



UNIVERSITAS INDONESIA

EFEK COULOMB PADA HAMBURAN KAON-NUKLEON

SKRIPSI

FAHMI MAULIDA

0806452394

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI S1 FISIKA
PEMINATAN FISIKA NUKLIR DAN PARTIKEL
DEPOK
Juni 2012**



UNIVERSITAS INDONESIA

EFEK COULOMB PADA HAMBURAN KAON-NUKLEON

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana

FAHMI MAULIDA

0806452394

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

PROGRAM STUDI S1 FISIKA

PEMINATAN FISIKA NUKLIR DAN PARTIKEL

DEPOK

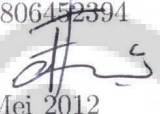
Juni 2012

Di hutan, kulihat dua cabang jalan terbentang. Kuambil
jalan yang jarang dilalui orang. Dan itulah yang membuat
segala perbedaan.
(Robert Frost).



HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

Skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun yang dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar.

Nama : Fahmi Maulida
NPM : 0806452394
Tanda tangan : 
Tanggal : Mei 2012

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh :
Nama : Fahmi Maulida
NPM : 0806452394
Program Studi : S1 Fisika
Judul Skripsi : Efek Coulomb pada Hamburan Kaon-Nukleon

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar sarjana Sains pada Program Studi S1 Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indonesia

DEWAN PENGUJI

Pembimbing I : Dr. Imam Fachruddin ()

Pembimbing II : Dr. Agus Salam ()

Penguji I : Prof. Dr. Terry Mart ()

Penguji II : Dr. Anto Sulaksono ()

Ditetapkan di : Depok

Tanggal : Juni 2012

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini;

Nama : Fahmi Maulida
NPM : 0806452394
Program Studi : S1 Reguler
Departemen : Fisika
Peminatan : Fisika Nuklir dan Partikel
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul :

Efek Coulomb pada Hamburan Kaon-Nukleon

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalihmedia/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian Pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Depok, Mei 2012


Fahmi

ABSTRAK

Nama : Fahmi Maulida
Program Studi : S1 Fisika
Judul Skripsi : Efek Coulomb pada Hamburan Kaon-Nukleon

Hamburan Kaon-Nukleon dihitung menggunakan teknik tiga dimensi (3D). Interaksi yang digunakan adalah suatu model sederhana pertukaran meson dengan penambahan interaksi coulomb. Interaksi coulomb yang digunakan adalah tipe potensial coulomb yang tertabiri. Penampang lintang dan besaran-besaran spin dihitung untuk melihat efek coulomb.

Kata kunci: Hamburan Kaon-Nukleon, teknik tiga-dimensi (3D), efek coulomb.

ABSTRACT

Name : Fahmi Maulida
Program : Undergraduate Physics
Title : Coulomb Effect on Kaon-Nucleon Scattering

Kaon-nucleon scattering is calculated using a three-dimensional technique (3D). The interaction used is that of the simple meson exchange model with in addition coulomb interaction. The coulomb interaction being taken is of the type of screened coulomb potential. The scattering cross section and some spin observable are calculated showing some coulomb effects.

Key Word: Kaon-Nucleon scattering, three-dimensional technique (3D), coulomb effect .

KATA PENGANTAR

Di hutan, kulihat dua cabang jalan terbentang. Kuambil jalan yang jarang dilalui orang. Dan itulah yang membuat segala perbedaan.
(Robert Frost).

Menjadi berbeda itu tidak mudah. Banyak pertentangan karena terlalu abstrak. Tapi karena berbeda, akhirnya saya mempunyai cerita yang tidak biasa. Karena berbeda itu juga, saya bertemu sesuatu yang tidak pernah saya ketahui sebelumnya.

Hidup itu seperti teori tumbukan berantai. Setelah memutuskan satu pilihan, maka akan bertemu pilihan-pilihan lain sebagai akibat dari pilihan sebelumnya. Ketika takdir pernah mempertemukan saya bertemu seseorang, pertemuan itu telah mempertemukan saya bertemu orang lain.

Saya pernah berkata kepada seseorang, "Jika saya tidak pernah menaklukan rasa takut saya pada hal 'pertama kali', maka saya tidak akan pernah bertemu hal 'yang kedua'". Seperti tumbukan berantai, saya pun bertemu yang kedua, yang ketiga, dan seterusnya.

Terima kasih Allah SWT telah karena telah memberikan saya kesempatan untuk pernah memilih satu takdir, hingga takdir itu akhirnya memperkenalkan kepada saya orang-orang terbaik untuk ada di sisi saya, mengajarkan, menyemangati, menginspirasi saya. Antara lain:

1. Kedua orang tua saya yang mempunyai mimpi ingin melihat anaknya tersenyum. "Terima kasih telah pernah melahirkanku, dan maaf belum sempat membahagiakan kalian."
2. Seluruh kakak-kakak saya. "Aa, Tete, sampai kapanpun saya akan selalu menjadi anak kecil buat kalian yang membutuhkan banyak pelajaran."
3. Pak Imam. "Sungguh sangat sulit mencari kata-kata yang dapat mewakili rasa terima kasih yang ingin saya haturkan untuk bapak. Kata terima kasih tidak akan pernah sebanding dengan apa yang telah saya dapat dan pelajari dari bapak. Terima kasih karena telah memberikan kepercayaan sehingga saya berani. Saya tahu, banyak hal yang tidak saya tahu. Saya tahu Allah SWT mempunyai balasan terbaik-Nya untuk bapak."
4. Pak Agus. "Terima kasih telah menjadi guru juga teman untuk saya. Saya tahu, betapa artinya pertemuan lima menit saya dengan bapak, karena pasti banyak baru hal yang saya akan ketahui."

5. Pak Terry, "Terima kasih telah menginspirasi saya untuk tetap mencintai fisika". Pak Handoko, "Terima kasih karena telah memotivasi saya untuk mengenal fisika lebih jauh". Pak Anto, "Terima kasih telah sabar mengajarkan saya". Pak Supriyanto, "Terima kasih telah banyak memberikan do'a dan dukungan untuk saya ada di fisika. Bapak seperti ayah untuk saya". Dosen yang lain yang terlalu banyak untuk saya sebut. Terima kasih karena telah sabar mengajarkan saya.
6. Kak Haryo, "Terima kasih telah membuka pikiran saya terhadap fisika dan dunia". Kak Aziz, "Terima kasih telah memperkenalkan pembimbing terbaik dan terbaik untuk saya". Bu titik, Ka Alvin, ka Handhika, ka Ardian, ka Januar, ka Khalid, ka Crhisna, ka Andi, dan senior lainnya yang pernah dengan sabar menjawab semua pertanyaan saya yang melelahkan, terima kasih.
7. Teman-teman seperjuangan angkatan 2008. Anggun, Jauhar, Saras, Mazu, dan juga teman-teman yang lain. Antara kita punya kisah, bahagia, mungkin juga luka. Maaf jika belum menjadi teman yang baik untuk kalian. Terima kasih telah menjadi warna dalam sejarah hidup saya. Senang menjadi temanmu.
8. Sahabat terbaik saya Suci Amanda Fitri (FIB), "Terima kasih telah menjadi teman segala macam suasana, menjadi guru. Yang *gw* pelajari dari *lo* adalah untuk tidak menyerah pada mimpi yang telah kita ikrarkan".
9. Semua pihak, teman, Mbak Ratna beserta seluruh jajaran staff Fisika, dan semua pihak yang telah menjadi pihak yang saya ganggu, semoga Allah membalas semua kabaikan dan mempertemukan kita di surga-Nya.

Terima kasih Ya Allah, semoga semua mimpi untuk mencari Mu, bertemu dengan Mu, mencari misteri ciptaan Mu, Kau mengizinkan saya bertakdir karenanya. Ya Allah, kau lahirkan saya dari orang-orang terbaik, dari orang-orang hebat, dan Kau mempertemukan saya dengan orang-orang yang mencintai-Mu. Semoga sumbangsih cinta terbesar, bisa saya persembahkan untuk Mu.

Depok, Juni 2012

Fahmi

DAFTAR ISI

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
HALAMAN PERNYATAAN PERSUTUJUAN PUBLIKASI	v
ABSTRAK	vi
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	1
1.3 Metode Penelitian	2
1.4 Tujuan Penelitian	2
2 Hamburan Kaon Nukleon	3
2.1 Kinematika Hamburan Kaon Nukleon	3
2.2 Hamburan Kaon Nukleon dalam Basis Tiga Dimensi (3D)	5
2.2.1 Matrik Hamburan dan Persamaan Lippmann-Schwinger	5
2.2.2 Elemen Matrik Potensial	5
2.2.3 Elemen Matrik T	7
3 Efek Coulomb pada Hamburan Kaon-Nukleon	13
3.1 Model Potensial Spin-Orbit untuk hamburan Kaon-Nukleon	13
3.2 Observable	16
3.3 Hasil dan Diskusi	17
4 Kesimpulan dan Saran	26
Lampiran	27

A	Tranformasi Potensial	27
B	Realisasi Numerik	30
B.1	Langkah Analitik	30
B.2	Langkah Numerik	32



DAFTAR GAMBAR

1.1	Hamburan pada sistem pusat massa.	2
2.1	Kinematika hamburan. a) Hamburan pada kerangka laboratorium. b) Hamburan pada kerangka pusat massa	4
3.1	Grafik penampang lintang diferensial pada energi 50 Mev	18
3.2	Grafik penampang lintang diferensial pada energi 250 Mev	18
3.3	Grafik penampang lintang diferensial pada energi 500 Mev	19
3.4	Grafik Polarisasi pada energi 50 MeV	20
3.5	Grafik Polarisasi pada energi 250 MeV	20
3.6	Grafik Polarisasi pada energi 500 MeV	21
3.7	Grafik Depolarisasi $x'x$ pada energi 50 MeV	21
3.8	Grafik Depolarisasi $x'x$ pada energi 250 MeV	22
3.9	Grafik Depolarisasi $x'x$ pada energi 500 MeV	22
3.10	Grafik Depolarisasi $z'x$ pada energi 50 MeV	23
3.11	Grafik Depolarisasi $z'x$ pada energi 250 MeV	23
3.12	Grafik Depolarisasi $z'x$ pada energi 500 MeV	24
3.13	Grafik Penampang lintang total	24

DAFTAR TABEL

3.1 Parameter-parameter elemen potensial 15



BAB 1

PENDAHULUAN

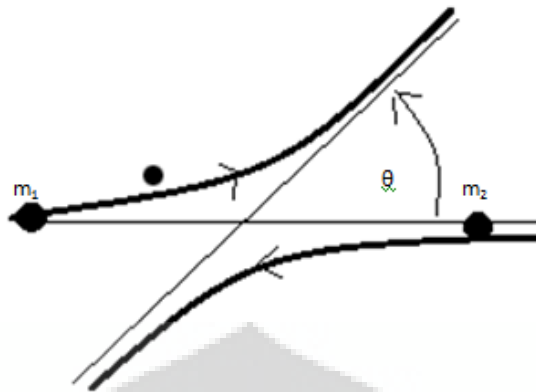
1.1 Latar Belakang

Hamburan elastik adalah hamburan dengan keadaan internal dan struktur dari partikel yang bertabrakan tidak berubah. Pada keadaan awal, kedua partikel berada pada jarak yang tak berhingga satu dengan yang lainnya (gambar 1.1). Ketika keduanya saling mendekat, interaksi antar partikel membuat perubahan gerak dan keadaan fisis kedua partikel tersebut. Setelah hamburan kedua partikel bergerak saling menjauh dan berada pada keadaan fisis final, yang mungkin saja sama atau berbeda dari keadaan fisis awal.

Salah satu interaksi adalah interaksi coulomb. Interaksi coulomb adalah interaksi *long-range*. Dengan demikian, ada saatnya interaksi coulomb menjadi satu-satunya interaksi yang mempengaruhi proses, yaitu setelah interaksi yang lain yang bersifat (*short-range*) secara efektif tidak lagi bekerja pada proses itu, karena partikel yang berinteraksi sudah saling berjauhan. Hamburan yang melibatkan interaksi coulomb ini sulit dihitung dengan teknik yang biasa dipakai dalam fisika nuklir, yaitu teknik *partial-wave* (PW), karena memerlukan banyak sekali gelombang parsial. Saat ini telah dikembangkan teknik baru, yaitu teknik tiga dimensi (3D) dengan variabel bebas vektor momentum. Dengan teknik 3D ini diharapkan perhitungan hamburan yang melibatkan interaksi coulomb menjadi lebih mudah. Kami kerjakan perhitungan hamburan kaon-nukleon (KN), dengan tambahan interaksi coulomb.

1.2 Perumusan Masalah

Pada penelitian ini, kami mengacu ke model potensial kaon-nukleon (KN) berdasarkan pertukaran meson [1], namun dengan banyak penyederhanaan. Untuk masing-masing partikel yang dipertukarkan, potensial terdiri dari potensial sentral dan potensial spin-orbit, dengan fungsi radial dipilih dari bentuk Yukawa. Kami menambahkan satu suku potensial dari tipe potensial Yukawa, yang dimaksudkan sebagai potensial coulomb tertabiri (*screened coulomb*). Kemudian dengan menggunakan teknik 3D, kita akan melihat efek dari penambahan suku potensial coulomb tersebut.



Gambar 1.1: Hamburan pada sistem pusat massa.

1.3 Metode Penelitian

Hamburan KN dirumuskan dalam basis 3D momentum-spin [2]. Elemen matrik T dicari secara numerik. Dari elemen matrik T dihitung besaran-besaran hamburan KN.

1.4 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk melihat efek coulomb pada hamburan Kaon-Nukleon (KN).

BAB 2

Hamburan Kaon Nukleon

2.1 Kinematika Hamburan Kaon Nukleon

Massa Kaon $m_K = 493.677$ MeV hampir setengahnya lebih kecil daripada massa proton $m_p = 938.272$ MeV. Untuk menjelaskan kinematika hamburan, kita mempunyai dua jenis kerangka acuan, yaitu kerangka laboratorium (lab.) dan kerangka pusat massa (P.M.).

Kedua kerangka tersebut dapat dihubungkan satu sama lain. Kita asumsikan $m_K = m_1$ dan $m_p = m_2$. Partikel m_1 bergerak searah dengan sumbu z dengan kecepatan v_1 dan momentum \mathbf{k} , m_2 dalam keadaan diam pada kerangka lab. Sudut hambur partikel m_1 pada kerangka lab. yaitu θ_{lab} . dan kecepatan setelah tumbukan adalah v dengan momentum \mathbf{k}' . Untuk kasus ini, pusat massa bergerak sepanjang sumbu z dengan kecepatan $v_{P.M.}$.

$$v_{P.M.} = \dot{R}_{P.M.} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad (2.1)$$

karena $v_2 = 0$ maka

$$v_{P.M.} = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}. \quad (2.2)$$

Pada kerangka pusat massa, dua partikel bergerak mendekati satu sama lain sepanjang sumbu z . (Lihat gambar 2.1)

$$\begin{aligned} \tilde{v}_1 &= v_1 - v_{P.M.} = \frac{m_2 v_1}{m_1 + m_2} \\ \tilde{v}_2 &= -v_{P.M.} = -\frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \end{aligned} \quad (2.3)$$

dimana \tilde{v}_1 dan \tilde{v}_2 berturut-turut adalah kecepatan partikel datang dan target pada kerangka P.M. Dapat kita lihat bahwa momentum dari kedua partikel adalah kebalikan satu sama lain. Hubungan antara kedua momentum dalam kedua kerangka acuan lab. dan P.M. adalah

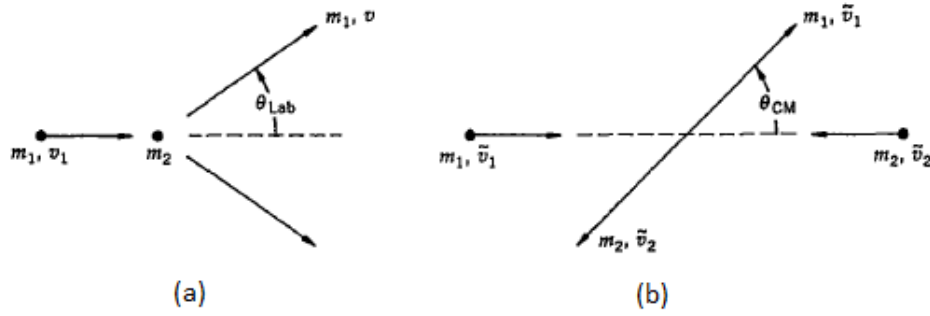
$$\mathbf{p} = \frac{m_2 \mathbf{k}_1 - m_1 \mathbf{k}_2}{m_1 + m_2}. \quad (2.4)$$

Karena $\mathbf{k}_2 = 0$, maka

$$\mathbf{p} = \frac{\mu}{m_1} \mathbf{k}_1 \quad (2.5)$$

dengan μ adalah massa tereduksi

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (2.6)$$



Gambar 2.1: Kinematika hamburan. a) Hamburan pada kerangka laboratorium. b) Hamburan pada kerangka pusat massa

Energi total pada kerangka P.M. $E_{P.M.}$ dan energi total pada kerangka lab. $E_{lab.}$ adalah

$$E_{P.M.} = \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu} = \frac{\mathbf{p}'^2}{2\mu} \quad (2.7)$$

$$E_{lab.} = \frac{\mathbf{k}_1^2}{2m_1} = \frac{\mathbf{k}_1'^2}{2m_1} + \frac{\mathbf{k}_2'^2}{2m_2} \quad (2.8)$$

Hubungan antara $E_{lab.}$ dengan $E_{P.M.}$ adalah

$$E_{P.M.} = \frac{\mu}{m_1} E_{lab.} \quad (2.9)$$

Kita misalkan $\theta_{P.M.}$ adalah sudut hambur pada kerangka P.M.. Relasi antara $\theta_{lab.}$ dan $\theta_{P.M.}$ dapat dicari sebagai berikut. Kita tahu bahwa kecepatan di kerangka lab. dan di kerangka pusat massa direlasikan oleh kecepatan pada pusat massa. Setelah hamburan, kecepatan pada komponen z untuk partikel dengan m_1 adalah

$$\begin{aligned} v \cos \theta_{lab.} - v_{P.M.} &= \tilde{v}_1 \cos \theta_{P.M.} \\ v \cos \theta_{lab.} &= \tilde{v}_1 \cos \theta_{P.M.} + v_{P.M.} \end{aligned} \quad (2.10)$$

dan komponen kecepatan yang tegak lurus dengan sumbu z adalah

$$v \sin \theta_{lab.} = \tilde{v}_1 \sin \theta_{P.M.} \quad (2.11)$$

Dari persamaan (2.10) dan (2.11) kita dapatkan

$$\tan \theta_{lab.} = \frac{\sin \theta_{P.M.}}{\cos \theta_{P.M.} + \frac{v_{P.M.}}{v_1}} = \frac{\sin \theta_{P.M.}}{\cos \theta_{P.M.} + \frac{m_1}{m_2}} \quad (2.12)$$

2.2 Hamburan Kaon Nukleon dalam Basis Tiga Dimensi (3D)

2.2.1 Matrik Hamburan dan Persamaan Lippmann-Schwinger

Informasi sebuah proses hamburan terangkum dalam matrik hamburan. Ada matrik T dan matrik M yang keduanya direlasikan dengan

$$M = -\mu(2\pi)^2 T. \quad (2.13)$$

Kita akan mencari solusi dari matrik T , dengan matrik T mengikuti persamaan

$$T = V + VG_0 T, \quad (2.14)$$

Persamaan 2.14 di atas kita kenal dengan persamaan **Lippmann-Schwinger** untuk matriks T , dengan G_0 adalah $1/(E - H_0 \pm i\epsilon_0)$ atau sering kita sebut sebagai *free propagator* dan V adalah potensial.

Elemen matriks T dalam basis 3D didefinisikan sebagai [2]

$$T_{\lambda',\lambda}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \equiv \langle \mathbf{p}' \lambda' | T | \mathbf{p} \lambda \rangle \quad (2.15)$$

dengan λ', λ adalah bilangan kuantum spin. $|\mathbf{p}, \lambda\rangle$ merepresentasikan keadaan awal, dan $|\mathbf{p}', \lambda'\rangle$ merepresentasikan keadaan akhir dari sistem. Hal yang sama berlaku juga untuk elemen matrik potensial

$$V_{\lambda',\lambda}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \equiv \langle \mathbf{p}' \lambda' | V | \mathbf{p} \lambda \rangle. \quad (2.16)$$

2.2.2 Elemen Matrik Potensial

Elemen matrik potensial pada basis 3D yaitu,

$$\begin{aligned} V_{\lambda',\lambda}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) &\equiv \langle \mathbf{p}' \lambda' | V | \mathbf{p} \lambda \rangle \\ &= \langle \hat{\mathbf{z}} \lambda' | \langle \mathbf{p}' | V | \mathbf{p} \rangle | \hat{\mathbf{z}} \lambda \rangle \\ &= \langle \hat{\mathbf{z}} \lambda' | V(\mathbf{p}', \mathbf{p}) | \hat{\mathbf{z}} \lambda \rangle \end{aligned} \quad (2.17)$$

Secara umum, struktur dari potensial untuk sistem KN dalam representasi momentum terdiri dari dua suku, yaitu suku yang tidak mengandung spin dan yang mengandung spin sebagai berikut:

$$V(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = f_0(p', p, \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}) + f_1(p', p, \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}) (\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{p}}') (\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{p}}), \quad (2.18)$$

dengan $f_i(p', p, \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}})$ adalah fungsi yang tidak bergantung pada spin. Operator $\mathbf{s} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}$, dengan $\boldsymbol{\sigma}$ adalah operator spin Pauli. Untuk menjamin invariansi terhadap operasi pembalikan waktu (time-reversal invariance) diasumsikan

$$f_i(p', p, \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}) = f_i(p, p', \hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{p}}'). \quad (2.19)$$

Elemen matriks potensial dalam basis 3D

$$\begin{aligned}
V_{\lambda',\lambda}(\mathbf{p}',\mathbf{p}) &= \delta_{\lambda',\lambda} \left[f_0(p',p, \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}) + \frac{1}{4} f_1(p',p, \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}) \right. \\
&\quad \times \left. \left\{ \cos \theta' \cos \theta + e^{-2i\lambda(\phi' - \phi)} \sin \theta' \sin \theta \right\} \right] \\
&\quad + \delta_{\lambda' - \lambda} f_1(p',p, \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}) \frac{\lambda}{2} e^{2i\lambda\phi'} \\
&\quad \times \left\{ \sin \theta' \cos \theta - e^{2i\lambda(\phi' - \phi)} \cos \theta' \sin \theta \right\}. \quad (2.20)
\end{aligned}$$

Untuk $\hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{z}}$

$$V_{\lambda',\lambda}(\mathbf{p}',p\hat{\mathbf{z}}) = e^{-i(\lambda' - \lambda)\phi'} V_{\lambda',\lambda}(p',p,\theta') \quad (2.21)$$

dengan

$$\begin{aligned}
V_{\lambda',\lambda}(p',p,\theta') &= \delta_{\lambda',\lambda} \left\{ f_0(p',p, \cos \theta') + \frac{1}{4} f_1(p',p, \cos \theta') \cos \theta' \right\} \\
&\quad + \delta_{\lambda' - \lambda} \frac{\lambda}{2} f_1(p',p, \cos \theta') \sin \theta'. \quad (2.22)
\end{aligned}$$

Potensial $V_{\lambda',\lambda}(\mathbf{p}',p\hat{\mathbf{z}})$ dan $V_{\lambda',\lambda}(p',p,\theta')$ memenuhi relasi simetri sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
V_{\lambda',\lambda}(\mathbf{p}',p\hat{\mathbf{z}}) &= (-)^{\lambda' - \lambda} e^{-2i(\lambda' - \lambda)\phi'} V_{-\lambda',\lambda}(\mathbf{p}',p\hat{\mathbf{z}}) \\
V_{\lambda',\lambda}(p',p,\theta') &= (-)^{\lambda' - \lambda} V_{-\lambda',-\lambda}(p',p,\theta'). \quad (2.23)
\end{aligned}$$

Bentuk potensial sederhana yang digunakan adalah potensial Yukawa yang mengandung juga suku spin-orbit, yaitu

$$V(r) = V_c \frac{e^{-\mu_c r}}{r} + V_s \frac{e^{-\mu_s r}}{r} \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}. \quad (2.24)$$

Jika kita tranformasikan ke ruang momentum seperti pada persamaan (A.2) dan (A.15), maka persamaan (2.24) menjadi,

$$\begin{aligned}
V(\mathbf{p},\mathbf{p}) &= \frac{1}{2\pi^2} \frac{V_c}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_c^2]} \\
&\quad + \frac{1}{2\pi^2} \frac{V_s}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_s^2]^2} \{ \mathbf{p}' \cdot \mathbf{p} - 4(\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}')(\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}) \} \\
&= \frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{V_c}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_c^2} + \frac{V_s(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{p})}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_s^2]^2} \right] \\
&\quad - \frac{2V_s p' p (\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{p}})(\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{p}})}{\pi^2 [(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_s^2]^2}. \quad (2.25)
\end{aligned}$$

Maka kita dapat memisahkan persamaan (2.25) di atas menjadi dua suku, satu suku tidak tergantung spin dan satu suku bergantung pada spin,

$$V(\mathbf{p}',\mathbf{p}) = f_0(p',p, \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}) + f_1(p',p, \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}})(\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{p}})(\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{p}}), \quad (2.26)$$

sehingga diperoleh

$$f_0(p', p, \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}) = \frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{V_c}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_c^2} + \frac{V_s(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{p})}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_s^2]^2} \right] \quad (2.27)$$

$$f_1(p', p, \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}) = -\frac{2V_s p' p}{\pi^2 [(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_s^2]^2}. \quad (2.28)$$

Jika kita masukkan persamaan (2.27) ke persamaan (2.20) dengan memasukan λ sebagai spin awal dan λ' sebagai spin akhir, maka akan didapat untuk $\lambda = \frac{1}{2}$ dan $\lambda' = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} V_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p', p, \theta') &= f_0(p', p, \cos \theta') + \frac{1}{4} f_1(p', p, \cos \theta') \cos \theta' \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{V_c}{(\mathbf{p}' - p\hat{\mathbf{z}})^2} + \frac{V_s \{(\mathbf{p}' \cdot p\hat{\mathbf{z}}) - p' p \cos \theta'\}}{[(\mathbf{p}' - p\hat{\mathbf{z}})^2 + \mu_s^2]^2} \right] \\ &= \frac{V_c}{2\pi^2 (p'^2 + p^2 - 2p' p \cos \theta' + \mu_c^2)} \end{aligned} \quad (2.29)$$

sedangkan untuk $\lambda = \frac{1}{2}$ dan $\lambda' = -\frac{1}{2}$ adalah

$$\begin{aligned} V_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p', p, \theta') &= \frac{1}{4} f_1(p', p, \cos \theta') \sin \theta' \\ &= -\frac{1}{4} \frac{2V_s p' p}{[\pi^2 (\mathbf{p}' - p\hat{\mathbf{z}})^2 + \mu_s^2]^2} \sin \theta' \\ &= -\frac{V_s p' p \sin \theta'}{2\pi^2 (p'^2 + p^2 - 2p' p \cos \theta' + \mu_s^2)} \end{aligned} \quad (2.30)$$

2.2.3 Elemen Matrik T

Operator transisi (2.15) di atas dalam basis 3D [2] adalah

$$T_{\lambda'\lambda}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \equiv \langle \mathbf{p}' \lambda' | T | \mathbf{p} \lambda \rangle, \quad (2.31)$$

dengan

$$|\mathbf{p} \lambda\rangle \equiv |\mathbf{p}\rangle |\hat{\mathbf{z}} \lambda\rangle, \quad (2.32)$$

yang normalisasinya

$$\langle \mathbf{p}' \lambda' | \mathbf{p} \lambda \rangle = \langle \hat{\mathbf{z}} \lambda' | \langle \mathbf{p}' | \mathbf{p} \rangle | \hat{\mathbf{z}} \lambda \rangle = \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \delta_{\lambda' \lambda}, \quad (2.33)$$

dan hubungan kelengkapannya

$$\sum_{\lambda=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int d\mathbf{p} |\mathbf{p} \lambda\rangle \langle \mathbf{p} \lambda| = \sum_{\lambda=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} |\hat{\mathbf{z}} \lambda\rangle \langle \hat{\mathbf{z}} \lambda| \int d\mathbf{p} |\mathbf{p}\rangle \langle \mathbf{p}| = 1. \quad (2.34)$$

Persamaan Lippmann-Schwinger untuk elemen matriks T dalam basis 3D adalah

$$\begin{aligned} T_{\lambda'\lambda}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) &= V_{\lambda'\lambda}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \\ &+ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{\lambda''=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int d\mathbf{p}'' \frac{V_{\lambda'\lambda''}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') T_{\lambda''\lambda}(\mathbf{p}'', \mathbf{p})}{E_p + i\varepsilon - E_{p''}}, \end{aligned} \quad (2.35)$$

dengan $E_p = \frac{p}{2\mu}$, $E_{p''} = \frac{p''^2}{2\mu}$ dan μ adalah massa reduksi. Untuk $\hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{z}}$, maka

$$T_{\lambda',\lambda}(\mathbf{p}', p\hat{\mathbf{z}}) = e^{-i(\lambda'-\lambda)\phi'} T_{\lambda',\lambda}(p', p, \theta'). \quad (2.36)$$

Oleh karena itu, persamaan (2.35) menjadi

$$\begin{aligned} T_{\lambda',\lambda}(p', p, \theta') &= V_{\lambda',\lambda}(p', p, \theta') \\ &+ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{\lambda'' = -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int dp'' \frac{V_{\lambda',\lambda''}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'')}{E_p + i\varepsilon - E_{p''}} e^{i(\lambda'\phi' - \lambda''\phi'')} \\ &\times e^{-i\lambda(\phi' - \phi'')} T_{\lambda'',\lambda}(p'', p, \theta'') \end{aligned} \quad (2.37)$$

Kita definisikan $V_{\lambda',\lambda''}^\lambda = V_{\lambda',\lambda''}^\lambda(p', p'', \theta', \theta'')$ sebagai

$$V_{\lambda',\lambda''}^\lambda(p', p'', \theta', \theta'') \equiv \int_0^{2\pi} d\phi'' V_{\lambda',\lambda''}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') e^{i(\lambda'\phi' - \lambda''\phi'')} e^{-i\lambda(\phi' - \phi'')}. \quad (2.38)$$

Persamaan integral untuk $T_{\lambda',\lambda}(p', p, \theta')$ sekarang menjadi

$$\begin{aligned} T_{\lambda',\lambda}(p', p, \theta') &= V_{\lambda',\lambda}(p', p, \theta') \\ &+ 2\mu \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{\lambda'' = -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^\infty dp'' \frac{p''^2}{p^2 + i\varepsilon - p''^2} \\ &\times \int_{-1}^1 d\cos\theta'' V_{\lambda',\lambda''}^\lambda(p', p'', \theta', \theta'') T_{\lambda'',\lambda}(p'', p, \theta'') \end{aligned} \quad (2.39)$$

dengan relasi simetri

$$V_{\lambda',\lambda''}^\lambda(p', p'', \theta', \theta'') = (-)^{\lambda' - \lambda''} V_{-\lambda', -\lambda''}^{-\lambda}(p', p'', \theta', \theta'') \quad (2.40)$$

$$T_{\lambda',\lambda}(p', p, \theta') = (-)^{\lambda' - \lambda} T_{-\lambda', -\lambda}(p', p, \theta') \quad (2.41)$$

Sebelum kita mencari nilai $V_{\lambda',\lambda''}^\lambda(p', p'', \theta', \theta'')$ terlebih dahulu kita cari

$V_{\lambda', \lambda''}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'')$ dari persamaan (2.20) untuk seluruh kemungkinan λ dan λ' .

$$\begin{aligned} V_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') &= f_0(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') \\ &+ \left[\frac{1}{4} f_1(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') \right. \\ &\quad \left. \times \{ \cos \theta' \cos \theta'' + e^{-i(\phi' - \phi'')} \sin \theta' \sin \theta'' \} \right] \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} V_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') &= -\frac{1}{4} f_1(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') e^{-i\phi'} \\ &\quad \times \{ \sin \theta' \cos \theta'' - e^{i(\phi' - \phi'')} \cos \theta' \sin \theta'' \} \\ &= -\frac{1}{4} f_1(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') e^{-i\phi'} e^{i(\phi' - \phi'')} \\ &\quad \times \{ e^{(-i\phi' - \phi'')} \sin \theta' \cos \theta'' - \cos \theta' \sin \theta'' \} \\ &= \frac{1}{4} f_1(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') e^{-i\phi'} \\ &\quad \times \{ \cos \theta' \sin \theta'' - e^{(-i\phi' - \phi'')} \sin \theta' \cos \theta'' \} \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} V_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') &= \frac{1}{4} f_1(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') e^{i\phi'} \\ &\quad \times \{ \sin \theta' \cos \theta'' - e^{(-i\phi' - \phi'')} \cos \theta' \sin \theta'' \} \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} V_{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') &= f_0(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') \\ &+ \frac{1}{4} f_1(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') \{ \cos \theta' \cos \theta'' + e^{i(\phi' - \phi'')} \sin \theta' \sin \theta'' \} \\ &= f_0(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') \\ &+ \left[\frac{1}{4} f_1(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') e^{i(\phi' - \phi'')} \right. \\ &\quad \left. \times \{ \sin \theta' \sin \theta'' + e^{(-i\phi' - \phi'')} \cos \theta' \cos \theta'' \} \right]. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Jika kita masukan persamaan (2.42) ke persamaan (2.38) akan kita dapatkan untuk

semua nilai λ'' dan λ' dengan nilai $\lambda = \frac{1}{2}$. Untuk $\lambda'' = \frac{1}{2}$ dan $\lambda' = \frac{1}{2}$ adalah

$$\begin{aligned}
V_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} &= \int_0^{2\pi} d\phi'' V_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') e^{i(\frac{1}{2}\phi' - \frac{1}{2}\phi'')} e^{-\frac{1}{2}i(\phi' - \phi'')} \\
&= \int_0^{2\pi} d\phi'' V_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') \\
&= \int_0^{2\pi} d\phi'' \left[f_0(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') + \frac{1}{4} f_1(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') \right. \\
&\quad \left. \times \{ \cos \theta' \cos \theta'' + e^{-i(\phi' - \phi'')} \sin \theta' \sin \theta'' \} \right] \\
&= \int_0^{2\pi} d\phi'' \left[\frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{V_c}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_c^2} + \frac{V_s(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{p}'')}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \right] \right. \\
&\quad \left. \frac{V_s p' p'' \{ \cos \theta' \cos \theta'' + e^{-i(\phi' - \phi'')} \sin \theta' \sin \theta'' \}}{2\pi^2 [(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \right] \\
&= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \left[\frac{V_c}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_c^2} \right. \\
&\quad \left. \frac{V_s \{ (\mathbf{p}' \cdot \mathbf{p}'') - i p' p'' \sin \theta' \sin \theta'' \sin(\phi' - \phi'') \}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \right] \\
&= \frac{V_c}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{1}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_c^2}. \tag{2.46}
\end{aligned}$$

Untuk nilai $\lambda'' = -\frac{1}{2}$ dan $\lambda' = \frac{1}{2}$ adalah

$$\begin{aligned}
V_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} &= \int_0^{2\pi} d\phi'' V_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') e^{i(\frac{1}{2}\phi' + \frac{1}{2}\phi'')} e^{-\frac{1}{2}i(\phi' - \phi'')} \\
&= \int_0^{2\pi} d\phi'' V_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') e^{i\phi''} \\
&= \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} d\phi'' f_1(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') e^{-i\phi'} \\
&\quad \times \{ \cos \theta' \sin \theta'' - e^{(-i\phi' - \phi'')} \sin \theta' \cos \theta'' \} \\
&= -\frac{V_s p' p''}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{\{ \cos \theta' \sin \theta'' - e^{(-i\phi' - \phi'')} \sin \theta' \cos \theta'' \}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \\
&= -\frac{V_s p' p''}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{1}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \{ \cos \theta' \sin \theta'' \\
&\quad - \sin \theta' \cos \theta'' \cos(\phi' - \phi'') + i \sin \theta' \cos \theta'' \sin(\phi' - \phi'') \} \\
&= -\frac{V_s p' p''}{2\pi^2} \\
&\quad \times \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{\{ \cos \theta' \sin \theta'' - \sin \theta' \cos \theta'' \cos(\phi' - \phi'') \}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2}. \tag{2.47}
\end{aligned}$$

Lalu untuk nilai $\lambda'' = \frac{1}{2}$ dan $\lambda' = -\frac{1}{2}$ adalah

$$\begin{aligned}
V_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} &= \int_0^{2\pi} d\phi'' V_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') e^{i(-\frac{1}{2}\phi' - \frac{1}{2}\phi'')} e^{-\frac{1}{2}i(\phi' - \phi'')} \\
&= \int_0^{2\pi} d\phi'' V_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') e^{-i\phi''} \\
&= \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} d\phi'' f_1(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') e^{-i\phi''} \\
&\quad \times \{\sin \theta' \cos \theta'' - e^{(-i\phi' - \phi'')} \cos \theta' \sin \theta''\} \\
&= -\frac{V_s p' p''}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{\{\cos \theta' \sin \theta'' - e^{(-i\phi' - \phi'')} \sin \theta' \cos \theta''\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \\
&= -\frac{V_s p' p''}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{1}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \{\sin \theta' \cos \theta'' \\
&\quad - \cos \theta' \sin \theta'' \cos(\phi' - \phi'') + i \cos \theta' \sin \theta'' \sin(\phi' - \phi'')\} \\
&= -\frac{V_s p' p''}{2\pi^2} \\
&\quad \times \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{\{\sin \theta' \cos \theta'' - \cos \theta' \sin \theta'' \cos(\phi' - \phi'')\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2}. \tag{2.48}
\end{aligned}$$

Sedangkan, untuk nilai $\lambda'' = -\frac{1}{2}$ dan $\lambda' = -\frac{1}{2}$ adalah

$$\begin{aligned}
V_{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} &= \int_0^{2\pi} d\phi'' V_{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') e^{i(-\frac{1}{2}\phi' + \frac{1}{2}\phi'')} e^{-\frac{1}{2}i(\phi' - \phi'')} \\
&= \int_0^{2\pi} d\phi'' V_{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') e^{-i(\phi' - \phi'')} \\
&= \int_0^{2\pi} d\phi'' \left[f_0(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') e^{-i(\phi' - \phi'')} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{4} f_1(p', p'', \hat{\mathbf{p}}' \cdot \hat{\mathbf{p}}'') \{\sin \theta' \sin \theta'' + e^{-i(\phi' - \phi'')} \cos \theta' \cos \theta''\} \right] \\
&= \int_0^{2\pi} d\phi'' \left[\frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{V_c}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_c^2} + \frac{V_s(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{p}'')}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \right] e^{-i(\phi' - \phi'')} \right. \\
&\quad \left. - \frac{V_s p' p'' \{\sin \theta' \sin \theta'' + e^{-i(\phi' - \phi'')} \cos \theta' \cos \theta''\}}{2\pi^2 [(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \right] \\
&= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \left[\frac{V_c}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_c^2} + \frac{V_s(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{p}'')}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{V_s p' p'' \{\cos \theta' \cos \theta'' + e^{-i(\phi' - \phi'')} \sin \theta' \sin \theta''\}}{2\pi^2 [(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \right] e^{-i(\phi' - \phi'')} \\
&= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \left[\frac{V_c}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_c^2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{V_s \{(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{p}'') + ip' p'' \{\sin \theta' \sin \theta'' \sin(\phi' - \phi'')\}\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \right] \\
&\quad \times \{\cos(\phi' - \phi'') - i \sin(\phi' - \phi'')\} \\
&= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \left[\frac{V_c \cos(\phi' - \phi'')}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_c^2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{V_s p' p'' \{\sin \theta' \sin \theta'' \sin^2(\phi' - \phi'')\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \right]. \tag{2.49}
\end{aligned}$$

Untuk integral tertutup, dapat diilustrasikan sebagai berikut:

$$\int_0^{2\pi} d\phi'' g(\phi' - \phi'') = \int_0^{2\pi} d\phi'' g(\phi''). \quad (2.50)$$

Jika persamaan (2.50) ke dalam persamaan (2.46)-(2.49) akan kita dapatkan:

$$V_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \frac{V_c}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{1}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_c^2} \quad (2.51)$$

$$V_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = -\frac{V_s p' p''}{2\pi^2} \times \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{\{\cos \theta' \sin \theta'' - \sin \theta' \cos \theta'' \cos \phi''\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \quad (2.52)$$

$$V_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = -\frac{V_s p' p''}{2\pi^2} \times \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{\{\sin \theta' \cos \theta'' - \cos \theta' \sin \theta'' \cos \phi''\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \quad (2.53)$$

$$V_{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \left[\frac{V_c \cos \phi''}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_c^2} - \frac{V_s p' p'' \{\sin \theta' \sin \theta'' \sin^2 \phi''\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_s^2]^2} \right]. \quad (2.54)$$

dengan $(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2$ di dalam integral yaitu

$$(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 = p'^2 + p''^2 - 2p' p'' \cos \theta' \cos \theta'' - 2p' p'' \sin \theta' \sin \theta'' \cos \phi''. \quad (2.55)$$

BAB 3

Efek Coulomb pada Hamburan Kaon-Nukleon

3.1 Model Potensial Spin-Orbit untuk hamburan Kaon-Nukleon

Seperti yang tertera pada persamaan (A.1), bentuk potensial yang digunakan adalah potensial Yukawa dengan spin:

$$V(r) = V_c \frac{e^{-\mu_c r}}{r} + V_s \frac{e^{-\mu_s r}}{r} \mathbf{1} \cdot \mathbf{s}, \quad (3.1)$$

Model interaksi KN yang digunakan adalah model pertukaran meson dengan penambahan suku coulomb. Meson yang dipertukarkan adalah ρ , ω , dan σ . Oleh karena itu, kita mempunyai model interaksi seperti pada persamaan 3.1 di atas untuk tiga suku, yaitu untuk masing-masing model pertukaran meson dan ditambah suku coulomb.

$$\begin{aligned} V(r) = & V_{c1} \frac{e^{-\mu_{c1} r}}{r} + V_{s1} \frac{e^{-\mu_{s1} r}}{r} \mathbf{1} \cdot \mathbf{s} + V_{c2} \frac{e^{-\mu_{c2} r}}{r} + V_{s2} \frac{e^{-\mu_{s2} r}}{r} \mathbf{1} \cdot \mathbf{s} \\ & + V_{c3} \frac{e^{-\mu_{c3} r}}{r} + V_{s3} \frac{e^{-\mu_{s3} r}}{r} \mathbf{1} \cdot \mathbf{s} + V_{c4} \frac{e^{-\mu_{c4} r}}{r}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

dengan V_{c1} sebagai suku sentral dan V_{s1} sebagai suku spin-orbit untuk model pertukaran meson σ . V_{c2} sebagai suku sentral dan V_{s2} sebagai suku spin-orbit untuk model pertukaran meson ρ . V_{c3} sebagai suku sentral dan V_{s3} sebagai suku spin-orbit untuk model pertukaran meson ω . Untuk potensial coulomb, digunakan model interaksi yang sama yaitu V_{c4} sebagai suku sentral. Suku coulomb tidak mengandung suku spin-orbit, karena interaksi coulomb tidak bergantung spin.

Maka dengan cara yang sama seperti pada persamaan (2.25) kita akan mendapatkan potensial dalam representasi momentum

$$\begin{aligned} V(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = & \frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{V_{c1}}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_{c1}^2} + \frac{V_{s1}(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{p})}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_{s1}^2]^2} \right] - \frac{2V_{s1}p'p(\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{p}})(\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{p}})}{\pi^2[(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_{s1}^2]^2} \\ & + \frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{V_{c2}}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_{c2}^2} + \frac{V_{s2}(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{p})}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_{s2}^2]^2} \right] - \frac{2V_{s2}p'p(\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{p}})(\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{p}})}{\pi^2[(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_{s2}^2]^2} \\ & + \frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{V_{c3}}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_{c3}^2} + \frac{V_{s3}(\mathbf{p}' \cdot \mathbf{p})}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_{s3}^2]^2} \right] - \frac{2V_{s3}p'p(\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{p}})(\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{p}})}{\pi^2[(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_{s3}^2]^2} \\ & + \frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{V_{c4}}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_{c4}^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Persamaan (2.29) menjadi:

$$\begin{aligned}
 V_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p', p, \theta') &= \frac{V_{c1}}{2\pi^2(p'^2 + p^2 - 2p'p \cos \theta' + \mu_{c1}^2)} \\
 &+ \frac{V_{c2}}{2\pi^2(p'^2 + p^2 - 2p'p \cos \theta' + \mu_{c2}^2)} \\
 &+ \frac{V_{c3}}{2\pi^2(p'^2 + p^2 - 2p'p \cos \theta' + \mu_{c3}^2)} \\
 &+ \frac{V_{c4}}{2\pi^2(p'^2 + p^2 - 2p'p \cos \theta' + \mu_{c4}^2)}, \tag{3.4}
 \end{aligned}$$

dan persamaan (2.30) menjadi

$$\begin{aligned}
 V_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p', p, \theta') &= \frac{V_{s1}p'p \sin \theta'}{2\pi^2(p'^2 + p^2 - 2p'p \cos \theta' + \mu_{s1}^2)} \\
 &- \frac{V_{s2}p'p \sin \theta'}{2\pi^2(p'^2 + p^2 - 2p'p \cos \theta' + \mu_{s2}^2)} \\
 &- \frac{V_{s3}p'p \sin \theta'}{2\pi^2(p'^2 + p^2 - 2p'p \cos \theta' + \mu_{s3}^2)}. \tag{3.5}
 \end{aligned}$$

Persamaan (2.51) sampai (2.54) menjadi

$$\begin{aligned}
 V_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} &= \frac{V_{c1}}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{1}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{c1}^2} \\
 &+ \frac{V_{c2}}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{1}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{c2}^2} \\
 &+ \frac{V_{c3}}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{1}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{c3}^2} \\
 &+ \frac{V_{c4}}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{1}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{c4}^2} \tag{3.6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} &= - \left[\frac{V_{s1}p'p''}{2\pi^2} \right. \\
 &\times \left. \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{\{\cos \theta' \sin \theta'' - \sin \theta' \cos \theta'' \cos \phi''\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{s1}^2]^2} \right] \\
 &- \left[\frac{V_{s2}p'p''}{2\pi^2} \right. \\
 &\times \left. \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{\{\cos \theta' \sin \theta'' - \sin \theta' \cos \theta'' \cos \phi''\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{s2}^2]^2} \right] \\
 &- \left[\frac{V_{s3}p'p''}{2\pi^2} \right. \\
 &\times \left. \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{\{\cos \theta' \sin \theta'' - \sin \theta' \cos \theta'' \cos \phi''\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{s3}^2]^2} \right] \tag{3.7}
 \end{aligned}$$

Tabel 3.1: Parameter-parameter elemen potensial

	V_c	V_s	μ_c	μ_s
σ	12.503	10.002	600 MeV	600 MeV
ρ	-2.193	47.388	769 MeV	769 MeV
ω	-8.013	12.727	782.6 MeV	782.6 MeV
Coulomb	0.0073	-	10 MeV	-

$$\begin{aligned}
 V_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = & - \left[\frac{V_{s1} p' p''}{2\pi^2} \right. \\
 & \times \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{\{\sin \theta' \cos \theta'' - \cos \theta' \sin \theta'' \cos \phi''\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{s1}^2]^2} \\
 & - \left[\frac{V_{s2} p' p''}{2\pi^2} \right. \\
 & \times \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{\{\sin \theta' \cos \theta'' - \cos \theta' \sin \theta'' \cos \phi''\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{s2}^2]^2} \\
 & - \left[\frac{V_{s3} p' p''}{2\pi^2} \right. \\
 & \times \left. \int_0^{2\pi} d\phi'' \frac{\{\sin \theta' \cos \theta'' - \cos \theta' \sin \theta'' \cos \phi''\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{s3}^2]^2} \right] \quad (3.8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = & \left(\frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \left[\frac{V_{c1} \cos \phi''}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{c1}^2]} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{V_{s1} p' p'' \{\sin \theta' \sin \theta'' \sin^2 \phi''\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{s1}^2]^2} \right] \right) \\
 & + \left(\frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \left[\frac{V_{c2} \cos \phi''}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{c2}^2]} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{V_{s2} p' p'' \{\sin \theta' \sin \theta'' \sin^2 \phi''\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{s2}^2]^2} \right] \right) \\
 & + \left(\frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \left[\frac{V_{c3} \cos \phi''}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{c3}^2]} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{V_{s3} p' p'' \{\sin \theta' \sin \theta'' \sin^2 \phi''\}}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{s3}^2]^2} \right] \right) \\
 & + \left(\frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi'' \left[\frac{V_{c4} \cos \phi''}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p}'')^2 + \mu_{c4}^2]} \right] \right). \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

Dengan melakukan perbandingan secara kasar dengan model pertukaran meson Buttgen [1], maka didapat parameter-parameter seperti pada Tabel 3.1

3.2 Observable

Observable spin untuk hamburan KN, dapat diturunkan dari persamaan umum

$$I \langle \sigma^\alpha \rangle = \frac{1}{2} (4\pi^2 \mu)^2 \sum_{\beta=0}^3 \langle \sigma^\beta \rangle \text{Tr} \left[T(p, p, \theta') \sigma^\beta T^\dagger(p, p, \theta') \sigma^\alpha \right], \quad (3.10)$$

Persamaan (3.10) menghubungkan variasi polarisasi spin pada keadaan akhir dan awal, berturut-turut $\langle \sigma^\alpha \rangle$ dan $\langle \sigma^\beta \rangle$. σ^0 sebagai matrik identitas 2 kali 2 yang mendeskripsikan kondisi proyektil tidak terpolarisasi atau polarisasi partikel yang terhambur tidak diukur, sedangkan σ^α dan σ^β untuk $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ adalah komponen operator spin Pauli, menurut vektor satuan yang ditentukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sigma^\beta : \quad \hat{z} &= \hat{p} = \hat{k}_1' \\ \hat{y} &= \hat{p} \times \hat{p}' \\ \hat{x} &= \hat{y} \times \hat{z} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \sigma^\alpha : \quad \hat{z}' &= \hat{k}_1' \\ \hat{y}' &= \hat{k}_1 \times \hat{k}_1' = \hat{y} \\ \hat{x}' &= \hat{y}' \times \hat{z}', \end{aligned} \quad (3.12)$$

dengan nilai \mathbf{k}_1 dan \mathbf{k}_1' adalah momentum awal dan momentum akhir dari partikel kaon pada kerangka acuan lab.

Penampang lintang diferensial rata-rata spin (spin-averaged differential cross section) adalah

$$\begin{aligned} I_0 \equiv \frac{\overline{d\sigma}}{d\hat{p}'} &= \frac{1}{2} (4\pi^2 \mu)^2 \text{Tr} \{ T(p, p, \theta') T^\dagger(p, p, \theta') \} \\ &= (4\pi^2 \mu)^2 \left\{ \left| T_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p, p, \theta') \right|^2 + \left| T_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p, p, \theta') \right|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Jika kita tetapkan keadaan awal spin tidak terpolarisasi, akan tetapi kita akan mengukur keadaan akhir yang terpolarisasi, maka polarisasi dapat dihitung sebagai berikut,

$$\begin{aligned} P_y &\equiv \frac{1}{2I_0} (4\pi^2 \mu)^2 \text{Tr} \{ T(p, p, \theta') T^\dagger(p, p, \theta') \sigma^y \} \\ &= \frac{2}{I_0} (4\pi^2 \mu)^2 \text{Im} \left\{ T_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^*(p, p, \theta') T_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p, p, \theta') \right\}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Begitupun sebaliknya, jika yang akan kita ukur keadaan awal yang terpolarisasi dan keadaan akhirnya tidak terpolarisasi, besaran yang diukur disebut asimetri. Nilai asimetri sama dengan nilai polarisasi.

Untuk depolarisasi yaitu situasi yang dimana masing-masing partikel pada keadaan awal dan akhir kita ukur polarisasinya. Depolarisasi dapat kita hitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
D_{x'x} &\equiv \frac{1}{2I_0}(4\pi^2\mu)^2 Tr \left\{ T(p, p, \theta') \sigma^x T^\dagger(p, p, \theta') \sigma^{x'} \right\} \\
&= \frac{1}{I_0}(4\pi^2\mu)^2 \left[\left\{ \left| T_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p, p, \theta') \right|^2 - \left| T_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p, p, \theta') \right|^2 \right\} \cos \theta_{lab} \right. \\
&\quad \left. + 2Re \left\{ T_{*\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p, p, \theta') T_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p, p, \theta') \right\} \sin \theta_{lab} \right] \quad (3.15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{x'z} &\equiv \frac{1}{2I_0}(4\pi^2\mu)^2 Tr \left\{ T(p, p, \theta') \sigma^x T^\dagger(p, p, \theta') \sigma^{z'} \right\} \\
&= \frac{1}{I_0}(4\pi^2\mu)^2 \left[\left\{ \left| T_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p, p, \theta') \right|^2 - \left| T_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p, p, \theta') \right|^2 \right\} \sin \theta_{lab} \right. \\
&\quad \left. + 2Re \left\{ T_{*\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p, p, \theta') T_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(p, p, \theta') \right\} \cos \theta_{lab} \right] \quad (3.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{yy} &\equiv \frac{1}{2I_0}(4\pi^2\mu)^2 Tr \left\{ T(p, p, \theta') \sigma^y T^\dagger(p, p, \theta') \sigma^y \right\} \\
&= 1 \quad (3.17)
\end{aligned}$$

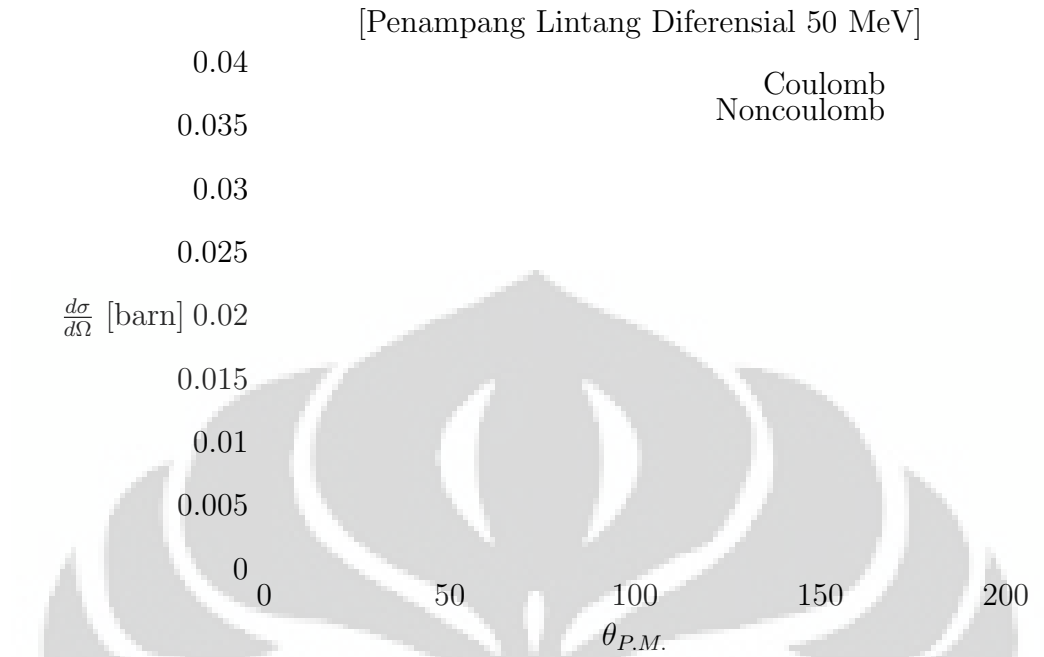
$$\begin{aligned}
D_{x'z} &\equiv \frac{1}{2I_0}(4\pi^2\mu)^2 Tr \left\{ T(p, p, \theta') \sigma^z T^\dagger(p, p, \theta') \sigma^{x'} \right\} \\
&= -D_{z'x} \quad (3.18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{z'z} &\equiv \frac{1}{2I_0}(4\pi^2\mu)^2 Tr \left\{ T(p, p, \theta') \sigma^z T^\dagger(p, p, \theta') \sigma^{z'} \right\} \\
&= D_{x'x}. \quad (3.19)
\end{aligned}$$

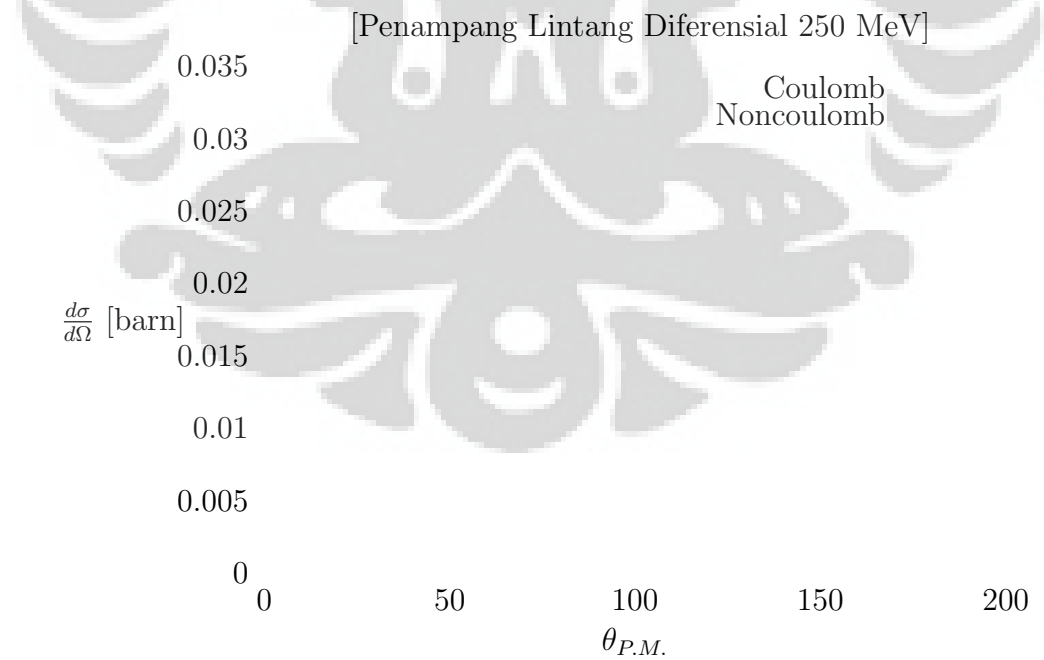
3.3 Hasil dan Diskusi

Gambar 3.1 menunjukkan penampang lintang diferensial pada energi 50 MeV, baik untuk hamburan yang memasukkan interaksi coulomb maupun yang tidak. Kita dapat lihat perbedaan penampang lintang diferensial yang sangat besar antara keduanya. Perbedaan besar penampang lintang diferensial sekitar 0,035 barn tampak pada sudut terkecil. Terlihat interaksi coulomb memberikan penampang lintang diferensial lebih besar dibandingkan dengan yang tanpa interaksi coulomb. Efek coulomb ini berkurang seiring bertambah besarnya sudut hambur. Sekitar pada sudut hambur 60° efek coulomb tidak terlihat lagi.

Sedangkan pada gambar 3.2, kita dapat melihat perbedaan antar kedua penampang lintang diferensial pada energi 250 MeV tidak terlalu besar. Perbedaan besar penampang lintang diferensial sekitar 0,0075 barn pada sudut terkecil. Interaksi coulomb tetap memberikan penampang lintang diferensial lebih besar dibandingkan dengan yang tanpa interaksi coulomb. Efek coulomb ini berkurang seiring

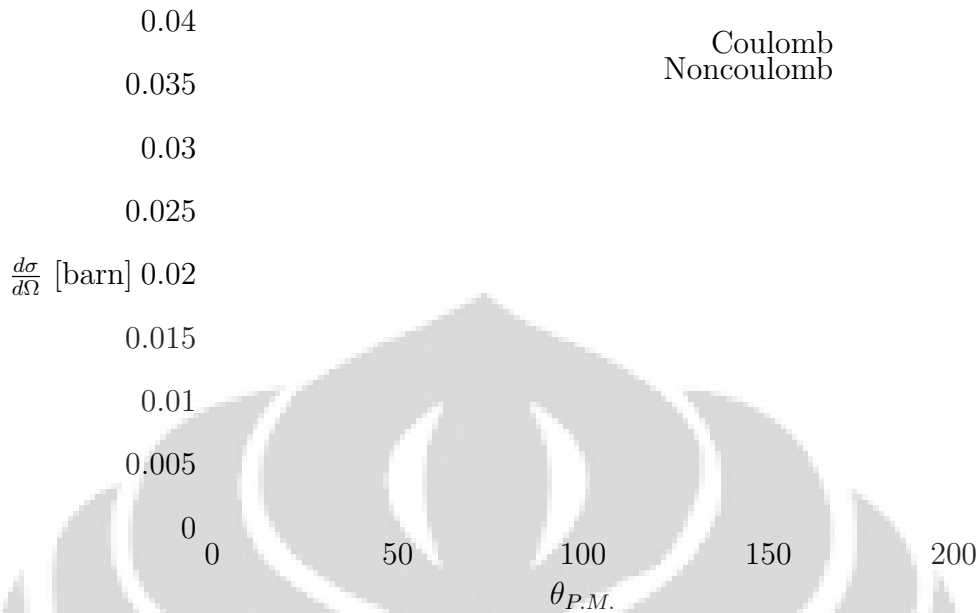


Gambar 3.1: Grafik penampang lintang diferensial pada energi 50 Mev



Gambar 3.2: Grafik penampang lintang diferensial pada energi 250 Mev

[Penampang Lintang Diferensial 500 MeV]



Gambar 3.3: Grafik penampang lintang diferensial pada energi 500 Mev

bertambahnya besar sudut hambur. Sekitar pada sudut 40° efek coulomb tidak terlihat lagi.

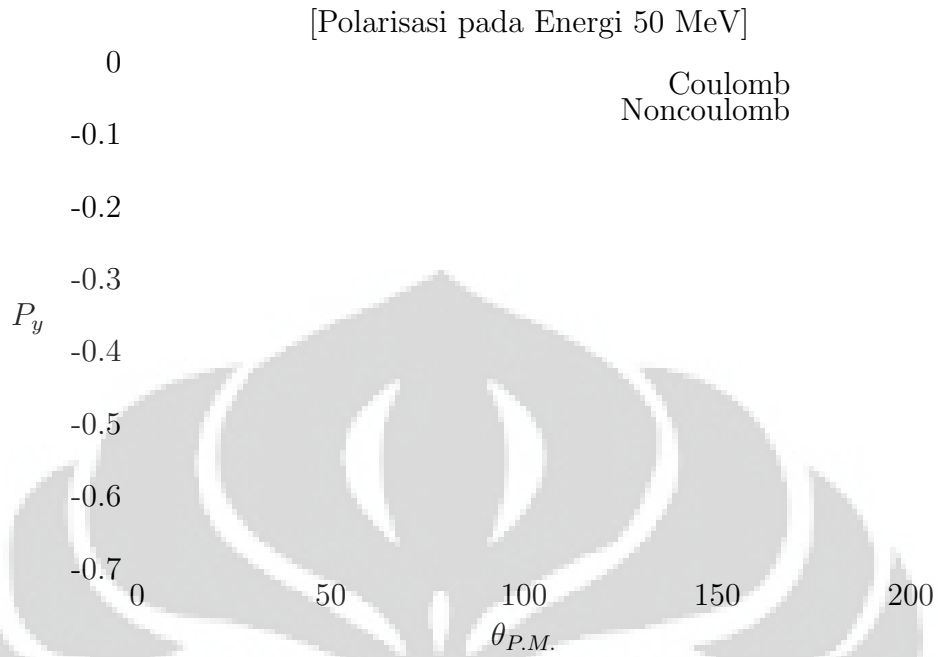
Kita dapat melihat, perbedaan penampang lintang diferensial yang tidak terlalu besar antara yang mengandung interaksi coulomb dan yang tidak pada energi yang tinggi. Seperti pada gambar 3.3 perbedaan antara keduanya kini hanya 0,003 barn. Antara keduanya memiliki penampang lintang diferensial yang sama Sekitar pada sudut 25° efek coulomb tidak terlihat lagi.

Dari ketiga gambar penampang lintang diferensial dapat disimpulkan bahwa efek coulomb akan terlihat sangat berpengaruh pada energi kecil dan pada sudut hambur yang kecil. Dapat diprediksikan, untuk energi yang lebih tinggi lagi dari 500 MeV, efek coulomb akan semakin kecil lagi.

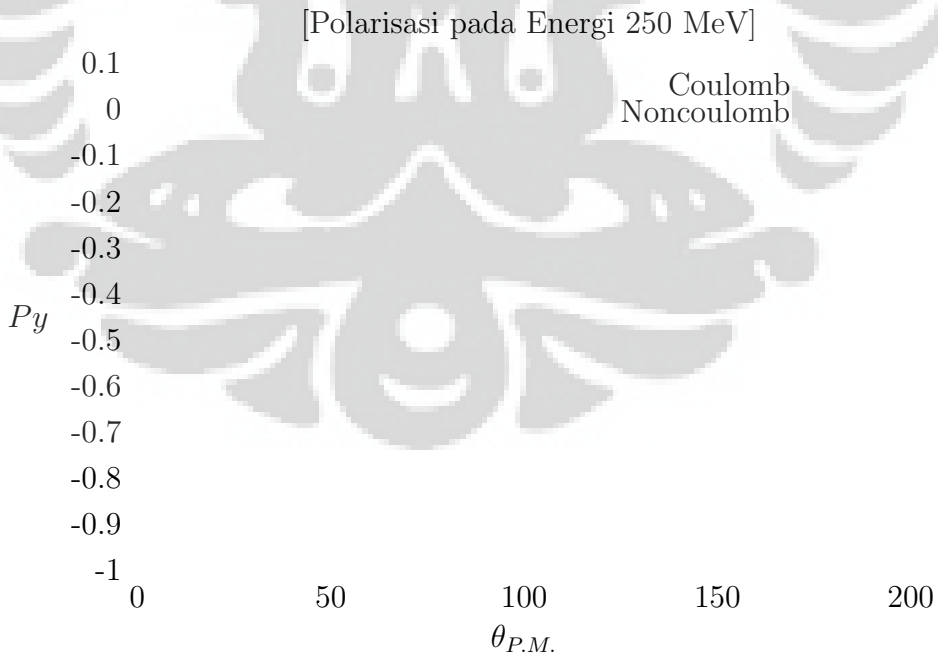
Begitupun untuk polarisasi. Efek coulomb terlihat pada energi yang rendah. Pada gambar 3.4 terlihat jelas perbedaan polarisasi pada sudut hambur kecil. Efek coulomb tidak terlihat lagi untuk energi lebih tinggi. Kita dapat melihat pada energi 250 MeV (gambar 3.5) dan pada energi 500 MeV (lihat gambar 3.6) efek coulomb tidak dapat terlihat lagi.

Hal yang sama terjadi pada depolarisasi $x'x$ ataupun depolarisasi $z'x$. Efek coulomb terlihat pada energi 50 MeV, sedangkan untuk energi yang lebih tinggi, efek coulomb tidak terlihat.

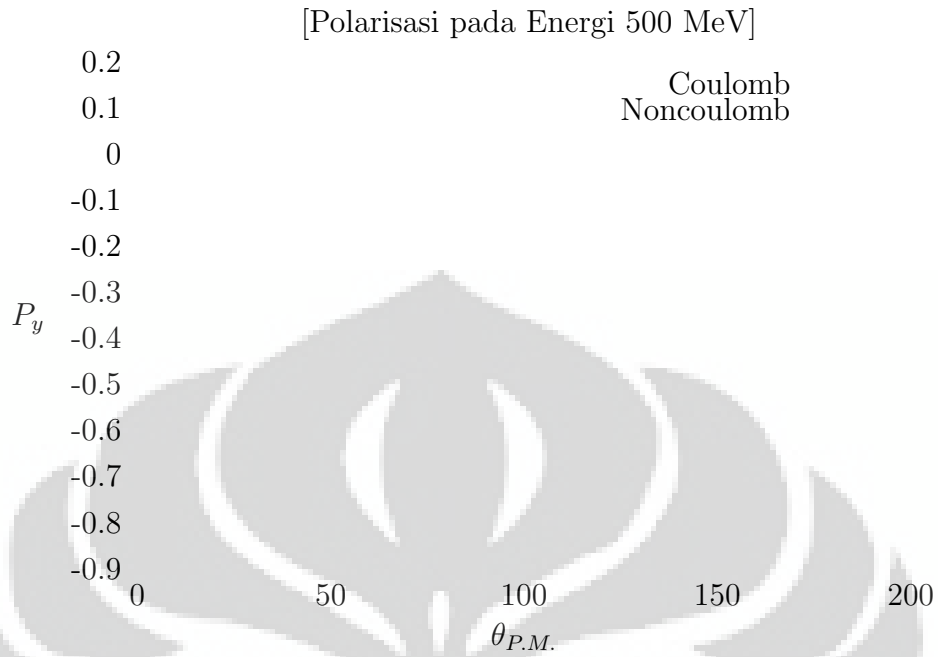
Gambar 3.13 adalah gambar penampang lintang total. Pada energi 50 MeV, perbedaan penampang lintang total sekitar 23,5 persen. Grafik naik pada rentang



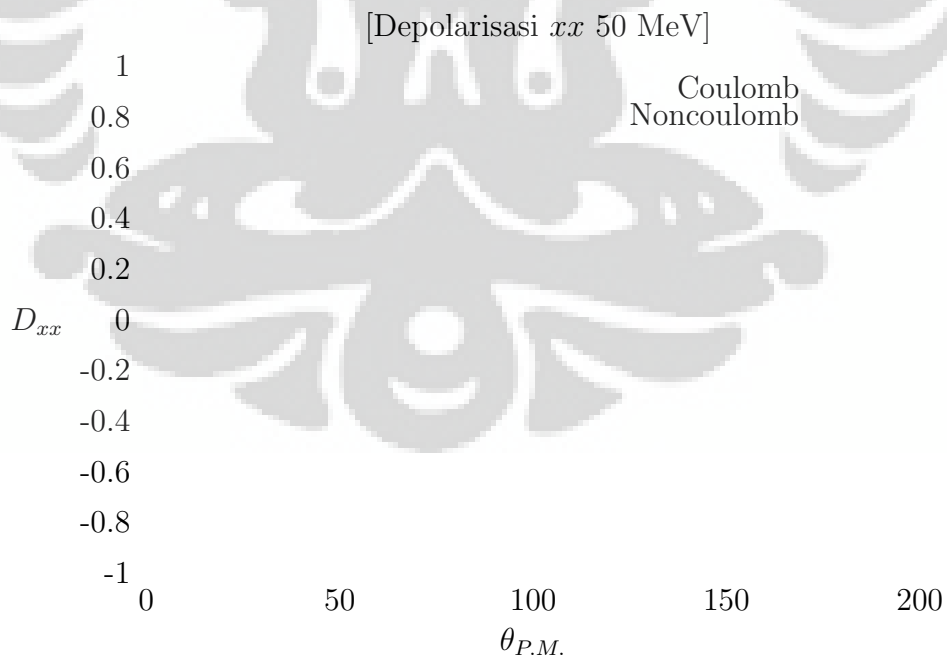
Gambar 3.4: Grafik Polarisasi pada energi 50 MeV



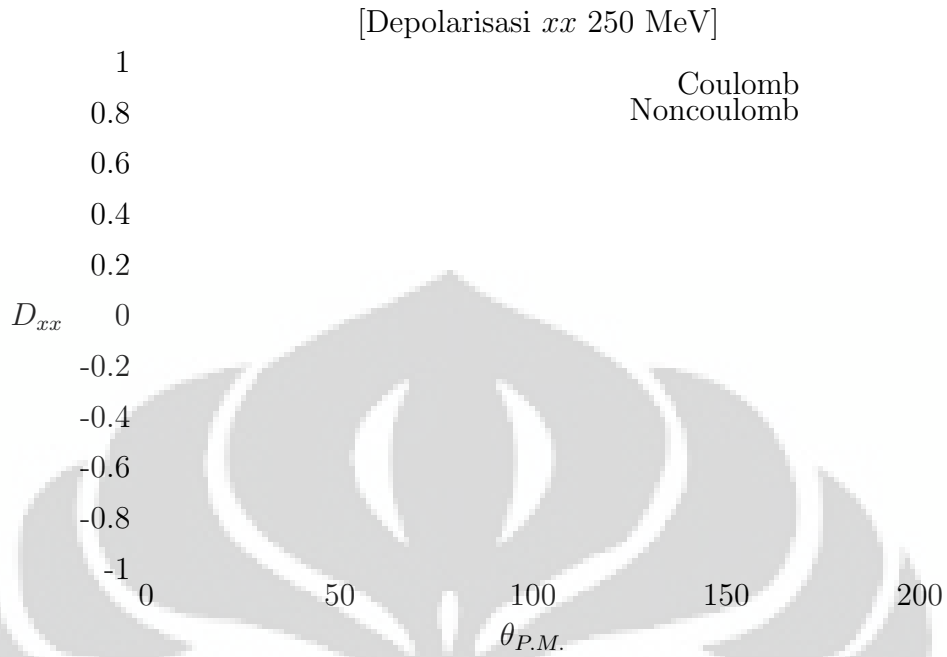
Gambar 3.5: Grafik Polarisasi pada energi 250 MeV



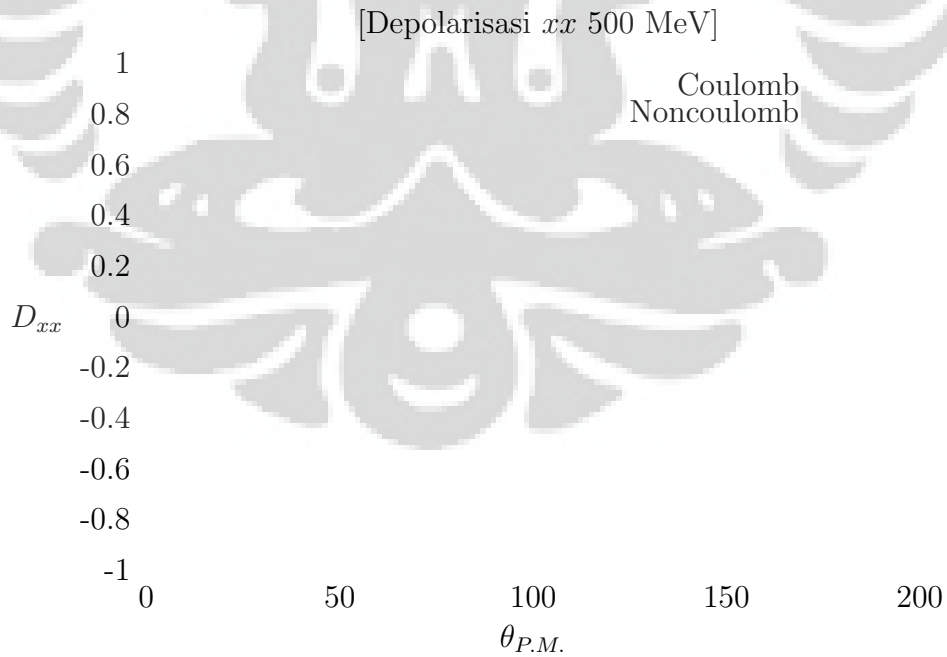
Gambar 3.6: Grafik Polarisasi pada energi 500 MeV



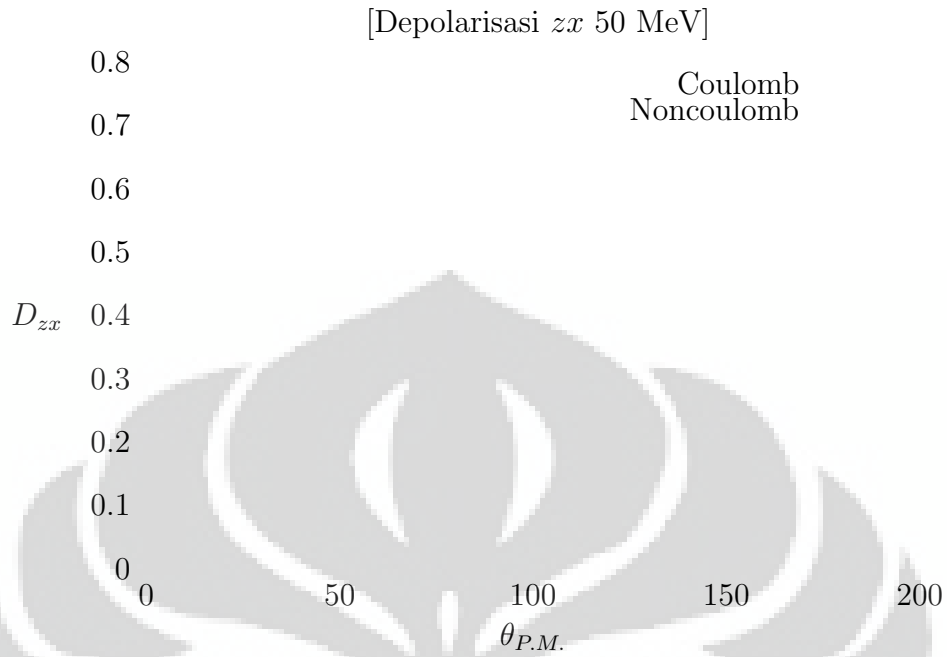
Gambar 3.7: Grafik Depolarisasi $x'x$ pada energi 50 MeV



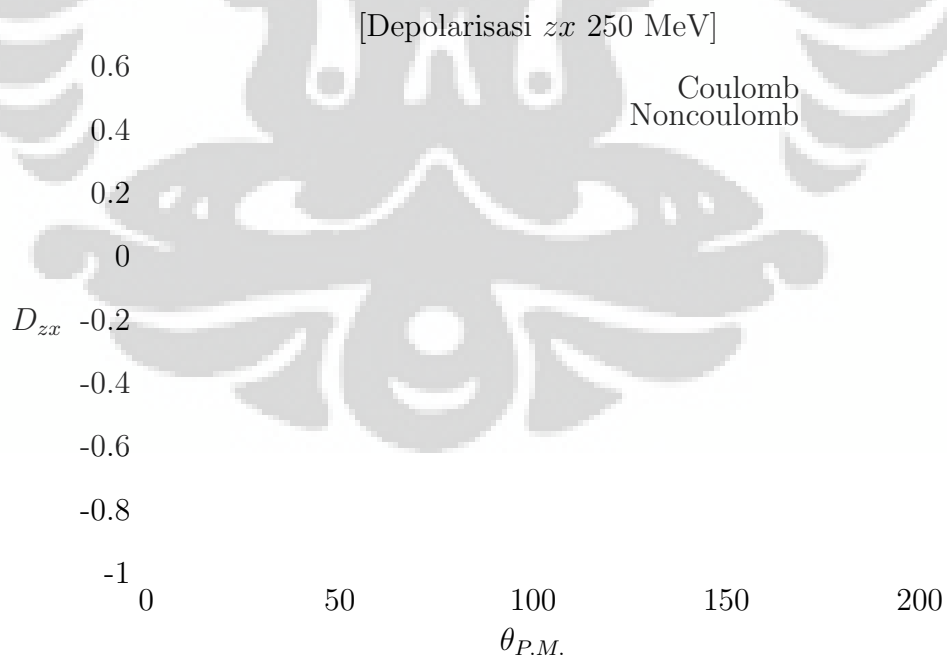
Gambar 3.8: Grafik Depolarisasi $x'x$ pada energi 250 MeV



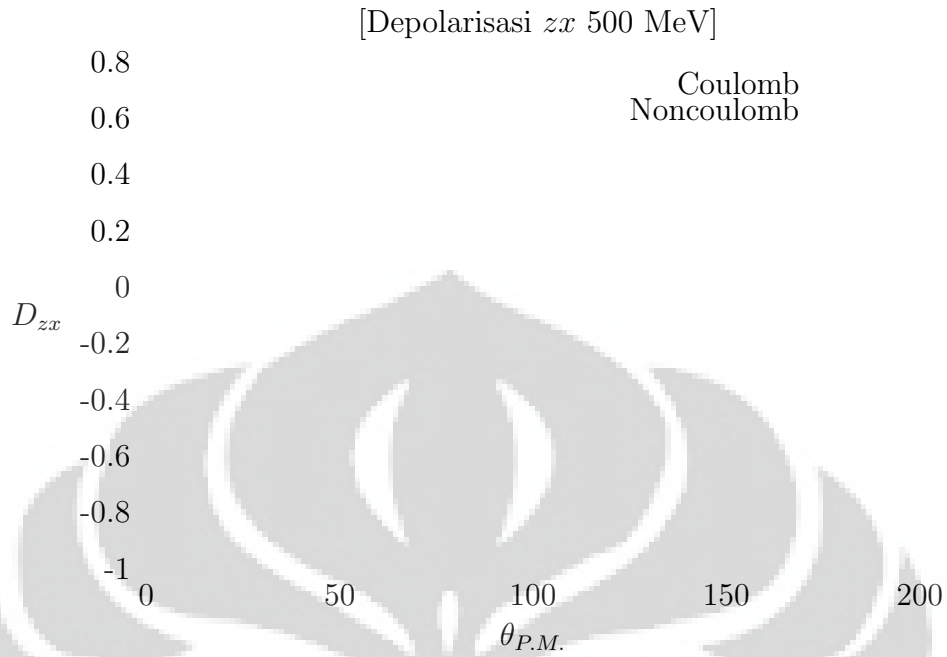
Gambar 3.9: Grafik Depolarisasi $x'x$ pada energi 500 MeV



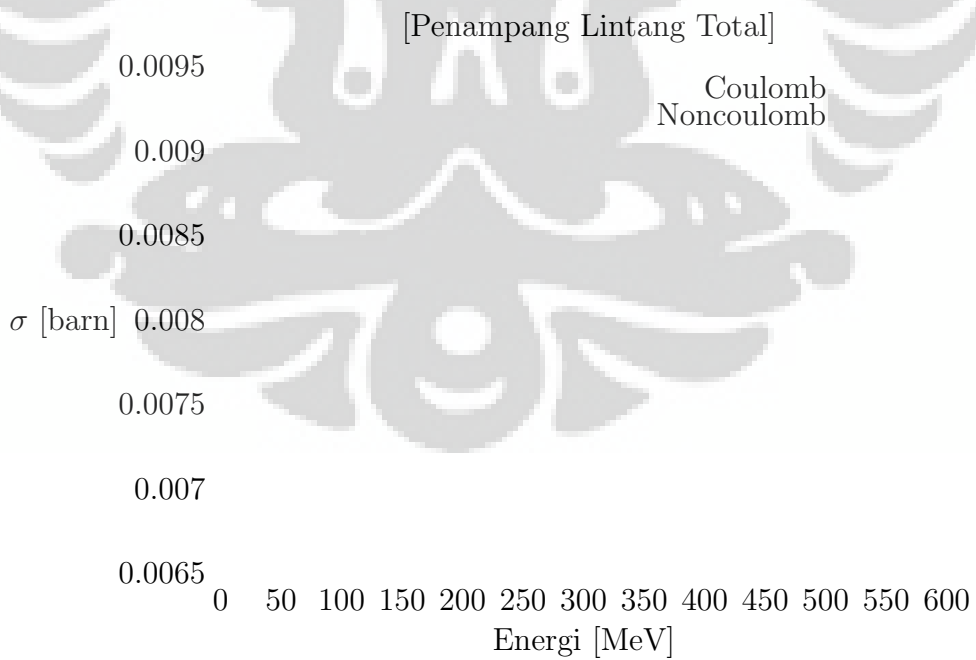
Gambar 3.10: Grafik Depolarisasi $z'x$ pada energi 50 MeV



Gambar 3.11: Grafik Depolarisasi $z'x$ pada energi 250 MeV



Gambar 3.12: Grafik Depolarisasi $z'x$ pada energi 500 MeV



Gambar 3.13: Grafik Penampang lintang total

energi 50-200 MeV. Grafik kembali turun dan konstan pada energi 400 MeV dan seterusnya. Artinya, Efek coulomb terlihat pada energi yang semakin rendah. Ini dikarenakan, karena interaksi coulomb memiliki jangkauan panjang. Pada energi rendah, parameter tumbukan (*impact parameter*) semakin besar untuk nilai momentum angular yang sama. Pada saat inilah, interaksi yang lain (yang berjangkauan pendek) tidak terlalu mempengaruhi proses, sehingga hanya interaksi coulomb yang mempengaruhi proses.



BAB 4

Kesimpulan dan Saran

Penelitian hamburan Kaon-Nukleon kami menggunakan teknik tiga dimensi (3D). Dengan memformulasikan dari persamaan Lippmann-Schwinger, kemudian mendapatkan elemen matrik T secara numerik, kami dapat menghitung besaran-besaran dan mencari efek coulomb pada hamburan KN.

Dari hasil perhitungan kami dapat menyimpulkan bahwa efek coulomb bekerja pada energi rendah. Ini dikarenakan, jika energi makin rendah parameter tumbukan yang semakin besar. Pada saat inilah, interaksi yang lain (yang berjangkaun pendek) secara efektif sudah tidak bekerja lagi. Hanya ada interkasi coulomb yang mempengaruhi proses.

Kami belum dapat membandingkan hasil penelitian kami dengan data hasil eksperimen. Mengingat penelitian kami yang masih menggunakan potensial spin-orbit yang sederhana, dan juga parameter-parameter yang kasar, kami mengharapkan dapat melanjutkan pekerjaan kami dengan menggunakan potensial yang realistik.

LAMPIRAN A

Tranformasi Potensial

Pada Bab 2.3 telah ditentukan bentuk potensial yang digunakan adalah potensial Yukawa dengan spin. Potensial yang digunakan adalah:

$$V(r) = V_c \frac{e^{-\mu_c r}}{r} + V_s \frac{e^{-\mu_s r}}{r} \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}. \quad (\text{A.1})$$

Potensial tersebut ditransformasi ke ruang momentum dengan transformasi Fourier sebagai berikut:

$$\begin{aligned} V_c(\mathbf{p}', \mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int dr V_c(r) e^{-i(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{r}} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty dr r^2 V_c(r) \int_{-1}^1 d \cos \theta \int_0^{2\pi} d\phi e^{-i(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{r}} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty dr r^2 V_c(r) \int_{-1}^1 d \cos \theta e^{-i|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|r \cos \theta} \int_0^{2\pi} d\phi \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{infy} dr r^2 V_c(r) \frac{e^{i|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|r} - e^{-i|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|r}}{i|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|r} \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{infy} dr r^2 V_c(r) \frac{\sin(|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|r)}{|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{infy} dr r (V_c e^{-\mu_c r} \frac{\sin(|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|r)}{|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|}) \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{V_c}{(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_c^2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Sedangkan untuk $V_s(\mathbf{p}', \mathbf{p})$ digunakan hubungan:

$$\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = (\mathbf{r} \times \mathbf{p}) \cdot \mathbf{s} = (\mathbf{p} \times \mathbf{s}) \cdot \mathbf{r} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} V_s(\mathbf{p}', \mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{infy} dr V_s(r) e^{-i(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{r}} \\ V_s(\mathbf{p}', \mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{infy} dr V_s(r) (\mathbf{p} \times \mathbf{s}) \cdot \mathbf{r} e^{-i(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{r}}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Karena

$$(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{r} = |\mathbf{p}' - \mathbf{p}|r \cos \theta \quad (\text{A.5})$$

Dengan mendefinisikan θ_{ps} dan θ_{ps} sebagai sudut polat dan sudut azimuth dari vektor $|\mathbf{p} \times \mathbf{s}|$, maka:

$$\begin{aligned}
V_s(\mathbf{p}', \mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} |\mathbf{p} \times \mathbf{s}| \int_0^\infty dr r^3 V_s(r) \int_{-1}^1 d \cos \theta e^{-i|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|r \cos \theta} \\
&\int_0^{2\pi} d\phi [\cos \theta_{ps} \cos \theta + \sin \theta_{ps} \sin \theta \cos(\phi_{ps} - \phi)] \\
&= \frac{1}{(2\pi)^2} |\mathbf{p} \times \mathbf{s}| \cos \theta_{ps} \int_0^\infty dr r^3 V_s(r) \int_{-1}^1 d \cos \theta \cos \theta e^{-i|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|r \cos \theta} \\
&= \frac{(\mathbf{p} \times \mathbf{s})_z}{(2\pi)^2} \int_0^\infty dr r^3 V_s(r) \int_{-1}^1 d \cos \theta \cos \theta e^{-i|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|r \cos \theta} \\
&= \frac{i(\mathbf{p} \times \mathbf{s})_z}{2\pi^2} \int_0^\infty dr r^3 V_s(r) \left[\frac{\cos(|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|r)}{|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|r} + \frac{\sin(|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|r)}{(|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|r)^2} \right] \\
&= \frac{-i}{\pi^2} (\mathbf{p}' \times \mathbf{s})_z |\mathbf{p}' - \mathbf{p}| \left[\frac{V_s}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_s^2]^2} \right].
\end{aligned} \tag{A.6}$$

dengan

$$\begin{aligned}
(\mathbf{p} \times \mathbf{s})_z &= (\mathbf{p} \times \mathbf{s}) \cdot \frac{\mathbf{p}' - \mathbf{p}}{|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|} \\
&= \frac{1}{|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|} \mathbf{s} \cdot [(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \times \mathbf{p}] \\
&= \frac{1}{|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|} \mathbf{s} \cdot (\mathbf{p}' \times \mathbf{p}) \\
&= \frac{-1}{|\mathbf{p}' - \mathbf{p}|} \mathbf{s} \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{p}')
\end{aligned} \tag{A.7}$$

Maka persamaan A.6 menjadi

$$V_s(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \frac{i}{\pi^2} \mathbf{s} \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{p}') \left[\frac{V_s}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + \mu_s^2]^2} \right]. \tag{A.8}$$

Melalui hubungan:

$$\mathbf{s} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}, \tag{A.9}$$

dengan $\boldsymbol{\sigma}$ adalah matriks pauli, yang memenuhi hubungan komutasi:

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k, \tag{A.10}$$

dan hubungan anti komutasi:

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij}. \tag{A.11}$$

Maka bisa didapat hubungan:

$$\begin{aligned}
&= \sum_{jk} \left(\frac{1}{2} \{\sigma_j, \sigma_k\} + \frac{1}{2} [\sigma_j, \sigma_k] \right) p'_j p_k \\
&= \sum_{jk} (\delta_{jk} + i\epsilon_{jkl}\sigma_l) p'_j p_k
\end{aligned} \tag{A.12}$$

sehingga,

$$\mathbf{s} \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{p}') = -\frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p}' \times \mathbf{p}) \quad (\text{A.13})$$

Maka persamaan A.8 menjadi

$$(\text{A.14})$$

atau dapat ditulis menjadi

$$V_s(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \frac{1}{2\pi i^2} \left[\frac{V_s}{[(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2 + 4\mu_s^2]^2} \right] \{ \mathbf{p}' \cdot \mathbf{p} - 4(\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}')(\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}) \}. \quad (\text{A.15})$$



LAMPIRAN B

Realisasi Numerik

B.1 Langkah Analitik

Catatan bahwa $T_{\lambda'\lambda} = T_{\lambda'\lambda}(p', p, x')$ dengan $x = \cos \theta$

$$\begin{aligned}
 T_{\lambda'\lambda} &= V_{\lambda'\lambda}(p', p, x') \\
 &+ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{\lambda''} \int_0^\infty dp'' \frac{p''^2}{\frac{p^2}{2\mu} + i\varepsilon - \frac{p''^2}{2\mu}} \int_{-1}^1 dx'' V_{\lambda'\lambda''}^\lambda(p', p'', x', x'') \\
 &\times T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \\
 &= V_{\lambda'\lambda}(p', p, x') \\
 &+ 2\mu \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{\lambda''} \int_0^\infty dp'' \frac{p''^2}{p^2 + i\varepsilon - p''^2} \int_{-1}^1 dx'' V_{\lambda'\lambda''}^\lambda(p', p'', x', x'') \\
 &\times T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \\
 &= V_{\lambda'\lambda}(p', p, x') + 2\mu \sum_{\lambda''} \int_0^\infty dp'' p''^2 \left\{ \frac{P}{p^2 - p''^2} - i\pi\delta(p^2 - p''^2) \right\} \\
 &\times \int_{-1}^1 dx'' V_{\lambda'\lambda''}^\lambda(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \\
 &= V_{\lambda'\lambda}(p', p, x') \\
 &+ 2\mu \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' \int_0^\infty dp'' V_{\lambda'\lambda''}^\lambda(p', p'', x', x'') \\
 &\times T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \frac{p''^2}{p^2 - p''^2} \\
 &- i\pi\mu p \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' V_{\lambda'\lambda''}^\lambda(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \\
 &\simeq V_{\lambda'\lambda}(p', p, x') \\
 &+ 2\mu \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' \int_0^M dp'' V_{\lambda'\lambda''}^\lambda(p', p'', x', x'') \\
 &\times T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \frac{p''^2}{p^2 - p''^2} \\
 &- i\pi\mu p \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' V_{\lambda'\lambda''}^\lambda(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x''). \tag{B.1}
 \end{aligned}$$

Mengganti batas ∞ menjadi M dapat dilakukan selama jangkauan potensial pendek.

$$\begin{aligned}
T_{\lambda'\lambda} &\simeq V_{\lambda'\lambda}(p', p, x') \\
&+ 2\mu \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' \left\{ \int_0^M dp'' p''^2 V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \frac{1}{p^2 - p''^2} \right. \\
&- p^2 V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \int_0^{\infty} dp'' \frac{1}{p^2 - p''^2} \left. \right\} \\
&- i\pi\mu p \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x''). \\
&\simeq V_{\lambda'\lambda}(p', p, x') \\
&+ 2\mu \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' \left\{ \int_0^M dp'' p''^2 V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \frac{1}{p^2 - p''^2} \right. \\
&- p^2 V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \int_0^M dp'' \frac{1}{p^2 - p''^2} \\
&- p^2 V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \int_0^{\infty} dp'' \frac{1}{p^2 - p''^2} \left. \right\} \\
&- i\pi\mu p \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x''). \\
&\simeq V_{\lambda'\lambda}(p', p, x') + 2\mu \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' \int_0^M dp'' \frac{1}{p^2 - p''^2} \\
&\times \left\{ p''^2 V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \right. \\
&- p^2 V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \left. \right\} \\
&- \mu p \ln \left(\frac{M-p}{M+p} \right) \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \\
&- i\pi\mu p \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \\
&\simeq V_{\lambda'\lambda}(p', p, x') + 2\mu \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' \int_0^M dp'' \frac{p''^2}{p^2 - p''^2} \\
&\times V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \\
&- 2\mu \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' p^2 V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \int_0^M dp'' \frac{1}{p^2 - p''^2} \\
&- \mu p \ln \left(\frac{M-p}{M+p} \right) \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \\
&- i\pi\mu p \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' V_{\lambda'\lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda''\lambda}(p'', p, x'') \tag{B.2}
\end{aligned}$$

Persamaan terakhir adalah

$$\begin{aligned}
T_{\lambda' \lambda} &\simeq V_{\lambda' \lambda}(p', p, x') \\
&+ 2\mu \sum_{\lambda''} \int_{-1}^1 dx'' \left[\int_0^M dp'' \frac{p''^2}{p^2 - p''^2} \times V_{\lambda' \lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') \right. \\
&\times T_{\lambda'' \lambda}(p'', p, x'') \\
&- \left. \left\{ p \int_0^M dp'' \frac{1}{p^2 - p''^2} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{M-p}{M+p}\right) + \frac{1}{2} i\pi \right\} \right. \\
&\left. \times p V_{\lambda' \lambda''}^{\lambda}(p', p'', x', x'') T_{\lambda'' \lambda}(p'', p, x'') \right] \quad (B.3)
\end{aligned}$$

B.2 Langkah Numerik

Membagikan variabel kontinu p dan x .

$$\begin{aligned}
p' &\rightarrow p_i, & p'' &\rightarrow p_k \\
x' &\rightarrow x_j, & x'' &\rightarrow x_l
\end{aligned} \quad (B.4)$$

Mengubah integral kedalam kwadratur, dengan $p_{n+1} = p$, dan menggunakan $\bar{\delta}_{ab} = 1 - \delta_{ab}$.

$$\begin{aligned}
T_{\lambda' \lambda} &= V_{\lambda' \lambda}(p_i, p, x_j) \\
&+ 2\mu \sum_{\lambda''} \sum_{l=1}^m w_{x,l} \left[\sum_{k=1}^n w_{p,k} \frac{p_k^2}{p^2 - p_k^2} V_{\lambda' \lambda''}^{\lambda}(p_i, p_k, x_j, x_l) \right. \\
&\times T_{\lambda'' \lambda}(p_k, p, x_l) \\
&- \left. \left\{ p \sum_{r=1}^n w_{p,r} \frac{1}{p^2 - p_r^2} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{M-p}{M+p}\right) + \frac{1}{2} i\pi \right\} \right. \\
&\left. \times p V_{\lambda' \lambda''}^{\lambda}(p_i, p_k, x_j, x_l) T_{\lambda'' \lambda}(p_k, p, x_l) \right] \quad (B.5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{\lambda' \lambda} &= V_{\lambda' \lambda}(p_i, p, x_j) \\
&+ 2\mu \sum_{\lambda''} \sum_{l=1}^m w_{x,l} \sum_{k=1}^{n+1} \left[\bar{\delta}_{k,n+1} \frac{w_{p,k} p_k^2}{p^2 - p_k^2} V_{\lambda' \lambda''}^{\lambda}(p_i, p_k, x_j, x_l) \right. \\
&\times T_{\lambda'' \lambda}(p_k, p, x_l) \\
&- \delta_{k,n+1} \left. \left\{ p \sum_{r=1}^n w_{p,r} \frac{1}{p^2 - p_r^2} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{M-p}{M+p}\right) + \frac{1}{2} i\pi \right\} \right. \\
&\left. \times p V_{\lambda' \lambda''}^{\lambda}(p_i, p_k, x_j, x_l) T_{\lambda'' \lambda}(p_k, p, x_l) \right] \quad (B.6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{\lambda' \lambda} &= V_{\lambda' \lambda}(p_i, p, x_j) + 2\mu \sum_{\lambda''} \sum_{l=1}^m w_{x,l} \\
&\times \sum_{k=1}^{n+1} \left[\bar{\delta}_{k,n+1} \frac{w_{p,k} p_k^2}{p^2 - p_k^2} - \delta_{k,n+1} p \right. \\
&\times \left. \left\{ p \sum_{r=1}^n w_{p,r} \frac{1}{p^2 - p_r^2} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{M-p}{M+p}\right) + \frac{1}{2} i\pi \right\} \right] \\
&\times V_{\lambda' \lambda''}^{\lambda}(p_i, p_k, x_j, x_l) T_{\lambda'' \lambda}(p_k, p, x_l) \tag{B.7}
\end{aligned}$$

Kita letakkan persamaan yang masih tidak diketahui pada sisi sebelah kanan dan membuat sistem persamaan linear. Dengan mendefinisikan $V_{\lambda' \lambda}(p_i, p, x_j) = V_{\lambda' \lambda}$

$$\begin{aligned}
V_{\lambda' \lambda} &= T_{\lambda' \lambda}(p_i, x_j) - 2\mu \sum_{\lambda''} \sum_{l=1}^m w_{x,l} \\
&\times \sum_{k=1}^{n+1} \left[\bar{\delta}_{k,n+1} \frac{w_{p,k} p_k^2}{p^2 - p_k^2} - \delta_{k,n+1} p \left\{ p \sum_{r=1}^n w_{p,r} \frac{1}{p^2 - p_r^2} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{M-p}{M+p}\right) + \frac{1}{2} i\pi \right\} \right] \\
&\times V_{\lambda' \lambda''}^{\lambda}(p_i, p_k, x_j, x_l) T_{\lambda'' \lambda}(p_k, p, x_l) \\
V_{\lambda' \lambda} &= \sum_{\lambda''} \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^{n+1} \left(\delta_{\lambda'' \lambda'} \delta_{ki} \delta_{lj} T_{\lambda'' \lambda}(p_i, x_j) \right. \\
&\times \left. \left[\bar{\delta}_{k,n+1} \frac{w_{p,k} p_k^2}{p^2 - p_k^2} - \delta_{k,n+1} p \left\{ p \sum_{r=1}^n w_{p,r} \frac{1}{p^2 - p_r^2} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{M-p}{M+p}\right) + \frac{1}{2} i\pi \right\} \right] \right. \\
&\times \left. 2\mu w_{x,l} V_{\lambda' \lambda''}^{\lambda}(p_i, p_k, x_j, x_l) T_{\lambda'' \lambda}(p_k, p, x_l) \right) \\
V_{\lambda' \lambda} &= \sum_{\lambda''} \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^{n+1} \left(\delta_{\lambda'' \lambda'} \delta_{ki} \delta_{lj} \right. \\
&\times \left. \left[\bar{\delta}_{k,n+1} \frac{w_{p,k} p_k^2}{p^2 - p_k^2} - \delta_{k,n+1} p \left\{ p \sum_{r=1}^n w_{p,r} \frac{1}{p^2 - p_r^2} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{M-p}{M+p}\right) + \frac{1}{2} i\pi \right\} \right] \right. \\
&\times \left. 2\mu w_{x,l} V_{\lambda' \lambda''}^{\lambda}(p_i, p_k, x_j, x_l) \right) T_{\lambda'' \lambda}(p_k, p, x_l). \tag{B.8}
\end{aligned}$$

Jika kita definisikan indeks

$$\alpha = (\lambda' - 1)m(n+1) + (j-1)(n+1) + i. \tag{B.9}$$

dan

$$\beta = (\lambda'' - 1)m(n+1) + (l-1)(n+1) + k. \tag{B.10}$$

persamaan yang terakhir adalah

$$\sum_{\beta} A_{\alpha\beta}^{\lambda}(p) T_{\beta,\lambda}(p) = V_{\alpha,\lambda}(p), \tag{B.11}$$

dengan p adalah parameter energi

$$\begin{aligned}
 A_{\alpha\beta}^{\lambda} &= \delta_{\lambda}{}_{\alpha} \delta_{\lambda}{}_{\beta} \delta_{ki} \delta_{lj} \\
 &\times \left[\bar{\delta}_{k,n+1} \frac{w_{p,k} p_k^2}{p^2 - p_k^2} - \delta_{k,n+1} p \left\{ p \sum_{r=1}^n w_{p,r} \frac{1}{p^2 - p_r^2} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{M-p}{M+p} \right) + \frac{1}{2} i\pi \right\} \right] \\
 &\times 2\mu w_{x,l} V_{\lambda}^{\lambda}{}_{\alpha}{}_{\beta}(p_i, p_k, x_j, x_l)
 \end{aligned} \tag{B.12}$$

$$T_{\beta,\lambda}(p) = T_{\lambda}{}_{\alpha}{}_{\beta}(p_k, p, x_l) \tag{B.13}$$

$$V_{\alpha,\lambda}(p) = V_{\lambda}{}_{\alpha}{}_{\beta}(p_i, p, x_j) \tag{B.14}$$



DAFTAR REFERENSI

- [1] R. Buttgen, K. Holinde, A. Muller-Groeling, J. Speth and P. Wyborny. A, *Meson Exchange Model for K^+N interaction*, Nuclear Physics A506 (1990) 586-614.
- [2] I. Fachruddin and A. Salam, *Scattering of a spin-1/2 particle off a spin-0 target in a simple three-dimensional basis*, Few-Body Systems, 2012, DOI: 10.1007/s00601-012-0353-y
- [3] Elster, Ch., Thomas, J.H., Glöckle, W.: Few-Body Systems 24,55-79, 1998.
- [4] F. Haelzen and A. Martin, *Quark and Lpton : An Introduction in Modern physic*, John Wiley and Sons, Inc. 1984.
- [5] F. Maulida and I. Fachruddin, *Scattering of two spinless particles in 3D formulation with coulomb admixtures* Few-Body Systems, 2012, DOI: 10.1007/s00601-012-0354-x
- [6] I Abdurachman dan I Fachruddin, *A formulation without partial wave decomposition for scattering of spin-1/2 and spin-0 particles*, Mod. Phys. Lett. A24, 843, 2009.
- [7] I. J. R. Aitchison, *Gauge Theories in Particle Physics*, Institute of Physics Publishing, London, 2004.
- [8] J.J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., Canada, 1985.
- [9] Semon, M.D., Taylor, J.R.: Nuovo Cimento 26B, 48 (1975)
- [10] Taylor, J.R.: Nuovo Cimento 23B, 313 (1974)
- [11] W. Glöckle, *The Quantum Mechanical Few-Body Problem*, Springer Verlag, Berlin, 1983.