



UNIVERSITAS INDONESIA

**MODEL PERTUKARAN HYPERON DAN SIGMA
UNTUK HAMBURAN KAON-NUKLEON**

TESIS

Agus Jarwanto
0706171655

UNIVERSITAS INDONESIA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI MAGISTER ILMU FISIKA
DEPOK
MEI 2011



UNIVERSITAS INDONESIA

**MODEL PERTUKARAN HYPERON DAN SIGMA
UNTUK HAMBURAN KAON-NUKLEON**

TESIS

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Magister Sains

Agus Jarwanto
0706171655

UNIVERSITAS INDONESIA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI MAGISTER ILMU FISIKA
DEPOK
MEI 2011

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

Tesis ini adalah hasil karya saya sendiri,
dan semua sumber yang dikutip maupun dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar.

Nama : Agus Jarwanto
NPM : 0706171655
Tanda Tangan :

Tanggal : 11 Juni 2011

HALAMAN PENGESAHAN

Tesis ini diajukan oleh :

Nama : Agus Jarwanto

NPM : 0706171655

Program Studi : Magister Ilmu Fisika

Judul Tesis : MODEL PERTUKARAN HYPERON DAN SIGMA
UNTUK HAMBURAN KAON-NUKLEON

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Magister Sains pada Program Studi Magister Fisika, Fakultas Matematika Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indonesia.

DEWAN PENGUJI

Pembimbing I : Dr. Agus Salam (.....)

Pembimbing II: Dr. Imam Fachruddin (.....)

Penguji : Dr. Terry Mart (.....)

Penguji : Dr. Anto Sulaksono (.....)

Penguji : Dr. Muhammad Hikam (.....)

Ditetapkan di : Jakarta

Tanggal : 30 Mei 2011

Finding God in All Things.

Wasis, Welas-Asih, Wicaksana, Wenang.



KATA PENGANTAR

Penulis bersyukur kepada Tuhan Yang Maha Baik untuk segala kasih karunia-Nya, hikmat dan setiap kekuatan yang diberikan-Nya sehingga penulis bisa menyelesaikan tesis ini. Penyusunan tesis telah menyita perhatian banyak orang di sekitar penulis.

Penulis sungguh-sungguh berterima kasih kepada :

1. DR. Agus Salam dan DR. Imam Fahcruddin sebagai dosen pembimbing tesis yang telah banyak mencurahkan energi, pengetahuan, dan waktu bagi penulis hingga tesis ini selesai.
2. Dosen-dosen di departemen Fisika yang telah berbagi pengetahuan fisika dan nilai-nilai hidup mulia kepada penulis antara lain Pak Terry, Pak Anto, Pak Hikam, Pak Aziz, Pak Supriyanto, Pak Handoko, Pak Harjo, Pak Dedi, Pak Budhi, Pak Joko, Pak Sastra, Pak Cuk, dan Pak Yunus
3. Istri dan anak-anakku (Adi dan Tian, Angel[†]) yang tercinta, orang tua dan adik-adik, untuk semua kasih, doa, dan dukungan kalian. Kalian adalah keluarga terbaik yang diberikan Tuhan untukku.
4. Teman-teman S2 Fisika Murni dan Terapan (Heni, Dona, Iin, Luhut, Mufti, Ziko, Dina, Bu Liz, Mas Tarto), juga Lomario dan Ryky untuk dukungan, dan diskusi yang luar biasa selama menjalani studi.
5. Pak Parman, Pak Lardi, para pegawai perpustakaan, dan semua staff Departemen Fisika maupun Dekanat MIPA untuk bantuannya kepada penulis terutama dalam mengurus administrasi.
6. Yayasan Budi Siswa, Pimpinan SMA Kanisius dan kolega yang memberi dukungan dan menyemangati penulis untuk terus berkembang.

Tiada gading yang tak retak. Penulis telah berusaha maksimal namun apabila dalam penyusunan atau penyajian tesis ini terdapat kekurangan, maka penulis berharap saran dan kritik yang membangun dari pembaca. Semoga fisika teori dapat lebih berkembang di Indonesia tercinta.

Depok, Mei 2011

Agus Jarwanto



HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai civitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Agus Jarwanto
NPM : 0706171655
Program Studi : Magister Ilmu Fisika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Tesis

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif** (*Non - exclusive Royalty - Free Right*) atas karya ilmiah saya yang berjudul:

MODEL PERTUKARAN HYPERON DAN SIGMA UNTUK HAMBURAN KAON-NUKLEON

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalih media/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*data base*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/ pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok
Pada tanggal : 11 Juni 2011
Yang menyatakan

(Agus Jarwanto)

ABSTRAK

Nama : Agus Jarwanto
Program Studi : Magister Ilmu Fisika
Judul Tesis : MODEL PERTUKARAN HYPERON DAN SIGMA
UNTUK HAMBURAN KAON-NUKLEON

Model potensial dibuat untuk interaksi KN. Potensial ini diturunkan dari diagram Feynman, untuk reaksi pertukaran hyperon dan sigma. Potensial yang dihasilkan akan di-*observable* dengan *spin observable* untuk menentukan nilai *differential cross section* terhadap sudut hambur pada keadaan momentum (energi) tertentu dengan memperhitungkan faktor bentuk sederhana.

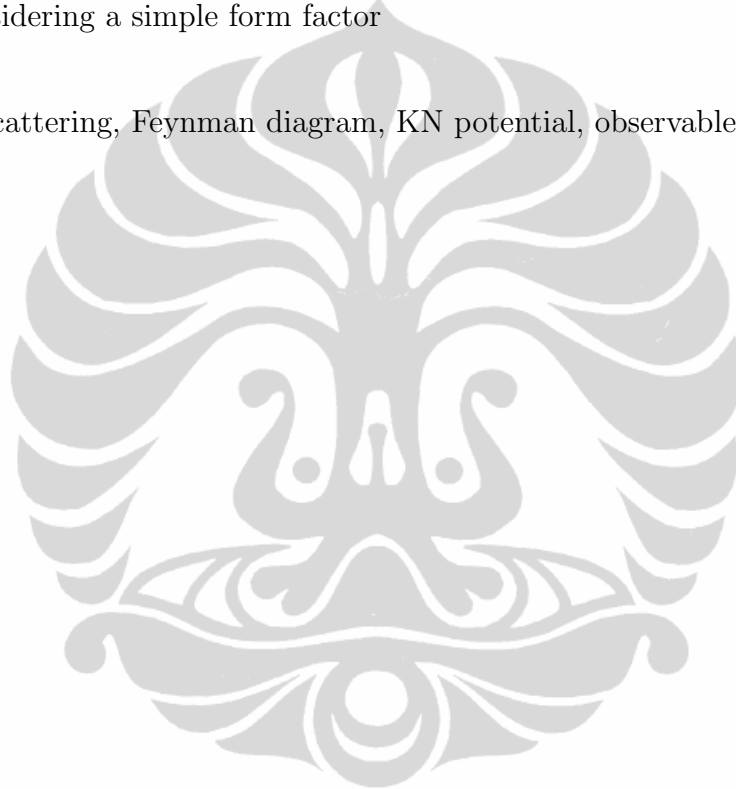
Kata Kunci: hamburan, diagram Feynman, potensial KN, *observable*.
xi + 50 hlm.: lamp.
Daftar Acuan: 22 (1975-2011)

ABSTRACT

Name : Agus Jarwanto
Study Program : Magister Ilmu Fisika
Title : HYPERON AND SIGMA EXCHANGE MODEL
FOR KAON-NUKLEON SCATTERING

A potential model made for KN interaction. This potential is derived from Feynmann diagram for hyperon and sigma exchange reaction. The resulting potential will be observed with the spin observable to determine the value of differential cross section to angle scattered at a particular momentum (energy) state by considering a simple form factor

Keywords: scattering, Feynman diagram, KN potential, observable.



Daftar Isi

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
KATA PENGANTAR	v
HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI	vii
ABSTRAK	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian	2
1.4 Metode Penelitian	3
2 HAMBURAN DUA PARTIKEL	4
2.1 Kinematika Hamburan Dua Partikel	4
2.2 Satuan Alami	8
2.3 Diagram Feynman	8
2.4 Persamaan Dirac dan Matrik Pauli	11
3 MODEL INTERAKSI	14
3.1 Diagram Feynman	14
3.2 Penurunan Interaksi KN dengan Pertukaran Hyperon	17
3.3 Penurunan Interaksi untuk Partikel Sigma	27
3.4 \mathcal{M} Total (Gabungan Hyperon dan Sigma)	29
3.5 Faktor Bentuk	30
4 OBSERVABLE HAMBURAN KN	33
4.1 Matrik-T dan Observable	33
4.2 Hasil dan Analisa	34
5 KESIMPULAN	50
DAFTAR ACUAN	51
LAMPIRAN	53

Daftar Gambar

2.1	Kinematika hamburan Kaon-Nukleon	5
3.1	Diagram hamburan nukleon-nukleon	14
3.2	Diagram orde terendah untuk hamburan kaon-nukleon	15
3.3	Diagram Feynman untuk hamburan KN dalam kerangka P.M.	16
3.4	Diagram-diagram Feynman hamburan KN dengan pertukaran Hyperon	17
3.5	Diagram Feynman untuk hamburan KN dengan pertukaran sigma	27
4.1	Grafik <i>differential cross section</i> (DCS) Sigma-hyperon dengan faktor bentuk dan variasi energi 100 MeV, 400 MeV, 700 MeV, dan 1000 MeV.	35
4.2	Grafik <i>differential cross section</i> (DCS) Lambda-hyperon dengan faktor bentuk dan variasi energi 100 MeV, 400 MeV, 700 MeV, dan 1000 MeV.	36
4.3	Grafik DCS Sigma-meson dengan faktor bentuk dan variasi energi 100 MeV, 400 MeV, 700 MeV, dan 1000 MeV.	37
4.4	Grafik DCS total ($\Sigma + \Lambda + \sigma$) dengan faktor bentuk variasi energi 100 MeV, 400 MeV, 700 MeV, dan 1000 MeV	38
4.5	Grafik DCS total ($\Sigma + \Lambda + \sigma$) tanpa faktor bentuk dengan variasi energi 100 MeV, 400 MeV, 700 MeV, dan 1000 MeV	39
4.6	Grafik DCS partikel Σ , Λ , σ dan total ($\Sigma + \Lambda + \sigma$) dengan faktor bentuk untuk energi 100 MeV	40
4.7	Grafik DCS partikel Σ , Λ , σ dan total ($\Sigma + \Lambda + \sigma$) dengan faktor bentuk untuk energi 400 MeV	41
4.8	Grafik DCS partikel Σ , Λ , σ dan total ($\Sigma + \Lambda + \sigma$) dengan faktor bentuk untuk energi 700 MeV	42
4.9	Grafik DCS partikel Σ , Λ , σ dan total ($\Sigma + \Lambda + \sigma$) dengan faktor bentuk untuk energi 1000 MeV	43
4.10	Grafik perbandingan total($\Sigma + \Lambda + \sigma$) tanpa bentuk dengan faktor bentuk untuk energi 100 MeV	44
4.11	Grafik perbandingan total($\Sigma + \Lambda + \sigma$) tanpa bentuk dengan faktor bentuk untuk energi 400 MeV	45
4.12	Grafik perbandingan total($\Sigma + \Lambda + \sigma$) tanpa bentuk dengan faktor bentuk untuk energi 700 MeV	46
4.13	Grafik perbandingan total($\Sigma + \Lambda + \sigma$) tanpa bentuk dengan faktor bentuk untuk energi 1000 MeV	47

Bab 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Gaya nuklir kuat yang digambarkan sebagai pertukaran meson, pertama kali dicetuskan oleh Hideki Yukawa pada tahun 1935 untuk menjelaskan interaksi antar nukleon. Yukawa mengusulkan bahwa gaya kuat dimediasi oleh partikel yang tidak mematuhi larangan Pauli yang akhirnya dikenal sebagai pion. Teori modern saat ini menjelaskan bahwa gaya kuat bekerja pada partikel paling elementer, yaitu quark. Quark-quark tersebut diikat dengan kuat oleh partikel mediator yang disebut *gluon*.

Hamburan pion nukleon (π N) telah banyak diteliti dan telah dapat dijelaskan lebih memadai ketimbang hamburan Kaon-Nukleon (selanjutnya cukup ditulis KN). Fenomena hamburan KN menarik minat banyak penelitian fisika partikel dikarenakan beberapa hal.

Pertama, terdapat efek spin-orbit yang besar yang teramati khususnya pada gelombang parsial (*partial wave* = PW) dan kemungkinan adanya kondensasi Kaon pada materi nuklir yang padat. Kedua, sifat strangeness yang ada dalam Kaon membuatnya dapat mentransfer derajat kebebasan tambahan pada Nukleus. Ditambah kenyataan bahwa Kaon tidak menaati Azas Larangan Pauli menjadikannya proyektil yang berguna untuk mempelajari struktur nuklir. Tetapi kesuksesan penggunaan partikel Kaon dalam mempelajari struktur nuklir membutuhkan pengetahuan tentang bagaimana sebenarnya interaksi antara Kaon dengan Nukleus. Dan tiap model teoretis interaksi Kaon dengan Nukleus dimulai dari interaksi KN.

Interaksi kaon-nukleon adalah subyek yang penting dalam telaah interaksi kuat. Interaksi ini menjadi dasar bagi banyak proses hadronik terutama interaksi nukleon-hyperon, produksi elektromagnetik kaon, dan kondensasi kaon pada materi nuklir rapat. Interaksi KN dapat dipelajari dengan pendekatan teori pertukaran meson dan baryon, teori pertubasi chiral, model quark, dan pendekatan interaksi separabel. Pertukaran hyperon dan sigma penulis pilih untuk penelitian ini.

Semenjak Feynman mempublikasikan diagramnya, generasi fisikawan berikutnya banyak menghabiskan waktu untuk mempelajari proses hamburan dan kemudian menguji perhitungan mereka di laboratorium. Diagram Feynman dan aturannya ternyata selain mampu menyederhanakan perhitungan, juga dapat memprediksi banyak hal dengan sangat akurat ketika eksperimental membuktikannya. Alhasil, dalam perjalanan waktu partikel baru tersebut sungguh ditemukan. Anderson dan Neddermeyer pada tahun 1936 berhasil menemukan μ meson atau meson- μ . Meson- π ditemukan Powel pada tahun 1946. Dan, Meson ω ditemukan oleh Mablick, dkk. pada tahun 1961 [13]. Sehingga diagram Feynman banyak digunakan oleh fisikawan partikel baik teoritik maupun eksperimental.

1.2 Perumusan Masalah

Hamburan KN merupakan fenomena yang ideal untuk mempelajari asal mula gaya nuklir nonresonan. Rumusan masalah penelitian yaitu: Apa yang ditunjukkan oleh bentuk potensial yang dibuat dalam penelitian ini dengan spin observable? Apa pengaruh faktor bentuk pada potensial dalam penelitian ini?

1.3 Tujuan Penelitian

Penelitian bertujuan menggunakan diagram Feynman untuk menghasilkan model potensial dari interaksi KN dengan pertukaran hyperon dan sigma.

1.4 Metode Penelitian

Ibarat orang ingin mengetahui isi semangka, cara paling sederhana adalah dengan membenturkan semangka agar pecah dan terhambur sehingga bisa diketahui bagian dalamnya. Teknik yang cukup baik untuk perhitungan hamburan energi rendah adalah teknik gelombang parsial ($=$ *partial wave* $=$ *PW*) yang menggunakan *eigenstate* momentum angular sebagai basis perhitungan. Hal ini terkait dengan gaya nuklir yang bersifat *short range* sehingga cukup memadai perhitungan momentum angular total pada energi rendah.

Teknik *PW* lebih mengarah pada kajian yang menggunakan *eigenstate* momentum angular total sebagai basis perhitungan. Untuk level energy tinggi, teknik *PW* kurang memadai karena memerlukan momentum angular yang lebih banyak dihitung sehingga perumusan dan perhitungan numerik menjadi semakin berat. Teknik 3D digunakan untuk level energy tinggi dengan ruang momentum pilihan yaitu state vector momentum sebagai basis perhitungan. Teknik ini telah teruji baik digunakan untuk system 2 partikel identik tanpa spin [16] dan system nukleon-nukleon [12]. Dalam [2] pengembangan teknik 3D diterapkan juga untuk hamburan partikel berspin 0 dan $\frac{1}{2}$.

Penelitian diawali dengan menurunkan bentuk potensial KN dari diagram Feynman. Kemudian kontribusi hyperon dan sigma akan ditelaah dengan menganalisa besaran hamburan KN yang dihitung menggunakan aproksimasi born pertama.

Penyajian penelitian ditulis dengan sistematika sebagai berikut. Dalam Bab 1 disajikan Pendahuluan yang melatar belakangi penelitian. Bab 2 berisi tentang diagram Feynman dan aturan-aturannya yang berguna untuk mengerjakan bentuk potensial. Bab 3 berisi penurunan potensial yang tidak hanya bagi partikel hyperon [5], tetapi lebih dari itu penulis juga mengerjakan untuk partikel sigma(meson skalar). Hasil perhitungan observable dan analisa dituliskan pada bab 4. Bab 5 berisi kesimpulan.

Bab 2

HAMBURAN DUA PARTIKEL

2.1 Kinematika Hamburan Dua Partikel

Dalam kerangka laboratorium, terdapat sistem dua partikel bermassa m_1 dan m_2 dengan momentum awal partikel satu \vec{k}_1 dan partikel dua \vec{k}_2 . Partikel m_1 sebagai partikel proyektil dan partikel m_2 sebagai target dengan momentum awal $\vec{k}_2 = 0$. Momentum akhir proyektil dan target dinotasikan sebagai \vec{k}'_1 dan \vec{k}'_2 . Selanjutnya persoalan dalam perhitungan bisa dipermudah apabila digunakan kerangka pusat massa. Untuk memudahkan perhitungan proses hamburan digunakan momentum relatif (\vec{p}) yang didefinisikan sebagai

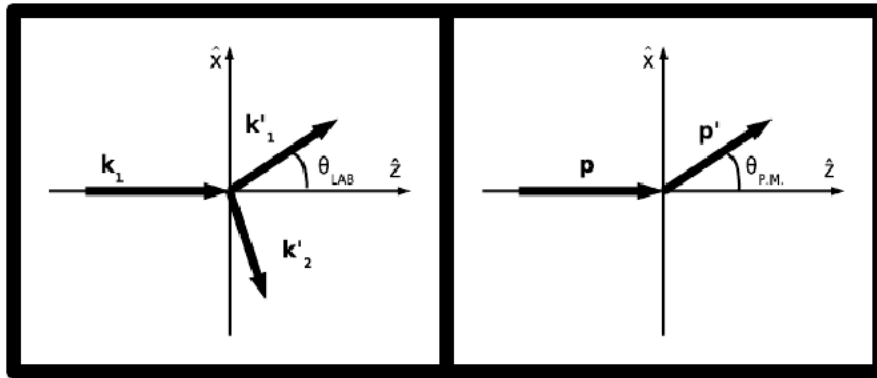
$$\vec{p} \equiv \frac{m_2 \vec{k}_1 - m_1 \vec{k}_2}{m_1 + m_2} \quad (2.1)$$

Dalam kerangka acuan pusat massa, momentum awal dan akhir bagi partikel proyektil (m_1) yaitu \vec{p}_1 dan \vec{p}'_1 . Momentum awal dan akhir dari partikel target (m_2) adalah \vec{p}_2 dan \vec{p}'_2 . Vektor momentum ini selalu sama dan bersifat kekal dalam proses hamburan yaitu $|\vec{p}| = |\vec{p}'|$. Transformasi yang menghubungkan momentum dalam kerangka laboratorium maupun kerangka pusat massa diberikan dalam persamaan berikut

$$\vec{p} = \vec{p}_1 = -\vec{p}_2 = \frac{m_2}{m} \vec{k}_1 = \frac{\mu}{m_1} \vec{k}_1 \quad (2.2)$$

dengan $m = m_1 + m_2$ dan μ adalah massa tereduksi yang bernilai

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (2.3)$$



Gambar 2.1: Kinematika hamburan Kaon-Nukleon

Energi kinetik total sistem (E_k) dalam suatu kerangka acuan adalah penjumlahan dari energi kinetik masing-masing partikel. Energi kinetik bersifat kekal dalam suatu hamburan, sehingga berlaku:

$$E_{k(Lab)} = E_{k1} = E'_{k1} + E'_{k2} \quad (2.4)$$

$$E_{k(Lab)} = \frac{k_1^2}{2m_1} = \frac{k_1'^2}{2m_1} + \frac{k_2'^2}{2m_2} \quad (2.5)$$

$$E_{k(P.M.)} = \frac{p^2}{2\mu} = \frac{p'^2}{2\mu} \quad (2.6)$$

Oleh karena hamburan bersifat elastik, besar energi akhir sama dengan energi awal. Perbandingan antara energi dalam kerangka laboratorium dengan energi dalam pusat massa yaitu:

$$E_{P.M.} = \frac{p^2}{2\mu} = \frac{\mu}{2m_1^2} \vec{k}_1^2 \quad (2.7)$$

$$E_{P.M.} = \frac{\mu}{m_1} E_{Lab} \quad (2.8)$$

Skema hamburan ditunjukkan pada gambar 2.1 dimana proyektil datang pada arah sumbu-z dengan momentum $\vec{k}_1 = k_1 \hat{z}$ dan $\vec{p} = p \hat{z}$. Hamburan terjadi pada bidang $\hat{x} - \hat{z}$. Vektor momentum akhir dalam kerangka acuan pusat massa yaitu:

$$\begin{aligned}\vec{p}' &= p'_x \hat{x} + p'_z \hat{z} \\ &= p \sin \theta_{P.M} \hat{x} + p \cos \theta_{P.M} \hat{z}\end{aligned}\quad (2.9)$$

Seperti pada persamaan (2.1), momentum relatif setelah hamburan

$$\vec{p}' = \frac{m_2 \vec{k}'_1 - m_1 \vec{k}'_2}{m_1 + m_2} \quad (2.10)$$

Uraian vektor momentum dalam kerangka laboratorium setelah hamburan:

$$\vec{k}'_{1x} = \vec{k}'_1 \sin \theta_l \quad (2.11)$$

$$\vec{k}'_{1z} = \vec{k}'_1 \cos \theta_l \quad (2.12)$$

$$\vec{k}'_{2x} = \vec{k}'_2 \cos \alpha \quad (2.13)$$

$$\vec{k}'_{2z} = \vec{k}'_2 \sin \alpha \quad (2.14)$$

Dengan memperhatikan persamaan (2.9), (2.10) dan $|p| = |p'|$ (besar momentum sebelum hamburan sama dengan besar momentum setelah hamburan) serta

$$\vec{k}'_{2x} = -\vec{k}'_{1x} = \vec{k}'_1 \sin \theta_l \quad (2.15)$$

maka sesuai hukum kekekalan momentum pada arah sumbu-x

$$p \sin \theta_{P.M} = \frac{m_2 \vec{k}'_{1x} - m_1 \vec{k}'_{2x}}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 \vec{k}'_1 \sin \theta_l - m_1 (-\vec{k}'_1 \sin \theta_l)}{m_1 + m_2} \quad (2.16)$$

sehingga diperoleh persamaan

$$\sin \theta_{P.M} = \frac{\vec{k}'_1 \sin \theta_l}{p} \quad (2.17)$$

atau

$$\sin \theta_l = \frac{p \sin \theta_{P.M}}{\vec{k}'_1} \quad (2.18)$$

Dalam arah sumbu-z berlaku juga hukum kekekalan momentum

$$\begin{aligned}\vec{k}'_1 &= \vec{k}'_1 \cos \theta_l + \vec{k}'_2 \cos \alpha \\ \vec{k}'_2 \cos \alpha &= \vec{k}'_1 - \vec{k}'_1 \cos \theta_l\end{aligned}\quad (2.19)$$

masih dalam arah-z,

$$p \cos \theta_{P.M} = \frac{m_2 \vec{k}'_{1z} - m_1 \vec{k}'_{2z}}{m_1 + m_2} \quad (2.20)$$

$$= \frac{(m_1 + m_2) \vec{k}'_1 \cos \theta_l - m_1 \vec{k}'_1}{(m_1 + m_2)} \quad (2.21)$$

masukkan persamaan (2.19) ke dalam persamaan di atas akan diperoleh

$$\begin{aligned}\cos \theta_{P.M} &= \frac{m_2 \vec{k}'_1 \cos \theta_l - m_1 \vec{k}'_2 \cos \alpha}{p(m_1 + m_2)} = \frac{m_2 \vec{k}'_1 \cos \theta_l - m_1 (\vec{k}_1 - \vec{k}'_1 \cos \theta_l)}{p(m_1 + m_2)} \\ \cos \theta_{P.M} &= \frac{(m_2 \vec{k}'_1 + m_1 \vec{k}'_1) \cos \theta_l - m_1 \vec{k}_1}{p(m_1 + m_2)}\end{aligned}\quad (2.22)$$

atau

$$\cos \theta_l = \frac{p(m_1 + m_2) \cos \theta_{PM} + m_1 \vec{k}_1}{(m_1 + m_2) \vec{k}'_1} \quad (2.23)$$

Oleh karena

$$p = \frac{m_2 \vec{k}_1 - m_1 \vec{k}_2}{m_1 + m_2}$$

bila $\vec{k}_2 = 0$ maka

$$p = \frac{m_2 \vec{k}_1}{m_1 + m_2} \quad (2.24)$$

Substitusi persamaan (2.24) ke persamaan (2.23)

$$\cos \theta_l = \frac{m_2 \vec{k}_1 \cos \theta_{PM} + m_1 \vec{k}_1}{(m_1 + m_2) \vec{k}'_1} \quad (2.25)$$

Persamaan (2.18) dibagi dengan (2.25)

$$\frac{\sin \theta_l}{\cos \theta_l} = \frac{\frac{p \sin \theta_{PM}}{\vec{k}'_1}}{\frac{m_2 \vec{k}_1 \cos \theta_{PM} + m_1 \vec{k}_1}{(m_1 + m_2) \vec{k}'_1}} \quad (2.26)$$

maka

$$\tan \theta_l = \frac{p \sin \theta_{PM} (m_1 + m_2)}{m_2 \vec{k}_1 \left(\cos \theta_{PM} + \frac{m_1}{m_2} \right)} \quad (2.27)$$

dan masukkan persamaan (2.24) ke persamaan di atas sehingga

$$\begin{aligned}\tan \theta_l &= \frac{m_2 \vec{k}_1 \sin \theta_{PM}}{m_2 \vec{k}_1 \left(\cos \theta_{PM} + \frac{m_1}{m_2} \right)} \\ \tan \theta_l &= \frac{\sin \theta_{PM}}{\left(\cos \theta_{PM} + \frac{m_1}{m_2} \right)}\end{aligned}\quad (2.28)$$

Jadi, hubungan antara sudut hambur dalam kerangka pusat massa θ_{PM} dan sudut hambur dalam kerangka laboratorium θ_l dapat dituliskan dengan persamaan

$$\theta_l = \arctan \left(\frac{\sin \theta_{PM}}{\cos \theta_{PM} + \frac{m_1}{m_2}} \right) \quad (2.29)$$

atau dengan menggunakan relasi kebalikan [6] diperoleh

$$\theta_{PM} = \theta_l + \arcsin \left(\frac{m_1}{m_2} \sin \theta_l \right) \quad (2.30)$$

2.2 Satuan Alami

Untuk menggambarkan kinematika dari sistem digunakan sistem satuan alami (*natural system of units*) dimana $\hbar = c = 1$ dan tidak berdimensi. Besaran-besaran energi, massa, dan momentum dinyatakan dalam konteks/dimensi energi, yakni dengan satuan MeV. Besaran massa sama dengan waktu, besaran panjang menjadi berdimensi sama dengan energi⁻¹, dan luas menjadi berdimensi energi⁻². Untuk mendapatkan nilai dan mengembalikan dimensi besaran yang ingin diketahui dari besaran hasil perhitungan digunakan analisis dimensi dan faktor konversi sebagai berikut [8]:

$$\hbar = 6.58211899(16) \times 10^{-22} \text{ MeVs} \quad (2.31)$$

$$\hbar c = 197.3269631(49) \text{ MeV fm} \quad (2.32)$$

$$(\hbar c)^2 = 0.389379304(19) \text{ GeV}^2 \text{ mbarn} \quad (2.33)$$

sebagai tambahan:

$$\text{massa elektron} = 0.510\,998\,910(13) \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{massa proton} = 1836.152\,672\,47(80) \text{ } m_e = 938.272\,013(23) \text{ MeV}/c^2$$

2.3 Diagram Feynman

Richard Feynman adalah fisikawan yang mengembangkan suatu metode untuk menghitung probabilitas dari reaksi antara partikel, hingga kini masih digunakan. Metode Feynmann ini menggunakan diagram, yang selanjutnya dikenal sebagai diagram Feynman. Sebagai ilustrasi, sebuah proton dalam perjalanannya di ruang angkasa boleh jadi dia berinteraksi dengan partikel-partikel lain (hamburan), mengeluarkan atau menyerap cahaya, atau bahkan

berubah (meluruh) menjadi partikel lain. Semua kemungkinan itu digambar dalam diagram Feynman kemudian probabilitas dihitung dengan aturan yang dibuat oleh Feynman. Jadi diagram Feynman adalah alat berguna untuk menyederhanakan penghitungan probabilitas dari reaksi antara partikel elementer dengan lingkungannya.

Diagram Feynman merupakan representasi jalur partikel dari suatu proses pada teori medan kuantum. Lintasan partikel diwakili oleh baris diagram (garis) yang dapat berlekuk atau lurus, tanpa panah atau dengan panah, tergantung jenis partikel. Sebuah titik dimana garis terhubung ke jalur lain disebut vertex yang menjadi simpul pertemuan dan interaksi antar partikel. Pada titik ini dapat terjadi pemancaran atau penyerapan partikel baru, pembelokan satu sama lain atau mengubah jenis. Ada tiga tipe garis berbeda: *internal lines* menghubungkan dua titik(vertex), *incoming lines* bagian dari "masa lalu" yang merupakan kondisi awal, *outgoing lines* mewakili keadaan akhir yang memperpanjang dari simpul(vertex) untuk "masa depan". Alur penggambaran waktu dari kiri ke kanan (awal = masa lalu di kiri, akhir = masa depan di kanan). Ada juga yang menggambarannya dengan alur dari bawah ke atas sesuai dengan cara yang dipilih.

1. Setiap integrasi koordinat x_j diwakili oleh simpul(vertex)
2. Sebuah *bosonic propagator* diwakili oleh gambar garis putus-putus menghubungkan dua vertex
3. Sebuah *fermion propagator* diwakili oleh gambar garis utuh yang menghubungkan dua vertex

Diagram Feynman adalah intuitif representasi grafis dari kontribusi perturbatif ke amplitudo transisi atau fungsi korelasi mekanis statistik atau teori medan kuantum. Aturan penulisan \mathcal{M} dari diagram Feynman yang digunakan untuk penelitian ini yaitu

1. Nilai *External Lines*
 Boson *spinless* baik yang diserap ataupun dipancarkan = 1
 Fermion spin $\frac{1}{2}$ yang diserap = $u(\mathbf{p})$

Fermion spin $\frac{1}{2}$ yang dipancarkan = $\bar{u}(\mathbf{p})$

2. Faktor Vertex [11]

Vertex	Kopling
KYN	$g_{KYN}\gamma^5$
$KY^*(\frac{1}{2}^+)N$	$g_{KY^*N}\gamma^5$
$KY^*(\frac{1}{2}^-)N$	$-ig_{KY^*N}$
$K\sigma K$	$ig_{K\sigma K}$
$N\sigma N$	$ig_{N\sigma N}$

3. External Lines

Propagator fermion secara umum ditulis

$$\frac{i(\not{q} + m)}{q^2 - m^2 + im\Gamma} \quad (2.34)$$

dan propagator boson (*spinless*) dituliskan berikut ini

$$\frac{i}{q^2 - m^2 + im\Gamma} \quad (2.35)$$

dimana q , m , dan Γ masing-masing menyatakan momentum-4, massa, dan lebar energi dari propagator

Secara singkat untuk menghitung penampang hamburan (*cross section*) dilakukan beberapa tahapan penting berikut ini:

1. Menggambar diagram Feynman
2. Menulis $i\mathcal{M}$ menggunakan aturan Feynman
3. Mengkuadratkan \mathcal{M} dan menggunakan trik Casimir untuk mendapatkan jejak
4. Mengevaluasi jejak
5. Menerapkan kinematika dari frame yang dipilih

2.4 Persamaan Dirac dan Matrik Pauli

Satuan natural ($\hbar = c = 1$) digunakan dalam banyak problem fisika partikel, juga dalam penelitian ini. Berangkat dari transformasi Lorentz untuk besaran vektor 4 dimensi (vektor-4) seperti dijelaskan dalam [6] dan [4]. *Contravariant 4-vector* (A^μ) dinyatakan sebagai

$$A^\mu = (A^0, A^1, A^2, A^3) \equiv (A^0, \mathbf{A}) \quad (2.36)$$

Covariant 4-vector (A_μ),

$$A_\mu = (A_0, A_1, A_2, A_3) \equiv (A^0, A^1, A^2, A^3) \equiv (A^0, -\mathbf{A}) \quad (2.37)$$

Momentum-4 kontravarian didefinisikan berikut ini,

$$p^\mu \equiv (p^0, p^1, p^2, p^3) \equiv (E_p, \mathbf{p}) \quad (2.38)$$

dan untuk momentum-4 kovariannya adalah

$$p_\mu \equiv (p_0, p_1, p_2, p_3) \equiv (E_p, -\mathbf{p}) = g_{\mu\nu} p^\nu, \quad (2.39)$$

dengan matriks transformasi $g_{\mu\nu}$ sebagai

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2.40)$$

dan perkalian skalar (*dot product*) dari dua vektor-4 diberikan oleh persamaan:

$$A \cdot B \equiv A_0 B_0 - \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = g_{\mu\nu} A^\mu B^\nu = A^\mu B_\mu = A_\mu B^\mu, \quad (2.41)$$

maka

$$p \cdot q \equiv p^\mu q_\mu \equiv E_p E_q - \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} \quad (2.42)$$

Representasi matriks Dirac yang dipakai dalam tulisan ini adalah

$$\gamma^\mu \equiv (\gamma^0, \boldsymbol{\gamma}), \quad (2.43)$$

dengan

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.44)$$

dan σ adalah matriks Pauli:

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

Matriks Pauli memenuhi relasi komutasi dan antikomutasi. Relasi antikomutasi diberikan

$$\{\sigma^i, \sigma^j\} \equiv \sigma^i \sigma^j + \sigma^j \sigma^i = 2\delta_{ij}, \quad (2.46)$$

dengan δ_{ij} adalah delta cronecker, dan relasi komutasi dituliskan

$$[\sigma^i, \sigma^j] \equiv \sigma^i \sigma^j - \sigma^j \sigma^i = 2\epsilon_{ijk} \sigma^k, \quad (2.47)$$

dimana ϵ_{ijk} merupakan bentuk non-kovarian dari tensor antisimetri Levi-Civita yang dinyatakan pada persamaan (2.52).

Matriks Dirac juga memenuhi relasi komutasi dan antikomutasi berikut, Relasi antikomutasi didefinisikan

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad (2.48)$$

dan relasi komutasi

$$[\gamma^\mu, \gamma^\nu] \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu = -2i\sigma^{\mu\nu}, \quad (2.49)$$

dimana tensor $\sigma^{\mu\nu}$ yaitu

$$\sigma^{ij} = \begin{pmatrix} \sigma^k & 0 \\ 0 & \sigma^k \end{pmatrix}, \quad \sigma^{0i} = i \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} = i\alpha_i \quad (2.50)$$

Relasi lain dari transformasi pseudosccalar adalah

$$\gamma^5 = \gamma_5 \equiv i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \frac{1}{24} i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.51)$$

dengan tensor antisimetri Levi-Civita yang bernilai 0, -1, dan 1

$$\epsilon_{ijk} \& \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = \begin{cases} +1 & \text{untuk permutasi genap} \\ -1 & \text{untuk permutasi ganjil} \\ 0 & \text{jika terdapat dua atau lebih indeks sama} \end{cases} \quad (2.52)$$

Perkalian skalar dari vektor-4 dan γ dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\gamma^\mu p_\mu = \gamma^0 p^0 - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} \equiv \not{p} \quad (2.53)$$

\not{p} disebut *Feynman slash*.

Berikut ini Spinor Dirac dari partikel bebas yang berguna untuk menurunkan potensial dalam bab 3. Untuk $E \geq 0$

$$u = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E+m} \end{pmatrix} \chi_s, \quad (2.54)$$

dan untuk $E < 0$

$$u = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} -\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E+m} \\ 1 \end{pmatrix} \chi_s, \quad (2.55)$$

dengan $E = E_p = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}^2}$ dan χ_s adalah komponen spinor Pauli dengan bentuk

$$\chi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.56)$$

dalam tulisan ini merupakan komponen dari spin state.

Normalisasi spinor Dirac diberikan berikut ini

$$\bar{u}(p, s) u(p, s) = 1, \quad (2.57)$$

$$\bar{v}(p, s) v(p, s) = -1 \quad (2.58)$$

dan *adjoint* spinor Dirac dituliskan

$$\bar{u}(p, s) = u^\dagger \gamma^0, \quad (2.59)$$

$$\bar{v}(p, s) = v^\dagger \gamma^0 \quad (2.60)$$

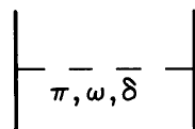
Bab 3

MODEL INTERAKSI

Penurunan potensial interaksi KN berangkat dari analogi teori pertukaran meson. Potensial interaksi diturunkan dari diagram Feynman dalam ruang momentum dengan menggunakan aturan Feynman untuk beberapa proses hamburan KN. Penurunan bentuk interaksi KN tidak dilakukan dari Lagrangian demi kemudahan(praktis).

3.1 Diagram Feynman

Kisaran tahun 1935, Yukawa mengajukan gagasan mengenai peran meson pada interaksi nuklir kuat. Gagasan ini hendak menjelaskan interaksi antara dua nukleon (*NN interaction*) Yukawa menggunakan analogi QED untuk membuat formulasi potensial dari interaksi nuklir kuat atas dasar teori pertukaran partikel. Yukawa dalam teorinya mengusulkan adanya partikel baru yang bertanggung jawab dalam interaksi nuklir kuat, partikel ini mempunyai massa *intermediate*. Untuk menghasilkan interaksi dengan jangkauan yang terbatas diperlukan partikel yang berkarakter massive untuk dipertukarkan. Gambar 3.1 menunjukkan skema pertukaran partikel oleh nukleon-nukleon. Partikel-partikel baru yang berpeluang untuk dipertukarkan, diusulkan dalam



Gambar 3.1: Diagram hamburan nukleon-nukleon

teori ini, digolongkan sebagai meson. Ide Yukawa ini kita kenal sebagai teori

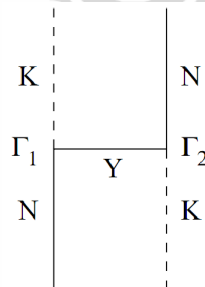
pertukaran meson (*meson exchange theory*) atau 'teori meson'. Meson adalah partikel-partikel boson yang dapat berinteraksi melalui gaya nuklir kuat. Selain partikel meson- μ , π , dan ω , diusulkan meson-meson baru diantaranya partikel δ , ρ , η , dan σ . Hampir semua partikel ini berhasil ditemukan melalui eksperimen.

Menurut fisikawan dalam proses menghasilkan interaksi nuklir kuat, partikel jenis baryon juga mungkin untuk dipertukarkan. Baryon adalah fermion yang dapat berinteraksi melalui gaya nuklir kuat, dan nukleon termasuk di dalamnya. Model yang akan diterapkan untuk menurunkan interaksi KN adalah model pertukaran hyperon (termasuk dalam kategori Barion). Hyperon (Y) merupakan baryon yang memiliki bilangan keanehan (*strangeness* = S) < 0. *Strangeness* mencirikan adanya quark s (*strange*) sebagai penyusun partikel tersebut. Lambda (Λ) dan sigma (Σ) merupakan hyperon yang digunakan dalam penelitian ini. Hyperon dipakai sebagai propagator karena dapat menghasilkan reaksi yang tetap menjaga kekekalan bilangan baryon (B) dan strangeness (S). Selain itu penulis juga menurunkan interaksi KN melalui pertukaran σ .

Reaksi KN dituliskan sebagai:



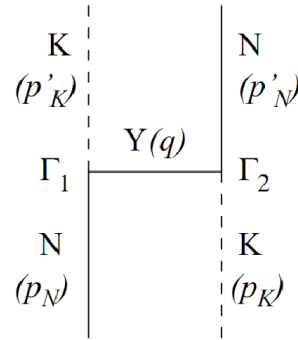
atau secara diagram ditunjukkan oleh gambar berikut ini.



Gambar 3.2: Diagram orde terendah untuk hamburan kaon-nukleon

Dalam semua reaksi yang melibatkan interaksi nuklir kuat, berlaku konservasi (hukum kekekalan) bilangan Baryon (B) dan *strangeness* (S). Semua

baryon memiliki $B = 1$,¹ tetapi hanya hyperon yang memiliki strangeness sedangkan nukleon tidak ($S = 0$). Kaon bukanlah Baryon melainkan meson. Kaon adalah partikel yang memiliki strangeness namun nilai B Kaon sama dengan nol. Dalam interaksi ini hyperon dipakai sebagai mediator dalam perhitungan potensial karena kehadiran hyperon di keadaan intermediate tidak mengganggu kekekalan bilangan B dan S . Properti dari kaon, nukleon dan hyperon serta sigma [14] dapat dilihat pada lampiran. Gambar 3.2 dan 3.3



Gambar 3.3: Diagram Feynman untuk hamburan KN dalam kerangka P.M.

melukiskan adanya proses anihilasi dan kreasi. Pada vertex satu (Γ_1), nukleon yang datang dengan momentum-4 p_N akan teranihilasi, kemudian terkreasi partikel kaon dengan momentum-4 p_K' dan hyperon dengan momentum-4 q . Selanjutnya pada vertex dua (Γ_2), hyperon teranihilasi bersama dengan kaon yang datang dengan momentum-4 p_K dan juga akan terkreasi nukleon dengan momentum-4 p_N' . Dalam eksperimen partikel yang teramati sebagai hasil dari hamburan hanyalah partikel kaon dengan momentum-4 p_K' dan nukleon dengan momentum-4 p_N' . Antara p_N , p_K , p_N' , p_K' dan q berlaku relasi-relasi berikut :

$$q = p_N' - p_K = p_N - p_K' \quad (3.1)$$

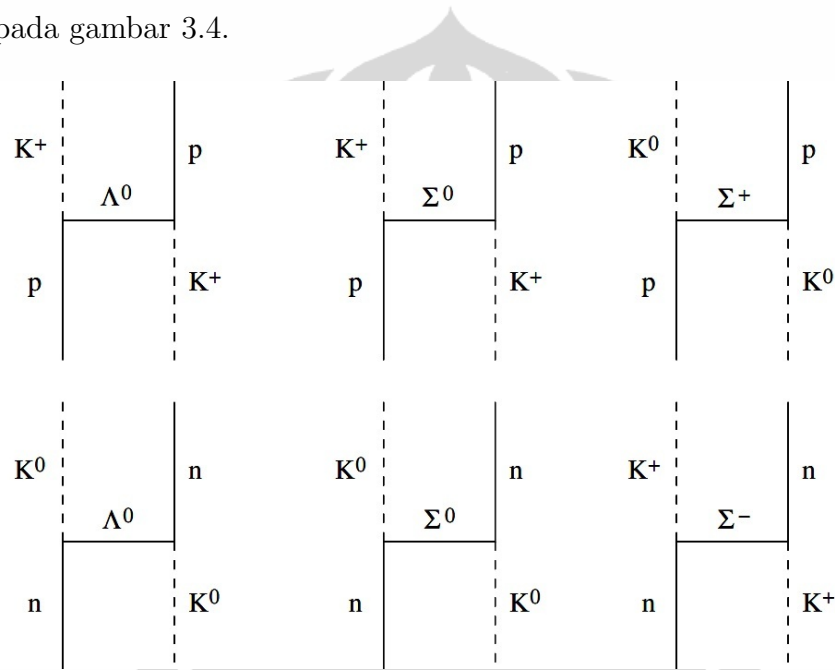
$$\vec{p}_N = -\vec{p}_K \quad (3.2)$$

$$\vec{p}_N' = -\vec{p}_K' \quad (3.3)$$

dengan \vec{p}_N , \vec{p}_K , \vec{p}_N' , dan \vec{p}_K' adalah momentum-3 awal dan akhir untuk nukleon dan kaon.

¹Anti-partikel Baryon memiliki bilangan $B = -1$

Hyperon sebagai partikel virtual muncul pada keadaan *intermediate* (keadaan yang tidak teramati). Jika m_Y adalah massa hyperon maka dalam hal ini tidak berlaku relasi $q^2 = m_Y^2$. Interaksi yang dihasilkan dalam model ini dikenal sebagai pseudo-potensial karena Fenomena yang terjadi lebih mirip eksitasi atom ketika menyerap foton dibandingkan fenomena tumbukan dua buah partikel. Walaupun demikian tetap kita sebut sebagai potensial. Potensial inilah yang akan penulis turunkan. Penjabaran diagram hamburan KN dengan pertukaran hyperon 3.3 dan sigma secara lebih detail untuk orde terendah dapat dilihat pada gambar 3.4.



Gambar 3.4: Diagram-diagram Feynman hamburan KN dengan pertukaran Hyperon

3.2 Penurunan Interaksi KN dengan Pertukaran Hyperon

Penurunan persamaan interaksi dari diagram Feynman ditunjukkan secara praktis dalam acuan[10]. Proses hamburan KN dalam kanal u digambarkan pada gambar 3.3. Informasi tentang interaksi dapat dilihat pada matrik transisi hamburan \mathcal{M} . \mathcal{M}^2 merupakan probabilitas untuk mendapatkan suatu keadaan akhir tertentu setelah berlalunya proses interaksi. Probabilitas interaksi ini berbanding lurus denganampang lintang. Secara eksperimen

tampang lintasng dapat langsung diukur. Berikut ini persamaan diawali dengan simbol \mathcal{M} yang melambangkan amplitudo hamburan. Dimana notasi m_N menunjukkan massa nukleon, m_K = massa Kaon, dan m_Y = massa hyperon, serta q = momentum transfer antara partikel datang dengan target. Vektor-3 dari momentum ditulis dengan menyertakan anak panah di atasnya.

$$\mathcal{M}_Y = \bar{u}(p'_N)g_{KYN}\gamma^5 \frac{\not{q} + m_Y}{q^2 - m_Y^2} g_{KYN}\gamma^5 u(p_N) \quad (3.4)$$

Spinor Dirac untuk nukleon ditulis sebagai u . γ^5 didefinisikan sebagai persamaan (3.5) dengan γ^μ adalah matrik Dirac (lampiran-A). Bentuk propagator dan vertex yang digunakan dalam penelitian ini mengikuti model dalam [11]

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (3.5)$$

Masukkan definisi q dari persamaan (3.1) ke persamaan (3.4) diperoleh amplitudo hamburan \mathcal{M}_Y dengan propagator yang simetri terhadap kaon dan nukleon pada keadaan awal dan akhir. Dengan q berikut

$$q = p_N - p'_K = p'_N - p_K \quad (3.6)$$

$$q^2 = (p_N - p'_K)(p'_N - p_K) \quad (3.7)$$

$$q^2 = (p_N - p'_K)^2 = (p'_N - p_K)^2 \quad (3.8)$$

maka persamaan \mathcal{M}_Y menjadi

$$\mathcal{M}_Y = \frac{1}{2}g_{KYN}^2 \bar{u}\gamma^5 \left[\frac{\not{p}'_N - \not{p}'_K + m_Y}{(p'_N - p_K)^2 - m_Y^2} + \frac{\not{p}_N - \not{p}_K + m_Y}{(p_N - p'_K)^2 - m_Y^2} \right] \gamma^5 u \quad (3.9)$$

Selanjutnya identitas-identitas berikut berguna untuk menyederhanakan persamaan (3.9):

$$\gamma^5\gamma^5 = 1 \quad (3.10)$$

$$\gamma^5\gamma^\mu = -\gamma^\mu\gamma^5 \quad (3.11)$$

$$\not{p}_N u = m_N u \quad (3.12)$$

$$\bar{u}\not{p}_N = m_N \bar{u} \quad (3.13)$$

$$(3.14)$$

Diperoleh persamaan

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_Y = & \frac{1}{2}g_{KYN}^2 \left[\left(\frac{\bar{u}\gamma^5 \not{p}_N \gamma^5 u - \bar{u}\gamma^5 \not{p}'_K \gamma^5 u + \bar{u}\gamma^5 m_Y \gamma^5 u}{(p_N - p'_K)^2 - m_Y^2} \right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{\bar{u}\gamma^5 \not{p}'_N \gamma^5 u - \bar{u}\gamma^5 \not{p}_K \gamma^5 u + \bar{u}\gamma^5 m_Y \gamma^5 u}{(p'_N - p_K)^2 - m_Y^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.15)$$

dan dengan identitas-identitas di atas didapatkan relasi baru berikut ini

$$\bar{u}\gamma^5 \not{p}_N \gamma^5 u = -\bar{u}\gamma^5 \gamma^5 \not{p}_N u = -m_N \bar{u}u \quad (3.16)$$

$$\bar{u}\gamma^5 \not{p}'_N \gamma^5 u = -\bar{u}\not{p}'_N \gamma^5 \gamma^5 u = -m_N \bar{u}u \quad (3.17)$$

$$-\bar{u}\gamma^5 \not{p}_K \gamma^5 u = \bar{u}\not{p}_K \gamma^5 \gamma^5 u = \bar{u}\not{p}_K u \quad (3.18)$$

$$-\bar{u}\gamma^5 \not{p}'_K \gamma^5 u = \bar{u}\gamma^5 \gamma^5 \not{p}'_K u = \bar{u}\not{p}'_K u \quad (3.19)$$

$$\bar{u}\gamma^5 m_Y \gamma^5 u = m_Y \bar{u}\gamma^5 \gamma^5 u = m_Y \bar{u}u \quad (3.20)$$

Gunakan relasi-relasi di atas pada persamaan (3.15) sehingga

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_Y = & \frac{1}{2}g_{KYN}^2 \left[\left(\frac{-m_N \bar{u}u - \bar{u}\gamma^5 \not{p}'_K \gamma^5 u + m_Y \bar{u}u}{(p_N - p'_K)^2 - m_Y^2} \right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{-m_N \bar{u}u - \bar{u}\gamma^5 \not{p}_K \gamma^5 u + m_Y \bar{u}u}{(p'_N - p_K)^2 - m_Y^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_Y = & \frac{1}{2}g_{KYN}^2 \left[(m_Y - m_N) \bar{u}u \left(\frac{1}{(p'_N - p_K)^2 - m_Y^2} \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{(p_N - p'_K)^2 - m_Y^2} \right) + \frac{\bar{u}\not{p}_K u}{(p'_N - p_K)^2 - m_Y^2} + \frac{\bar{u}\not{p}'_K u}{(p_N - p'_K)^2 - m_Y^2} \left. \right] \end{aligned} \quad (3.22)$$

Dengan Spinor Dirac u

$$u = \sqrt{\frac{W}{2m_N}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N}{W} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

$$u^\dagger = \sqrt{\frac{W'}{2m_N}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N}{W'} \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

dan $W = E_N + m_N$ serta $W' = E'_N + m_N$ diperoleh $\bar{u}u$;

$$\begin{aligned}
\bar{u}u &= u^\dagger \gamma^0 u \\
&= \sqrt{\frac{W'}{2m_N}} \sqrt{\frac{W}{2m_N}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N}{W'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N}{W} \end{pmatrix} \\
&= \sqrt{\frac{W'}{2m_N}} \sqrt{\frac{W}{2m_N}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N}{W'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N}{W} \end{pmatrix} \\
&= \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[1 - \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N)(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W'W} \right]
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Selain itu

$$\bar{u} \gamma_\mu u = u^\dagger \gamma^0 \gamma_\mu u \tag{3.27}$$

untuk $\mu = 0$ maka

$$\begin{aligned}
u^\dagger \gamma^0 \gamma_\mu u &= u^\dagger u \\
&= \sqrt{\frac{W'}{2m_N}} \sqrt{\frac{W}{2m_N}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N}{W'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N}{W} \end{pmatrix} \\
&= \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[1 + \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N)(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W'W} \right]
\end{aligned} \tag{3.28}$$

sedangkan untuk $\mu = i$ ($i = 1, 2, 3$) diperoleh

$$\begin{aligned}
u^\dagger \gamma^0 \gamma^i u &= u^\dagger \alpha_i u \\
&= \sqrt{\frac{W'}{2m_N}} \sqrt{\frac{W}{2m_N}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N}{W'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N}{W} \end{pmatrix} \\
&= \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N}{W'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\sigma_i (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W} \\ \sigma_i \end{pmatrix} \\
&= \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left(\frac{\sigma_i (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W} + \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N) \sigma_i}{W'} \right)
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Jika persamaan persamaan tersebut kita gabungkan akan diperoleh matrik \mathcal{M} :

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_Y &= \frac{1}{2} g_{KYN}^2 \left[\left(\frac{1}{(p'_N - p_K)^2 - m_Y^2} + \frac{1}{(p_N - p'_K)^2 - m_Y^2} \right) \times \right. \\
&\quad (m_Y - m_N) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left(1 - \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N)(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W'W} \right) \\
&\quad \left. + \frac{\bar{u} \not{p}_K u}{(p'_N - p_K)^2 - m_Y^2} + \frac{\bar{u} \not{p}'_K u}{(p_N - p'_K)^2 - m_Y^2} \right]
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Gunakan momentum-4 sama dengan $p^2 = E^2 - \vec{p}^2$ maka

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_Y = & \frac{1}{2}g_{KYN}^2 \left[\left\{ \left(\frac{1}{(E'_N - E_K)^2 - (\vec{p}'_N - \vec{p}_K)^2 - m_Y^2} \right. \right. \right. \\
& + \left. \left. \frac{1}{(E_N - E'_K)^2 - (\vec{p}_N - \vec{p}'_K)^2 - m_Y^2} \right) \right. \\
& \times (m_Y - m_N) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left(1 - \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N)(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W'W} \right) \left. \right\} \\
& + \left\{ \frac{\bar{u}\not{p}_K u}{(E'_N - E_K)^2 - (\vec{p}'_N - \vec{p}_K)^2 - m_Y^2} \right\} \\
& + \left. \left\{ \frac{\bar{u}\not{p}'_K u}{(E_N - E'_K)^2 - (\vec{p}_N - \vec{p}'_K)^2 - m_Y^2} \right\} \right] \quad (3.31)
\end{aligned}$$

Bagian persamaan dalam kurung kurawal {...} disederhanakan dengan simbol *sk1*, *sk2*, dan *sk3* sehingga

$$\mathcal{M}_Y = \frac{1}{2}g_{KYN}^2 \{sk1 + sk2 + sk3\} \quad (3.32)$$

Pengolahan setiap suku (*sk1*, *sk2*, *sk3*) menggunakan relasi berikut

$$\vec{p}_N = -\vec{p}_K = \vec{p} \quad (3.33)$$

$$\vec{p}'_N = -\vec{p}'_K = \vec{p}' \quad (3.34)$$

$$(\vec{p}'_N - \vec{p}_K)^2 = (\vec{p}' + \vec{p})^2 \quad (3.35)$$

$$(\vec{p}_N - \vec{p}'_K)^2 = (\vec{p} + \vec{p}')^2 \quad (3.36)$$

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{A})(\vec{\sigma} \cdot \vec{B}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + i\vec{\sigma}(\vec{A} \times \vec{B}) \quad (3.37)$$

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N)(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N) = \vec{p}'_N \cdot \vec{p}_N + i\vec{\sigma}(\vec{p}'_N \times \vec{p}_N) = \vec{p}' \cdot \vec{p} + i\vec{\sigma}(\vec{p}' \times \vec{p}) \quad (3.38)$$

dan bila

$$b_1 = \frac{1}{(E'_N - E_K)^2 - (\vec{p}'_N - \vec{p}_K)^2 - m_Y^2} \quad (3.39)$$

$$b_2 = \frac{1}{(E_N - E'_K)^2 - (\vec{p}_N - \vec{p}'_K)^2 - m_Y^2} \quad (3.40)$$

maka diperoleh suku pertama

$$\begin{aligned}
sk1 &= \left(\frac{1}{(E'_N - E_K)^2 - (\vec{p}'_N - \vec{p}_K)^2 - m_Y^2} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{(E_N - E'_K)^2 - (\vec{p}_N - \vec{p}'_K)^2 - m_Y^2} \right) \times \\
&\quad (m_Y - m_N) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left(1 - \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N)(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W'W} \right) \quad (3.41)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
sk1 &= (b_1 + b_2) (m_Y - m_N) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left(1 - \frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W'W} \right) \\
&\quad - (b_1 + b_2) (m_Y - m_N) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left(\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W'W} \right) \quad (3.42) \\
&= sk1R + sk1K
\end{aligned}$$

$$(3.43)$$

suku kedua

$$\begin{aligned}
sk2 &= \frac{\bar{u} \not{p}_K u}{(E'_N - E_K)^2 - (\vec{p}'_N - \vec{p}_K)^2 - m_Y^2} = b_1 \bar{u} \not{p}_K u \\
&= b_1 \bar{u} p_K^\mu \gamma_\mu u = b_1 \bar{u} p_K^\mu \gamma_0 u - b_1 \bar{u} p_K^\mu \gamma_i u \\
&= b_1 u^\dagger \gamma^0 \gamma^0 u p_K^0 - b_1 u^\dagger \gamma^0 \gamma^i u p_K^i \\
&= \underbrace{b_1 u^\dagger \gamma^0 \gamma^0 u E_K}_{sk2A} - \underbrace{b_1 u^\dagger \gamma^0 \gamma^i u p_K^i}_{sk2B} \quad (3.44)
\end{aligned}$$

dimana $p_K^0 = E_K$ dan

$$\gamma^\mu p_\mu = \gamma^0 p^0 - \gamma \cdot p \equiv \not{p} \quad (3.45)$$

Kemudian diselesaikan $sk2A$ dan $sk2B$ berikut ini.

$$\begin{aligned}
b_1 u^\dagger \gamma^0 \gamma^0 u E_K &= b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[1 + \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N)(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W'W} \right] E_K \\
sk2A &= b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[1 + \frac{\vec{p}'_N \cdot \vec{p}_N}{W'W} \right] E_K \\
&\quad + b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}'_N \times \vec{p}_N)}{W'W} \right] E_K \\
&= b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[1 + \frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W'W} \right] E_K \\
&\quad + b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W'W} \right] E_K \quad (3.46)
\end{aligned}$$

$$= sk2AR + sk2AK \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned}
-b_1 u^\dagger \gamma^0 \gamma^i u p_K^i &= -b_1 u^\dagger \alpha_i u = -b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{\vec{\sigma}_i (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W} + \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N) \vec{\sigma}_i}{W'} \right] p_K^i \\
sk2B &= -b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_K) (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W} \right] \\
&\quad - b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N) (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_K)}{W'} \right] \\
&= sk2B1 + sk2B2 \tag{3.48}
\end{aligned}$$

selanjutnya komponen dari $sk2B$ diolah menjadi

$$\begin{aligned}
sk2B1 &= -b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}_K) (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W} \right] \\
&= -b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{\vec{p}_K \cdot \vec{p}_N}{W} \right] - b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}_K \times \vec{p}_N)}{W} \right] \\
&= -b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{-\vec{p} \cdot \vec{p}}{W} \right] - b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (-\vec{p} \times \vec{p})}{W} \right] \\
&= +b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{(\vec{p})^2}{W} \right] - 0 \tag{3.49}
\end{aligned}$$

$$= sk2B1R + sk2B1K \tag{3.50}$$

$$\begin{aligned}
sk2B2 &= -b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}'_N) (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_K)}{W'} \right] \\
&= -b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{\vec{p}'_N \cdot \vec{p}_K}{W'} \right] - b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}'_N \times \vec{p}_K)}{W'} \right] \\
&= -b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{\vec{p}' \cdot -\vec{p}}{W'} \right] - b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times -\vec{p})}{W'} \right] \\
&= b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W'} \right] + b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W'} \right] \tag{3.51}
\end{aligned}$$

$$= sk2B2R + sk2B2K \tag{3.52}$$

Persamaan $sk2A$ digabungkan dengan $sk2B$ menjadi:

$$\begin{aligned}
sk2 &= (sk2AR + sk2B1R + sk2B2R) + (sk2AK + sk2B1K + sk2B2K) \\
&= b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\left(1 + \frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W'W} \right) E_K + \frac{(\vec{p})^2}{W} + \frac{(\vec{p}' \cdot \vec{p})}{W'} \right] + \\
&\quad b_1 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W'W} E_K + 0 + \frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W'} \right] \tag{3.53} \\
&= sk2R + sk2K
\end{aligned}$$

Kita selesaikan suku ketiga,

$$\begin{aligned}
sk3 &= \frac{\bar{u}p'_K u}{(E_N - E'_K)^2 (\vec{p}_N - \vec{p}'_K)^2 - m_Y^2} = b_2 \bar{u}p'_K u \\
&= b_2 \bar{u}p'_K{}^\mu \gamma_\mu u = b_2 \bar{u}p'_K{}^\mu \gamma_0 u - b_2 \bar{u}p'_K{}^\mu \gamma_i u \\
&= b_2 u^\dagger \gamma^0 \gamma^0 u p'_K{}^0 - b_2 u^\dagger \gamma^0 \gamma^i u p'_K{}^i \\
&= \underbrace{b_2 u^\dagger \gamma^0 \gamma^0 u E'_K}_{sk3A} - \underbrace{b_2 u^\dagger \gamma^0 \gamma^i u p'_K{}^i}_{sk3B}
\end{aligned} \tag{3.54}$$

dan $p'_K{}^0 = E'_K$, selanjutnya diselesaikan $sk3A$ dan $sk3B$

$$\begin{aligned}
b_1 u^\dagger \gamma^0 \gamma^0 u E'_K &= b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[1 + \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N)(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W'W} \right] E'_K \\
sk3A &= b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[1 + \frac{\vec{p}'_N \cdot \vec{p}_N}{W'W} \right] E'_K \\
&\quad + b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}'_N \times \vec{p}_N)}{W'W} \right] E'_K \\
&= b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[1 + \frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W'W} \right] E'_K + b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W'W} \right] E'_K \\
&= sk3AR + sk3AK
\end{aligned} \tag{3.55}$$

$$\begin{aligned}
-b_2 u^\dagger \gamma^0 \gamma^i u p'_K{}^i &= -b_2 u^\dagger \alpha_i u p'_K{}^i = -b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{\vec{\sigma}_i (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W} + \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N) \vec{\sigma}_i}{W'} \right] p'_K{}^i \\
sk3B &= -b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}'_K)(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W} \right] \\
&\quad - b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N)(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}'_K)}{W'} \right] \\
&= sk3B1 + sk3B2
\end{aligned} \tag{3.56}$$

$$\begin{aligned}
sk3B1 &= -b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}'_K)(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W} \right] \\
&= -b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{\vec{p}'_K \cdot \vec{p}_N}{W} \right] - b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}'_K \times \vec{p}_N)}{W} \right] \\
&= -b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{-\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W} \right] - b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (-\vec{p}' \times \vec{p})}{W} \right] \\
&= b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W} \right] + b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W} \right]
\end{aligned} \tag{3.57}$$

$$= sk3B1R + sk3B1K \tag{3.58}$$

$$\begin{aligned}
sk3B2 &= -b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}'_N)(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_K)}{W'} \right] \\
&= -b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{\vec{p}'_N \cdot \vec{p}'_K}{W'} \right] - b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}'_N \times \vec{p}'_K)}{W'} \right] \\
&= -b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{\vec{p}' \cdot -\vec{p}'}{W'} \right] - b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times -\vec{p}')}{W'} \right] \\
&= b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{(\vec{p}')^2}{W'} \right] + 0 \tag{3.59} \\
&= sk3B2R + sk3B2K \tag{3.60}
\end{aligned}$$

Gabungan persamaan $sk3A$ dan $sk3B$ yaitu:

$$\begin{aligned}
sk3 &= (sk3AR + sk3B1R + sk3B2R) + (sk3AK + sk3B1K + sk3B2K) \\
&= b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\left(1 + \frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W'W}\right) E'_K + \frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W} + \frac{(\vec{p}')^2}{W'} \right] + \\
&\quad b_2 \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W'W} E'_K + \frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W} + 0 \right] \tag{3.61} \\
&= sk3R + sk3K
\end{aligned}$$

Menentukan hasil akhir $\mathcal{M}_{\text{hyperon}} = \mathcal{M}_Y$ dapat dilakukan dengan menggabungkan persamaan (3.42), (3.53), dan (3.61) sebagai berikut

$$\mathcal{M}_Y = \frac{g_{KYN}^2}{2} [(sk1R + sk2R + sk3R) + (sk1K + sk2K + sk3K)] \tag{3.62}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_Y &= \frac{g_{KYN}^2}{2} (b_1 + b_2) (m_Y - m_N) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left(1 - \frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W'W}\right) \\
&\quad + \frac{g_{KYN}^2}{2} (b_1) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\left(1 + \frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W'W}\right) E_K + \frac{(\vec{p})^2}{W} + \frac{(\vec{p}' \cdot \vec{p})}{W'} \right] \\
&\quad + \frac{g_{KYN}^2}{2} (b_2) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\left(1 + \frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W'W}\right) E'_K + \frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W} + \frac{(\vec{p}')^2}{W'} \right] \\
&\quad - \frac{g_{KYN}^2}{2} (b_1 + b_2) (m_Y - m_N) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left(\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W'W} \right) \\
&\quad + \frac{g_{KYN}^2}{2} (b_1) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W'W} E_K + 0 + \frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W'} \right] \\
&\quad + \frac{g_{KYN}^2}{2} (b_2) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W'W} E'_K + \frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W} + 0 \right] \tag{3.63}
\end{aligned}$$

keluarkan $\vec{p}' \cdot \vec{p}$ dan $i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})$ persamaan di atas menjadi

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_Y = & \frac{g_{KYN}^2}{2} \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[(b_1 + b_2) (m_Y - m_N) \right. \\
& \left. + b_1 \left(E_K + \frac{(\vec{p})^2}{W} \right) + b_2 \left(E'_K + \frac{(\vec{p}')^2}{W'} \right) \right] \\
& + \frac{g_{KYN}^2}{2} \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[-\frac{(b_1 + b_2) (m_Y - m_N)}{W'W} \right. \\
& \left. + \frac{b_1 E_K}{W'W} + \frac{b_1}{W'} + \frac{b_2 E'_K}{W'W} + \frac{b_2}{W} \right] (\vec{p}' \cdot \vec{p}) \\
& + \frac{g_{KYN}^2}{2} \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[-\frac{(b_1 + b_2) (m_Y - m_N)}{W'W} \right. \\
& \left. + \frac{b_1 E_K}{W'W} + \frac{b_1}{W'} + \frac{b_2 E'_K}{W'W} + \frac{b_2}{W} \right] (i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})), \quad (3.64)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_Y = & \frac{g_{KYN}^2}{2} \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[(b_1 + b_2) (m_Y - m_N) \right. \\
& \left. + b_1 \left(E_K + \frac{(\vec{p})^2}{W} \right) + b_2 \left(E'_K + \frac{(\vec{p}')^2}{W'} \right) \right] \\
& + \frac{g_{KYN}^2}{2} \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \frac{1}{W'W} \left[- (b_1 + b_2) (m_Y - m_N) \right. \\
& \left. + b_1 (E_K + W) + b_2 (E'_K + W') \right] \left((\vec{p}' \cdot \vec{p}) + i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p}) \right) \quad (3.65)
\end{aligned}$$

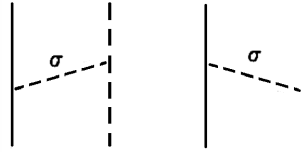
$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_Y = & \frac{g_{KYN}^2}{2} \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[(b_1 + b_2) (m_Y - m_N) \right. \\
& \left. + b_1 \left(E_K + \frac{(\vec{p})^2}{W} \right) + b_2 \left(E'_K + \frac{(\vec{p}')^2}{W'} \right) \right] \\
& + \frac{g_{KYN}^2}{2} \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \frac{1}{W'W} \left[- (b_1 + b_2) (m_Y - m_N) \right. \\
& \left. + b_1 (E_K + W) + b_2 (E'_K + W') \right] \left((\vec{\sigma} \cdot \vec{p}') (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) \right) \quad (3.66)
\end{aligned}$$

oleh sebab $\vec{s}' = \frac{1}{2}\vec{\sigma}$ maka persamaan (3.66) menjadi

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_Y = & \frac{g_{KYN}^2}{2} \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[(b_1 + b_2) (m_Y - m_N) \right. \\
& \left. + b_1 \left(E_K + \frac{(\vec{p})^2}{W} \right) + b_2 \left(E'_K + \frac{(\vec{p}')^2}{W'} \right) \right] \\
& + \frac{g_{KYN}^2}{2} \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \frac{4p'p}{W'W} \left[- (b_1 + b_2) (m_Y - m_N) \right. \\
& \left. + b_1 (E_K + W) + b_2 (E'_K + W') \right] \left((\vec{s}' \cdot \hat{p}') (\vec{s} \cdot \hat{p}) \right) \quad (3.67)
\end{aligned}$$

3.3 Penurunan Interaksi untuk Partikel Sigma

Telah dijabarkan dari diagram Feynman untuk pertukaran partikel hyperon. Berikut ini disajikan penurunan interaksi KN dengan pertukaran partikel sigma dari gambar 3.5.



Gambar 3.5: Diagram Feynman untuk hamburan KN dengan pertukaran sigma

$$q = p_N - p'_N \quad (3.68)$$

$$q = p'_N - p_N \quad (3.69)$$

$$q = p_K - p'_K \quad (3.70)$$

$$q = p'_K - p_K \quad (3.71)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_\sigma &= \bar{u}(p_N) m_K g_{KK\sigma} \gamma^5 \gamma^5 \left(\frac{1}{q^2 - m_\sigma^2} \right) g_{NN\sigma} 1.1.1 u(p_N) \\
&= \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} \bar{u} \left(\frac{1}{(p'_N - p_N)^2 - m_\sigma^2} + \frac{1}{(p_K - p'_K)^2 - m_\sigma^2} \right) u \\
&= \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} \left(\frac{1}{(p'_N - p_N)^2 - m_\sigma^2} + \frac{1}{(p_K - p'_K)^2 - m_\sigma^2} \right) \bar{u} u \\
\mathcal{M}_\sigma &= \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} \left(\frac{1}{(p'_N - p_N)^2 - m_\sigma^2} + \frac{1}{(p_K - p'_K)^2 - m_\sigma^2} \right) \\
&\quad \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[1 - \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}'_N)(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_N)}{W'W} \right] \tag{3.72}
\end{aligned}$$

dengan b_3 dan b_4 sama dengan

$$\frac{1}{(p'_N - p_N)^2 - m_\sigma^2} = \frac{1}{(E'_N - E_N)^2 - (\vec{p}'_N - \vec{p}_N)^2 - m_\sigma^2} = b_3 \tag{3.73}$$

$$\frac{1}{(p_K - p'_K)^2 - m_\sigma^2} = \frac{1}{(E_K - E'_K)^2 - (\vec{p}_K - \vec{p}'_K)^2 - m_\sigma^2} = b_4 \tag{3.74}$$

maka

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_\sigma &= \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} \left(\frac{1}{(E'_N - E_N)^2 - (\vec{p}'_N - \vec{p}_N)^2 - m_\sigma^2} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{(E_N - E'_N)^2 - (\vec{p}_K - \vec{p}'_K)^2 - m_\sigma^2} \right) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[1 - \frac{\vec{p}'_N \cdot \vec{p}_N}{W'W} \right] \\
&\quad - \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} \left(\frac{1}{(E'_N - E_N)^2 - (\vec{p}'_N - \vec{p}_N)^2 - m_\sigma^2} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{(E_N - E'_N)^2 - (\vec{p}_K - \vec{p}'_K)^2 - m_\sigma^2} \right) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}'_N \times \vec{p}_N)}{W'W} \right] \\
&= \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[1 - \frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W'W} \right] \\
&\quad - \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W'W} \right] \tag{3.75}
\end{aligned}$$

Jadi,

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_\sigma &= \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \\
&\quad - \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[\frac{\vec{p}' \cdot \vec{p}}{W'W} + \frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}' \times \vec{p})}{W'W} \right] \\
&= \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \\
&\quad + \left(-\frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N(W'W)} \right) \left[(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}') (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) \right]
\end{aligned} \tag{3.76}$$

Oleh karena $\vec{s} = \frac{1}{2}\vec{\sigma}$ maka diperoleh

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_\sigma &= \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \\
&\quad + \left(-\frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \frac{4p'p}{W'W} \right) \left[(\vec{s} \cdot \hat{p}') (\vec{s} \cdot \hat{p}) \right]
\end{aligned} \tag{3.77}$$

3.4 \mathcal{M} Total (Gabungan Hyperon dan Sigma)

Telah diperoleh \mathcal{M} hyperon (3.67) maupun sigma (3.77) selanjutnya digabung menjadi

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{Total} &= \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left\{ \frac{g_{KYN}^2}{2} \left[(b_1 + b_2) (m_Y - m_N) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. b_1 \left(E_K + \frac{(\vec{p})^2}{W} \right) + b_2 \left(E'_K + \frac{(\vec{p}')^2}{W'} \right) \right] + \right. \\
&\quad \left. \left[\frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \right] \right\} \\
&\quad + \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \frac{4p'p}{W'W} \left\{ \frac{g_{KYN}^2}{2} \left[- (b_1 + b_2) (m_Y - m_N) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. b_1 (E_K + W) + b_2 (E'_K + W') \right] + \right. \\
&\quad \left. \left(-\frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \right) \right\} \left[(\vec{s} \cdot \hat{p}') (\vec{s} \cdot \hat{p}) \right]
\end{aligned} \tag{3.78}$$

Bila

$$V_1(\vec{p}', \vec{p}) = \frac{g_{KYN}^2}{2} \left[(b_1 + b_2) (m_Y - m_N) + \right.$$

$$b_1 \left(E_K + \frac{(\vec{p})^2}{W} \right) + b_2 \left(E'_K + \frac{(\vec{p}')^2}{W'} \right) \left[+ \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \right] \quad (3.79)$$

dan

$$V_2(\vec{p}', \vec{p}) = \frac{4p'p}{W'W} \left[\frac{g_{KYN}^2}{2} \left(-(b_1 + b_2) (m_Y - m_N) + b_1 (E_K + W) + b_2 (E'_K + W') \right) + \left(- \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \right) \right], \quad (3.80)$$

maka \mathcal{M}_{Total} dapat disederhanakan menjadi

$$\mathcal{M}_{Total} = \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[V_1(\vec{p}', \vec{p}) + V_2(\vec{p}', \vec{p}) (\vec{s} \cdot \hat{p}') (\vec{s} \cdot \hat{p}) \right] \quad (3.81)$$

dengan

$$b_1 = \frac{1}{(E'_N - E_K)^2 - (\vec{p}' - \vec{p})^2 - m_Y^2} \quad (3.82)$$

$$b_2 = \frac{1}{(E_N - E'_K)^2 - (\vec{p} - \vec{p}')^2 - m_Y^2} \quad (3.83)$$

$$b_3 = \frac{1}{(E'_N - E_N)^2 - (\vec{p}' - \vec{p})^2 - m_\sigma^2} \quad (3.84)$$

$$b_4 = \frac{1}{(E_K - E'_K)^2 - (\vec{p} - \vec{p}')^2 - m_\sigma^2} \quad (3.85)$$

3.5 Faktor Bentuk

Sebagai koreksi dari potensial yang telah dibuat maka perlu dimasukkan faktor bentuk hadronik (*Hadronic Form Factor*)

$$F(\mathbf{q}) = \int \rho(\mathbf{x}) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}} d^3x \quad , \quad (3.86)$$

Penelitian ini menggunakan faktor bentuk yang sederhana (*monopole form factor*).

$$F_h(\Lambda_v, t) = \frac{\Lambda^2 - m_K^2}{\Lambda^2 - q^2} \quad , \quad (3.87)$$

Parameter Λ merupakan parameter *cut off* dan merupakan parameter bebas. Sedangkan q adalah momentum transfer. Faktor bentuk ini menyertai kon-

stanta kopling. Maka, persamaan $\mathcal{M}_{hyperon}$ (3.67) menjadi \mathcal{M}_{YF}

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{YF} = & \frac{g_{KYN}^2 F_{KYN}^2 \sqrt{W'W}}{2 \cdot 2m_N} \left[(b_1 + b_2) (m_Y - m_N) \right. \\ & \left. + b_1 \left(E_K + \frac{(\vec{p})^2}{W} \right) + b_2 \left(E'_K + \frac{(\vec{p}')^2}{W'} \right) \right] \\ & + \frac{g_{KYN}^2 F_{KYN}^2 \sqrt{W'W}}{2 \cdot 2m_N} \frac{4p'p}{W'W} \left[- (b_1 + b_2) (m_Y - m_N) \right. \\ & \left. + b_1 (E_K + W) + b_2 (E'_K + W') \right] \left((\vec{s} \cdot \hat{p}') (\vec{s} \cdot \hat{p}) \right) \end{aligned} \quad (3.88)$$

dan persamaan \mathcal{M}_{sigma} (3.77) menjadi $\mathcal{M}_{\sigma F}$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\sigma F} = & \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma} F_{KK\sigma} F_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \\ & + \left(- \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma} F_{KK\sigma} F_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \frac{4p'p}{W'W} \right) \times \\ & \left[(\vec{s} \cdot \hat{p}') (\vec{s} \cdot \hat{p}) \right] \end{aligned} \quad (3.89)$$

serta persamaan bagi total 3.78 menjadi $\mathcal{M}_{Total F}$ berikut ini

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{Total F} = & \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left\{ \frac{g_{KYN}^2 F_{KYN}^2}{2} \left[(b_1 + b_2) (m_Y - m_N) + \right. \right. \\ & \left. \left. b_1 \left(E_K + \frac{(\vec{p})^2}{W} \right) + b_2 \left(E'_K + \frac{(\vec{p}')^2}{W'} \right) \right] + \right. \\ & \left. \left[\frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma} F_{KK\sigma} F_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \right] \right\} \\ & + \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \frac{4p'p}{W'W} \left\{ \frac{g_{KYN}^2 F_{KYN}^2}{2} \left[- (b_1 + b_2) (m_Y - m_N) + \right. \right. \\ & \left. \left. b_1 (E_K + W) + b_2 (E'_K + W') \right] + \right. \\ & \left. \left(- \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma} F_{KK\sigma} F_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \right) \right\} \times \\ & \left[(\vec{s} \cdot \hat{p}') (\vec{s} \cdot \hat{p}) \right] \end{aligned} \quad (3.90)$$

Persamaan $\mathcal{M}_{Total F}$ (3.90) total disederhanakan dengan V_{1F} dan V_{2F} berikut,

$$V_{1F}(\vec{p}', \vec{p}) = \frac{g_{KYN}^2 F_{KYN}^2}{2} \left[(b_1 + b_2) (m_Y - m_N) + \right.$$

$$b_1 \left(E_K + \frac{(\vec{p})^2}{W} \right) + b_2 \left(E'_K + \frac{(\vec{p}')^2}{W'} \right) + \frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma} F_{KK\sigma} F_{NN\sigma}}{2} [(b_3 + b_4)] \quad (3.91)$$

dan

$$V_{2F}(\vec{p}', \vec{p}) = \frac{4p'p}{W'W} \left[\frac{g_{KYN}^2 F_{KYN}^2}{2} \left(-(b_1 + b_2)(m_Y - m_N) + b_1(E_K + W) + b_2(E'_K + W') \right) + \left(-\frac{m_K g_{KK\sigma} g_{NN\sigma} F_{KK\sigma} F_{NN\sigma}}{2} (b_3 + b_4) \right) \right], \quad (3.92)$$

menjadi

$$\mathcal{M}_{Total F} = \frac{\sqrt{W'W}}{2m_N} \left[V_{1F}(\vec{p}', \vec{p}) + V_{2F}(\vec{p}', \vec{p}) (\vec{s} \cdot \hat{p}') (\vec{s} \cdot \hat{p}) \right] \quad (3.93)$$

dimana nilai b_1, b_2, b_3, b_4 tidak berubah.



Bab 4

OBSERVABLE HAMBURAN KN

4.1 Matrik-T dan Observable

Hubungan matrik-T dengan matrik \mathcal{M} dinyatakan sebagai berikut.

$$\mathcal{M}_{\lambda'\lambda}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \equiv -4\mu\pi^2 \langle \mathbf{p}' \lambda' | T | \mathbf{p} \lambda \rangle \quad (4.1)$$

dan amplitudo hamburan berhubungan dengan matrik \mathcal{M} seperti di bawah ini.

$$f_{\lambda'}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \sum_{\lambda=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} a_{\lambda}^n \mathcal{M}_{\lambda'\lambda}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \quad (4.2)$$

Berikutnya *observable* proses hamburan diperoleh dari amplitudo hamburan. Oleh karena hamburan bersifat elastik maka $p' = p$ sehingga:

$$f_{\lambda'}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = f_{\lambda'}(p\hat{\mathbf{p}}', p\hat{\mathbf{p}}) \quad (4.3)$$

Untuk menghitung *observable* dengan spin umum untuk sistem dengan spin $\frac{1}{2}$ dan 0 digunakan cara seperti dalam [22] [16] berikut ini.

$$I\langle \sigma^\alpha \rangle_f = \frac{1}{2} (4\pi^2 \mu)^2 \sum_{\beta=0}^3 \langle \sigma^\beta \rangle Tr \{ T(p, p, \theta') \sigma^\beta T^\dagger(p, p, \theta') \sigma^\alpha \} , \quad (4.4)$$

$$I\langle \sigma_\mu \rangle_f = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \langle \sigma_\alpha \rangle_i Tr \{ \mathcal{M} \sigma_\alpha \mathcal{M}^\dagger \sigma_\mu \} \quad (4.5)$$

dengan

$$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Spin rata-rata penampang lintang *spin averaged differential cross section* :

$$\begin{aligned}
 I_0 &\equiv \frac{1}{2}(4\pi^2\mu)^2 Tr \{T(p, p, \theta')\sigma^\beta T^\dagger(p, p, \theta')\sigma^\alpha\} \\
 &= (4\pi^2\mu)^2 \left\{ |T_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p, p, \theta')|^2 + |T_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p, p, \theta')|^2 \right\} \quad (4.7)
 \end{aligned}$$

Jika keadaan spin partikel terhambur tidak diukur dan spin proyektil tidak terpolarisasi, maka didapatkan

$$I_0 = \frac{1}{2} Tr \{ \mathcal{M} \mathcal{M}^\dagger \} \quad (4.8)$$

Persamaan ini disebut sebagai *spin averaged differential cross section* atau penampang lintang diferensial yang dirata-ratakan terhadap spin. Selanjutnya persamaan *differential cross section* untuk kasus ini dituliskan sebagai berikut.

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{cm} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p'}{p} |\mathcal{M}|^2 \quad (4.9)$$

Fokus penelitian pada partikel K^+ sebagai proyektil dengan target nukleon sebagai target. Nukleon yang digunakan adalah proton. Sedangkan partikel yang dipertukarkan berupa lambda (Λ) dan sigma (Σ) dari golongan hyperon serta sigma meson (σ). Data penelitian diproduksi dengan menggunakan beberapa parameter yang diambil dari [1], lihat tabel berikut dan juga lampiran.

Vertex	M_r (MeV/ c^2)	$g/\sqrt{4\pi}$	Λ_r (GeV/ c^2)
$N\Lambda K$	1116	-3.944	1.4
$N\Sigma K$	1193	0.759	1.4
$NN\sigma$	600	2.385	1.7
$KK\sigma$	600	0.377	1.4

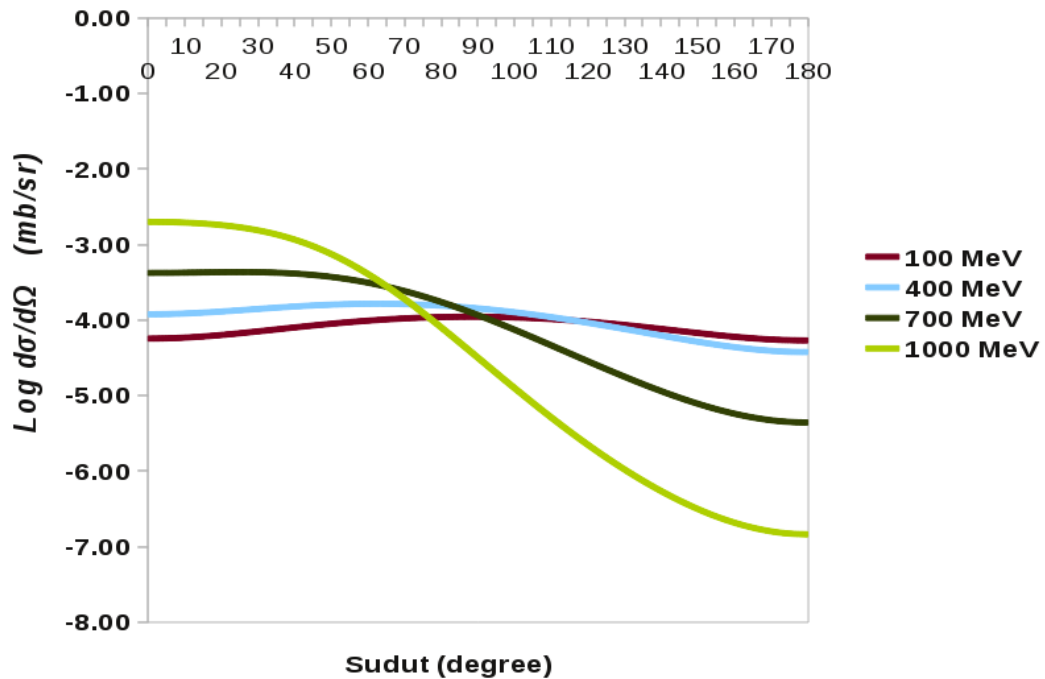
Keterangan:

M_r adalah massa partikel yang dipertukarkan, g adalah konstanta kopling, dan Λ_r adalah massa *cut off*.

4.2 Hasil dan Analisa

Telah dibuat suatu bentuk potensial dari hamburan KN dengan pertukaran Λ dan Σ (hyperon) dan σ (meson). Pada proses penghitungan digunakan momentum (energi) sebesar 100 MeV, 400 MeV, 700 MeV, dan 1000 MeV dengan

**Grafik Differential Cross Section (DCS) untuk Σ (Sigma Hyperon)
pada Energi 100, 400, 700, dan 1000 MeV**

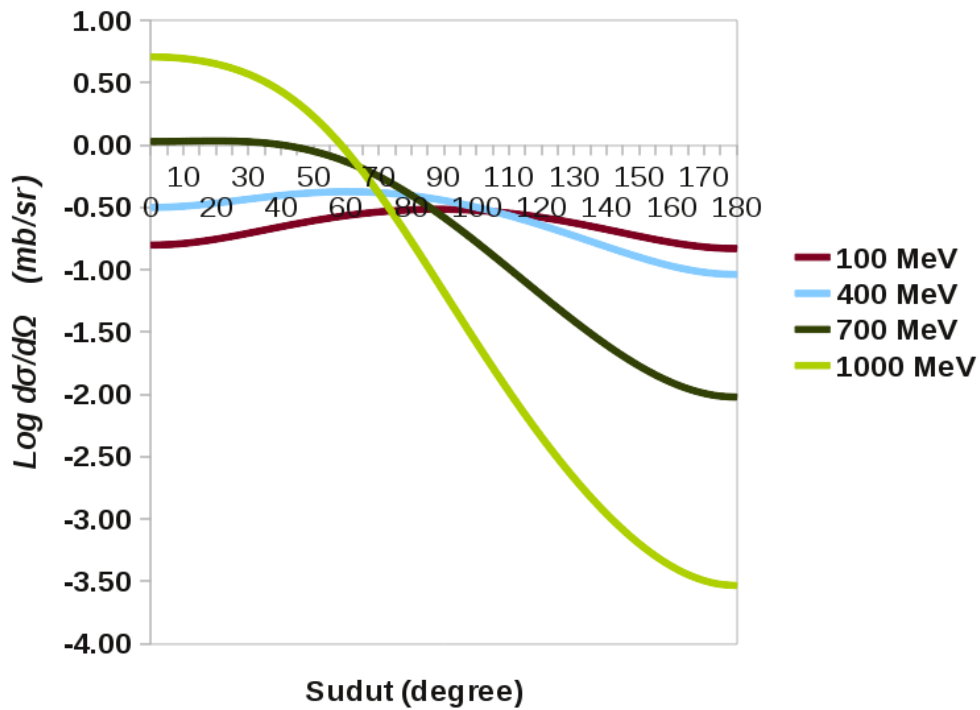


Gambar 4.1: Grafik *differential cross section* (DCS) Sigma-hyperon dengan faktor bentuk dan variasi energi 100 MeV, 400 MeV, 700 MeV, dan 1000 MeV.

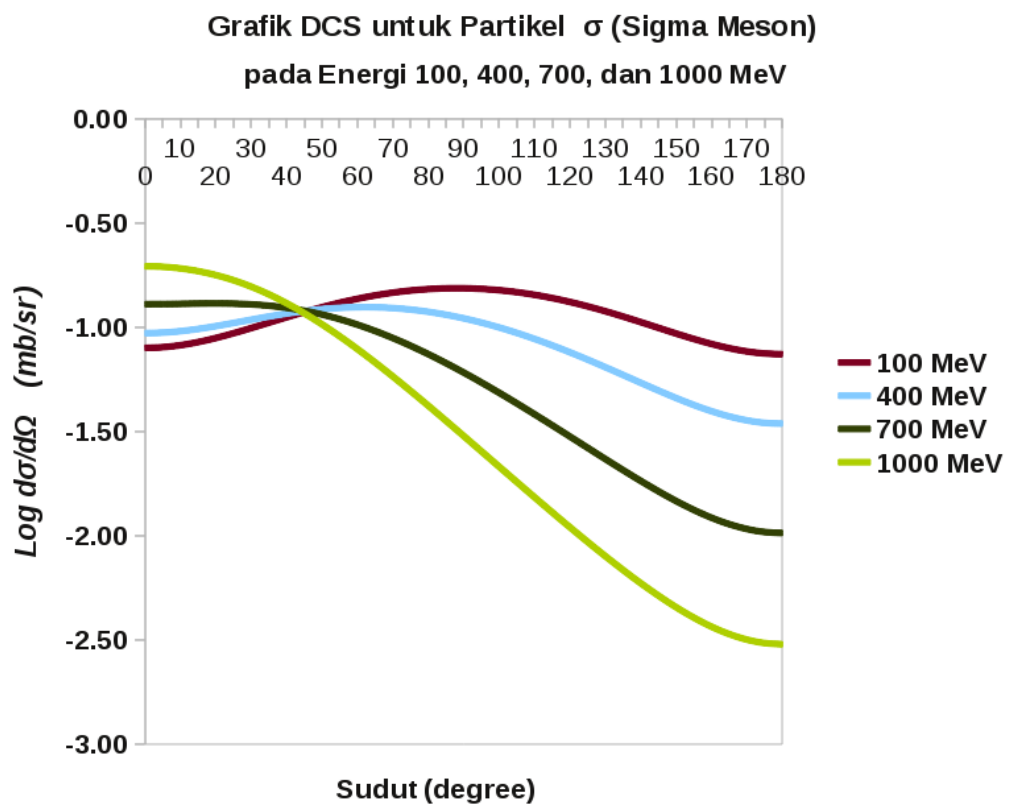
sudut hambur 0° sampai 180° . Olah data disajikan dalam bentuk grafik penampang lintang differensial (*differential cross section* = DCS) dalam kerangka pusat massa. Penggunaan logaritma pada sumbu vertikal dimaksudkan untuk melihat lebih jelas kecenderungan grafik meskipun data asli relatif sangat kecil.

Tampak pada gambar 4.1, semakin besar energi proyektil nilai DCS semakin besar pada sudut hambur kecil. Dari gambar 4.2, pada energi rendah (100 MeV) grafik menunjukkan pola simetri dan nilai terbesar DCS pada kisaran sudut 90° . Jadi, untuk *particle exchange* lambda (Λ) dan sigma-hyperon (Σ), semakin besar energi proyektil, puncak DCS (*differential cross section*) semakin bergeser ke arah sudut hambur kecil (*forward angle*).

Grafik DCS untuk Partikel Λ (Lambda Hyperon)
pada Energi 100, 400, 700, dan 1000 MeV

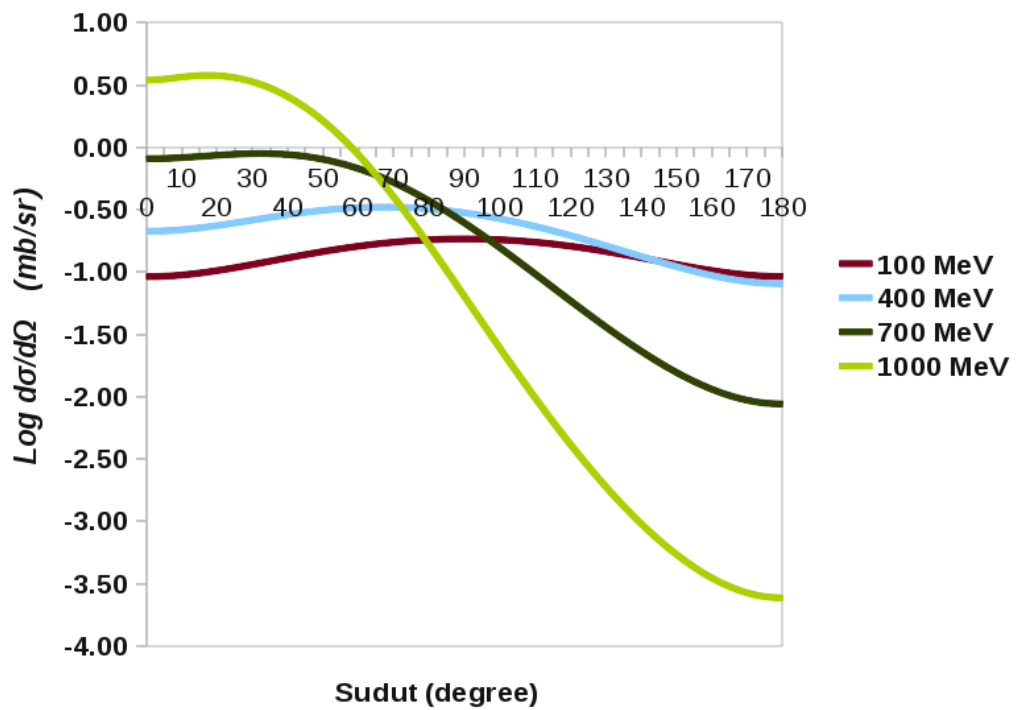


Gambar 4.2: Grafik *differential cross section* (DCS) Lambda-hyperon dengan faktor bentuk dan variasi energi 100 MeV, 400 MeV, 700 MeV, dan 1000 MeV.



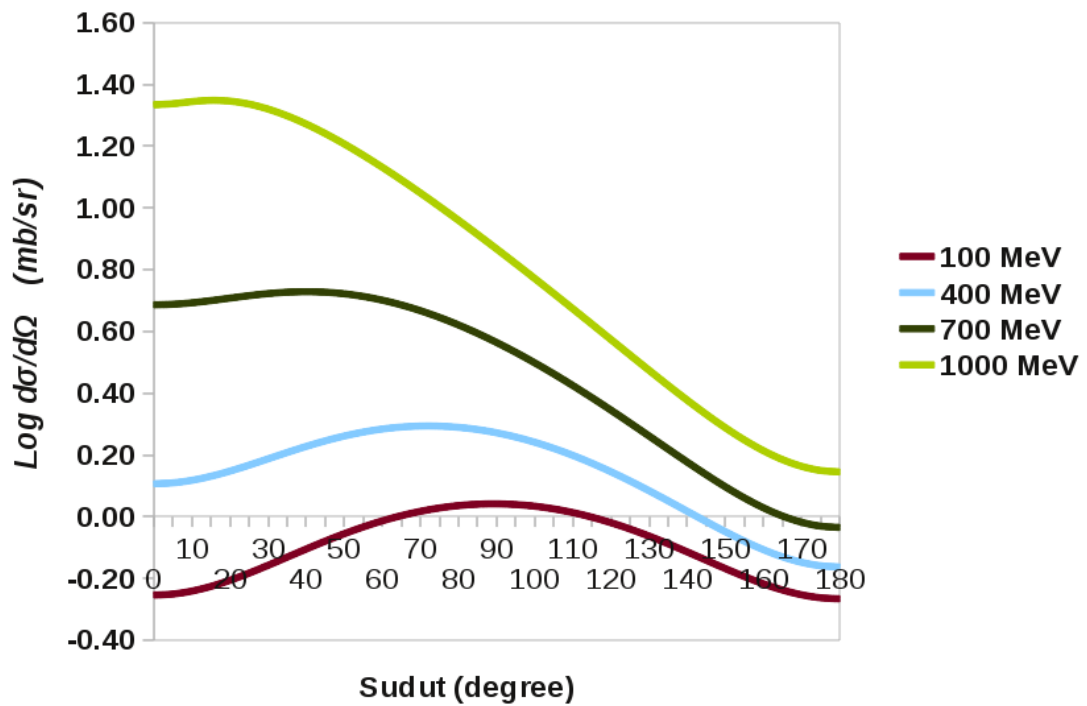
Gambar 4.3: Grafik DCS Sigma-meson dengan faktor bentuk dan variasi energi 100 MeV, 400 MeV, 700 MeV, dan 1000 MeV.

Grafik DCS untuk Total ($\Sigma+\Lambda+\sigma$) dengan Faktor Bentuk pada Energi 100, 400, 700, dan 1000 MeV

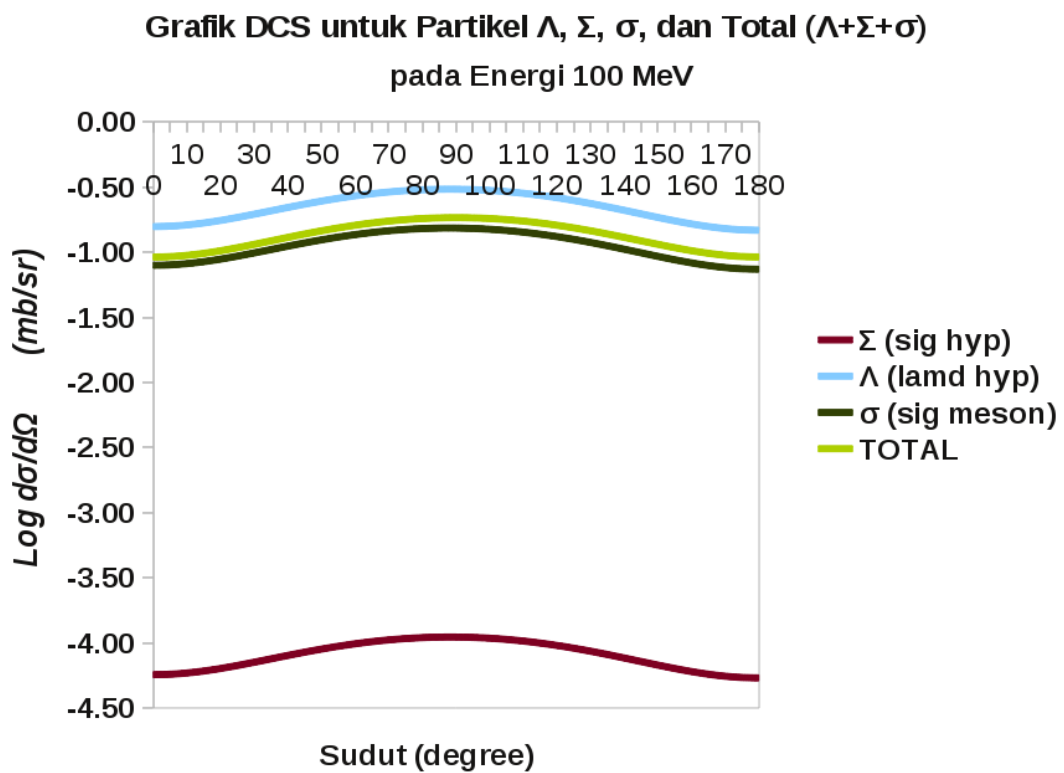


Gambar 4.4: Grafik DCS total ($\Sigma + \Lambda + \sigma$) dengan faktor bentuk variasi energi 100 MeV, 400 MeV, 700 MeV, dan 1000 MeV

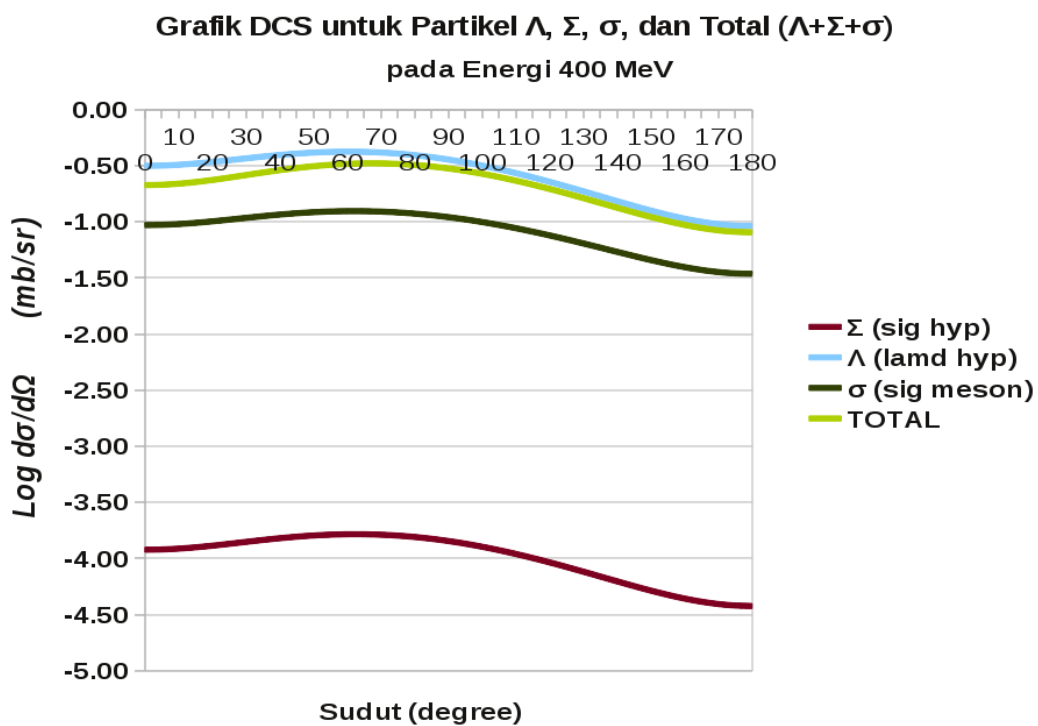
Grafik DCS untuk Total ($\Sigma + \Lambda + \sigma$) Tanpa Faktor Bentuk pada Energi 100, 400, 700, dan 1000 MeV



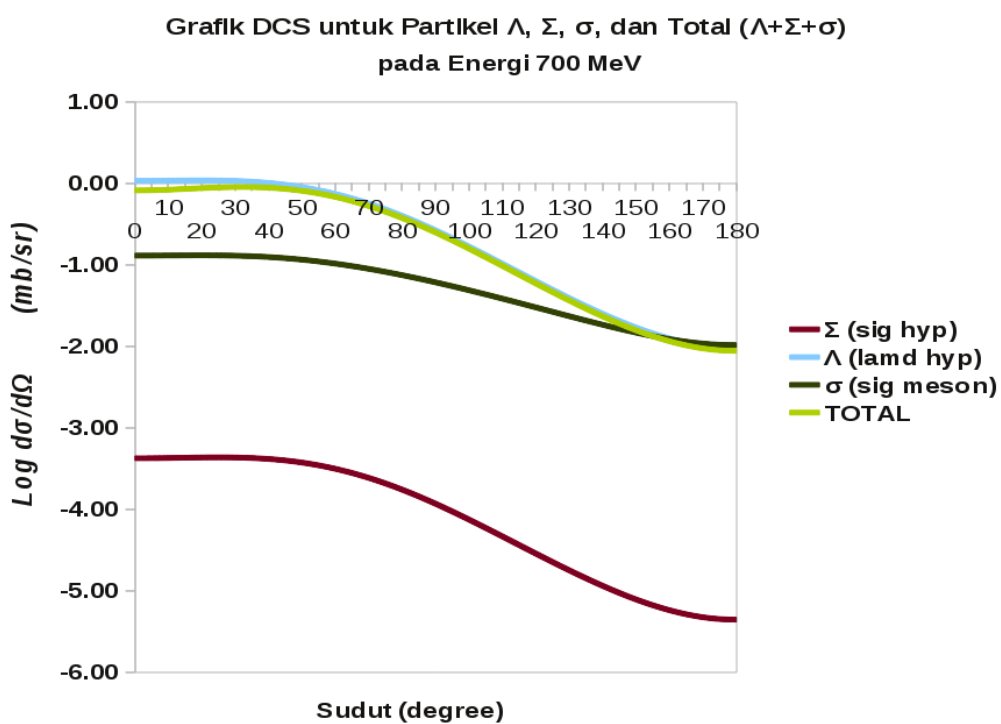
Gambar 4.5: Grafik DCS total ($\Sigma + \Lambda + \sigma$) tanpa faktor bentuk dengan variasi energi 100 MeV, 400 MeV, 700 MeV, dan 1000 MeV



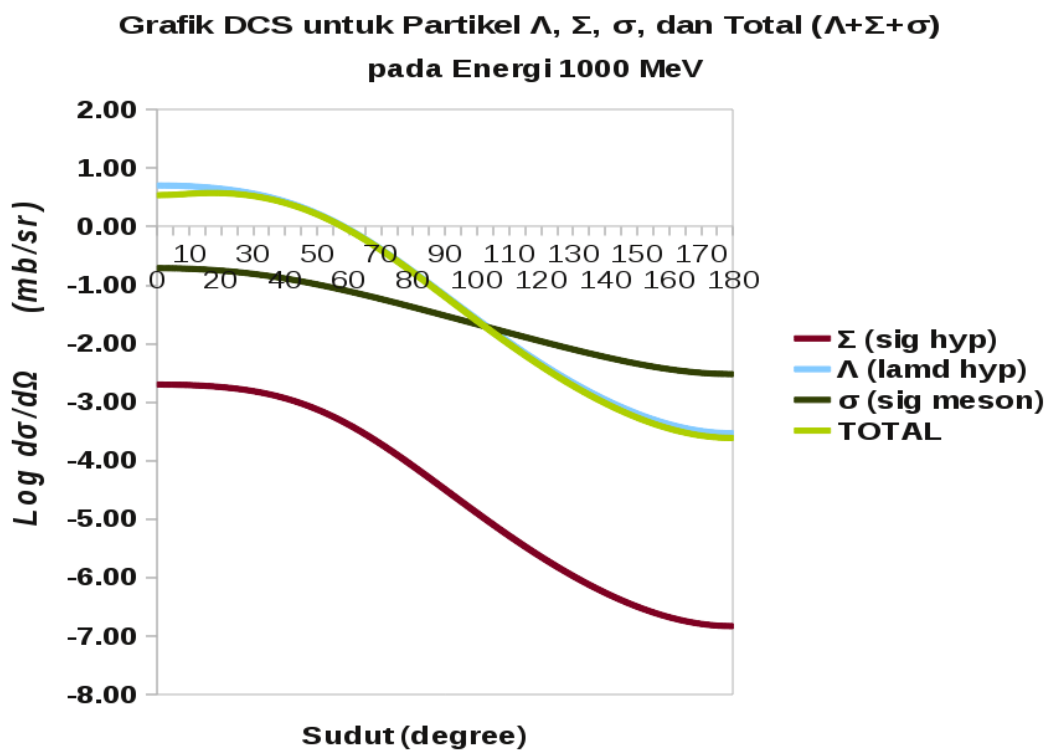
Gambar 4.6: Grafik DCS partikel Σ , Λ , σ dan total ($\Sigma + \Lambda + \sigma$) dengan faktor bentuk untuk energi 100 MeV



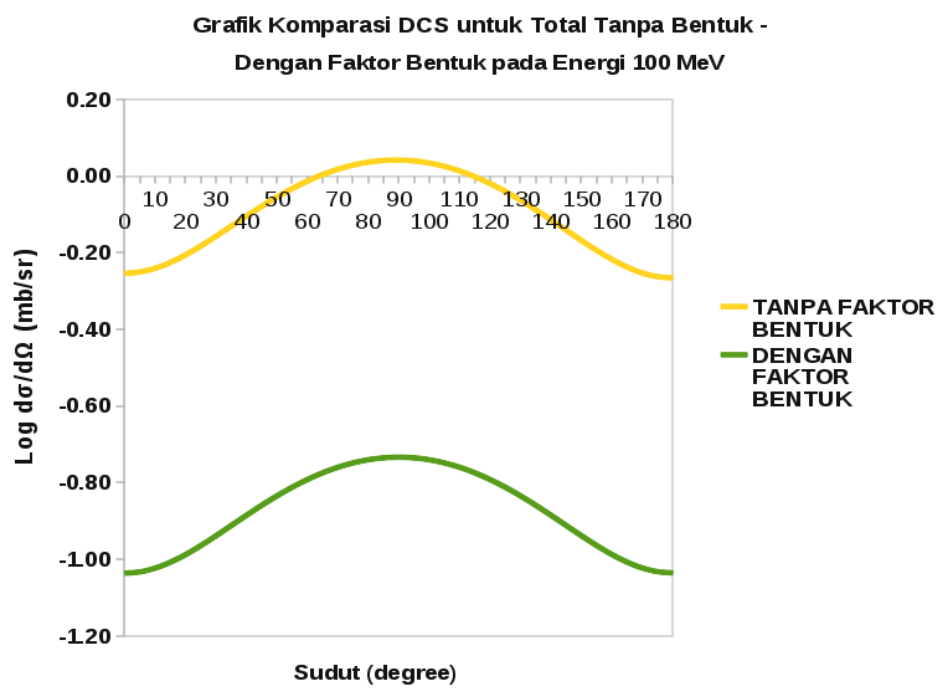
Gambar 4.7: Grafik DCS partikel Σ , Λ , σ dan total ($\Sigma + \Lambda + \sigma$) dengan faktor bentuk untuk energi 400 MeV



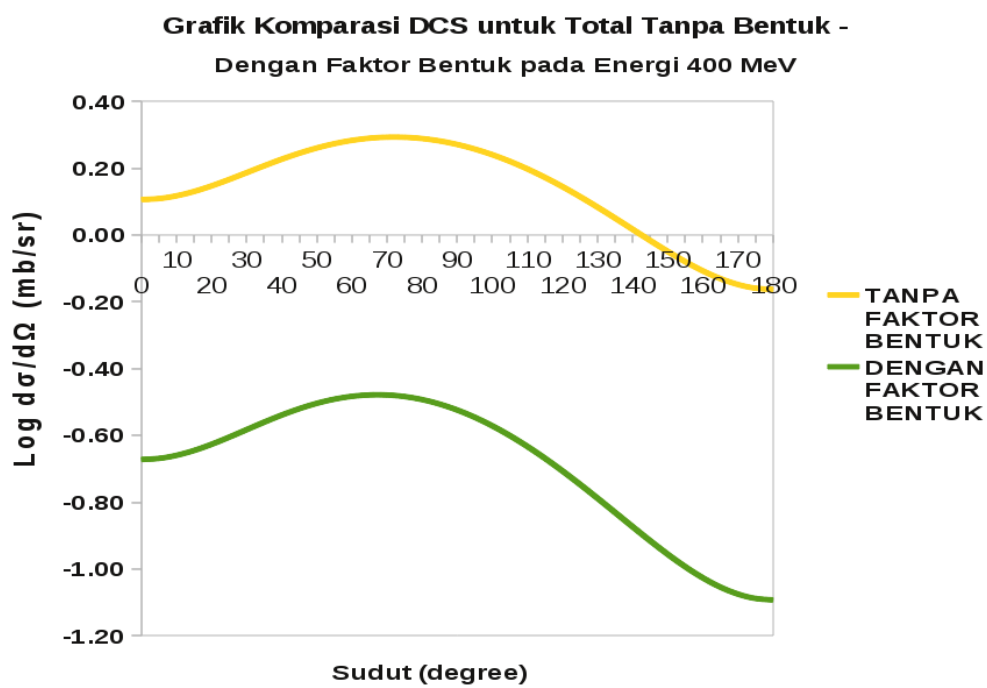
Gambar 4.8: Grafik DCS partikel Σ , Λ , σ dan total ($\Sigma + \Lambda + \sigma$) dengan faktor bentuk untuk energi 700 MeV



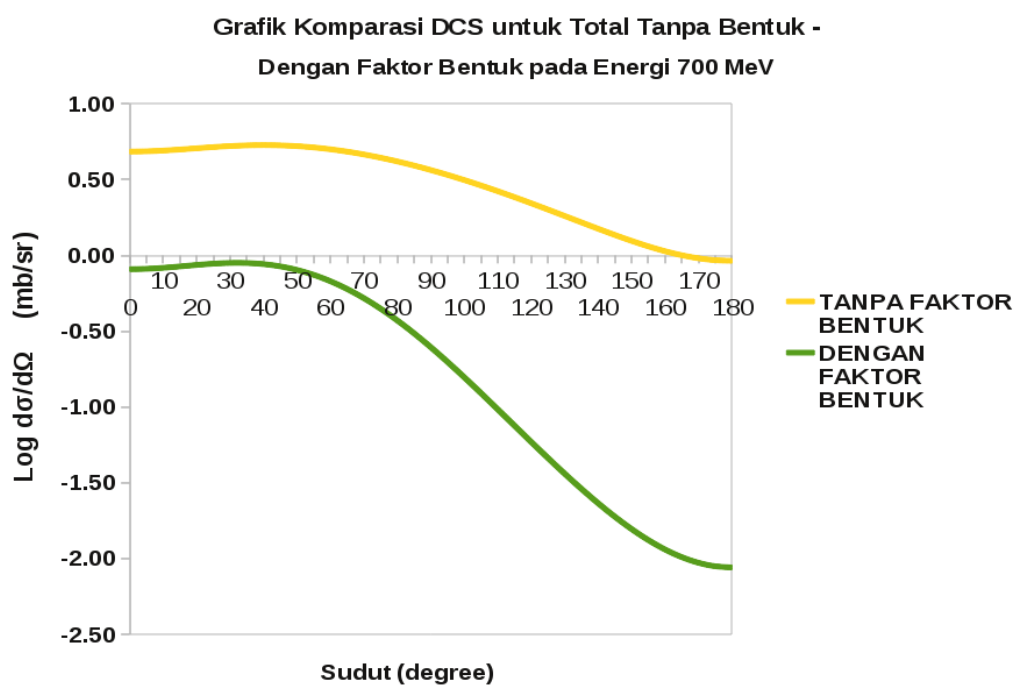
Gambar 4.9: Grafik DCS partikel Σ , Λ , σ dan total ($\Sigma + \Lambda + \sigma$) dengan faktor bentuk untuk energi 1000 MeV



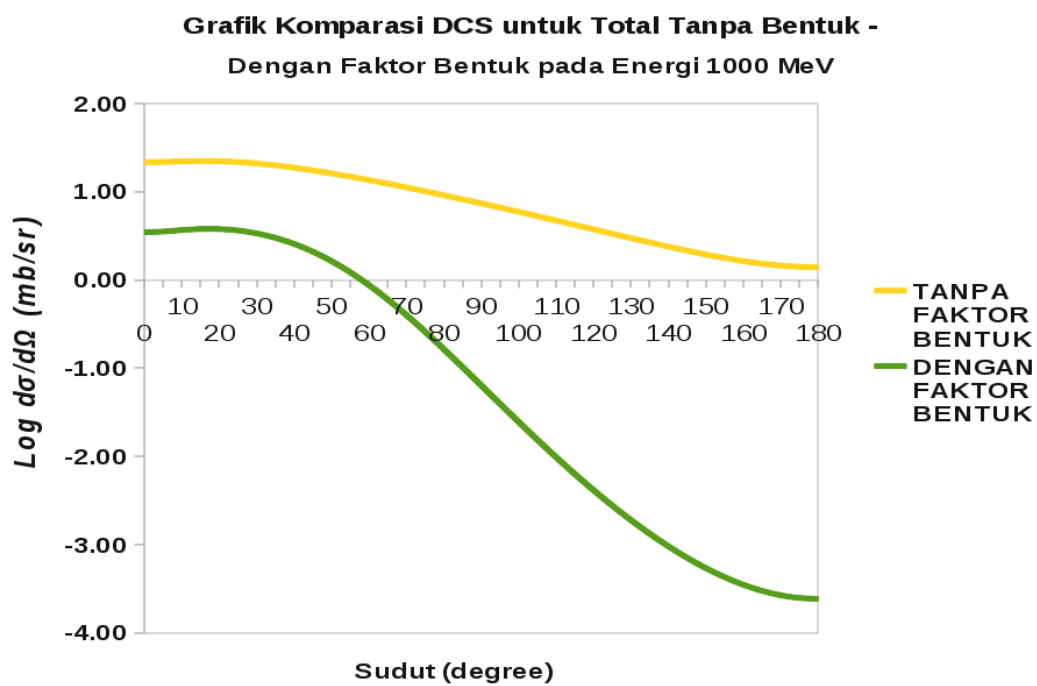
Gambar 4.10: Grafik perbandingan total($\Sigma + \Lambda + \sigma$) tanpa bentuk dengan faktor bentuk untuk energi 100 MeV



Gambar 4.11: Grafik perbandingan total($\Sigma + \Lambda + \sigma$) tanpa bentuk dengan faktor bentuk untuk energi 400 MeV



Gambar 4.12: Grafik perbandingan total($\Sigma + \Lambda + \sigma$) tanpa bentuk dengan faktor bentuk untuk energi 700 MeV



Gambar 4.13: Grafik perbandingan total($\Sigma + \Lambda + \sigma$) tanpa bentuk dengan faktor bentuk untuk energi 1000 MeV

Gambar 4,3 memperlihatkan perbedaan dengan grafik 4.1 dan 4.2 dimana nilai DCS *particle exchange* sigma-meson (σ) sama untuk semua energi pada sudut hambur 45^0 . Meskipun tidak secara eksplisit besaran sudut dinyatakan pada persamaan-persamaan matrik \mathcal{M} dalam tulisan ini, namun dapat dipikirkan dari limit differensial tampang lintang terhadap sudut tidak bergantung pada energi. Ini menunjukkan bahwa Kaon terdeteksi dengan peluang yang sama pada sudut hambur 45^0 , tidak bergantung besar energi proyektil.

Pola gambar 4.4 dan 4.5 mirip dengan grafik DCS untuk partikel hyperon (gambar 4.1 dan 4.2). Tanpa adanya faktor bentuk, gambar 4.5, DCS masih terbaca pada sudut besar ($> 90^0$). Untuk energi rendah dimungkinkan terjadi pemantulan Kaon datang (proyektil) oleh partikel target (Nukleon). Semakin tinggi energi baik dengan faktor bentuk maupun tanpa faktor bentuk semakin sulit didapatkan proyektil terhambur pada sudut balik (*backward angle*).

Pada gambar 4.6, 4.7, 4.8, dan 4.9 baik untuk *particle exchange* hyperon (Λ dan Σ), sigma-meson (σ) maupun total ($\Lambda + \Sigma + \sigma$) memiliki bentuk grafik yang relatif simetri pada energi rendah. Kontribusi partikel lambda hyperon Λ sangat dominan dibandingkan sigma-hyperon (Σ) maupun sigma-meson (σ). Untuk semua tingkat energi proyektil yang digunakan DCS total masih lebih kecil dari DCS lambda hyperon (Λ). Hal ini dikarenakan konstanta kopling $N\Lambda K$ yang jauh lebih besar dari yang lainnya, meskipun parameter *cut off* $N\sigma N$ dan massa Σ lebih besar dari milik Λ . Dari gambar 4.6 sampai dengan 4.9 tampak bahwa partikel sigma-hyperon mempunyai nilai DCS paling kecil meskipun massa Σ lebih besar dari σ . Hal ini lebih dikarenakan konstanta kopling dari sigma-meson (σ) jauh lebih besar dari sigma-hyperon (Σ). Untuk energi proyektil tinggi, DCS teramati sangat kecil (gambar 4.8 dan 4.9) pada sudut hambur lebih dari 90^0 . Ini dapat diartikan bahwa kecil kemungkinan kaon terhambur balik (dipantulkan) ke arah asal. Meskipun penelitian ini tidak memasukkan interaksi coulomb, penulis berkeyakinan bahwa interaksi coulomb dapat diatasi oleh tingginya energi datang proyektil yaitu Kaon. Selain itu juga diperlihatkan harga DCS total (gabungan $\Lambda + \Sigma + \sigma$) seperti merupakan interferensi destruksi dengan dominasi lambda-hyperon (Λ).

Empat grafik terakhir (gambar 4.10, 4.11, 4.12, dan 4.13) menunjukkan DCS teramati sangat kentara tanpa faktor bentuk. Persamaan DCS tanpa faktor bentuk lebih sederhana dibandingkan dengan persamaan DCS yang memasukkan komponen faktor bentuk. Dengan memasukkan faktor bentuk persamaan menjadi lebih rumit. Berarti interaksi yang terjadi juga lebih rumit dibandingkan tanpa adanya faktor bentuk. Sehingga DCS yang dapat ditunjukkan oleh adanya faktor bentuk mempunyai harga yang lebih kecil. Hal ini memperlihatkan kontribusi yang signifikan dari faktor bentuk di vertex terhadap nilai DCS. Dari keempat gambar tersebut, dalam hubungannya dengan peluang dapat disimpulkan bahwa peluang mendapatkan Kaon terhambur besar jika faktor bentuk ditiadakan.

Secara umum teramati bahwa semakin besar energi kaon, DCS semakin dominan pada sudut-sudut kecil. Hal ini menunjukkan bahwa semakin besar energi, kecenderungan partikel dihamburkan pada sudut maju (*forward angle*) semakin tinggi. Potensial total yang merupakan gabungan dari hyperon (Λ dan Σ) dan sigma-meson (σ) memperlihatkan adanya interferensi destruksi dari fungsi gelombang masing-masing partikel yang dipertukarkan. Faktor bentuk pada vertex mempunyai kontribusi yang signifikan terhadap DCS.

Bab 5

KESIMPULAN

Penelitian telah menghasilkan model potensial dari peristiwa hamburan Kaon Nukleon. Potensial diturunkan dari diagram Feynman dengan pertukaran hyperon (Σ dan Λ) dan sigma-meson (σ) sebagai mediator. Potensial ini diobservable dengan spin sehingga diperoleh *differential cross section* untuk berbagai sudut hamburan.

Produksi data disajikan dalam bentuk grafik hubungan *differential cross section* terhadap sudut hambur. Diperoleh kesimpulan bahwa semakin besar energi, proyektil yang berupa Kaon cenderung dihamburkan pada sudut maju ($< 90^\circ$). Harga *differential cross section* tidak hanya dipengaruhi oleh massa proyektil dan target maupun *particle exchange*, namun juga dipengaruhi oleh parameter-parameter lain seperti konstanta kopling dan juga faktor bentuk. Kontribusi faktor bentuk pada vertex mempunyai pengaruh yang signifikan dari terhadap *differential cross section*. Peluang mendapatkan Kaon terhambur besar jika faktor bentuk ditiadakan.

Interferensi dari Λ , Σ , dan σ bersifat destruksi dengan dominasi oleh lambda-hyperon (Λ). Meskipun parameter *cut off* $N\sigma N$ dan massa Σ lebih besar dari Λ , namun kontribusi partikel lambda hyperon Λ sangat dominan dibandingkan sigma-hyperon (Σ) maupun sigma-meson (σ). Hal ini dikarenakan konstanta kopling $N\Lambda K$ yang jauh lebih besar dari yang lainnya.

DAFTAR ACUAN

- [1] R. Büttgen, K. Holinde, A. Müller-Groeling, J. Speth dan P. Wyborny. (1990). A Meson Exchange Model For The K^+N Interaction. *Nuclear Physics*. A506, 586-614.
- [2] Abdulrahman, I. (2006). *Hamburan Partikel Ber-Spin 0 dan $\frac{1}{2}$ Dalam Basis Momentum-Helicity*. Skripsi. Depok: Departemen Fisika UI.
- [3] Abdulrahman, I. & Fachruddin, I. (2009). A Formulation Without Partial Wave Decomposition For Scattering of Spin- $\frac{1}{2}$ And Spin-0 Particles. *Modern Physics Letter A*. World Scientific Publishing Company. Vol. 24, Nos. 11-13, 843-846.
- [4] Halzen, F., & Martin, A.D. (1984). *Quark and Lepton*. New York: John Willey & Sons, Inc.
- [5] Nelson, R., (2007). *Hamburan Kaon Nukleon dalam Pertukaran Hyperon*. Skripsi. Depok: Departemen Fisika UI.
- [6] Landau, R.H. (1996). *Quantum Mechanics II* (2nd Ed.) New York: John Willey & Sons, Inc.
- [7] Davydov, A.S. (th). *Quantum Mechanics* (2nd Ed.). Oxford: Pergamon Press.
- [8] Particle Data Group,(2010). *Review of Particle Physics**. University of California <http://pdg.lbl.gov>.
- [9] Salam, A. (2002). *Rescattering Effect and Two Process In Kaon Photoproduction On the Deuteron*. Dissertation. Germany: University of Mainz.

- [10] Kumerički, K. (2001). *Feynman Diagrams for Beginners*. Mei 2010. University of Zagreb.
http://www.phy.hr/~kkumer/articles/feynman_for_beginners
- [11] Mart, T. (1996). PhD thesis. Mainz: Johannes Gutenberg-Universität.
- [12] Fachruddin, I. (2003). PhD thesis. Bochum: Ruhr University.
- [13] Wiyatmo, Y. (2006). *Fisika Nuklir dalam Telaah Semi-klasik & Kuantum*. Yogyakarta: PUSTAKA PELAJAR.
- [14] P.E. Hodgson, E. Gadioli, dan E. Gadioli Erba. (1997). *Introductory Nuclear Physics*. New York: Oxford University Press Inc.
- [15] Heyde, K. Brewer, D.F. (1999). *Basic Ideas And Concepts In Nuclear Physics*. (2nd ed.). London: IOP Publishing Ltd.
- [16] Glöckle, W. (1983). *The Quantum Mechanical Few-Body Problem*. Berlin: Springer-Verlag
- [17] Arfken, G.B. dan Weber, H.J. (2001). *Mathematical Method for Physicists*, (5th ed.) San Diego: Academic Press Inc.
- [18] Krane, Kenneth S. (1996). *Modern Physics* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons Inc.
- [19] Joachain, C.J. (1975). *Quantum Collision Theory*. Holland: North-Holland Publ. Co.
- [20] Matindas, V.G.P. (2007) *Model Potensial Kaon Nukleon Fenomenologis*. Skripsi. Depok: Departemen Fisika UI.
- [21] Cheng-Tsung Hung, Shin Nan Yang, T.S.H. Lee, (2001). *Meson-exchange πN models in three-dimensional Bethe-Salpeter formulation*. Phys. Rev. **64**, 034309
- [22] Fachruddin, I. & Salam, A. (preprint; 2011) *A formulation for scattering of a spin-1/2 particle off a spin-0 target in momentum space based on a simple three-dimensional basis*.

Lampiran

Data Beberapa Partikel

Proton dan neutron (keduanya di sebut nukleon) pada awal abad dua puluh dianggap sebagai partikel elementer. Setelah muncul Model Standart, nukleon bukan lagi sebagai partikel elementer. Nukleon merupakan partikel komposit yang tersusun dari tiga quark. Proton tersusun dari dua quark up dan satu quark down (uud), sedangkan neutron tersusun atas satu quark up dan dua quark down (udd) [4]. Berikut disajikan data beberapa partikel.

Partikel	Massa(MeV)	S(Strangeness)	B(bil. barion)	s(spin)	quark
Nukleon					
p	938.3	0	+1	$\frac{1}{2}$	uud
n	939.6	0	+1	$\frac{1}{2}$	udd
Kaon					
K^+	493.65	+1	(0)	0	$u\bar{s}$
K^0	497.67	+1	(0)	0	$d\bar{s}$
K^-	493.67	-1	(0)	0	$\bar{u}s$
\bar{K}^0	498	-1	(0)	0	$\bar{d}s$
Hyperon					
Σ^+	1189.4	-1	(+1)	$\frac{1}{2}$	uus
Σ^0	1192.6	-1	(+1)	$\frac{1}{2}$	uds
Σ^-	1197.4	-1	(+1)	$\frac{1}{2}$	dds
Λ	1115.6	-1	(+1)	$\frac{1}{2}$	uds

Fermion dan Boson:

Fermion; partikel berspin pecahan ($\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$) yang mematuhi Larangan Pauli, mempunyai keadaan berbeda-beda, fungsi gelombang asimetris ($\psi_{(1,2)} =$

$-\psi_{(2,1)}$), serta memenuhi distribusi Fermi-Dirac

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{Ae^{\frac{E}{kT}} + 1}$$

Boson; partikel berspin 0, 1, 2, \dots yang tidak mematuhi Larangan Pauli, mempunyai fungsi gelombang simetris ($\psi_{(1,2)} = \psi_{(2,1)}$), serta memenuhi distribusi Bose-Einstein

$$f_{BE}(E) = \frac{1}{Ae^{\frac{E}{kT}} - 1}$$

