} \right)^2 + 1 \right] dr$$

dari persamaan di atas, kita dapat mengekspansi dengan menggunakan deret Taylor

$$\left( 1 + \frac{1}{2\gamma r} \right)^2 \approx 1 + \frac{1}{\gamma r}$$

Dengan demikian persamaan awal menjadi,

$$\int_R^{R+a} \frac{G^2 e^{-2\gamma r} \gamma^2}{(\gamma r)^2} [(\gamma r)^2 + \gamma r + 1] dr$$

kita jabarkan persamaan di atas

$$\int_R^{R+a} G^2 e^{-2\gamma r} \gamma^2 + \int_R^{R+a} \frac{G^2 e^{-2\gamma r} \gamma^2}{\gamma r} + \int_R^{R+a} \frac{G^2 e^{-2\gamma r} \gamma^2}{(\gamma r)^2} dr$$

suku integral pertama telah diselesaikan sebelumnya pada kasus khusus pertama. Sedangkan untuk suku integral kedua dan ketiga memerlukan perhitungan yang

lebih. Maka, untuk menyelesaikan dua suku integral tersebut bentuk eksponensial dapat diekspansi dalam bentuk deret Maclaurin.

Bentuk eksponensial yang diubah menggunakan deret Maclaurin menjadi

$$e^{-2\gamma r} = 1 - 2\gamma r + \frac{(2\gamma)^2 r^2}{2!} - \frac{(2\gamma)^3 r^3}{3!} + \frac{(2\gamma)^4 r^4}{4!} - \dots$$

kita hitung bagian suku ke dua terlebih dahulu,

$$\begin{aligned} \int_R^{R+a} G^2 e^{-2\gamma r} \frac{\gamma^2}{\gamma r} &= \int_R^{R+a} \frac{G^2 \gamma}{r} \left[ 1 - 2\gamma r + \frac{(2\gamma)^2 r^2}{2!} - \frac{(2\gamma)^3 r^3}{3!} + \frac{(2\gamma)^4 r^4}{4!} - \dots \right] dr \\ &= \int_R^{R+a} G^2 \gamma \left[ \frac{1}{r} - 2\gamma + \frac{(2\gamma)^2 r}{2!} - \frac{(2\gamma)^3 r^2}{3!} + \frac{(2\gamma)^4 r^3}{4!} - \dots \right] dr \\ &= G^2 \gamma \left[ \ln r - 2\gamma r + \frac{(2\gamma)^2 r^2}{2!(2)} - \frac{(2\gamma)^3 r^3}{3!(3)} + \frac{(2\gamma)^4 r^4}{4!(4)} - \dots \right] \Big|_R^{R+a} \end{aligned}$$

dengan syarat  $r \ll \frac{1}{2\gamma}$ , maka yang diambil hanya dua suku pertama saja

$$\begin{aligned} \int_R^{R+a} G^2 e^{-2\gamma r} \frac{\gamma^2}{\gamma r} &= G^2 \gamma [\ln r - 2\gamma r] \Big|_R^{R+a} \\ &= G^2 \gamma \left[ \ln \frac{R+a}{R} - 2\gamma a \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

Demikian juga halnya dengan bentuk dari suku ketiga

$$\begin{aligned} \int_R^{R+a} \frac{G^2 e^{-2\gamma r} \gamma^2}{(\gamma r)^2} dr &= \int_R^{R+a} \frac{G^2}{r^2} \left[ 1 - 2\gamma r + \frac{(2\gamma)^2 r^2}{2!} - \frac{(2\gamma)^3 r^3}{3!} + \frac{(2\gamma)^4 r^4}{4!} - \dots \right] dr \\ &= \int_R^{R+a} G^2 \left[ \frac{1}{r^2} - \frac{2\gamma}{r} + \frac{(2\gamma)^2}{2!} - \frac{(2\gamma)^3 r}{3!} + \frac{(2\gamma)^4 r^2}{4!} - \dots \right] dr \\ &= G^2 \left[ -\frac{1}{r} - 2\gamma \ln r + \frac{(2\gamma r)^2}{2!} - \frac{(2\gamma)^3 r^2}{3!(2)} + \frac{(2\gamma)^4 r^3}{4!(3)} - \dots \right] \Big|_R^{R+a} \end{aligned}$$

dengan syarat yang sama  $r \ll \frac{1}{2\gamma}$

$$\begin{aligned} \int_R^{R+a} \frac{G^2 e^{-2\gamma r} v^2}{(\gamma r)^2} dr &= \frac{G^2 v^2}{\gamma^2} \left[ -\frac{1}{r} - 2\gamma \ln r \right] \Big|_R^{R+a} \\ &= \frac{G^2 v^2}{\gamma^2} \left[ -\frac{1}{R+a} + \frac{1}{R} - 2\gamma \ln \frac{R+a}{R} \right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

Jadi, untuk  $r \ll \frac{1}{2\gamma}$  masukkan persamaan (3.3), (3.4) dan (3.5)

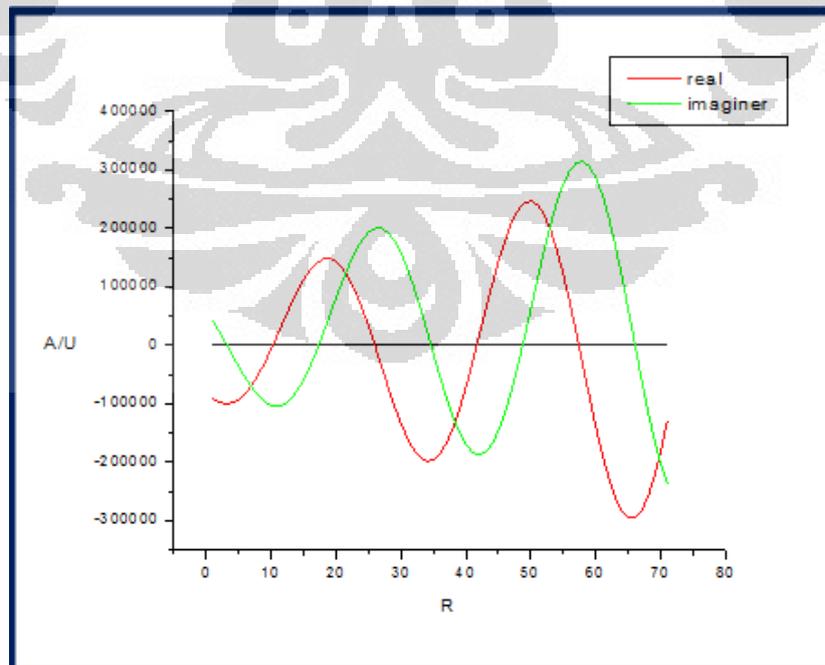
$$P = \frac{1}{2} \frac{k\omega\epsilon}{\gamma^2} \left[ \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} A e^{i\phi} \sin \phi \right]^2 \int_0^{2\pi} \left( -\frac{G^2 \gamma}{2} (e^{-2\gamma(R+a)} - e^{-2\gamma R}) \right)$$

$$\begin{aligned}
& +G^2\gamma \left[ \ln \frac{R+a}{R} - 2\gamma a \right] + G^2 \left[ -\frac{1}{R+a} + \frac{1}{R} - 2\gamma \ln \frac{R+a}{R} \right] \Big) d\phi \\
P = & \frac{k\omega\epsilon\pi G^2}{\gamma^2} \left[ \frac{J_v(\kappa a)}{H_v^{(1)}(i\gamma a)} A e^{i\phi} \sin \phi \right]^2 \left( -\frac{\gamma}{2} (e^{-2\gamma(R+a)} - e^{-2\gamma R}) \right. \\
& \left. + \gamma \left[ \ln \left| \frac{R+a}{R} \right| - 2\gamma a \right] + \left[ -\frac{1}{R+a} + \frac{1}{R} - 2\gamma \ln \left| \frac{R+a}{R} \right| \right] \right) \quad (3.8)
\end{aligned}$$

Jadi, nilai koefisien amplitudo untuk pelengkungan mikro adalah

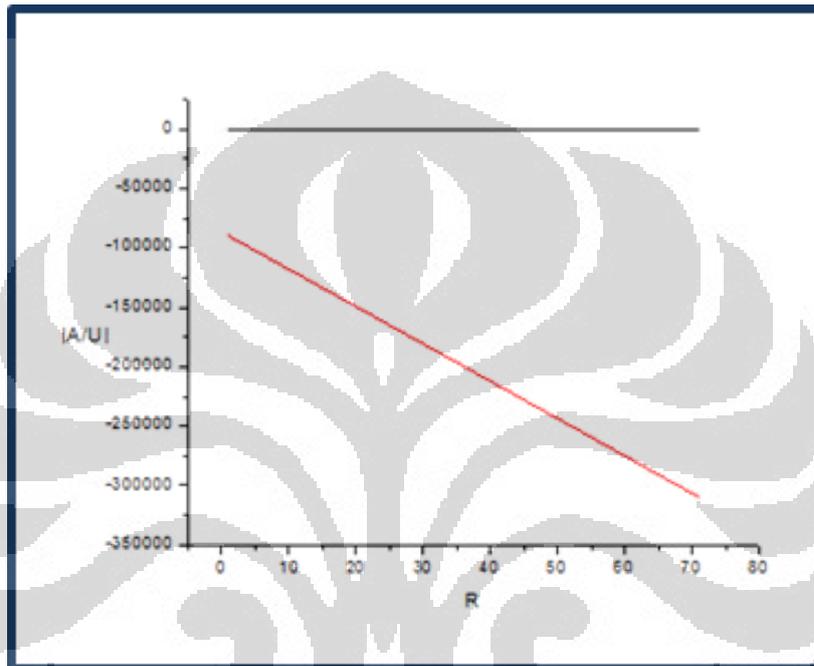
$$\begin{aligned}
A = & \left( P \frac{\gamma^2}{k\omega\epsilon\pi G^2} \left[ \frac{H_v^{(1)}(i\gamma a)}{J_v(\kappa a) e^{i\phi} \sin \phi} \right]^2 \left( -\frac{2}{\gamma (e^{-2\gamma(R+a)} - e^{-2\gamma R})} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{\gamma \left[ \ln \left| \frac{R+a}{R} \right| - 2\gamma a \right]} + \frac{1}{\left[ -\frac{1}{R+a} + \frac{1}{R} - 2\gamma \ln \left| \frac{R+a}{R} \right| \right]} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.9)
\end{aligned}$$

Kemudian nilai di atas diplot seperti pada kasus khusus pertama, dikarenakan dalam persamaan di atas juga ada bagian real dan imajiner yang berasal dari bentuk eksponensial, maka plot juga dipisah terlebih dahulu agar dapat dilihat pengaruh dari bagian imajiner terhadap bagian realnya dengan grafik di bawah ini.



Gambar 3.3: Grafik plot antara R dengan A/U untuk kasus khusus kedua

Kemudian jika bagian real dan imajiner digabungkan maka akan didapatkan grafik seperti di bawah ini dengan membandingkan nilai R dengan nilai mutlak dari A/U.



Gambar 3.4: Grafik plot antara R dengan  $|A/U|$  untuk kasus khusus kedua

## Bab 4

# Hasil dan Pembahasan

### 4.1 Parameter Kelengkungan Makro dan Mikro

Pada bab sebelumnya telah dibahas untuk mendapatkan nilai koefisien amplitudo. Nilai koefisien amplitudo untuk  $\gamma r \gg 1/2$  adalah

$$A = \left( P \frac{\gamma^2}{k\omega\epsilon\pi G^2} \left[ \frac{H_v^{(1)}(i\gamma a)}{J_v(\kappa a) e^{i\phi} \sin \phi} \right]^2 \left( \frac{2}{\gamma(e^{-2\gamma(R+a)} - e^{-2\gamma R})} + \frac{1}{\gamma [\ln |\frac{R+a}{R}| - 2\gamma a]} + \frac{\gamma^2}{v^2} \left[ -\frac{1}{R+a} + \frac{1}{R} - 2\gamma \ln |\frac{R+a}{R}| \right] \right) \right)^{\frac{1}{2}}$$

dan nilai koefisien amplitudo untuk  $\gamma r \ll 1/2$

$$A = \left( P \frac{\gamma^2}{k\omega\epsilon\pi} \left[ \frac{H_v^{(1)}(i\gamma a)}{J_v(\kappa a) e^{i\phi} \sin \phi} \right]^2 \left[ \frac{2}{G^2 \gamma (e^{-2\gamma(R+a)} - e^{-2\gamma R})} \right] \right)^{\frac{1}{2}}$$

Setelah didapatkan nilai koefisien amplitudo dengan kasus khusus bila  $\gamma r \gg 1/2$  dan  $\gamma r \ll 1/2$  dengan nilai  $r = R + a$ , maka parameter-parameternya adalah

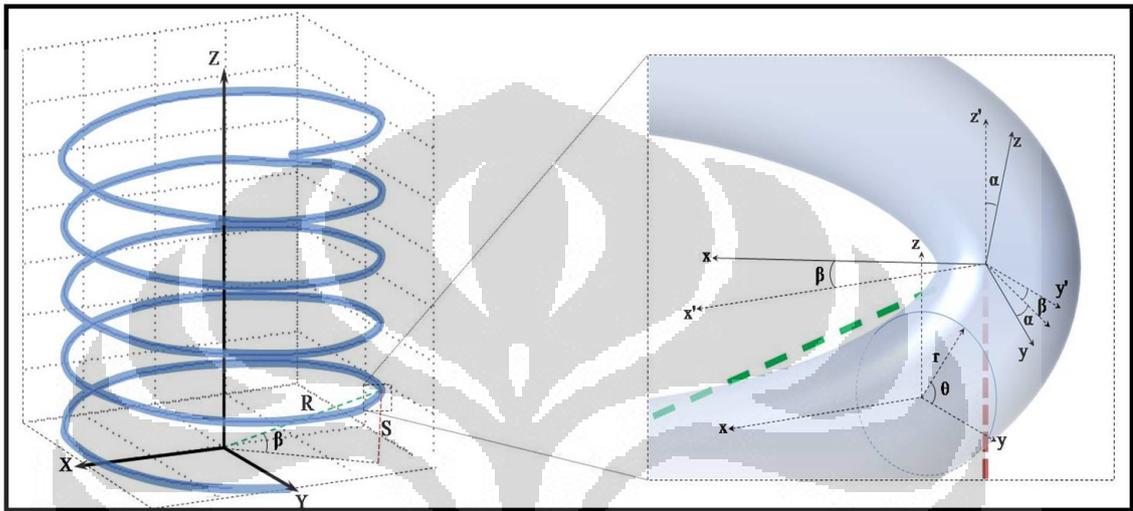
Pelengkungan makro :  $r \gg a$  ( $R \gg 1$ )

Pelengkungan mikro :  $r \propto a$  ( $R \propto 1$ )

Setelah didapatkan nilai koefisien amplitudonya, akan dilakukan transformasi koordinat menjadi koordinat melingkar saat serat optik dililitkan pada sebuah pipa paralon.

## 4.2 Sistem Koordinat

Gambar di bawah menjelaskan suatu koordinat kecil ( $x, y, z$ ) yang bergerak yang terhadap koordinat besar yang tetap (*fixed*).



Gambar 4.1: Koordinat helix

Kita harus mentransformasikan koordinat ( $x, y, z$ ) dalam perhitungan ke koordinat sistem dari sistem inersia ( $X, Y, Z$ ). Koordinat ( $x, y, z$ ) berubah seiring dengan perputaran serat optik, maka terlebih dahulu koordinat tersebut dirotasikan terhadap sumbu  $x$  sehingga sumbu  $z$  searah dengan sumbu  $Z$ . Kemudian sumbu  $z$  tersebut dirotasikan sedemikian rupa agar sumbu  $x$  dan  $y$  searah dengan sumbu  $X$  dan  $Y$ . Jadi, akan lebih mudah untuk ditransformasikan.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R \cos \beta \\ R \sin \beta \\ s \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \cos \alpha & \sin \beta \sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \cos \alpha & -\cos \beta \sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R \cos \beta \\ R \sin \beta \\ s \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$$X = x' \cos \beta - y' \sin \beta \cos \alpha + z' \sin \beta \sin \alpha + R \cos \beta$$

$$Y = x' \sin \beta + y' \cos \beta \cos \alpha - z' \cos \beta \sin \alpha + R \sin \beta$$

$$Z = y' \sin \alpha + z' \cos \alpha + s \sin \alpha$$

$$\begin{aligned}
 X &= (R + x') \cos \beta - y' \sin \beta \cos \alpha + z' \sin \beta \sin \alpha \\
 Y &= (R + x') \sin \beta + y' \cos \beta \cos \alpha - z' \cos \beta \sin \alpha \\
 Z &= (s + y') \sin \alpha + z' \cos \alpha
 \end{aligned}$$

Selanjutnya kita ganti koordinat kartesian dari  $(x', y', z')$  menjadi koordinat polar menyesuaikan dengan bentuk dari *wave guide*, dengan  $x' = a \sin \theta$ ,  $y' = 0$ ,  $z' = a \cos \theta$ .

$$\begin{aligned}
 X &= (R + a \sin \theta) \cos \beta + a \cos \theta \sin \beta \sin \alpha \\
 Y &= (R + a \sin \theta) \sin \beta - a \cos \theta \cos \beta \sin \alpha \\
 Z &= s \sin \alpha + a \cos \theta \cos \alpha
 \end{aligned}$$

# Bab 5

## Penutup

### 5.1 Kesimpulan

Telah dilakukan perhitungan pelengkungan mikro dan makro serat optik dengan menurunkan persamaan Maxwell dan didapatkan nilai komponen-komponen medan listrik dan medan magnetnya berupa fungsi Bessel. Setelah menyederhanakan bentuk persamaan pada komponen medan listrik dan medan magnet dan didapat satu koefisien amplitudo saja. Kemudian dicari nilai dayanya ( $P$ ) untuk pelengkungan mikro dan makro serat optik dengan mengekspansi persamaan daya tersebut agar didapatkan persamaan koefisien amplitudonya secara analitik.

Nilai koefisien amplitudo untuk  $\gamma r \gg 1/2$  adalah

$$A = \left( P \frac{\gamma^2}{k\omega\epsilon\pi G^2} \left[ \frac{H_v^{(1)}(i\gamma a)}{J_v(\kappa a) e^{i\phi} \sin \phi} \right]^2 \left( \frac{2}{\gamma(e^{-2\gamma(R+a)} - e^{-2\gamma R})} + \frac{1}{\gamma \left[ \ln \left| \frac{R+a}{R} \right| - 2\gamma a \right]} + \frac{\gamma^2}{v^2} \left[ -\frac{1}{R+a} + \frac{1}{R} - 2\gamma \ln \left| \frac{R+a}{R} \right| \right] \right) \right)^{\frac{1}{2}}$$

dan nilai koefisien amplitudo untuk  $\gamma r \ll 1/2$

$$A = \left( P \frac{\gamma^2}{k\omega\epsilon\pi} \left[ \frac{H_v^{(1)}(i\gamma a)}{J_v(\kappa a) e^{i\phi} \sin \phi} \right]^2 \left[ -\frac{2}{G^2 \gamma (e^{-2\gamma(R+a)} - e^{-2\gamma R})} \right] \right)^{\frac{1}{2}}$$

dengan nilai  $r = R + a$ , maka parameter-parameternya adalah

Pelengkungan makro :  $r \gg a$  ( $R \gg 1$ )

Pelengkungan mikro :  $r \propto a (R \propto 1)$

Perhitungan selanjutnya yaitu mendapatkan persamaan sistem koordinat untuk jalannya daya.

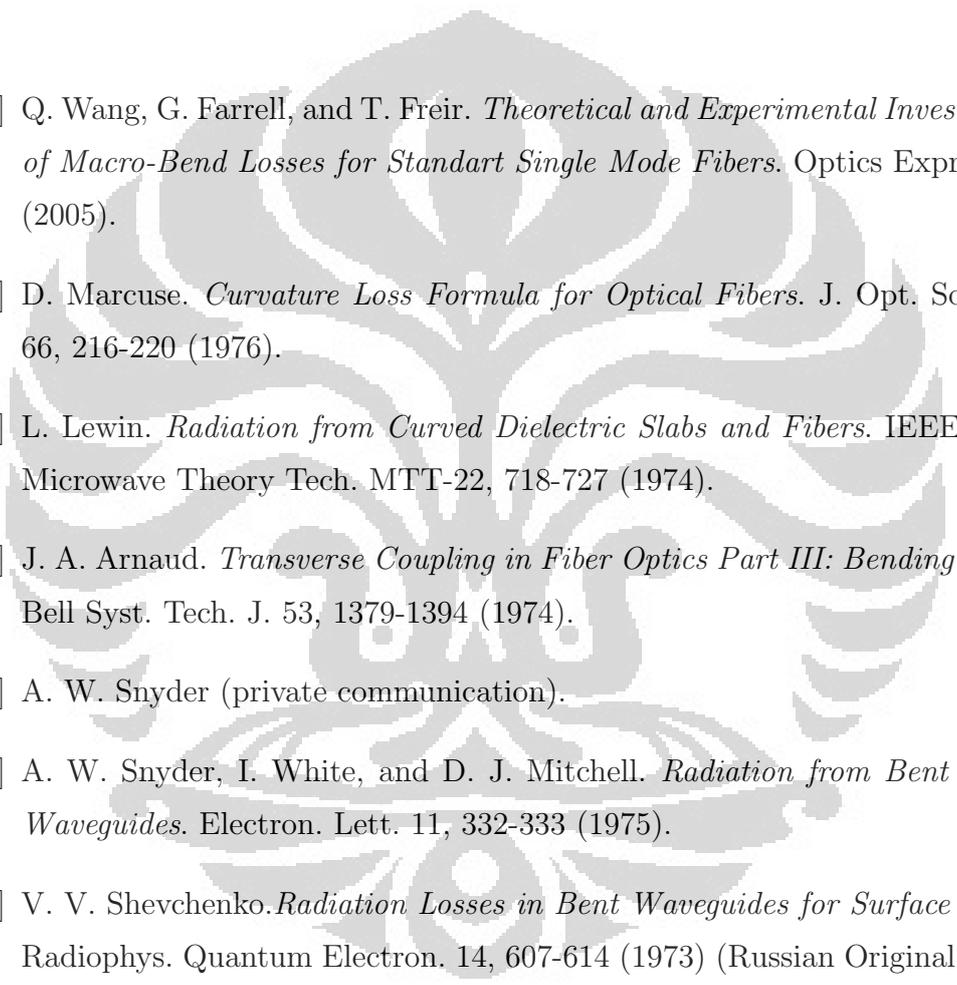
$$X = (R + a \sin \theta) \cos \beta + a \cos \theta \sin \beta \sin \alpha$$

$$Y = (R + a \sin \theta) \sin \beta - a \cos \theta \cos \beta \sin \alpha$$

$$Z = s \sin \alpha + a \cos \theta \cos \alpha$$

Jika penelitian selanjutnya dapat dilakukan, bisa dibuat model dengan bentuk serat optik dililitkan pada sebuah bentuk yang akan menjadikan serat optik lebih sensitif. Jadi, akan lebih bagus digunakan dalam berbagai macam bidang sensor. Rumus koefisien amplitudo dan transformasi koordinat siap diaplikasikan untuk kasus sebenarnya memakai pemrograman numerik.

# Daftar Acuan

- 
- [1] Q. Wang, G. Farrell, and T. Freir. *Theoretical and Experimental Investigation of Macro-Bend Losses for Standart Single Mode Fibers*. Optics Express. 13, (2005).
- [2] D. Marcuse. *Curvature Loss Formula for Optical Fibers*. J. Opt. Soc. Am. 66, 216-220 (1976).
- [3] L. Lewin. *Radiation from Curved Dielectric Slabs and Fibers*. IEEE Trans. Microwave Theory Tech. MTT-22, 718-727 (1974).
- [4] J. A. Arnaud. *Transverse Coupling in Fiber Optics Part III: Bending Losses*. Bell Syst. Tech. J. 53, 1379-1394 (1974).
- [5] A. W. Snyder (private communication).
- [6] A. W. Snyder, I. White, and D. J. Mitchell. *Radiation from Bent Optical Waveguides*. Electron. Lett. 11, 332-333 (1975).
- [7] V. V. Shevchenko. *Radiation Losses in Bent Waveguides for Surface Waves*. Radiophys. Quantum Electron. 14, 607-614 (1973) (Russian Original 1971).
- [8] D. C. Chang and E. F. Kuester. *General Theory of Surface Wave Propagation on a Curved Optical Waveguide of Arbitrary Cross Section*. Scientific Report No. 11. Electromagnetics Laboratory, Dept. Electr. Eng., Univ. of Colo., Boulder, Colo.; also, IEEE J. Quantum Electron. QE-11, 903-907 (1975).
- [9] David J. Griffith. *Introduction to Electrodynamics*. Prentice-Hall, (1999).
- [10] D. Marcuse. *Light Transmission Optic*. Van Nostrand, (1992).

- [11] R. C. Gauthier and C. Ross. *Theoretical and Experimental Considerations for a Single-Mode Fiber-Optics Bend-Type Sensor*. Appl. Opt. 36, 6264-6273 (1997).
- [12] M. Abramowitz and I. A. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions of Mathematical Physics*. Chichester: Wiley-Interscience, (1996).
- [13] Z. Menachem and S. Tapuchi. Helical Waveguide with Two Bendings, and Applications. *Progress in Electromagnetics Research B*, Vol. 26, 115-147 (2010).
- [14] R. K. Wangsness. *Electromagnetic Fields*. John Wiley & sons. (1986).
- [15] D. Marcuse. *Theory of Dielectric Optical Waveguides*. Academic, New York. (1986).