



UNIVERSITAS INDONESIA

**QGP BERVISKOSITAS DALAM FLUIDA QCD
DENGAN PERUSAKAN SIMETRI GAUGE**

EUNIKE FERA

0706262325

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI FISIKA
DEPOK
OKTOBER 2011**



UNIVERSITAS INDONESIA

**QGP BERVISKOSITAS DALAM FLUIDA QCD
DENGAN PERUSAKAN SIMETRI GAUGE**

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk meraih gelar Sarjana Sains

EUNIKE FERA

0706262325

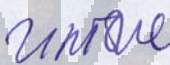
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI FISIKA
DEPOK
OKTOBER 2011**

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

Skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar.

Nama : Eunike Fera

NPM : 0706262325

Tanda Tangan : 

Tanggal : 25 Oktober 2011

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh

Nama : Eunike Fera
NPM : 0706262325
Program Studi : S1 Fisika
Judul Skripsi : QGP BERVISKOSITAS DALAM FLUIDA QCD
DENGAN PERUSAKAN SIMETRI GAUGE

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indonesia.

DEWAN PENGUJI

Pembimbing I : Dr. L. T. Handoko

Pembimbing II : Prof. Terry Mart

Penguji I : Dr. Imam Fachruddin

Penguji II : Dr. Anto Sulaksono

Dibuat di : Depok

Pada tanggal : 25 Oktober 2011

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai civitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Eunike Fera
NPM : 0706262325
Program Studi : S1 Fisika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Non-eksklusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul:

**QGP BERVISKOSITAS DALAM FLUIDA QCD
DENGAN PERUSAKAN SIMETRI GAUGE**

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Non-eksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalih media/ formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/ pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

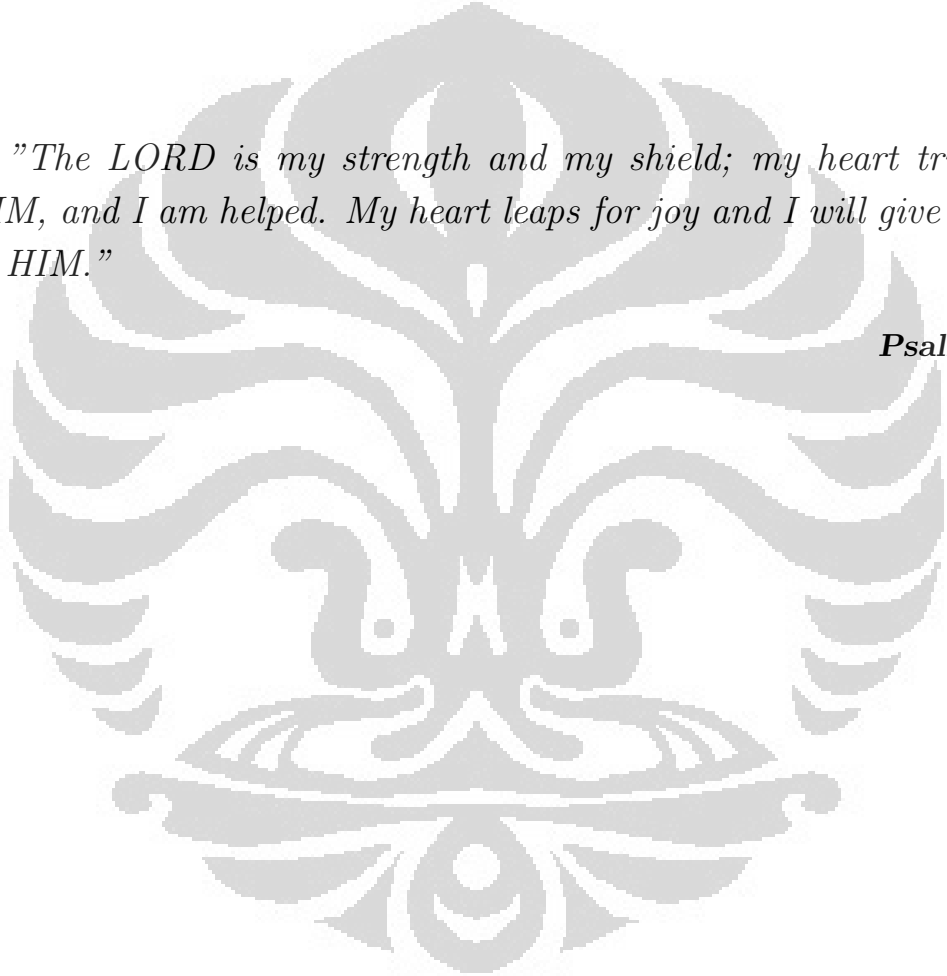
Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok
Pada tanggal : 25 Oktober 2011

Yang menyatakan



(Eunike Fera)



"The LORD is my strength and my shield; my heart trusts in HIM, and I am helped. My heart leaps for joy and I will give thanks to HIM."

Psalm 28:7

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur bagi Tuhan Yesus Kristus yang telah melimpahkan kasih karunia dan penyertaanNya, sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini. Penulis menyadari dalam penyelesaian tugas akhir ini tidak lepas dari bimbingan, arahan dan bantuan dari berbagai pihak, dalam kesempatan ini penulis secara khusus mengucapkan terima kasih kepada pihak-pihak yang telah membantu penyelesaian tugas akhir ini baik secara langsung maupun tidak langsung, antara lain:

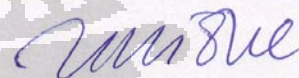
- Bapa, Mama, bang Awin dan Gayus. Terima kasih atas setiap detik kebersamaan kita, dukungan, nasehat, motivasi dan doa yang tak henti-hentinya. Kalian adalah sumber semangat utama bagi penulis.
- Dr. L. T. Handoko selaku pembimbing I yang telah membimbing penulis mulai dari awal diskusi hingga penyelesaian tugas akhir ini. Terima kasih atas ide-ide, wejangan-wejangan, dukungan dan saran yang diberikan serta inspirasi untuk terus bersemangat, lebih optimis dan yakin untuk mengerjakan tugas akhir ini.
- Prof. Terry Mart selaku pembimbing II dan ketua peminatan Fisika Nuklir dan Partikel. Terima kasih atas bimbingan, dukungan, dan inspirasi pandangan mengenai riset yang diberikan baik itu selama kuliah maupun pengerjaan tugas akhir ini.
- Dr. Imam Fachruddin dan Dr. Anto Sulaksono selaku penguji I dan II. Terima kasih atas diskusi dalam penyelesaian tugas akhir ini, serta ilmu yang diberikan selama kuliah.
- Tjong Po Djun MEng (Pak Ayung) selaku anggota Grup Fisika Teori Fisika UI. Terima kasih atas bimbingannya selama pengerjaan tugas akhir ini, dukungan dan masukan-masukan selama diskusi serta ide-ide dan inspirasi yang diberikan untuk terus bersemangat.
- Teman-teman di Lab Fisika Teori: Khalid, Januar, Chrisna, Anni, Awen, Radit, Syaefudin, Fauzi, Saepudin, Bundi, Chepi, Jauhar, Fahmi, Anggun,

Saras, Richard. Terima kasih atas bantuannya selama kuliah, dan menjadi teman berdebat dalam diskusi.

- Debora Elsyna Pormes, Rismauly Sitinjak, Risma Laura Sibarani, Evelyn Pratami Sinaga, dan Erlin Ingrina Simanungkalit. Terima kasih atas sharing, canda, dukungan, motivasi serta doa yang selalu kalian berikan.
- Teman-teman fisika angkatan '05, '06, '07, '08, dan '09. Terima kasih atas bantuan dan dukungannya selama kuliah dan selama penyelesaian tugas akhir ini.
- Juga semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu di sini. Terima kasih atas dukungan dan doa kepada penulis selama penyelesaian tugas akhir ini.

Akhirnya, dengan kerendahan hati penulis menyadari bahwa karya ini masih jauh dari sempurna, karena itu kritik dan saran yang konstruktif sangat dinantikan untuk perbaikan demi perkembangan riset di Fisika UI.

Depok, 25 Oktober 2011



(Eunike Fera)

Nama : Eunike Fera
Program Studi : S1 Fisika
Judul : QGP BERVISKOSITAS DALAM FLUIDA QCD
DENGAN PERUSAKAN SIMETRI GAUGE

ABSTRAK

Telah dibangun Lagrangian baru serta dilakukan perhitungan analitik tensor energi-momentum untuk fluida QCD yang mengandung suku viskositas. Suku viskositas ini dibuat dengan asumsi bahwa persamaan gerak yang diperoleh mereproduksi persamaan gerak hidrodinamika relativistik. Suku viskositas mengakibatkan perusakan simetri fluida QCD. Memakai Lagrangian yang telah dibangun, dihitung distribusi jumlah partikel memakai teori kinetik dan resolusi Cooper-Frye. Ditunjukkan bahwa distribusi jumlah partikel memiliki kontur yang sama dengan hasil perhitungan sebelumnya memakai persamaan gerak hidrodinamika relativistik.

Kata kunci: Fluida QCD; plasma quark-gluon ; teori gauge.

x + 34 hlm.: lamp.

Daftar Acuan: 12 (1984-2011)

Name : Eunike Fera
Study Program : S1 Physics
Title : VISCIOUS QGP WITHIN FLUID QCD
WITH BROKEN GAUGE SYMMETRY

ABSTRACT

A new Lagrangian and energy momentum tensor for fluid QCD with viscous term have been developed and calculated analytically. The viscous term has been constructed assuming that the generated equation of motion should reproduce the known relativistic hydrodynamics. The viscous term induces symmetry breaking of fluid QCD. Using the Lagrangian, the particle number distribution has been calculated using kinetic theory and Cooper-Frye prescription. It is shown that the distribution has the same contour as previous results calculated using the equation of motion of relativistic hydrodynamics.

Keywords: QCD fluid; quark-gluon plasma; gauge theory.

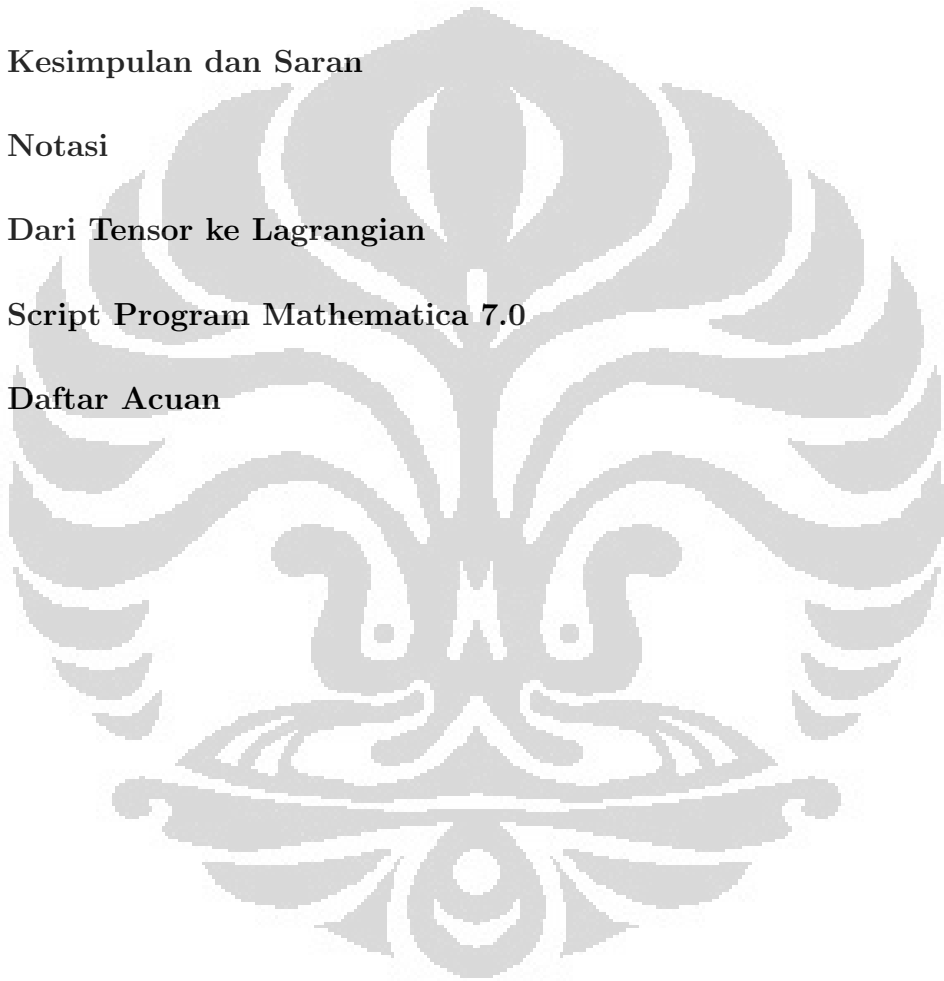
x + 34 pp.: appendices.

References: 12 (1984-2011)

Daftar Isi

Halaman Pernyataan Orisinalitas	i
Halaman Pengesahan	ii
Halaman Pernyataan Persetujuan Publikasi	iii
Kata Pengantar	v
Abstrak	vii
Daftar Isi	ix
1 Pendahuluan	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	2
1.3 Metode Penelitian	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
2 Landasan Teori	4
2.1 Formulasi Lagrangian	5
2.2 Tensor Energi Momentum	7
2.3 Persamaan Fungsi Distribusi Partikel	9
2.4 Persamaan Euler-Lagrange	12
3 Perhitungan	14
3.1 <i>The Related Gluonic Terms</i>	15
3.2 <i>Viscous Gluonic Plasma</i>	17
3.3 Fungsi Distribusi Partikel	26

3.4	Persamaan Gerak	28
4	Hasil dan Pembahasan	30
4.1	Suku Viskositas	30
4.2	Distribusi Jumlah Partikel	31
4.3	Persamaan Gerak	33
5	Kesimpulan dan Saran	34
A	Notasi	35
B	Dari Tensor ke Lagrangian	36
C	Script Program Mathematica 7.0	39
	Daftar Acuan	42



Bab 1

Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Viskositas merupakan ukuran penolakan sebuah fluida terhadap perubahan bentuk di bawah tekanan shear atau deformasi. Viskositas dipengaruhi oleh temperatur, tekanan, kohesi dan laju perpindahan momentum molekularnya. Syarat fluida ideal adalah fluida yang tidak memiliki tegangan geser, viskositas atau konduksi panas. Fluida riil berbeda dengan fluida ideal. Dengan kata lain, fluida ideal sebenarnya tidak ada dalam kehidupan riil. Fluida ideal hanya model yang digunakan untuk menganalisis aliran fluida. Bila bergerak, fluida akan mendapatkan peredaman karena viskositas fluida. Gaya akibat viskositas ini sebanding dengan kecepatan benda. Viskositas dinamis atau *shear viscosity* (η) merupakan gaya gesek persatuan luas yang dibutuhkan untuk menggeser lapisan zat cair dengan satuan kecepatan terhadap lapisan yang berlekatan di dalam zat cair itu. Sedangkan viskositas volum atau *bulk viscosity* (ζ) hanya untuk efek dimana kompresibilitas fluida sangat penting dimana partikel tidak homogen.

Model fluida QCD mendeskripsikan QGP memiliki sifat seperti fluida yang kolektif, berkarakter seperti fluida yang memiliki viskositas tertentu dan bergerak dengan kecepatan relativistik. QGP sebagai aliran fluida gluon dengan materi quark dan anti-quark yang berinteraksi dengan medan elektromagnetik. Gaya elektromagnetik dapat diabaikan karena kontribusi yang kecil, sehingga dapat membangun model Lagrangian dengan keadaan simetri gauge non-Abelian untuk fluida ideal tanpa viskositas dari tensor energi-momentumnya yang berasal dari pendekatan hidrodinamika yang berfokus hanya pada gluon plasma.

Dalam fisika partikel, pendekatan dilakukan dengan menggunakan prinsip first principle dengan pendekatan Lagrangian, dengan melakukan transformasi oleh grup tertentu pada medan fluida. Lagrangian dari fluida harus invarian terhadap transformasi tersebut, sebagai konsekuensinya maka pada Lagrangian akan muncul suku-suku baru yang menunjukkan interaksi antara fluida dengan medan gauge atau antara sesama medan gauge. Lagrangian yang invarian terhadap transformasi gauge dapat diformulasikan untuk sistem relativistik sehingga dapat menggunakan persamaan Euler-Lagrange untuk memperoleh persamaan dinamika fluida relativistiknya. Dinamika fluida berbasis teori ini juga dapat mendeskripsikan sistem multi fluida dengan menggunakan Lagrangian yang invarian terhadap transformasi gauge non-Abelian.

1.2 Perumusan Masalah

Sejauh ini, hidrodinamika ideal disipatif telah digunakan untuk menyesuaikan beberapa data eksperimental di tumbukan ion berat energi tinggi. Kecocokan yang sukses membutuhkan model untuk mempertimbangkan nilai yang sangat kecil dari rasio viskositas geser pada entropi[2].

Selain pendekatan tersebut, ada beberapa pendekatan lain yang didasarkan pada teori unifikasi atau hibridisasi medan muatan dengan medan aliran. Salah satunya adalah dibangun melalui Lagrangian dengan menerapkan simetri gauge non-Abelian untuk masalah tersebut di dalam fluida, di mana pada rincian langkah-langkah Lagrangian diperlakukan dengan prosedur formalisme QCD[3]. Dalam hal fluida QCD, pada fase plasma itu ada fluida dan juga partikel. Bahkan mendekati batas gas ideal untuk kerapatan yang besar dan suhu tinggi akibat kebebasan asimtotik dari interaksi quark dan gluon. Semua fakta ini mendorong penerapan teori kinetik untuk menghasilkan fungsi distribusi dan perilaku sebagian lainnya QGP.

Sejak dibangun melalui teori medan, tidak ada tekanan tensor viskositas ada dalam pendekatan ini. Hilangnya derajat kebebasan termodinamika seperti energi bebas, viskositas, entropi, dll yang biasanya berpengaruh untuk tekanan tensor viskositas melalui hubungan dengan hukum kedua termodinamika, juga meru-

pakan bagian dari konsekuensi.

Model fluida relativistik (invarian terhadap transformasi Lorentz) dengan pendekatan Lagrangian QCD yang memiliki simetri gauge yang menjelaskan sistem plasma quark-gluon. Lagrangian dari sistem QGP ini kemudian dicari tensor energi-momentumnya. Dari tensor energi-momentum kemudian digunakan untuk mencari bagaimana keadaan energi atau distribusi jumlah partikel jika dilihat berdasarkan sudut hamburannya.

1.3 Metode Penelitian

Penelitian ini bersifat teoritik. Teori fluida relativistik yang digunakan adalah dengan pendekatan Lagrangian QCD yang berfokus hanya gluon plasma[1]. Lagrangian dengan simetri gauge non-Abelian dalam fluida. Lagrangian yang diperoleh akan ditransformasi menjadi bentuk tensor energi-momentum yang berbeda dengan fluida sempurna. Tensor energi momentum digunakan dalam persamaan fungsi distribusi dan *Cooper-Frye prescription* sehingga diperoleh hubungan antara fungsi distribusi partikel dengan momentumnya yang kemudian diplot dengan menggunakan program *Mathematica*.

1.4 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mencari distribusi calon partikel terhadap momentumnya pada tumbukan nuklir relativistik, dan persamaan geraknya sama dengan keadaan QGP berviskositas dalam fluida QCD dengan perusakan simetri gauge.

Bab 2

Landasan Teori

Plasma quark-gluon atau QGP (*Quark-Gluon Plasma*) adalah salah satu fase yang terbentuk dari hasil interaksi kuat antara quark dan gluon dimana penerapan dari teori fluida QCD (*Quantum Chromodynamics*) sangat diperlukan, fase ini muncul pada suhu dan kerapatan yang sangat tinggi (dalam orde $T_c = 170$ MeV, atau sekitar 10^{13} K) sebelum fase hadronisasi. Definisi 'plasma' diberikan karena penyusun QGP yang salah satunya quark memiliki muatan listrik, sehingga sesuai dengan definisi fase plasma yaitu fase yang berisi banyak partikel bermuatan yang bergerak. Tumbukan ion berat relativistik terjadi sesaat sebelum fase QGP, yang terjadi merupakan tumbukan antara ion Au-Au pada skala LHC (*Large Hadron Collider*).

Fase tersebut memiliki kemiripan dengan fluida yang relativistik karena medan gluon berlaku sebagai aliran partikel berenergi dan sifatnya didominasi oleh kecepatan relativistiknya. Dimana fluida merupakan materi yang mengalami perubahan bentuk secara kontinu bila diberi tegangan geser. Karena persamaan gerak fluida secara umum bergantung pada ruang dan waktu, maka dapat digunakan metode pada model fluida relativistik dengan pendekatan lagrangian QCD yang memiliki simetri gauge yang menjelaskan sistem plasma quark-gluon yang memperlakukan ruang dan waktu dalam dimensi yang sama.

Pada model QGP yang dipakai, dapat dibuktikan bahwa satu medan gluon U_μ^a dapat berlaku sebagai fluida pada skala tertentu. Selain itu, bentuk konvensional partikel titik dengan vektor polarisasi ϵ_μ dalam bentuk $U_\mu^a = \epsilon_\mu^a \phi$. Dengan fase QGP memiliki kecepatan relativistik u_μ^a . Bentuk transisi fase medan gluon,

$$\underbrace{\text{fase hadronik}}_{\epsilon_{\mu}^a} \longleftrightarrow \underbrace{\text{fase QGP}}_{u_{\mu}^a}. \quad (2.1)$$

Saat medan gluon berlaku sebagai partikel titik, medan tersebut berada pada keadaan stabil hadronik. Pada sisi lain, saat keadaan sebelum hadronisasi seperti QGP, medan gluon berlaku sebagai aliran partikel berenergi dan sifatnya didominasi oleh kecepatan relativistiknya. Sehingga yang menghubungkan fase ini merupakan fungsi distribusi $\phi \sim \exp(-ip \cdot x)$.

Dalam bab ini, persamaan Lagrangian akan ditransformasi menjadi bentuk tensor energi-momentum yang berbeda. Tensor energi momentum digunakan dalam persamaan fungsi distribusi dari teori kinetik dan Lagrangian akan digunakan dalam persamaan Euler-Lagrange.

2.1 Formulasi Lagrangian

Persamaan Lagrangian adalah konsep untuk menggambarkan keadaan dari suatu sistem berupa besaran berdimensi energi. Pada sistem klasik, Lagrangian merupakan selisih energi kinetik dengan potensial yang dimiliki suatu sistem baik solid maupun fluida. Dengan bentuk,

$$L = T - V \quad (2.2)$$

Untuk sistem banyak partikel seperti fluida atau plasma, Lagrangian digunakan untuk menggambarkan kerapatan Lagrangian \mathcal{L} . Lagrangian yang sebenarnya merupakan hasil integrasi seluruh ruang dari kerapatan Lagrangian,

$$L = \int \mathcal{L} d^3x. \quad (2.3)$$

Model yang digunakan merupakan QGP, dan penyusun utama QGP adalah quark dan gluon. Quark adalah kuantum dari medan fermion Q yang mengikuti

formulasi Lagrangian fermion yang terdiri dari suku kinetik dan suku massa yaitu, $\mathcal{L}_{quark} = i\bar{Q}\gamma^\mu\partial_\mu Q - m_Q\bar{Q}Q$. Sedangkan gluon adalah kuantum dari medan gauge boson U_μ^a yang memiliki suku kinetik ($S_{\mu\nu}^a$) dan suku interaksi dengan fluida quark.

Model ini mendeskripsikan suatu penyatuan magnetofluid melibatkan fluida non-Abelian SU(3) yang mengandung partikel quark dan anti-quark berinteraksi dengan medan elektromagnetik. Diketahui bahwa non-Abelian kuat digabungkan plasma tidak mengalami gaya elektromagnetik. Sehingga, Lagrangian QCD konvensional dengan simetri SU(3) color gauge menjadi,

$$\mathcal{L} = i\bar{Q}\gamma^\mu\partial_\mu Q - m_Q\bar{Q}Q - \frac{1}{4}S_{\mu\nu}^aS^{a\mu\nu} + g_F J_{F\mu}^a U^{a\mu}. \quad (2.4)$$

Di sini Q dan U_μ merepresentasikan *quark (color) triplet* dan medan vektor gauge. Kuat arus kovarian $J_{F\mu}^a = \bar{Q}T_F^a\gamma^\mu Q$ disebabkan oleh hal-hal yang ada disekelilingi dan yang berinteraksi dengan fluida, sedangkan T_F^a merupakan milik SU(3) matriks Gell-Mann, dimana g_F adalah *coupling constant* yang menentukan kekuatan interaksi antara medan materi dengan medan gauge. Nilai g_F ditentukan oleh nilai susunan-susunan pada interaksi kuat $g_F^2 = 4\pi\alpha_s$, di mana nilai α_s bergantung dengan skala energi yang dipakai, contohnya jika $T = 200$ MeV, maka nilai α_s berkisar sekitar 0,2 sampai 0,5 dengan g_F di antara 1,5 sampai 2,5.

Untuk *strength tensor* $S_{\mu\nu}^a = \partial_\mu U_\nu^a - \partial_\nu U_\mu^a + g_F f^{abc}U_\mu^b U_\nu^c$ dengan f^{abc} adalah konstanta struktur dari masing-masing grup SU(3). Ini menandakan bahwa quark dan anti-quark mengalami gaya elektromagnetik karena medan U(1) yaitu A_μ , namun ukurannya ditekan oleh faktor $e/g_s = \sqrt{\alpha/\alpha_s} \sim O(10^{-1})$ dengan $e = \sqrt{\alpha/4\pi}$. Dalam Lagrangian, fluida gluon sendiri tidak mengalami gaya elektromagnetik namun tidak bagi quark dan anti-quark karena dinyatakan oleh suku terakhir pada Lagrangian. Oleh karena itu, gaya elektromagnetik menyumbang sekitar beberapa persen, dan mungkin diabaikan untuk akurasi yang baik. Hal ini memberikan fakta wawasan alternatif bahwa tidak ada rentang gaya elektromagnetik pada plasma non-Abelian.

Fluida gluon memiliki bentuk khusus dalam kecepatan relativistik $U_\mu^a = (U_0^a, \mathbf{U}^a) \equiv u_\mu^a \phi$, dengan $u_\mu^a \equiv \gamma_{\mathbf{v}^a}(1, \mathbf{v}^a)$ dan $\gamma_{\mathbf{v}^a} = (1 - |\mathbf{v}^a|^2)^{-1/2}$, u_μ adalah kecepatan relativistik, sedangkan \mathbf{v} adalah kecepatan spasial. Indeks a di

$\gamma^a \mathbf{v}^a$ hanya menandai setiap medan aliran dan tidak menjumlahkan. Di sisi lain, ϕ adalah dimensi satu medan skalar untuk mempertahankan dimensi dan merepresentasikan distribusi medan.

Istilah gauge secara umum digunakan untuk menunjukkan kebebasan tersembunyi dalam sebuah teori. Dengan fungsi gelombang U_μ^a untuk partikel tak bermassa memenuhi $\partial^2 U_\mu^a = 0$ dengan sebuah solusi $U_\mu^a \sim \epsilon_\mu^a \exp(-ip_\nu x^\nu)$ dengan p_ν dimensi-4 momentum. Dengan mengenakan kondisi gauge Lorentz $\partial^\mu U_\mu^a = 0$ menuntut $p^\mu \epsilon_\mu^a = 0$. Maka jumlah dari vektor polarisasi bebas berkurang dari empat menjadi tiga dalam kovarian. Dengan kata lain, memperlihatkan transformasi gauge ke partikel tak bermassa U_μ^a yang akhirnya membuat hanya dua derajat kebebasan. Transformasi gauge dari kecepatan u_μ^a dengan medan gauge U_μ^a ditransformasikan sebagai $U_\mu^a \rightarrow U_\mu^a + 1/g_F \partial_\mu \theta^a + f^{abc} \theta^b U_\mu^c$ dengan parameter gauge lokal $\theta^a = \theta^a(x)$. Dengan mengikuti kondisi Lorentz, θ^a juga memenuhi $\partial^2 \theta^a = 0$. Jika solusi adalah $\theta^a = i\kappa^a \phi \exp(-ip \cdot x)$ dengan κ^a konstanta dan $\phi \sim \exp(-ip \cdot x)$, u_μ^a ditransformasikan sebagai $u_\mu^a \rightarrow (u_\mu^a)' = u_\mu^a + \kappa^a / g_F p_\mu + i f^{abc} \kappa^b u_\mu^c$. Invarian kecepatan dimensi-4 memenuhi $u'^2 = 1 + \kappa(m_g/g_F + i f_g) + O(\kappa^2) \sim 1 = u^2$ dengan bagian kedua dan ketiga ditekan dengan $\kappa^a \sim \theta^a \ll g_F \sim O(1)$. f_g merupakan faktor dari sumasi keadaan gluon berwarna. Untuk pendekatan yang baik, faktor kecepatan relativistik dapat digunakan. Maka, dalam penelitian ini hanya berfokus kepada bagian yang berkaitan dengan gluon *Gluon Dominated Plasma* sehingga Pers. (2.4) menjadi,

$$\mathcal{L}_{gluon} = -\frac{1}{4} S_{\mu\nu}^a S^{a\mu\nu} + g_F J_{F\mu}^a U^{a\mu}. \quad (2.5)$$

Lagrangian dari sistem QGP ini kemudian dicari tensor energi-momentumnya. Selain itu, Lagrangian digunakan untuk mendapatkan persamaan gerak dari suatu sistem apabila disubstitusi ke dalam persamaan Euler-Lagrange.

2.2 Tensor Energi Momentum

Suatu Lagrangian harus diubah menjadi sebuah tensor energi-momentum apabila ingin menghubungkannya dengan ruang-waktu di tempat sistem itu berada. Lagrangian QGP dapat ditransformasikan menjadi tensor energi-momentum QGP.

Tensor energi-momentum $T^{\mu\nu}$ merupakan integrasi dari seluruh ruang-waktu terhadap densitas tensor energi-momentum $\mathcal{T}^{\mu\nu}$, yaitu

$$T^{\mu\nu} = \int \mathcal{T}^{\mu\nu} d^4x. \quad (2.6)$$

Dalam kalkulus variasi, aksi suatu sistem S adalah integrasi dari variasi densitas Lagrangian terhadap seluruh ruang-waktu dimensi empat,

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L} \quad (2.7)$$

dengan g determinan dari tensor matriks $g^{\mu\nu}$ pada sistem koordinat. Bentuk variasi dari matriks S yang berhubungan dengan geometri ruang-waktu,

$$\delta S = -\frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{T}^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu}. \quad (2.8)$$

Hubungan keduanya menjadi densitas tensor energi-momentum,

$$\mathcal{T}^{\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta g_{\mu\nu}}. \quad (2.9)$$

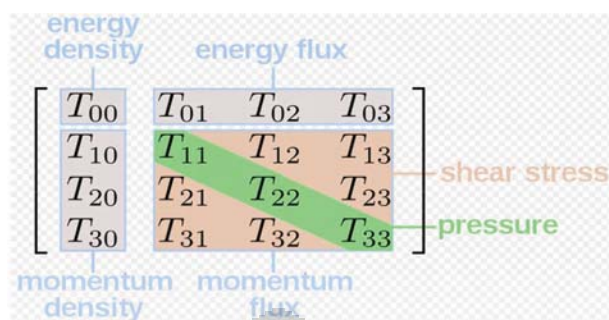
Dari sinilah, persamaan Lagrangian dapat ditransformasikan ke tensor energi-momentum.

Tensor energi-momentum $T^{\mu\nu}$ pada Pers. (2.6) merupakan kovarian vektor empat, dimana masing-masing nilai dari ν berhubungan dengan sebuah komponen momentum empat dan masing-masing nilai dari μ merupakan komponen dari arus yang berhubungan.

Didefinisikan suatu tensor untuk fluida ideal dalam relativistik hidrodinamika,

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}$$

dengan ϵ dan p masing-masing merupakan densitas energi dan tekanan pada kerangka *local rest* suatu materi, $g^{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1)$ adalah tensor matriks., dan u^μ kecepatan dimensi empat fluida ($u^\mu u_\mu = 1$). Dapat diidentifikasi komponen tensor energi-momentum secara spesifik berdasarkan arti fisisnya, yaitu komponen T^{00} adalah densitas energi total internal fluida termasuk energi potensial dari gaya antar partikel dan energi kinetik, $T^{0\nu}$ adalah fluks energi sepanjang sumbu ν , $T^{\mu 0}$ adalah densitas momentum dari komponen μ , dengan $\mu = 1, 2, 3$ dan $T^{\mu\nu}$ adalah fluks momentum sepanjang sumbu μ dari komponen ν yang



Gambar 2.1: Tensor energi-momentum

isotropik pada satu arah, juga disebut tensor tekanan, yang lainnya atau $\mu \neq \nu$ ini merepresentasikan tegangan geser atau viskositas. Untuk model fluida sempurna tanpa viskositas $T^{\mu\nu} = 0$ untuk $\mu \neq \nu$.

Pada bagian berikutnya, tensor energi-momentum kemudian digunakan dalam persamaan fungsi distribusi partikel.

2.3 Persamaan Fungsi Distribusi Partikel

Tujuan selanjutnya untuk mengetahui hubungan antara distribusi partikel dan momentum dalam sistem QGP. Untuk mencapai tujuan ini, QGP yang diasumsikan dibangun dari sebagian besar partikel diperlakukan melalui persamaan teori kinetik. Hubungan antara hidrodinamika dan derajat kebebasan partikel ditentukan dalam teori kinetik. Salah satu distribusi partikel fungsi $f(\vec{p}, t, \vec{x})$ dapat dikaitkan dengan jumlah *on-shell* (jika energi dan momentum sama atau *on the energy shell*) partikel persatuan ruang fase sebagai berikut,

$$f(\vec{p}, t, \vec{x}) \propto \frac{dN}{d^3p d^3x}. \quad (2.10)$$

Evolusi dari f melalui teorema Liouville akan menghasilkan persamaan Boltzmann $p^\mu \partial_\mu f = -\mathcal{C}[f]$, dimana $\mathcal{C}[f]$ adalah waktu tumbukan yang merupakan fungsional dari f dan bentuk yang tepat dari yang tergantung pada interaksi partikel. Untuk sistem dalam kesetimbangan, f stasioner, $f(\vec{p}, t, \vec{x}) = f_{(0)}(\vec{p})$, persamaan Boltzmann memberikan $p^\mu \partial_\mu f = 0$, yang menyiratkan bahwa waktu tumbukan hilang dalam kesetimbangan.

Mengingat interpretasi dari f di atas, kepadatan jumlah partikel harus sebanding dengan $\int d^3p f$, atau jumlah dari f atas semua momentum dengan satu-

an berat. Dengan mengharapkan hasil yang sebanding dengan produk kepadatan jumlah dan energi atau kepadatan energi, yang merupakan bagian dari tensor energi momentum, formulasi disusun sebagai $\int d^3p p^0 f$.

Hubungan antara fungsi distribusi partikel dan tensor energi-momentum lalu didefinisikan sebagai[8]

$$\int \frac{d^4p}{(2\pi)^3} p^\mu p^\nu \delta(p^\mu p_\mu - m^2) 2\theta(p^0) f(p, x) = T^{\mu\nu}. \quad (2.11)$$

Persamaan ini merupakan jumlah dari seluruh momentum. Fungsi δ memaksakan kondisi partikel *on-shell*, dan fungsi-langkah (*step-function*) membatasi jumlah hanya ke keadaan energi positif.

Tensor energi-momentum yang dibutuhkan oleh persamaan diperoleh dari tensor energi-momentum kanonik yang dapat diturunkan dari Lagrangian. Hal ini diasumsikan bahwa tensor energi-momentum bagi setiap bidang pada skala kuantum dapat dianggap sebagai diferensial atau densitas,

$$T^{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \varphi)} \partial^\mu \varphi - g^{\mu\nu} \mathcal{L}.$$

Dengan $\varphi = U_\nu^a$, kemudian $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \varphi)} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu U_\nu^a)} = S^{a\mu\nu}$, dan $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \varphi)} (\partial^\nu \varphi) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu U_\nu^a)} (\partial^\nu U_\nu^a) = S^{a\mu\nu} (\partial^\nu U_\nu^a)$, maka

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} &= -S^{a\mu\nu} (\partial^\nu U_\nu^a) - g^{\mu\nu} \mathcal{L} \\ &= -(\partial^\mu U^{a\nu} - \partial^\nu U^{a\mu} + g_F f^{abc} U^{b\mu} U^{c\nu}) (\partial^\nu U_\nu^a) - g^{\mu\nu} \mathcal{L}. \end{aligned}$$

Persamaan ini akan dikembangkan dan disederhanakan dari bagian ke bagian dan $p_\mu p_\nu$ akan dimasukkan dalam perkalian.

Waktu untuk dua ion Au bertumbukan sebagai waktu pecah sebelum membentuk partikel baru disebut waktu QGP. Partikel diproduksi secara homogen dan isotropik dalam tabrakan pada skala waktu yang sangat singkat. Teori kinetik dapat diterapkan untuk membuat hubungan antara fluida relativistik yang dijelaskan dengan kebebasan derajat partikel. Setelah $f(\vec{p}, t, \vec{x})$ diketahui, maka dapat membangun arus partikel dari teori kinetik[8]

$$n^\mu = \int d_\chi f p^\mu, \quad (2.12)$$

yang akan digunakan untuk membangun distribusi partikel yang dapat dibandingkan untuk pengukuran eksperimental. Dalam kondisi seperti jumlah partikel diberikan oleh arus partikel meninggalkan *hypersurface* Σ (*hypersurface* merupakan dimensi $(n - 1)$ submanifold Σ dari dimensi n manifold M , ini diperlukan di relativitas umum dan banyak rumusan yang menggunakannya) ,

$$N = \int n^\mu d\Sigma_\mu = \int d_\chi f p^\mu d\Sigma_\mu \quad (2.13)$$

atau dalam bentuk lain,

$$N = \int d^3p \frac{1}{\sqrt{m^2 + p^2}} \left(E \frac{d^3N}{d^3p} \right)$$

dimana bentuk *Cooper-Frye prescription*[8],

$$E \frac{d^3N}{d^3p} = \frac{1}{2\pi^3} \int p^\mu d\Sigma_\mu f. \quad (2.14)$$

Tensor energi-momentum dimasukkan ke dalam persamaan sebagai berikut,

$$p^\nu p_\nu E d^3N = \frac{1}{2\pi^3} \int p^\mu p^\nu p_\nu d\Sigma_\mu f d^3p \quad (2.15)$$

$$m^2 E d^3N = \int \frac{d^3p}{2\pi^3} p^\mu p^\nu f p_\nu d\Sigma_\mu \quad (2.16)$$

Kembali mengingat Pers. (2.11) maka diperoleh persamaan jumlah distribusi partikel,

$$E d^3N = \frac{1}{m^2} T^{\mu\nu} p_\nu d\Sigma_\mu. \quad (2.17)$$

$d\Sigma^\mu$ adalah vektor normal pada *hypersurface* yang diberikan oleh

$$d\Sigma_\mu = \epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \frac{\partial \Sigma^\alpha}{\partial x} \frac{\partial \Sigma^\beta}{\partial y} \frac{\partial \Sigma^\gamma}{\partial z} dx dy dz \quad (2.18)$$

$$d\Sigma^\mu = \left(\cosh \eta, \cos \phi \frac{d_\tau}{dr}, \sin \phi \frac{d_\tau}{dr}, \sinh \eta \right) r dr \tau d\phi d\eta \quad (2.19)$$

dimana $\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}$ adalah total tensor anti-simetri didimensi-4 dengan $\epsilon_{1234} = +1$, *transverse momentum* p_T , sudut ϕ_p , dengan $m_T = \sqrt{p_T^2 + m_0^2}$, dan m_0 adalah *rest mass* dari partikel tersebut.

2.4 Persamaan Euler-Lagrange

Persamaan Lagrangian digunakan untuk mendapatkan persamaan gerak dari suatu sistem apabila kita substitusi ke dalam persamaan Euler-Lagrange. Untuk sistem medan klasik, parameter dari suatu Lagrangian dan persamaan Euler-Lagrange merupakan medan-medan klasik seperti posisi, sudut, dan lainnya.

Dalam kalkulus variasi, persamaan Euler-Lagrange merupakan persamaan diferensial yang solusinya adalah fungsi dimana fungsional yang diberikan stasioner. Dalam mekanika Lagrangian, karena prinsip Hamiltonian aksi stasioner, evolusi dari sistem gerak dijelaskan oleh solusi untuk persamaan Euler-Lagrange untuk sistem aksi. Dalam mekanika klasik, ini setara dengan hukum Newton tentang gerak, tetapi memiliki keunggulan yang mengambil bentuk yang sama dalam sistem koordinat umum, dan ini lebih cocok untuk generalisasi, misalnya teori medan.

Hukum Newton kedua,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F = -\frac{dV}{dx} \quad (2.20)$$

dimana energi potensial $V(x)$ dan gaya yang bekerja F .

Lagrangian L didefinisikan oleh Pers. (2.2) sebagai

$$L = T - V = \frac{1}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - V(x) \quad (2.21)$$

dengan T sebagai energi kinetik dari sistem.

Hal ini mudah untuk mengembangkan formalisme dari sistem diskrit seperti partikel titik ke sistem kontinu, dengan Lagrangian,

$$L(x, \dot{x}, t) \rightarrow \mathcal{L}(\Phi, \partial_\mu \Phi, x^\mu), \quad (2.22)$$

dimana medan Φ merupakan fungsi dari parameter kontinu x^μ . Dan aksi S ,

$$S = \int_R \mathcal{L} d^4 x \quad (2.23)$$

Persamaan medan untuk medan Φ^a meminta aksi stasioner atau invarian dalam medan dengan bentuk

$$\Phi^a(x) \rightarrow \Phi'^a(x) = \Phi^a(x) + \delta \Phi^a(x). \quad (2.24)$$

Derivatif pertama dari medan

$$\partial_\mu \Phi^a \rightarrow \partial_\mu \Phi'^a = \partial_\mu \Phi^a + \partial_\mu (\delta \Phi^a), \quad (2.25)$$

operator δ dapat ditukar dengan derivatif,

$$\partial_\mu (\delta \Phi^a) = \partial_\mu (\Phi'^a - \Phi^a) = \partial_\mu \Phi'^a - \partial_\mu \Phi^a = \delta (\partial_\mu \Phi^a), \quad (2.26)$$

menuju variasi aksi $S \rightarrow S + \delta S$ dengan,

$$\delta S = \int_R \delta \mathcal{L} d^4x = \int_R \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi^a} \delta \Phi^a + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Phi^a)} \delta (\partial_\mu \Phi^a) \right] d^4x. \quad (2.27)$$

Bagian kedua menjadi,

$$\begin{aligned} \int_R \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Phi^a)} \partial_\mu (\delta \Phi^a) d^4x &= \int_R \partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Phi^a)} \delta \Phi^a \right] d^4x - \\ &\int_R \partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Phi^a)} \right] \delta \Phi^a d^4x. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Jika kita membatasi variasi diperbolehkan $\delta \Phi^a$ kepada yang hilang pada batas ∂R , sehingga $\delta S = 0$ (prinsip aksi minimum, partikel selalu mencari lintasan dengan aksi terkecil) maka integral ini juga akan hilang dan menjadi

$$\delta S \equiv \int_R \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \Phi^a} \delta \Phi^a d^4x = \int_R \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi^a} - \partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Phi^a)} \right] \right) \delta \Phi^a d^4x. \quad (2.29)$$

Persamaan Euler-Lagrange yang sesuai,

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \Phi^a} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi^a} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Phi^a)} = 0,$$

dengan menyesuaikan kepada medan fluida relativistik menjadi,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial U_\nu^a} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu U_\nu^a)} = 0. \quad (2.30)$$

Pada bab berikutnya, persamaan Lagrangian dari model yang dibangun akan dimasukkan ke persamaan tersebut untuk mencari persamaan gerak pada sistem.

Bab 3

Perhitungan

Model plasma yang dipakai adalah *Gluon Dominated Plasma* dimana konsentrasi gluon jauh lebih besar saat membentuk plasma sehingga kita hanya akan fokus pada Lagrangian yang mengandung interaksi gluon saja. Konsekuensi dari model ini membuat suku quark pada Lagrangian QGP dapat diabaikan. Lagrangian yang berfokus hanya pada gluon pada Pers. (2.5),

$$\mathcal{L}_{gluon} = -\frac{1}{4}S_{\mu\nu}^a S^{a\mu\nu} + g_F J_{F\mu}^a U^{a\mu}.$$

Suku pertama merupakan suku kinetik medan gluon, dan suku kedua adalah interaksi antara gluon dengan quark. Pada model ini yang dipakai hanya lagrangian yang mempunyai kaitan dengan quark. Dalam fluida sempurna, quark dan gluon bergerak dengan kecepatan relativistik serupa partikel bebas dengan kerapatan energi dan tekanan yang saling berinteraksi tanpa gesekan di dalamnya. Namun dalam penelitian ini juga dipakai model yang berviskositas atau dikenal sebagai *Viscous Gluonic Plasma*. Bentuk Lagrangian pada fluida berviskositas,

$$\mathcal{L}_{viscous} = -\frac{1}{2}\eta T_F^a U^{a\mu} U^{b\ell} \partial_\ell U_\mu^b. \quad (3.1)$$

Lagrangian yang hanya berkaitan dengan gluon ditambahkan dengan lagrangian yang mengandung suku viskositas, sehingga Lagrangian dimensi-4 lengkapnya berbentuk,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{total} &= \mathcal{L}_{gluon} + \mathcal{L}_{viscous} \\ &= -\frac{1}{4}S_{\mu\nu}^a S^{a\mu\nu} + g_F J_{F\mu}^a U^{a\mu} - \frac{1}{2}\eta T_F^a U^{a\mu} U^{b\ell} \partial_\ell U_\mu^b. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Persamaan Lagrangian ini pada model ini selanjutnya ditransformasi menjadi tensor energi-momentum sistem QGP.

3.1 The Related Gluonic Terms

Dengan memanggil kembali lagrangian yang memiliki kaitan dengan gluon pada Pers. (2.5),

$$\mathcal{L}_{gluon} = -\frac{1}{4}S_{\mu\nu}^a S^{a\mu\nu} + g_F J_{F\mu}^a U^{a\mu}.$$

Untuk tensor kuat medan (*field strength tensor*) $S_{\mu\nu}^a$ dan $S^{a\mu\nu}$,

$$S_{\mu\nu}^a = \partial_\mu U_\nu^a - \partial_\nu U_\mu^a + g_F f^{abc} U_\mu^b U_\nu^c \quad (3.3)$$

$$S^{a\mu\nu} = \partial^\mu U^{a\nu} - \partial^\nu U^{a\mu} + g_F f^{abc} U^{b\mu} U^{c\nu} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} S_{\mu\nu}^a S^{a\mu\nu} &= \partial_\mu U_\nu^a (\partial^\mu U^{a\nu} - \partial^\nu U^{a\mu} + g_F f^{abc} U^{b\mu} U^{c\nu}) - \\ &\quad \partial_\nu U_\mu^a (\partial^\mu U^{a\nu} - \partial^\nu U^{a\mu} + g_F f^{abc} U^{b\mu} U^{c\nu}) + \\ &\quad g_s f^{abc} U_\mu^b U_\nu^c (\partial^\mu U^{a\nu} - \partial^\nu U^{a\mu} + g_F f^{abc} U^{b\mu} U^{c\nu}) \\ &= \partial_\mu U_\nu^a \partial^\mu U^{a\nu} - \partial_\mu U_\nu^a \partial^\nu U^{a\mu} + \partial_\mu U_\nu^a g_F f^{abc} U^{b\mu} U^{c\nu} - \\ &\quad \partial_\nu U_\mu^a \partial^\mu U^{a\nu} + \partial_\nu U_\mu^a \partial^\nu U^{a\mu} - \partial_\nu U_\mu^a g_F f^{abc} U^{b\mu} U^{c\nu} + \\ &\quad g_F f^{abc} U_\mu^b U_\nu^c \partial^\mu U^{a\nu} - g_F f^{abc} U_\mu^b U_\nu^c \partial^\nu U^{a\mu} + \\ &\quad g_F^2 f^{abc} f^{ade} U^{b\mu} U^{c\nu} U_\mu^d U_\nu^e \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\partial_\mu U_\nu \partial^\mu U^\nu = \partial_\mu [U_\nu (\partial^\mu U^\nu)] - U_\nu \partial^2 U^\nu$$

$$\partial_\mu U_\nu \partial^\nu U^\mu = \partial_\mu [U_\nu (\partial^\nu U^\mu)] - U_\nu \partial_\mu \partial^\nu U^\mu$$

$$\begin{aligned} \partial_\mu U_\nu^a \partial^\mu U^{a\nu} - \partial_\mu U_\nu^a \partial^\nu U^{a\mu} &= \partial_\mu [U_\nu (\partial^\mu U^\nu)] - U_\nu \partial^2 U^\nu - \{\partial_\mu [U_\nu (\partial^\nu U^\mu)] - U_\nu \partial_\mu \partial^\nu U^\mu\} \\ &= \partial_\mu [U_\nu (\partial^\mu U^\nu)] - \partial_\mu [U_\nu (\partial^\nu U^\mu)] - U_\nu \partial^2 U^\nu + U_\nu \partial_\mu \partial^\nu U^\mu \\ &= \partial [U_\nu (\partial^\mu U^\nu - \partial^\nu U^\mu)] - U_\nu (\partial^2 U^\nu - \partial_\mu \partial^\nu U^\mu) \\ &= \partial_\mu [U_\nu (\partial^\mu U^\nu - \partial^\nu U^\mu)] - U_\nu (g^{\mu\nu} \partial^2 - \partial^\mu \partial^\nu) U_\mu \end{aligned}$$

$$\partial_\mu U_\nu^a \partial^\mu U^{a\nu} - \partial_\mu U_\nu^a \partial^\nu U^{a\mu} - \partial_\nu U_\mu^a \partial^\mu U^{a\nu} + \partial_\nu U_\mu^a \partial^\nu U^{a\mu} = -2U_\nu (g^{\mu\nu} \partial^2 - \partial^\mu \partial^\nu) U_\mu$$

$$\begin{aligned} \partial_\mu U_\nu^a g_F f^{abc} U^{b\mu} U^{c\nu} - \partial_\nu U_\mu^a g_F f^{abc} U^{b\mu} U^{c\nu} + g_F f^{abc} U_\mu^b U_\nu^c \partial^\mu U^{a\mu} - g_F f^{abc} U_\mu^b U_\nu^c \partial^\nu U^{a\mu} = \\ 2[(\partial_\mu U_\nu^a - \partial_\nu U_\mu^a) g_F f^{abc} U^{b\mu} U^{c\nu} + g_F f^{abc} U_\mu^b U_\nu^c (\partial^\mu U^{a\nu} - \partial^\nu U^{a\mu})] \end{aligned}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} S_{\mu\nu}^a S^{a\mu\nu} = & - 2U_\nu (g^{\mu\nu} \partial^2 - \partial^\mu \partial^\nu) U_\mu + 2[(\partial_\mu U_\nu^a - \partial_\nu U_\mu^a) g_F f^{abc} U^{b\mu} U^{c\nu} \\ & + g_F f^{abc} U_\mu^b U_\nu^c (\partial^\mu U^{a\nu} - \partial^\nu U^{a\mu})] + g_F^2 f^{abc} f^{ade} U^{b\mu} U^{c\nu} U_\mu^d U_\nu^e \end{aligned}$$

Untuk menyederhanakan kondisi, dapat mengasumsikan bahwa U konstan sepanjang radius melintang r , dan oleh karena itu semua bagian yang mengandung turunan terhadap U dapat diabaikan.

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} &= g^{\mu\nu} (S_{\mu\nu}^a S^{a\mu\nu} - g_F J_{F\mu}^a U^{a\mu}) \\ &= g^{\mu\nu} (g_F^2 f^{abc} f^{ade} U^{b\mu} U^{c\nu} U_\mu^d U_\nu^e - g_F J_{F\mu}^a U^{a\mu}) \end{aligned}$$

Untuk $J_{F\mu}^a$ dapat diasumsikan bahwa itu terdiri dari solusi fermion bebas. Dengan $Q = u(p)e^{-ip \cdot x}$ untuk $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)Q = 0$, dimana u merupakan spinor bebas komponen empat dari x .

Mencari hubungan dari $\bar{u}\gamma^\mu u$ dan p_m , dimana kemudian dalam hubungan ini digunakan untuk mendefinisikan densitas arus yang diperlukan.

$$\begin{aligned} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)u(p)e^{-ip \cdot x} &= 0 \\ i\gamma_\mu [\partial_\mu (u(p)e^{-ip \cdot x})] - m u(p)e^{-ip \cdot x} &= 0 \\ i\gamma_\mu [u(p)\partial_\mu (e^{-ip \cdot x}) + (e^{-ip \cdot x})(\partial_\mu u(p))] - m u(p)e^{-ip \cdot x} &= 0 \end{aligned}$$

Sejak u bukan fungsi dari x , maka $\partial_\mu u(p)$ sama dengan nol.

$$\begin{aligned} i\gamma^\mu u(p)\partial_\mu (e^{-ip \cdot x}) - m u(p)e^{-ip \cdot x} &= 0 \\ i\gamma^\mu u(p)(-ip_\mu)(e^{-ip \cdot x}) - m u(p)e^{-ip \cdot x} &= 0 \\ \gamma^\mu u(p)p_\mu (e^{-ip \cdot x}) - m u(p)e^{-ip \cdot x} &= 0 \end{aligned}$$

Kalikan kedua sisi dengan $\bar{Q} = \overline{u(p)}e^{ip \cdot x}$, diperoleh $\bar{u}_{1,2}\gamma^\mu p_\mu u_{1,2} - m\bar{u}_{1,2}u_{1,2} = 0$, dengan $\bar{u}_{1,2}u_{1,2} = 2m$ dan untuk solusi energi negatif, $\bar{u}_{3,4}\gamma^\mu p_\mu u_{3,4} + m\bar{u}_{3,4}u_{3,4} = 0$, dengan $\bar{u}_{3,4}u_{3,4} = -2m$.

Oleh karena itu,

$$\begin{aligned}\bar{u}\gamma^\mu p_\mu u &= m(4m) \\ \bar{u}\gamma^\mu p_\mu p^\mu u &= 4m^2 p^\mu \\ \bar{u}\gamma^\mu u &= 4p^\mu\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}J_{F\mu}^a &= \bar{Q}\gamma^\mu QT_F^a = \bar{u}\gamma^\mu u T_F^a = 4p^\mu T_F^a \\ &= 4(m_T \cosh Y, p_T \cos \phi_p, p_T \sin \phi_p, m_T \sinh Y) T_F^a.\end{aligned}\quad (3.6)$$

Kemudian,

$$\begin{aligned}J_{F\alpha}^a U^{a\alpha} &= 4(m_T \cosh Y, -p_T \cos \phi_p, -r^2 p_T \sin \phi_p, -\tau^2 m_T \sinh Y) T_F^a \\ &\quad \Phi(\cosh \eta, u_r \cos \phi_u, u_r \sin \phi_u, \sinh \eta) \\ &= 4\Phi T_F^a (m_T \cosh Y \cosh \eta - p_T \cos \phi_p u_r \cos \phi_u \\ &\quad - r^2 p_T \sin \phi_p u_r \sin \phi_u - \tau^2 m_T \sinh Y \sinh \eta).\end{aligned}\quad (3.7)$$

Ketika diasumsikan bahwa distribusi dari QED sangat kecil,

$$\begin{aligned}T^{\mu\nu} &= g^{\mu\nu} (g_F^2 f^{abc} f^{ade} U^{b\alpha} U^{c\beta} U_\alpha^d U_\beta^e - g_F J_{F\alpha}^a U^{a\alpha}) \\ &= g^{\mu\nu} (g_F^2 f^{abc} f^{ade} \Phi^4 (\cosh^4 \eta + u_r^4 \cos^4 \phi_u + u_r^4 \sin^4 \phi_u + \sinh^4 \eta \\ &\quad + 2(u_r^4 \cos^2 \phi_u \sin^2 \phi_u + u_r^2 \sin^2 \phi_u \sinh^2 \eta + u_r^2 \cos^2 \phi_u \sinh^2 \eta \\ &\quad - \cosh^2 \eta u_r^2 \cos^2 \phi_u - \cosh^2 \eta u_r^2 \sin^2 \phi_u - \cosh^2 \eta \sinh^2 \eta)) \\ &\quad - 4g_F T_F^a \Phi (m_T \cosh Y \cosh \eta - p_T \cos \phi_p u_r \cos \phi_u \\ &\quad - r^2 p_T \sin \phi_p u_r \sin \phi_u - \tau^2 m_T \sinh Y \sinh \eta))\end{aligned}\quad (3.8)$$

Ini merupakan persamaan tensor energi-momentum untuk suku Lagrangian yang berkaitan dengan gluon terdiri dari suku kinetik dan interaksi gluon dengan quark.

3.2 Viscous Gluonic Plasma

Persamaan Lagrangian pada Pers. (3.1) yang mengandung *shear viscosity* tanpa *bulk viscosity*, tensor energi momentumnya berbentuk[4]

$$T_{\mu\nu} = -c\eta \left(\partial_\nu U_\mu + \partial_\mu U_\nu - U_\nu U^\ell \partial_\ell U_\mu - U_\mu U^\ell \partial_\ell U_\nu - \frac{2}{3} \partial_\ell U^\ell g_{\mu\nu} + \frac{2}{3} \partial_\ell U^\ell U_\mu U_\nu \right) \quad (3.9)$$

Untuk mendapatkan perhitungan mendekati keadaan percobaan, dengan mengikuti metode *Cooper-Frye prescription* yang umum digunakan untuk mengkonversi jumlah hidrodinamika menjadi spektrum partikel di bawah koordinat Bjorken. Dengan analogi yang sama, akan menerapkan *Cooper-Frye prescription* ini ke *magnetohydrodynamics* yang dibahas. Aliran Bjorken juga diterapkan, dimana aliran Bjorken adalah model sederhana dan standar untuk menggambarkan evolusi QGP. Ini merupakan ekspansi dimensi tiga dengan invarian peningkatan longitudinal dan simetri silinder dalam arah melintang. Sumbu-z diambil untuk menjadi arah sinar di bawah koordinat silindrikal. Matriks menyatakan fungsi dari sebuah ruang geometri yang diberikan, untuk setiap dua titik dalam sebuah ruang, nilainya sebesar jarak antar mereka, matriks ini dinyatakan sebagai berikut,

$$g_{\mu\nu} = \begin{matrix} \tau \\ \eta_s \\ r \\ \phi \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\tau^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \end{pmatrix}$$

matriks dalam koordinat adalah diagonal atau dengan bentuk,

$$g_{\mu\nu} = (g_{\tau\tau}, g_{\eta_s\eta_s}, g_{rr}, g_{\phi\phi}) = (1, -\tau^2, -1, -r^2). \quad (3.10)$$

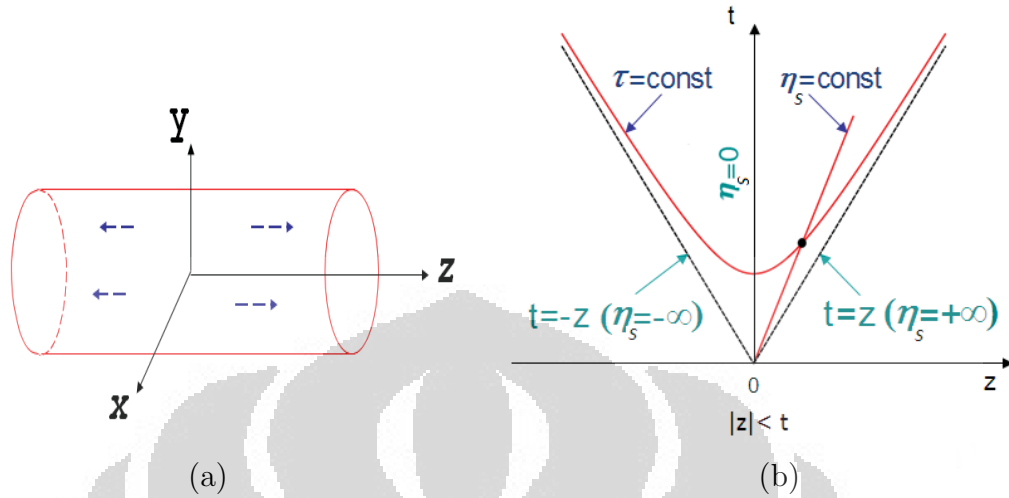
Dengan $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$, $n_s = \frac{1}{2} \log\left(\frac{t+z}{t-z}\right)$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, dan $\phi = \arctan(y/x)$. n_s adalah kerapatan ruang-waktu, τ adalah *proper time*, y merupakan kerapatan fluida, dan ϕ adalah sudut antara vektor-vektor pada jumlah magnetohidrodinamika (kecepatan, momentum, dll) dan sebuah sumbu garis melintang pada koordinat Bjorken (disini dipilih sumbu- x), pada *Bjorken prescription* kecepatan kolektif materi $v_z = \frac{z}{t}$ dan $y = \eta$.

Untuk partikel titik (τ, η_s, r, ϕ) , kecepatan dimensi-4 $U^\mu = u^\mu \Phi = \gamma(1, -V)\Phi$ (dalam koordinat Minkowski) = $(\cosh \eta, u_r \cos \phi_u, u_r \sin \phi_u, \sinh \eta)\Phi$.

Untuk menyederhanakan perhitungan, Φ pada $U^\mu = (\Phi, -v)\Phi$ untuk sementara diasumsikan bernilai 1. Kemudian, itu akan diperlakukan bukan sebagai variabel lagi ketika kita membangun bentuk akhir dari tensor energi momentum $T^{\mu\nu}$.

Ekspresi untuk momentum dimensi-4,

$$p^\mu = (E, p^x, p^y, p^z)$$



Gambar 3.1: (a) Koordinat Bjorken bentuknya silinder. Sumbu-z sebagai sumbu silinder, juga sebagai sumbu relativistik yang Lorentz invarian. Sumbu-x dan sumbu-y merupakan penampang silinder. (b) Koordinat dalam proses *freeze-out* (ini agar mendekati eksperimen maka derajat kebebasan hidrodinamika dikonversi ke jumlah yang dapat diukur), sumbu-t sebagai sumbu vertikal.

$$\begin{aligned}
 &= (m_T \cosh Y, p_T \cos \phi_p, p_T \sin \phi_p, m_T \sinh Y) \\
 p_\mu u^\mu &= (m_T \cosh(\eta - y) u^\tau - p_T \cos(\phi - \phi_p) u^r) \\
 p_\mu d\Sigma^\mu &= (m_T \cosh(\eta - Y) - p_T \cos(\phi - \phi_p) \frac{d\tau}{dr}) \tau r dr d\phi d\eta \\
 p^\mu d\Sigma_\mu &= (m_T \cosh(Y - \eta) - p_T \cos(\phi_p - \phi) \frac{d\tau}{dr}) \tau r dr d\phi d\eta.
 \end{aligned}$$

Memanggil U^μ di koordinat silindrikal relativistik dan ∂^μ pada bentuk kovarian,

$$\begin{aligned}
 U^\mu &= \Phi(\cosh \eta, u_r \cos \phi_u, u_r \sin \phi_u, \sinh \eta) \\
 U_\mu &= \Phi(\cosh \eta, -u_r \cos \phi_u, -r^2 u_r \sin \phi_u, -\tau^2 \sinh \eta) \\
 U_\mu U^\mu &= \Phi^2(\cosh^2 \eta, -u_r^2 \cos^2 \phi_u, -r^4 u_r^2 \sin^2 \phi_u, -\tau^4 \sinh^2 \eta) \\
 \partial^\mu &= \left(\frac{\partial}{\partial \tau}, -\frac{\partial}{\partial r}, -\frac{\partial}{r \partial \phi}, -\frac{\partial}{\tau \partial \eta} \right) \\
 \partial_\nu &= g_{\mu\nu} \partial^\mu = \left(\frac{\partial}{\partial \tau}, \frac{\partial}{\partial r}, \frac{r \partial}{\partial \phi}, \frac{\tau \partial}{\partial \eta} \right) \\
 P_\mu &= P_\nu = (m_T \cosh Y, -p_T \cos \phi_p, -r^2 p_T \sin \phi_p, -\tau^2 m_T \sinh Y).
 \end{aligned}$$

Tensor energi-momentum pada Pers. (3.9) menjadi

$$T = T_\mu^\mu = T^{\mu\nu} g_{\mu\nu}$$

$$\begin{aligned}
&= -c\eta(\partial_\mu U^\mu + \partial^\mu U_\mu - U_\mu U^\ell \partial_\ell U^\mu - U^\mu U^\ell \partial_\ell U_\mu) \\
&\quad - \frac{2}{3} \partial_\ell U^\ell g_{\mu\nu} + \frac{2}{3} \partial_\ell U^\ell U_\mu U^\mu.
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Bagian pertama,

$\partial_\mu U^\mu$

$$\begin{aligned}
&= \begin{pmatrix} \partial_0 U^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_1 U^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \partial_2 U^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \partial_3 U^3 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \tau} \cosh \eta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial r} (u_r \cos \phi_u) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r \partial}{\partial \phi} (u_r \sin \phi_u) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\tau \partial}{\partial \eta} \sinh \eta \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r(u_r \cos \phi_u) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tau(\cosh \eta) \end{pmatrix} \\
&= \partial_0 U^0 + \partial_1 U^1 + \partial_2 U^2 + \partial_3 U^3 \\
&= r u_r \cos \phi_u + \tau \cosh \eta
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Bagian kedua,

$\partial^\mu U_\mu$

$$\begin{aligned}
&= \begin{pmatrix} \partial^0 U_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial^1 U_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \partial^2 U_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \partial^3 U_3 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \tau} \cosh \eta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial r} (u_r \cos \phi_u) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{r \partial \phi} (u_r \sin \phi_u) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\tau \partial \eta} \sinh \eta \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{u_r}{r} \sin \phi_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\tau} \cosh \eta \end{pmatrix} \\
&= \partial^0 U_0 + \partial^1 U_1 + \partial^2 U_2 + \partial^3 U_3 \\
&= \frac{u_r}{r} \sin \phi_u + \frac{1}{\tau} \cosh \eta
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Bagian ketiga,

$$\begin{aligned}
U_\mu U^\ell \partial_\ell U^\mu &= U_0 U^0 \partial_0 U^0 + U_0 U^1 \partial_1 U^0 + U_0 U^2 \partial_2 U^0 + U_0 U^3 \partial_3 U^0 + \\
&U_1 U^0 \partial_0 U^1 + U_1 U^1 \partial_1 U^1 + U_1 U^2 \partial_2 U^1 + U_1 U^3 \partial_3 U^1 + \\
&U_2 U^0 \partial_0 U^2 + U_2 U^1 \partial_1 U^2 + U_2 U^2 \partial_2 U^2 + U_2 U^3 \partial_3 U^2 + \\
&U_3 U^0 \partial_0 U^3 + U_3 U^1 \partial_1 U^3 + U_3 U^2 \partial_2 U^3 + U_3 U^3 \partial_3 U^3 \\
&= \Phi^2 \cos^2 \eta \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi \cos \eta + \Phi^2 \cos \eta u_r \cos \phi_u \frac{\partial}{\partial r} \Phi \cos \eta + \\
&\Phi^2 \cos \eta u_r \sin \phi_u \frac{r \partial}{\partial \phi} \Phi \cos \eta + \Phi^2 \cos \eta \sinh \eta \frac{\tau \partial}{\partial \eta} \Phi \cos \eta + \\
&(-\Phi^2 u_r \cos \phi_u \cos \eta \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi u_r \cos \phi_u) + \\
&(-\Phi^2 u_r \cos \phi_u u_r \cos \phi_u \frac{\partial}{\partial r} \Phi u_r \cos \phi_u) + \\
&(-\Phi^2 u_r \cos \phi_u u_r \sin \phi_u \frac{r \partial}{\partial \phi} \Phi u_r \cos \phi_u) + \\
&(-\Phi^2 u_r \cos \phi_u \sinh \eta \frac{\tau \partial}{\partial \eta} \Phi u_r \cos \phi_u) + \\
&(-\Phi^2 u_r \sin \phi_u \cos \eta \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi u_r \sin \phi_u) + \\
&(-\Phi u_r \sin \phi_u u_r \cos \phi_u \frac{\partial}{\partial r} \Phi u_r \sin \phi_u) + \\
&(-\Phi^2 u_r \sin \phi_u u_r \sin \phi_u \frac{r \partial}{\partial \phi} \Phi u_r \sin \phi_u) + \\
&(-\Phi^2 u_r \sin \phi_u \sinh \eta \frac{\tau \partial}{\partial \eta} \Phi u_r \sin \phi_u) + \\
&(-\Phi^2 \sinh \eta \cos \eta \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi \sinh \eta) + \\
&(-\Phi^2 \sinh \eta u_r \cos \phi_u \frac{\partial}{\partial r} \Phi \sinh \eta) + \\
&(-\Phi^2 \sinh \eta u_r \sin \phi_u \frac{r \partial}{\partial \phi} \Phi \sinh \eta) + \\
&(-\Phi^2 \sinh^2 \eta \frac{\tau \partial}{\partial \eta} \Phi \sinh \eta) \\
&= \Phi^2 \cos \eta \sinh \eta \frac{\tau \partial}{\partial \eta} \Phi \cos \eta -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \Phi^2 u_r \cos \phi_u u_r \sin \phi_u \frac{r \partial}{\partial \phi} \Phi u_r \cos \phi_u - \\
& \Phi^2 u_r \sin \phi_u u_r \sin \phi_u \frac{r \partial}{\partial \phi} \Phi u_r \sin \phi_u - \\
& \Phi^2 \sinh^2 \eta \frac{\tau \partial}{\partial \eta} \Phi \sinh \eta \\
= & \Phi^2 \cos \eta \sinh \eta \tau \Phi \sin \eta - \\
& \Phi^2 u_r \cos \phi_u u_r \sin \phi_u r \Phi u_r \sin \phi_u - \\
& \Phi^2 u_r \sin \phi_u u_r \sin \phi_u r \Phi u_r \cos \phi_u - \\
& \Phi^2 \sinh^2 \eta \tau \Phi \cosh \eta \\
= & \Phi^3 \tau \cos \eta \sinh \eta \sin \eta - \\
& \Phi^3 r u_r \cos \phi_u u_r^2 \sin^2 \phi_u - \\
& \Phi^3 r u_r^2 \sin^2 \phi_u u_r \cos \phi_u - \\
& \Phi^3 \tau \sinh^2 \eta \cosh \eta.
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Bagian keempat,

$$\begin{aligned}
U^\mu U^\ell \partial_\ell U_\mu &= U^0 U^0 \partial_0 U_0 + U^0 U^1 \partial_1 U_0 + U^0 U^2 \partial_2 U_0 + U^0 U^3 \partial_3 U_0 + \\
& U^1 U^0 \partial_0 U_1 + U^1 U^1 \partial_1 U_1 + U^1 U^2 \partial_2 U_1 + U^1 U^3 \partial_3 U_1 + \\
& U^2 U^0 \partial_0 U_2 + U^2 U^1 \partial_1 U_2 + U^2 U^2 \partial_2 U_2 + U^2 U^3 \partial_3 U_2 + \\
& U^3 U^0 \partial_0 U_3 + U^3 U^1 \partial_1 U_3 + U^3 U^2 \partial_2 U_3 + U^3 U^3 \partial_3 U_3 \\
= & \Phi^2 \cos^2 \eta \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi \cos \eta + \Phi^2 \cos \eta u_r \cos \phi_u \frac{\partial}{\partial r} \Phi \cos \eta + \\
& \Phi^2 \cos \eta u_r \sin \phi_u \frac{r \partial}{\partial \phi} \Phi \cos \eta + \Phi^2 \cos \eta \sinh \eta \frac{\tau \partial}{\partial \eta} \Phi \cos \eta + \\
& \Phi^2 u_r \cos \phi_u \cos \eta \frac{\partial}{\partial \tau} (-\Phi u_r \cos \phi_u) + \\
& \Phi^2 u_r^2 \cos^2 \phi_u \frac{\partial}{\partial r} (-\Phi u_r \cos \phi_u) + \\
& \Phi^2 u_r \cos \phi_u u_r \sin \phi_u \frac{r \partial}{\partial \phi} (-\Phi u_r \cos \phi_u) + \\
& \Phi^2 u_r \cos \phi_u \sinh \eta \frac{\tau \partial}{\partial \eta} (-\Phi u_r \cos \phi_u) + \\
& \Phi^2 u_r \sin \phi_u \cos \eta \frac{\partial}{\partial \eta} (-\Phi u_r \sin \phi_u) + \\
& \Phi^2 u_r \sin \phi_u u_r \cos \phi_u \frac{\partial}{\partial r} (-\Phi u_r \sin \phi_u) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \Phi^2 u_r^2 \sin^2 \phi_u \frac{r \partial}{\partial \phi} (-\Phi u_r \sin \phi_u) + \\
& \Phi^2 u_r \sin \phi_u \sinh \eta \frac{\tau \partial}{\partial \eta} (-\Phi u_r \sin \phi_u) + \\
& \Phi^2 \sinh \eta \cos \eta \frac{\partial}{\partial \tau} (-\Phi \sinh \eta) + \\
& \Phi^2 \sinh \eta u_r \cos \phi_u \frac{\partial}{\partial r} (-\Phi \sinh \eta) + \\
& \Phi^2 \sinh \eta u_r \sin \phi_u \frac{r \partial}{\partial \phi} (-\Phi \sinh \eta) + \\
& \Phi^2 \sinh^2 \eta \frac{\tau \partial}{\partial \eta} (-\Phi \sinh \eta) \\
= & \Phi^3 \tau \cos \eta \sinh \eta \sin \eta - \\
& \Phi^3 u_r \cos \phi_u u_r^2 \sin^2 \phi_u - \\
& \Phi^3 r u_r^2 \sin^2 \phi_u u_r \cos \phi_u - \\
& \Phi^3 \tau \sinh^2 \eta \cosh \eta.
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Bagian kelima,

$$\begin{aligned}
\frac{2}{3} \partial_\ell U^\ell g_{\mu\nu} &= \frac{2}{3} g_{\mu\nu} \begin{pmatrix} \partial_0 U^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_1 U^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \partial_2 U^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \partial_3 U^3 \end{pmatrix} \\
&= \frac{2}{3} g_{\mu\nu} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \tau} \cosh \eta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial r} (u_r \cos \phi_u) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r \partial}{\partial \phi} (u_r \sin \phi_u) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\tau \partial}{\partial \eta} \sinh \eta \end{pmatrix} \\
&= \frac{2}{3} g_{\mu\nu} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r(u_r \cos \phi_u) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tau \cosh \eta \end{pmatrix} \\
&= \frac{2}{3} g_{\mu\nu} (\partial_0 U^0 + \partial_1 U^1 + \partial_2 U^2 + \partial_3 U^3) \\
&= \frac{2}{3} (-r^3 (u_r \cos \phi_u) - \tau^3 \cosh \eta)
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Bagian keenam,

$$\frac{2}{3} \partial_\ell U^\ell U_\mu U^\mu = \frac{2}{3} \{ \partial_0 U^0 U_0 U^0 + \partial_0 U^0 U_1 U^1 + \partial_0 U^0 U_2 U^2 + \partial_0 U^0 U_3 U^3 +$$

$$\begin{aligned}
& \partial_1 U^1 U_0 U^0 + \partial_1 U^1 U_1 U^1 + \partial_1 U^1 U_2 U^2 + \partial_1 U^1 U_3 U^3 + \\
& \partial_2 U^2 U_0 U^0 + \partial_2 U^2 U_1 U^1 + \partial_2 U^2 U_2 U^2 + \partial_2 U^2 U_3 U^3 + \\
& \partial_3 U^3 U_0 U^0 + \partial_3 U^3 U_1 U^1 + \partial_3 U^3 U_2 U^2 + \partial_3 U^3 U_3 U^3 \} \\
= & \frac{2}{3} \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi \cos \eta \Phi^2 \cos^2 \eta + \right. \\
& \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi \cos \eta (-\Phi^2 u_r^2 \cos^2 \phi_u) + \\
& \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi \cos \eta (-\Phi^2 u_r^2 \sin^2 \phi_u) + \\
& \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi \cos \eta (-\Phi^2 \sinh^2 \eta) + \\
& \frac{\partial}{\partial r} \Phi u_r \cos \phi_u \Phi^2 \cos^2 \eta + \\
& \frac{\partial}{\partial r} \Phi u_r \cos \phi_u (-\Phi^2 u_r^2 \cos^2 \phi_u) + \\
& \frac{\partial}{\partial r} \Phi u_r \cos \phi_u (-\Phi^2 u_r^2 \sin^2 \phi_u) + \\
& \frac{\partial}{\partial r} \Phi u_r \cos \phi_u (-\Phi^2 \sinh^2 \eta) + \\
& \frac{r \partial}{\partial \phi} \Phi u_r \sin \phi_u \Phi^2 \cos^2 \eta + \\
& \frac{r \partial}{\partial \phi} \Phi u_r \sin \phi_u (-\Phi^2 u_r^2 \cos^2 \phi_u) + \\
& \frac{r \partial}{\partial \phi} \Phi u_r \sin \phi_u (-\Phi^2 u_r^2 \sin^2 \phi_u) + \\
& \frac{r \partial}{\partial \phi} \Phi u_r \sin \phi_u (-\Phi^2 \sinh^2 \eta) + \\
& \frac{\tau \partial}{\partial \eta} \Phi \sinh \eta \Phi^2 \cos^2 \eta + \\
& \frac{\tau \partial}{\partial \eta} \Phi \sinh \eta (-\Phi^2 u_r^2 \cos^2 \phi_u) + \\
& \frac{\tau \partial}{\partial \eta} \Phi \sinh \eta (-\Phi^2 u_r^2 \sin^2 \phi_u) + \\
& \left. \frac{\tau \partial}{\partial \eta} \Phi \sinh \eta (-\Phi^2 \sinh^2 \eta) \right\} \\
= & \frac{2}{3} \left\{ \frac{r \partial}{\partial \phi} \Phi u_r \sin \phi_u \Phi^2 \cos^2 \eta + \right. \\
& \frac{r \partial}{\partial \phi} \Phi u_r \sin \phi_u (-\Phi^2 u_r^2 \cos^2 \phi_u) + \\
& \left. \frac{r \partial}{\partial \phi} \Phi u_r \sin \phi_u (-\Phi^2 u_r^2 \sin^2 \phi_u) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{r\partial}{\partial\phi}\Phi u_r \sin\phi_u(-\Phi^2 \sinh^2\eta) + \\
& \frac{\tau\partial}{\partial\eta}\Phi \sinh\eta \Phi^2 \cos^2\eta + \\
& \frac{\tau\partial}{\partial\eta}\Phi \sinh\eta(-\Phi^2 u_r^2 \cos^2\phi_u) + \\
& \frac{\tau\partial}{\partial\eta}\Phi \sinh\eta(-\Phi^2 u_r^2 \sin^2\phi_u) + \\
& \frac{\tau\partial}{\partial\eta}\Phi \sinh\eta(-\Phi^2 \sinh^2\eta)\} \\
= & \frac{2}{3}\{\Phi^3 r u_r \cos\phi_u \cos^2\eta - \\
& \Phi^3 r u_r^3 \cos^3\phi_u - \\
& \Phi^3 r u_r^3 \cos\phi_u \sin^2\phi_u - \\
& \Phi^3 r u_r \cos\phi_u \sinh^2\eta + \\
& \Phi^3 \tau \cosh\eta \cos^2\eta - \\
& \Phi^3 \tau u_r^2 \cosh\eta \cos^2\phi_u - \\
& \Phi^3 \tau u_r^2 \cosh\eta \sin^2\phi_u - \\
& \Phi^3 \tau \cosh\eta \sinh^2\eta\}. \tag{3.17}
\end{aligned}$$

Semua bagian tersebut disatukan maka tensor energi-momentum dari Lagrangian yang *Viscous Gluonic Plasma* menjadi,

$$\begin{aligned}
T = T_{\mu}^{\mu} &= T^{\mu\nu} g_{\mu\nu} \\
&= -c\eta\{r u_r \cos\phi_u + \tau \cosh\eta + \frac{u_r}{r} \sin\phi_u + \frac{1}{\tau} \cosh\eta + \\
& \Phi^3 \tau \cos\eta \sinh\eta \sin\eta - \Phi^3 r u_r \cos\phi_u u_r^2 \sin^2\phi_u - \\
& \Phi^3 r u_r^2 \sin^2\phi_u u_r \cos\phi_u - \Phi^3 \tau \sinh^2\eta \cosh\eta + \\
& \Phi^3 \tau \cos\eta \sinh\eta \sin\eta - \Phi^3 u_r \cos\phi_u u_r^2 \sin^2\phi_u - \\
& \Phi^3 r u_r^2 \sin^2\phi_u u_r \cos\phi_u - \Phi^3 \tau \sinh^2\eta \cosh\eta + \\
& \frac{2}{3}(-r^3 u_r \cos\phi_u - \tau^3 \cosh\eta) + \\
& \frac{2}{3}\{\Phi^3 r u_r \cos\phi_u \cos^2\eta - \Phi^3 r u_r^3 \cos^3\phi_u - \\
& \Phi^3 r u_r^3 \cos\phi_u \sin^2\phi_u - \Phi^3 r u_r \cos\phi_u \sinh^2\eta + \\
& \Phi^3 \tau \cosh\eta \cos^2\eta - \Phi^3 \tau u_r^2 \cosh\eta \cos^2\phi_u - \\
& \Phi^3 \tau u_r^2 \cosh\eta \sin^2\phi_u - \Phi^3 \tau \cosh\eta \sinh^2\eta\}\}. \tag{3.18}
\end{aligned}$$

3.3 Fungsi Distribusi Partikel

Pada interaksi ini, tumbukan yang terjadi adalah tumbukan ion berat antara ion Au-Au dengan kecepatan relativistik di skala LHC sekitar 2 TeV. Untuk menghitung distribusi jumlah partikel, dengan memasukkan Pers. (3.8) ke Pers. (2.17), persamaan fungsi distribusi partikel menjadi,

$$\begin{aligned}
Ed^3N &= \frac{1}{m^2} T^{\mu\nu} p_\nu d\Sigma_\mu \\
&= \frac{1}{m^2} g^{\mu\nu} (g_F^2 f^{abc} f^{ade} \Phi^4 (\cosh^4 \eta + u_r^4 \cos^4 \phi_u + u_r^4 \sin^4 \phi_u + \sinh^4 \eta \\
&\quad + 2(u_r^4 \cos^2 \phi_u \sin^2 \phi_u + u_r^2 \sin^2 \phi_u \sinh^2 \eta + u_r^2 \cos^2 \phi_u \sinh^2 \eta \\
&\quad - \cosh^2 \eta u_r^2 \cos^2 \phi_u - \cosh^2 \eta u_r^2 \sin^2 \phi_u - \cosh^2 \eta \sinh^2 \eta)) \\
&\quad - 4g_F T_F^a \Phi (m_T \cosh Y \cosh \eta - p_T \cos \phi_p u_r \cos \phi_u \\
&\quad - r^2 p_T \sin \phi_p u_r \sin \phi_u - \tau^2 m_T \sinh Y \sinh \eta)) p_\nu d\Sigma_\mu \\
&= \frac{1}{m^2} (g_F^2 f^{abc} f^{ade} \Phi^4 (\cosh^4 \eta + u_r^4 \cos^4 \phi_u + u_r^4 \sin^4 \phi_u + \sinh^4 \eta \\
&\quad + 2(u_r^4 \cos^2 \phi_u \sin^2 \phi_u + u_r^2 \sin^2 \phi_u \sinh^2 \eta + u_r^2 \cos^2 \phi_u \sinh^2 \eta \\
&\quad - \cosh^2 \eta u_r^2 \cos^2 \phi_u - \cosh^2 \eta u_r^2 \sin^2 \phi_u - \cosh^2 \eta \sinh^2 \eta)) \\
&\quad - 4g_F T_F^a \Phi (m_T \cosh Y \cosh \eta - p_T \cos \phi_p u_r \cos \phi_u \\
&\quad - r^2 p_T \sin \phi_p u_r \sin \phi_u - \tau^2 m_T \sinh Y \sinh \eta)) p_\nu d\Sigma_\mu \\
&= \frac{1}{m^2} (g_F^2 f^{abc} f^{ade} \Phi^4 (\cosh^4 \eta + u_r^4 \cos^4 \phi_u + u_r^4 \sin^4 \phi_u + \sinh^4 \eta \\
&\quad + 2(u_r^4 \cos^2 \phi_u \sin^2 \phi_u + u_r^2 \sin^2 \phi_u \sinh^2 \eta + u_r^2 \cos^2 \phi_u \sinh^2 \eta \\
&\quad - \cosh^2 \eta u_r^2 \cos^2 \phi_u - \cosh^2 \eta u_r^2 \sin^2 \phi_u - \cosh^2 \eta \sinh^2 \eta)) \\
&\quad - 4g_F T_F^a \Phi (m_T \cosh Y \cosh \eta - p_T \cos \phi_p u_r \cos \phi_u \\
&\quad - r^2 p_T \sin \phi_p u_r \sin \phi_u - \tau^2 m_T \sinh Y \sinh \eta)) \\
&\quad (m_T \cosh(Y - \eta) - p_T \cos(\phi_p - \phi) \frac{d\tau}{dr}) \tau r dr d\phi d\eta
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Hasil yang diperoleh untuk tensor enegi-momentum yang mengandung viskositas pada Pers. (3.18) ditambahkan ke Pers. (3.19), sehingga jumlah distribusi partikelnya menjadi

$$\begin{aligned}
Ed^3N &= \frac{1}{m^2} (g_F^2 f^{abc} f^{ade} \Phi^4 (\cosh^4 \eta + u_r^4 \cos^4 \phi_u + u_r^4 \sin^4 \phi_u \\
&\quad + \sinh^4 \eta + 2(u_r^4 \cos^2 \phi_u \sin^2 \phi_u + u_r^2 \sin^2 \phi_u \sinh^2 \eta
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +u_r^2 \cos^2 \phi_u \sinh^2 \eta - \cosh^2 \eta u_r^2 \cos^2 \phi_u \\
& - \cosh^2 \eta u_r^2 \sin^2 \phi_u - \cosh^2 \eta \sinh^2 \eta)) \\
& -4g_F T_F^a \Phi(m_T \cosh Y \cosh \eta - p_T \cos \phi_p u_r \cos \phi_u \\
& -r^2 p_T \sin \phi_p u_r \sin \phi_u - \tau^2 m_T \sinh Y \sinh \eta)) \\
& -c\eta \left\{ r u_r \cos \phi_u + \tau \cosh \eta + \frac{u_r}{r} \sin \phi_u + \frac{1}{\tau} \cosh \eta \right. \\
& +2\Phi^3 \tau \cos \eta \sinh \eta \sin \eta - 2\Phi^3 r u_r \cos \phi_u u_r^2 \sin^2 \phi_u \\
& -2\Phi^3 r u_r^2 \sin^2 \phi_u u_r \cos \phi_u - 2\Phi^3 \tau \sinh^2 \eta \cosh \eta \\
& -\frac{2}{3} r^3 u_r \cos \phi_u - \frac{2}{3} \tau^3 \cosh \eta + \frac{2}{3} \Phi^3 (r u_r \cos \phi_u \cos^2 \eta \\
& -r u_r^3 \cos^3 \phi_u - r u_r^3 \cos \phi_u \sin^2 \phi_u - r u_r \cos \phi_u \sinh^2 \eta \\
& +\tau \cosh \eta \cos^2 \eta - \tau u_r^2 \cosh \eta \cos^2 \phi_u - \tau u_r^2 \cosh \eta \sin^2 \phi_u \\
& \left. -\tau \cosh \tau \sinh^2 \eta) \right\} \left\{ m_T \cosh(Y - \eta) - p_T \cos(\phi_p - \phi) \frac{d\tau}{dr} \right\} \\
& \tau r dr d\phi d\eta.
\end{aligned}$$

Dengan bentuk lain, maka persamaan perbandingan jumlah distribusi partikel dengan volumenya menjadi

$$\begin{aligned}
\frac{d^3 N}{dr d\phi d\eta} = & \frac{\tau r}{E m^2} \left\{ g_F^2 f^{abc} f^{ade} \Phi^4 (\cosh^4 \eta + u_r^4 \cos^4 \phi_u + u_r^4 \sin^4 \phi_u \right. \\
& + \sinh^4 \eta + 2u_r^4 \cos^2 \phi_u \sin^2 \phi_u + 2u_r^2 \sin^2 \phi_u \sinh^2 \eta \\
& + 2u_r^2 \cos^2 \phi_u \sinh^2 \eta - 2u_r^2 \cosh^2 \eta \cos^2 \phi_u \\
& \left. - 2u_r^2 \cosh^2 \eta \sin^2 \phi_u - 2 \cosh^2 \eta \sinh^2 \eta) \right\} \\
& -4g_F T_F^a \Phi(m_T \cosh Y \cosh \eta - p_T \cos \phi_p u_r \cos \phi_u \\
& -r^2 p_T \sin \phi_p u_r \sin \phi_u - \tau^2 m_T \sinh Y \sinh \eta)) \left\{ \right. \\
& -c\eta \left\{ r u_r \cos \phi_u + \tau \cosh \eta + \frac{u_r}{r} \sin \phi_u + \frac{1}{\tau} \cosh \eta \right. \\
& +2\Phi^3 \tau \cos \eta \sinh \eta \sin \eta - 2\Phi^3 r u_r^3 \cos \phi_u \sin^2 \phi_u \\
& -2\Phi^3 r u_r^3 \sin^2 \phi_u \cos \phi_u - 2\Phi^3 \tau \sinh^2 \eta \cosh \eta \\
& -\frac{2}{3} r^3 u_r \cos \phi_u - \frac{2}{3} \tau^3 \cosh \eta + \frac{2}{3} \Phi^3 r u_r \cos \phi_u \cos^2 \eta \\
& -\frac{2}{3} \Phi^3 r u_r^3 \cos^3 \phi_u - \frac{2}{3} \Phi^3 r u_r^3 \cos \phi_u \sin^2 \phi_u \\
& -\frac{2}{3} \Phi^3 r u_r \cos \phi_u \sinh^2 \eta + \frac{2}{3} \Phi^3 \tau \cosh \eta \cos^2 \eta \\
& \left. \left. -\frac{2}{3} \Phi^3 \tau u_r^2 \cosh \eta \cos^2 \phi_u - \frac{2}{3} \Phi^3 \tau u_r^2 \cosh \eta \sin^2 \phi_u \right\} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{2}{3}\Phi^3\tau \cosh \tau \sinh^2 \eta \{m_T \cosh(Y - \eta) \\
& -p_T \cos(\phi_p - \phi) \frac{d\tau}{dr}\}. \tag{3.20}
\end{aligned}$$

3.4 Persamaan Gerak

Persamaan yang dihasilkan dari penerapan persamaan Euler-Lagrange untuk Lagrangian tertentu dikenal sebagai persamaan gerak. Dengan memiliki Lagrangian total, maka dapat menyelidiki lebih lanjut dinamika fluida berbasis posisi dengan persamaan gerak atau *Equation of Motion* (EOM). Menurunkan persamaan gerak fluida dengan menggunakan persamaan Euler-Lagrange pada Pers. (2.30),

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial U_\nu^a} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu U_\nu^a)} = 0$$

Dengan Lagrangian yang mengandung *shear viscosity* pada Pers. (3.1),

$$\mathcal{L}_{viscous} = -\frac{1}{2}\eta T_F^a U^{a\mu} U^{b\ell} \partial_\ell U_\mu^b.$$

Bagian pertama,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}_{vis}}{\partial U_\nu^a} &= \frac{\partial (-\frac{1}{2}\eta T_F^a U^{a\mu} U^{b\ell} \partial_\ell U_\mu^b)}{\partial U_\nu^a} \\
&= -\frac{1}{2}\eta T_F^a \frac{\partial (g^{\mu\ell} g^{\mu\ell} U_\ell^a U_\mu^b \partial^\mu U^{b\ell} g_{\mu\ell} g_{\mu\ell})}{\partial U_\nu^a} \\
&= -\frac{1}{2}\eta T_F^a (16) \frac{\partial (U_\ell^a U_\mu^b \partial^\mu U^{b\ell})}{\partial U_\nu^a} \\
&= -8\eta T_F^a \left[\frac{\partial (U_\ell^a U^b \mu)}{\partial U_\nu^a} \partial^\mu U^{b\ell} + U_\ell^a U_\mu^b \frac{\partial (\partial^\mu U^{b\ell})}{\partial U_\nu^a} \right] \\
&= -8\eta T_F^a \left[\frac{\partial U_\ell^a}{\partial U_\nu^a} U_\mu^b \partial^\mu U^{b\ell} + U_\ell^a \frac{\partial U_\mu^b}{\partial U_\nu^a} \partial^\mu U^{b\ell} \right] \\
&= -8\eta T_F^a (\delta_\nu^\ell U_\mu^b \partial^\mu U^{b\ell} + U_\ell^a \delta_a^b \delta_\nu^\mu \partial^\mu U^{b\ell}) \\
&= -8\eta T_F^a (U_\mu^b \partial^\mu U^{b\nu} + U_\ell^a \partial^\nu U^{a\ell}) \tag{3.21}
\end{aligned}$$

Bagian kedua,

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_{vis}}{\partial (\partial_\mu U_\nu^a)} = \partial_\mu \frac{\partial (-\frac{1}{2}\eta T_F^a U^{a\mu} U^{b\ell} \partial_\ell U_\mu^b)}{\partial (\partial_\mu U_\nu^a)}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{2}\eta T_F^a \partial_\alpha \frac{\partial(U^{a\mu}U^{b\ell}\partial_\ell U_\mu^b)}{\partial(\partial_\mu U_\nu^a)} \\
&= -\frac{1}{2}\eta T_F^a \partial_\mu \left(\frac{\partial U^{a\mu}U^{b\ell}}{\partial(\partial_\mu U_\nu^a)} \partial_\ell U_\mu^b + U^{a\mu}U^{b\ell} \frac{\partial(\partial_\ell U_\mu^b)}{\partial(\partial_\mu U_\nu^a)} \right) \\
&= -\frac{1}{2}\eta T_F^a \partial_\mu (U^{a\mu}U^{b\ell}\delta_\alpha^b \delta_\nu^\mu \delta_\mu^\ell) \\
&= -\frac{1}{2}\eta T_F^a \partial_\mu (U^{a\nu}U^{a\mu}) \\
&= -\frac{1}{2}\eta T_F^a (U^{a\nu}\partial_\mu U^{a\mu} + U^{a\mu}\partial_\mu U^{a\nu}). \tag{3.22}
\end{aligned}$$

Jadi, persamaan gerak untuk fluida berviskositas,

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \mathcal{L}_{vis}}{\partial U_\nu^a} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_{vis}}{\partial(\partial_\mu U_\nu^a)} = 0 \\
&-8\eta T_F^a (U_\mu^b \partial^\mu U^{b\nu} + U_\ell^a \partial^\nu U^{a\ell}) - \left(-\frac{1}{2}\eta T_F^a (U^{a\nu}\partial_\mu U^{a\mu} + U^{a\mu}\partial_\mu U^{a\nu}) \right) = 0 \\
&\eta T_F^a (U^{a\nu}\partial_\mu U^{a\mu} + U^{a\mu}\partial_\mu U^{a\nu} - 16U_\mu^b \partial^\mu U^{b\nu} - 16U_\ell^a \partial^\nu U^{a\ell}) = 0 \\
&\eta T_F^a (U^{a\nu}\partial_\mu U^{a\mu} + U^{a\mu}\partial_\mu U^{a\nu} - 16U_\mu^b \partial^\mu U^{b\nu} - 16U_\mu^a \partial^\nu U^{a\mu}) = 0. \tag{3.23}
\end{aligned}$$

Total persamaan gerak untuk Lagrangian total setelah Pers. (3.23) ditambah dengan persamaan gerak dari Lagrangian *Gluon Dominated Plasma*[1],

$$\begin{aligned}
&\partial^0(\partial_\mu U_0^a - \partial_0 U_\mu^a) - \partial^i(\partial_\mu U_i^a - \partial_i U_\mu^a) = \\
&g_F (J_{F\mu}^a + F_\mu^a) - \eta T_F^a (U^{a\nu}\partial_\mu U^{a\mu} + U^{a\mu}\partial_\mu U^{a\nu} - 16U_\mu^b \partial^\mu U^{b\nu} - 16U_\mu^a \partial^\nu U^{a\mu}) \tag{3.24}
\end{aligned}$$

Dimana F_μ^a adalah gaya total,

$$\begin{aligned}
F_\mu^a &\equiv f_F^{abc} [\partial^0(U_\mu^b U_0^c) - \partial^i(U_\mu^b U_i^c)] \\
&\quad -i T_F^d U^{d0} (\partial_\mu U_0^a - \partial_0 U_\mu^a + g_F f_F^{abc} U_\mu^b U_0^c) \\
&\quad +i T_F^d U^{di} (\partial_\mu U_i^a - \partial_i U_\mu^a + g_F f_F^{abc} U_\mu^b U_i^c). \tag{3.25}
\end{aligned}$$

Pers. (3.24) dengan tambahan dari persamaan gerak Lagrangian viskositas merusak gauge invarian. Di dalam persamaan fluida relativistik, arus J_μ^a terinduksi dengan keberadaan materi disekitarnya dan berinteraksi dengan fluida, sedangkan F_μ^a terinduksi interaksi fluida sendiri dan berinteraksi dengan medan gauge.

Bab 4

Hasil dan Pembahasan

Isi bab ini membahas hasil yang telah didapat dari bab sebelumnya. Dimana tujuan dari penelitian ini adalah mencari distribusi calon partikel dan juga persamaan geraknya dengan penambahan suku viskositas terhadap Lagrangian yang hanya berfokus pada gluon plasma.

4.1 Suku Viskositas

Pada penelitian ini, telah dilakukan perhitungan untuk mendeskripsikan suku viskositas pada fluida QCD, suku tersebut dapat dimunculkan dan menyebabkan terjadinya perusakan simetri gauge dengan penambahan Lagrangian *Viscous Gluonic Plasma*. Dimana tensor energi-momentum suku yang mengandung viskositas pada Pers. (3.9) adalah

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} &= -c\eta \left(\partial_\nu U_\mu + \partial_\mu U_\nu - U_\nu U^\ell \partial_\ell U_\mu - U_\mu U^\ell \partial_\ell U_\nu - \frac{2}{3} \partial_\ell U^\ell g_{\mu\nu} + \frac{2}{3} \partial_\ell U^\ell U_\mu U_\nu \right) \\ T_{\mu\nu} &= -c\eta \left(\partial_\nu U_\mu + \partial_\mu U_\nu - U_\nu U^\ell \partial_\ell U_\mu - U_\mu U^\ell \partial_\ell U_\nu \right) + \frac{2}{3} c\eta \partial_\ell U^\ell (g_{\mu\nu} - U_\mu U_\nu) \\ T_{ik} &= -c\eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x^k} + \frac{\partial u_k}{\partial x^i} - u_k u^\ell \frac{\partial u_i}{\partial x^\ell} - u_i u^\ell \frac{\partial u_k}{\partial x^\ell} \right) + \frac{2}{3} c\eta \frac{\partial u^\ell}{\partial x^\ell} (g_{ik} - u_i u_k). \end{aligned}$$

dan bentuk Lagrangian pada fluida berviskositas pada Pers. (3.1),

$$\mathcal{L}_{viscous} = -\frac{1}{2} \eta T_F^a U^{a\mu} U^{b\ell} \partial_\ell U_\mu^b. \quad (4.1)$$

Ini mengandung arti fisis bahwa suku η merupakan koefisien viskositas dinamis atau *shear viscosity* dari model yang digunakan. Ini berarti *shear viscosity* merupakan sifat dari fluida QCD. Suku inilah yang membawa persamaan Lagrangian mengalami perusakan simetri gauge.

Dalam teori medan kuantum dipelajari bahwa setiap teori yang dibangun berdasarkan suatu simetri tertentu, maka teori tersebut haruslah invarian terhadap transformasi gauge global dan lokal dari simetri yang dibangun. Jika teori tersebut invarian, maka besaran-besaran fisis yang dihasilkan, nilainya tidak bergantung pada kerangka acuan inersia dimana besaran tersebut diukur. Pernyataan di atas berimplikasi bahwa Lagrangian yang dibuat dalam suatu teori haruslah invarian terhadap simetri tertentu.

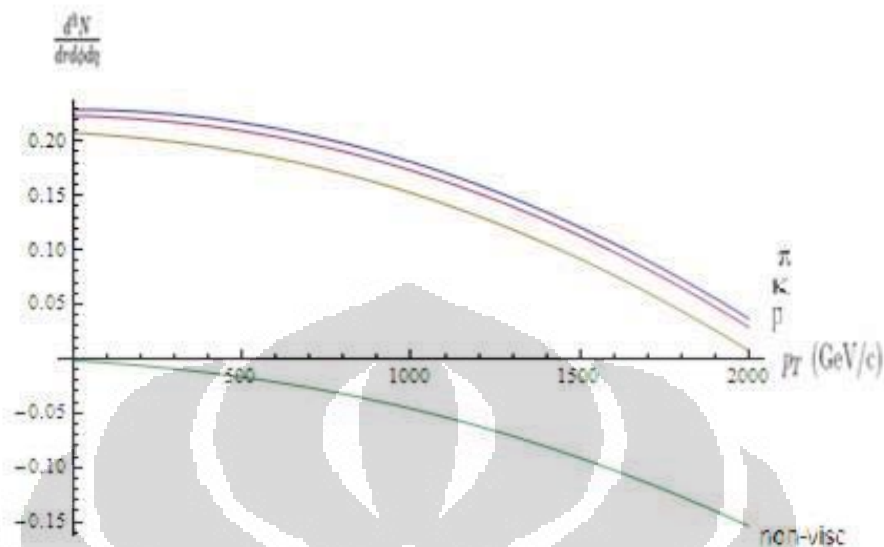
Dimana, prinsip gauge mensyaratkan untuk memperoleh bagian interaksi dari Lagrangian bebas yang simetris dengan simetri kontinu, hasil lokalisasi kelompok simetri keseluruhan harus disertai dengan dimasukkannya bagian tambahan seperti medan elektromagnetik dengan suku kinetik dan bagian interaksi yang tepat sedemikian rupa sehingga Lagrangian yang berkembang kovarian dengan grup baru yang dikembangkan transformasi lokal.

Perusakan simetri dalam fisika menjelaskan fenomena di mana fluktuasi kecil bekerja pada sistem yang melintasi titik kritis menetap pada suatu sistem. Proses ini disebut perusakan simetri, karena transisi biasanya membawa sistem dari keadaan kacau menjadi keadaan yang pasti. Karena gangguan ini lebih simetris, dalam arti bahwa variasi kecil untuk itu tidak mengubah penampilan secara keseluruhan berarti mengalami perusakan simetri. Dan perusakan simetri memainkan peranan utama dalam pembentukan pola. Perusakan simetri eksplisit menggambarkan sebuah sistem yang tidak invarian di bawah simetri. Penambahan suku viskositas ini memberikan pengaruh ke persamaan Lagrangian yang berarti merusak simetri gauge. Namun, mekanisme perusakan yang terjadi di sini belum diketahui.

4.2 Distribusi Jumlah Partikel

Pada penelitian ini juga telah dilakukan kalkulasi distribusi jumlah partikel setelah melakukan pendekatan dengan menggunakan hidrodinamika relativistik. Fungsi distribusi partikel yang diperoleh juga diplot untuk melihat bagaimana hubungan antara jumlah partikel persatuan volume terhadap transverse momentum.

Gambar berikut berasal dari perhitungan sebelumnya menunjukkan laju pe-



Gambar 4.1: Plot distribusi energi terhadap momentum transverse dari persamaan (3.20): sumbu vertikal adalah $\frac{d^3N}{drd\phi dn}$ (jumlah/volume) dan sumbu horisonal adalah p_T (GeV/c), spektrum untuk pion(warna biru), kaon(warna merah), dan proton(warna kuning). Dengan massa π^+ : $139.57018(35)\text{MeV}/c^2$, K^+ : $493.667 + 0.0013 \text{ MeV}/c^2$, dan p^+ : $938.272046(21) \text{ MeV}/c^2$. Dan spektrum yang berwarna hijau untuk keadaan tidak berviskositas.

rubahan dari energi partikel dengan transverse momentum dari jenis partikel pion, kaon, dan proton. Jenis partikel ini sebenarnya disesuaikan dengan energi yang terjadi yang dideteksi sebelum hadronisasi dan ini mendekati jenis partikel tersebut.

Untuk menyederhanakan perhitungan, namun tanpa mengabaikan hal penting, dimensi medan ϕ , *coupling constant* g_F dan T_F^a dinormalisasi menjadi satuan, dan nilai konstanta-konstanta yang dibutuhkan, yaitu: $f^{abc} f^{adc} = 14 + \sqrt{3} \approx 15.732$, dan laju perubahan dari *proper time* ke jari-jari transversal $\frac{\partial \tau}{\partial r}$ diasumsikan sama dengan 1. Data energi didapat dari data akselerator LHC berkisar pada orde 2 TeV.

Distribusi yang terlihat menunjukkan bahwa jumlah partikel akan berkurang pada jarak yang jauh dari pusat tumbukan karena akan berubah menjadi jet gluon dan energi menjadi bertambah. Jika dibandingkan, hal ini memiliki kemiripan pola distribusi dengan plot distribusi yang diteliti Romatschke *et.al.* [11,12] untuk

pion, kaon dan proton saat temperatur *freeze-out* $T_f = 0.135$ GeV dan distribusi partikel pion, kaon dan proton dari hidrodinamika ideal dan berviskositas untuk keadaan *freeze-out* yang sama. Transverse momentum berarti ada energi yang ditransfer dari keadaan saat bertumbukan ke keadaan plasma dengan waktu seketika sebelum berubah menjadi hadron. Keadaan tidak berviskositas berada di daerah negatif seperti terlihat dari spektrumnya, ini berarti model ini tidak cocok untuk keadaan sistem tanpa viskositas.

4.3 Persamaan Gerak

Dengan simetri gauge, maka akan didapatkan Lagrangian total yang sukunya menjelaskan interaksi antara materi, medan fluida, dan medan gauge lain. Dari Lagrangian ini akan diturunkan persamaan gerak untuk materi dan medan fluida yang berinteraksi dengan medan gauge. Dengan penambahan suku viskositas, maka terjadi perusakan simetri gauge dengan adanya Lagrangian yang mengandung viskositas. Bentuk persamaan gerak yang telah mengalami penambahan akibat suku viskositas menjelaskan bahwa fenomena dimana tumbukan antara ion-berat seperti ion Au-Au yang dipercepat menghasilkan suatu keadaan fisis yang disebut plasma, plasma ini mempunyai viskositas dinamis dimana partikelnya homogen dan isotropik.

Bab 5

Kesimpulan dan Saran

Penambahan komponen non-diagonal tensor energi-momentum sebagai viskositas akibat adanya suku viskositas pada Lagrangian akan menghasilkan persamaan gerak yang baru. Untuk menghitung tensor energi-momentum yang mengandung viskositas dinamis pada koordinat Bjorken yang mendekati evolusi QGP dengan menggunakan resolusi Cooper-Frye. Dengan memakai Lagrangian baru yang telah dibangun, dapat menghitung distribusi jumlah partikel dengan pendekatan hidrodinamika relativistik. Untuk menghubungkan dengan hidrodinamika relativistik, dapat digunakan teori kinetik. Dari plot terlihat jumlah partikel akan berkurang pada jarak yang jauh dari pusat tumbukan. Fenomena tumbukan ion-berat contohnya ion Au-Au yang akan menjadi plasma yang berviskositas ini mendekati kondisi hidrodinamika relativistik yang kemungkinan suatu saat secara eksperimental dapat direproduksi di akselerator di LHC.

Sebagai saran untuk penelitian selanjutnya, untuk statistik yang lebih banyak, bisa dilakukan perhitungan terhadap sudut tertentu dari penampang lintang, atau kecenderungan *forward backward asymmetry*, juga distribusi jumlah partikel sampai batas jarak tertentu.

Lampiran A

Notasi

Dalam fisika partikel, frase "*natural units*" umumnya berarti merujuk kepada sistem satuan alami dengan mendefinisikan $\hbar = c = k_B = 1$ tanpa dimensi, sehingga tidak perlu menulis \hbar dan c secara eksplisit dalam rumus, dengan begitu menghemat banyak waktu dan kesulitan. Sebagai konsekuensinya, energi, massa, dan momentum berdimensi energi memiliki satuan GeV. Dan untuk panjang berdimensi energi⁻¹ dan luas berdimensi energi⁻². Untuk mendapatkan nilai dan mengembalikan dimensi yang ingin diketahui, konversikan dengan nilai berikut[3]:

$$\hbar = 6.58212233(49) \times 10^{-25} \text{ GeV s} \quad (\text{A.1})$$

$$\hbar c = 197.327053(59) \times 10^{-3} \text{ GeV fm} \quad (\text{A.2})$$

$$(\hbar c)^2 = 0.38937966(23) \text{ GeV}^2 \text{ mbarn} \quad (\text{A.3})$$

Lampiran B

Dari Tensor ke Lagrangian

Tensor energi-momentum yang mengandung shear viscosity [4]

$$T_{ik} = -c\eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x^k} + \frac{\partial u_k}{\partial x^i} - u_k u^\ell \frac{\partial u_i}{\partial x^\ell} - u_i u^\ell \frac{\partial u_k}{\partial x^\ell} \right) + \frac{2}{3} c\eta \frac{\partial u^\ell}{\partial x^\ell} (g_{ik} - u_i u_k)$$

$$T_{\mu\nu} = -c\eta \left(\partial_\nu U_\mu + \partial_\mu U_\nu - U_\nu U^\ell \partial_\ell U_\mu - U_\mu U^\ell \partial_\ell U_\nu \right) + \frac{2}{3} c\eta \partial_\ell U^\ell (g_{\mu\nu} - U_\mu U_\nu)$$

$$T_{\mu\nu} = -c\eta \left(\partial_\nu U_\mu + \partial_\mu U_\nu - U_\nu U^\ell \partial_\ell U_\mu - U_\mu U^\ell \partial_\ell U_\nu - \frac{2}{3} \partial_\ell U^\ell g_{\mu\nu} + \frac{2}{3} \partial_\ell U^\ell U_\mu U_\nu \right)$$

Mencari Lagrangian dengan mengambil per-suku tensor:

Suku pertama

$$\mathcal{T}_{\mu\nu} = \partial_\nu U_\mu \tag{B.1}$$

karena

$$\mathcal{T}_{\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta g^{\mu\nu}}$$

$$\sqrt{-g} \delta g^{\mu\nu} = -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \delta \sqrt{-g}$$

maka menjadi

$$2\delta \mathcal{L} = \mathcal{T}_{\mu\nu} \sqrt{-g} \delta g^{\mu\nu}$$

$$2\delta \mathcal{L} = \partial_\nu U_\mu \left(-\frac{1}{2} \right) g^{\mu\nu} \delta \sqrt{-g}$$

$$\delta \mathcal{L} = -\frac{1}{4} \partial_\nu U_\mu g^{\mu\nu} \delta \sqrt{-g}$$

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} \partial_\nu U^\nu \sqrt{-g} \tag{B.2}$$

Suku kedua

$$\mathcal{T}_{\mu\nu} = \partial_\mu U_\nu \tag{B.3}$$

menjadi

$$\begin{aligned}
 2\delta\mathcal{L} &= \mathcal{T}_{\mu\nu}\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu} \\
 2\delta\mathcal{L} &= \partial_\mu U_\nu \left(-\frac{1}{2}\right) g^{\mu\nu} \delta\sqrt{-g} \\
 \delta\mathcal{L} &= -\frac{1}{4}\partial_\mu U_\nu g^{\mu\nu} \delta\sqrt{-g} \\
 \mathcal{L} &= -\frac{1}{4}\partial_\mu U^\mu \sqrt{-g}
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

Suku ketiga

$$\mathcal{T}_{\mu\nu} = U_\nu U^\ell \partial_\ell \partial_\mu \tag{B.5}$$

menjadi

$$\begin{aligned}
 2\delta\mathcal{L} &= \mathcal{T}_{\mu\nu}\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu} \\
 2\delta\mathcal{L} &= U_\nu U^\ell \partial_\ell \partial_\mu \left(-\frac{1}{2}\right) g^{\mu\nu} \delta\sqrt{-g} \\
 \delta\mathcal{L} &= -\frac{1}{4}U_\nu U^\ell \partial_\ell \partial_\mu g^{\mu\nu} \delta\sqrt{-g} \\
 \mathcal{L} &= -\frac{1}{4}U_\nu U^\ell \partial_\ell \partial^\nu \sqrt{-g}
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

Suku keempat

$$\mathcal{T}_{\mu\nu} = U_\mu U^\ell \partial_\ell U_\nu \tag{B.7}$$

menjadi

$$\begin{aligned}
 2\delta\mathcal{L} &= \mathcal{T}_{\mu\nu}\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu} \\
 2\delta\mathcal{L} &= U_\mu U^\ell \partial_\ell U_\nu \left(-\frac{1}{2}\right) g^{\mu\nu} \delta\sqrt{-g} \\
 \delta\mathcal{L} &= -\frac{1}{4}U_\mu U^\ell \partial_\ell U_\nu g^{\mu\nu} \delta\sqrt{-g} \\
 \mathcal{L} &= -\frac{1}{4}U_\mu U^\ell \partial_\ell U^\mu \sqrt{-g}
 \end{aligned} \tag{B.8}$$

Suku kelima

$$\mathcal{T}_{\mu\nu} = \partial_\ell U^\ell g_{\mu\nu} \tag{B.9}$$

menjadi

$$\begin{aligned}
 2\delta\mathcal{L} &= \mathcal{T}_{\mu\nu}\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu} \\
 2\delta\mathcal{L} &= \partial_\ell U^\ell g_{\mu\nu} \left(-\frac{1}{2}\right) g^{\mu\nu} \delta\sqrt{-g} \\
 \delta\mathcal{L} &= -\frac{1}{4}\partial_\ell U^\ell g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} \delta\sqrt{-g}
 \end{aligned}$$

Metrik tensor[3] $g_{\mu\nu}$ didefinisikan $g_{00} = 1, g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1$, komponen lain $= 0$. Dengan cara yang sama, maka

$$g_{\mu\nu}g^{\mu\nu} = 4$$

sehingga

$$\mathcal{L} = -\partial_\ell U^\ell \sqrt{-g} \quad (\text{B.10})$$

Suku keenam

$$\mathcal{T}_{\mu\nu} = -\partial_\ell U^\ell U_\mu U_\nu \quad (\text{B.11})$$

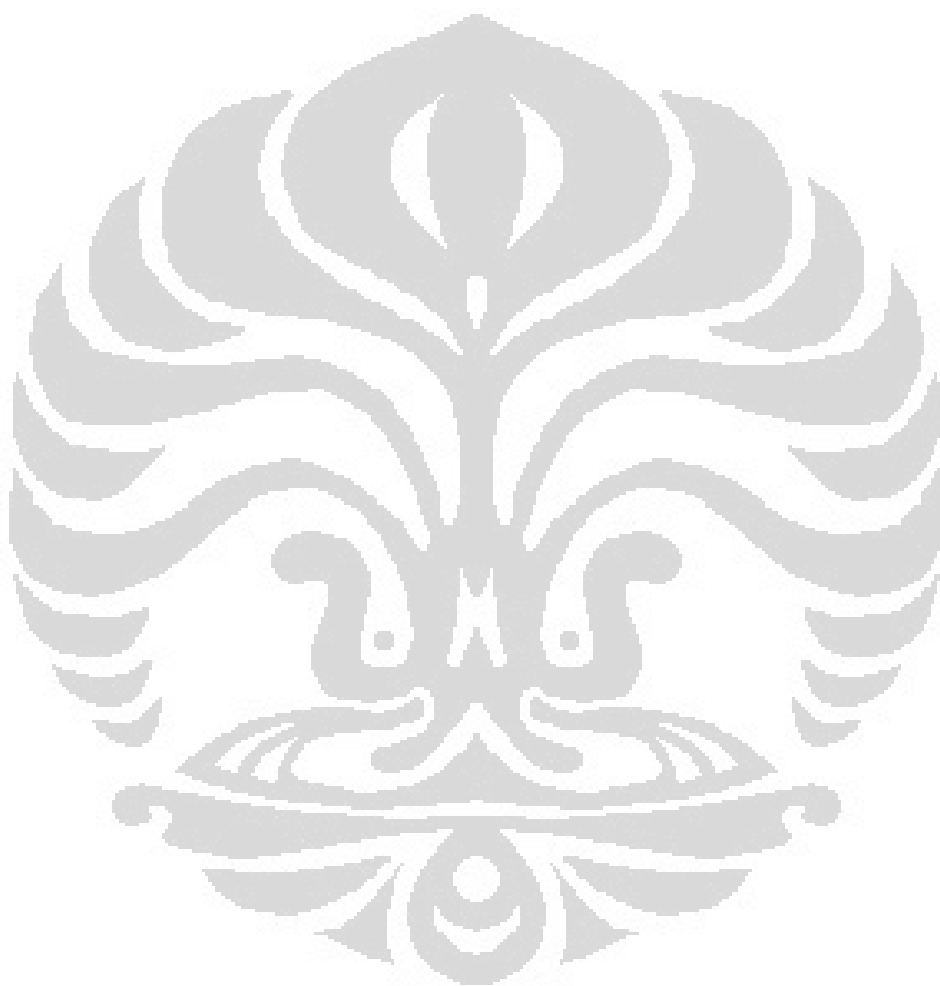
menjadi

$$\begin{aligned} 2\delta\mathcal{L} &= \mathcal{T}_{\mu\nu}\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu} \\ 2\delta\mathcal{L} &= -\partial_\ell U^\ell U_\mu \left(-\frac{1}{2}\right) g^{\mu\nu} \delta\sqrt{-g} \\ \delta\mathcal{L} &= \frac{1}{4}\partial_\ell U^\ell U_\mu U_\nu g^{\mu\nu} \delta\sqrt{-g} \\ \mathcal{L} &= \frac{1}{4}\partial_\ell U^\ell U_\mu U^\mu \sqrt{-g} \\ \mathcal{L} &= \frac{1}{4}\partial_\ell U^\ell \sqrt{-g} \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Setelah disatukan menjadi:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{4}c\eta \left(\partial_\nu U^\nu + \partial_\mu U^\mu - U_\nu U^\ell \partial_\ell \partial^\nu - U_\mu U^\ell \partial_\ell U^\mu \right) + \frac{2}{3}c\eta \partial_\ell U^\ell \left(-1 + \frac{1}{4} \right) \\ \mathcal{L} &= \frac{1}{4}c\eta \left(\partial_\nu U^\nu + \partial_\mu U^\mu - U_\nu U^\ell \partial_\ell \partial^\nu - U_\mu U^\ell \partial_\ell U^\mu \right) + \frac{2}{3}c\eta \partial_\ell U^\ell \left(-\frac{3}{4} \right) \\ \mathcal{L} &= \frac{1}{4}c\eta \left(\partial_\nu U^\nu + \partial_\mu U^\mu - U_\nu U^\ell \partial_\ell \partial^\nu - U_\mu U^\ell \partial_\ell U^\mu \right) - \frac{1}{2}c\eta \partial_\ell U^\ell \\ \mathcal{L} &= \frac{1}{4}\eta \left(\partial_\mu U^\mu + \partial_\mu U^\mu - 2U^\mu U^\ell \partial_\ell U_\mu \right) - \frac{1}{2}\eta \partial_\mu U^\mu \\ \mathcal{L} &= \frac{1}{4}\eta \left(2\partial_\mu U^\mu - 2U^\mu U^\ell \partial_\ell U_\mu - 2\partial_\mu U^\mu \right) \\ \mathcal{L} &= -\frac{1}{2}\eta U^\mu U^\ell \partial_\ell U_\mu \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

$\text{Cos}[y] (\text{Sinh}[z])^2 + \text{Cosh}[z] (\text{Cos}[z])^2 - w \text{Cosh}[z] (\text{Cos}[y])^2 -$
 $w \text{Cosh}[z] (\text{Sin}[y])^2 - w \text{Cosh}[w] (\text{Sinh}[z])^2))$ }, {p, 0, 2000
}], {p, 0, 2000}, {w, 1, 100}, {x, 0, 2 Pi}, {y, 0, 2 Pi},
{z, 0.000001, 0.00001}



Daftar Acuan

- [1] A. Sulaiman, A. Fajarudin, T.P. Djun, and L.T. Handoko, *Magnetofluid Unification in Yang Mills Lagrangian*, International Journal of Modern Physics A 24 (2009) 3630-3637 (DOI 10.1142/S0217751X09047284).
- [2] C.S. Nugroho, A.O. Latief, T.P. Djun, and L.T. Handoko, *Gluon matter plasma in the compact star core within fluid QCD model*, Gravitation and Cosmology : in press (2011).
- [3] F. Halzen and A.D. Martin, *Quarks and Leptons : An Introductory in Modern Particle Physics*, John Wiley and Sons Inc, (1984).
- [4] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Course of Theoretical Physics Volume 6, Fluid Mechanics*, Pergamon Press, 2nd edition (1987).
- [5] L.H. Ryder, *Quantum Field Theory*, Cambridge University Press, 2nd edition, (1996).
- [6] M.P. Hobson, G.P. Efstathiou, and A.N. Lasenby, *General Relativity : An Introduction for Physicists*, Cambridge University Press (2006).
- [7] S.N. Shore, *Astrophysical Hydrodynamics : An Introduction*, WILEY-VCH Verlag GmbH and Co KGaA, 2nd new revised edition (2007).
- [8] T.P. Djun and L.T. Handoko, *Fluid QCD Approach for Quark-Gluon-Plasma in Stellar Structure* , Proceeding of The Conference in Honour of Murray Gell-Mann's 80th Birthday: Quantum Mechanics, Elementary Particles, Quantum Cosmology and Complexity (2011) 419-425, (DOI 10.1142/9789814335614-0040).

- [9] M.E Peskin and D.V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Perseus Books Publishing L.L.C (1995).
- [10] D.H. Perkins, *Particle Astrophysics*, Oxford University Press (2009).
- [11] R. Baier and P. Romatschke, *arXiv:nucl-th/06101082* (2007).
- [12] R. Baier, P. Romatschke, and U.A. Wiedemann, *arXiv:hep-ph/0602249v2* (2006).

