



UNIVERSITAS INDONESIA



UNIVERSITÉ DE LA ROCHELLE

**APLIKASI METODE PENALTI VOLUME
PADA MEKANIKA FLUIDA**

TESIS

IMAM MAOLANA

0906579235

**FAKULTAS TEKNIK
PROGRAM STUDI TEKNIK MESIN
DEPOK
JULI 2011**



UNIVERSITAS INDONESIA



UNIVERSITÉ DE LA ROCHELLE

**APLIKASI METODE PENALTI VOLUME
PADA MEKANIKA FLUIDA**

TESIS

**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk mendapatkan gelar Magister
Teknik**

IMAM MAOLANA

0906579235

FAKULTAS TEKNIK

**PROGRAM STUDI TEKNIK MESIN
KEKHUSUSAN KONVERSI ENERGI**

DEPOK

JULI 2011

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

Tesis ini adalah hasil karya saya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun yang dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar.

Nama : Imam Maolana

NPM : 0906579235

Tanda tangan : 

Tanggal : 29 Juli 2011

HALAMAN PENGESAHAN


Tesis ini diajukan oleh

Nama : Imam Maolana
NPM : 0906579235
Program studi : Teknik Mesin
Judul tesis : Aplikasi Metode Penalti Volume pada Mekanika Fluida

Telah berhasil dipertahankan dihadapan dewan penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Master 2 Université de La Rochelle (Perancis) dan Magister Teknik Program Studi Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Indonesia.

DEWAN PENGUJI

Pembimbing : Dr. Erwan Liberge

()

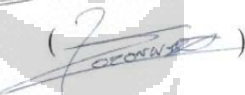
Penguji : Prof. Olivier Millet

()

Penguji : Prof. Patrick Salagnac

()

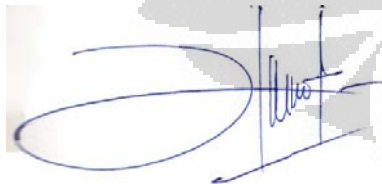
Penguji : Dr. Emmanuel Bozonnet

()

Ditetapkan di : Depok

Tanggal : 2 Agustus 2011

Mengetahui Kepala Departemen Teknin Mesin UI



Dr.Ir.Harinaldi,M.Eng

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, segala puji hanya milik Allah *subhanahu wa ta'ala*, atas nikmat dari-Nya penulis dapat menyelesaikan laporan ini. Salawat dan salam kepada Nabi Muhammad *shallallaahu 'alaihi wa sallam*.

Karya ini merupakan laporan dari program *stage de recherche* (magang penelitian) yang kami lakukan dari bulan Februari – Juli 2011 di laboratorium LEPTIAB (Laboratoire d'Étude des Phénomènes de Transfert et de l'Instantanéité: Agro-industrie et Bâtiment), Université de La Rochelle (ULR) Perancis. Laporan ini juga sebagai tesis pada program Magister Teknik Mesin Universitas Indonesia (UI) dalam kerangka program DDIP (Double Degree Indonesia Perancis) antara UI dan ULR.

Kemudian penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Dr. Erwan Liberge selaku pembimbing *stage de recherche* LEPTIAB ULR yang telah memperkenalkan penulis kepada bidang pemodelan numerik dalam mekanika fluida,
2. Mama dan Bapakku, istri dan anakku serta adik-adikku atas dukungan, pengertian dan doa selama penulis mengikuti program DDIP.
3. Teman-teman DDIP 2009 atas segala kerjasama yang terjalin selama ini.
4. Teman-teman Magister Teknik Mesin UI angkatan 2009 atas kerjasama selama perkuliahan.

Penulis berharap laporan ini dapat bermanfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan di Indonesia.

Depok, 29 Juli 2011

Penulis

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini :


Nama : Imam Maolana
NPM : 0906579235
Program studi : Teknik Mesin
Departemen : Teknik Mesin
Jenis karya : Tesis

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul : **Aplikasi Metode Penalti Volume pada Mekanika Fluida** beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalihmedia/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya

Dibuat di : Depok
Pada tanggal : 29 Juli 2011

Yang menyatakan



(Imam Maolana)

ABSTRAK

Nama : Imam Maolana
Program studi : Teknik Mesin
Judul : Aplikasi Metode Penalti Volume pada Mekanika Fluida

Tesis ini berisi studi aplikasi metode penalti volume (*volume penalty method*) pada komputasi dinamika fluida (*Computational Fluid Dynamic/CFD*). Metode ini diterapkan pada pemodelan numerik persamaan Burgers satu dimensi dan persamaan Navier-Stokes dua dimensi. Untuk kasus satu dimensi, metode ini diujikan pada persamaan Burgers dengan dan tanpa interaksi fluida-solid (IFS) dan diterapkan pada persamaan Burgers yang direduksi dengan POD (*Proper Orthogonal Decomposition*). Dari pemodelan menunjukkan bahwa untuk kasus satu dimensi baik dengan maupun tanpa IFS, diperoleh hasil yang sama dengan metode klasik. Untuk kasus satu dimensi dengan POD, kasus tanpa IFS memberikan hasil yang sama dengan metode klasik. Namun untuk kasus dengan IFS tidak diperoleh hasil yang sama dengan metode klasik. Untuk kasus dua dimensi, metode ini diterapkan pada aliran fluida melalui silinder dan melalui kotak dan diperoleh hasil yang sama dengan metode klasik.

Kata kunci : dinamika fluida, pemodelan numerik, interaksi fluid-solid

ABSTRACT

Name : Imam Maolana
Study Program : Teknik Mesin
Title : Application of volume penalty method in fluid mechanic

This thesis consists of application of volume penalty method in Computational Fluid Dynamic (CFD). This method applied in numerical modeling of one dimension Burgers equation and two dimensions Navier-Stokes equation. In case of one dimension, this method is tested in Burgers Equation with and without interaction of fluid-solid (IFS) and also in reduced Burgers equation with *Proper Orthogonal Decomposition* (POD). The modeling shows that for one dimension Burgers equation with and without IFS give the same result with classic method. For one dimension Burgers equation with POD, the case without IFS gives the same result with classic method, but not for the case with IFS. In two dimensions Navier-Stokes equation, this method applied in fluid flow around a cylinder and a box and gives the same result with classical method.

Keywords : fluid dynamic, numerical modeling, interaction of fluid-solid



DAFTAR ISI

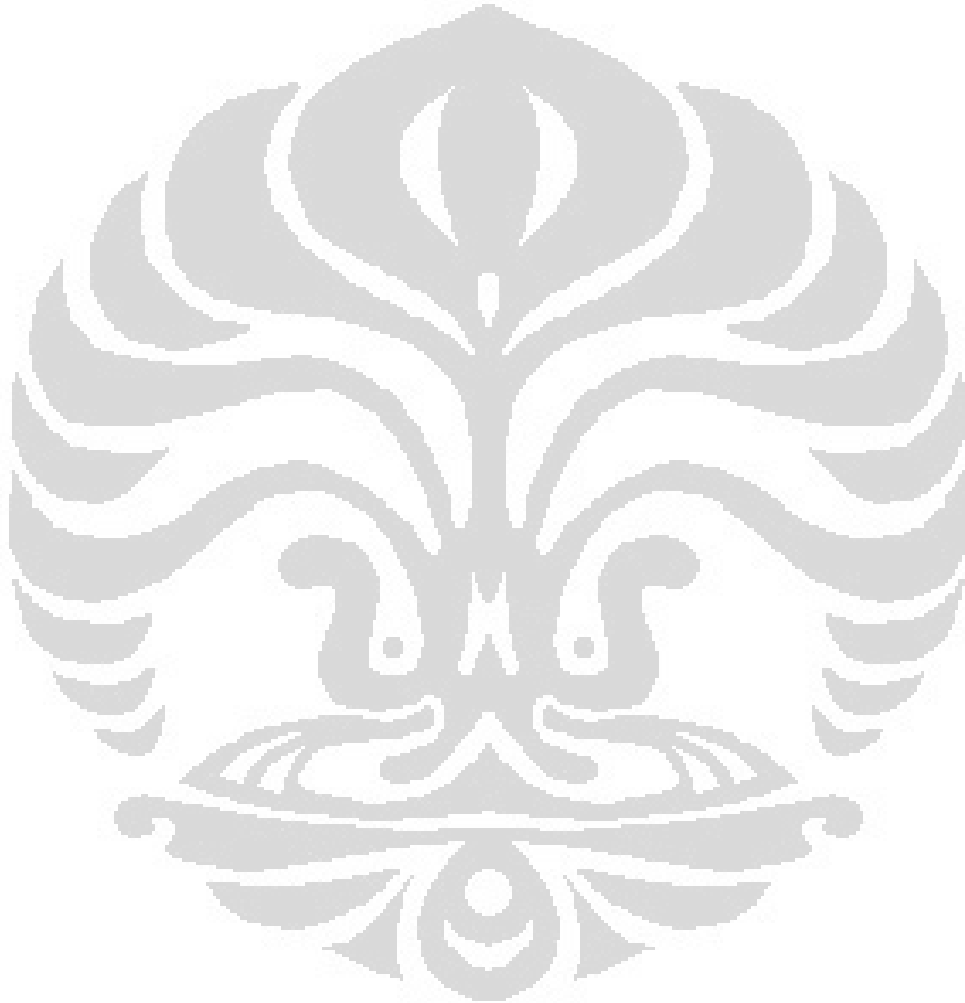
HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN ORISINALITAS	ii
LEMBAR PENGESAHAN.....	iii
KATA PENGANTAR	iv
LEMBAR PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH	v
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR TABEL	x
Chapitre 1 Introduction	1
Chapitre 2 Test sur un cas monodimensionnel	3
2.1. Le schéma numérique	4
2.2 Le cas sans IFS	5
2.3 Le cas avec IFS	7
2.4 Réduction de modèle par POD	9
2.4.1 Méthode classique (sans pénalisation)	10
2.4.2 Méthode de pénalisation de volume	12
Chapitre 3 Calcul sous code Saturne	16
3.1 Ecoulement autour d'un bloc	16
3.1.1 Les maillages	17
3.1.2 Le résultat	17
3.2 Ecoulement autour d'un cylindre	18
3.2.1 Les maillages	18
3.2.2 Le résultat	19
Chapitre 4 Conclusion	21
Bibliographie	22

DAFTAR GAMBAR

Figure 1.1	Domaine physique immergé dans un domaine fictif rectangulaire	2
Figure 2.1	Champ de vitesse à différents instants t obtenus par la solution analytique	3
Figure 2.2	Comparaison du champ de vitesse à différents instants t obtenus par : solution analytique et le schéma de Crank Nicholson	5
Figure 2.3	Description du domaine d'étude	6
Figure 2.4	Comparaison du champ de vitesse à différents instants t obtenus par : solution numérique initiale et la méthode de pénalisation de volume	7
Figure 2.5	Description du domaine d'étude	7
Figure 2.6	Comparaison du champ de vitesse à différents instants t obtenus par solution numérique ALE et la méthode de pénalisation de volume	9
Figure 2.7	Les 4 premiers modes POD	11
Figure 2.8	Les 2 premiers coefficients temporels obtenus par la POD direct et le système dynamique réduit à 4 modes	11
Figure 2.9	Comp. du champ de vitesse reconstruit à instants t obtenus par solution numérique initiale et le système dynamique réduit à 4 modes	12
Figure 2.10	Les 4 premiers modes POD	13
Figure 2.11	Les 2 premiers coefficients temporels obtenus par la POD direct et le système dynamique réduit à 4 modes	13
Figure 2.12	Comp. du champ de vitesse reconstruit à instants t obtenus par méthode de pénalisation de volume et le système dynamique réduit à 4 modes	13
Figure 2.13	Les 4 premiers modes POD	14
Figure 2.14	Les 2 premiers coefficients temporels obtenus par la POD direct	15
Figure 3.1	Description du problème	16
Figure 3.2	Le maillage généré	17
Figure 3.3	Détail du maillage proche de bloc	17
Figure 3.4	Premier composante du champ de vitesse pour $t = 10000$ s	17
Figure 3.5	Seconde composante du champ de vitesse pour $t = 10000$ s	18
Figure 3.6	Description du problème	18
Figure 3.7	Le maillage généré	18
Figure 3.8	Détail du maillage proche de cylindre	19
Figure 3.9	Premier composante du champ de vitesse	19
Figure 3.10	Seconde composante du champ de vitesse	19
Figure 3.11	Profil de vitesse en $x = 0$	20

DAFTAR TABEL

Tableau 2.1 Contribution des premières valeurs propres méthode classique	10
Tableau 2.2 Contribution des premières valeurs propres parois fixe	12
Tableau 2.3 Contribution des premières valeurs propres parois mobile.....	14



Chapitre 1

Introduction

La modélisation en mécanique des fluides conduit généralement à la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles (EDP) sur des domaines géométriques complexes. A fin de calculer une approximation de la solution du système d'EDP originel, des méthodes numériques basées sur la discrétisation du problème continu sont mises en place. Le domaine de calcul est alors maillé à l'aide de cellules de formes géométriques simples (triangles ou rectangles en 2D) et de tailles variables. Se pose alors la question du choix du domaine de calcul et du type de maillage à utiliser.

Les techniques usuelles de résolution de systèmes d'EDP utilisent des maillages structurés ou non structurés (de type éléments finis ou volumes finis principalement) pour lesquels le domaine de calcul s'appuie sur le domaine physique d'étude. Ces maillages prennent en compte de façon très précise la géométrie réelle du domaine physique. L'inconvénient principal de ce type de méthodes repose sur le coût important de calcul (temps de calcul et stockage) nécessaire pour obtenir une solution approchée car les maillages adaptés ne permettent pas en général l'utilisation de solveurs rapides. De plus, en cas de déformation ou de déplacement du domaine physique d'étude au cours du temps, la résolution du système d'EDP nécessite un remaillage du domaine. A fin de remédier à ces limitations, des méthodes numériques basées sur des maillages structurés cartésiens (de type différences finies ou volumes finis) se sont développées.

L'idée de base des méthodes de type domaine fictif est de découpler la géométrie du domaine physique d'étude de celle du domaine de calcul. Le domaine physique est alors immergé dans un domaine plus grand et de forme plus simple (généralement rectangulaire en 2D), appelé domaine fictif qui deviendra le domaine de calcul (figure 1).

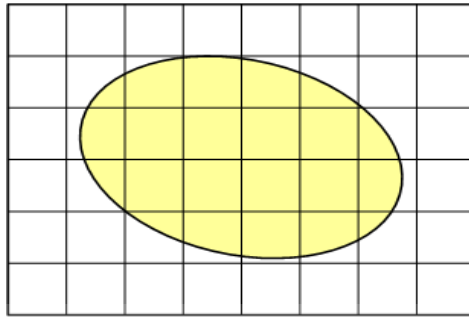


Figure 1.1 Domaine physique immergé dans un domaine fictif rectangulaire.

Méthode de pénalisation de volume est un des méthodes de domaine fictifs appliqué premièrement en 1989 dans le transfert de la chaleur de composants électroniques. Principe fondamentale est rajouter le terme de pénalisation à l'équation de la physique originel.

Le terme de pénalisation est nul dans le sous-domaine où l'équation de la physique est prédominante, et infinie dans le sous-domaine solide (l'équation de la physique y est négligeable). Si $v_d = 0$ équivalent à méthode de pénalisation de Darcy. L'avantage majeur de ce méthode est permettre de traiter l'obstacle mobile.

Chapitre 2

Test sur un cas monodimensionnel

La méthode est d'abord testée sur un cas simple monodimensionnel de l'équation de Burgers (3.1). Le champ de vitesse $v(t) \in L^2(\Omega), x \in \Omega =]0, 1[, t \in R^+$

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} - \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0 \\ v(0, t) = 0 \\ v(1, t) = 0 \\ v(x, 0) = v_0(x) \end{cases} \quad (2.1)$$

Où la condition initiale $v_0(x) = \sin(\pi x)$, la solution analytique de cette équation [1]:

$$v(x, t) = 2\pi\mu \frac{\sum_{n=1}^{\infty} b_n e^{-n^2\pi^2\mu t} n \sin(n\pi x)}{b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n e^{-n^2\pi^2\mu t} n \sin(n\pi x)} \quad (2.2)$$

Où b_0 et b_n sont les coefficients de Fourier définis par :

$$\begin{aligned} b_0 &= \int_0^1 e^{-(2\pi\mu)^{-1}[1-\cos(\pi x)]} dx \\ b_n &= 2 \int_0^1 e^{-(2\pi\mu)^{-1}[1-\cos(\pi x)]} \cos(n\pi x) dx \end{aligned} \quad (2.3)$$

Cette solution analytique nous donne le champ de vitesse comme la figure 2.1

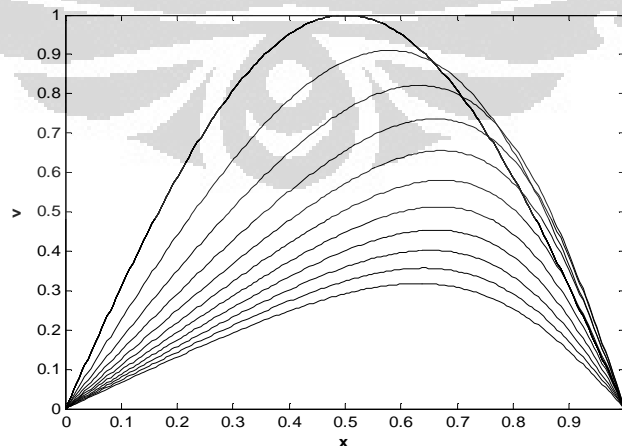


Fig. 2.1 Champ de vitesse à différents instants t obtenus par la solution analytique

D'où

$$a_{i,i-1} = -\frac{\Delta t}{2} \frac{\mu}{\Delta x^2} \quad (2.7a)$$

$$a_{i,i} = 1 + \frac{\Delta t}{2} \left(v_i^{k,j+1} \left(-\frac{1}{\Delta x} \right) + \frac{2\mu}{\Delta x^2} \right) \quad (2.7b)$$

$$a_{i,i+1} = \frac{\Delta t}{2} \left(v_i^{k,j+1} \frac{1}{\Delta x} - \frac{\mu}{\Delta x^2} \right) \quad (2.7c)$$

$$SM_i = v_i^j + \frac{\Delta t}{2} \left(\mu \frac{v_{i+1}^j - 2v_i^j + v_{i-1}^j}{\Delta x^2} - v_i^j \frac{v_{i+1}^j - v_i^j}{\Delta x} \right) \quad (2.7d)$$

Prenons l'intervalle de temps 1 seconde, l'intervalle d'espace entre 0 et 1, pas de temps $\Delta t = 0.005$ s, pas d'espace $\Delta x = 0.005$, nombre de nœud en espace $N = 200$, nombre de nœuds en temps $M = 200$, on va avoir le champ de vitesse comme la figure 2.2. On retrouve le résultat attendu, c'est à dire une écart très faible entre la solution analytique et résolution numérique de schéma Crank Nicholson.

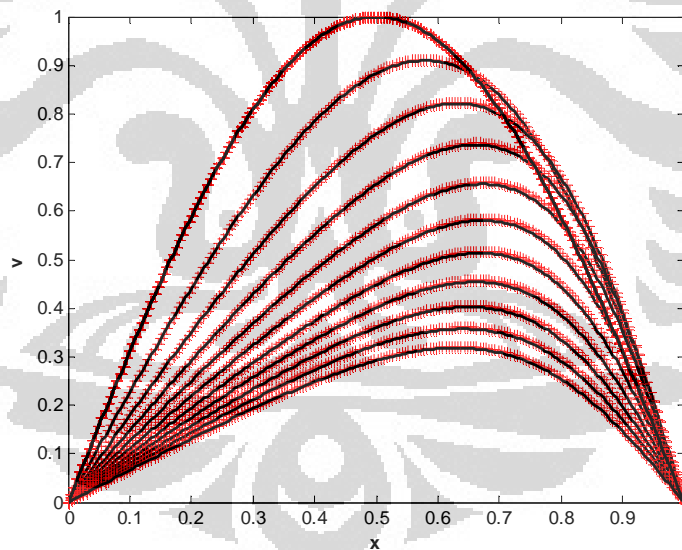


Fig. 2.2 Comparaison du champ de vitesse à différents instants t obtenus par : — solution analytique et + le schéma de Crank Nicholson

2.2 Le cas sans IFS

On va appliquer dans cette section le méthode de pénalisation de volume pour l'équation de Burgers utilisée section 2.1 avec le domaine d'étude décrit dans la figure 2.3,



Fig. 2.3 Description du domaine d'étude

Ω_f et Ω_s sont le domaine fluide et solide respectivement. On considère un champ de vitesse $v(t) \in L^2(\Omega_f)$, $\Omega_f =]0, 1[$, $x \in \Omega =]0, 1.1[$, $t \in [0, 1]$, la viscosité cinématique $\nu = 0.1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. On rajoute le terme de pénalisation à l'équation 2.1 ;

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \nu \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\eta} (v - v_s) \xi = \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \text{ sur } \Omega \quad (2.8)$$

$$v(0, t) = 0$$

$$v(1, t) = 0$$

$$v(x, 0) = v_0(x) = \sin(\pi x)$$

On note que η et ξ sont les paramètres de pénalisation. Le η est très petit $1e-05$, et ξ est nul dans le domaine solide et l'unité dans le domaine fluide. Le v_s est la vitesse de l'interface solide et égale à zéro dans ce cas. On fait la discrétisation comme ce qu'on a faite dans la section précédente, on obtient ;

$$\begin{aligned} v_i^{k+1, j+1} + \frac{\Delta t}{2} \left(v_i^{k, j+1} \left(\frac{v_{i+1}^{k+1, j+1} - v_i^{k+1, j+1}}{\Delta x} \right) - \nu \left(\frac{v_{i+1}^{k+1, j+1} - 2v_i^{k+1, j+1} + v_{i-1}^{k+1, j+1}}{\Delta x^2} \right) \right) + \frac{1}{\eta} (v_i^{j+1}) \xi \\ = v_i^j + \frac{\Delta t}{2} \left(\nu \frac{v_{i+1}^j - 2v_i^j + v_{i-1}^j}{\Delta x^2} - v_i^j \frac{v_{i+1}^j - v_i^j}{\Delta x} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Et la matrice (2.6) avec la composante suivante;

$$a_{i, i-1} = -\frac{\Delta t}{2} \frac{\nu}{\Delta x^2} \quad (2.10a)$$

$$a_{i, i} = 1 + \frac{\Delta t}{2} \left(v_i^{k, j+1} \left(-\frac{1}{\Delta x} \right) + \frac{2\nu}{\Delta x^2} \right) + \frac{1}{\eta} \xi \quad (2.10b)$$

$$a_{i, i+1} = \frac{\Delta t}{2} \left(v_i^{k, j+1} \frac{1}{\Delta x} - \frac{\nu}{\Delta x^2} \right) \quad (2.10c)$$

La comparaison entre le champ de vitesse obtenu par le méthode de pénalisation de volume et la résolution numérique initiale (Crank Nicholson) est montrée dans la figure 2.4.

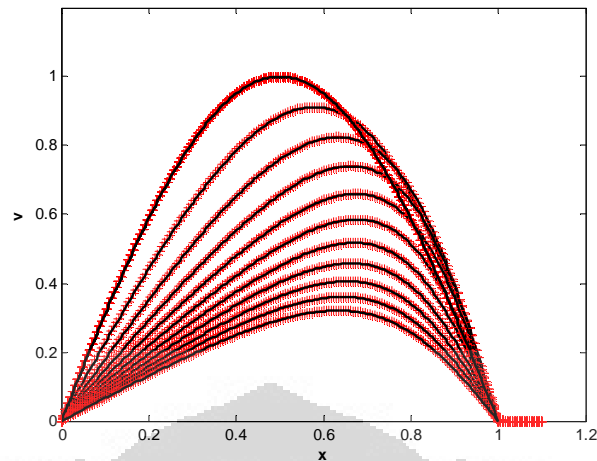


Fig. 2.4 Comparaison du champ de vitesse à différents instants t obtenus par : — solution numérique initiale et + la méthode de pénalisation de volume

2.3 Le cas avec IFS

On va appliquer dans cette section le méthode de pénalisation de volume pour l'équation de Burgers utilisée section 2.1 couplée avec un ressort.

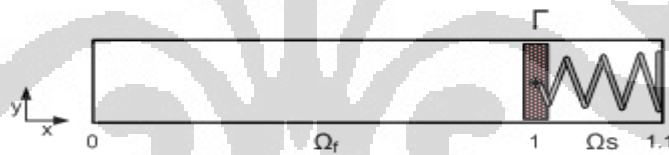


Fig. 2.5 Description du domaine d'étude

On considère un champ de vitesse $v(t) \in L^2(\Omega_f)$, $x \in \Omega_f(t) =]0, \Gamma(t)[$, $t \in [0, 1]$, la viscosité cinématique $\nu = 0.1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \nu \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\eta} (v - v_s) \xi = \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \text{ sur } \Omega_f(t) \quad (2.11)$$

$$v(0, t) = 0$$

$$v(\Gamma, t) = v|_{\Gamma}$$

$$v(x, 0) = v_0(x) = \sin(\pi x) \text{ sur } \Omega_f(0)$$

On note Γ la paroi mobile, bouge selon l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + k(x - 1.2) = 0 \quad (2.12)$$

$$x(0) = 1 \quad \dot{x}(0) = 0$$

La solution analytique de l'équation (2.12) :

$$x(t) = -0.1 \cos(\sqrt{k} t) + 1.1 \quad (2.13a)$$

$$\dot{x}(t) = 0.1\sqrt{k} \sin(\sqrt{k} t) \quad (2.13b)$$

De la même façons ce qu'on a fait dans la section précédent, on va obtenir :

$$\begin{aligned} v_i^{k+1,j+1} + \frac{\Delta t}{2} \left(v_i^{k,j+1} \left(\frac{v_{i+1}^{k+1,j+1} - v_i^{k+1,j+1}}{\Delta x} \right) - v \left(\frac{v_{i+1}^{k+1,j+1} - 2v_i^{k+1,j+1} + v_{i-1}^{k+1,j+1}}{\Delta x^2} \right) \right) + \frac{1}{\eta} (v_i^{j+1}) \xi \\ = v_i^j + \frac{\Delta t}{2} \left(v \frac{v_{i+1}^j - 2v_i^j + v_{i-1}^j}{\Delta x^2} - v_i^j \frac{v_{i+1}^j - v_i^j}{\Delta x} \right) + \frac{1}{\eta} (v_s^n) \xi \end{aligned} \quad (2.14)$$

Et la matrice (2.6) avec la composante suivante;

$$a_{i,i-1} = -\frac{\Delta t}{2} \frac{v}{\Delta x^2} \quad (2.15a)$$

$$a_{i,i} = 1 + \frac{\Delta t}{2} \left(v_i^{k,n+1} \left(-\frac{1}{\Delta x} \right) + \frac{2v}{\Delta x^2} \right) + \frac{1}{\eta} \xi \quad (2.15b)$$

$$a_{i,i+1} = \frac{\Delta t}{2} \left(v_i^{k,n+1} \frac{1}{\Delta x} - \frac{v}{\Delta x^2} \right) \quad (2.15c)$$

$$SM_i = v_i^n + \frac{\Delta t}{2} (v \Delta v_i^n - v_i^n \nabla v_i^n) + \frac{1}{\eta} (v_s^n) \xi \quad (3.15d)$$

Le figure 2.6 est le résultat obtenu comparée avec la résolution de l'équation de burgers de ce problème dans sa formulations ALE (*Arbitrary Lagrangian-Eulerian*) ;

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v - \omega) \frac{\partial v}{\partial x} = v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad \text{sur } \Omega f(t) \quad (2.16)$$

$$v(0, t) = 0$$

$$v(\Gamma, t) = v|_{\Gamma}$$

$$v(x, 0) = v_0(x) = \sin(\pi x) \quad \text{sur } \Omega f(0)$$

D'ou ω est la vitesse du parois.

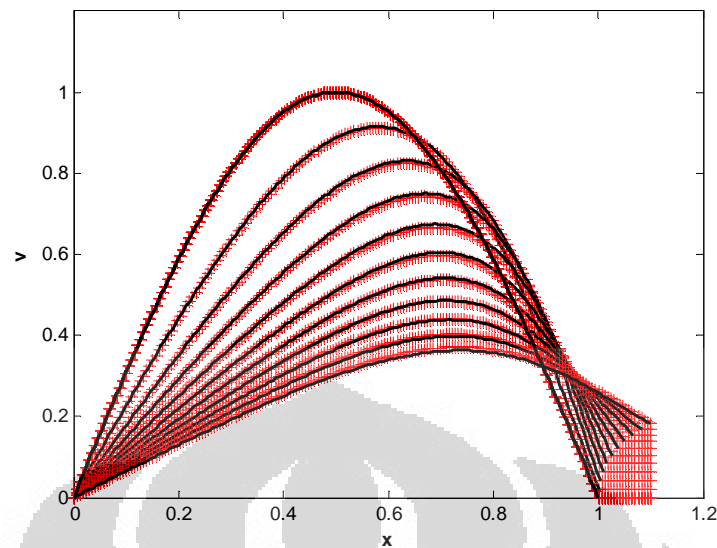


Fig. 2.6 Comparaison du champ de vitesse à différents instants t obtenus par : — solution numérique ALE et + la méthode de pénalisation de volume

2.4 Réduction de modèle par POD

On considère M clichés du champ de vitesse v aux instants t_1, \dots, t_M . Chaque cliché est stocké dans une matrice $[V]$ de telle sorte que ;

$$V_{kl} = v(x_k, t_l)$$

On a envie de rechercher la base POD (Φ) en solvant le problème aux valeurs propres discret ;

$$([V][V]^T)\Phi = \lambda\Phi \quad (2.17)$$

La reconstruction du champ de vitesse à chaque snapshot sur la base POD tronquée à N modes :

$$v_N(x, t) = \sum_{n=1}^N a_n(t) \Phi_n(x) \quad (2.18)$$

Les coefficients temporels $a_i(t)$ peuvent être obtenus par projection du champ de vitesse v sur la base (Φ_i) :

$$a_i(t) = (v(t), \Phi_i) \quad (2.19)$$

L'énergie des N premiers mode est :

$$EN = \sum_{i=1}^N \lambda_i \quad (2.20)$$

On peut obtenir le system dynamique réduit à N mode, on résous :

$$a_i(t+1) = a_i(t) + \Delta t \left(\sum_k \sum_l a_k(t) a_l(t) C_{kli} + \sum_k a_k(t) B_{ki} \right) \quad (2.21)$$

D'où :

$$C_{kli} = -(\Phi_k \cdot \nabla \Phi_l, \Phi_i) \quad (2.22)$$

$$B_{ki} = (\nabla \Phi_k, \nabla \Phi_i) \quad (2.23)$$

2.4.1 Méthode classique (sans pénalisation)

On recherche la base POD de solution de l'équation 2.1. On trouve une forte décroissance des valeurs propres (tableau 2.1), seulement 3 étant suffisantes pour obtenir plus de 99.999 % de l'énergie cinétique totale. La figure 2.7 présente les 4 premiers modes POD.

Tab. 2.1 Contribution des premières valeurs propres

i	λ_i	% d'énergie
1	19.9335	99.2755981
2	0.1445	99.9952636
3	0.00094	99.9999505

Le système dynamique sur le champ de vitesse instantané est construit avec 4 modes. Le première et deuxième coefficient temporel obtenus par le système dynamique réduit sont les mêmes que ceux obtenus par la POD direct (figure 2.8). La comparaison entre la solution numérique initial et la solution reconstruite est présenté dans la figure 2.9.

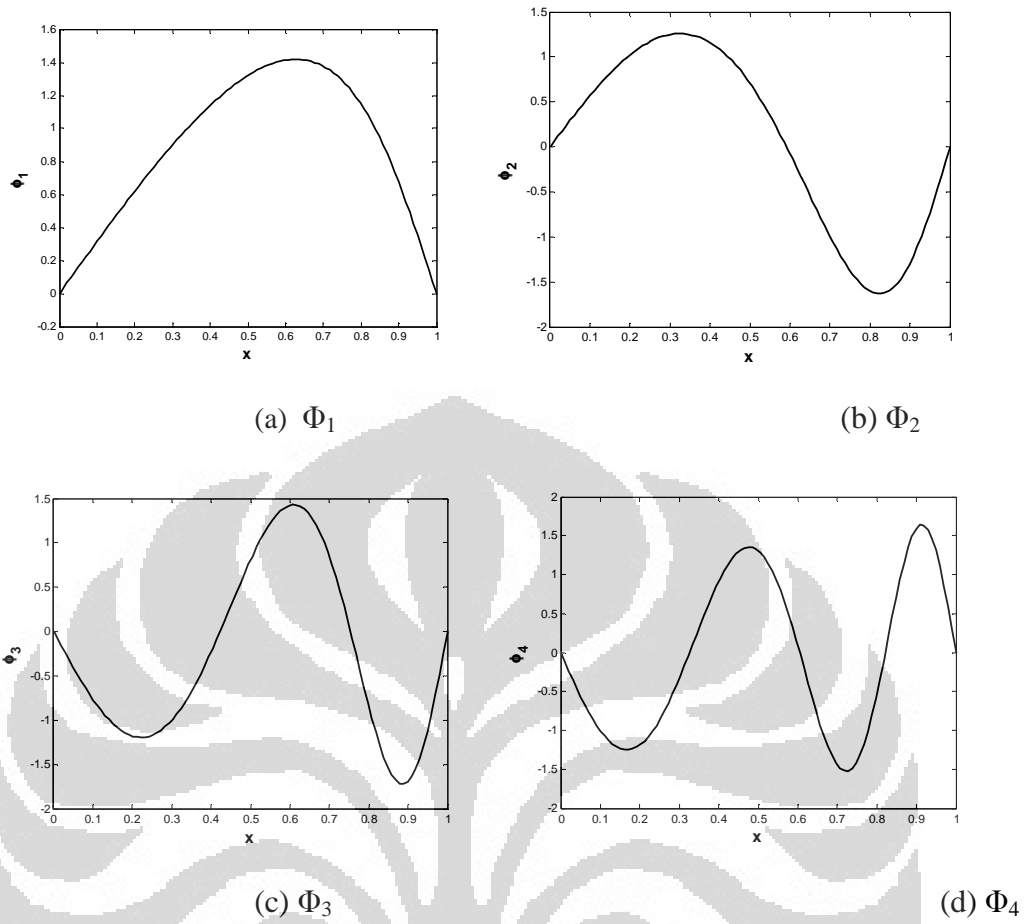


Fig. 2.7 Les 4 premiers modes POD

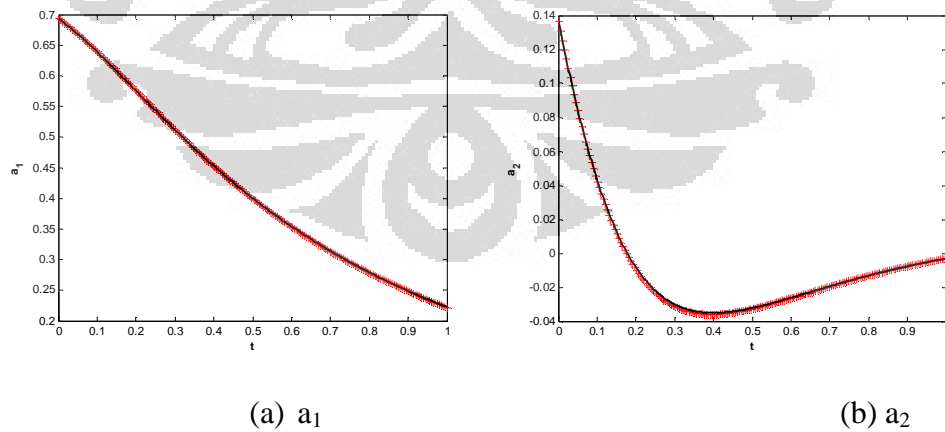


Fig. 2.8 Les 2 premiers coefficients temporels obtenus par : — la POD direct et + le système dynamique réduit à 4 modes

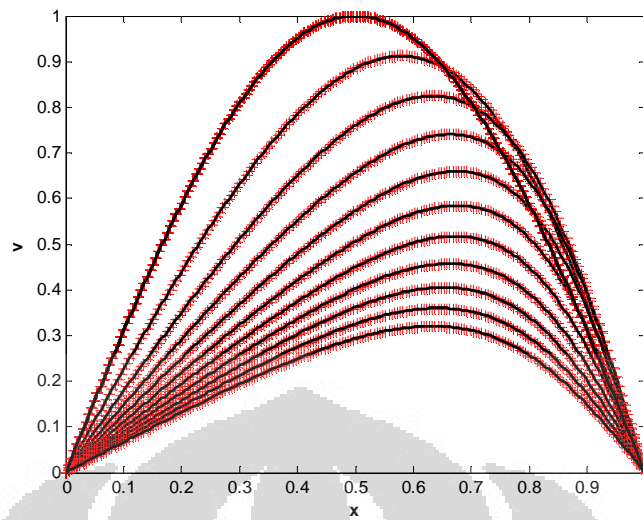


Fig. 2.9 Comparaison du champ de vitesse reconstruit à instants t obtenus par : — solution numérique initiale et + le système dynamique réduit à 4 modes

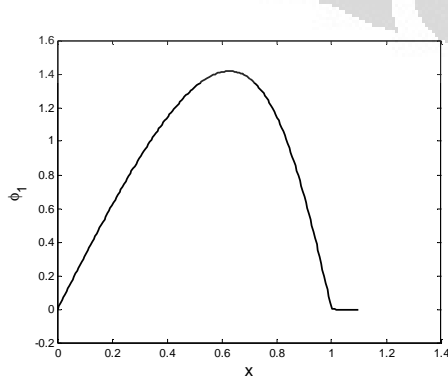
2.4.2 Méthode de pénalisation de volume

A. Parois fixe

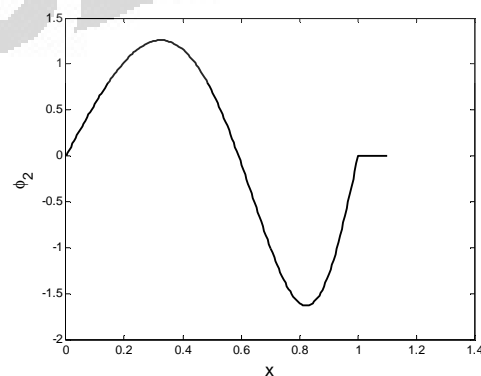
La contribution des premières valeurs propres montrée par la table suivante.

Tab. 2.2 Contribution des premières valeurs propres

i	λ_i	% d'énergie
1	36.14287	99.31340
2	0.24835	99.99584
3	0.00149	99.99995



(a) Φ_1



(b) Φ_2

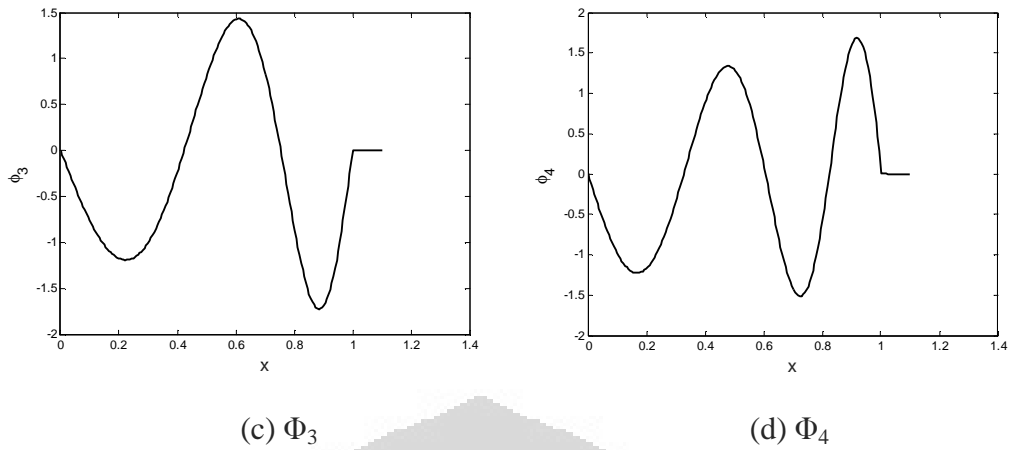


Fig. 2.10 Les 4 premiers modes POD

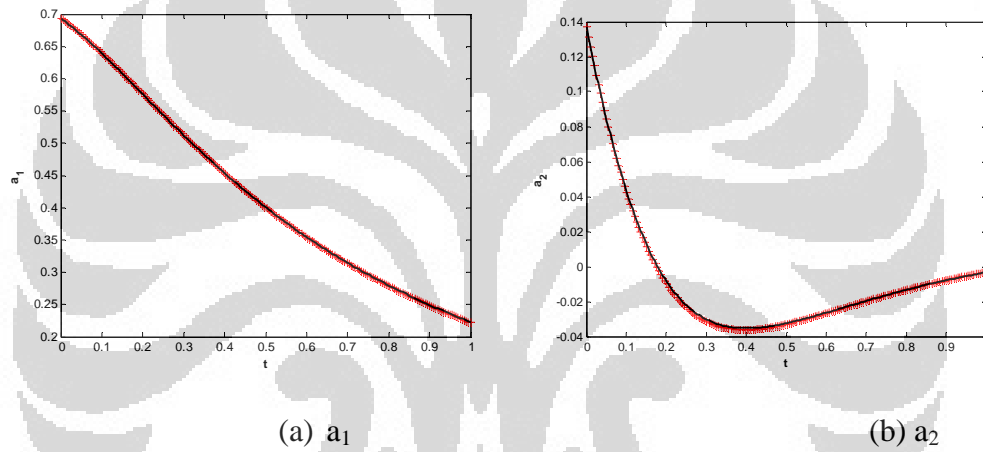
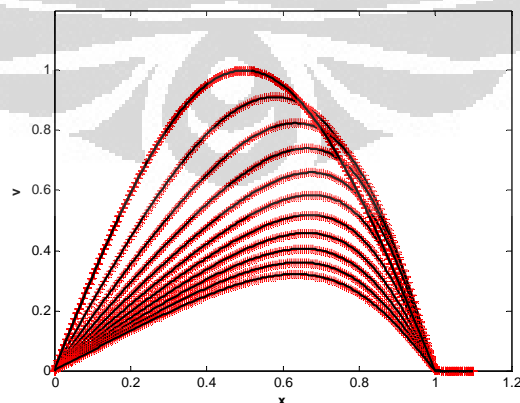


Fig. 2.11 Les 2 premiers coefficients temporels obtenus par : — la POD direct et + le système dynamique réduit à 4 modes

Fig. 2.12 Comparaison du champ de vitesse reconstruit à instants t obtenus par : — méthode de pénalisation de volume et + le système dynamique réduit à 4 modes

B. Parois mobile

Pour le cas parois mobile, la contribution des premières valeurs propres montrée par la tableau suivante.

Tab. 2.3 Contribution des premières valeurs propres

i	λ_i	% d'énergie
1	38.55357	97.95790
2	0.73186	99.81695
3	0.06942	99.99334
4	0.00198	99.99839
5	0.00044	99.99953

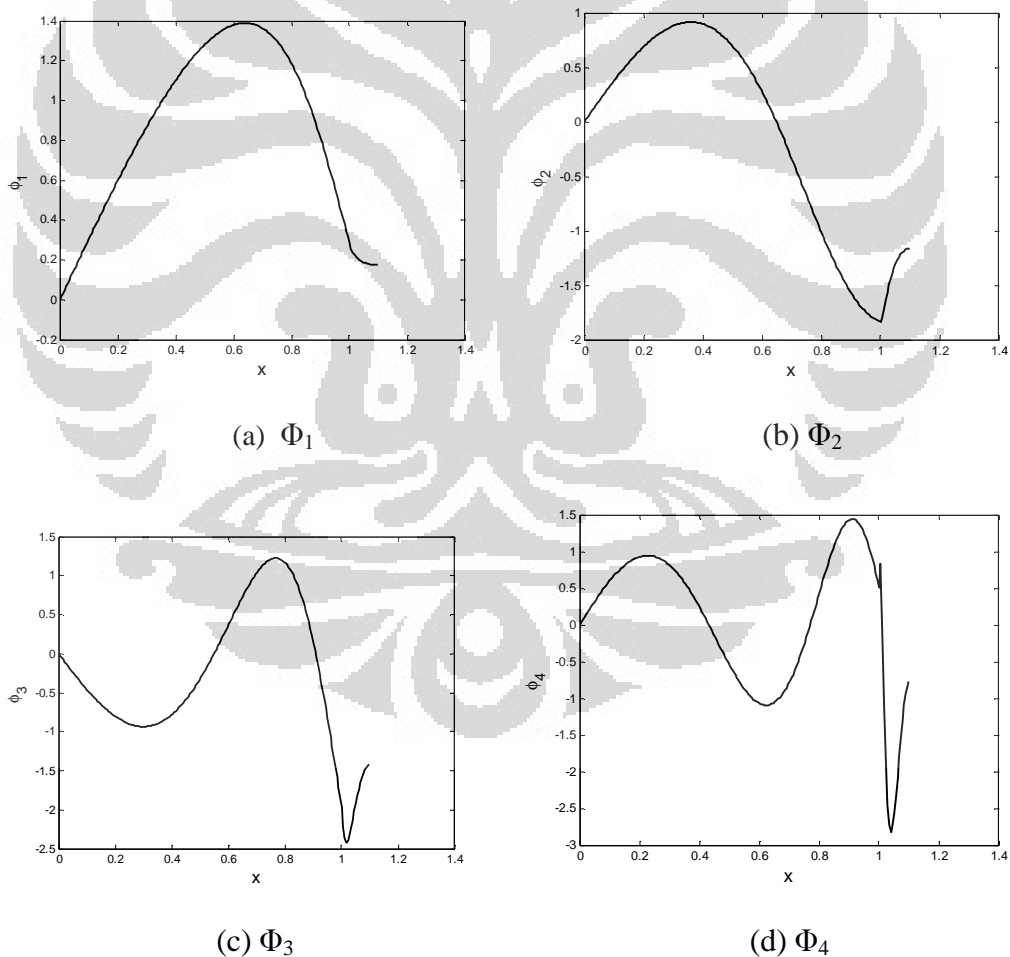


Fig. 2.13 Les 4 premiers modes POD

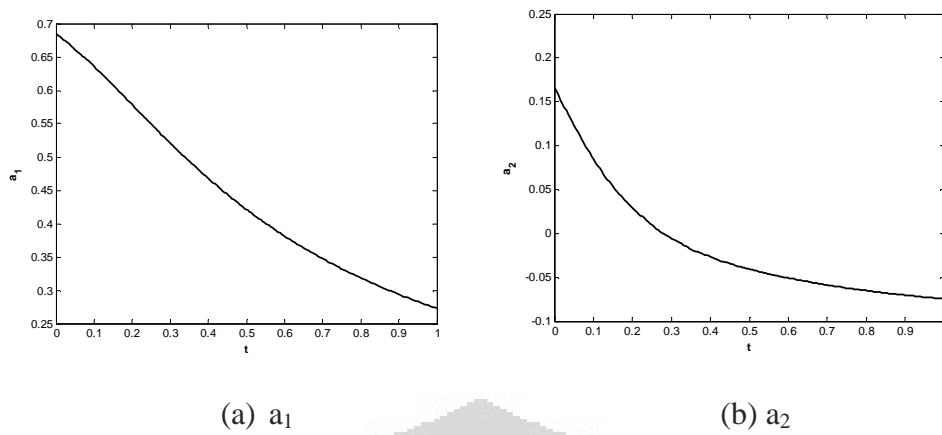


Fig. 2.14 Les 2 premiers coefficients temporels obtenus par la POD direct

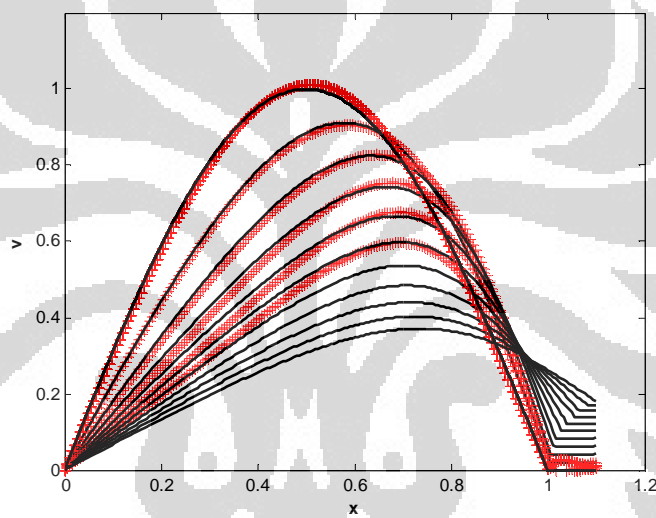


Fig. 2.15 Comparaison du champ de vitesse reconstruit à instants t obtenus par :
 — méthode de pénalisation de volume et + le système dynamique réduit à 3 modes

Chapitre 3 Calcul sous code Saturne

On va présenter dans cette chapitre l'application de méthode de pénalisation de volume dans le code Saturne. Principalement, on rajoute d'un terme de pénalisation au seconde membre dans Navier-Stokes ;

$$I_{\Omega_s}(x,t) \frac{(u - u_s)}{\eta} \quad (3.1)$$

Avec I_{Ω_s} fonction caractéristique du domaine solide, u le champ de vitesse et u_s le champ de vitesse à atteindre dans le solide.

3.1 Ecoulement autour d'un bloc

On a traité un cas d'écoulement autour d'un carré de l'aire 1 m^2 comme suit ;

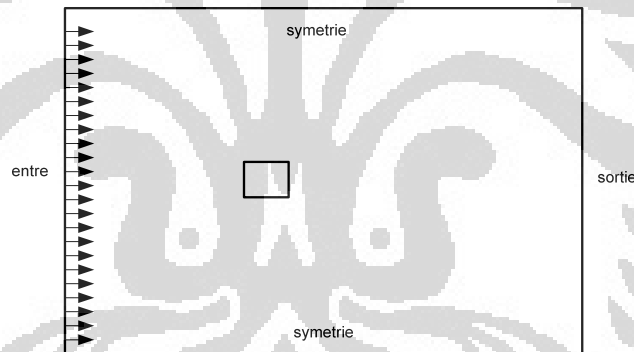
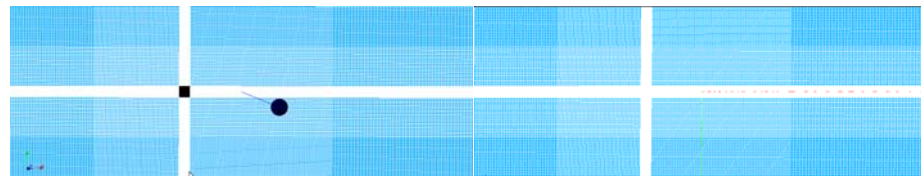


Fig. 3.1 Description du problème

La vitesse d'entrée est 0.002 m/s et pas de temps 0.1 m/s .

3.1.1 Les maillages

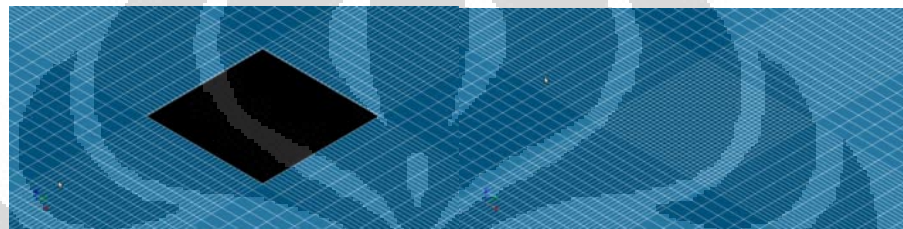
On a généré le maillage structuré cartésien comme la figure 3.2



(a) méthode classique

(b) méthode de pénalisation

Fig. 3.2 Le maillage généré



(a) méthode classique

(b) méthode de pénalisation

Fig. 3.3 Détail du maillage proche de bloc

3.1.2 Le résultat

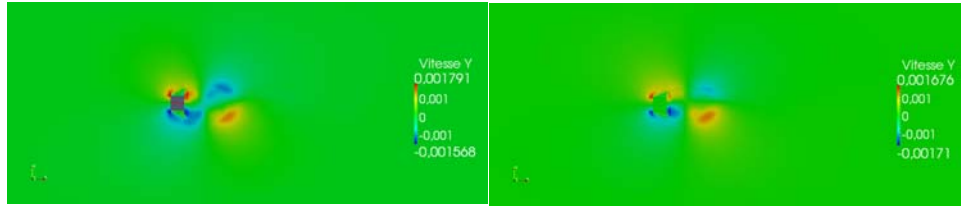
Champ de vitesse obtenus de simulation montrée dans la figure suivante



(a) méthode classique

(b) méthode de pénalisation

Fig. 3.4 Premier composante du champ de vitesse pour $t = 10000$ s



(a) méthode classique

(b) méthode de pénalisation

Fig. 3.5 Seconde composante du champ de vitesse pour $t = 10000$ s

3.2 Écoulement autour d'un cylindre

On a traité un cas d'écoulement autour d'un carré de rayon (R) 0.025 m comme suit ;

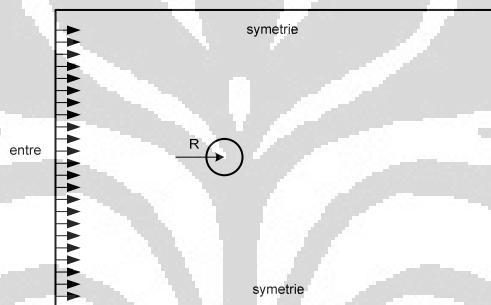
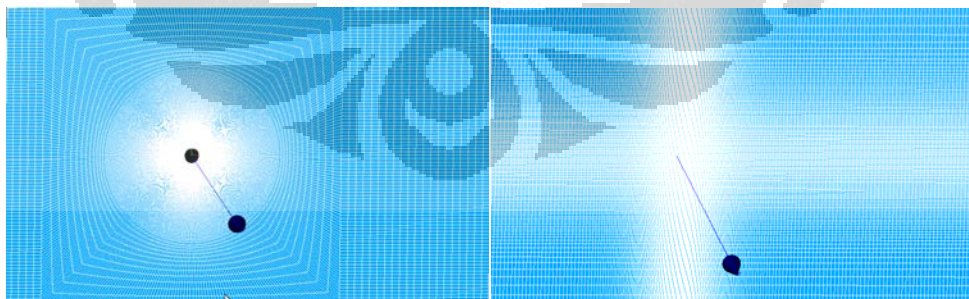


Fig. 3.6 Description du problème

La vitesse d'entrée est 0.002 m/s et pas de temps 0.1 m/s.

3.2.1 Les maillages

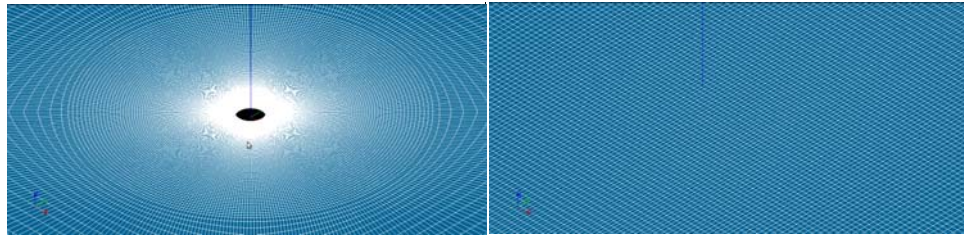
On a généré le maillage comme la figure 3.6



(a) méthode classique

(b) méthode de pénalisation

Fig. 3.7 Le maillage généré



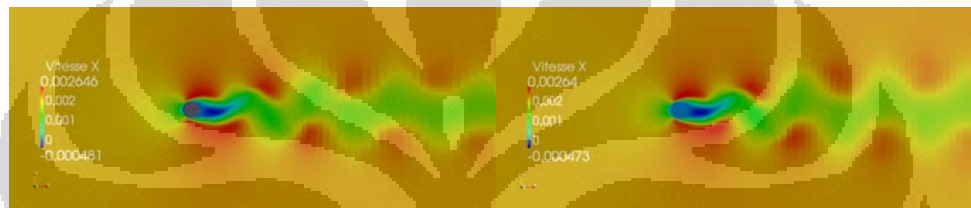
(a) méthode classique

(b) méthode de pénalisation

Fig. 3.8 Détail du maillage proche de cylindre

3.2.2 Le résultat

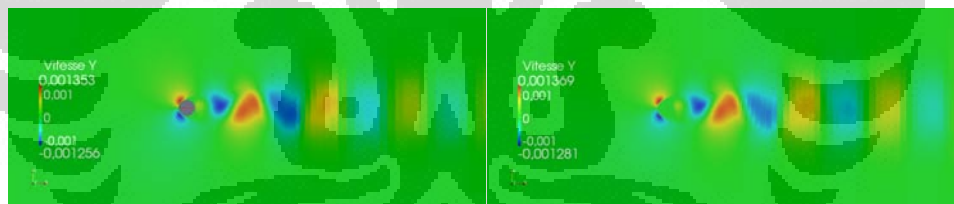
Champ de vitesse obtenus de simulation montrée dans la figure suivante



(a) méthode classique

(b) méthode de pénalisation

Fig. 3.9 Premier composante du champ de vitesse



(a) méthode classique

(b) méthode de pénalisation

Fig. 3.10 Seconde composante du champ de vitesse

Profil de vitesse en $x = 0$ montrée dans la figure 3.10

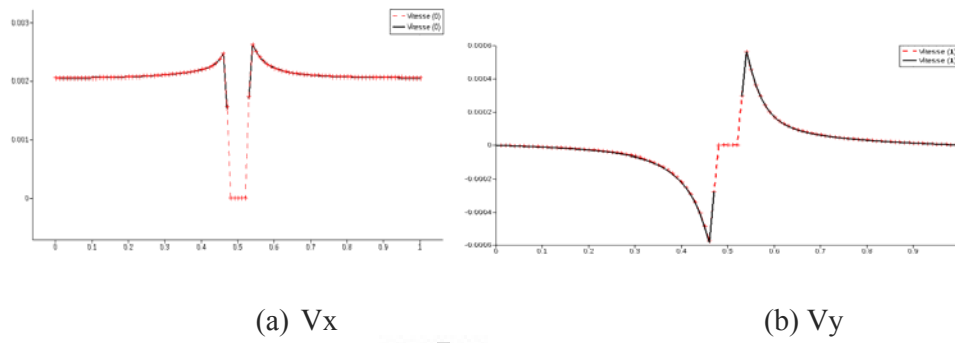
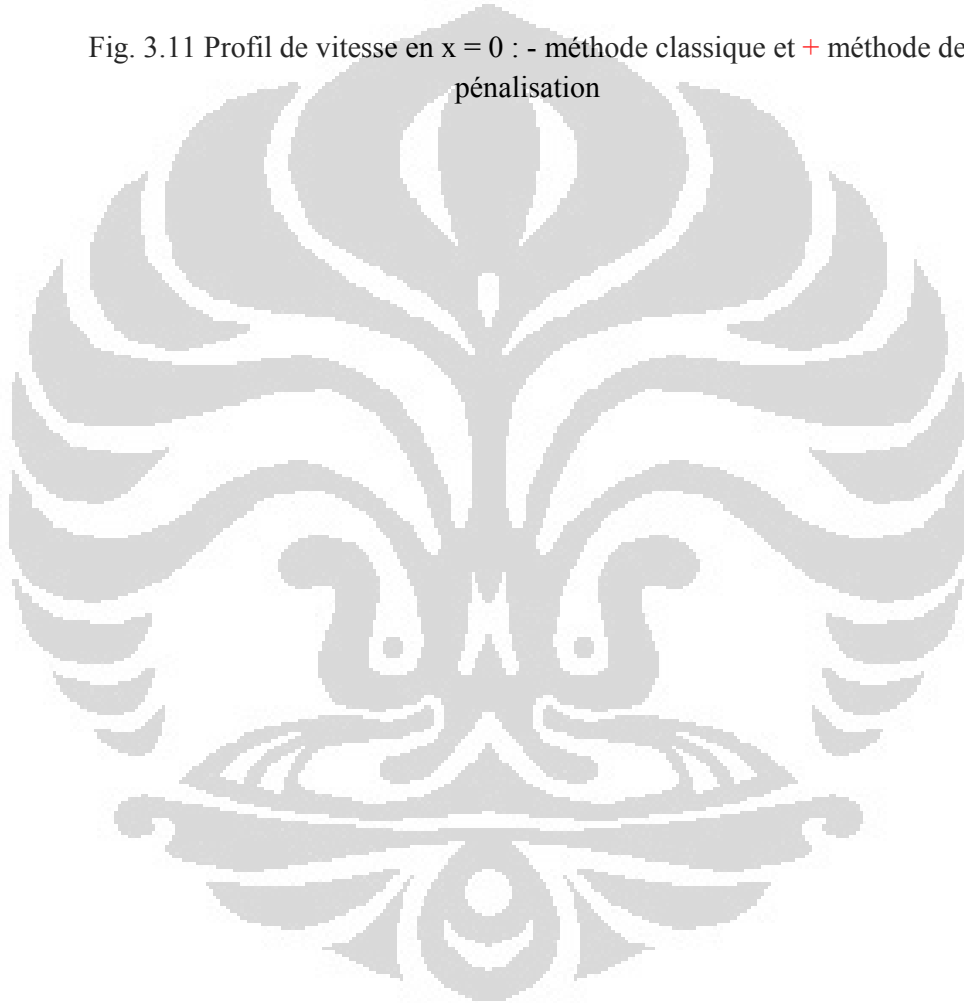


Fig. 3.11 Profil de vitesse en $x = 0$: - méthode classique et + méthode de pénalisation



Chapitre 4 Conclusion

On a étudié l'application de méthode de pénalisation de volume pour l'équation de Burgers monodimensionnel avec ou sans interaction fluide solide. On a un résultat attendu, c'est à dire un champ de vitesse rassemble comme le résultat de méthode classique. Dans cet étude on a fixé l'interface fluide-solide sur un nœud, on s'intéresse pour le mettre entre nœud dans la prochaine recherche. On a également testé la méthode pour modèle réduit de l'équation de Burgers par POD et on constate que ce méthode marche bien pour ce type de réduction modèle sauf pour le cas avec interaction fluide solide. On a fait la simulation en utilisant code Saturne pour l'équation de Navier-Stokes deux dimensions pour écoulement de fluide autour d'un cylindre et d'un bloc, et on trouve le champ de vitesse et le profile de vitesse qui pareil avec ceux de méthode classique.

Bibliographie

- [1] LIBERGE, E. *Réduction de modèles par POD-Galerkin pour les problèmes d'interaction fluide-structure*. PhD thesis, Université de La Rochelle, 2008.
- [2] P. Angot, C. . Bruneau, and P. Fabrie. *penalization method to take into account obstacles in incompressible viscous flows*. *Numerische Mathematik*, 81(4) :497–520, 1999
- [3] RAMIERE, I. *Méthode de domaine fictif pour des problèmes elliptique avec condition aux limites générales en vue de la simulation numérique d'écoulement diphasique*. PhD thesis, Université de Provence-Aix-Marseille 1, 2006
- [3] SARTHOU, A. *Méthodes de domaines fictif d'ordre élevé pour les équations elliptiques et de Navier-Stokes – Application au couplage fluide-structure*. PhD thesis, Université Bordeaux 1, 2009