UNIVERSITAS INDONESIA

META-ANALISIS UNTUK RELIABILITAS SUATU ALAT UKUR BERDASARKAN KOEFISIEN ALPHA CRONBACH

SKRIPSI

JANUARINA ANGGRIANI
0806315351

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI SARJANA MATEMATIKA
DEPOK
JULI 2012

UNIVERSITAS INDONESIA

META-ANALISIS UNTUK RELIABILITAS SUATU ALAT UKUR BERDASARKAN KOEFISIEN ALPHA CRONBACH

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana sains

JANUARINA ANGGRIANI
0806315351

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI SARJANA MATEMATIKA
DEPOK
JULI 2012

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

Skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri,

dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk

telah saya nyatakan dengan benar.

Nama	: Januarina Anggriani
NPM	: 0806315351
Tanda Tangan	:
Tanggal	: 18 Juni 2012

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh

Nama	: Januarina Anggriani
NPM	: 0806315351
Program Studi	: Matematika
Judul Skripsi	: Meta-Analisis untuk Reliabilitas Suatu Alat Ukur Berdasarkan Koefisien Alpha Cronbach

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Sarjana Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Indonesia

DEWAN PENGUJI

Pembimbing	: Dra. Rianti Setiadi, M.Si	( )
Penguji	: Dra. Netty Sunandi, M.Si	( )
Penguji	: Dra. Ida Fithriani, M.Si	( )
Penguji	: Dra. Siti Nurrohmah, M.Si	( )

Ditetapkan di : Depok
Tanggal : 18 Juni 2012

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Allah SWT atas segala berkah dan karunia-Nya sehingga penulisan skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik. Penulisan skripsi ini dilakukan dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Sains Departemen Matematika pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Indonesia. Penulis menyadari bahwa penyelesaian penulisan skripsi tidak terlepas dari bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

(1) Dra. Rianti Setiadi, M.Si selaku pembimbing skripsi yang telah banyak meluangkan waktu untuk membimbing, memberi saran, motivasi dan memberikan bantuan yang luar biasa untuk penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

(2) Dr. Sri Mardiyati M.Kom selaku pembimbing akademis penulis yang telah memberi pengarahan dan dukungan selama menjalani masa kuliah.

(3) Ayah dan ibuku tercinta atas semua kasih sayang, doa, dukungan, kepercayaan dan bantuan luar biasa yang telah engkau berikan selama ini. Kalianlah orang yang paling sempurna di mataku dan juga sebagai inspirator dalam kehidupanku.

(4) Adikku tercinta, Ade Dina atas semua dukungan, kepercayaan, dan semangat yang telah diberikan untuk mendukung kakaknya ini selama menyusun skripsi.

(5) Mbak Eka, Mas Rudi dan seluruh keluarga besar penulis yang telah memberikan doa, dukungan, baik moril maupun materi.

(6) Bapak dan Ibu dosen yang telah hadir dan memberikan saran-saran kepada penulis mulai dari sig 1 sampai kolokium dan sidang, Ibu Saskya Mary, Ibu Siti Nurrohmah, Ibu Ida Fithriani, Ibu Netty, Mba Sarini Abdullah, Mba Mila Novita, Bu Dian, Mba Fevi dan Bu Titin.

(7) Seluruh dosen beserta staf Departemen Matematika FMIPA UI atas bantuan dan bimbingannya.

(8) Mas Akbar atas perhatian, dukungan, doa dan motivasinya. The big thanks for you, atas bantuan yang luar biasa. Moga harapanmu terkabul. amin

(9) Kak Ardieksa atas kebersamaan, perhatian, dukungan, doa, motivasi, dan segala bantuannya yang luar biasa selama menyusun skripsi.

(10) Dian atas kebersamaan, dukungan, doa, motivasi, dan tempat curhat yang paling terpercaya. Maaf ya atas kerewelanku, galauku, dan keusilanku. You're my best friend.

(11) Mas Farid atas perhatian, bantuan, dukungan, doa dan motivasinya. Maaf jika selama ini belum bisa membalas kebaikannya.

(12) Teman-teman angkatan 2008, Emi, Novika, Icha, May, Uci L, Umbu, Olin, dan lain-lain atas dukungan dan kebersamaan mulai awal kuliah hingga akhir kuliah.

(13) Kakak-kakak yang telah membimbing, kak Adi, Kak Anis, Kak Putri, Kak Shaly, Kak Rita dan lain-lain atas dukungan, doa, bantuan, serta motivasinya.

(14) Adik ajarku, Dik Nara atas doa, dukungan, bantuannya menyebarkan kuesioner dan motivasi.

(15) Seluruh teman-teman angkatan 2009, 2010, dan 2011 terutama Eja yang telah banyak membantu.

Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu, yang telah membantu dalam penyusunan tugas akhir ini. Akhir kata, penulis mohon maaf apabila terdapat kesalahan atau kekurangan dalam tugas akhir ini. Semoga tugas akhir ini membawa manfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan.

Penulis

2012

HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Januarina Anggriani
NPM	: 0806315351
Program Studi	: Sarjana Matematika
Departemen	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis karya	: Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty Free Right*) atas karya ilmiah saya yang berjudul :

Meta-Analisis untuk Reliabilitas Suatu Alat Ukur Berdasarkan Koefisien Alpha Cronbach

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalih media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (database), merawat dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok
Pada tanggal : 18 Juni 2012
Yang menyatakan

(Januarina Anggriani)

ABSTRAK

Nama : Januarina Anggriani
Program Studi : Matematika
Judul : Meta-Analisis untuk Reliabilitas Suatu Alat Ukur Berdasarkan Koefisien Alpha Cronbach

Suatu alat ukur menggunakan skala *likert* perlu diketahui reliabilitasnya. Adapun salah satu cara untuk menaksir reliabilitas suatu alat ukur adalah dengan menggunakan koefisien Alpha Cronbach. Biasanya alat ukur tidak hanya digunakan satu kali, melainkan beberapa kali dengan sampel yang berbeda-beda. Karena perbedaan sampel maka taksiran koefisien Alpha Cronbach yang didapatkan juga berbeda-beda. Oleh karena itu, diperlukan suatu cara untuk mencari koefisien Alpha Cronbach gabungan yang memperhatikan ukuran sampel dan variasi dalam dan antar sampel. Metode yang digunakan adalah metode Meta-Analisis. Tugas akhir ini membahas tentang meta-analisis untuk mencari inferensi statistik dari taksiran reliabilitas gabungan suatu alat ukur berdasarkan koefisien Alpha Cronbach.

Kata Kunci : skala *likert*, koefisien Alpha Cronbach, analisis variansi, meta-analisis.
xiv+100 halaman : 4 gambar; 5 tabel

Daftar Pustaka : 19 (1941 – 2012)

ABSTRACT

Name : Januarina Anggriani
Program Study : Mathematics
Title : Meta-Analysis for Reliability of a Measurement Based on The Cronbach's Alpha Coefficient

In research, the variables which are usually used in measurement are latent variables. The latent variables are measured by likert scales. A measuring instrument using a likert scale necessary to know its reliability. As one way to assess the reliability of a measurement is using the Cronbach's Alpha coefficient. Measuring instrument are not typically used only once, but more with different samples. Because of differences in sample size, then the estimation of Cronbach's Alpha coefficient obtained are also different. Therefore, we need a way to find the Cronbach's Alpha coefficients combined by attention to sample size and variation within and between samples. The method used is a Meta-Analysis. The final task is about the meta-analysis to look for statistical inference of the estimated reliability of a composite measure based on Cronbach's Alpha coefficient.

Key Words : likert scale, reliability, Cronbach's Alpha coefficient, variance analysis, meta-analysis.
xiv+100 pages : 4 figures; 5 tables

Bibliography : 19 (1941-2012)

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Seringkali penelitian dengan kasus yang sama dan menggunakan metode yang sama dilakukan tidak hanya satu kali, baik oleh peneliti yang berbeda maupun dilakukan oleh peneliti yang sama, tetapi pada waktu yang berbeda atau sampel yang berbeda. Hal ini mengakibatkan hasil penelitian yang berbeda-beda pula. Oleh karena itu, diperlukan suatu hasil gabungan penelitian yang akan dijadikan inferensi pada parameter yang ditaksir dalam penelitian tersebut. Metode yang dipakai untuk maksud tersebut dikenal dengan nama meta-analisis. Pada prinsipnya meta-analisis merupakan suatu cara untuk mendapatkan inferensi statistik gabungan dari parameter penelitian berdasarkan hasil-hasil penelitian yang sudah dilakukan, dimana ukuran sampel dan variansi taksiran yang didapat dari masing-masing penelitian tadi diperhitungkan dalam meta-analisis. Dalam meta-analisis, hasil penelitian yang dilibatkan merupakan hasil dari penelitian yang telah memenuhi persyaratan penelitian.

Meta-analisis banyak digunakan dalam bidang Medis maupun Psikologi. Dalam bidang Psikologi, variabel yang sering digunakan kebanyakan merupakan variabel *latent*. Variabel *latent* biasanya diukur dengan menggunakan skala *likert*, dimana perlu diperiksa reliabilitas dan validitasnya. Salah satu cara untuk menaksir reliabilitas dari suatu alat ukur adalah dengan menggunakan koefisien Alpha Cronbach. Seperti yang telah disebutkan di atas, suatu alat ukur biasanya tidak hanya digunakan satu kali. Hal itu menyebabkan koefisien Alpha Cronbach yang didapat dalam masing-masing penelitian tersebut bisa jadi memberikan hasil yang berbeda-beda. Karena itu diinginkan inferensi statistik gabungan untuk reliabilitas suatu alat ukur berdasarkan taksiran Alpha Cronbach dengan menggunakan meta-analisis

(meliputi taksiran titik, taksiran interval, dan uji hipotesis).
Masalah tersebut akan diangkat menjadi topik dalam skripsi ini. Adapun penerapannya akan dilakukan penelitian dengan menggunakan metode meta-analisis untuk mencari inferensi statistik gabungan dari taksiran Alpha Cronbach guna mengetahui reliabilitas suatu alat ukur dalam mengukur “fondasi moral” seseorang. Data yang digunakan ialah data primer dengan melakukan tiga penelitian sejenis dengan sampel, waktu, dan peneliti yang berbeda pada siswa SMA kelas 2 dan 3.

1.2 Perumusan Masalah

1. Bagaimana mencari inferensi statistik gabungan untuk reliabilitas suatu alat ukur berdasarkan taksiran Alpha Cronbach pada meta-analisis (meliputi taksiran titik, taksiran interval, dan uji hipotesis)?
2. Bagaimana mencari inferensi statistik gabungan untuk reliabilitas suatu alat ukur “fondasi moral” berdasarkan taksiran Alpha Cronbach yang didapatkan dari tiga penelitian sejenis dengan sampel, waktu, dan peneliti yang berbeda pada siswa SMA kelas 2 dan 3?

1.3 Tujuan Penulisan

1. Mencari inferensi statistik gabungan untuk reliabilitas suatu alat ukur berdasarkan taksiran Alpha Cronbach pada meta-analisis (meliputi taksiran titik, taksiran interval, dan uji hipotesis).
2. Mencari inferensi statistik gabungan untuk reliabilitas suatu alat ukur “fondasi moral” berdasarkan taksiran Alpha Cronbach yang didapatkan dari tiga penelitian sejenis dengan sampel, waktu, dan peneliti yang berbeda pada siswa SMA kelas 2 dan 3.

BAB 2

LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan dibahas teori-teori yang mendukung isi tugas akhir ini yaitu teori mengenai reliabilitas suatu alat ukur, koefisien Alpha Cronbach meliputi taksiran koefisien Alpha Cronbach dan pengujian reliabilitas suatu alat ukur berdasarkan koefisien Alpha Cronbach.

2.1 Reliabilitas

Reliabilitas memiliki berbagai nama lain, seperti kepercayaan, keterandalan, konsistensi dan sebagainya. Ide yang terkandung dari reliabilitas adalah sejauhmana hasil pengukuran dapat dipercaya. Hasil pengukuran dapat dipercaya (reliabel) jika dalam beberapa kali pelaksanaan pengukuran terhadap subyek yang sama diperoleh hasil yang relatif sama, selama aspek yang diukur dalam diri subyek memang belum berubah. Pada prinsipnya, reliabilitas dapat diukur sebagai kuadrat dari korelasi antara skor-skor pengamatan pada tiap item di alat ukur dengan skor murninya. Biasanya skor pengamatan (skor yang diisi dalam tes) secara tidak langsung dapat mengukur skor yang sesungguhnya dari subyek yang diukur (sebut skor murni), tetapi dipengaruhi oleh faktor-faktor lain (sebut kesalahan). Misalkan X adalah skor pengamatan, T adalah skor murni dari skor pengamatan dan ε adalah kesalahan, maka dapat dituliskan $X = T + \varepsilon$.

2.1.1 Reliabilitas Item

Seringkali suatu alat ukur yang menggunakan skala *likert* terdiri dari beberapa item, sehingga reliabilitas alat ukur sangat bergantung pada reliabilitas item-item dalam alat ukur tersebut. Misalkan X_a adalah skor pengamatan pada item a, T_a adalah skor murni untuk item a, dan $\mathcal{E}_a$ adalah nilai kesalahan untuk item a, maka seperti yang telah disebutkan sebelumnya, model pengukuran secara umum dapat dituliskan sebagai: $X_a = T_a + \mathcal{E}_a$.

Jika diasumsikan:

1. $E(\mathcal{E}_a) = 0$
   Asumsi ini menyatakan bahwa mean nilai kesalahan untuk item ke-a sama dengan 0.
2. $\mathcal{E}_a$ dan $\mathcal{E}_b$ saling bebas, $a \neq b$
   Asumsi ini menyatakan bahwa nilai-nilai kesalahan antara dua item saling bebas. Hal ini mengakibatkan $cov(\mathcal{E}_a, \mathcal{E}_b) = 0$.
3. $\mathcal{E}_a$ dan T_a saling bebas, $a = 1, 2, \ldots, k$
   Asumsi ini menyatakan bahwa nilai kesalahan dan nilai murni dari suatu item saling bebas. Hal ini mengakibatkan $cov(\mathcal{E}_a, T_a) = 0$.
4. $\mathcal{E}_a$ dan T_b saling bebas serta $\mathcal{E}_b$ dan T_a saling bebas, $a \neq b$
   Asumsi ini menyatakan bahwa nilai kesalahan dari suatu item dengan nilai murni di item lain saling bebas. Hal ini mengakibatkan $cov(\mathcal{E}_a, T_b) = 0$ dan $cov(\mathcal{E}_b, T_a) = 0$.

Dari asumsi-asumsi di atas didapat bahwa $var(X_a) = \sigma^2_{X_a} = \sigma^2_{T_a} + \sigma^2_{\mathcal{E}_a}$.

Koefisien reliabilitas item a, dinotasikan dengan R_a secara umum didefinisikan sebagai rasio antara $\sigma^2_{T_a}$ dan $\sigma^2_{X_a}$, tetapi karena

$$\begin{aligned}
cov(X_a, T_a) = cov(T_a + \mathcal{E}_a, T_a) &= E\big((T_a + \mathcal{E}_a)T_a\big) - E(T_a + \mathcal{E}_a)E(T_a) \\
&= E\big({T_a}^2 + \mathcal{E}_a T_a\big) - E(T_a + \mathcal{E}_a)E(T_a) \\
&= E\big({T_a}^2\big) + E(\mathcal{E}_a T_a) - [E(T_a)^2 + E(\mathcal{E}_a)E(T_a)] \\
&= E\big({T_a}^2\big) - E(T_a)^2 + E(\mathcal{E}_a T_a) - E(\mathcal{E}_a)E(T_a) \\
&= cov(T_a, T_a) + cov(\mathcal{E}_a, T_a) = cov(T_a, T_a) + 0 = var(T_a) = \sigma^2_{T_a}
\end{aligned}$$

maka:

$$R_a = \frac{\sigma^2_{T_a}}{\sigma^2_{X_a}} = \frac{\left(\sigma^2_{T_a}\right)^2}{\sigma^2_{X_a}\sigma^2_{T_a}} = \frac{[cov\,(X_a,T_a)]^2}{var\,(X_a)var\,(T_a)} = \rho^2_{X_a T_a} \qquad \text{…(2.1)}$$

Jadi reliabilitas item a dapat dilihat sebagai kuadrat dari korelasi antara X_a dan T_a. Karena reliabilitas suatu item dapat dinyatakan sebagai kuadrat korelasi antara variabel skor pengamatan pada item a dengan variabel nilai murni item a, sehingga reliabilitas suatu item berkisar antara 0 dan 1.

Dari asumsi-asumsi sebelumnya jika X_a adalah skor pengamatan item a, T_a adalah skor murni item a, X_b adalah skor pengamatan item b, dan T_b adalah skor murni item b, maka dapat dibuktikan bahwa:

$$cov(X_a, X_b) = cov(T_a, T_b) \qquad \text{…(2.2)}$$

Bukti:

$$cov(X_a, X_b) = cov[(T_a + \mathcal{E}_a), (T_b + \mathcal{E}_b)]$$

$$= [cov(T_a, T_b) + cov(T_a, \mathcal{E}_b) + cov(T_b, \mathcal{E}_a) + cov(\mathcal{E}_a, \mathcal{E}_b)]$$

Karena $cov(\mathcal{E}_a, \mathcal{E}_b) = 0$, $cov(T_a, \mathcal{E}_b) = 0$, dan $cov(T_b, \mathcal{E}_a) = 0$ maka

$$cov(X_a, X_b) = cov(T_a, T_b)$$

Reliabilitas suatu item juga dapat diukur sebagai korelasi antara skor pengamatan dari dua item yang paralel. Misalkan X_a adalah variabel skor pengamatan item a, T_a adalah variabel skor murni item a, $\sigma^2_{\mathcal{E}_a}$ adalah variansi variabel skor kesalahan item a, X_b adalah variabel skor pengamatan item b, T_b adalah variabel skor murni pengamatan item b, dan $\sigma^2_{\mathcal{E}_b}$ adalah variansi variabel kesalahan item b. Dua item dikatakan paralel jika mengukur hal yang sama, memiliki skor murni yang

sama dan memiliki variansi kesalahan yang sama, sehingga variabel skor pengamatan item a (sebut X_a) dikatakan paralel dengan variabel skor pengamatan
item b (sebut X_b) jika $T_a = T_b$ dan $\sigma^2_{\mathcal{E}_a} = \sigma^2_{\mathcal{E}_b}$.

Akan dibuktikan bahwa reliabilitas item a merupakan korelasi antara variabel skor pengamatan item a yang disebut X_a dengan variabel skor pengamatan item b yang disebut X_b, dimana X_b paralel dengan X_a yang dinotasikan sebagai

$$\rho_{X_a X_b} = \frac{cov(X_a,X_b)}{\sigma_{X_a}\sigma_{X_b}}.$$

Bukti:

Berdasarkan definisi reliabilitas:

$$R_a = \frac{\sigma^2_{T_a}}{\sigma^2_{X_a}}$$

$$= \frac{cov(T_a, T_a)}{\sigma^2_{X_a}}$$

Jika diasumsikan X_a variabel skor pengamatan item yang paralel dengan X_b untuk mengukur T, maka $T_a = T_b = T$.

Sehingga dapat ditulis:

$$R_a = \frac{cov(T_a, T_b)}{\sigma^2_{X_a}}$$

Karena $cov(\mathcal{E}_a, T_b) = 0$, $cov(\mathcal{E}_b, T_a) = 0$, dan $cov(\mathcal{E}_a, \mathcal{E}_b) = 0$ maka dapat ditulis

$$R_a = \frac{cov(T_a, T_b) + cov(\mathcal{E}_a, T_b) + cov(\mathcal{E}_b, T_a) + cov(\mathcal{E}_a, \mathcal{E}_b)}{\sigma^2_{X_a}}$$

$$= \frac{\{E(T_aT_b) - E(T_a)E(T_b)\} + \{E(\mathcal{E}_aT_b) - E(\mathcal{E}_a)E(T_b)\} + \{E(\mathcal{E}_bT_a) - E(\mathcal{E}_b)E(T_a)\} + \{E(\mathcal{E}_a\mathcal{E}_b) - E(\mathcal{E}_a)E(\mathcal{E}_b)\}}{\sigma^2_{X_a}}$$

$$= \frac{E[T_aT_b + \mathcal{E}_aT_b + \mathcal{E}_bT_a + \mathcal{E}_a\mathcal{E}_b] - [E(T_a)E(T_b) + E(\mathcal{E}_a)E(T_b) + E(\mathcal{E}_b)E(T_a) + E(\mathcal{E}_a)E(\mathcal{E}_b)]}{\sigma^2_{X_a}}$$

$$R_a = \frac{E[T_aT_b + \varepsilon_aT_b + \varepsilon_bT_a + \varepsilon_a\varepsilon_b] - [E(T_a) + E(\varepsilon_a)][E(T_b) + E(\varepsilon_b)]}{\sigma_{X_a}^2}$$

$$R_a = \frac{E[(T_a + \varepsilon_a)(T_b + \varepsilon_b)] - E(T_a + \varepsilon_a)E(T_b + \varepsilon_b)}{\sigma_{X_a}^2}$$

$$R_a = \frac{E(X_aX_b) - E(X_a)E(X_b)}{\sigma_{X_a}\sigma_{X_a}} = \frac{cov(X_a, X_b)}{\sigma_{X_a}\sigma_{X_a}}$$

Jika X_a dan X_b adalah variabel skor pengamatan item yang paralel untuk mengukur T, maka dapat dibuktikan bahwa $\sigma_{X_a} = \sigma_{X_b}$.

Bukti:

Berdasarkan model pengukuran, didapat

$$\sigma_{X_a} = \sqrt{var(T_a + \varepsilon_a)}$$

$$= \sqrt{\sigma_{T_a}^2 + \sigma_{\varepsilon_a}^2}$$

Berdasarkan definisi variabel skor pengamatan item yang paralel, maka diperoleh:

$$\begin{aligned}\sigma_{X_a} &= \sqrt{\sigma_{T_b}^2 + \sigma_{\varepsilon_b}^2}\\ &= \sqrt{var(T_b + \varepsilon_b)}\\ &= \sqrt{var(X_b)}\\ &= \sigma_{X_b}\end{aligned}$$

Sehingga didapatkan $\sigma_{X_a} = \sigma_{X_b}$

Karena $\sigma_{X_a} = \sigma_{X_b}$, maka

$$R_a = \frac{E(X_a X_b) - E(X_a)E(X_b)}{\sigma_{X_a}\sigma_{X_a}} = \frac{cov(X_a, X_b)}{\sigma_{X_a}\sigma_{X_a}}$$

$$= \frac{cov(X_a, X_b)}{\sigma_{X_a}\sigma_{X_b}}$$

$$= \rho_{X_a X_b} \qquad \text{...(2.3)}$$

Jadi, benar bahwa $R_a = \rho_{X_a X_b}$ dimana R_a menyatakan reliabilitas item a.

Jika korelasi antara dua variabel skor pengamatan item yang paralel tersebut semakin tinggi, maka kedua item tersebut semakin reliabel.

Berdasarkan definisi reliabilitas dan persamaan (2.3), maka dapat ditulis:

$$R_a = \rho_{X_a X_b} = \frac{cov(X_a, X_b)}{\sigma_{X_a}\sigma_{X_b}} = \frac{cov(T_a + \mathcal{E}_a, T_b + \mathcal{E}_b)}{\sigma_{X_a}\sigma_{X_b}}$$

$$= \frac{cov(T_a, T_b) + cov(\mathcal{E}_a, T_b) + cov(\mathcal{E}_b, T_a) + cov(\mathcal{E}_a, \mathcal{E}_b)}{\sigma_{X_a}\sigma_{X_b}}$$

Karena $cov(\mathcal{E}_a, T_b) = 0$, $cov(\mathcal{E}_b, T_a) = 0$, $cov(\mathcal{E}_a, \mathcal{E}_b) = 0$, X_a paralel dengan X_b sehingga $T_a = T_b$ dan telah dibuktikan $\sigma_{X_a} = \sigma_{X_b}$ maka dapat ditulis kembali:

$$R_a = \rho_{X_a X_b} = \frac{cov(T_a, T_b)}{\sigma_{X_a}\sigma_{X_b}} = \frac{cov(T_a, T_a)}{\sigma_{X_a}^2} = \frac{\sigma_{T_a}^2}{\sigma_{X_a}^2} = \rho_{X_a T_a}^2$$ dimana X_a paralel dengan X_b.

Sehingga dari bentuk di atas, nilai $\rho_{X_a X_b}$ berkisar antara 0 dan 1 untuk X_a paralel dengan X_b.

2.1.2 Reliabilitas Alat Ukur

Alat ukur dengan menggunakan skala *likert* biasanya terdiri dari beberapa item, sehingga reliabilitas alat ukur sangat bergantung pada reliabilitas item-item dalam alat ukur tersebut. Dalam pengukuran yang menggunakan skala *likert*, suatu variabel *latent* diukur sebagai total dari skor item.

Misalkan:

X_a adalah variabel skor pengamatan item a dimana a = 1,2,...,k dan T_a adalah variabel skor murni item a dimana a = 1,2,...,k.

Sebut $X = X_1 + X_2 + \cdots + X_k$, $T = T_1 + T_2 + \cdots + T_k$ dan $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \cdots + \mathcal{E}_k$

Berdasarkan pembahasan sebelumnya, model pengukuran secara umum: $X = T + \varepsilon$

dimana: X adalah variabel skor pengamatan pada suatu alat ukur.

T adalah variabel skor murni pada suatu alat ukur.

$\mathcal{E}$ adalah variabel nilai kesalahan pada alat ukur.

Dengan menggunakan asumsi di reliabilitas item, sehingga didapat:

1. $E(\mathcal{E}) = E\left(\sum_{a=1}^{k} \mathcal{E}_a\right) = \sum_{a=1}^{k} E(\mathcal{E}_a) = 0.$
2. $cov(\mathcal{E}, T) = cov(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \cdots + \mathcal{E}_k, T_1 + T_2 + \cdots + T_k) =$
   $\sum_{a=1}^{k} cov(\mathcal{E}_a, T_a) + \sum_{a=1}^{k} \sum_{a \neq b}^{k} cov(\mathcal{E}_a, T_b) = 0.$

Dengan memenuhi asumsi-asumsi di reliabilitas item dan kondisi di atas didapat bahwa:

$$\begin{aligned} var(X) = var(X_1 + X_2 + \cdots + X_k) &= var(T_1 + \varepsilon_1 + \cdots + T_k + \varepsilon_k) \\ &= var(T_1 + T_2 + \cdots + T_k + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots + \varepsilon_k) \\ &= var(T_1 + T_2 + \cdots + T_k) + var(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots + \varepsilon_k) \\ &+ 2cov(T_1 + T_2 + \cdots + T_k, \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots + \varepsilon_k) \\ &= var(T) + var(\varepsilon) + 2cov(T, \varepsilon) \end{aligned}$$

karena $cov(T,\varepsilon) = cov(\varepsilon,T) = 0$, maka $var(X) = var(T) + var(\varepsilon)$

Reliabilitas suatu alat ukur, dinotasikan dengan R secara umum didefinisikan sebagai rasio antara σ_T^2 dan σ_X^2.

Perhatikan:

$$var(T_1 + T_2) = var(T_1) + var(T_2) + 2cov(T_1, T_2)$$

atau dengan perkataan lain,

$$var(T_1 + T_2 + \cdots + T_k) = \sum_{a=1}^{k} var(T_a) + \sum_{a=1}^{k}\sum_{a\neq b}^{k} cov(T_a, T_b)$$

Jadi, dapat dicari nilai $cov(X,T)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
cov(X,T) &= cov(T + \mathcal{E}, T)\\
&= cov(T_1 + T_2 + \cdots + T_k + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots + \varepsilon_k, T_1 + T_2 + \cdots + T_k)\\
&= cov(T_1, T_1) + cov(T_1, T_2) + \cdots + cov(T_k, T_k) + cov(T_1, \mathcal{E}_1)\\
&\quad + cov(T_1, \mathcal{E}_2) + \cdots + cov(T_k, \mathcal{E}_k)\\
&= \sum_{a=1}^{k}\sum_{b=1}^{k} cov(T_a, T_b) + cov(T_a, \mathcal{E}_b)\\
&= \sum_{a=1}^{k}\sum_{b=1}^{k} cov(T_a, T_b) = \sum_{a=1}^{k} cov(T_a, T_a) + \sum_{a=1}^{k}\sum_{a\neq b}^{k} cov(T_a, T_b)\\
&= \sum_{a=1}^{k} var(T_a) + \sum_{a=1}^{k}\sum_{a\neq b}^{k} cov(T_a, T_b) = var(T_1 + T_2 + \cdots + T_k)\\
&= var(T) = \sigma_T^2
\end{aligned}$$

maka:

$$R = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X^2} = \frac{\left(\sigma_T^2\right)^2}{\sigma_X^2\sigma_T^2} = \frac{[cov(X,T)]^2}{var(X)var(T)} = \rho_{XT}^2 \qquad \ldots(2.4)$$

Jadi, reliabilitas suatu alat ukur dapat dilihat sebagai kuadrat dari korelasi antara X dan T. Karena reliabilitas suatu alat ukur dapat dinyatakan sebagai kuadrat korelasi antara variabel skor pengamatan pada suatu alat ukur dengan variabel nilai murni di alat ukur tersebut, sehingga koefisien reliabilitas suatu alat ukur berkisar antara

0 dan 1.

2.2 Koefisien Alpha Cronbach dan Inferensinya

Misalkan suatu alat ukur terdiri dari item-item yang τ-ekuivalen yaitu kondisi dimana $T_1 = T_2 = \ldots = T_k$ sehingga $var(T_a) = var(T_b)$ dengan $a \neq b$; $a = 1,2, \ldots, k$ dan kondisi dimana $var(X_a)$ boleh sama atau berbeda dengan $a = 1,2, \ldots, k$.

Akan dicari reliabilitas alat ukur yang dibangun dari item-item yang τ-ekuivalen tersebut. Karena reliabilitas tergantung dari variansi dari X dan variansi dari T, dimana X adalah total skor pengamatan di alat ukur dan T adalah total skor murni di alat ukur maka akan dicari variansi dari X dan variansi dari T.
Akan ditunjukkan terlebih dahulu: $cov(X_a, X_b) = cov(T_a, T_b)$

$$\begin{aligned} cov(X_a, X_b) &= cov(T_a + \mathcal{E}_a, T_b + \mathcal{E}_b) \\ &= cov(T_a, T_b) + cov(\mathcal{E}_a, T_b) + cov(\mathcal{E}_b, T_a) + cov(\mathcal{E}_a, \mathcal{E}_b) \end{aligned}$$

Karena $cov(\mathcal{E}_a, T_b) = 0$, $cov(\mathcal{E}_b, T_a) = 0$, dan $cov(\mathcal{E}_a, \mathcal{E}_b) = 0$, maka

$$cov(X_a, X_b) = cov(T_a, T_b)$$

Akan dicari variansi dari X sebagai berikut:

$$\begin{aligned} var(X) &= var(X_1 + X_2 + \cdots + X_k) \\ &= cov(X_1 + X_2 + \cdots + X_k, X_1 + X_2 + \cdots + X_k) \end{aligned}$$

$$\sigma_X^2 = \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 + \cdots + \sigma_{X_k}^2 + \sum_{a=1}^{k}\sum_{b=1}^{k} cov(X_a, X_b)$$

Telah ditunjukkan

$$cov(X_a, X_b) = cov(T_a, T_b)$$

didapatkan

$$var(X) = \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 + \cdots + \sigma_{X_k}^2 + \sum_{a=1}^{k}\sum_{b=1}^{k} cov(T_a, T_b)$$

$$\sigma_X^2 = \sum_{a=1}^{k} \sigma_{X_a}^2 + \sum_{a=1}^{k}\sum_{b=1}^{k} cov(T_a, T_b)$$

Karena item ke-a dan item ke-b; $a \neq b$; $a, b = 1, 2, \dots, k$ merupakan item yang τ-*equivalent*, maka $T_a = T_b$

$$\sigma_X^2 = \sum_{a=1}^{k} \sigma_{X_a}^2 + \sum_{a=1}^{k}\sum_{a\neq b}^{k} cov(T_a, T_b)$$

$$= \sum_{a=1}^{k} \sigma_{X_a}^2 + \sum_{a=1}^{k}\sum_{a\neq b}^{k} \sigma_{T_a}^2$$

$$= \sum_{a=1}^{k} \sigma_{X_a}^2 + (k-1)\sum_{a=1}^{k} \sigma_{T_a}^2$$

Karena $R_a = \frac{\sigma_{T_a}^2}{\sigma_{X_a}^2}$ berarti $\sigma_{T_a}^2 = R_a \sigma_{X_a}^2$, maka:

$$\sigma_X^2 = \sum_{a=1}^{k} \sigma_{X_a}^2 + (k-1)\sum_{a=1}^{k} R_a \sigma_{X_a}^2 \qquad (2.5)$$

Diketahui bahwa semua item τ-ekuivalen atau dengan perkataan lain

$$T_1 = T_2 = \dots = T_k$$

Sebut: T_a adalah variabel skor murni item a.

T_b adalah variabel skor murni item b.

dimana $\forall a \neq b\ ; a, b = 1, 2, \dots, k$

Karena semua item τ-ekuivalen sehingga $T_a = T_b\ \forall a \neq b\ ; a, b = 1, 2, \dots, k$,

Maka dapat dicari variansi dari T sebagai berikut:

$$var(T) = var(T_1 + T_2 + \cdots + T_k)$$

$$= cov(T_1 + T_2 + \cdots + T_k, T_1 + T_2 + \cdots + T_k)$$

$$= \sum_{a=1}^{k} \sum_{b=1}^{k} cov(T_a, T_b) \quad \forall a \neq b\ ; a, b = 1, 2, \dots, k$$

$$= \sum_{a=1}^{k} k{\sigma_{T_a}}^2 = k \sum_{a=1}^{k} {\sigma_{T_a}}^2$$

Karena $R_a = \frac{\sigma_{T_a}^2}{\sigma_{X_a}^2}$ berarti $\sigma_{T_a}^2 = R_a \sigma_{X_a}^2$, maka:

$$var(T) = k \sum_{a=1}^{k} {\sigma_{T_a}}^2 = k \sum_{a=1}^{k} R_a \sigma_{X_a}^2$$

Dari persamaan (2.5), yaitu

$$\sigma_X^2 = \sum_{a=1}^{k} \sigma_{X_a}^2 + (k-1) \sum_{a=1}^{k} R_a \sigma_{X_a}^2$$

berarti

$$\sum_{a=1}^{k} R_a \sigma_{X_a}^2 = \frac{\sigma_X^2 - \sum_{a=1}^{k} \sigma_{X_a}^2}{k-1}$$

didapatkan

$$\sigma_T^2 = k \sum_{a=1}^{k} {\sigma_{T_a}}^2 = k \sum_{a=1}^{k} R_a \sigma_{X_a}^2$$

$$\sigma_T^2 = \frac{k}{k-1}\left(\sigma_X^2 - \sum_{a=1}^{k} \sigma_{X_a}^2\right)$$

Sehingga berdasarkan definisi reliabilitas alat ukur, yaitu:

$$R = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X^2} = \frac{\frac{k}{k-1}\left(\sigma_X^2 - \sum_{a=1}^{k} \sigma_{X_a}^2\right)}{\sigma_X^2} = \left(\frac{k}{k-1}\right)\frac{\sigma_X^2 - \sum_{a=1}^{k} {\sigma_{X_a}}^2}{\sigma_X^2}$$
$$= \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{a=1}^{k} {\sigma_{X_a}}^2}{\sigma_X^2}\right)$$

Koefisien $R = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{a=1}^{k} {\sigma_{X_a}}^2}{\sigma_X^2}\right)$ inilah yang dikenal dengan koefisien reliabilitas Alpha Cronbach.

Karena $\sigma_{X_a}^2$ dan σ_X^2 dapat ditaksir dengan $\widehat{\sigma_{X_a}}^2$ dan $\widehat{\sigma_X^2}$, dimana $\widehat{\sigma_{X_a}}^2$ menyatakan taksiran variansi skor pengamatan item a dengan a = 1,2,...,k dan $\widehat{\sigma_X^2}$ menyatakan taksiran variansi total skor pengamatan di alat ukur, maka taksiran dari reliabilitas alat ukur dapat dicari dengan:

$$\hat{R} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{a=1}^{k} \widehat{\sigma_{X_a}}^2}{\widehat{\sigma_X^2}}\right) \qquad ...(2.6)$$

dimana $\hat{R}$ penaksir yang konsisten dari R. [lampiran 3]

Koefisien $\hat{R}$ inilah yang dikenal dengan taksiran titik untuk koefisien reliabilitas Alpha Cronbach.

2.2.1 Taksiran Interval untuk Koefisien Reliabilitas Alpha Cronbach

Misalkan suatu alat ukur dengan k item diberikan kepada n peserta, X_{ia} menyatakan skor pengamatan peserta i pada item a. Data dapat dituliskan dalam Tabel 1 sebagai berikut:

Tabel 1. Klasifikasi skor pengamatan peserta tes dan item

Peserta	Item				Total
	1	2	...	k	
1	X_{11}	X_{12}	...	X_{1k}	$X_{1.}$
2	X_{21}	X_{22}	...	X_{2k}	$X_{2.}$
.					.
.					.
n	X_{n_1}	X_{n_2}	...	X_{n_k}	$X_{n.}$
Total	$X_{.1}$	$X_{.2}$		$X_{.k}$	$X_{..}$

Dimana:

X_{ia} menyatakan variabel skor pengamatan dari peserta i pada item a, dimana

$$i = 1,2,\dots,n \text{ dan } a = 1,2,\dots,k$$

$X_{i.} = \sum_{a=1}^{k} X_{ia}$ menyatakan total skor pengamatan dari peserta i, dimana $i = 1,2,\dots,n$

$X_{.a} = \sum_{i=1}^{n} X_{ia}$ menyatakan total skor pengamatan dari item a, dimana $a = 1,2,\dots,k$

$X_{..}$ menyatakan total skor pengamatan.

Hoyt (1941) mengembangkan suatu metode pendekatan estimasi reliabilitas suatu alat ukur dengan menggunakan metode *Analysis of Variance* (ANOVA), dimana peserta tes dan item dianggap sebagai sumber variasi dengan satu pengamatan, dimana peserta tes sebagai faktor acak dan item sebagai faktor tetap. Model ANOVA dapat dituliskan:

$$X_{ia} = \mu + P_i + I_a + \varepsilon_{ia}$$

dimana:

μ menyatakan mean keseluruhan.

P_i menyatakan efek dari peserta tes *i*, dimana *i* = 1,2,...,*n*

I_a menyatakan efek dari item *a*, dimana *a* = 1,2,...,*k*

ε_{ia} menyatakan kesalahan dari peserta tes *i* pada item *a*.

Diasumsikan:

- $\varepsilon_{ia} \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2)$
- P_i dan ε_{ia} saling bebas

Dari model di atas diperoleh: $\varepsilon_{ia} = X_{ia} - \mu - P_i - I_a$

Dalam buku Scheffe (1959) telah ditunjukkan bahwa:

$$\hat{\mu} = \overline{X}_{..} \; ; \; \widehat{P_i} = \overline{X_{i.}} - \overline{X}_{..} \; ; \; \widehat{I_a} = \overline{X_{.a}} - \overline{X}_{..} \; ; \widehat{\varepsilon_{ia}} = X_{ia} - \overline{X_{i.}} - \overline{X_{.a}} + \overline{X}_{..}$$

$$SS(P) = k \sum_{i=1}^{n} (\overline{X_{i.}} - \overline{X}_{..})^2 \rightarrow MS(P) = \frac{SS(P)}{db_P}$$

$$SS(I) = n \sum_{a=1}^{k} (\overline{X_{.a}} - \overline{X}_{..})^2 \rightarrow MS(I) = \frac{SS(I)}{db_I}$$

$$SS(\varepsilon) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{a=1}^{k} (X_{ia} - \overline{X_{i.}} - \overline{X_{.a}} + \overline{X}_{..})^2 \rightarrow MS(\varepsilon) = \frac{SS(P)}{db_\varepsilon}$$

$$E[MS(P)] = k\sigma_P^2 + \sigma_\varepsilon^2$$

$$E[MS(I)] = \frac{n}{k-1}\sum_{a=1}^{k} {I_a}^2 + \sigma_\varepsilon^2$$

$$E[MS(\varepsilon)] = \sigma_\varepsilon^2$$

dimana:

$MS(P)$ menyatakan *mean square* untuk peserta tes.

$MS(I)$ menyatakan *mean square* untuk item.

$MS(\varepsilon)$ menyatakan *mean square* untuk kesalahan.

E[MS(P)] adalah nilai ekspektasi dari $MS(P)$.

E[MS(I)] adalah nilai ekspektasi dari $MS(I)$.

E[MS(ε)] adalah nilai ekspektasi dari $MS(\varepsilon)$.

Didapat tabel ANOVA sebagai berikut:

Tabel 2. Tabel ANOVA klasifikasi model campuran dengan item sebagai faktor tetap dan peserta sebagai faktor acak.

Sumber	**Derajat Bebas**	**SS**	**E(MS)=** $\boldsymbol{E\left(\frac{SS}{db}\right)}$
Peserta	n-1	$k\sum_{i=1}^{n}(\overline{X_{i.}} - \bar{X}_{..})^2$	$k\sigma_P^2 + \sigma_\varepsilon^2$
Item	k-1	$n\sum_{a=1}^{k}(\overline{X_{.a}} - \bar{X}_{..})^2$	$\frac{n}{k-1}\sum_{a=1}^{k} {I_a}^2 + \sigma_\varepsilon^2$
Kesalahan	(n-1)(k-1)	$\sum_{i=1}^{n}\sum_{a=1}^{k}(X_{ia} - \overline{X_{i.}} - \overline{X_{.a}} + \bar{X}_{..})^2$	σ_ε^2

Hoyt (1941) mendekati inferensi koefisien Alpha Cronbach dengan metode analisis variansi. Telah ditunjukkan sebelumnya bahwa

$$R = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X^2} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{a=1}^{k} \sigma_{X_a}{}^2}{\sigma_X^2}\right)$$

Dimana oleh Hoyt (1941) mendefinisikan ulang bahwa reliabilitas alat ukur dengan σ_X^2 berasal dari variansi peserta dan σ_ε^2 berasal dari variansi kesalahan, sehingga:

$$R = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{a=1}^{k} \sigma_{X_a}{}^2}{\sigma_X^2}\right) = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X^2} = \frac{\sigma_X^2 - \sigma_\varepsilon^2}{\sigma_X^2}$$

$$= \frac{E[MS(P)] - E[MS(\varepsilon)]}{E[MS(P)]} = 1 - \frac{E[MS(\varepsilon)]}{E[MS(P)]} \quad \text{...(2.7)}$$

Dan taksiran R didefinisikan:

$$\hat{R} = 1 - \frac{MS(\varepsilon)}{MS(P)} = \frac{MS(P) - MS(\varepsilon)}{MS(P)} \quad \text{...(2.8)}$$

Misalkan akan dilakukan pengujian suatu alat ukur reliabel atau tidak, jika suatu alat ukur dikatakan reliabel maka peserta tidak mempengaruhi hasil tes. Jadi dapat dilakukan pengujian sebagai berikut:

$H_0: P_1 = P_2 = \cdots = P_n = 0$

H_1: tidak demikian

Namun peserta dianggap faktor acak, maka yang diuji variansinya yaitu:

$H_0: \sigma_P^2 = 0$

H_1: $\sigma_P^2 > 0$

dimana σ_P^2 menyatakan variansi efek dari peserta tes.

Misalkan digunakan tingkat signifikansi: α

Diketahui bahwa statistik uji untuk efek peserta pada ANOVA adalah:

$$F = \frac{\frac{SS\,(P)}{E[MS\,(P)]} \Big/ n-1}{\frac{SS\,(\mathcal{E})}{E[MS\,(\mathcal{E})]} \Big/ (n-1)(k-1)} = \frac{\frac{SS\,(P)}{k\sigma_P^2 + \sigma_\varepsilon^2} \Big/ n-1}{\frac{SS\,(\mathcal{E})}{\sigma_\varepsilon^2} \Big/ (n-1)(k-1)} \sim F_{(n-1),(n-1)(k-1)nonsentral} \quad \text{(Scheffe,1959)}$$

Maka statistik uji untuk efek peserta dibawah Ho benar adalah:

$$F_0 = \frac{\frac{SS(P)}{\sigma_\varepsilon^2} \Big/ n-1}{\frac{SS(\varepsilon)}{\sigma_\varepsilon^2} \Big/ (n-1)(k-1)} = \frac{SS(P) \big/ n-1}{SS(\varepsilon) \big/ (n-1)(k-1)} = \frac{MS(P)}{MS(\varepsilon)} \sim F_{(n-1),(n-1)(k-1)}$$

Sehingga statistik uji yang digunakan untuk pengujian hipotesis ini adalah:

$$F_0 = \frac{SS(P) \big/ n-1}{SS(\varepsilon) \big/ (n-1)(k-1)}$$

Apabila $F_0 > F_{\alpha,(n-1),(n-1)(k-1)}$ maka Ho ditolak, artinya ada pengaruh dari peserta terhadap hasil tes. Ini menunjukkan alat ukur tersebut tidak cukup reliabel digunakan dalam penelitian.

Dalam hal lain akan digunakan statistik uji yang berbeda di bawah Ho benar, dimana suatu alat ukur dikatakan reliabel jika peserta tidak mempengaruhi hasil tes atau dengan berdasarkan taksiran koefisien reliabilitas Alpha Cronbach maka suatu alat ukur dikatakan reliabel jika nilai taksirannya lebih besar atau sama dengan 0.7 (Nunnally,1978).

Oleh karena itu akan dicari statistik uji untuk mengukur reliabilitas suatu alat ukur berdasarkan taksiran koefisien reliabilitas Alpha Cronbach beserta distribusi dari statistik uji tersebut sebagai berikut.

Diketahui:

$R = 1 - \frac{E[MS(\varepsilon)]}{E[MS(P)]}$ dan $\hat{R} = 1 - \frac{MS(\varepsilon)}{MS(P)}$

sehingga,

$$1 - \hat{R} = \frac{MS(\varepsilon)}{MS(P)}$$

dan

$$1 - R = \frac{E[MS(\varepsilon)]}{E[MS(P)]}$$

Pandang:

$$W = \frac{1 - \hat{R}}{1 - R}$$

Karena di bawah Ho benar atau tidak ada pengaruh peserta maka:

$$E[MS(P)] = k\sigma_P^2 + \sigma_\varepsilon^2 = 0 + \sigma_\varepsilon^2 = \sigma_\varepsilon^2$$

Sehingga:

$$W = \frac{1 - \hat{R}}{1 - R} = \frac{\frac{MS(\varepsilon)}{MS(P)}}{\frac{E[MS(\varepsilon)]}{E[MS(P)]}} = \frac{\frac{SS(\varepsilon)}{(n-1)(k-1)} \Big/ \frac{SS(P)}{n-1}}{\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2}} = \frac{\frac{SS(\varepsilon)}{\sigma_\varepsilon^2} \Big/ (n-1)(k-1)}{\frac{SS(P)}{\sigma_\varepsilon^2} \Big/ n-1}$$

$$= \frac{SS(\varepsilon) \Big/ (n-1)(k-1)}{SS(P) \Big/ n-1} \sim F_{(n-1)(k-1),(n-1)}$$

Jadi, didapat $W = \frac{1-\hat{R}}{1-R} \sim F_{(n-1)(k-1),(n-1)}$ yang nantinya akan dipakai dalam pengujian hipotesis untuk koefisien reliabilitas Alpha Cronbach.

Akan dicari taksiran interval untuk koefisien reliabilitas Alpha Cronbach.

Pandang:

$$A = \left[1 - \left(\frac{2}{9(n-1)}\right)\right] W^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{9(n-1)-2}{9(n-1)}\right] W^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{9n-11}{9(n-1)}\right] W^{\frac{1}{3}}$$

Paulson (1942) membuktikan: (tidak dibuktikan dalam skripsi ini)

$\mu_A = \left[1 - \left(\frac{2}{9(n-1)(k-1)}\right)\right]$ dan $\sigma_A^2 = \frac{2k}{9(n-1)(k-1)}$

Dengan *central limit theorem* didapat:

$$Z = \frac{\left[1 - \left(\frac{2}{9(n-1)}\right)\right] W^{\frac{1}{3}} - \left[1 - \left(\frac{2}{9(n-1)(k-1)}\right)\right]}{\left[\frac{2k}{9(n-1)(k-1)}\right]^{\frac{1}{2}}} \to N(0,1)$$

Dari definisi di atas, dapat dituliskan:

$A = \left[1 - \left(\frac{2}{9(n-1)}\right)\right] W^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{9n-11}{9(n-1)}\right] W^{\frac{1}{3}} = cW^{\frac{1}{3}}$ dimana $c = \frac{9n-11}{9(n-1)}$

Dengan perkataan lain, dapat dituliskan:

$$Z = \frac{\left(cW^{\frac{1}{3}} - \mu_A\right)}{\sigma_A} \to N(0,1)$$

Akan dibuktikan bahwa jika $Z = \frac{\left(cW^{\frac{1}{3}} - \mu_A\right)}{\sigma_A} \to N(0,1)$ maka $\left(1 - \hat{R}\right)^{\frac{1}{3}} \to N(\mu, \sigma^2)$

dimana $\mu = \frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}}{c} \mu_A$ dan $\sigma^2 = \frac{(1-R)^{\frac{2}{3}}}{c^2} \sigma_A^2$

Bukti:

Seperti telah disebutkan sebelumnya, $Z = \frac{\left(cW^{\frac{1}{3}} - \mu_A\right)}{\sigma_A} \to N(0,1)$.

Sebut: $Y = \left(1 - \hat{R}\right)^{\frac{1}{3}}$. Karena $W = \frac{1-\hat{R}}{1-R}$ maka

$Z = \frac{\left(c\frac{(1-\hat{R})^{\frac{1}{3}}}{(1-R)^{\frac{1}{3}}} - \mu_A\right)}{\sigma_A} = \frac{\left(c\frac{Y}{(1-R)^{\frac{1}{3}}} - \mu_A\right)}{\sigma_A}$ sehingga didapat $Y = \frac{(Z\sigma_A + \mu_A)\left((1-R)^{\frac{1}{3}}\right)}{c}$

Fungsi distribusi dari Y adalah: $F(y) = \Pr(Y \leq y)$

$$F(y) = \Pr(Y \leq y)$$

$$= \Pr\left(\frac{(Z\sigma_A + \mu_A)\left((1-R)^{\frac{1}{3}}\right)}{c} \leq y\right)$$

$$= \Pr\left(Z \leq \frac{\left(c\frac{y}{(1-R)^{\frac{1}{3}}} - \mu_A\right)}{\sigma_A}\right) \qquad , \sigma_A \neq 0$$

$$\lim_{n\to\infty} F(y) = \int_{-\infty}^{\frac{\left(c\frac{y}{(1-R)^{\frac{1}{3}}} - \mu_A\right)}{\sigma_A}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{z^2}{2}\right] dz$$

Misalkan $m = \left(1 - \hat{R}\right)^{\frac{1}{3}}$

substitusi $Z = \frac{\left(c\frac{(1-\hat{R})^{\frac{1}{3}}}{(1-R)^{\frac{1}{3}}} - \mu_A\right)}{\sigma_A} = \frac{\left(c\frac{m}{(1-R)^{\frac{1}{3}}} - \mu_A\right)}{\sigma_A}$; $dz = \frac{c}{(1-R)^{\frac{1}{3}}\sigma_A} dm$

Sehingga:

$$\lim_{n\to\infty} F(y) = \int_{-\infty}^{y} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{c}{(1-R)^{\frac{1}{3}}\sigma_A} exp\left[-\frac{\left[\frac{\left(c\frac{m}{(1-R)^{\frac{1}{3}}} - \mu_A\right)}{\sigma_A}\right]^2}{2}\right] dm$$

$$\lim_{n\to\infty} F(y) = \int_{-\infty}^{y} \frac{1}{\frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}\sigma_A}{c}\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{\left[\frac{\left(c\frac{m}{(1-R)^{\frac{1}{3}}} - \mu_A\right)}{\sigma_A}\right]^2}{2}\right] dm$$

$$\lim_{n\to\infty} F(y) = \int_{-\infty}^{y} \frac{1}{\frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}\sigma_A}{c}\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{\left[\left(\frac{\frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}}{c}}{\frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}}{c}}\right)\frac{\left(c\frac{m}{(1-R)^{\frac{1}{3}}} - \mu_A\right)}{\sigma_A}\right]^2}{2}\right] dm$$

$$\lim_{n\to\infty} F(y) = \int_{-\infty}^{y} \frac{1}{\frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}\sigma_A}{c}\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{\left[\frac{\left(m - \left[\frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}}{c}\right]\mu_A\right)}{\frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}}{c}\sigma_A}\right]^2}{2}\right] dm$$

Bentuk di atas adalah bentuk fungsi distribusi normal.

Diketahui bentuk *pdf* distribusi normal $N(\mu, \sigma^2)$ adalah:

$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\ exp\left[-\frac{\left[\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right]^2}{2}\right]$ dimana $-\infty < x < \infty$

Sehingga dari bentuk $\lim_{n\to\infty} F(y)$ di atas, terbukti $Y = \left(1-\hat{R}\right)^{\frac{1}{3}} \to N(\mu, \sigma^2)$

dengan:

$$\mu = E(Y) = \frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}}{c}\mu_A = \frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}}{c}\left[1-\left(\frac{2}{9(n-1)(k-1)}\right)\right] = \frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}[9(n-1)(k-1)]-2}{(9n-11)(k-1)}$$

$$\sigma^2 = var(Y) = \left(\frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}}{c}\sigma_A\right)^2 = \frac{(1-R)^{\frac{2}{3}}}{c^2}\sigma_A^2 = \frac{(1-R)^{\frac{2}{3}}}{c^2}\frac{2k}{9(n-1)(k-1)}$$

$$= \frac{(1-R)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{9n-11}{9(n-1)}\right)^2}\frac{2k}{9(n-1)(k-1)} = \frac{(1-R)^{\frac{2}{3}}}{(9n-11)^2}\frac{9(n-1)\ 2k}{(k-1)}$$

$$= \frac{18k(n-1)(1-R)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n-11)^2}$$

Jadi dengan *central limit theorem* didapat:

$$Z' = \frac{Y - E(Y)}{[var(Y)]^{\frac{1}{2}}} = \frac{(1-\hat{R})^{\frac{1}{3}} - \frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}}{c}\mu_A}{\sigma} \rightarrow N(0,1).$$

Misalkan digunakan tingkat signifikansi α. Dari tabel $N(0,1)$ dapat dicari $z_{\frac{\alpha}{2}}$ sedemikian sehingga:

$$Pr\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{(1-\hat{R})^{\frac{1}{3}} - \frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}}{c}\mu_A}{\sigma} < z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

$$Pr\left(-z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma < (1-\hat{R})^{\frac{1}{3}} - \frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}}{c}\mu_A < z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\right) = 1 - \alpha$$

$$Pr\left(-(1-\hat{R})^{\frac{1}{3}} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma < -\frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}}{c}\mu_A < z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma - (1-\hat{R})^{\frac{1}{3}}\right) = 1 - \alpha$$

$$Pr\left(-\left[z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma - (1-\hat{R})^{\frac{1}{3}}\right] < \frac{(1-R)^{\frac{1}{3}}}{c}\mu_A < -\left[-(1-\hat{R})^{\frac{1}{3}} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\right]\right) = 1 - \alpha$$

$$Pr\left(\frac{c}{\mu_A}\left[(1-\hat{R})^{\frac{1}{3}} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\right] < (1-R)^{\frac{1}{3}} < \frac{c}{\mu_A}\left[(1-\hat{R})^{\frac{1}{3}} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\right]\right) = 1 - \alpha$$

$$Pr\left(\left(\frac{c}{\mu_A}\right)^3\left[(1-\hat{R})^{\frac{1}{3}} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\right]^3 < 1 - R < \left(\frac{c}{\mu_A}\right)^3\left[(1-\hat{R})^{\frac{1}{3}} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\right]^3\right) = 1 - \alpha$$

$$Pr\left(-1 + \left(\frac{c}{\mu_A}\right)^3\left[(1-\hat{R})^{\frac{1}{3}} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\right]^3 < -R < -1 + \left(\frac{c}{\mu_A}\right)^3\left[(1-\hat{R})^{\frac{1}{3}} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\right]^3\right)$$
$$= 1 - \alpha$$

$$Pr\left(1-\left(\frac{c}{\mu_A}\right)^3\left[\left(1-\hat{R}\right)^{\frac{1}{3}}+z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\right]^3 < R < 1-\left(\frac{c}{\mu_A}\right)^3\left[\left(1-\hat{R}\right)^{\frac{1}{3}}-z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma\right]^3\right)=1-\alpha$$

dimana $\frac{c}{\mu_A}=\frac{\frac{9n-11}{9(n-1)}}{1-\left(\frac{2}{9(n-1)(k-1)}\right)}=\frac{\frac{9n-11}{9(n-1)}}{\frac{9(n-1)(k-1)-2}{9(n-1)(k-1)}}=\frac{(9n-11)(k-1)}{[9(n-1)(k-1)]-2}$

Jadi, interval kepercayaan 100(1-α)% untuk reliabilitas koefisien Alpha Cronbach adalah:

$$\left(1-\left(\frac{c}{\mu_A}\right)^3\left[\left(1-\hat{R}\right)^{\frac{1}{3}}+z_{\frac{\alpha}{2}}\hat{\sigma}\right]^3, 1-\left(\frac{c}{\mu_A}\right)^3\left[\left(1-\hat{R}\right)^{\frac{1}{3}}-z_{\frac{\alpha}{2}}\hat{\sigma}\right]^3\right)$$

dimana $z_{\frac{\alpha}{2}}$ menyatakan nilai *z* pada normal standar yang memenuhi Pr $\left(z > z_{\frac{\alpha}{2}}\right)=\frac{\alpha}{2}$ dan Pr $\left(z < -z_{\frac{\alpha}{2}}\right)=\frac{\alpha}{2}$; $\frac{c}{\mu_A}=\frac{(9n-11)(k-1)}{[9(n-1)(k-1)]-2}$;

dan σ ditaksir dengan $\hat{\sigma}=\sqrt{\frac{18k(n-1)(1-\hat{R})^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n-11)^2}}$.

2.2.2 Uji Hipotesis untuk Koefisien Reliabilitas Alpha Cronbach

Selanjutnya akan dilakukan uji hipotesis, untuk koefisien Alpha Cronbach sebagai berikut:

H_0: $R \geq R_0$

H_1: $R < R_0$

dimana:

R menyatakan nilai reliabilitas suatu alat ukur berdasarkan koefisien Alpha Cronbach dan R_0 menyatakan suatu konstanta tertentu, dimana $0 \leq R_0 \leq 1$.

Dalam penelitian sosial, suatu alat ukur dikatakan cukup reliabel apabila koefisien Alpha Cronbach sama dengan atau lebih besar dari 0.7 (Nunnally,1978).

Misalkan digunakan tingkat signifikansi: α

Telah ditunjukkan sebelumnya bahwa di bawah Ho benar:

$W = \frac{1-\hat{R}}{1-R} \sim F_{(n-1)(k-1),(n-1)}$

untuk menguji hipotesis di atas, dapat digunakan statistik uji: $W = \frac{1-\hat{R}}{1-R_0}$

Ho ditolak jika $W > F_{\alpha,(n-1)(k-1),(n-1)}$. Hal ini berarti nilai koefisien Alpha Cronbach suatu alat ukur lebih kecil dari suatu konstanta tertentu.

Jika konstanta yang dimaksud adalah 0.7, maka alat ukur tersebut tidak cukup reliabel digunakan dalam penelitian.

BAB 3

META-ANALISIS UNTUK RELIABILITAS SUATU ALAT UKUR BERDASARKAN KOEFISIEN ALPHA CRONBACH

Penelitian yang menggunakan alat ukur biasanya tidak hanya dipakai satu kali. Dalam setiap penelitian dilakukan inferensi terhadap parameter terkait berdasarkan data sampel. Hal ini juga terjadi dalam inferensi terhadap koefisien reliabilitas berdasarkan koefisien Alpha Cronbach. Dalam beberapa penelitian akan didapat beberapa nilai koefisien Alpha Cronbach dengan sampel maupun dengan peneliti yang berbeda. Karena itu ingin dicari inferensi statistik gabungan untuk reliabilitas. Untuk mencari inferensi gabungan tersebut tidak bisa menggunakan mean dari koefisien-koefisien Alpha Cronbach tersebut karena ukuran sampel dan variansi taksiran koefisien Alpha Cronbach yang berbeda-beda. Oleh karena itu, diperlukan meta-analisis untuk mencari inferensi statistik gabungan koefisien Alpha Cronbach.

Dalam bab ini akan dibahas mengenai meta-analisis untuk mencari inferensi statistik gabungan koefisien reliabilitas Alpha Cronbach, meliputi: taksiran titik, taksiran interval dan pengujian hipotesis.

Sebut R_l: reliabilitas suatu alat ukur berdasarkan koefisien Alpha Cronbach pada penelitian ke –*l* dimana *l* = 1,2,...*j*. Oleh karena itu, dari beberapa penelitian akan menghasilkan semua R_l yang sama atau ada beberapa R_l yang berbeda dalam meta-analisis. Kedua keadaan tersebut akan didekati dengan cara yang berbeda. Karena itu sebelum memulai meta-analisis, akan diuji terlebih dahulu apakah:

$$R_1 = R_2 = \cdots = R_j$$

Pada bab sebelumnya diketahui taksiran dari R_l adalah $\widehat{R_l}$ untuk setiap *l*, dimana *l* = 1,2,...,*j*. Karena distribusi $\widehat{R_l}$ tidak diketahui, maka akan digunakan variabel

$Y_l = (1-\hat{R}_l)^{\frac{1}{3}}$ yang pada bab sebelumnya telah diketahui aproksimasi ke distribusi $N(\mu_l, \sigma_l^2)$ dengan $\mu_l = \frac{(1-R_l)^{\frac{1}{3}}[9(n-1)(k-1)]-2}{(9n-11)(k-1)}$ dan $\sigma_l^2 = \frac{18k(n-1)(1-R_l)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n-11)^2}$

. Untuk menguji kesamaan R_l digunakan pengujian hipotesis dimana H_0: $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$ dengan statistik uji $Q = \sum_{l=1}^{j} \frac{(Y_l - \bar{y})^2}{v_l} \to \chi^2_{j-1}$.

Anggap $Y_1, Y_2, \ldots, Y_j$ adalah sampel random dari aproksimasi distribusi $N(\mu_l, \sigma_l^2)$ maka di bawah asumsi H_0 benar akan dibuktikan:

$$Q = \sum_{l=1}^{j} \frac{(Y_l - \bar{Y})^2}{\sigma_l^2} \sim \chi^2_{j-1}$$

Bukti:

$Y_1, Y_2, \ldots, Y_j$ adalah sampel random dari aproksimasi distribusi $N(\mu_l, \sigma_l^2)$, dengan asumsi di bawah H_0 benar yaitu $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$, sehingga nilai μ_l dan σ_l^2 sama $\forall l = 1,2,\ldots,j$; sebut $\mu_l = \mu$ dan $\sigma_l^2 = \sigma^2$

Pandang:

$$Q_1 = \sum_{l=1}^{j} \frac{(Y_l - \mu)^2}{\sigma^2} \;;\; Q = \sum_{l=1}^{j} \frac{(Y_l - \bar{Y})^2}{\sigma^2} \;;\; Q_2 = \sum_{l=1}^{j} \frac{(\bar{Y} - \mu)^2}{\sigma^2}$$

$$\sum_{l=1}^{j} (Y_l - \mu)^2 = \sum_{l=1}^{j} (Y_l - \bar{Y} + \bar{Y} - \mu)^2$$

$$= \sum_{l=1}^{j} (Y_l - \bar{Y})^2 + \sum_{l=1}^{j} (\bar{Y} - \mu)^2 + 2\sum_{l=1}^{j} (Y_l - \bar{Y})\,(\bar{Y} - \mu)$$

Akan ditunjukkan $\sum_{l=1}^{j} (Y_l - \bar{Y})\,(\bar{Y} - \mu) = 0$

$$\sum_{l=1}^{j}(Y_l-\bar{Y})\,(\bar{Y}-\mu)=\sum_{l=1}^{j}Y_l\bar{Y}-Y_l\mu-\bar{Y}^2+\bar{Y}\mu$$

$$=\bar{Y}\sum_{l=1}^{j}Y_l-\sum_{l=1}^{j}Y_l\mu-\sum_{l=1}^{j}\bar{Y}^2+\bar{Y}\sum_{l=1}^{j}\mu$$

$$=j\bar{Y}^2-j\bar{Y}\mu-j\bar{Y}^2+j\bar{Y}\mu=0$$

Sehingga: $\sum_{l=1}^{j}(Y_l-\mu)^2=\sum_{l=1}^{j}(Y_l-\bar{Y})^2+\sum_{l=1}^{j}(\bar{Y}-\mu)^2$

Jadi, dapat diperoleh:

$$Q_1=Q+Q_2$$

Akan dicari distribusi dari Q_1:

anggap $z_l=\frac{Y_l-\mu}{\sigma^2}\to N(0,1)$ maka ${z_l}^2=\left(\frac{Y_l-\mu}{\sigma^2}\right)^2\sim\chi^2_{(1)}$ sehingga diperoleh:

$$\sum_{l=1}^{j}{z_l}^2=\sum_{l=1}^{j}\left(\frac{Y_l-\mu}{\sigma^2}\right)^2\sim\chi^2_{(j)}$$

Jadi $Q_1\sim\chi^2_{(j)}$

Akan dicari distribusi dari Q_2:

anggap $z=\frac{\bar{Y}-\mu}{\sigma/\sqrt{j}}\to N(0,1)$ dimana $\bar{Y}=\frac{\sum_{l=1}^{j}Y_l}{j}$ maka

$z^2=\left(\frac{\bar{Y}-\mu}{\sigma/\sqrt{j}}\right)^2\sim\chi^2_{(1)}$ sehingga diperoleh:

$z^2=j\left(\frac{\bar{Y}-\mu}{\sigma}\right)^2=\sum_{l=1}^{j}\left(\frac{\bar{Y}-\mu}{\sigma}\right)^2\sim\chi^2_{(1)}$

Jadi $Q_2 = \sum_{l=1}^{j} \left(\frac{\bar{Y}-\mu}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2_{(1)}$

Perhatikan $Q = \sum_{l=1}^{j} \frac{(Y_l-\bar{Y})^2}{\sigma^2}$ dan $Q_2 = \sum_{l=1}^{j} \left(\frac{\bar{Y}-\mu}{\sigma}\right)^2$ saling bebas, sebab Q dan Q_2 adalah *quadratic form* yang telah dibuktikan pasti saling bebas dalam buku *Hogg and Craig chapter 10 fifth edition*.

Diketahui $Q_1 = Q + Q_2$, maka dengan menggunakan *MGF* diperoleh:

$$M_{Q_1}(t) = M_{Q+Q_2}(t)$$

$$E(e^{Q_1 t}) = E\left(e^{(Q+Q_2)t}\right) = E(e^{Qt}e^{Q_2 t}) = E(e^{Qt})E(e^{Q_2 t})$$

$$(1-2t)^{-\frac{j}{2}} = E(e^{Qt})(1-2t)^{-\frac{1}{2}}$$

$$E(e^{Qt}) = \frac{(1-2t)^{-\frac{j}{2}}}{(1-2t)^{-\frac{1}{2}}} = (1-2t)^{-\frac{j}{2}+\frac{1}{2}} = (1-2t)^{-\left(\frac{j-1}{2}\right)}$$

Jadi, $Q = \sum_{l=1}^{j} \frac{(Y_l-\bar{Y})^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{j-1}$ atau dapat ditulis kembali :

$\sum_{l=1}^{j} \frac{(Y_l-\bar{Y})^2}{\sigma^2} = \sum_{l=1}^{j} \frac{(Y_l-\bar{Y})^2}{\sigma_l^2}$ untuk σ_l^2 sama $\forall l = 1,2,\dots,j$.

Telah ditunjukkan bahwa:

$$\sum_{l=1}^{j} \frac{(Y_l-\bar{Y})^2}{\sigma_l^2} \sim \chi^2_{j-1}$$

dimana ukuran *n* sampel sama untuk setiap penelitian ke-*l*.

Untuk ukuran *n* sampel yang berbeda, maka digunakan:

- $\bar{Y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$
- $Y_l = \left(1 - \hat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}$
- bobot penelitian ke-*l* sebut W_l yang didefinisikan sebagai: $W_l = \frac{1}{\sigma_l{}^2}$ dimana

$$\sigma_l^2 = \frac{18k(n_l - 1)(1 - R_l)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l - 11)^2} = \left(\frac{18k(n_l - 1)}{(k-1)(9n_l - 11)^2}\right)(1 - R_l)^{\frac{2}{3}}$$

dengan $0 \leq \left(\frac{18k(n_l - 1)}{(k-1)(9n_l - 11)^2}\right) < 1$

- σ_l^2 bernilai beda-beda $\forall l = 1,2,\ldots$ j
- Untuk *n* sampel yang sama, nilai σ_l^2 tidak terlalu berbeda jauh dengan σ_l^2 untuk *n* sampel yang berbeda, karena $\sigma_l^2 = \left(\frac{18k(n-1)}{(k-1)(9n-11)^2}\right)(1 - R_l)^{\frac{2}{3}}$ dimana $0 \leq \left(\frac{18k(n-1)}{(k-1)(9n-11)^2}\right) < 1$ untuk *n* sampel sama, similar dengan nilai $0 \leq \left(\frac{18k(n_l - 1)}{(k-1)(9n_l - 11)^2}\right) < 1$ pada σ_l^2 untuk *n* sampel yang berbeda.

Sehingga bentuk :

$$\sum_{l=1}^{j} \frac{(Y_l - \bar{Y})^2}{\sigma_l^2} \to \chi_{j-1}^2$$

(oleh DerSimonian, R dan Laird (1986), tidak ditunjukkan dalam skripsi ini)

untuk ukuran *n* sampel yang berbeda di setiap penelitian ke-*l*

- Karena σ_l^2 tidak diketahui, dan dapat ditaksir dengan $\widehat{\sigma_l^2}$ dimana

  $\widehat{\sigma_l^2} = \frac{18k(n_l-1)(1-\widehat{R_l})^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}$ sebut v_l (v_l penaksir konsisten dari σ_l^2) [lampiran 3]

- Karena $\bar{Y}$ dapat ditaksir dengan $\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$ dimana

  $Y_l = \left(1 - \hat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}$ dan taksiran bobot yang digunakan adalah $w_l = \frac{1}{v_l}$

  ($\bar{y}$ penaksir konsisten dari $\bar{Y}$ dan w_l penaksir konsisten dari W_l) [lampiran 3]

Sehingga bentuk:

$$Q = \sum_{l=1}^{j} \frac{(Y_l - \bar{y})^2}{v_l} \to \chi_{j-1}^2$$

(oleh DerSimonian, R dan Laird (1986), tidak ditunjukkan dalam skripsi ini)

Selanjutnya akan dilakukan pengujian apakah R_l untuk setiap penelitian ke –*l* sama atau berbeda. Adapun hipotesis untuk pengujian kesamaan R_l sebagai berikut:

H_0: $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$

H_1: tidak demikian

dimana:

R_l: reliabilitas suatu alat ukur berdasarkan koefisien Alpha Cronbach pada penelitian ke –*l* dimana *l* = 1,2,...*j*.

Misalkan digunakan tingkat signifikansi: α

Telah ditunjukkan sebelumnya bahwa $Q = \sum_{l=1}^{j} \frac{(Y_l - \bar{y})^2}{v_l} \to \chi_{j-1}^2$ dimana

$Y_l = \left(1 - \hat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}$,

untuk menguji hipotesis di atas dapat digunakan statistik uji:

$$Q = \sum_{l=1}^{j} \frac{(Y_l - \bar{y})^2}{v_l}$$

Ho ditolak jika $Q > \chi^2_{\alpha,\ j-1}$. Hal ini berarti nilai reliabilitas suatu alat ukur dari masing-masing penelitian berbeda, dan *Ho* diterima jika $Q \leq \chi^2_{\alpha,\ j-1}$ yang berarti nilai reliabilitas suatu alat ukur dari masing-masing penelitian sama.

3.1 Taksiran Titik untuk Reliabilitas Gabungan Berdasarkan Koefisien Alpha Cronbach

Jika $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$ maka sumber variasi dari reliabilitas gabungan (sebut R_{gab}) hanya berasal dari variasi di dalam masing-masing penelitian (sebut σ_l^2), karena ukuran sampel berbeda-beda sehingga nilai σ_l^2 berbeda sedangkan variasi antar penelitian tidak diperhitungkan. Karena masing-masing penelitian memiliki ukuran sampel dan variansi koefisien Alpha Cronbach yang berbeda-beda, maka untuk mendapatkan R_{gab} akan diberikan bobot W_l pada R_l, pilih $W_l = \frac{1}{\sigma_l^2}$ (bobot ini menyatakan besarnya kontribusi penelitian tersebut dalam meta-analisis, sehingga jika variansi suatu penelitian besar maka penelitian tersebut sedikit berkontribusi dalam meta-analisis) dimana telah diketahui dari bab 2 bahwa ${\sigma_l}^2 = \frac{18k(n_l-1)(1-R_l)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}$

Jika ∃ $R_l \neq R_j$ dimana $l \neq j = 1,2,...,j$ maka sumber variasi dari reliabilitas gabungan (sebut R_{gab}) berasal dari variasi di dalam masing-masing penelitian (sebut σ_l^2) dan variasi antar penelitian (sebut σ_r^2). Maka untuk mendapatkan R_{gab} akan diberikan bobot W_l pada R_l, pilih $W_l = \frac{1}{\sigma_l^2+\sigma_r^2}$ (bobot ini menyatakan besarnya kontribusi penelitian tersebut dalam meta-analisis, sehingga jika variansi suatu penelitian besar dan variansi antar penelitian besar maka penelitian tersebut sedikit berkontribusi dalam meta-analisis).

Koefisien reliabilitas gabungan didefinisikan sebagai: $R_{gab} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l R_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$.

Telah diketahui nilai $0 \leq R_l \leq 1$ maka $0 \leq R_{gab} \leq 1$.

Telah dijelaskan sebelumnya bahwa $Y_l = \left(1 - \hat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}} \rightarrow N(\mu_l, \sigma_l^2) \;\; \forall\, l = 1,2, \dots j$ dengan:

$\mu_l = E(Y_l) = \frac{(1-R_l)^{\frac{1}{3}}[9(n_l-1)(k-1)]-2}{(9n_l-11)(k-1)}$ dan $\sigma_l{}^2 = \frac{18k(n_l-1)(1-R_l)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}$.

Pandang:

$$\boldsymbol{Y}_l = (1 - R_l)^{\frac{1}{3}}$$

$$\overline{\boldsymbol{Y}} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l \boldsymbol{Y}_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l (1 - R_l)^{\frac{1}{3}}}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$$

Akan ditunjukkan $R_l = 1 - \overline{\boldsymbol{Y}}^{\boldsymbol{3}} \;\; \forall\, l = 1,2, \dots, j$ sebagai berikut:

$$\overline{\boldsymbol{Y}} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l (1 - R_l)^{\frac{1}{3}}}{\sum_{l=1}^{j} W_l} \leftrightarrow \overline{\boldsymbol{Y}}\left(\sum_{l=1}^{j} W_l\right) = \sum_{l=1}^{j} W_l\, (1 - R_l)^{\frac{1}{3}}$$

$$\leftrightarrow \sum_{l=1}^{j} W_l\, \overline{\boldsymbol{Y}} = \sum_{l=1}^{j} W_l\, (1 - R_l)^{\frac{1}{3}}$$

$$\sum_{l=1}^{j} W_l\, \overline{\boldsymbol{Y}} - \sum_{l=1}^{j} W_l\, (1 - R_l)^{\frac{1}{3}} = 0 \leftrightarrow \sum_{l=1}^{j} W_l \left[\overline{\boldsymbol{Y}} - (1 - R_l)^{\frac{1}{3}}\right] = 0$$

Karena $W_l = \frac{1}{\sigma_l^2}$ tidak mungkin bernilai nol, maka:

$$\sum_{l=1}^{j} W_l \left[\overline{\boldsymbol{Y}} - (1 - R_l)^{\frac{1}{3}}\right] = 0 \leftrightarrow \overline{\boldsymbol{Y}} - (1 - R_l)^{\frac{1}{3}} = 0 \;\; \forall\, l = 1,2, \dots, j$$

$$\leftrightarrow \overline{\boldsymbol{Y}} = (1 - R_l)^{\frac{1}{3}} \leftrightarrow \overline{\boldsymbol{Y}}^{\boldsymbol{3}} = 1 - R_l \;\; \forall\, l = 1,2, \dots, j$$

$\overline{\boldsymbol{Y}}^{\boldsymbol{3}} = 1 - R_l \leftrightarrow R_l = 1 - \overline{\boldsymbol{Y}}^{\boldsymbol{3}} \;\; \forall\, l = 1,2,\dots,j$

$\therefore R_l = 1 - \overline{\boldsymbol{Y}}^{\boldsymbol{3}} \;\; \forall\, l = 1,2,\dots,j$

Dengan definisi R_{gab} diperoleh:

$$R_{gab} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l R_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l (1 - \overline{\boldsymbol{Y}}^{\boldsymbol{3}})}{\sum_{l=1}^{j} W_l} = \frac{(1 - \overline{\boldsymbol{Y}}^{\boldsymbol{3}}) \sum_{l=1}^{j} W_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l} = 1 - \overline{\boldsymbol{Y}}^{\boldsymbol{3}}$$

dimana:

- Jika $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$ maka bobot yang digunakan untuk R_{gab} adalah

  $W_l = \frac{1}{\sigma_l{}^2}$, dengan $\sigma_l{}^2 = \frac{18k(n_l - 1)(1 - R_l)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l - 11)^2}$

- Jika $\exists\, R_l \neq R_j$ dimana $l \neq j = 1,2,\dots,j$ maka bobot yang digunakan untuk R_{gab} adalah $W_l = \frac{1}{\sigma_l^2 + \sigma_r^2}$, dengan σ_r^2 didefinisikan sebagai:

  $\sigma_r^2 = \frac{\sum_{l=1}^{j} [n_l (\boldsymbol{Y}_l - \overline{\boldsymbol{Y}})^2]}{\sum_{l=1}^{j} n_l}$ (variansi antar penelitian didefinisikan sebagai σ_r^2 dimana $\sum_{l=1}^{j} n_l$ sebagai bobot antar penelitian) dengan n_l menyatakan ukuran sampel penelitian ke $-l$;

  $\boldsymbol{Y}_l = (1 - R_l)^{\frac{1}{3}}$; $\overline{\boldsymbol{Y}} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l \boldsymbol{Y}_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$; dan bobot untuk $\overline{\boldsymbol{Y}}$ digunakan $W_l = \frac{1}{\sigma_l{}^2}$

Telah diketahui:

- $\hat{R}_l$ penaksir yang konsisten dari R_l dan v_l penaksir yang konsisten dari $\sigma_l{}^2$

  dimana: $v_l = \frac{18k(n_l - 1)(1 - \hat{R}_l)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l - 11)^2}$,

  Sehingga dapat dibuktikan bahwa:

  $\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$ penaksir yang konsisten dari $\overline{\boldsymbol{Y}} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l \boldsymbol{Y}_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$, [lampiran 3]

  dimana:$Y_l = \left(1 - \hat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}$ dan bobot untuk $\bar{y}$ digunakan adalah $w_l = \frac{1}{v_l}$.

- Dari uraian di atas dapat dibuktikan :

  v_r penaksir yang konsisten dari σ_r^2 dimana $v_r = \frac{\sum_{l=1}^{j}\left[n_l(Y_l-\bar{y})^2\right]}{\sum_{l=1}^{j} n_l}$. [lampiran 3]

Dengan demikian:

- Jika $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$ maka bobot untuk $\hat{R}_{gab}$ yang digunakan adalah $w_l = \frac{1}{v_l}$ dan
- Jika $\exists\ R_l \neq R_j$ dimana $l \neq j = 1,2,...,j$ maka bobot untuk $\hat{R}_{gab}$ yang digunakan adalah $w_l = \frac{1}{v_l+v_r}$.

Karena $\bar{y}$ penaksir yang konsisten dari $\boldsymbol{\bar{Y}}$ maka dapat dicari penaksir konsisten dari $R_{gab} = 1 - \boldsymbol{\bar{Y}^3}$ adalah $\hat{R}_{gab} = 1 - \bar{y}^3$. [lampiran 3]

Jadi, taksiran titik untuk reliabilitas gabungan berdasarkan koefisien Alpha Cronbach adalah: $\hat{R}_{gab} = 1 - \bar{y}^3$.

3.2 Taksiran Interval untuk Reliabilitas Gabungan Berdasarkan Nilai Reliabilitas Koefisien Alpha Cronbach.

Diketahui $Y_l = \left(1 - \hat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}} \rightarrow N(\mu_l, \sigma_l^2)$

dengan:

$\mu_l = E(Y_l) = \frac{(1-R_l)^{\frac{1}{3}}[9(n_l-1)(k-1)]-2}{(9n_l-11)(k-1)}$ dan ${\sigma_l}^2 = \frac{18k(n_l-1)(1-R_l)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}$

dimana:

${\sigma_l}^2$ ditaksir dengan $v_l = \frac{18k(n_l-1)(1-\widehat{R_l})^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}$.

Seperti yang dijelaskan sebelumnya bahwa:

- Jika $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$ maka sumber variasi dari reliabilitas gabungan (sebut R_{gab}) berasal dari variasi di dalam masing-masing penelitian sebut ${\sigma_l}^2$. Maka bobot untuk R_{gab} yang digunakan adalah $W_l = \frac{1}{\sigma_l^2}$ dimana l = 1,2,...,j.

$$W_l = \frac{1}{\sigma_l^2} \leftrightarrow \sigma_l^2 = \frac{1}{W_l}$$

- Jika $\exists\ R_l \neq R_j$ dimana $l \neq j$ = 1,2,...,j maka sumber variasi dari reliabilitas gabungan (sebut R_{gab}) berasal dari variasi di dalam masing-masing penelitian (sebut σ_l^2) dan variasi antar penelitian (sebut σ_r^2). Maka bobot untuk R_{gab} yang digunakan adalah

$$W_l = \frac{1}{\sigma_l^2 + \sigma_r^2} \text{ dimana } l = 1,2,...,j.$$

Pandang: $\bar{Y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$

sebut: $E(\bar{Y}) = \mu_{\bar{Y}}$ dan $var(\bar{Y}) = \sigma_{\bar{Y}}^2$

maka dapat dicari:

$$\mu_{\bar{Y}} = E(\bar{Y}) = E\left[\frac{\sum_{l=1}^{j} W_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}\right] = \frac{1}{\sum_{l=1}^{j} W_l} E\left(\sum_{l=1}^{j} W_l Y_l\right) = \frac{1}{\sum_{l=1}^{j} W_l} \sum_{l=1}^{j} E(W_l Y_l)$$

$$= \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l E(Y_l)}{\sum_{l=1}^{j} W_l} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l \mu_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$$

$$\sigma_{\bar{Y}}^2 = var(\bar{Y}) = var\left[\frac{\sum_{l=1}^{j} W_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}\right] = \frac{1}{\left(\sum_{l=1}^{j} W_l\right)^2} var\left(\sum_{l=1}^{j} W_l Y_l\right) = \frac{\sum_{l=1}^{j} {W_l}^2 {\sigma_l}^2}{\left(\sum_{l=1}^{j} W_l\right)^2}$$

$$= \frac{\sum_{l=1}^{j} {W_l}^2 \frac{1}{W_l}}{\left(\sum_{l=1}^{j} W_l\right)^2} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l}{\left(\sum_{l=1}^{j} W_l\right)^2} = \frac{1}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$$

dimana :

- $W_l = \frac{1}{\sigma_l{}^2}$ sebagai bobot penelitian ke-l untuk $\bar{Y}$ jika $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$, dan
- $W_l = \frac{1}{\sigma_l^2 + \sigma_r^2}$ sebagai bobot penelitian ke-l untuk $\bar{Y}$ jika $\exists\ R_l \neq R_j$

  dimana $l \neq j$ = 1,2,...,j dan seperti yang didefinisikan sebelumnya:

  $$\sigma_l{}^2 = \frac{18k(n_i-1)(1-R_i)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_i-11)^2} \text{ dan } \sigma_r^2 = \frac{\sum_{l=1}^{j}[n_l(\boldsymbol{Y_l}-\bar{\boldsymbol{Y}})^2]}{\sum_{l=1}^{j} n_l}$$

  dimana $\boldsymbol{Y}_l = (1-R_l)^{\frac{1}{3}}$; $\bar{\boldsymbol{Y}} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l \boldsymbol{Y}_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$ dan bobot untuk $\bar{\boldsymbol{Y}}$ yang digunakan adalah $W_l = \frac{1}{\sigma_l{}^2}$.

Dengan menggunakan *central limit theorem*, didapat:

$$\frac{\bar{Y} - \mu_{\bar{Y}}}{[var(\bar{Y})]^{1/2}} \rightarrow N(0,1)$$

Misalkan digunakan tingkat signifikansi α. Dari tabel $N(0,1)$ dapat dicari $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ sedemikian sehingga:

$$Pr\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{\bar{Y} - \mu_{\bar{Y}}}{[var(\bar{Y})]^{1/2}} < z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

$$Pr\left(-z_{\frac{\alpha}{2}}[var(\bar{Y})]^{1/2} < \bar{Y} - \mu_{\bar{Y}} < z_{\frac{\alpha}{2}}[var(\bar{Y})]^{1/2}\right) = 1 - \alpha$$

$$Pr\left(-\bar{Y} - z_{\frac{\alpha}{2}}[var(\bar{Y})]^{1/2} < -\mu_{\bar{Y}} < -\bar{Y} + z_{\frac{\alpha}{2}}[var(\bar{Y})]^{1/2}\right) = 1 - \alpha$$

$$Pr\left(\bar{Y} - z_{\frac{\alpha}{2}}[var(\bar{Y})]^{1/2} < \mu_{\bar{Y}} < \bar{Y} + z_{\frac{\alpha}{2}}[var(\bar{Y})]^{1/2}\right) = 1 - \alpha$$

dimana $\bar{Y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$ dan $var(\bar{Y}) = \frac{1}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$.

Diketahui $var(\bar{Y})$ ditaksir dengan $\widehat{var(\bar{Y})} = \frac{1}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$, dimana w_l penaksir yang konsisten dari W_l dan dapat dibuktikan bahwa:

$\widehat{var(\bar{Y})}$ penaksir yang konsisten dari $var(\bar{Y})$. Serta dapat dibuktikan bahwa:

$\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$ penaksir yang konsisten dari $\bar{Y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$ [lampiran 3]

dengan menggunakan :

- $w_l = \frac{1}{v_l}$ sebagai bobot penelitian ke-l untuk $\bar{y}$ jika $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$, dan
- $w_l = \frac{1}{v_l + v_r}$ sebagai bobot penelitian ke-l untuk $\bar{y}$ jika $\exists\, R_l \neq R_j$ dimana $l \neq j = 1,2,...,j$.

Jadi, interval kepercayaan 100(1-α)% untuk reliabilitas gabungan sebut R_{gab} yang dapat diketahui melalui $\mu_{\bar{Y}}$ berdasarkan koefisien Alpha Cronbach adalah:

$$\left(\bar{y} - z_{\frac{\alpha}{2}}\left[\widehat{var(\bar{Y})}\right]^{1/2}, \bar{y} + z_{\frac{\alpha}{2}}\left[\widehat{var(\bar{Y})}\right]^{1/2}\right)$$

dimana $z_{\frac{\alpha}{2}}$ menyatakan nilai z pada normal standar yang memenuhi:

$\Pr\left(z > z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{\alpha}{2}$dan $\Pr\left(z < -z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{\alpha}{2}$; $\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$ dan $\widehat{var(\bar{Y})} = \frac{1}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$

serta:

- jika $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$ maka bobot yang digunakan untuk $\bar{y}$ dan $\widehat{var(\bar{Y})}$ adalah: $w_l = \frac{1}{v_l}$ dengan $v_l = \frac{18k(n_l - 1)(1 - \widehat{R_l})^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l - 11)^2}$ dan

- jika $\exists\ R_l \neq R_j$ dimana $l \neq j$ = 1,2,...,j maka bobot yang digunakan untuk $\bar{y}$ dan $\widehat{var(\bar{Y})}$ adalah: $w_l = \frac{1}{v_l + v_r}$ dengan $v_r = \frac{\sum_{l=1}^{j}[n_l(Y_l - \bar{y})^2]}{\sum_{l=1}^{j} n_l}$, dimana v_r penaksir konsisten dari σ_r^2

3.3 Uji Hipotesis untuk Reliabilitas Gabungan Berdasarkan Nilai Reliabilitas Koefisien Alpha Cronbach

Selanjutnya akan dilakukan uji hipotesis untuk reliabilitas gabungan sebut R_{gab} berdasarkan nilai reliabilitas Alpha Cronbach sebagai berikut:

$H_0 : R_{gab} \geq R_0$

$H_1 : R_{gab} < R_0$

dimana:

- R_{gab} menyatakan nilai reliabilitas gabungan suatu alat ukur berdasarkan koefisien Alpha Cronbach.
- R_0 menyatakan suatu konstanta tertentu, dimana $0 \leq R_0 \leq 1$.

Dalam penelitian sosial, suatu alat ukur dikatakan cukup reliabel apabila koefisien Alpha Cronbach lebih besar atau sama dengan 0.7 (Nunnally,1978).

Karena R_{gab} dapat diketahui melalui $\mu_{\bar{Y}}$, maka dengan perkataan lain uji hipotesis R_{gab} dapat dilakukan dengan:

$H_0 : \mu_{\bar{Y}} \geq \mu_0$

$H_1 : \mu_{\bar{Y}} < \mu_0$

dimana:

- $\mu_{\bar{Y}} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l \mu_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l (1-R_l)^{\frac{1}{3}}}{\sum_{l=1}^{j} W_l} \left(\frac{[9(n_l-1)(k-1)]-2}{(9n_l-11)(k-1)} \right)$, dimana $0 \leq \mu_{\bar{Y}} \leq 1.$
- μ_0 menyatakan suatu konstanta tertentu, dimana $0 \leq \mu_0 \leq 1.$

Misalkan digunakan tingkat signifikansi: α

Telah diketahui sebelumnya bahwa:

$$\frac{\bar{Y} - \mu_{\bar{Y}}}{[var(\bar{Y})]^{1/2}} \rightarrow N(0,1)$$

Karena $\bar{Y}$ dapat ditaksir dengan $\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$ dimana $\bar{y}$ penaksir konsisten dari $\bar{Y}$ dan $var(\bar{Y})$ dapat ditaksir dengan $\widehat{var(\bar{Y})} = \frac{1}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$

dimana $\widehat{var(\bar{Y})}$ penaksir konsisten dari $var(\bar{Y})$, maka sebut:

$$Q' = \frac{\bar{y} - \mu_{\bar{Y}}}{\left[\widehat{var(\bar{Y})}\right]^{1/2}} \rightarrow N(0,1)$$

(oleh DerSimonian, R dan Laird (1986), tidak ditunjukkan dalam skripsi ini)

Untuk menguji hipotesis di atas dapat digunakan statistik uji :

$$Q' = \frac{\bar{y} - \mu_0}{\left[\widehat{var(\bar{Y})}\right]^{1/2}}$$

Ho ditolak jika $Q' < -z_{\alpha}$. Hal ini berarti nilai reliabilitas gabungan suatu alat ukur berdasarkan koefisien Alpha Cronbach lebih kecil dari suatu konstanta tertentu. Jika konstanta yang dimaksud adalah 0.7, maka alat ukur tersebut tidak cukup reliabel digunakan dalam penelitian.

BAB 4

CONTOH APLIKASI

4.1 Pendahuluan

Terdapat tiga penelitian yang menggunakan satu alat ukur "fondasi moral" yang diberikan kepada siswa SMA kelas 2 dan kelas 3. Alat ukur yang dipakai terdiri dari 32 item, dimana penelitian pertama diberikan kepada 49 siswa, penelitian kedua diberikan kepada 107 siswa, dan penelitian ketiga diberikan kepada 80 siswa. Penelitian pertama, kedua, dan ketiga saling bebas. Pada bab ini akan dibahas meta-analisis ketiga penelitian untuk menunjukkan apakah alat ukur "fondasi moral" cukup reliabel.

4.2 Inferensi Statistik untuk Masing-masing Reliabilitas Alat Ukur "Fondasi Moral" dari Tiga Penelitian Berdasarkan Koefisien Alpha Cronbach.

Pertama-tama akan dilihat reliabilitas alat ukur "fondasi moral" dari masing-masing penelitian reliabel atau tidak. Suatu alat ukur dikatakan cukup reliabel jika mempunyai koefisien Alpha Cronbach lebih besar dari 0.7.

Dari data diperoleh koefisien Alpha Cronbach pada penelitian pertama, yaitu:

Gambar 1

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.782	32

Jadi taksiran titik untuk reliabilitas alat ukur di penelitian pertama berdasarkan koefisien Alpha Cronbach adalah $\widehat{R_1} = 0.782$.

Selanjutnya akan dicari interval kepercayaan untuk reliabilitas alat ukur di penelitian pertama berdasarkan koefisien Alpha Cronbach.

Seperti yang telah dijelaskan di bab 2, bahwa interval kepercayaan 100(1-α)% untuk reliabilitas alat ukur berdasarkan koefisien Alpha Cronbach adalah:

$$\left(1-\left(\frac{c}{\mu_A}\right)^3\left[\left(1-\hat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}+z_{\frac{\alpha}{2}}\hat{\sigma}_l\right]^3, 1-\left(\frac{c}{\mu_A}\right)^3\left[\left(1-\hat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}-z_{\frac{\alpha}{2}}\hat{\sigma}_l\right]^3\right)$$

dimana:

$$\frac{c}{\mu_A}=\frac{\frac{9n_l-11}{9(n_l-1)}}{1-\left(\frac{2}{9(n_l-1)(k-1)}\right)} \text{ dan } \hat{\sigma}_l=\sqrt{\frac{18k(n_l-1)(1-\hat{R}_l)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}}$$

didapat:

$$\frac{c}{\mu_A}=\frac{\frac{9n_1-11}{9(n_1-1)}}{1-\left(\frac{2}{9(n_1-1)(k-1)}\right)}=\frac{(9n_1-11)(k-1)}{[9(n_1-1)(k-1)]-2}=\frac{(9(49)-11)(32-1)}{\left[9\left((49)-1\right)(32-1)\right]-2}$$

$$=\frac{13330}{13390}=0.9955$$

$$\hat{\sigma}_1=\sqrt{\frac{18k(n_1-1)\left(1-\hat{R}_1\right)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_1-11)^2}}=\sqrt{\frac{18(32)(49-1)(1-0.782)^{\frac{2}{3}}}{(32-1)(9(49)-11)^2}}=\sqrt{\frac{10014.63}{5731900}}$$

$$=0.0418$$

Dengan tingkat signifikansi yang digunakan: α = 0.15 maka akan diperoleh:

$$z_{\frac{\alpha}{2}}=1.45$$

Jadi, interval kepercayaan 85% untuk reliabilitas alat ukur berdasarkan koefisien Alpha Cronbach untuk penelitian pertama adalah:

$$\left(1-(0.9955)^3\left[(1-0.782)^{\frac{1}{3}}+1.45(0.0418)\right]^3, 1-(0.9955)^3\left[(1-0.782)^{\frac{1}{3}}-1.45(0.0418)\right]^3\right)$$

$$(0.713\,, 0.844)$$

Selanjutnya akan diuji apakah alat ukur "fondasi moral" pada penelitian pertama reliabel atau tidak dengan melihat apakah koefisien Alpha Cronbach di penelitian pertama lebih besar dari 0.7 atau tidak.

Dengan perkataan lain, akan diuji hipotesis:

H_0: $R_1 \geq 0.7$

H_1: $R_1 < 0.7$

Misalkan digunakan tingkat signifikansi: α = 0.15

Statistik uji: $W = \frac{1-\hat{R}_1}{1-R_0}$

Ho ditolak jika $W > F_{\alpha,(n-1)(k-1),(n-1)}$.

Dengan tingkat signifikansi α = 0.15, maka akan diperoleh:

$F_{0.15,(48)(31),(48)} = 1.29$

Dari perhitungan sebelumnya didapat $\widehat{R_1} = 0.782$, maka akan diperoleh

$$W = \frac{1-0.782}{1-0.7} = 0.73$$

Karena $W = 0.73 < 1.29$, maka H_0 tidak ditolak.

Kesimpulan:

Dengan tingkat kepercayaan 85%, maka alat ukur pada penelitian pertama cukup reliabel karena lebih besar dari 0.7.

Seperti yang telah dibahas di bab 3 tentang meta-analisis, bahwa $Y_l = \left(1 - \widehat{R_l}\right)^{\frac{1}{3}}$ telah dibuktikan aproksimasi ke distribusi $N(\mu_l, \sigma_l{}^2)$ dengan $v_l = \frac{18k(n_l-1)(1-\widehat{R_l})^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}$.

Jadi diperoleh:$Y_1 = \left(1 - \widehat{R_1}\right)^{\frac{1}{3}} = (1 - 0.782)^{\frac{1}{3}} = 0.602$

$v_1 = 0.00175$

Diketahui bobot pada penelitian *l* didefinisikan sebagai:

$w_l = \frac{1}{v_l} = \frac{1}{v_l = \frac{18k(n_l-1)(1-\widehat{R_l})^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}} = \frac{(k-1)(9n_l-11)^2}{18k(n_l-1)(1-\widehat{R_l})^{\frac{2}{3}}}$ maka diperoleh:

$$w_1 = \frac{1}{v_1} = \frac{(32-1)(9(49)-11)^2}{18(32)(49-1)(1-0.782)^{\frac{2}{3}}} = \frac{(31)(430)^2}{18(32)(48)(0.218)^{\frac{2}{3}}} = \frac{5731900}{10014.62557}$$

$$= 572.35$$

Dari data diperoleh koefisien Alpha Cronbach pada penelitian ke-2, yaitu:

Gambar 2

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.762	32

Jadi, taksiran titik untuk reliabilitas alat ukur di penelitian ke-2 berdasarkan koefisien Alpha Cronbach adalah $\widehat{R_2} = 0.762$.

Selanjutnya akan dicari interval kepercayaan untuk reliabilitas alat ukur di penelitian ke-2 berdasarkan koefisien Alpha Cronbach.

Seperti yang telah dijelaskan di bab 2, bahwa interval kepercayaan 100(1-α)% untuk reliabilitas alat ukur berdasarkan koefisien Alpha Cronbach adalah:

$$\left(1-\left(\frac{c}{\mu_A}\right)^3\left[\left(1-\hat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}+z_{\frac{\alpha}{2}}\hat{\sigma}_l\right]^3, 1-\left(\frac{c}{\mu_A}\right)^3\left[\left(1-\hat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}-z_{\frac{\alpha}{2}}\hat{\sigma}_l\right]^3\right)$$

dimana:

$$\frac{c}{\mu_A}=\frac{\frac{9n_l-11}{9(n_l-1)}}{1-\left(\frac{2}{9(n_l-1)(k-1)}\right)} \text{ dan } \hat{\sigma}_l=\sqrt{\frac{18k(n_l-1)(1-\hat{R}_l)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}}$$

didapat:

$$\frac{c}{\mu_A}=\frac{(9n_2-11)(k-1)}{[9(n_2-1)(k-1)]-2}=\frac{(9(107)-11)(32-1)}{\left[9\left((107)-1\right)(32-1)\right]-2}=\frac{29512}{29570}=0.998$$

$$\hat{\sigma}_2=\sqrt{\frac{18k(n_2-1)\left(1-\hat{R}_2\right)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_2-11)^2}}$$

$$=\sqrt{\frac{18(32)(107-1)(1-0.762)^{\frac{2}{3}}}{(32-1)(9(107)-11)^2}}=\sqrt{\frac{23448.38773}{28095424}}=0.029$$

Dengan tingkat signifikansi yang digunakan: α = 0.15 maka akan diperoleh:

$$z_{\frac{\alpha}{2}}=1.45$$

Jadi, interval kepercayaan 85% untuk reliabilitas alat ukur berdasarkan koefisien Alpha Cronbach untuk penelitian ke-2 adalah:

$$\left(1-(0.998)^3\left[(1-0.762)^{\frac{1}{3}}+1.45(0.029)\right]^3, 1-(0.998)^3\left[(1-0.762)^{\frac{1}{3}}-1.45(0.029)\right]^3\right)$$

$$(0.712\,, 0.808)$$

Selanjutnya akan diuji apakah alat ukur "fondasi moral" pada penelitian ke-2 reliabel atau tidak dengan melihat apakah koefisien Alpha Cronbach di penelitian ke-2 lebih besar dari 0.7 atau tidak.

Dengan perkataan lain, akan diuji hipotesis:

H_0: $R_2 \geq 0.7$

H_1: $R_2 < 0.7$

Misalkan digunakan tingkat signifikansi: α = 0.15

Statistik uji: $W = \frac{1-\hat{R}_2}{1-R_0}$

Ho ditolak jika $W > F_{\alpha,(n-1)(k-1),(n-1)}$.

Dengan tingkat signifikansi α = 0.15, maka akan diperoleh:

$F_{0.15,(106)(31),(106)} = 1.14$

Dari perhitungan sebelumnya didapat $\widehat{R_2} = 0.762$, maka akan diperoleh

$$W = \frac{1-0.762}{1-0.7} = 0.79$$

Karena $W = 0.79 < 1.14$, maka H_0 tidak ditolak.

Kesimpulan:

Dengan tingkat kepercayaan 85%, maka alat ukur pada penelitian ke-2 cukup reliabel karena lebih besar dari 0.7.

Seperti yang telah dibahas di bab 3 tentang meta-analisis, bahwa $Y_l = \left(1 - \widehat{R_l}\right)^{\frac{1}{3}}$ telah dibuktikan aproksimasi ke distribusi $N(\mu_l, \sigma_l{}^2)$ dengan $v_l = \frac{18k(n_l-1)(1-\widehat{R_l})^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}$.

Jadi diperoleh: $Y_2 = \left(1 - \widehat{R_2}\right)^{\frac{1}{3}} = (1 - 0.762)^{\frac{1}{3}} = 0.62$ dan $v_2 = 0.0008$

Diketahui bobot pada penelitian *l* didefinisikan sebagai:

$w_l = \frac{1}{v_l} = \frac{1}{\frac{18k(n_l-1)(1-\widehat{R_l})^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}} = \frac{(k-1)(9n_l-11)^2}{18k(n_l-1)(1-\widehat{R_l})^{\frac{2}{3}}}$ maka diperoleh:

$$w_2 = \frac{1}{v_2} = \frac{(32-1)(9(107)-11)^2}{18(32)(107-1)(1-0.762)^{\frac{2}{3}}} = \frac{(31)(952)^2}{18(32)(106)(0.238)^{\frac{2}{3}}} = 1198.18$$

Dari data diperoleh koefisien Alpha Cronbach pada penelitian ke-3, yaitu:

Gambar 3

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.546	32

Jadi taksiran titik untuk reliabilitas alat ukur di penelitian ke-3 berdasarkan koefisien Alpha Cronbach adalah $\widehat{R_3} = 0.546$.

Selanjutnya akan dicari interval kepercayaan untuk reliabilitas alat ukur di penelitian ke-3 berdasarkan koefisien Alpha Cronbach.

Seperti yang telah dijelaskan di bab 2, bahwa interval kepercayaan 100(1-α)% untuk reliabilitas alat ukur berdasarkan koefisien Alpha Cronbach adalah:

$$\left(1-\left(\frac{c}{\mu_A}\right)^3\left[\left(1-\hat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}+z_{\frac{\alpha}{2}}\hat{\sigma}_l\right]^3, 1-\left(\frac{c}{\mu_A}\right)^3\left[\left(1-\hat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}-z_{\frac{\alpha}{2}}\hat{\sigma}_l\right]^3\right)$$

dimana:

$$\frac{c}{\mu_A}=\frac{\frac{9n_l-11}{9(n_l-1)}}{1-\left(\frac{2}{9(n_l-1)(k-1)}\right)} \text{ dan } \hat{\sigma}_l=\sqrt{\frac{18k(n_l-1)(1-\hat{R}_l)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}}$$

didapat:

$$\frac{c}{\mu_A}=\frac{(9n_3-11)(k-1)}{[9(n_3-1)(k-1)]-2}=\frac{(9(80)-11)(32-1)}{\left[9\left((80)-1\right)(32-1)\right]-2}=\frac{21979}{22039}=0.997$$

$$\hat{\sigma}_3=\sqrt{\frac{18k(n_3-1)\left(1-\hat{R}_3\right)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_3-11)^2}}$$

$$=\sqrt{\frac{18(32)(80-1)(1-0.546)^{\frac{2}{3}}}{(32-1)(9(80)-11)^2}}=\sqrt{\frac{26879.43547}{15583111}}=0.042$$

Dengan tingkat signifikansi yang digunakan: α = 0.15 maka akan diperoleh:

$$z_{\frac{\alpha}{2}}=1.45$$

Jadi,interval kepercayaan 85% untuk reliabilitas alat ukur berdasarkan koefisien Alpha Cronbach untuk penelitian ke-3 adalah:

$$\left(1-(0.997)^3\left[(1-0.546)^{\frac{1}{3}}+1.45(0.042)\right]^3, 1-(0.997)^3\left[(1-0.546)^{\frac{1}{3}}-1.45(0.042)\right]^3\right)$$

$$(0.429\,, 0.648)$$

Selanjutnya akan diuji apakah alat ukur “fondasi moral” pada penelitian ke-3 reliabel atau tidak dengan melihat apakah koefisien Alpha Cronbach di penelitian ke-3 lebih besar dari 0.7 atau tidak.

Dengan perkataan lain, akan diuji hipotesis:

H_0: $R_3 \geq 0.7$

H_1: $R_3 < 0.7$

Misalkan digunakan tingkat signifikansi: α = 0.15

Statistik uji: $W = \frac{1-\hat{R}_3}{1-R_0}$

Ho ditolak jika $W > F_{\alpha,(n-1)(k-1),(n-1)}$.

Dengan tingkat signifikansi α = 0.15, maka akan diperoleh:

$F_{0.15,(79)(31),(79)} = 1.19$

Dari perhitungan di atas didapat $\widehat{R_3} = 0.546$, maka akan diperoleh

$$W = \frac{1 - 0.546}{1 - 0.7} = 1.514$$

Karena $W = 1.514 > 1.19$, maka H_0 ditolak.

Kesimpulan:

Dengan tingkat kepercayaan 85%, maka alat ukur pada penelitian ke-3 tidak cukup reliabel karena lebih kecil dari 0.7.

Seperti yang telah dibahas di bab 3 tentang meta-analisis, bahwa $Y_l = \left(1 - \widehat{R_l}\right)^{\frac{1}{3}}$ telah dibuktikan aproksimasi ke distribusi $N(\mu_l, \sigma_l{}^2)$ dengan $v_l = \frac{18k(n_l-1)(1-\widehat{R_l})^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}$, dimana v_l penaksir konsisten dari $\sigma_l{}^2$.

Jadi diperoleh:

$$Y_3 = \left(1 - \widehat{R_3}\right)^{\frac{1}{3}} = (1 - 0.546)^{\frac{1}{3}} = 0.769 \text{ dan } v_3 = 0.00172$$

Diketahui bobot pada penelitian *i* didefinisikan sebagai:

$$w_l = \frac{1}{v_l} = \frac{1}{\frac{18k(n_l-1)(1-\widehat{R_l})^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}} = \frac{(k-1)(9n_l-11)^2}{18k(n_l-1)(1-\widehat{R_l})^{\frac{2}{3}}} \text{maka diperoleh:}$$

$$w_3 = \frac{1}{v_3} = \frac{(32-1)(9(80)-11)^2}{18(32)(80-1)(1-0.546)^{\frac{2}{3}}} = \frac{(31)(709)^2}{18(32)(79)(0.454)^{\frac{2}{3}}} = 579.74$$

4.3 Meta-Analisis untuk Reliabilitas Gabungan dari Hasil Reliabilitas Ketiga Penelitian Berdasarkan Koefisien Alpha Cronbach

Uji kesamaan reliabilitas:

$$H_0 = R_1 = R_2 = R_3$$
$$H_1 = tidak\ \ demikian$$

Misalkan digunakan tingkat signifikansi: α = 0.15

Statistik uji: $Q = \sum_{l=1}^{j} \frac{\left(Y_l - \overline{y}\right)^2}{v_l}$

H_0 ditolak jika $Q_{hitung} > \chi^2_{\alpha, j-1}$

Dengan tingkat signifikansi α = 0.15, maka akan diperoleh: $\chi^2_{0.15,2} = 3.79$

Dari hasil perhitungan sebelumnya dapat dicari $\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$:

$$\bar{y} = \frac{w_1 Y_1 + w_2 Y_2 + w_3 Y_3}{w_1 + w_2 + w_3}$$

$$= \frac{[572.35(0.602)] + [1198.18(0.62)] + [579.74(0.769)]}{572.35 + 1198.18 + 579.74}$$

$$= \frac{1533.25}{2350.27} = 0.652$$

Jadi, nilai Q adalah:

$$Q = \sum_{l=1}^{j} \frac{(Y_l - \bar{y})^2}{v_l} = \frac{(0.602 - 0.652)^2}{0.00175} + \frac{(0.62 - 0.652)^2}{0.0008} + \frac{(0.769 - 0.652)^2}{0.00172}$$

$$= 1.43 + 1.28 + 7.959 = 10.669$$

Karena $Q = 10.669 > 3.79$, maka H_0 ditolak.

Kesimpulan:

Dengan tingkat kepercayaan 85%, maka nilai reliabilitas suatu alat ukur dari masing-masing penelitian berbeda.

Sehingga akan dicari inferensi statistik untuk reliabilitas gabungan dengan nilai reliabilitas yang berbeda dari ketiga penelitian.

4.3.1 Taksiran Titik untuk Reliabilitas Gabungan Berdasarkan Nilai ReliabilitasKoefisien Alpha Cronbach yang Berbeda dari Ketiga Penelitian

Karena nilai reliabilitas koefisien Alpha Cronbach berbeda dari masing-masing penelitian, maka sumber variasi berasal dari variasi di dalam masing-masing penelitian sebut v_l dan variasi antar masing-masing penelitian sebut v_r, jadi dengan perkataan lain sebut: $v_{r_l} = v_l + v_r$. Sehingga bobot pada penelitian *l* didefinisikan sebagai$w_l = \frac{1}{v_{r_l}} = \frac{1}{v_l+v_r}$ dimana *l* = 1,2,...,*j*.

v_i telah dihitung nilainya, sekarang menghitung v_r.

$v_r = \frac{\sum_{l=1}^{j}[n_l(Y_l-\bar{y})^2]}{\sum_{l=1}^{j} n_l}$ dimana n_l menyatakan ukuran sampel penelitian ke –*l*

$$v_r = \frac{\sum_{l=1}^{3}[n_l(Y_l-\bar{y})^2]}{\sum_{l=1}^{3} n_l} = \frac{n_1(Y_1-\bar{y})^2 + n_2(Y_2-\bar{y})^2 + n_3(Y_3-\bar{y})^2}{n_1+n_2+n_3}$$

$$= \frac{49(0.602-0.652)^2 + 107(0.62-0.652)^2 + 80(0.769-0.652)^2}{49+107+80} = \frac{1.327}{236}$$

$$= 0.0056$$

Hitung $w_l = \frac{1}{v_{r_l}} = \frac{1}{v_l+v_r}$:

$$w_1 = \frac{1}{v_{r_1}} = \frac{1}{v_1+v_r} = \frac{1}{0.00175+0.0056} = 136.05$$

$$w_2 = \frac{1}{v_{r_2}} = \frac{1}{v_2+v_r} = \frac{1}{0.0008+0.0056} = 156.25$$

$$w_3 = \frac{1}{v_{r_3}} = \frac{1}{v_3+v_r} = \frac{1}{0.00172+0.0056} = 136.61$$

Setelah itu akan dihitung mean terbobot yang baru dari Y_l :

$$\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{3} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{3} w_l} = \frac{w_1Y_1 + w_2Y_2 + w_3Y_3}{w_1+w_2+w_3}$$

$$= \frac{136.05(0.602) + 156.25(0.62) + 136.61(0.769)}{136.05+156.25+136.61} = \frac{283.83}{428.91}$$

$$= 0.662$$

Jadi, taksiran titik untuk reliabilitas gabungan berdasarkan nilai reliabilitas koefisien Alpha Cronbach yang berbeda dari ketiga penelitian adalah:

$$\hat{R}_{gab} = 1 - (0.662)^{\mathbf{3}} = 0.71$$

4.3.2 Taksiran Interval untuk Reliabilitas Gabungan Berdasarkan Nilai Reliabilitas Koefisien Alpha Cronbach yang Berbeda dari Ketiga Penelitian

Dari pembahasan di bab 3, diketahui:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} w_l \, Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l} \; ; \; w_l = \frac{1}{v_{r_l}} = \frac{1}{v_l + v_r} \; ; \; v_l = \frac{18k(n_l - 1)\left(1 - \hat{R}_l\right)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l - 11)^2};$$

$$v_r = \frac{\sum_{l=1}^{j} [n_l (Y_l - \bar{y})^2]}{\sum_{l=1}^{j} n_l} \; ; \; \widehat{var(\bar{Y})} = \frac{1}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$$

Jadi,

$$\widehat{var(\bar{Y})} = \frac{1}{\sum_{l=1}^{3} w_l} = \frac{1}{w_1 + w_2 + w_3} = \frac{1}{428.91} = 0.0023$$

Misalkan tingkat signifikansi yang digunakan: $\alpha = 0.15$

Jadi, interval kepercayaan 85% untuk reliabilitas gabungan berdasarkan nilai reliabilitas koefisien Alpha Cronbach yang berbeda dari ketiga penelitian adalah:

$$\left(\bar{y} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\left[\widehat{var(\bar{Y})}\right]^{1/2}, \bar{y} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\left[\widehat{var(\bar{Y})}\right]^{1/2}\right) \text{ dimana } Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.45$$

$$\left(0.662 - 1.45[0.0023]^{1/2}, 0.662 + 1.45[0.0023]^{1/2}\right) = (0.59\,, 0.73)$$

4.3.3 Uji Hipotesis untuk Reliabilitas Gabungan Berdasarkan Nilai Reliabilitas Koefisien Alpha Cronbach yang Berbeda dari Ketiga Penelitian

Selanjutnya akan dilakukan uji hipotesis, untuk reliabilitas gabungan berdasarkan nilai reliabilitas Alpha Cronbach sebagai berikut:

$H_0: R_{gab} \geq 0.7$

$H_1: R_{gab} < 0.7$

Misalkan digunakan tingkat signifikansi: $\alpha = 0.15$

Statistik uji: $Q' = \frac{\bar{y}-R_0}{\left[\widehat{var(\bar{Y})}\right]^{1/2}}$

Ho ditolak jika $Q' < -Z_\alpha$

Dengan tingkat signifikansi α = 0.15, maka akan diperoleh:

$Z_{0.15} = 1.05$

Dari perhitungan sebelumnya, maka akan diperoleh:

$$Q' = \frac{0.662 - 0.7}{[0.0023]^{1/2}} = -0.79$$

Karena $Q' = -0.79 > -1.05$, maka H_0 tidak ditolak.

Kesimpulan:

Dengan tingkat kepercayaan 85%, maka alat ukur yang digunakan pada ketiga penelitian cukup reliabel karena nilai reliabilitas gabungan berdasarkan koefisien Alpha Cronbach yang lebih besar dari 0.7.

BAB 5

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

1. a. Taksiran titik untuk reliabilitas gabungan sebut R_{gab} berdasarkan koefisien Alpha Cronbach adalah: $\hat{R}_{gab} = 1 - \bar{y}^3$

   dimana:

   $$\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l} = \frac{\sum_{l=1}^{j} w_l (1-\hat{R}_l)^{\frac{1}{3}}}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$$

   dengan $Y_l = \left(1 - \hat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}$ dan $\hat{R} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{a=1}^{k} \widehat{\sigma_{X_a}}^2}{\widehat{\sigma_X^2}}\right)$

   - Jika $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$ maka bobot yang digunakan untuk $\hat{R}_{gab}$ adalah

     $w_l = \frac{1}{v_l}$ dengan $v_l = \frac{18k(n_l-1)(1-\widehat{R_l})^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}$

   - Jika $\exists\ R_l \neq R_j$ dimana $l \neq j$ = 1,2,...,j maka bobot yang digunakan untuk $\hat{R}_{gab}$ adalah $w_l = \frac{1}{v_l + v_r}$, dengan v_r didefinisikan sebagai:

     $v_r = \frac{\sum_{l=1}^{j}[n_l(Y_l - \bar{y})^2]}{\sum_{l=1}^{j} n_l}$ dimana n_l menyatakan ukuran sampel penelitian ke $-l$

   b. Taksiran interval untuk reliabilitas gabungan sebut R_{gab} berdasarkan koefisien Alpha Cronbach adalah

   $$\left(\bar{y} - z_{\frac{\alpha}{2}}\left[\widehat{var(\bar{Y})}\right]^{1/2}, \bar{y} + z_{\frac{\alpha}{2}}\left[\widehat{var(\bar{Y})}\right]^{1/2}\right)$$

c. Untuk pengujian hipotesis untuk reliabilitas gabungan sebut R_{gab} berdasarkan koefisien Alpha Cronbach yaitu

$H_0: R_{gab} \geq R_0$

$H_1: R_{gab} < R_0$

digunakan statistik uji: $Q' = \frac{\bar{y} - R_0}{\left[\widehat{var(\bar{Y})}\right]^{1/2}}$

2. Dari 3 penelitian yang dilakukan dimana reliabilitas alat ukur di penelitian pertama adalah reliabel begitu pula penelitian ke-2, namun tidak reliabel di penelitian ke-3. Lalu dengan menggunakan metode meta-analisis, ditunjukkan bahwa reliabilitas gabungan suatu alat ukur “fondasi moral” sudah reliabel secara keseluruhan berdasarkan 3 penelitian tadi. Oleh karena itu, dapat dikatakan alat ukur “fondasi moral” sudah reliabel.

5.2 Saran

- Metode meta-analisis dapat juga digunakan untuk analisis yang menyangkut konsep pembagian seperti *relative risk*, *odd ratio*, *hazard ratio*, dan yang menyangkut konsep selisih seperti selisih *mean*, selisih proporsi, serta selisih *rate*.
- Sebelum sebuah alat ukur digunakan, sebaiknya terlebih dahulu diuji-cobakan beberapa kali pada sampel yang berbeda-beda. Dengan meta-analisis reliabilitas alat ukur tersebut dapat lebih terjamin keakuratannya.

DAFTAR PUSTAKA

Barchard. Kimberly A. & A. Ralph Hakstian. (1997). *The Effects of Sampling Model on Inference with Coefficient Alpha*. Educational and Psychological Measurement: Sage Publications, Inc.

Dahlan, M .S. (2012, Feb). *Meta-Analisis Prinsip dan Praktik. Makalah dipresentasikan dalam seminar meta-analisis prinsip dan praktik*. Jakarta.

DerSimmonian, R., Laird, N. M.,(1986). *Meta-analysis in clinical trials*. Control. Clin. Trials 7, 177-188.

Eberth, Juliane & Peter Sedlmeier. (2012). *The Effects of Mindfulness Meditation: A Meta-Analysis*. Germany: Springer Science.

Feldt, Leonard S., David J. Woodruff, & Fathi A. Salih. (1987). *Statistical Inference for Coefficient Alpha*. USA: Applied Psychological Measurement, Inc.

Feldt, Leonard S & Richard A. Charter. (2006). *Averaging Internal Consistency Reliability Coefficients*. Educational and Psychological Measurement: Sage Publications, Inc.

Gardner , Robert C. (2000). *Psychological Statistics Using SPSS for Windows First Edition*. New Jersey: Prentice-Hall International, Inc.

Hakstian, A. Ralph & Thomas E. Whalen. (1976). *A K-Sample Significance Test for Independent Alpha Coefficients.* Psychometrika: University of British Columbia.

Hogg, Robert V. & Aleen T, Craig. (1995). *Introduction to Mathematical Statistics Fifth Edition*. New Jersey: Prentice-Hall International, Inc.

Hoyt, C. (1941). *Test Reliability Estimated bu Analysis of Variance.* Psychometrika, 6: 153-160.

Hunter, John E. & Frank L. Schmindt. (2004). *Methods of Meta-Analysis Correcting Error and Bias in Research Finding Second Edition*. USA: Sage Publications, Inc.

Michael B., Hedges, Larry V.H, Higgins, Julian P.T, Rothstein Hannah R.,(2009). *Introduction to Meta-Analysis*. England: John Wiley.

Montgomery, D. C. (1997). *Design and Analysis of Experiments Fourth Edition*. New York: John Wiley & Sons.

Paulson, E. (1942). *An Approximate Normalization of The Analysis of Variance Distribution*. Annals of Mathematical Statistics, 13: 233-235.

Rodriguez, Michael C. , Maeda, Yukiko. (2006). *Meta-Analysis of Coefficient Alpha.* The American Psycological Association: University of Minnesotta, Twin Cities Campus.

Sathian B, Sreedharan J, Ahmad M, Joy T, Baboo N,S, Dixit S B, & Devkota S. (2009). *Meta-Analysis in Medical Research.* Nepal: Manipal College of Medical Sciences.

Scheffe, H. (1959). *The Analysis of Variance*. Sydney: John Wiley.

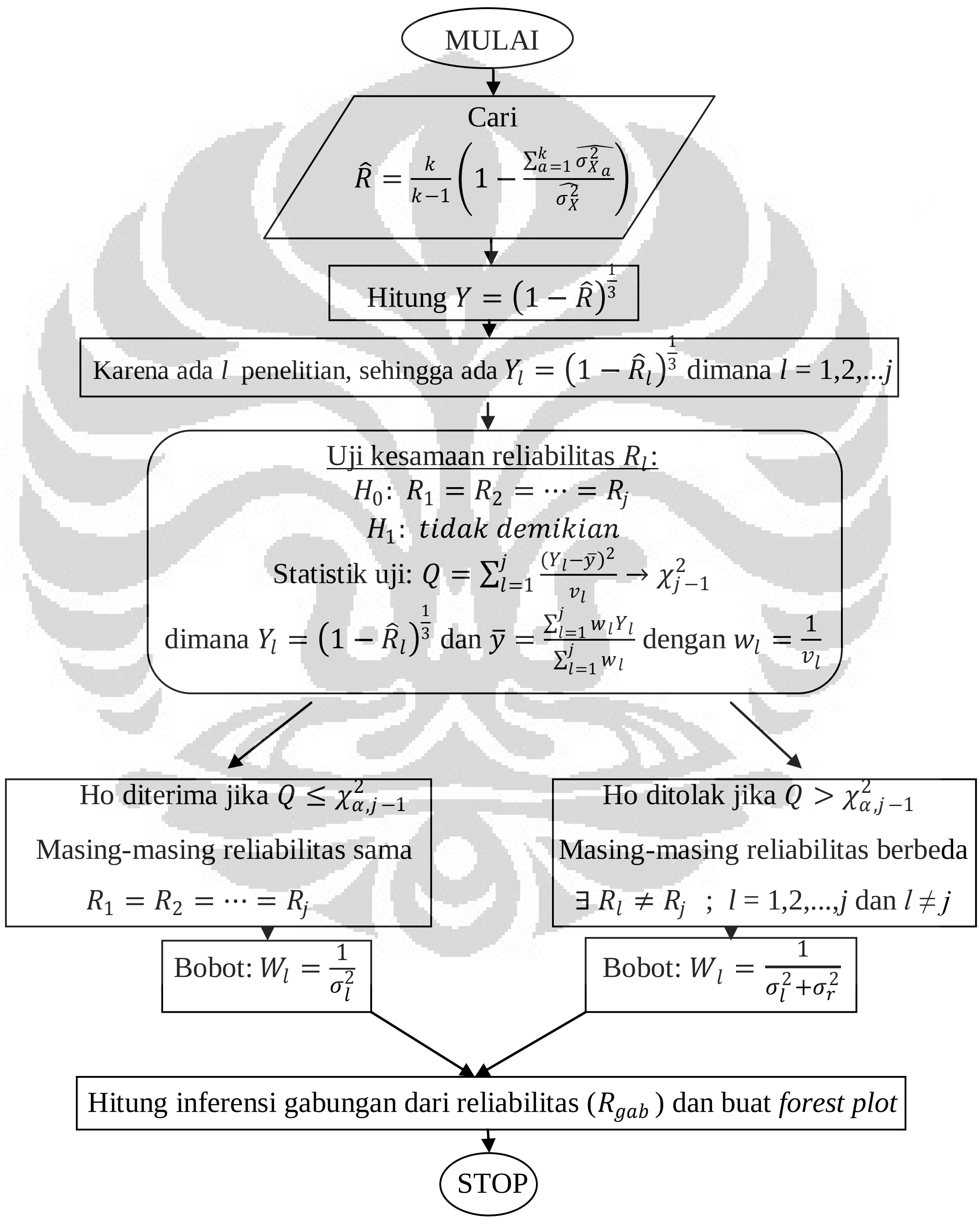
Viechtbauer, Wolfgang. (2005). *Bias and Efficiency of Meta-Analytic Variance Estimators in the Random-Effects Model*. Journal of Educational and Behavioral Statistics, 3: 261-293.

Whitehead, A. (2002). *Meta-Analysis of Controlled Clinical Trials Statistics in Practice*. England: John Wiley.

LAMPIRAN

Lampiran 1

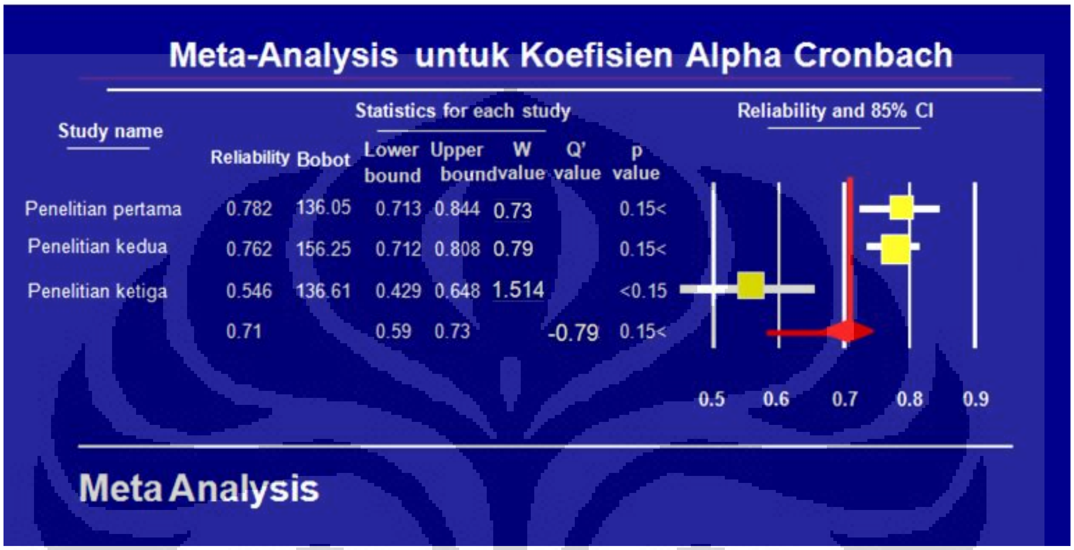
ALUR META-ANALISIS



Lampiran 2

Hasilnya dapat dilihat dalam *forest plot* yang ditunjukkan oleh gambar 2 berikut:

Gambar 4 *Forest plot* meta-analisis untuk koefisien Alpha Cronbach



Lampiran 3

1. Akan dibuktikan variansi sampel adalah penaksir yang konsisten dari variansi populasi.

Bukti:

Diketahui variansi sampel S^2 dan varinasi populasi σ^2.

Bentuk variansi sampel didefinisikan sebagai berikut:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$$

$$= \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu + \mu - \bar{X})^2$$

$$= \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2 + \sum_{i=1}^{n}(\bar{X} - \mu)^2 - 2\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)(\bar{X} - \mu)\right]$$

$$= \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}((X_i - \mu)^2) + n(\bar{X} - \mu)^2 - 2(\bar{X} - \mu)\left(\sum_{i=1}^{n}X_i - \sum_{i=1}^{n}\mu\right)\right]$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}((X_i - \mu)^2) + n(\bar{X} - \mu)^2 - 2(\bar{X} - \mu)(n\bar{X} - n\mu)\right]$$

$$= \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}((X_i - \mu)^2) + n(\bar{X} - \mu)^2 - 2n(\bar{X} - \mu)^2\right]$$

$$= \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}((X_i - \mu)^2) - n(\bar{X} - \mu)^2\right]$$

$$= \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}((X_i - \mu)^2) - \frac{n}{n-1}(\bar{X} - \mu)^2$$

Dengan menggunakan definisi variansi bahwa:

$$var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

Perhatikan bahwa

$$var[(X_i - \mu)^2] = E[(X_i - \mu)^4] - [E\{(X_i - \mu)^2\}]^2$$

$$= \sigma^4 \kappa_{X_i} - \sigma^4$$

$$= \sigma^4 \left(\kappa_{X_i} - 1\right)$$

dimana,

$$\kappa_{X_i} = \frac{E[(X_i - \mu)^4]}{\sigma^4}$$

Karena $X_i; i = 1,2, \dots, n$ identik, maka $\kappa_{X_1} = \kappa_{X_2} = \cdots = \kappa_{X_n} = \kappa_X$.

Dengan cara yang similar,

$$var[(\bar{X} - \mu)^2] = E[(\bar{X} - \mu)^4] - [E\{(\bar{X} - \mu)^2\}]^2$$

$$= \frac{\sigma^4}{n^2} \kappa_{\bar{X}} - \frac{\sigma^4}{n^2}$$

dimana,

$$\kappa_{\bar{X}} = \frac{E[(\bar{X} - \mu)^4]}{\sigma^4 / n^2}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

Sebelumnya telah dicari:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} ((X_i - \mu)^2) - \frac{n}{n-1} (\bar{X} - \mu)^2$$

Sehingga didapatkan,

$$
\begin{aligned}
\operatorname{var}\left(S^2\right) &= \operatorname{var}\left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu\right)^2-\frac{n}{n-1}\left(\bar{X}-\mu\right)^2\right] \\
&= \frac{1}{(n-1)^2}\sum_{i=1}^{n}\operatorname{var}\left[\left(X_i-\mu\right)^2\right]+\frac{n^2}{(n-1)^2}\operatorname{var}\left[\left(\bar{X}-\mu\right)^2\right] \\
&\quad -2\operatorname{cov}\left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu\right)^2,\frac{n}{n-1}\left(\bar{X}-\mu\right)^2\right] \\
&= \frac{1}{(n-1)^2}\sum_{i=1}^{n}\operatorname{var}\left[\left(X_i-\mu\right)^2\right]+\frac{n^2}{(n-1)^2}\operatorname{var}\left[\left(\bar{X}-\mu\right)^2\right] \\
&\quad -2\operatorname{cov}\left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu\right)^2,\frac{n}{n-1}\left(\bar{X}-\mu\right)^2\right] \\
&= \frac{n\sigma^4\left(\kappa_X-1\right)}{(n-1)^2}+\frac{n^2}{(n-1)^2}\frac{\sigma^4}{n^2}\left(\kappa_{\bar{X}}-1\right)-2\frac{n}{(n-1)^2}\sum_{i=1}^{n}\operatorname{cov}\left[\left(X_i-\mu\right)^2,\left(\bar{X}-\mu\right)^2\right] \\
&= \frac{\sigma^4}{(n-1)^2}\left[n\left(\kappa_X-1\right)+\left(\kappa_{\bar{X}}-1\right)\right]-2\frac{n}{(n-1)^2}\sum_{i=1}^{n}\operatorname{cov}\left[\left(X_i-\mu\right)^2,\left(\bar{X}-\mu\right)^2\right]
\end{aligned}
$$

lihat:

$$
\begin{aligned}
\left(\bar{X}-\mu\right)^2 &= \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-\frac{1}{n}n\mu\right)^2 \\
&= \frac{1}{n^2}\left(\sum_{i=1}^{n}X_i-n\mu\right)^2=\frac{1}{n^2}\left(\sum_{i=1}^{n}X_i-\sum_{i=1}^{n}\mu\right)^2 \\
&= \frac{1}{n^2}\left[\sum_{j=1}^{n}\left(X_j-\mu\right)^2+\sum_{j=2}^{n}\sum_{k=1}^{j-1}\left(X_j-\mu\right)\left(X_k-\mu\right)\right]
\end{aligned}
$$

Akan dicari nilai dari $-2\dfrac{n}{(n-1)^2}\sum_{i=1}^{n}\text{cov}\left[\left(X_i-\mu\right)^2,\left(\bar{X}-\mu\right)^2\right]$ sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
&-2\frac{n}{(n-1)^2}\sum_{i=1}^{n}\text{cov}\left[\left(X_i-\mu\right)^2,\left(\bar{X}-\mu\right)^2\right]\\
&=-2\frac{n}{(n-1)^2}\sum_{i=1}^{n}\text{cov}\left[\left(X_i-\mu\right)^2,\frac{1}{n^2}\left[\sum_{j=1}^{n}\left(X_j-\mu\right)^2+\sum_{j=2}^{n}\sum_{k=1}^{j-1}\left(X_j-\mu\right)\left(X_k-\mu\right)\right]\right]\\
&=-2\frac{1}{n(n-1)^2}\sum_{i=1}^{n}\text{cov}\left[\left(X_i-\mu\right)^2,\left(\sum_{j=1}^{n}\left(X_j-\mu\right)^2+\sum_{j=2}^{n}\sum_{k=1}^{j-1}\left(X_j-\mu\right)\left(X_k-\mu\right)\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&=-2\frac{1}{n(n-1)^2}\sum_{i=1}^{n}\left[\text{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\sum_{j=1}^{n}\left(X_j-\mu\right)^2\right)+\text{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\sum_{j=2}^{n}\sum_{k=1}^{j-1}\left(X_j-\mu\right)\left(X_k-\mu\right)\right)\right]\\
&=-2\frac{1}{n(n-1)^2}\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{j=1}^{n}\text{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\left(X_j-\mu\right)^2\right)+\sum_{j=2}^{n}\sum_{k=1}^{j-1}\text{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\left(X_j-\mu\right)\left(X_k-\mu\right)\right)\right]
\end{aligned}
$$

Ketika $i=j$, maka:

$$
\begin{aligned}
\text{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\left(X_j-\mu\right)^2\right)&=\text{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\left(X_i-\mu\right)^2\right)\\
&=\text{var}\left[\left(X_i-\mu\right)^2\right]\\
&=E\left[\left(X_i-\mu\right)^2\right]-\left[E\left(X_i-\mu\right)^2\right]^2\\
&=\sigma^4\kappa_X-\sigma^4\\
&=\sigma^4\left(\kappa_X-1\right)
\end{aligned}
$$

dengan,

$$\kappa_X=\frac{E\left[\left(X_i-\mu\right)^4\right]}{\sigma^4}.$$

sehingga,

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\text{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\left(X_j-\mu\right)^2\right)=\sum_{i=1}^{n}\text{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\left(X_i-\mu\right)^2\right)+\sum_{i\neq j}^{n}\sum_{j=1}^{n}\text{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\left(X_j-\mu\right)^2\right)$$

karena X_i iid (*identically independent distribution*), maka:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\operatorname{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\left(X_j-\mu\right)^2\right)=\sum_{i=1}^{n}\operatorname{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\left(X_i-\mu\right)^2\right)+\sum_{i\neq j}^{n}\sum_{j=1}^{n}\operatorname{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\left(X_j-\mu\right)^2\right)$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\operatorname{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\left(X_i-\mu\right)^2\right)+0=\sum_{i=1}^{n}\operatorname{var}\left(X_i-\mu\right)^2$$

$$=n\sigma^4\left(\kappa_X-1\right)$$

karena antara $X_i, X_j,$ dan X_k pasti selalu ada satu X_i yang beda dan X_i iid (*identically independent distribution*), maka

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=2}^{n}\sum_{k=1}^{j-1}\operatorname{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\left(X_j-\mu\right)\left(X_k-\mu\right)\right)=0$$

Jadi, nilai dari $-2\frac{n}{\left(n-1\right)^2}\sum_{i=1}^{n}\operatorname{cov}\left[\left(X_i-\mu\right)^2,\left(\bar{X}-\mu\right)^2\right]$ adalah:

$$-2\frac{n}{\left(n-1\right)^2}\sum_{i=1}^{n}\operatorname{cov}\left[\left(X_i-\mu\right)^2,\left(\bar{X}-\mu\right)^2\right]$$

$$=-2\frac{1}{n\left(n-1\right)^2}\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{i=1}^{n}\operatorname{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\left(X_i-\mu\right)^2\right)+\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=1}^{i-1}\operatorname{cov}\left(\left(X_i-\mu\right)^2,\left(X_i-\mu\right)\left(X_j-\mu\right)\right)\right]$$

$$=-2\frac{1}{n\left(n-1\right)^2}\left(n\sigma^4\left(\kappa_X-1\right)+0\right)$$

$$=-2\frac{1}{\left(n-1\right)^2}\sigma^4\left(\kappa_X-1\right)$$

didapat:

$$\operatorname{var}\left(S^2\right)=\frac{\sigma^4}{\left(n-1\right)^2}\left[n\left(\kappa_X-1\right)+\left(\kappa_{\bar{X}}-1\right)\right]-2\frac{n}{\left(n-1\right)^2}\sum_{i=1}^{n}\operatorname{cov}\left[\left(X_i-\mu\right)^2,\left(\bar{X}-\mu\right)^2\right]$$

$$=\frac{\sigma^4}{\left(n-1\right)^2}\left[n\left(\kappa_X-1\right)+\left(\kappa_{\bar{X}}-1\right)\right]-2\frac{1}{\left(n-1\right)^2}\sigma^4\left(\kappa_X-1\right)$$

$$\operatorname{var}\left(S^2\right)=\frac{\sigma^4}{\left(n-1\right)^2}\left[n\left(\kappa_X-1\right)+\left(\kappa_{\bar{X}}-1\right)\right]-2\frac{1}{\left(n-1\right)^2}\sigma^4\left(\kappa_X-1\right)$$

$$=\frac{\sigma^4}{\left(n-1\right)^2}\left[n\left(\kappa_X-1\right)+\left(\kappa_{\bar{X}}-1\right)-2\left(\kappa_X-1\right)\right]$$

$$=\frac{\sigma^4}{\left(n-1\right)^2}\left[\left(\kappa_{\bar{X}}-1\right)-\left(n-2\right)\left(\kappa_X-1\right)\right]$$

Perhatikan:

$$E\left[\left(\sum_{i=1}^{n}X_i-\mu_{\sum_{i=1}^{n}X_i}\right)^4\right]=E\left[\left(\sum_{i=1}^{n}X_i-E\left(\sum_{i=1}^{n}X_i\right)\right)^4\right]=E\left[\left(\sum_{i=1}^{n}X_i-\sum_{i=1}^{n}\mu\right)^4\right],$$

$$=E\left[\left(\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu\right)\right)^4\right]$$

sementara:

$$\left[\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu\right)\right]^4=\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\mu\right)^4+\Pi\left[\left(X_1-\mu\right),\left(X_2-\mu\right),\ldots,\left(X_n-\mu\right)\right],$$

dengan $\Pi\left[\left(X_1-\mu\right),\left(X_2-\mu\right),\ldots,\left(X_n-\mu\right)\right]$ adalah polinomial dengan suku-sukunya adalah:

$\left(X_i-\mu\right)\left(X_j-\mu\right)\left(X_k-\mu\right)\left(X_l-\mu\right)$, $\left(X_i-\mu\right)\left(X_j-\mu\right)\left(X_k-\mu\right)^2$,

$\left(X_i-\mu\right)^2\left(X_j-\mu\right)^2$,

dan $\left(X_i-\mu\right)\left(X_j-\mu\right)^3$ $;i\neq j\neq k\neq l;\ \ i,j,k,l=1,2,\ldots,n.$

Karena $X_1,X_2,\ldots,X_n$ *mutually independen* dan identik*t*, maka ekspektasi dari $\left(X_i-\mu\right)\left(X_j-\mu\right)\left(X_k-\mu\right)\left(X_l-\mu\right)$, $\left(X_i-\mu\right)\left(X_j-\mu\right)\left(X_k-\mu\right)^2$, dan $\left(X_i-\mu\right)\left(X_j-\mu\right)^3$ $;i\neq j\neq k\neq l;\ \ i,j,k,l=1,2,\ldots,n$ akan sama dengan 0 [perhatikan: $E(X_i-\mu)=E(X_i)-\mu=\mu-\mu=0$] sementara $E\left[(X_i-\mu)^2\right]$ adalah definisi variansi yang nilainya belum tentu nol.

Sehingga,

$$
\begin{aligned}
E\left[\Pi\left\{(X_1-\mu),(X_2-\mu),\dots,(X_n-\mu)\right\}\right] &= \sum_{i=2}^{n}\sum_{j=1}^{i-1} E\left[(X_i-\mu)^2 (X_j-\mu)^2\right] \\
&= \sum_{i=2}^{n}\sum_{j=1}^{i-1} E\left[(X_i-\mu)^2\right] E\left[(X_j-\mu)^2\right] \\
&= \binom{n}{2}\sigma^4 = \frac{n(n-1)}{2}\sigma^4
\end{aligned}
$$

Dengan demikian:

$$
\begin{aligned}
E\left[\left(\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)\right)^4\right] &= \sum_{i=1}^{n} E\left[(X_i-\mu)^4\right] + E\left(\Pi\left[(X_1-\mu),(X_2-\mu),\dots,(X_n-\mu)\right]\right) \\
&= \sum_{i=1}^{n} E\left[(X_i-\mu)^4\right] + \frac{n(n-1)}{2}\sigma^4
\end{aligned}
$$

Jadi,

$$
\begin{aligned}
E\left[\left(\sum_{i=1}^{n} X_i - \mu_{\sum_{i=1}^{n} X_i}\right)^4\right] &= E\left[\left(\sum_{i=1}^{n} X_i - E\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\right)^4\right] = E\left[\left(\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)\right)^4\right] \\
&= \sum_{i=1}^{n} E\left[(X_i-\mu)^4\right] + \frac{n(n-1)}{2}\sigma^4 \\
&= \sum_{i=1}^{n}\left(\sigma^4\kappa_X\right) + \frac{n(n-1)}{2}\sigma^4 = n\sigma^4\kappa_X + \frac{n(n-1)}{2}\sigma \\
&= n\sigma^4\left(\kappa_X + \frac{n-1}{2}\right)
\end{aligned}
$$

Dimana sebelumnya telah diketahui:

$$E\left[(X-\mu)^4\right] = \sigma^4\kappa_X,$$

dengan,

$$\kappa_X = \frac{E\left[(X-\mu)^4\right]}{\sigma^4}.$$

karena $X_1, X_2, ..., X_n$ *mutually independent* dan identik, maka:

$$\operatorname{var}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \operatorname{var}(X_i) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{i\neq j}^{n} \operatorname{cov}(X_i, X_j) = \sum_{i=1}^{n} \operatorname{var}(X_i) = n\sigma^2,$$

Telah diketahui sebelumnya:

$$\kappa_X = \frac{E\left[(X-\mu)^4\right]}{\sigma^4} = \frac{E\left[(X-\mu)^4\right]}{\left[\operatorname{var}(X)\right]^2}$$

$$E\left[\left(\sum_{i=1}^{n} X_i - E\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\right)^4\right] = n\sigma^4\left(\kappa_X + \frac{n-1}{2}\right)$$

sehingga:

$$\kappa_{\sum_{i=1}^{n} X_i} = \frac{E\left[\left(\sum_{i=1}^{n} X_i - \mu_{\sum_{i=1}^{n} X_i}\right)^4\right]}{\left[\operatorname{var}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\right]^2} = \frac{E\left[\left(\sum_{i=1}^{n} X_i - E\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\right)^4\right]}{\left[\operatorname{var}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\right]^2} = \frac{n\sigma^4\left(\kappa_X + \frac{n-1}{2}\right)}{\left[n\sigma^2\right]^2}.$$

$$= \frac{1}{n^2}\frac{n\sigma^4\left(\kappa_X + \frac{n-1}{2}\right)}{\sigma^4} = \frac{\kappa_X}{n} + \frac{n-1}{2n}$$

Selain itu, dapat diketahui:

$$\kappa_{\frac{1}{n}X} = \frac{E\left[\left(\frac{1}{n}X - \frac{1}{n}\mu\right)^4\right]}{\sigma^4 / n^4} = \frac{n^4}{n^4}\frac{E\left[(X-\mu)^4\right]}{\sigma^4} = \frac{E\left[(X-\mu)^4\right]}{\sigma^4} = \kappa_X .$$

Karena $\kappa_{\frac{1}{n}X} = \kappa_X$ sehingga dengan cara yang similar didapat $\kappa_{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i} = \kappa_{\sum_{i=1}^{n} X_i}$, jadi:

$$\kappa_{\bar{X}} = \kappa_{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i} = \kappa_{\sum_{i=1}^{n} X_i} = \frac{\kappa_X}{n} + \frac{n-1}{2n}.$$

Akibatnya:

$$\begin{aligned}\operatorname{var}\left(S^2\right) &= \frac{\sigma^4}{(n-1)^2}\left[\left(\kappa_{\bar{X}}-1\right)-(n-2)\left(\kappa_X-1\right)\right]\\ &= \frac{\sigma^4}{(n-1)^2}\left[\left(\frac{\kappa_X}{n}+\frac{n-1}{2n}-1\right)-(n-2)\left(\kappa_X-1\right)\right].\\ &= \frac{\sigma^4}{(n-1)^2}\left[\frac{\kappa_X}{n}+\frac{n-1}{2n}-(n-2)\left(\kappa_X-1\right)-1\right]\end{aligned}$$

Berdasarkan pertidaksamaan Chebyshev, yaitu

$$Pr\left(|S^2-\sigma^2| \geq k\sqrt{var(S^2)}\right) \leq \frac{1}{k^2}$$

$$Pr\left(|S^2-\sigma^2| \geq k\frac{\sigma^2}{n-1}\sqrt{\left[\frac{\kappa_X}{n}+\frac{n-1}{2n}-(n-2)\left(\kappa_X-1\right)-1\right]}\right) \leq \frac{1}{k^2}$$

Ambil $k = \dfrac{\varepsilon(n-1)}{\sigma^2\sqrt{\left[\frac{\kappa_X}{n}+\frac{n-1}{2n}-(n-2)\left(\kappa_X-1\right)-1\right]}}$, dimana $\kappa_X = \frac{E[(X_i-\mu)^4]}{\sigma^4}$ sehingga

$$\begin{aligned}Pr(|S^2-\sigma^2| \geq \varepsilon) &\leq \frac{\sigma^4\left[\frac{\kappa_X}{n}+\frac{n-1}{2n}-(n-2)\left(\kappa_X-1\right)-1\right]}{\varepsilon^2(n-1)^2}\\ &= \frac{\sigma^4}{\varepsilon^2(n-1)^2}\left[\frac{\kappa_X}{n}+\frac{n-1}{2n}-(n-2)\left(\kappa_X-1\right)-1\right]\end{aligned}$$

$$\lim_{n\to\infty} Pr(|S^2-\sigma^2| \geq \varepsilon) \leq \lim_{n\to\infty}\frac{\sigma^4}{\varepsilon^2(n-1)^2}\left[\frac{\kappa_X}{n}+\frac{n-1}{2n}-(n-2)\left(\kappa_X-1\right)-1\right]$$

$$\lim_{n\to\infty} Pr(|S^2-\sigma^2| \geq \varepsilon) \leq 0$$

Karena diketahui nilai $Pr(|S^2-\sigma^2| \geq \varepsilon) \geq 0$ sementara diperoleh

$\lim_{n\to\infty} Pr(|S^2-\sigma^2| \geq \varepsilon) \leq 0$, maka:

$$\lim_{n\to\infty} Pr(|S^2-\sigma^2| \geq \varepsilon) = 0$$

Terbukti S^2 adalah penaksir yang konsisten dari σ^2.

Jadi dengan cara yang sama, dimana $\widehat{\sigma_{X_a}}^2$ (variansi sampel untuk skor pengamatan item a) dan $\widehat{\sigma_X^2}$ (variansi sampel untuk total skor item), yakni:

$\widehat{\sigma_{X_a}^2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_{ia} - \overline{X_{.a}})^2$ dan $\widehat{\sigma_X^2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_{.i} - \bar{X}_{..})^2$

Lalu dengan berdasarkan penjelasan tentang konsistensi variansi sampel S^2 sebelumnya, dimana $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ sebagai variansi sampel untuk menaksir variansi populasi σ^2, maka terbukti bahwa:

$\widehat{\sigma_{X_a}}^2$ penaksir yang konsisten dari $\sigma_{X_a}^2$ dan $\widehat{\sigma_X^2}$ penaksir yang konsisten dari σ_X^2.

Sebelum membuktikan penaksir yang konsisten dari parameter yang diperhatikan, diperlukan beberapa definisi dan teorema-teoremakonvergen probabilitas yang akan dibuktikan untuk mendukung dalam pembuktian penaksir yang konsisten dari parameter-parameter yang diperhatikan.

Definisi Misalkan $f(x,y)$ adalah fungsi dua variabel bernilai real, f dikatakan kontinu di (a,b) jika dan hanya jika $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0$ sedemikian sehingga jika $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} < \delta$ maka $|f(x,y) - f(a,b)| < \varepsilon$.

Definisi Suatu barisan vektor random $((X_n, Y_n))$ dikatakan konvergen secara probabilitas ke (X,Y) jika dan hanya jika $\forall \varepsilon > 0$ berlaku

$$\lim_{n\to\infty} \Pr\left(\sqrt{(X_n - X)^2 + (Y_n - Y)^2} < \varepsilon\right) = 1 \quad \text{atau}$$

$$\lim_{n\to\infty} \Pr\left(\sqrt{(X_n - X)^2 + (Y_n - Y)^2} \geq \varepsilon\right) = 0$$

Teorema 1 Misalkan $X_n \xrightarrow{P} c$, jika $f(x)$ adalah fungsi kontinu di x = c, maka $f(X_n) \xrightarrow{P} f(c)$

Bukti Berdasarkan definisi fungsi kontinu, $\forall \varepsilon > 0 \; \exists \delta > 0$ sedemikian sehingga jika $|X_n - c| < \delta$ maka $|f(X_n) - f(c)| < \varepsilon$.

Misalkan: A adalah kejadian $|X_n - c| < \delta$

B adalah kejadian $|f(X_n) - f(c)| < \varepsilon$

Jika berlaku A maka B (jika A terjadi, kejadian B pasti terjadi), sehingga $P(B \mid A) = 1$

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B \mid A^c)P(A^c) + P(B \mid A)P(A) \\ &= P(B \mid A^c)P(A^c) + P(A) \geq P(A) \end{aligned}$$

$\therefore P(B) \geq P(A)$

sehingga $\Pr\left(|f(X_n) - f(c)| < \varepsilon\right) \geq \Pr\left(|X_n - c| < \delta\right)$

dengan mengambil limit,

$$\lim_{n\to\infty} \Pr\left(|f(X_n) - f(c)| < \varepsilon\right) \geq \lim_{n\to\infty} \Pr\left(|X_n - c| < \delta\right)$$

Karena $X_n \xrightarrow{P} c$ diperoleh $\lim_{n\to\infty} \Pr\left(|X_n - c| < \delta\right) = 1$

sehingga,

$$\lim_{n\to\infty} \Pr\left(|f(X_n) - f(c)| < \varepsilon\right) \geq 1$$

Tetapi karena probabilitas tidak mungkin lebih besar dari 1 atau
$\Pr\left(\left|f\left(X_n\right)-f\left(c\right)\right|<\varepsilon\right)>1$ maka:

$$\lim_{n\to\infty}\Pr\left(\left|f\left(X_n\right)-f\left(c\right)\right|<\varepsilon\right)=1.$$

Jadi, $f\left(X_n\right)\xrightarrow{P} f\left(c\right)$. QED

Teorema 2 Misalkan $\left(X_n\right)$ dan $\left(Y_n\right)$ adalah dua buah barisan variabel *random*. Jika $X_n \xrightarrow{P} a$ dan $Y_n \xrightarrow{P} b$, maka $\left(X_n, Y_n\right)\xrightarrow{P}\left(a,b\right)$. Dengan kata lain, barisan vektor random $\left(\left(X_n, Y_n\right)\right)$ konvergen secara probabilitas ke $\left(a,b\right)$.

Bukti Dengan ketaksamaan segitiga di $\mathbb{R}^2$ (ruang dimensi 2), diketahui bahwa

$$\sqrt{\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2}\le\sqrt{\left(x-a\right)^2}+\sqrt{\left(y-b\right)^2}=\left|x-a\right|+\left|y-b\right|.$$

Sehingga, jika $\sqrt{\left(X_n-a\right)^2+\left(Y_n-b\right)^2}\ge\varepsilon$, maka berlaku $\left|X_n-a\right|+\left|Y_n-b\right|\ge\varepsilon$.

Misalkan: A adalah kejadian $\sqrt{\left(X_n-a\right)^2+\left(Y_n-b\right)^2}\ge\varepsilon$

B adalah kejadian $\left|X_n-a\right|+\left|Y_n-b\right|\ge\varepsilon$

Jika berlaku A maka B (jika A terjadi, kejadian B pasti terjadi), sehingga $P\left(B\mid A\right)=1$

$$\begin{aligned}P\left(B\right)&=P\left(B\mid A^c\right)P\left(A^c\right)+P\left(B\mid A\right)P\left(A\right)\\&=P\left(B\mid A^c\right)P\left(A^c\right)+P\left(A\right)\ge P\left(A\right)\end{aligned}$$

$$\therefore P\left(B\right)\ge P\left(A\right)$$

sehingga $\Pr\left(\sqrt{\left(X_n-a\right)^2+\left(Y_n-b\right)^2}\ge\varepsilon\right)\le\Pr\left(\left|X_n-a\right|+\left|Y_n-b\right|\ge\varepsilon\right)$

Diketahui:

$$\text{jika } |X_n - a| + |Y_n - b| \geq \varepsilon \text{ maka } |X_n - a| \geq \frac{\varepsilon}{2} \text{ atau } |Y_n - b| \geq \frac{\varepsilon}{2}.$$

Misalkan: B adalah kejadian $|X_n - a| + |Y_n - b| \geq \varepsilon$

C adalah kejadian $|X_n - a| \geq \frac{\varepsilon}{2}$ atau $|Y_n - b| \geq \frac{\varepsilon}{2}$

Jika berlaku B maka C (jika B terjadi, kejadian C pasti terjadi), sehingga $P(C \mid B) = 1$

$$\begin{aligned} P(C) &= P(C \mid B^c)P(B^c) + P(C \mid B)P(B) \\ &= P(C \mid B^c)P(B^c) + P(B) \geq P(B) \end{aligned}$$

$\therefore P(C) \geq P(B)$

sehingga $\Pr\left(|X_n - a| + |Y_n - b| \geq \varepsilon\right) \leq \Pr\left(|X_n - a| \geq \frac{\varepsilon}{2} \, atau \, |Y_n - b| \geq \frac{\varepsilon}{2}\right)$

karena telah diketahui: $\Pr\left(\sqrt{(X_n - a)^2 + (Y_n - b)^2} \geq \varepsilon\right) \leq \Pr\left(|X_n - a| + |Y_n - b| \geq \varepsilon\right)$

dan $\Pr\left(|X_n - a| + |Y_n - b| \geq \varepsilon\right) \leq \Pr\left(|X_n - a| \geq \frac{\varepsilon}{2} \, atau \, |Y_n - b| \geq \frac{\varepsilon}{2}\right)$

maka:

$$\begin{aligned} \Pr\left(\sqrt{(X_n - a)^2 + (Y_n - b)^2} \geq \varepsilon\right) &\leq \Pr\left(|X_n - a| + |Y_n - b| \geq \varepsilon\right) \\ &\leq \Pr\left(|X_n - a| \geq \frac{\varepsilon}{2} \, atau \, |Y_n - b| \geq \frac{\varepsilon}{2}\right). \end{aligned}$$

Dengan sifat probabilitas dan pertaksamaan, akan didapatkan:

$$\Pr\left(\sqrt{(X_n-a)^2+(Y_n-b)^2}\geq\varepsilon\right)\leq\Pr\left(|X_n-a|\geq\frac{\varepsilon}{2}\, atau\, |Y_n-b|\geq\frac{\varepsilon}{2}\right)$$
$$\leq\Pr\left(|X_n-a|\geq\frac{\varepsilon}{2}\right)+\Pr\left(|Y_n-b|\geq\frac{\varepsilon}{2}\right).$$

Dengan mengambil limit, maka:

$$\lim_{n\to\infty}\Pr\left(\sqrt{(X_n-a)^2+(Y_n-b)^2}\geq\varepsilon\right)\leq\lim_{n\to\infty}\Pr\left(|X_n-a|\geq\frac{\varepsilon}{2}\right)+\lim_{n\to\infty}\Pr\left(|Y_n-b|\geq\frac{\varepsilon}{2}\right)$$

Berdasarkan definisi $X_n\xrightarrow{P}a$ dan $Y_n\xrightarrow{P}b$, maka $\forall\varepsilon>0$ berlaku

$$\lim_{n\to\infty}\Pr\left(|X_n-a|\geq\frac{\varepsilon}{2}\right)+\lim_{n\to\infty}\Pr\left(|Y_n-b|\geq\frac{\varepsilon}{2}\right)=0.$$

Karena,

$$\lim_{n\to\infty}\Pr\left(\sqrt{(X_n-a)^2+(Y_n-b)^2}\geq\varepsilon\right)\leq\lim_{n\to\infty}\Pr\left(|X_n-a|\geq\frac{\varepsilon}{2}\right)+\lim_{n\to\infty}\Pr\left(|Y_n-b|\geq\frac{\varepsilon}{2}\right)$$

dimana:

$$\lim_{n\to\infty}\Pr\left(|X_n-a|\geq\frac{\varepsilon}{2}\right)+\lim_{n\to\infty}\Pr\left(|Y_n-b|\geq\frac{\varepsilon}{2}\right)=0$$

maka,

$$\lim_{n\to\infty}\Pr\left(\sqrt{(X_n-a)^2+(Y_n-b)^2}\geq\varepsilon\right)\leq 0$$

Namun, karena probabilitas tidak mungkin lebih kecil dari 0, maka

$$\lim_{n\to\infty}\Pr\left(\sqrt{(X_n-a)^2+(Y_n-b)^2}\geq\varepsilon\right)=0.$$

Disimpulkan $(X_n,Y_n)\xrightarrow{P}(a,b)$. QED

Teorema 3 Misalkan $X_n \xrightarrow{P} a$ dan $Y_n \xrightarrow{P} b$ dimana (X_n) dan (Y_n) adalah dua buah barisan variabel random. Jika $f(u,v)$ fungsi kontinu di $(u,v)=(a,b)$, maka $f(X_n,Y_n) \xrightarrow{P} f(a,b)$.

Bukti Dengan Teorema 2, diketahui bahwa $(X_n,Y_n) \xrightarrow{P} (a,b)$. Kemudian, dengan definisi kekontinuan fungsi dua variabel, $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta > 0$ sedemikian sehingga jika $\sqrt{(X_n - a)^2 + (Y_n - b)^2} < \delta$ maka $\left| f(X_n,Y_n) - f(a,b) \right| < \varepsilon$.

Misalkan: *A* kejadian $\sqrt{(X_n - a)^2 + (Y_n - b)^2} < \delta$

B kejadian $\left| f(X_n,Y_n) - f(a,b) \right| < \varepsilon$

Jika berlaku *A* maka *B*, sehingga $P(B \mid A) = 1$

$$
\begin{aligned}
P(B) &= P(B \mid A^C)P(A^C) + P(B \mid A)P(A) \\
&= P(B \mid A^C)P(A^C) + P(A) \geq P(A)
\end{aligned}
$$

$\therefore P(B) \geq P(A)$

maka $\Pr\left(\left| f(X_n,Y_n) - f(a,b) \right| < \varepsilon \right) \geq \Pr\left(\sqrt{(X_n - a)^2 + (Y_n - b)^2} < \delta \right)$.

Dengan mengambil limit,

$$\lim_{n\to\infty} \Pr(|f(X_n,Y_n) - f(a,b)| < \varepsilon) \geq \lim_{n\to\infty} \Pr\left(\sqrt{(X_n - a)^2 - (Y_n - b)^2} < \delta \right)$$

dan karena $(X_n,Y_n) \xrightarrow{P} (a,b)$, diperoleh:

$$\lim_{n\to\infty} \Pr\left(\sqrt{(X_n - a)^2 - (Y_n - b)^2} < \delta \right) = 1$$

sehingga,

$$\lim_{n\to\infty} \Pr(|f(X_n,Y_n) - f(a,b)| < \varepsilon) \geq 1$$

Tetapi karena probabilitas tidak mungkin lebih besar dari 1, maka

$$\lim_{n\to\infty} \Pr\left(\left|f\left(X_n,Y_n\right) - f\left(a,b\right)\right| < \varepsilon\right) = 1.$$

Jadi, $f\left(X_n,Y_n\right) \xrightarrow{P} f\left(a,b\right)$. QED

Corollary 4 Misalkan $\left(X_n\right)$ dan $\left(Y_n\right)$ adalah dua buah barisan variabel random dan k adalah konstanta real.

Jika $X_n \xrightarrow{P} a$ dan $Y_n \xrightarrow{P} b$, maka

$X_n + k \xrightarrow{P} a + k$, $kX_n \xrightarrow{P} ka$, $X_n + Y_n \xrightarrow{P} a + b$, $X_nY_n \xrightarrow{P} ab$,

$\dfrac{1}{X_n} \xrightarrow{P} \dfrac{1}{a}$ (dengan $\Pr(X_n = 0) = 0, \forall n \in \mathbb{N}$),

$\dfrac{X_n}{Y_n} \xrightarrow{P} \dfrac{a}{b}$ (dengan $\Pr(Y_n = 0) = 0, \forall n \in \mathbb{N}$), dan $X_n^k \xrightarrow{P} a^k$.

Bukti Diketahui $X_n \xrightarrow{P} a$, diketahui bahwa penjumlahan dengan konstanta merupakan fungsi kontinu, sehingga dengan menggunakan Teorema 1 didapat $X_n + k \xrightarrow{P} a + k$, selain itu diketahui bahwa perkalian dengan konstanta merupakan fungsi kontinu satu variabel, sehingga dengan menggunakan Teorema 1 didapat $kX_n \xrightarrow{P} ka$, diketahui bahwa *invers* dengan pembagi yang tidak nol merupakan fungsi kontinu satu variabel, sehingga dengan menggunakan Teorema 1 didapat $\dfrac{1}{X_n} \xrightarrow{P} \dfrac{1}{a}$ (dengan $\Pr(X_n = 0) = 0, \forall n \in \mathbb{N}$), dan pemangkatan adalah fungsi kontinu satu variabel, sehingga dengan menggunakan Teorema 1 didapat

$X_n^k \xrightarrow{P} a^k$. Selain itu, diketahui $X_n \xrightarrow{P} a$ dan $Y_n \xrightarrow{P} b$, seperti yang diketahui penjumlahan dua variabel merupakan fungsi kontinu dua variabel, sehingga dengan menggunakan Teorema 3 didapatkan $X_n + Y_n \xrightarrow{P} a+b$, selain itu juga diketahui bahwa perkalian dua variabel merupakan fungsi kontinu dua variabel, sehingga dengan menggunakan Teorema 3 didapatkan $X_n Y_n \xrightarrow{P} ab$, dan juga diketahui bahwa pembagian satu variabel dengan variabel lainnya adalah fungsi kontinu dua variabel, sehingga dengan menggunakan Teorema 3 didapat $\frac{X_n}{Y_n} \xrightarrow{P} \frac{a}{b}$ (dengan $\Pr(Y_n = 0) = 0, \forall n \in \mathbb{N}$).

Selanjutnya akan dibuktikan:

2. Akan dibuktikan $\hat{R}$ penaksir yang konsisten dari R.

Bukti:

Diketahui: $\hat{R} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{a=1}^{k} \widehat{\sigma_{X_a}^2}}{\widehat{\sigma_X^2}}\right)$ dan $R = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{a=1}^{k} \sigma_{X_a}^2}{\sigma_X^2}\right)$

Telah dibuktikan sebelumnya bahwa:

$\widehat{\sigma_{X_a}^2}$ penaksir yang konsisten dari $\sigma_{X_a}^2$ artinya $\widehat{\sigma_{X_a}^2} \xrightarrow{P} \sigma_{X_a}^2$ dan

$\widehat{\sigma_X^2}$ penaksir yang konsisten dari σ_X^2 artinya $\widehat{\sigma_X^2} \xrightarrow{P} \sigma_X^2$.

Sehingga berdasarkan *corollary* 4, maka

$\sum_{a=1}^{k} \widehat{\sigma_{X_a}^2} \xrightarrow{P} \sum_{a=1}^{k} \sigma_{X_a}^2$ dan $\sum_{a=1}^{k} \widehat{\sigma_X^2} \xrightarrow{P} \sum_{a=1}^{k} \sigma_X^2$

$$\frac{\sum_{a=1}^{k} \widehat{\sigma_{X_a}^2}}{\widehat{\sigma_X^2}} \xrightarrow{P} \frac{\sum_{a=1}^{k} \sigma_{X_a}^2}{\sigma_X^2}$$

$$1-\frac{\sum_{a=1}^{k}\widehat{\sigma_{X_a}^2}}{\widehat{\sigma_X^2}}\xrightarrow{P}1-\frac{\sum_{a=1}^{k}\sigma_{X_a}^2}{\sigma_X^2}$$

$$\frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum_{a=1}^{k}\widehat{\sigma_{X_a}^2}}{\widehat{\sigma_X^2}}\right)\xrightarrow{P}\frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum_{a=1}^{k}\sigma_{X_a}^2}{\sigma_X^2}\right)$$

dimana 1 dan $\frac{k}{k-1}$ adalah konstanta.

Karena

$$\hat{R}=\frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum_{a=1}^{k}\widehat{\sigma_{X_a}^2}}{\widehat{\sigma_X^2}}\right)\xrightarrow{P}\frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum_{a=1}^{k}\sigma_{X_a}^2}{\sigma_X^2}\right)=R$$

Maka $\hat{R}\xrightarrow{P}R$ artinya $\hat{R}$ konvergen secara probabilitas ke R.

Jadi, $\hat{R}$ penaksir yang konsisten dari R.

3. Akan dibuktikan Y_l penaksir yang konsisten dari $\boldsymbol{Y_l}$.

Bukti:

Diketahui: $Y_l=\left(1-\widehat{R_l}\right)^{\frac{1}{3}}$ dan $\boldsymbol{Y_l}=(1-R_l)^{\frac{1}{3}}$

Telah dibuktikan sebelumnya bahwa $\hat{R}$ penaksir yang konsisten dari$R$.

Karena $\widehat{R_l}$ adalah $\hat{R}$ pada penelitian ke-*l* dan R_l adalah R pada penelitian ke-*l*.

Jadi, $\widehat{R_l}\xrightarrow{P}R_l$

Sehingga berdasarkan *corollary* 4, maka

$$1-\widehat{R_l}\xrightarrow{P}1-R_l$$

$$\left(1-\widehat{R_l}\right)^{\frac{1}{3}}\xrightarrow{P}(1-R_l)^{\frac{1}{3}}$$

Maka $Y_l \xrightarrow{P} \boldsymbol{Y_l}$ artinya Y_l konvergen secara probabilitas ke $\boldsymbol{Y_l}$.

Jadi, Y_l penaksir yang konsisten dari $\boldsymbol{Y_l}$.

4. Akan dibuktikan $\hat{\sigma}$ penaksir yang konsisten dari σ.

Bukti:

Diketahui: $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{18k(n-1)(1-\hat{R})^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n-11)^2}}$ dan $\sigma = \sqrt{\frac{18k(n-1)(1-R)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n-11)^2}}$

Telah diketahui sebelumnya bahwa $\hat{R}$ penaksir yang konsisten dari R.

Sehingga berdasarkan *corollary* 4, maka

$$1-\hat{R} \xrightarrow{P} 1-R$$

$$(1-\hat{R})^{\frac{2}{3}} \xrightarrow{P} (1-R)^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{18k(n-1)}{(k-1)(9n-11)^2}(1-\hat{R})^{\frac{2}{3}} \xrightarrow{P} \frac{18k(n-1)}{(k-1)(9n-11)^2}(1-R)^{\frac{2}{3}}$$

dimana $\frac{18k(n-1)}{(k-1)(9n-11)^2}$ adalah konstanta.

$$\sqrt{\frac{18k(n-1)}{(k-1)(9n-11)^2}(1-\hat{R})^{\frac{2}{3}}} \xrightarrow{P} \sqrt{\frac{18k(n-1)}{(k-1)(9n-11)^2}(1-R)^{\frac{2}{3}}}$$

Karena

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{18k(n-1)}{(k-1)(9n-11)^2}(1-\hat{R})^{\frac{2}{3}}} \xrightarrow{P} \sqrt{\frac{18k(n-1)}{(k-1)(9n-11)^2}(1-R)^{\frac{2}{3}}} = \sigma$$

Maka $\hat{\sigma} \xrightarrow{P} \sigma$ artinya $\hat{\sigma}$ konvergen secara probabilitas ke σ.

Jadi, $\hat{\sigma}$ penaksir yang konsisten dari σ.

5. Akan dibuktikan v_l penaksir yang konsisten dari σ_l^2.

Bukti:

Diketahui: $v_l = \frac{18k(n_l-1)\left(1-\widehat{R_l}\right)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)(9n_l-11)^2}$ dan $\sigma_l^2 = \frac{18k(n_l-1)(1-R_l)^{\frac{2}{3}}}{(k-1)\left(9n_l-11\right)^2}$

Telah diketahui sebelumnya bahwa $\widehat{R_l}$ penaksir yang konsisten dari R_l.

Sehingga berdasarkan *corollary* 4, maka

$$1-\widehat{R_l} \xrightarrow{P} 1-R_l$$

$$\left(1-\widehat{R_l}\right)^{\frac{2}{3}} \xrightarrow{P} (1-R_l)^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{18k(n_l-1)}{(k-1)(9n_l-11)^2}\left(1-\widehat{R_l}\right)^{\frac{2}{3}} \xrightarrow{P} \frac{18k(n_l-1)}{(k-1)(9n_l-11)^2}(1-R_l)^{\frac{2}{3}}$$

dimana $\frac{18k(n_l-1)}{(k-1)(9n_l-11)^2}$ adalah konstanta.

Karena

$$v_l = \frac{18k(n_l-1)}{(k-1)(9n_l-11)^2}\left(1-\widehat{R_l}\right)^{\frac{2}{3}} \xrightarrow{P} \frac{18k(n_l-1)}{(k-1)(9n_l-11)^2}(1-R_l)^{\frac{2}{3}} = \sigma_l^2$$

Maka $v_l \xrightarrow{P} \sigma_l^2$ artinya v_l konvergen secara probabilitas ke σ_l^2.

Jadi, v_l penaksir yang konsisten dari σ_l^2.

6. Akan dibuktikan w_l penaksir yang konsisten dari W_l.

Bukti:

Diketahui: $w_l = \frac{1}{v_l}$ dan $W_l = \frac{1}{{\sigma_l}^2}$

Telah dibuktikan sebelumnya bahwa v_l penaksir yang konsisten dari σ_l^2.

Sehingga berdasarkan *corollary* 4, maka

$$\frac{1}{v_l} \xrightarrow{P} \frac{1}{{\sigma_l}^2}$$

Maka $w_l \xrightarrow{P} W_l$ artinya w_l konvergen secara probabilitas ke W_l.

Jadi, w_l penaksir yang konsisten dari W_l.

7. Akan dibuktikan $\bar{y}$ penaksir yang konsisten dari $\bar{Y}$.

Bukti:

Diketahui: $\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$ dan $\bar{Y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$

dimana $Y_l = \left(1 - \widehat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}$, $w_l = \frac{1}{v_l}$ dan $W_l = \frac{1}{{\sigma_l}^2}$

Telah dibuktikan sebelumnya bahwa w_l penaksir yang konsisten dari W_l.

Sehingga berdasarkan *corollary* 4, maka

$$\sum_{l=1}^{j} w_l \xrightarrow{P} \sum_{l=1}^{j} W_l$$

Dengan mengalikan variabel yang sama yaitu Y_l di kedua ruas, maka berdasarkan *corollary* 4 didapatkan:

$$\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l \xrightarrow{P} \sum_{l=1}^{j} W_l\, Y_l$$

Karena

$\sum_{l=1}^{j} w_l \xrightarrow{P} \sum_{l=1}^{j} W_l$ dan $\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l \xrightarrow{P} \sum_{l=1}^{j} W_l\, Y_l$

maka berdasarkan *corollary* 4 didapatkan:

$$\frac{\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l} \xrightarrow{P} \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l\, Y_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$$

Sehingga $\bar{y} \xrightarrow{P} \bar{Y}$ artinya $\bar{y}$ konvergen secara probabilitas ke $\bar{Y}$.

Jadi, $\bar{y}$ penaksir yang konsisten dari $\bar{Y}$.

8. Akan dibuktikan $\bar{y}$ penaksir yang konsisten dari $\bar{\boldsymbol{Y}}$.

Bukti:

Diketahui: $\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$ dan $\bar{\boldsymbol{Y}} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l \boldsymbol{Y}_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$

dimana $Y_l = \left(1 - \widehat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}$, $w_l = \frac{1}{v_l}$, $W_l = \frac{1}{{\sigma_l}^2}$, dan $\boldsymbol{Y_l} = (1 - R_l)^{\frac{1}{3}}$

telah dibuktikan sebelumnya bahwa:

Y_l penaksir yang konsisten dari $\boldsymbol{Y_l}$ sehingga $Y_l \xrightarrow{P} \boldsymbol{Y_l}$

w_l penaksir yang konsisten dari W_l sehingga $w_l \xrightarrow{P} W_l$

Berdasarkan *corollary* 4, maka:

$w_l Y_l \xrightarrow{P} W_l \boldsymbol{Y_l}$

$$\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l \xrightarrow{P} \sum_{l=1}^{j} W_l \boldsymbol{Y_l}$$

karena

$$\sum_{l=1}^{j} w_l \xrightarrow{P} \sum_{l=1}^{j} W_l$$

sehingga berdasarkan *corollary* 4, diperoleh:

$$\frac{\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l} \xrightarrow{P} \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l \boldsymbol{Y}_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$$

Maka $\bar{y} \xrightarrow{P} \overline{\boldsymbol{Y}}$ artinya $\bar{y}$ konvergen secara probabilitas ke $\overline{\boldsymbol{Y}}$.

Jadi, $\bar{y}$ penaksir yang konsisten dari $\overline{\boldsymbol{Y}}$.

9. Akan dibuktikan v_r penaksir yang konsisten dari σ_r^2.

Bukti:

Diketahui: $v_r = \frac{\sum_{l=1}^{j}\left[n_l (Y_l - \bar{y})^2\right]}{\sum_{l=1}^{j} n_l}$ dan $\sigma_r^2 = \frac{\sum_{l=1}^{j}[n_l(\boldsymbol{Y}_l - \overline{\boldsymbol{Y}})^2]}{\sum_{l=1}^{j} n_l}$

dimana $Y_l = \left(1 - \widehat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}$, $\boldsymbol{Y_l} = (1 - R_l)^{\frac{1}{3}}$, $\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$dan $\overline{\boldsymbol{Y}} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l \boldsymbol{Y}_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$

telah dibuktikan sebelumnya bahwa:

Y_l penaksir yang konsisten dari $\boldsymbol{Y_l}$ sehingga $Y_l \xrightarrow{P} \boldsymbol{Y_l}$

$\bar{y}$ penaksir yang konsisten dari $\overline{\boldsymbol{Y}}$ sehingga $\bar{y} \xrightarrow{P} \overline{\boldsymbol{Y}}$

Berdasarkan *corollary* 4, maka:

$$Y_l - \bar{y} \xrightarrow{P} \boldsymbol{Y_l} - \boldsymbol{\bar{Y}}$$

$$(Y_l - \bar{y})^2 \xrightarrow{P} (\boldsymbol{Y_l} - \boldsymbol{\bar{Y}})^2$$

karena n_l sebagai konstanta, sehingga berdasarkan *corollary* 4:

$$n_l(Y_l - \bar{y})^2 \xrightarrow{P} n_l(\boldsymbol{Y_l} - \boldsymbol{\bar{Y}})^2$$

$$\sum_{l=1}^{j} n_l(Y_l - \bar{y})^2 \xrightarrow{P} \sum_{\boldsymbol{l=1}}^{\boldsymbol{j}} n_l(\boldsymbol{Y_l} - \boldsymbol{\bar{Y}})^2$$

$$\frac{\sum_{l=1}^{j} n_l(Y_l - \bar{y})^2}{\sum_{l=1}^{j} n_l} \xrightarrow{P} \frac{\sum_{\boldsymbol{l=1}}^{\boldsymbol{j}} n_l(\boldsymbol{Y_l} - \boldsymbol{\bar{Y}})^2}{\sum_{l=1}^{j} n_l}$$

Maka $v_r \xrightarrow{P} \sigma_r^2$ artinya v_r konvergen secara probabilitas ke σ_r^2.

Jadi, v_r penaksir yang konsisten dari σ_r^2.

10. Akan dibuktikan w_l penaksir yang konsisten dari W_l.

Bukti:

Diketahui: $w_l = \frac{1}{v_l + v_r}$ dan $W_l = \frac{1}{{\sigma_l}^2 + {\sigma_r}^2}$

Telah dibuktikan sebelumnya bahwa

v_l penaksir yang konsisten dari σ_l^2 sehingga $v_l \xrightarrow{P} {\sigma_l}^2$

v_r penaksir yang konsisten dari σ_r^2 sehingga $v_r \xrightarrow{P} \sigma_r^2$

Berdasarkan *corollary* 4, maka

$$v_l + v_r \xrightarrow{P} {\sigma_l}^2 + {\sigma_r}^2$$

$$\frac{1}{v_l + v_r} \xrightarrow{P} \frac{1}{{\sigma_l}^2 + {\sigma_r}^2}$$

Maka $w_l \xrightarrow{P} W_l$ artinya w_l konvergen secara probabilitas ke W_l.

Jadi, w_l penaksir yang konsisten dari W_l.

11. Akan dibuktikan $\hat{R}_{gab}$ penaksir yang konsisten dari R_{gab} .

Bukti:

Diketahui: $\hat{R}_{gab} = 1 - \bar{y}^3$ dan $R_{gab} = 1 - \bar{\boldsymbol{Y}}^{\boldsymbol{3}}$

Dimana:

$\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$, dengan $Y_l = \left(1 - \hat{R}_l\right)^{\frac{1}{3}}$, $w_l = \frac{1}{v_l}$ jika $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$

$w_l = \frac{1}{v_l + v_r}$ jika $\exists\ R_l \neq R_j$; $l \neq j = 1,2,...,j$

$\bar{\boldsymbol{Y}} = \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l \boldsymbol{Y}_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$, dengan $\boldsymbol{Y_l} = (1 - R_l)^{\frac{1}{3}}$, $W_l = \frac{1}{{\sigma_l}^2}$ jika $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$

$W_l = \frac{1}{{\sigma_l}^2 + {\sigma_r}^2}$ jika $\exists\ R_l \neq R_j$; $l \neq j = 1,2,...,j$

Telah dibuktikan sebelumnya bahwa:

- $\bar{y}$ penaksir yang konsisten dari $\bar{\boldsymbol{Y}}$ sehingga $\bar{y} \xrightarrow{P} \bar{\boldsymbol{Y}}$ untuk $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$
- w_l penaksir yang konsisten dari W_l sehingga $w_l \xrightarrow{P} W_l$ jika $\exists\ R_l \neq R_j$; $l \neq j = 1,2,...,j$
- Y_l penaksir yang konsisten dari $\boldsymbol{Y_l}$ sehingga $Y_l \xrightarrow{P} \boldsymbol{Y_l}$

Selanjutnya akan ditunjukkan $\bar{y} \xrightarrow{P} \bar{\boldsymbol{Y}}$ untuk kasus $\exists\ R_l \neq R_j$; $l \neq j = 1,2,...,j$, Dengan berdasarkan *corollary* 4, diperoleh:

$$w_l Y_l \xrightarrow{P} W_l \boldsymbol{Y}_l$$

$$\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l \xrightarrow{P} \sum_{l=1}^{j} W_l \boldsymbol{Y}_l$$

karena $w_l \xrightarrow{P} W_l$ maka dengan *corollary* 4, diperoleh: $\sum_{l=1}^{j} w_l \xrightarrow{P} \sum_{l=1}^{j} W_l$

Jadi, dengan menggunakan *corollary* 4 didapatkan:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{l=1}^{j} w_l Y_l}{\sum_{l=1}^{j} w_l} \xrightarrow{P} \frac{\sum_{l=1}^{j} W_l \boldsymbol{Y}_l}{\sum_{l=1}^{j} W_l} = \overline{\boldsymbol{Y}}$$

Dengan demikian, $\bar{y} \xrightarrow{P} \overline{\boldsymbol{Y}}$ artinya $\bar{y}$ konvergen secara probabilitas ke $\overline{\boldsymbol{Y}}$.

Jadi, $\bar{y}$ penaksir yang konsisten dari $\overline{\boldsymbol{Y}}$ untuk kasus $\exists\ R_l \neq R_j$; $l \neq j = 1,2,...,j$.

Karena telah dibuktikan $\bar{y} \xrightarrow{P} \overline{\boldsymbol{Y}}$, maka berdasarkan *corollary* 4:

$$\bar{y}^3 \xrightarrow{P} \overline{\boldsymbol{Y}}^{\boldsymbol{3}}$$

$$\hat{R}_{gab} = 1 - \bar{y}^3 \xrightarrow{P} \boldsymbol{1} - \overline{\boldsymbol{Y}}^{\boldsymbol{3}} = R_{gab}$$

didapat $\hat{R}_{gab} \xrightarrow{P} R_{gab}$ artinya $\hat{R}_{gab}$ konvergen secara probabilitas ke R_{gab} .

Jadi, $\hat{R}_{gab}$ penaksir yang konsisten dari R_{gab} .

12. Akan dibuktikan $\widehat{\sigma_{\bar{Y}}^2}$ penaksir yang konsisten dari $\sigma_{\bar{Y}}^2$.

Bukti:

Diketahui: $\widehat{\sigma_{\bar{Y}}^2} = \frac{1}{\sum_{l=1}^{j} w_l}$ dan $\sigma_{\bar{Y}}^2 = \frac{1}{\sum_{l=1}^{j} W_l}$

Telah dibuktikan sebelumnya bahwa:

w_l penaksir yang konsisten dari W_l sehingga $w_l \xrightarrow{P} W_l$; untuk kasus $R_1 = R_2 = \cdots = R_j$ maupun jika $\exists\, R_l \neq R_j$; $l \neq j = 1,2,\ldots,j$

Dengan *corollary* 4, didapat:

$$\sum_{l=1}^{j} w_l \xrightarrow{P} \sum_{l=1}^{j} W_l$$

$$\widehat{\sigma_{\bar{Y}}^2} = \frac{1}{\sum_{l=1}^{j} w_l} \xrightarrow{P} \frac{1}{\sum_{l=1}^{j} W_l} = \sigma_{\bar{Y}}^2$$

sehingga $\widehat{\sigma_{\bar{Y}}^2} \xrightarrow{P} \sigma_{\bar{Y}}^2$ artinya $\widehat{\sigma_{\bar{Y}}^2}$ konvergen secara probabilitas ke $\sigma_{\bar{Y}}^2$.

Jadi, $\widehat{\sigma_{\bar{Y}}^2}$ penaksir yang konsisten dari $\sigma_{\bar{Y}}^2$.

Lampiran 4

Bentuk kuesioner

Nama Bimbingan Belajar : .... (*Diisi bila ada*)

Nama Sekolah : ....

Nama Siswa : ....

Kelas : ....

Berikan tanggapan Anda terhadap pernyataan yang ada di bawah ini dengan memberikan tanda (√) atau lingkari pada salah satu skala antara 1 s/d 5.

Bagian I

Ketika Anda memutuskan sesuatu, maka sejauh mana pernyataan di bawah ini Anda jadikan pertimbangan.

Silahkan nilai setiap kalimat di bawah ini dengan menggunakan skala:

[1] = Sama sekali tidak dipertimbangkan.

[2] = Tidak dipertimbangkan.

[3] = Biasa saja.

[4] = Dipertimbangkan.

[5] = Sangat dipertimbangkan.

1	Seseorang terlihat menderita secara emosional.	1	2	3	4	5
2	Beberapa orang diperlakukan berbeda dari orang-orang lainnya.	1	2	3	4	5
3	Perilaku seseorang bisa jadi menunjukkan kecintaan terhadap negaranya.	1	2	3	4	5
4	Seseorang bisa jadi menunjukkan sikap kurang hormat pada otoritas (atasan/yang memiliki wewenang) yang lebih tinggi.	1	2	3	4	5
5	Seseorang bisa jadi terlihat berlaku tidak wajar.	1	2	3	4	5
6	Seseorang memiliki ketertarikan pada ilmu matematika	1	2	3	4	5

7	Beberapa orang memberi perhatian pada orang yang lemah.	1	2	3	4	5
8	Ada orang yang bertindak tidak adil.	1	2	3	4	5
9	Seseorang bisa jadi melakukan sesuatu yang mengkhianati grupnya.	1	2	3	4	5
10	Ada orang yang mematuhi tradisi masyarakat yang berlaku.	1	2	3	4	5
11	Ada orang melakukan hal yang melanggar norma kesusilaan (seperti hal yang memalukan).	1	2	3	4	5
12	Ada orang yang berlaku dengan tidak berperasaan.	1	2	3	4	5
13	Ada orang yang haknya tidak diperhatikan.	1	2	3	4	5
14	Seseorang bisa jadi menunjukkan perilaku kurang setia.	1	2	3	4	5
15	Suatu tindakan bisa mengakibatkan kekacauan atau ketidakteraturan.	1	2	3	4	5
16	Ada orang yang berlaku sesuai dengan norma kebajikan/kebenaran yang berlaku (norma agama).	1	2	3	4	5

Bagian II

Silakan baca pernyataan berikut dan tunjukkan persetujuan atau ketidaksetujuan Anda:

[1] = Sama sekali tidak setuju.

[2] = Tidak setuju.

[3] = Netral.

[4] = Setuju.

[5] = Sangat setuju.

1	Rasa belas kasihan pada orang yang menderita merupakan sikap yang menentukan kebaikan seseorang.	1	2	3	4	5
2	Ketika pemerintah membuat aturan hukum, prinsip pertama adalah memastikan bahwa setiap orang diperlakukan secara adil.	1	2	3	4	5
3	Saya bangga pada sejarah bangsaku.	1	2	3	4	5

4	Hormat pada otoritas (atasan/orang yang berwenang) adalah sesuatu yang harus diajarkan pada semua anak.	1	2	3	4	5
5	Seseorang tidak seharusnya melakukan hal yang memalukan walaupun tidak ada orang yang dirugikan/dilukai.	1	2	3	4	5
6	Lebih diutamakan melakukan kebaikan daripada hal yang buruk.	1	2	3	4	5
7	Salah satu hal paling buruk yang dapat dilakukan seseorang adalah melukai hewan yang tidak berdaya.	1	2	3	4	5
8	Keadilan adalah syarat paling penting yang harus ada di dalam suatu masyarakat.	1	2	3	4	5
9	Seseorang harus setia pada anggota keluarga mereka, walaupun mereka telah berbuat sesuatu yang salah.	1	2	3	4	5
10	Laki-laki dan perempuan mempunyai peranan yang berbeda di masyarakat.	1	2	3	4	5
11	Saya akan menilai suatu perbuatan adalah salah, dikarenakan perbuatan itu tidak wajar.	1	2	3	4	5
12	Membunuh seorang manusia tidak pernah dapat dibenarkan.	1	2	3	4	5
13	Anak-anak yang kaya mewarisi banyak uang sementara anak-anak yang miskin tidak mewarisi apa-apa.	1	2	3	4	5
14	Lebih penting mempunyai kerjasama tim yang baik daripada mengekspresikan diri sendiri.	1	2	3	4	5
15	Jika saya seorang prajurit dan tidak setuju dengan perintah atasan saya, maka saya akan tetap patuh sebab memang itu adalah tugas saya.	1	2	3	4	5
16	Kesucian adalah suatu kebajikan yang penting dan berharga.	1	2	3	4	5

Lampiran 5

Tabel 3 Hasil jawaban kuesioner di penelitian pertama

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
1	4	4	2	3	3	1	5	5	4	3	1	3	4	5	4	5	3	2	1	3	4	5	3	5	4	4	1	1	1	2	4	5
2	2	1	3	2	2	3	1	1	1	5	2	1	1	3	1	1	1	5	2	5	2	5	1	5	5	5	1	5	1	2	5	5
3	3	4	5	2	4	3	4	5	5	5	4	4	5	5	4	4	4	5	5	3	4	5	4	5	5	3	2	5	5	5	4	4
4	3	3	2	3	3	2	4	5	4	3	4	4	4	3	5	2	2	4	3	4	3	4	3	4	2	2	2	3	1	5	3	4
5	4	4	3	3	3	4	4	4	4	3	4	4	5	5	4	5	3	5	4	4	4	5	5	4	3	3	2	4	3	3	4	5
6	4	4	3	4	3	3	3	4	4	2	4	4	4	4	3	3	3	4	3	5	3	5	4	5	5	5	3	5	1	4	3	5
7	4	4	3	3	3	3	4	4	4	3	4	4	4	4	4	5	3	5	3	4	4	5	3	5	3	2	3	1	2	4	3	4
8	5	4	4	5	5	3	4	5	5	4	5	5	5	5	5	5	4	2	3	4	5	5	5	5	4	2	3	5	1	3	4	5
9	3	4	4	4	3	3	3	4	4	4	4	4	5	4	4	3	2	3	3	4	5	5	5	5	5	3	2	3	1	4	4	3
10	3	4	3	4	3	2	4	3	4	3	5	4	4	3	4	3	4	5	3	4	3	3	3	4	3	2	3	5	3	5	3	3
11	3	4	3	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	3	4	3	3	3	4	3	3	3	3
12	4	4	3	4	4	4	3	4	5	3	4	5	5	5	5	3	2	4	3	4	4	5	3	5	3	4	3	5	1	4	3	5
13	4	4	3	4	3	3	4	5	5	3	4	5	5	5	4	3	3	4	3	5	3	4	5	5	5	3	3	5	3	4	3	5
14	4	4	3	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	3	4	4	4	5	5	5	3	3	5	1	3	1	5
15	4	4	5	4	4	3	4	5	5	4	4	4	4	4	5	3	5	5	4	5	3	5	3	5	5	2	2	4	3	5	4	5
16	4	4	2	3	4	4	5	4	5	4	5	4	4	5	5	4	4	4	3	5	3	4	4	4	3	5	3	4	3	3	4	4
17	4	4	3	3	4	3	5	4	4	3	5	4	4	5	5	4	4	4	3	5	3	4	4	4	3	5	3	4	3	3	4	4
18	4	4	3	3	3	3	3	4	4	3	4	4	5	4	4	3	3	5	4	4	4	5	5	4	3	3	2	4	3	3	4	5
19	4	4	3	3	3	3	3	4	4	3	4	4	5	4	4	3	3	5	4	4	4	5	5	4	3	3	2	4	3	3	4	5
20	4	4	2	4	4	2	4	4	4	4	5	4	5	4	5	4	3	5	3	4	4	5	3	4	4	3	1	4	1	3	3	4
21	4	4	3	3	4	3	4	4	4	3	4	4	5	5	4	3	2	4	3	4	2	4	3	4	4	3	2	4	1	4	3	4
22	4	3	1	3	3	4	4	5	3	2	3	3	4	3	5	5	3	5	3	3	2	4	3	4	4	2	2	3	1	5	3	3
23	5	5	3	3	5	3	4	5	3	2	5	5	4	3	3	4	2	4	5	3	3	5	1	4	3	1	2	3	1	5	3	3
24	4	4	2	5	4	3	2	4	4	2	5	4	4	4	4	2	4	5	3	4	5	5	4	5	5	4	4	5	2	4	2	5
25	4	4	3	4	4	5	4	4	5	3	4	4	5	4	4	5	2	5	3	4	3	5	3	4	4	4	3	5	1	5	4	5
26	4	4	3	3	2	4	4	4	5	3	4	5	5	4	4	3	4	4	5	5	4	4	5	4	4	5	3	5	1	5	4	5
27	4	5	2	4	5	3	4	5	4	4	4	4	4	4	4	3	4	5	4	4	4	5	3	4	4	3	3	4	2	4	3	5
28	4	3	1	5	3	3	4	5	5	4	4	4	4	5	4	4	4	5	3	5	4	5	4	5	5	4	4	5	2	4	2	5

29	5	4	4	4	3	3	4	4	5	3	5	4	4	4	4	3	4	5	3	4	2	4	4	5	5	1	1	2	3	5	4	5
30	4	4	2	4	4	3	3	4	5	3	5	4	4	3	4	3	2	5	4	5	5	4	4	3	3	2	2	3	1	3	3	4
31	4	4	4	4	3	3	5	5	4	3	5	5	5	5	5	4	4	4	5	4	5	5	4	5	4	4	3	5	1	3	2	5
32	4	4	5	3	3	4	4	3	3	4	3	3	5	3	3	5	4	5	4	2	5	5	5	4	3	1	4	4	1	3	3	4
33	4	5	3	3	3	2	4	5	4	3	4	5	4	4	3	5	2	5	3	4	3	4	5	4	5	3	3	5	1	3	3	4
34	5	4	5	4	5	3	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	2	5	4	4	2	5	4	5	3	4	2	5	1	4	4	5
35	4	5	4	4	5	4	5	5	5	3	4	5	5	4	5	4	4	5	4	5	5	4	3	5	5	1	2	4	1	4	1	4
36	4	5	3	4	4	3	2	4	4	3	4	4	4	4	5	2	4	5	5	3	1	4	1	4	4	4	2	4	3	4	3	5
37	4	4	4	3	3	2	5	4	4	3	4	5	4	4	4	3	4	5	3	4	3	4	3	4	3	3	2	3	4	4	4	4
38	4	4	4	4	5	4	4	5	4	4	5	5	5	5	4	5	3	5	4	4	3	5	4	5	5	4	4	5	2	5	4	5
39	4	3	4	3	5	2	3	5	5	4	3	5	5	3	5	5	3	4	3	3	3	4	3	5	5	3	1	2	1	5	2	5
40	4	4	2	4	3	2	3	5	5	6	4	5	5	4	5	3	3	4	5	4	4	5	3	4	4	3	2	5	3	4	4	5
41	5	3	2	3	3	3	3	4	4	3	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	5	2	5	5	3	4	5	3	5	4	4
42	4	4	3	4	4	4	3	3	4	3	4	4	3	4	3	5	5	5	3	5	3	5	3	4	5	3	3	5	3	3	3	3
43	5	3	2	3	1	4	5	4	4	1	4	5	5	5	5	4	3	5	4	4	4	5	4	5	4	3	3	2	1	5	3	5
44	4	5	4	5	5	3	4	5	5	4	4	5	5	3	4	2	4	5	4	4	5	5	4	5	5	3	5	4	2	4	5	5
45	3	5	3	4	2	1	2	4	3	3	5	5	4	3	4	1	1	5	5	2	3	4	1	5	5	3	4	1	5	5	4	5
46	4	4	4	4	4	3	4	5	5	5	4	5	3	5	4	5	4	5	3	4	4	5	4	5	4	4	4	5	3	5	2	4
47	5	4	3	4	3	3	4	4	4	4	5	5	3	4	4	4	2	4	3	5	4	4	3	3	4	4	3	5	2	4	2	4
48	4	4	3	4	4	3	2	4	3	2	3	4	3	4	3	4	3	3	3	4	4	4	4	4	3	2	3	4	2	3	3	4
49	1	1	4	3	2	3	4	1	1	2	1	2	1	1	4	5	3	5	4	4	5	5	4	5	3	3	4	5	3	5	4	3

Tabel 4 Hasil jawaban kuesioner di penelitian ke-2

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
	4	5	5	4	5	2	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5	3	5	5	5	5	3	5	5	3	5	4	5
	4	2	4	5	4	4	5	5	5	4	5	4	5	4	5	4	4	5	5	4	5	5	5	5	5	4	5	5	5	4	4	5
	4	5	4	5	4	5	4	5	4	5	4	5	4	5	4	5	5	4	5	4	5	4	5	4	5	4	5	4	5	4	5	4
	5	5	5	4	4	4	4	5	5	3	5	5	5	4	4	3	5	5	5	5	4	5	4	5	4	4	4	5	3	4	3	5
	4	4	5	4	5	3	4	5	4	5	5	5	4	4	4	5	4	5	5	4	5	5	5	5	5	4	4	5	1	3	5	5
	3	4	4	4	4	5	5	5	4	5	5	5	5	4	5	5	4	5	4	4	5	5	3	5	5	3	4	5	3	4	4	5
	3	4	3	4	4	5	5	5	4	5	5	5	5	4	5	5	4	5	4	4	5	5	3	5	5	3	4	5	3	4	4	5
	5	5	5	5	5	4	4	5	5	4	5	4	5	4	4	5	4	5	5	4	4	5	3	5	4	3	3	5	3	4	4	4
	4	5	4	4	4	5	5	5	4	4	5	4	5	5	4	5	4	5	4	5	4	5	3	5	4	4	4	3	3	4	3	5
	4	5	4	4	4	4	5	3	4	5	3	4	5	4	5	4	4	4	4	5	5	5	5	4	4	3	4	4	4	5	5	5
	3	5	3	4	4	4	4	5	5	3	5	5	5	4	4	3	5	5	5	5	4	5	4	5	4	4	4	5	3	4	3	5
	4	5	4	4	5	3	5	4	5	4	4	4	5	4	4	4	4	5	4	5	5	5	3	5	4	3	3	5	3	4	5	5
	5	5	5	5	4	4	4	4	5	4	5	4	5	4	4	3	4	5	5	4	5	5	3	5	4	4	4	4	2	3	4	5
	1	1	4	4	4	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	3	2	5	5	3	5	3	5	5	5	5	5	3	3	5	5
	4	4	4	5	5	3	4	5	5	4	5	5	5	3	4	5	4	5	5	3	5	5	4	5	4	1	2	5	3	5	4	5
	3	5	2	4	5	3	3	4	4	2	4	5	4	4	4	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	5	4	5
	4	5	3	4	4	3	3	5	5	3	5	5	5	4	4	3	5	5	4	4	3	5	5	5	5	4	5	5	1	5	4	5
	3	5	3	4	4	4	4	5	5	3	5	5	5	4	4	3	5	5	5	5	4	5	4	5	4	4	4	3	3	4	3	5
	3	5	5	5	4	3	5	5	3	4	4	5	5	4	5	4	4	5	5	4	4	5	5	5	4	1	5	5	1	3	4	5
	3	5	5	5	3	3	4	5	5	3	5	5	4	3	4	5	4	5	5	4	4	5	5	5	3	2	4	5	3	3	4	5
	4	4	2	5	5	3	1	4	4	2	5	4	4	4	5	2	5	4	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5	3	3	5	5
	4	5	2	4	3	4	5	5	5	5	3	4	5	4	4	3	5	5	5	5	4	3	4	4	4	4	3	5	4	4	4	4
	4	5	3	4	5	5	5	5	4	3	4	5	5	4	5	3	2	4	4	3	4	5	4	5	5	4	5	5	2	3	3	5
	4	4	4	4	4	3	4	4	5	3	4	4	5	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4	5	4	4	4	5	4	4	3	5
	4	4	3	3	3	3	5	4	4	4	5	5	5	4	4	5	5	5	4	4	5	5	4	5	4	2	4	5	1	4	4	5
	4	4	5	5	5	2	4	5	5	4	4	3	4	3	4	2	4	5	5	5	4	5	3	4	4	4	4	5	1	5	4	5
	4	3	4	4	4	3	5	5	5	4	4	5	5	5	1	1	4	5	5	4	5	5	2	5	5	3	4	5	1	5	5	5
	3	4	4	4	4	3	4	5	4	3	5	4	5	4	4	3	4	5	4	5	4	5	3	5	4	4	4	3	2	5	4	5
	4	4	4	2	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	5	4	5	5	4	5	4	4	4	5	2	5	5	5
	4	5	4	3	5	3	5	5	5	4	3	5	5	5	3	1	5	4	5	4	5	4	4	5	4	3	5	2	1	5	3	5

	3	5	5	1	4	4	4	5	4	3	5	5	5	4	4	2	5	5	3	5	4	5	2	4	4	3	5	5	3	4	4	5
	4	5	3	4	5	2	3	5	5	3	4	5	5	3	4	4	3	5	4	3	5	5	5	4	4	3	4	5	1	5	4	5
	3	1	1	2	1	4	5	5	5	3	5	4	5	3	5	5	5	5	4	5	5	5	4	5	5	4	5	5	1	5	4	5
	3	4	4	4	3	3	4	5	5	4	4	4	5	4	4	3	4	5	4	3	4	5	4	5	4	4	3	5	3	3	4	5
	4	3	3	4	3	3	3	4	4	4	5	5	4	5	5	4	4	4	4	4	5	5	3	4	5	4	3	5	2	3	4	5
	4	4	5	3	4	5	3	4	5	3	3	5	3	3	5	5	5	4	3	5	4	5	4	4	3	3	4	5	2	5	2	5
	3	5	3	4	4	1	1	5	4	1	5	4	5	5	5	1	3	5	5	5	4	5	4	5	5	5	5	4	1	5	4	5
	3	4	3	3	4	5	4	4	3	3	5	5	5	3	4	5	4	3	3	4	4	5	3	4	4	5	3	5	4	4	3	4
	5	4	4	1	1	4	5	4	4	4	5	5	5	1	4	5	5	5	5	4	4	5	1	5	5	1	2	5	5	2	5	5
	4	3	3	4	4	3	4	5	5	3	4	4	4	3	4	5	4	5	3	3	5	5	2	5	5	5	3	5	1	4	5	3
	3	4	5	4	4	5	5	5	4	5	4	4	5	4	5	4	2	4	5	2	3	4	2	5	5	4	3	2	2	3	4	4
	4	5	4	4	3	3	5	5	4	3	5	5	4	4	4	1	5	4	3	4	3	4	3	5	4	3	2	5	3	5	4	4
	4	5	4	5	4	5	2	4	3	2	5	5	5	3	4	4	4	5	5	4	3	5	3	5	5	3	1	3	1	5	3	5
	3	4	4	3	2	5	4	5	4	1	4	5	5	3	4	1	4	5	5	4	3	5	3	3	4	3	4	5	4	4	5	5
	5	4	4	4	5	4	4	5	5	4	4	4	4	4	5	4	4	5	2	5	3	3	3	5	1	4	5	1	1	3	5	4
	4	5	3	5	3	2	3	5	4	1	4	5	5	4	4	1	2	5	4	4	4	5	5	5	4	3	4	5	3	4	4	4
	4	5	3	4	4	1	3	5	4	4	5	4	5	3	4	1	4	5	5	3	4	5	4	5	2	4	4	5	1	4	3	5
	4	4	3	4	3	4	4	4	5	3	4	4	4	4	5	4	3	4	4	5	4	5	3	5	3	3	3	3	3	3	4	4
	3	5	3	3	4	3	4	5	1	5	5	5	5	1	4	5	3	5	5	3	4	5	3	5	5	3	4	3	1	3	4	5
	3	4	3	3	2	3	5	5	4	4	4	5	4	3	3	1	5	5	4	4	3	5	3	5	4	3	2	4	5	3	5	5
	2	5	3	4	3	4	5	4	4	3	4	4	5	3	4	4	4	4	4	3	3	5	2	4	5	4	4	3	3	3	4	5
	4	4	3	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	3	4	4	5	4	4	5	3	5	3	3	3	3	2	4	4	4
	4	5	2	5	5	1	5	4	5	3	5	4	5	3	4	1	5	5	5	3	4	5	3	4	3	4	2	3	1	5	3	5
	4	4	5	1	3	5	5	2	2	5	2	2	4	3	3	5	5	5	5	5	3	5	3	5	4	4	2	5	2	5	3	5
	3	4	4	4	3	4	4	5	4	3	4	4	4	3	4	2	4	4	4	3	4	4	3	4	4	3	4	5	2	5	4	4
	4	4	5	4	4	3	4	4	5	4	4	4	4	4	5	4	4	5	4	2	3	5	5	5	2	3	2	4	1	2	4	3
	4	4	3	3	4	4	3	4	3	3	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	5	3	5	3	4	4	5	2	3	4	4
	3	2	5	2	4	3	5	4	3	4	3	4	4	3	4	4	4	4	5	3	4	5	3	5	4	4	4	5	2	3	4	4
	4	4	1	5	4	3	2	5	4	3	5	5	4	1	4	1	5	4	4	3	4	5	3	3	4	4	5	5	3	4	4	5
	3	4	1	4	4	1	3	5	4	3	5	5	5	4	4	2	5	5	3	4	4	5	3	5	4	3	4	5	1	5	2	5
	3	4	1	4	2	3	2	4	5	2	4	3	4	3	4	1	5	5	4	4	5	5	4	4	5	5	4	4	2	5	5	4
	4	4	4	4	3	3	5	2	4	4	2	1	5	4	4	5	5	5	5	4	5	5	4	5	4	2	2	3	2	2	3	5
	1	1	4	4	4	3	5	5	4	4	4	5	5	4	5	5	4	1	5	3	4	5	4	5	5	2	1	4	2	3	3	5

	4	5	2	4	3	3	3	5	5	3	5	4	2	2	4	3	5	4	4	4	4	5	1	5	3	4	5	5	1	3	4	5
	4	4	4	4	3	3	3	4	4	3	3	4	5	3	3	3	5	5	4	4	3	5	5	5	4	3	3	5	2	3	2	3
	4	4	3	4	4	3	4	4	4	3	5	4	4	3	3	3	3	4	3	4	3	5	3	4	4	3	4	4	2	4	4	5
	4	4	4	3	3	4	4	3	4	3	4	3	5	3	3	4	4	5	3	4	4	4	3	4	4	4	3	4	3	3	3	5
	4	4	3	5	1	3	3	5	3	3	5	5	5	3	4	3	4	5	3	3	2	3	5	5	5	3	3	5	4	2	3	4
	2	2	5	1	2	3	5	1	2	4	5	4	3	4	4	5	4	5	5	4	4	5	5	4	3	4	4	5	2	4	3	5
	1	4	4	1	3	5	5	3	3	4	1	1	5	3	2	5	4	5	5	5	3	5	3	5	4	2	5	5	3	3	5	5
	4	3	3	3	4	3	2	4	4	2	4	4	4	3	4	2	4	5	5	4	4	5	4	5	4	3	4	3	3	4	3	4
	5	4	3	3	4	4	3	4	3	3	4	5	4	3	4	3	4	3	3	3	4	5	3	4	4	5	3	4	2	3	3	4
	3	2	4	2	4	3	4	5	4	4	2	2	4	3	4	5	4	5	3	4	2	5	4	4	5	4	2	5	2	3	4	5
	4	4	3	2	3	3	5	4	4	3	1	1	4	3	4	3	4	5	4	5	5	5	3	5	3	4	4	5	1	4	4	4
	3	2	2	3	4	3	4	4	4	3	4	5	3	4	5	4	4	5	4	3	4	5	3	4	3	4	2	4	1	5	4	4
	4	5	2	4	3	3	2	4	4	3	4	4	4	3	4	2	5	5	4	4	3	5	4	5	4	3	3	4	1	2	3	5
	4	3	3	4	2	3	5	5	5	5	4	5	3	1	2	5	4	5	5	5	4	4	5	5	3	1	1	5	1	3	2	3
	3	3	3	3	4	3	3	3	4	3	5	4	4	3	5	3	2	5	4	4	5	4	3	5	5	4	1	5	2	3	3	4
	4	5	3	4	4	3	4	5	4	4	4	4	4	3	3	5	4	3	4	4	3	4	3	4	3	4	2	3	1	3	3	4
	4	4	3	4	4	2	3	5	5	3	4	4	4	4	3	4	3	4	4	5	2	4	3	5	4	3	3	2	2	3	4	4
	4	4	3	2	3	3	4	4	4	4	4	5	4	3	4	3	5	4	3	2	3	5	5	4	5	3	1	5	1	5	1	5
	3	2	1	3	3	1	2	4	5	2	5	4	5	4	5	2	3	4	2	4	5	5	3	5	5	4	3	5	1	5	4	5
	4	3	4	4	4	3	3	3	4	3	4	3	4	3	5	5	4	4	4	3	3	4	4	3	3	4	4	2	1	3	4	5
	4	4	3	4	4	2	2	4	4	3	4	4	5	3	4	1	4	5	5	5	3	4	2	5	2	2	1	5	3	5	3	5
	4	5	4	5	3	4	3	5	4	5	4	3	4	4	4	5	5	4	3	2	1	2	3	4	5	4	3	2	1	2	3	4
	4	3	5	3	2	5	5	2	1	4	1	1	2	2	2	5	4	5	4	4	4	5	5	5	5	3	3	5	2	4	3	5
	3	4	1	4	4	3	2	4	5	2	4	3	4	3	4	1	4	5	4	4	5	4	4	4	4	3	4	4	2	4	3	4
	3	4	4	4	3	3	4	4	5	4	3	4	4	3	3	4	4	3	4	4	3	2	4	3	5	3	4	2	4	3	3	3
	3	2	5	2	2	5	5	2	5	5	2	2	5	2	2	5	4	4	5	4	4	4	4	4	4	2	3	5	2	3	3	4
	5	3	3	3	3	3	3	4	4	3	4	4	5	4	4	3	4	5	4	4	3	4	4	4	2	2	1	2	2	5	2	5
	4	5	4	3	4	5	5	4	3	3	4	3	5	2	3	3	4	5	4	3	3	5	2	4	1	2	3	2	2	4	2	5
	4	3	4	4	4	3	3	3	4	3	4	3	3	3	4	4	4	4	4	3	3	4	2	3	3	3	3	5	1	4	4	4
	4	5	2	3	3	3	1	5	4	3	4	4	5	1	3	3	3	5	5	4	3	5	3	5	2	2	3	4	1	4	3	5
	2	4	3	3	2	3	4	5	4	3	3	3	4	3	3	4	2	5	5	2	4	4	3	5	4	4	3	5	2	3	3	3
	2	3	4	5	2	4	4	1	1	4	2	1	3	2	2	5	5	5	4	4	5	5	3	5	3	4	3	5	2	4	3	4
	4	5	3	4	2	4	3	1	4	5	2	2	2	4	3	5	4	5	3	4	4	5	3	5	5	1	2	1	2	5	2	4

	3	3	4	4	4	3	3	3	4	3	4	3	3	3	4	3	4	4	4	3	3	5	3	4	3	3	2	4	2	3	3	4
	3	2	4	3	3	4	4	2	1	4	2	1	4	3	2	4	4	5	3	4	4	5	3	4	4	4	2	5	3	4	4	4
	4	2	3	2	2	4	2	4	4	4	4	4	4	2	4	4	2	5	3	3	3	4	3	5	4	3	4	4	2	3	3	4
	4	3	3	4	3	3	2	4	4	2	4	4	4	4	3	1	4	4	3	4	3	4	2	4	4	2	4	4	2	4	2	4
	4	3	4	3	2	4	4	1	1	4	1	1	5	1	1	5	5	5	4	3	4	5	4	5	4	3	2	3	1	5	4	5
	1	2	4	3	4	2	5	5	5	5	5	4	4	4	4	2	2	4	5	4	2	4	2	4	4	2	2	2	1	2	1	4
	4	4	3	4	3	2	2	4	4	2	4	2	4	3	4	1	2	5	4	3	4	4	3	5	4	2	3	3	2	3	2	5
	3	3	2	3	3	4	3	2	3	3	4	5	4	3	2	1	4	3	3	4	3	4	4	4	4	4	4	4	3	3	2	3
	3	3	3	5	3	1	3	3	5	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	2	2	5	5	4	4	3	3	3	3	3	3	3
	2	3	4	3	4	2	4	1	2	3	2	2	1	2	4	3	4	3	5	4	3	5	3	4	5	3	3	3	4	1	2	5
	3	4	5	1	3	1	3	3	5	3	3	3	3	5	3	5	3	5	1	5	2	3	3	5	2	1	2	2	5	3	1	1

Tabel 5 Hasil jawaban kuesioner di penelitian ke-3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
3	1	1	1	2	4	4	3	3	2	2	1	1	2	2	2	1	5	3	5	5	5	2	4	5	2	2	5	3	2	2	4
4	2	4	2	3	2	4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	4	5	4	3	3	5	3	5	3	4	4	5	4	3	3	5
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	4	4	3	2	5	3	4	2	3	5	3	4	2	4	3
1	3	4	4	4	3	4	1	5	3	3	1	1	3	3	3	4	2	5	5	3	3	3	5	5	4	3	2	1	4	4	3
4	3	4	3	2	3	4	3	4	4	4	4	3	3	2	2	3	4	4	4	3	3	2	3	3	4	1	2	3	3	4	4
4	4	3	4	3	3	3	3	4	4	4	1	1	1	3	5	2	3	4	2	3	3	4	4	3	4	3	4	4	4	3	3
4	4	3	4	1	3	3	4	4	3	3	4	4	4	3	2	4	4	4	4	3	5	2	4	2	1	2	5	1	3	2	4
4	4	3	3	3	3	3	4	4	3	4	3	3	2	3	3	3	4	3	2	3	4	3	4	4	2	3	4	3	3	4	5
3	4	4	3	4	4	1	1	2	3	3	3	4	4	3	3	3	4	4	2	3	5	2	5	4	4	2	5	2	3	4	5
4	4	4	4	5	3	3	3	1	3	1	3	3	2	3	3	5	4	5	4	2	4	5	4	2	4	1	5	2	2	4	5
4	4	4	3	4	4	4	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	4	3	4	5	4	3	4	2	3	1	3	3	5
4	2	4	3	4	3	3	3	3	2	4	4	4	2	4	4	4	3	4	4	3	4	4	4	4	3	2	5	2	4	2	4
4	1	4	1	1	4	3	1	1	1	1	1	5	1	5	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	2	5	2	5	2	5
5	4	3	3	3	2	3	4	3	3	5	4	4	2	3	4	4	5	3	3	1	5	2	5	5	4	2	3	3	4	2	4
3	1	5	3	3	3	4	4	4	5	4	3	4	2	4	3	4	4	3	5	5	3	3	5	5	3	1	5	1	4	2	3
1	2	5	4	2	3	5	5	5	4	1	1	4	4	5	4	5	4	4	2	5	4	2	4	2	4	5	4	2	2	2	5

3	3	3	4	3	3	3	4	4	3	4	3	4	3	4	3	5	4	3	3	3	5	3	4	5	4	3	4	2	3	3	4
4	3	4	4	4	4	5	5	1	4	1	1	4	1	1	4	5	5	4	3	3	4	5	4	3	3	3	5	3	4	3	5
3	5	2	4	3	3	4	4	5	3	4	5	4	3	4	2	3	5	4	3	2	5	2	3	4	4	3	5	1	4	3	3
4	5	2	5	4	5	3	3	4	3	5	3	5	3	4	3	2	4	3	5	4	3	2	2	5	2	1	4	2	5	2	5
4	4	4	3	4	3	5	2	4	4	2	2	4	4	3	3	4	4	3	4	3	4	2	4	3	4	4	3	4	4	4	4
3	2	4	4	4	3	4	5	3	3	5	4	4	4	2	1	4	5	3	3	2	4	2	4	4	5	4	4	2	5	3	4
5	3	5	5	3	5	5	5	1	1	5	3	4	2	4	2	3	5	4	3	3	5	1	5	5	5	5	1	3	3	3	3
3	4	4	4	3	5	4	2	3	3	4	2	3	3	4	4	4	2	4	3	3	5	2	5	5	4	4	3	3	5	3	5
3	3	2	4	3	3	4	4	3	3	4	3	4	5	4	3	4	4	3	4	3	5	5	4	5	3	3	1	3	5	5	3
4	4	2	4	3	3	4	4	3	3	4	4	4	4	3	4	4	4	3	3	4	5	2	3	4	4	4	4	2	4	4	4
3	4	3	2	4	3	3	4	4	3	4	4	3	4	4	3	5	5	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	2	3	3	4
3	4	4	4	3	5	4	3	2	3	4	4	3	4	3	4	3	3	4	4	3	4	5	4	4	4	1	5	1	5	4	4
4	4	2	5	4	2	2	5	5	3	5	5	5	5	5	1	3	3	5	5	2	5	1	3	3	3	3	5	2	3	2	5
4	4	4	3	3	3	4	4	3	4	4	5	4	4	3	4	4	3	3	2	3	4	3	4	4	4	4	5	1	3	4	5
4	4	4	3	3	3	3	5	4	3	4	4	4	3	3	4	4	3	4	4	4	4	4	4	3	3	3	4	3	4	3	4
4	4	2	4	3	2	2	4	4	2	4	4	5	4	5	5	4	5	5	5	2	5	2	5	5	4	2	3	1	4	2	4
3	3	3	3	3	5	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	5	5	4	2	4	4	2	4	3	3	2	5	3	4	2	5
4	3	4	3	4	3	4	4	4	3	4	4	4	3	3	4	3	4	4	4	4	5	3	4	4	4	2	4	2	4	2	5
3	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	5	3	3	3	4	4	3	3	5	3	4	3	4	3	4	2	4	3	4
3	4	3	4	3	3	3	5	4	3	4	4	5	4	3	3	4	5	5	2	5	4	5	4	4	4	2	3	3	3	2	4
3	4	2	1	4	3	4	5	5	3	4	4	5	5	4	4	4	4	3	4	4	5	2	4	2	4	4	5	2	2	3	5
3	5	4	4	1	5	5	5	3	3	5	4	3	4	4	3	4	4	4	3	3	4	2	4	4	3	3	5	1	3	4	5
4	5	3	3	4	1	3	5	4	3	4	4	5	3	4	4	2	5	3	3	4	4	3	4	5	3	3	4	3	3	4	5
4	4	3	4	4	2	3	4	3	3	3	4	4	3	5	4	4	5	3	4	3	5	5	5	4	2	2	4	3	5	3	4
3	4	4	3	2	3	5	5	5	3	4	4	5	4	3	2	4	4	3	2	4	5	4	4	4	3	4	4	3	4	4	4
4	2	3	3	4	4	4	5	3	3	4	4	4	4	4	5	4	3	3	3	4	4	3	4	4	4	4	5	2	4	3	5
3	4	3	4	2	5	3	4	4	2	1	4	4	5	4	4	2	2	4	5	5	5	3	4	4	5	4	5	3	5	2	5
4	4	5	5	4	3	3	3	4	3	5	5	5	4	4	3	4	5	3	1	3	4	4	4	4	3	4	5	1	3	3	4
4	2	4	5	4	1	3	5	5	4	5	5	4	4	5	5	3	4	4	3	3	5	3	3	4	4	2	3	1	4	4	4
4	5	3	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5	3	5	5	5	5	3	1	5	5	2	5	5	1	5	5	1	3	1	5
4	3	1	4	4	5	4	5	4	2	4	3	4	4	5	3	4	5	5	2	4	5	1	5	4	2	4	5	3	4	4	4
3	4	4	4	4	4	4	4	5	3	4	4	4	4	5	4	4	4	3	4	2	4	4	4	5	4	2	3	2	4	3	4
3	4	3	4	4	3	3	4	4	3	5	5	5	3	4	3	4	5	3	4	3	4	3	4	4	4	4	4	3	4	3	4

4	4	3	3	3	4	5	4	3	4	5	5	4	5	3	4	3	4	3	4	2	4	3	3	5	3	3	5	4	5	2	5
5	5	3	4	3	3	4	4	4	2	5	5	5	3	4	4	3	4	4	4	4	5	2	3	4	4	2	4	2	5	4	4
3	4	5	4	1	3	5	3	1	4	4	1	1	4	4	3	4	5	5	5	5	5	2	5	5	5	2	5	3	5	5	5
3	3	4	4	4	4	3	4	4	3	2	1	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	5	4	5	4	4	4	4	5	4	4
4	4	4	4	3	4	4	5	4	4	3	2	5	3	3	3	4	4	3	5	4	5	5	4	5	3	4	5	3	3	3	3
5	3	3	4	3	3	3	4	3	4	4	4	4	4	3	5	4	4	3	4	4	5	4	5	4	4	4	5	2	4	3	4
4	4	3	3	4	4	4	5	3	3	4	4	5	4	3	4	4	3	3	4	4	5	3	4	4	4	4	5	1	4	4	5
3	4	4	5	5	3	5	4	4	2	4	5	4	5	3	4	5	3	3	4	4	5	3	4	5	4	2	5	2	3	2	4
4	3	4	4	5	3	4	4	5	4	3	4	4	5	4	3	4	5	4	3	4	5	4	5	4	3	3	5	1	4	2	4
3	5	4	4	4	4	5	5	3	3	4	5	4	4	4	3	4	5	4	4	5	4	4	4	4	3	3	3	1	4	3	4
4	5	3	4	3	5	4	5	5	2	4	5	5	3	4	5	4	5	4	4	4	2	4	4	5	3	1	2	1	5	5	4
5	4	5	4	4	3	1	3	5	3	5	5	4	4	5	3	2	5	5	5	4	5	5	5	5	1	2	5	1	3	2	5
4	4	3	4	3	5	5	5	3	3	3	5	5	4	4	4	3	4	3	4	3	5	4	5	4	4	4	4	2	3	3	4
5	4	3	4	5	5	4	1	1	4	5	5	5	4	5	4	5	5	3	2	5	5	3	5	5	1	3	5	2	3	2	5
3	4	3	4	4	3	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	5	5	5	2	3	5	3	5	3	4
4	3	4	4	4	4	5	4	4	3	2	4	4	4	4	4	5	4	4	3	4	5	4	4	4	4	3	3	3	4	4	4
4	4	4	3	4	3	4	5	4	4	5	5	5	4	5	5	4	5	5	4	3	5	5	5	3	1	2	2	1	5	1	5
3	4	3	3	3	3	3	4	5	4	4	5	5	5	5	5	2	4	4	3	4	5	2	4	4	3	4	5	3	5	3	5
5	4	3	4	5	3	3	4	5	3	4	5	5	4	4	3	3	4	3	3	3	5	5	4	5	4	3	5	2	3	3	5
3	4	4	5	5	2	2	2	5	2	4	4	4	4	5	1	4	5	5	4	5	5	4	4	4	4	4	5	4	4	2	5
3	2	4	4	5	4	3	4	5	1	4	4	5	5	5	5	4	5	5	5	2	4	3	5	5	1	2	4	3	4	4	5
3	4	4	2	3	3	4	4	4	3	4	4	4	4	4	5	5	5	4	3	3	5	5	4	5	3	5	5	1	5	3	5
3	4	3	5	4	4	3	5	5	4	4	5	5	4	4	4	4	4	5	5	5	5	4	4	4	2	2	2	1	4	3	5
3	3	1	1	3	4	4	4	3	4	5	5	5	4	5	5	4	4	4	4	3	4	4	5	3	5	5	5	4	3	4	5
1	4	5	5	3	4	3	5	3	4	5	4	4	5	4	2	4	5	5	5	5	4	3	4	5	3	3	5	2	3	4	4
3	4	4	5	5	4	4	5	4	2	5	4	5	4	4	1	4	5	5	4	4	4	3	5	5	4	4	4	1	5	2	5
5	3	3	5	4	5	5	4	3	3	5	5	5	3	4	4	3	5	4	4	3	5	1	5	4	3	4	5	3	4	4	5
4	4	3	4	5	5	5	5	4	1	5	5	4	5	4	4	4	5	4	4	3	5	1	5	4	3	2	5	3	4	4	5
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	3	4	5	4	5	4	4	4	5	1	3	4	5
3	5	5	4	4	5	5	4	5	4	4	4	4	3	5	4	5	5	5	5	3	4	4	5	5	4	4	1	2	2	3	3
5	4	5	1	1	2	5	5	2	5	1	2	5	4	2	5	4	5	5	5	5	5	5	5	4	3	5	5	5	3	5	5