



UNIVERSITAS INDONESIA

**PENDEKATAN MODEL PEMROGRAMAN LINIER UNTUK
MENENTUKAN BOBOT-BOBOT DALAM METODE
*ANALYTIC HIERARCHY PROCESS***

SKRIPSI

**UCI LESTIANA
0806319021**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI SARJANA MATEMATIKA
DEPOK
JUNI 2012**



UNIVERSITAS INDONESIA

**PENDEKATAN MODEL PEMROGRAMAN LINIER UNTUK
MENENTUKAN BOBOT-BOBOT DALAM METODE
*ANALYTIC HIERARCHY PROCESS***

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana sains

**UCI LESTIANA
0806319021**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI SARJANA MATEMATIKA
DEPOK
JUNI 2012**

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

Skripsi ini adalah hasil karya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar.

Nama : Uci Lestiana

NPM : 0806319021

Tanda Tangan : 

Tanggal : 15 Juni 2012

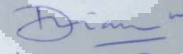



HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh

Nama : Uci Lestiana
NPM : 0806319021
Program Studi : Sarjana Matematika
Judul Skripsi : Pendekatan Model Pemrograman Linier untuk
Menentukan Bobot-Bobot dalam Metode *Analytic
Hierarchy Process*

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi S1 Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Indonesia

DEWAN PENGUJI

Pembimbing	: Dhian Widya, S.Si, M.Kom	()
Penguji I	: Drs. Frederik M.P., M.Kom	()
Penguji II	: Helen Burhan, S.Si, M.Si	()
Penguji III	: Rahmi Rusin, S.Si, M.Sc, Tech	()

Ditetapkan di : Depok
Tanggal : 15 Juni 2012

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji syukur kepada Allah swt. atas semua rahmat dan karunia yang telah Dia berikan sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini. Penulis sadar bahwa penyelesaian tugas akhir ini tidak terlepas dari bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada pihak-pihak yang telah berjasa dalam penulisan tugas akhir ini maupun selama penulis kuliah. Ucapan terima kasih terhatur kepada:

1. Dhian Widya, S.Si, M.Kom selaku pembimbing yang telah banyak meluangkan waktu dan pikiran serta memberikan masukan-masukan untuk penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini.
2. Dr. Sri Mardiyati, M.Kom selaku pembimbing akademik penulis selama menjalani masa kuliah.
3. Yudi Satria, MT. selaku ketua departemen, Rahmi Rusin, S.Si, M.Sc.Tech selaku sekretaris departemen, dan Dr. Dian Lestari selaku koordinator pendidikan.
4. Seluruh staf pengajar di Matematika UI atas ilmu pengetahuan yang telah diberikan.
5. Seluruh karyawan (Mba Santi, Pak Saliman, Pak Salman, dkk) di departemen Matematika UI atas bantuan yang telah diberikan.
6. Papa dan Mama tercinta yang selalu memberikan do'a, nasihat, semangat, dan dukungan.
7. Kak Indah, Bang Jun, Kak Nova, Bang Doni, Mba Nung, Ana beserta seluruh keluarga besar penulis yang juga telah memberikan semangat dan dukungan kepada penulis terutama selama penyusunan skripsi ini.
8. Novikasari, Dian Nurhayati, dan Sri Wahyuni W yang telah memberikan masukan, semangat dan dukungan kepada penulis.
9. Isyah Dianora Manihuruk yang telah memberikan semangat dan motivasi kepada penulis.

10. Teman-teman Matematika UI angkatan 2008 Ade, Adhi, Agi, Agnes, Andy, Anisah, Arif, Arkies, Arman, Asri, Awe, Bowo, Cindy, Citra, Danis, Dede, Dhea, Dheni, Dhewe, Dhila, Dian, Ega, Eka, Emy, Fany, Hendry, Hindun, Icha, Ifah, Ines, Janu, Lian, Lutfha, Maimun, Maulia, May TA, Mei, Nadia, Nita, Nora, Numa, Olin, Puput, Qiqi, Resti, Risya, Sita, Siwi, Tuti, Uchid, Umbu, Vika, Wulan dan Yulial.
11. Semua teman-teman di Matematika UI angkatan 2009 (Dwi, Fitri, Cepi, Sandy, Luthfir, Handa, dkk), 2010 (Dini, Lina, dkk), 2011 (ira, dkk), 2007 (Kak Putri, Kak Isna, Kak Zul, Kak Arif, dkk), dan 2006 (Kak Dian, Kak Tino, dkk).
12. Teman-teman kosan (Habsah, Lisda, Uchid, Rahma, Kiki, Sis) dan teman-teman asrama (Mia, Vela, Ika, Ica, Maisa, Dilla, Tika) senang bisa mengenal kalian.

Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada seluruh pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu, yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini. Akhir kata, penulis mohon maaf jika terdapat kesalahan atau kekurangan dalam skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi pembaca.

Penulis
2012

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

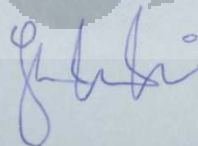
Nama : Uci Lestiana
NPM : 0806319021
Program Studi : Sarjana Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty Free Right*) atas karya ilmiah saya yang berjudul :
Pendekatan Model Pemrograman Linier untuk Menentukan Bobot-Bobot dalam Metode *Analytic Hierarchy Process*.

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalihmedia/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (database), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok
Pada tanggal : 15 Juni 2012
Yang menyatakan



(Uci Lestiana)

ABSTRAK

Nama : Uci Lestiana
Program Studi : Matematika
Judul : Pendekatan Model Pemrograman Linier untuk Menentukan Bobot-Bobot dalam Metode *Analytic Hierarchy Process*

Metode *Analytic Hierarchy Process* (AHP) merupakan salah satu metode pengambilan keputusan yang digunakan untuk menentukan urutan prioritas dari berbagai alternatif. Ada empat prinsip utama yang digunakan dalam metode AHP, yaitu: 1) dekomposisi; 2) perbandingan berpasangan; 3) menentukan vektor prioritas; dan 4) komposisi hierarkis. Dalam skripsi ini, prinsip utama metode AHP yang dibahas adalah menentukan vektor prioritas yang akan diselesaikan dengan menggunakan pendekatan model pemrograman linier. Pendekatan tersebut terbagi menjadi dua tahap, tahap pertama akan dilakukan formulasi model pemrograman linier untuk menentukan batas konsistensi dari matriks perbandingan berpasangan dan pada tahap kedua akan dilakukan formulasi model pemrograman linier untuk menentukan suatu vektor prioritas dengan menggunakan batas konsistensi pada tahap pertama. Dengan menggunakan pendekatan model pemrograman linier dalam metode AHP, dapat dilakukan analisa sensitivitas untuk memprediksi entri-entri pada matriks perbandingan berpasangan yang membuat matriks tersebut tidak konsisten.

Kata Kunci : *Analytic hierarchy process*, pemrograman linier, analisa sensitivitas.
xii + 55 halaman : 3 gambar; 6 tabel
Daftar Pustaka : 8 (1981-2007)

ABSTRACT

Name : Uci Lestiana
Study Program : Mathematics
Title : Linear Programming Model Approach to Determine the Weights in the Analytic Hierarchy Process Method

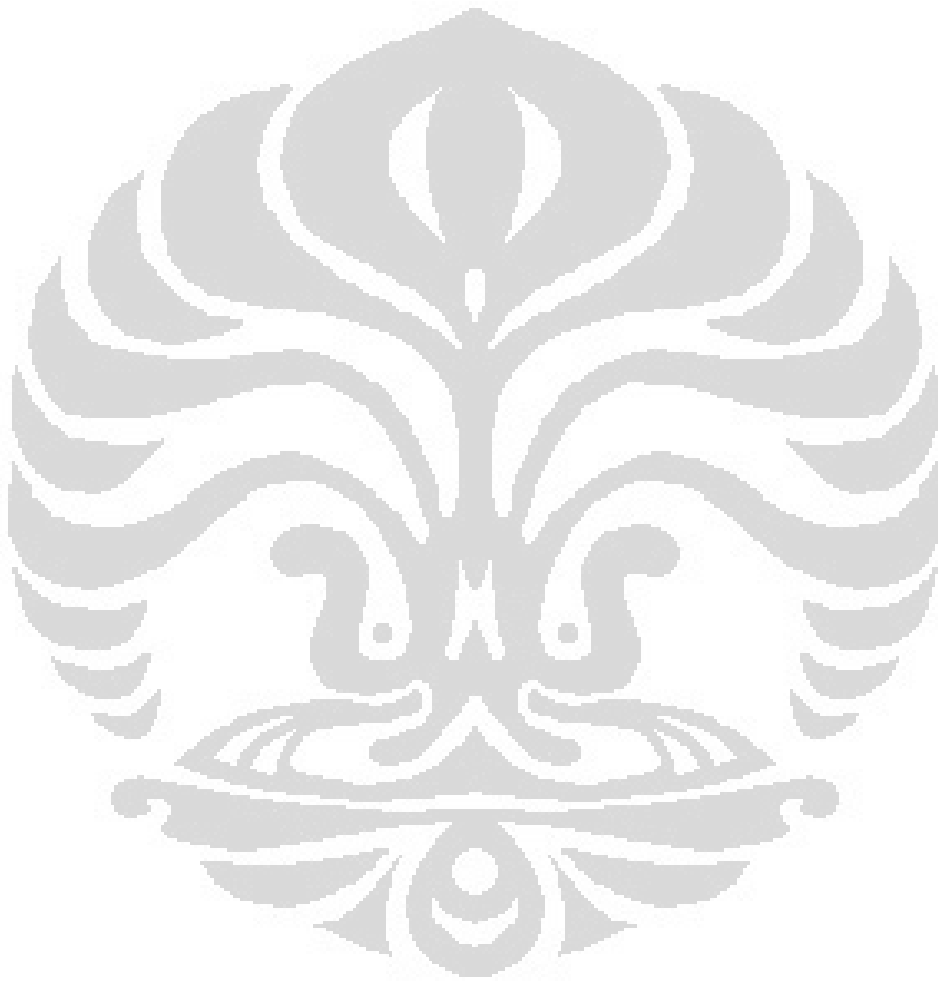
The Analytic Hierarchy Process (AHP) method is one method of decision making that is used to determine the order of priority of the various alternatives. There are four main principles used in the AHP method, that is: 1) decomposition, 2) pairwise comparisons, 3) determine the priority vector, and 4) hierarchical composition. In this *skripsi*, the main principles of the AHP method discussed is determine the priority vector to be solved using linear programming model approach. The approach is divided into two stage, the first stage will be the formulation of a linear programming model to determine the consistency bound of the pairwise comparison matrix and the second stage will be the formulation of a linear programming model to determine a priority vector using consistency bound at the first stage. By using a linear programming model approach in the AHP method, sensitivity analysis can be carried out to predict the entries in the pairwise comparisons matrix that makes the matrix is inconsistent.

Keywords : Analytic hierarchy process, linear programming, sensitivity analysis.
xii + 55 pages : 3 pictures; 6 table
Bibliography : 8 (1981-2007)

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
KATA PENGANTAR	v
HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI.....	vii
ABSTRAK.....	viii
ABSTRACT.....	ix
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR DAN DAFTAR TABEL.....	xii
1. PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah dan Ruang Lingkup.....	5
1.3 Jenis Penelitian.....	5
1.4 Tujuan penelitian.....	5
2. LANDASAN TEORI.....	6
2.1 Metode <i>Analytic Hierarchy Process</i>	6
2.2 Ilustrasi Metode <i>Analytic Hierarchy Process</i>	19
2.3 Model Pemrograman Linier	24
2.4 Masalah Dual dan Analisa Sensitivitas	25
3. FORMULASI MODEL PEMROGRAMAN LINIER UNTUK MENENTUKAN BOBOT-BOBOT DALAM METODE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS.....	27
3.1 Formulasi untuk Penentuan Bobot-Bobot dari Matriks Perbandingan Berpasangan Tunggal.....	27
3.1.1 Menentukan Batas Konsistensi dari Matriks Perbandingan Berpasangan	29
3.1.2 Menentukan suatu Vektor Prioritas dari Matriks Perbandingan Berpasangan	33
3.2 Formulasi untuk Penentuan Bobot-Bobot dari Matriks Perbandingan Berpasangan Bernilai Interval.....	35
3.3 Analisa Sensitivitas dalam Metode AHP	39
4. PENYELESAIAN MASALAH PENENTUAN BOBOT-BOBOT DALAM METODE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS DENGAN MENGUNAKAN PENDEKATAN MODEL PEMROGRAMAN LINIER.....	40
4.1 Penentuan Bobot-Bobot untuk Matriks Perbandingan Berpasangan Bernilai Tunggal.....	40
4.1.1 Matriks Perbandingan Berpasangan Bernilai Tunggal Konsisten	40
4.1.2 Matriks Perbandingan Berpasangan Bernilai Tunggal Tidak Konsisten.....	44

4.2	Penentuan Bobot-Bobot untuk Matriks Perbandingan Berpasangan Bernilai Interval.....	48
4.3	Penerapan Analisa Sensitivitas dalam Metode AHP.....	51
5.	PENUTUP.....	53
5.1	Kesimpulan	53
5.2	Saran	54
	DAFTAR PUSTAKA	55



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Contoh Struktur Hierarki Sederhana	9
Gambar 2.2	Contoh Komposisi Hierarki untuk Metode AHP Sederhana	18
Gambar 2.3	Struktur Hierarki untuk Pemilihan Sekolah	19

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Skala Penilaian Perbandingan Berpasangan	10
Tabel 2.2	Nilai Indeks Random.....	15
Tabel 2.3	Perbandingan Berpasangan untuk Elemen Kriteria	20
Tabel 2.4	Perbandingan Berpasangan untuk Elemen Alternatif Berdasarkan PBM	20
Tabel 2.5	Perbandingan Berpasangan untuk Elemen Alternatif Berdasarkan LP	20
Tabel 2.6	Perbandingan Berpasangan untuk Elemen Alternatif Berdasarkan KS.....	21

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Setiap saat, manusia selalu dihadapkan dengan masalah pengambilan keputusan, baik yang sangat penting maupun tidak. Seberapapun pentingnya suatu masalah pengambilan keputusan, otak manusia tetap melakukan suatu proses tertentu sampai didapatkan sebuah keputusan yang pasti. Benar tidaknya atau baik tidaknya suatu keputusan akan sangat bergantung pada bagaimana seorang individu mendayagunakan otaknya dan sejauh mana si individu mengerti suatu permasalahan. Karena permasalahan di dunia nyata semakin kompleks dan sukar dibayangkan oleh otak manusia, maka para ahli mulai mengembangkan metode-metode yang dapat digunakan untuk mempermudah penyelesaian masalah pengambilan keputusan. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah pengambilan keputusan adalah dengan menggunakan metode *Analytic Hierarchy Process* (AHP).

Metode AHP diperkenalkan oleh Thomas L. Saaty, seorang professor matematika dari Universitas Pittsburgh, Amerika Serikat pada awal tahun 1970-an. Metode AHP adalah suatu metode pengambilan keputusan yang efektif digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang kompleks dan tidak terstruktur dengan cara menguraikan permasalahan tersebut ke dalam kelompok-kelompoknya, kemudian disusun dalam suatu struktur hierarki, lalu diberi nilai numerik sebagai pengganti persepsi manusia dalam melakukan perbandingan relatif dan dengan suatu perhitungan akan ditentukan elemen mana yang mempunyai prioritas tertinggi, yang bertindak untuk mempengaruhi hasil pada situasi tersebut. (Saaty, T. L., 1988)

Metode AHP merupakan suatu metode pengambilan keputusan yang komprehensif, memperhitungkan hal-hal kuantitatif dan kualitatif sekaligus. Untuk menyelesaikan suatu permasalahan pengambilan keputusan, metode ini

menggunakan suatu struktur hierarki dengan input utamanya adalah persepsi manusia. Persepsi tersebut harus datang dari pengambil keputusan yang cukup informasi dan mengetahui masalah yang dihadapi. Metode AHP ini digunakan untuk menentukan peringkat atau urutan prioritas dari berbagai alternatif dalam pemecahan suatu permasalahan. Ada empat prinsip utama yang digunakan untuk menyelesaikan masalah pengambilan keputusan dengan menggunakan metode AHP, yaitu dekomposisi (*decomposition*), perbandingan berpasangan (*pairwise comparisons*), menentukan vektor prioritas (*determine the priority vector*), dan komposisi hierarkis (*hierarchical composition*). (Permadi, B. S., 1992)

Setiap pengambilan keputusan selalu didahului dengan pendefinisian masalah yang akan diselesaikan, kemudian dilakukan prinsip dekomposisi yaitu menguraikan permasalahan tersebut ke dalam kelompok-kelompoknya yang kemudian disusun dalam suatu struktur hierarki agar permasalahan lebih terstruktur dan sistematis. Hierarki didefinisikan sebagai suatu representasi dari sebuah permasalahan yang kompleks dalam suatu struktur multilevel (banyak tingkatan) di mana level pertama adalah tujuan, level kedua kriteria, selanjutnya subkriteria (jika ada), dan seterusnya hingga level terakhir adalah alternatif (Saaty, T. L., 1988). Di dalam suatu struktur hierarki tujuan terdiri dari satu elemen, sedangkan kriteria, subkriteria, dan alternatif dapat terdiri lebih dari satu elemen.

Setelah struktur hierarki dibangun, kemudian dilakukan perbandingan berpasangan dengan cara membuat penilaian secara berpasangan untuk mengevaluasi seberapa pentingnya/dominannya/besar kontribusinya/besar pengaruhnya suatu elemen dibandingkan dengan elemen-elemen lain dalam level yang sama terhadap suatu elemen yang berada satu tingkat di atasnya. Perbandingan berpasangan dilakukan di setiap level kecuali level tujuan. Hasil dari penilaian ini disajikan dalam matriks yang disebut sebagai matriks perbandingan berpasangan (*pairwise comparison matrix*). Banyaknya matriks perbandingan berpasangan pada level kriteria adalah satu, sedangkan pada level subkriteria dan alternatif tergantung dari banyaknya elemen yang berada pada satu tingkat di atasnya.

Dari setiap matriks perbandingan berpasangan, kemudian dicari vektor prioritas yang merupakan bobot-bobot dari setiap elemen dalam suatu level hierarki. Besarnya bobot dari suatu elemen menunjukkan besarnya pengaruh elemen tersebut terhadap keputusan yang akan diambil. Ada beberapa cara yang digunakan untuk mencari vektor prioritas dari matriks perbandingan berpasangan, diantaranya adalah vektor eigen, *logarithmic least squares*, dan pemrograman linier. Setelah didapatkan vektor prioritas dari matriks perbandingan berpasangan, kemudian diuji konsistensi dari matriks perbandingan berpasangan tersebut. Jika hasil dari pengujian tersebut konsisten maka elemen dengan bobot tertinggi akan menjadi pilihan yang terbaik. Jika hasil dari pengujian tersebut tidak konsisten maka dihitung rasio konsistensi (CR) dari matriks perbandingan berpasangan tersebut, untuk mengetahui apakah nilai ketidakkonsistenan tersebut dapat diterima atau tidak. Jika diperoleh $CR \leq 0.1$, maka nilai ketidakkonsistenan dari matriks tersebut dapat diterima (Saaty, T. L., 1988). Jadi, bobot dengan elemen tertinggi masih bisa diterima sebagai pilihan yang terbaik. Jika diperoleh $CR > 0.1$ maka nilai ketidakkonsistenan dari matriks tersebut tidak dapat diterima. Jadi, bobot dengan elemen tertinggi belum tentu menjadi pilihan yang terbaik, sehingga penilaian tersebut harus diperbaiki.

Dari matriks perbandingan berpasangan yang hasil pengujiannya konsisten atau tidak konsisten tetapi nilai ketidakkonsistenan dari matriks tersebut masih dapat diterima, diperoleh vektor prioritas yang bersifat lokal. Vektor prioritas lokal ini merupakan bobot-bobot dari setiap elemen dalam suatu level yang sama, yang berhubungan dengan suatu elemen yang berada pada satu tingkat di atasnya. Untuk mendapatkan vektor prioritas global dilakukan prinsip komposisi hierarkis dengan menggunakan operasi perkalian antara vektor prioritas lokal tersebut. Vektor prioritas global merupakan bobot-bobot dari setiap elemen pada level alternatif yang berhubungan dengan tujuan keseluruhan dari struktur hierarki.

Hasil pengujian dari matriks perbandingan berpasangan yang tidak konsisten, maka dapat dilakukan usaha untuk memperbaikinya. Salah satu cara untuk memperbaiki hal tersebut adalah dengan menggunakan analisa sensitivitas.

Analisa sensitivitas merupakan suatu usaha untuk mempelajari perilaku perubahan nilai variabel keputusan pada model matematika, jika parameternya berubah (Wu, N., dan Coopins, R., 1981). Dengan menggunakan pendekatan model pemrograman linier dalam metode AHP dapat dilakukan analisa sensitivitas untuk memprediksi entri-entri pada matriks perbandingan berpasangan yang harus diganti untuk mengurangi ketidakkonsistenan dari matriks tersebut. Sedangkan, vektor eigen dan *logarithmic least squares* sulit untuk memprediksi entri-entri pada matriks perbandingan berpasangan yang harus diganti untuk mengurangi ketidakkonsistenan dari matriks tersebut.

Dalam skripsi ini, prinsip utama metode AHP yang dibahas adalah menentukan vektor prioritas yang akan diselesaikan dengan menggunakan pendekatan model pemrograman linier dan akan dilakukan analisa sensitivitas untuk memprediksi entri-entri dalam matriks perbandingan berpasangan yang menyebabkan matriks tersebut tidak konsisten. Pemrograman linier adalah teknik matematika untuk memilih program (kegiatan) terbaik dari sehimpunan alternatif yang mungkin, dengan menggunakan fungsi linear (Wu, N., dan Coopins, R., 1981). Pendekatan model pemrograman linier yang digunakan untuk menentukan bobot-bobot terbagi menjadi dua tahap. Tahap pertama akan dilakukan formulasi model pemrograman linier untuk menentukan batas konsistensi dari matriks perbandingan berpasangan. Sementara itu, pada tahap kedua akan dilakukan formulasi model pemrograman linier untuk menentukan suatu vektor prioritas yang merupakan bobot-bobot dari setiap elemen dalam suatu level hierarki, dengan menggunakan batas konsistensi pada tahap pertama.

1.2 Perumusan Masalah dan Ruang Lingkup

Dalam skripsi ini, yang menjadi permasalahan adalah bagaimana menentukan bobot-bobot dalam metode AHP dengan menggunakan pendekatan model pemrograman linier dan bagaimana cara memprediksi entri-entri dalam matriks perbandingan berpasangan yang menyebabkan matriks tersebut tidak konsisten dengan melakukan analisa sensitivitas.

Ruang lingkup pembahasan masalah dalam skripsi ini, proses penentuan bobot-bobot tersebut dilakukan dengan menggunakan matriks perbandingan berpasangan yang telah diberikan dan analisa sensitivitas yang dilakukan hanya untuk memprediksi entri-entri pada matriks perbandingan berpasangan yang menyebabkan matriks tersebut tidak konsisten.

1.3 Jenis Penelitian

Penelitian dilakukan dengan studi pustaka.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah untuk menjelaskan bagaimana menentukan bobot-bobot dalam metode AHP dengan menggunakan pendekatan model pemrograman linier. Selain itu, skripsi ini juga bertujuan untuk menjelaskan bagaimana cara memprediksi entri-entri pada matriks perbandingan berpasangan yang menyebabkan matriks tersebut tidak konsisten dengan melakukan analisa sensitivitas.

BAB 2

LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan dibahas tentang teori-teori yang berkaitan dengan penentuan bobot-bobot dalam metode *Analytic Hierarchy Process* (AHP). Pertama akan dibahas metode AHP, selanjutnya ilustrasi metode AHP, kemudian model pemrograman linier, lalu masalah dual dan analisa sensitivitas.

2.1 Metode *Analytic Hierarchy Process*

Sumber kerumitan masalah pengambilan keputusan bukan hanya ketidakpastian atau ketidaksempurnaan informasi. Penyebab lainnya adalah banyaknya kriteria yang berpengaruh terhadap alternatif-alternatif yang ada. Oleh karena itu, digunakan metode AHP yang dapat membantu untuk menyelesaikan masalah pengambilan keputusan tersebut. Metode AHP diperkenalkan oleh Thomas L. Saaty, seorang professor matematika dari Universitas Pittsburgh, Amerika Serikat pada awal tahun 1970-an.
(Mulyono, S., 2007)

Metode AHP adalah suatu metode pengambilan keputusan yang efektif digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang kompleks dan tidak terstruktur dengan cara menguraikan permasalahan tersebut ke dalam kelompok-kelompoknya, kemudian disusun dalam suatu struktur hierarki, lalu diberi nilai numerik sebagai pengganti persepsi manusia dalam melakukan perbandingan relatif dan dengan suatu perhitungan akan ditentukan faktor mana yang mempunyai prioritas tertinggi, yang bertindak untuk mempengaruhi alternatif pada situasi tersebut. Dalam perkembangannya, metode AHP tidak saja digunakan untuk menentukan prioritas pilihan-pilihan dengan banyak kriteria, tetapi penerapannya telah meluas sebagai metode alternatif untuk menyelesaikan bermacam-macam permasalahan, seperti memilih suatu *portfolio*, alokasi sumber daya, analisis manfaat atau biaya, pemilihan kebijakan, peramalan, perencanaan, penentuan kebutuhan, memastikan stabilitas sistem, dan lain-lain. Dengan kata

lain, metode AHP dapat menyelesaikan masalah pengambilan keputusan yang kompleks dan melibatkan banyak faktor atau kriteria.

(Saaty, T. L., 1988)

Penggunaan metode AHP untuk mengambil suatu keputusan tidak terlepas dari sejumlah sifat-sifat yang dimiliki oleh metode AHP. Sifat-sifat tersebut harus diperhatikan oleh pengguna metode AHP, karena pelanggaran dari setiap sifat akan berakibat tidak validnya keputusan yang akan diambil. Sifat-sifat tersebut yaitu:

1. *Reciprocal comparison*, artinya entri-entri pada matriks perbandingan berpasangan yang terbentuk bersifat berbanding terbalik (*reciprocal*). Misalnya, jika A adalah k kali lebih penting daripada B , maka B adalah $1/k$ kali lebih penting dari A .
2. *Homogeneity*, yang mengandung arti kesamaan dalam melakukan perbandingan. Misalnya, tidak mungkin membandingkan jeruk dengan bola tenis dalam hal rasa, akan lebih relevan jika membandingkannya dalam hal berat.
3. *Independence*, artinya perbandingan kriteria yang dilakukan tidak dipengaruhi oleh subkriteria-subkriteria atau alternatif-alternatif yang ada melainkan oleh tujuan secara keseluruhan. Ini menunjukkan bahwa pola ketergantungan atau pengaruh dalam metode AHP adalah satu arah yaitu ke atas. Artinya perbandingan antara elemen-elemen dalam suatu level dipengaruhi atau tergantung oleh elemen-elemen dalam level di atasnya.
4. *Expectations*, yang artinya menonjolkan penilaian yang bersifat ekspektasi dan persepsi dari pengambil keputusan. Jadi, yang diutamakan bukan hanya rasionalitas, tetapi dapat juga yang bersifat irasional.

(Permadi, B. S., 1992)

Ada empat prinsip utama yang digunakan untuk menyelesaikan masalah pengambilan keputusan dengan menggunakan metode AHP, yaitu dekomposisi, perbandingan berpasangan, menentukan vektor prioritas, dan komposisi hierarkis. Pertama akan dibahas prinsip dekomposisi.

Universitas Indonesia

1. Dekomposisi

Setiap pengambilan keputusan selalu didahului dengan pendefinisian masalah yang akan diselesaikan. Metode AHP dimulai dengan identifikasi permasalahan, kemudian menguraikan permasalahan tersebut ke dalam kelompok-kelompoknya, lalu disusun dalam suatu struktur hierarki agar masalah lebih terstruktur dan sistematis. Untuk membangun hierarki dibutuhkan intuisi dalam menentukan banyak kriteria dan subkriteria yang secara langsung mempengaruhi tujuan secara keseluruhan, serta kemampuannya untuk mengidentifikasi alternatif yang sesuai untuk mencapai tujuan. Hierarki harus dirancang sedemikian sehingga alternatif dapat memenuhi tujuan secara keseluruhan. Oleh karena itu, diperlukan pengambil keputusan yang cukup informasi dan mengetahui masalah pengambilan keputusan yang dihadapi.

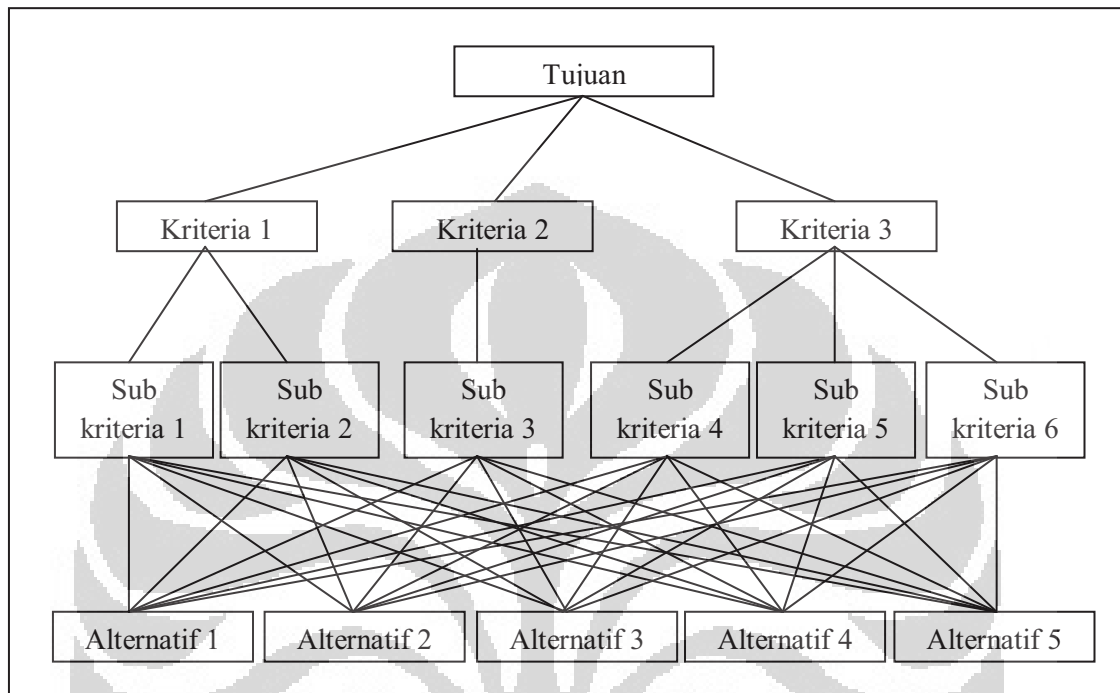
Hierarki dimulai dari level paling atas yang dengan jelas menyatakan tujuan dari permasalahan. Selanjutnya, di bawah tujuan terdapat kriteria-kriteria yang harus dipertimbangkan ketika membuat keputusan. Kemudian, kriteria tersebut dapat dipecah menjadi subkriteria-subkriteria. Lalu, di level paling bawah hierarki, terdapat alternatif yang terletak di bawah subkriteria dan terhubung ke masing-masing subkriteria tersebut. Secara umum, tidak ada batasan untuk ukuran dan jumlah level dalam hierarki. Idealnya, untuk masalah yang cukup besar hierarki harus mampu menampung semua kriteria penting yang terlibat dalam proses pengambilan keputusan tetapi untuk masalah yang cukup kecil hierarki harus lebih sederhana dan lebih berarti.

Sebagai contoh pada Gambar 2.1, terlihat bahwa tujuan keseluruhan terdapat di level paling atas hierarki dan dipecah menjadi tiga kriteria utama yang secara langsung mempengaruhi tujuan di atasnya. Selanjutnya, kriteria 1 dipecah menjadi dua subkriteria, kriteria 2 dipecah menjadi satu subkriteria, sementara kriteria 3 dipecah menjadi tiga subkriteria. Garis yang menghubungkan subkriteria 1 ke semua lima alternatif tersebut, menunjukkan bahwa pengambil keputusan membandingkan semua lima alternatif dengan memperhatikan hubungannya

Universitas Indonesia

terhadap subkriteria 1. Garis hubung dari empat subkriteria lainnya juga menunjukkan perbandingan antara lima alternatif dengan memperhatikan hubungannya terhadap masing-masing subkriteria.

(Alford, B.D., 2004)



Gambar 2.1 Contoh Struktur Hierarki Sederhana

2. Perbandingan Berpasangan

Setelah struktur hierarki dibangun, kemudian dilakukan perbandingan berpasangan dengan cara membuat penilaian secara berpasangan untuk mengevaluasi seberapa pentingnya/dominannya/besar kontribusinya/besar pengaruhnya suatu elemen dibandingkan dengan elemen-elemen lain dalam level yang sama terhadap suatu elemen yang berada satu tingkat di atasnya. Proses perbandingan bergerak dari puncak hierarki (tujuan) ke bagian bawah hierarki (alternatif). Kriteria di bawah tujuan dibandingkan relatif secara berpasangan. Kemudian, subkriteria di bawah setiap kriteria dibandingkan relatif secara berpasangan. Pada bagian paling bawah hierarki, alternatif dibandingkan relatif terhadap subkriteria.

Sebagai contoh pada Gambar 2.1, kriteria 1 sampai kriteria 3 dibandingkan relatif terhadap tujuan. Selanjutnya, subkriteria 1 dan subkriteria 2 dibandingkan relatif terhadap kriteria 1. Subkriteria 3 dibandingkan relatif terhadap kriteria 2. Subkriteria 4, subkriteria 5, dan subkriteria 6 dibandingkan relatif terhadap kriteria 3. Kemudian, alternatif 1 sampai alternatif 5 dibandingkan relatif terhadap subkriteria 1, alternatif 1 sampai alternatif 5 dibandingkan relatif terhadap subkriteria 2, alternatif 1 sampai alternatif 5 dibandingkan relatif terhadap subkriteria 3, alternatif 1 sampai alternatif 5 dibandingkan relatif terhadap subkriteria 4, alternatif 1 sampai alternatif 5 dibandingkan relatif terhadap subkriteria 5, dan alternatif 1 sampai alternatif 5 dibandingkan relatif terhadap subkriteria 6.

(Alford, B.D., 2004)

Tabel 2.1 Skala Penilaian Perbandingan Berpasangan

Tingkat Kepentingan	Definisi	Keterangan
1	Kedua elemen <u>sama</u> tingkat kepentingannya.	Dua elemen mempunyai pengaruh yang sama besar terhadap tujuan.
3	Elemen yang satu <u>sedikit</u> lebih penting daripada elemen yang lain.	Pengalaman dan penilaian sedikit menyokong satu elemen dibandingkan elemen lainnya.
5	Elemen yang satu <u>lebih</u> penting daripada elemen yang lain.	Pengalaman dan penilaian sangat kuat menyokong satu elemen dibandingkan elemen lainnya.
7	Satu elemen <u>sangat</u> penting daripada elemen yang lain.	Satu elemen sangat kuat disokong dan dominasinya terlihat nyata dalam keadaan yang sebenarnya dibandingkan elemen lainnya.
9	Suatu elemen <u>mutlak</u> (<i>absolut</i>) pentingnya daripada elemen yang lain.	Bukti yang mendukung elemen yang satu terhadap elemen yang lain memiliki tingkat penegasan tertinggi yang mungkin menguatkan.
2, 4, 6, dan 8	Nilai antara dua nilai pertimbangan yang berdekatan.	Nilai ini diberikan bila ada dua kompromi diantara dua pilihan. Misalnya, antara 7 dan 9, maka nilai antara dapat digunakan.

Sumber : (Saaty, T. L., 1988)

Perbandingan berpasangan dilakukan oleh pengambil keputusan dengan menggunakan nilai numerik berdasarkan skala 1 sampai dengan 9 yang ditetapkan oleh Thomas L. Saaty. Skala 1 menunjukkan “sama penting”, ini berarti nilai elemen tidak ada yang lebih mendominasi. Sedangkan, skala 9 menunjukkan “mutlak penting”, ini berarti salah satu nilai elemen lebih mendominasi elemen yang lain. Skala tersebut dapat dilihat pada Tabel 2.1, istilah “penting” dalam Tabel 2.1 tersebut dapat diganti menjadi istilah yang lain sesuai dengan permasalahan yang sedang dihadapi, seperti dominan, besar kontribusi, besar pengaruh, disukai, dan lain-lain.

Dengan membandingkan semua elemen memungkinkan bagi pengambil keputusan untuk membangun sebuah matriks untuk menyimpan penilaian dari masing-masing elemen yang berada dalam satu level. Matriks tersebut dinamakan matriks perbandingan berpasangan. Bentuk dari matriks perbandingan berpasangan dapat dilihat pada persamaan (2.1) berikut:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ \frac{1}{a_{12}} & 1 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \frac{1}{a_{13}} & \frac{1}{a_{23}} & 1 & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{a_{1n}} & \frac{1}{a_{2n}} & \frac{1}{a_{3n}} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Dalam matriks perbandingan berpasangan, entri (i, j) menunjukkan pendapat yang diberikan oleh pengambil keputusan terhadap perbandingan relatif antara elemen i dengan elemen j dengan memperhatikan hubungannya terhadap elemen tertentu pada satu level di atasnya dalam suatu struktur hierarki. Matriks perbandingan berpasangan merupakan matriks persegi yang positif dan berbanding terbalik (*reciprocal*). Hal ini berarti, perbandingan relatif antara elemen i dengan elemen j akan selalu berbanding terbalik terhadap perbandingan relatif antara elemen j dengan elemen i . Jadi,

$$a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}, \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

Oleh karena itu, hanya entri-entri di atas diagonal utama pada matriks perbandingan berpasangan yang harus diisi oleh pengambil keputusan, yaitu sebanyak $\frac{n(n-1)}{2}$.

3. Menentukan Vektor Prioritas

Setelah diperoleh matriks perbandingan berpasangan, kemudian dicari vektor prioritas yang merupakan bobot-bobot dari setiap elemen. Besarnya bobot dari suatu elemen menunjukkan besarnya pengaruh elemen tersebut terhadap keputusan yang akan diambil. Ada beberapa cara yang digunakan untuk mencari vektor prioritas dari matriks perbandingan berpasangan, diantaranya adalah vektor eigen, *logarithmic least squares*, dan pemrograman linier. Cara yang digunakan untuk menentukan vektor prioritas, yang pertama kali ditemukan adalah vektor eigen oleh Thomas L. Saaty. Pertama akan dibahas vektor eigen untuk menentukan suatu vektor prioritas dalam metode AHP.

- Vektor Eigen

Untuk matriks yang konsisten, setiap entri dalam matriks $A = (a_{ij})$ menunjukkan perbandingan relatif antara elemen i dengan elemen j dengan memperhatikan hubungannya terhadap elemen tertentu pada satu level di atasnya dalam suatu struktur hierarki. Sehingga,

$$a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}, \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.3)$$

dimana w_i adalah bobot relatif dari elemen i .

Jika a_{ij} menyatakan perbandingan relatif antara elemen i dengan elemen j dan a_{jk} menyatakan perbandingan relatif antara elemen j dengan elemen k , maka

agar diperoleh keputusan yang konsisten, perbandingan relatif antara elemen i dengan elemen k harus sama dengan $a_{ij} \cdot a_{jk}$ atau dapat ditulis sebagai:

$$a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik}, \quad \forall i, j, k = 1, 2, \dots, n \quad (2.4)$$

Jadi, suatu matriks perbandingan berpasangan konsisten A memiliki bentuk sebagai berikut:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \frac{w_1}{w_3} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \frac{w_2}{w_3} & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ \frac{w_3}{w_1} & \frac{w_3}{w_2} & \frac{w_3}{w_3} & \dots & \frac{w_3}{w_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \frac{w_n}{w_3} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Matriks perbandingan berpasangan A pada persamaan (2.5) mempunyai peringkat (*rank*) sama dengan satu (Saaty, T. L., 1988). Oleh karena itu, hanya sebanyak $n - 1$ penilaian yang perlu dilakukan oleh pengambil keputusan, apabila penilaian dari pengambil keputusan tersebut konsisten.

Dengan menggunakan sifat-sifat yang dimiliki oleh matriks perbandingan berpasangan yang konsisten, vektor prioritas yang merupakan bobot-bobot dari setiap elemen dalam suatu level hierarki, diperoleh dengan menggunakan manipulasi aljabar sebagai berikut.

Dari persamaan (2.3) diperoleh persamaan berikut:

$$a_{ij} \cdot a_{ji} = 1, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

atau

$$a_{ij} \cdot \frac{w_j}{w_i} = 1, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

Dengan menjumlahkan seluruh j pada persamaan (2.6) maka diperoleh persamaan berikut:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} w_j \cdot \frac{1}{w_i} = n, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

atau

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot w_j = n \cdot w_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.7)$$

Jika dinotasikan vektor prioritas dengan $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ w_3 \ \dots \ w_n]^T$, maka persamaan (2.7) dapat ditulis dalam bentuk persamaan (2.8),

$$A\mathbf{w} = n\mathbf{w} \quad (2.8)$$

Dari matriks perbandingan berpasangan A konsisten, vektor eigen \mathbf{w} dari matriks A yang bersesuaian dengan nilai eigen n , terdiri dari kumpulan bobot yang berasal langsung dari perbandingan relatif antara bobot elemen i dengan bobot elemen j . Untuk memperoleh vektor prioritas global dilakukan prinsip normalisasi agar total bobot keseluruhan sama dengan satu.

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (2.9)$$

Dalam prakteknya, pengambil keputusan tidak sepenuhnya konsisten dalam membuat perbandingan berpasangan. Ketidakkonsistenan terjadi jika,

$$a_{ij} \cdot a_{jk} \neq a_{ik}, \quad i, j, k = 1, 2, \dots, n \quad (2.10)$$

dan biasanya sering terjadi sejumlah kecil ketidakkonsistenan dalam membuat perbandingan. Dengan adanya ketidakkonsistenan maka setiap entri (i, j) dari matriks A sebenarnya menunjukkan suatu pendekatan perbandingan relatif dari bobot elemen i dengan bobot elemen j .

Dengan demikian, matriks A tidak lagi mempunyai peringkat (*rank*) sama dengan satu dan mungkin terdapat lebih dari satu nilai eigen yang tidak nol (Saaty, T. L., 1988). Ketika terjadi ketidakkonsistenan Thomas L. Saaty, menunjukkan bahwa penentuan vektor prioritas untuk setiap matriks perbandingan berpasangan melibatkan penyelesaian masalah nilai eigen yang diubah menjadi,

$$A\hat{\mathbf{w}} = \lambda_{\text{maks}}\hat{\mathbf{w}} \quad (2.11)$$

dimana $\hat{\mathbf{w}}$ adalah sebuah pendekatan yang mendekati vektor prioritas sebenarnya, λ_{maks} adalah nilai eigen maksimum dari matriks A . Untuk matriks perbandingan berpasangan yang tidak konsisten Thomas L. Saaty, telah menunjukkan bahwa

$\lambda_{\text{maks}} \geq n$. Ketika λ_{maks} dekat dengan n maka dapat diperoleh \hat{w} yang menjadi pendekatan relatif yang terbaik untuk w . Vektor \hat{w} tersebut menghasilkan vektor prioritas untuk matriks perbandingan berpasangan.

Ukuran yang menyatakan seberapa dekat λ_{maks} dengan n dinyatakan sebagai indeks konsistensi (CI), yang didefinisikan sebagai:

$$CI = \frac{\lambda_{\text{maks}} - n}{n - 1} \quad (2.12)$$

dimana:

- CI = indeks konsistensi
- λ_{maks} = nilai eigen terbesar dari matriks
- n = ukuran matriks

Apabila $CI = 0$, maka matriks perbandingan berpasangan tersebut konsisten. Apabila diperoleh $CI \neq 0$, maka matriks perbandingan berpasangan tersebut tidak konsisten. Batas ketidakkonsistenan yang masih bisa diterima, yang ditetapkan oleh Thomas L. Saaty ditentukan dengan menggunakan rasio konsistensi (CR), yaitu perbandingan indeks konsistensi dengan nilai indeks random (RI) yang didapatkan dari suatu eksperimen oleh *Oak Ridge National Laboratory*. Nilai indeks random tersebut dapat dilihat pada Tabel 2.2 berikut.

Tabel 2.2 Nilai Indeks Random

n	0	1	2	4	5	6	7	8
RI	0.00	0.00	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41

n	9	10	11	12	13	14	15
RI	1.45	1.49	1.51	1.48	1.56	1.57	1.59

Sumber : (Saaty, T. L., 1988)

Nilai indeks random tersebut bergantung pada ukuran dari matriks, yaitu n .

Dengan demikian, rasio konsistensi dirumuskan sebagai berikut:

Universitas Indonesia

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (2.13)$$

dimana:

- CR = rasio konsistensi
- RI = nilai indeks random

Ketika $CR \leq 0.1$, maka vektor prioritas dapat diterima sebagai pendekatan yang terbaik. Ketika $CR > 0.1$, maka matriks perbandingan berpasangan mungkin mengandung beberapa informasi yang tidak sesuai. Beberapa perbandingan berpasangan individu mungkin perlu diatur ulang oleh pengambil keputusan untuk membuat penilaian yang lebih konsisten.

(Saaty, T. L., 1988)

- *Logarithmic Least Squares*

Logarithmic Least Squares (LLS) juga dapat digunakan untuk menentukan bobot-bobot dalam metode AHP. Pada LLS, w_i untuk $i = 1, 2, \dots, n$, ditentukan dengan meminimumkan fungsi tujuan berikut:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\ln a_{ij} - \ln w_i + \ln w_j)^2 \quad (2.14)$$

dengan kendala,

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1; \quad w_i > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.15)$$

Karena matriks perbandingan berpasangan mempunyai sifat berbanding terbalik seperti yang ada pada persamaan (2.2), maka w_i dapat ditentukan dengan rata-rata geometrik dari baris i , yaitu:

$$w_i = \sum_{j=1}^n (a_{ij})^{1/n} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.16)$$

(Chandran, B., Golden, B., & Wasil, E., 2005)

- Pemrograman Linier

Selain vektor eigen dan LLS, pemrograman linier juga dapat digunakan untuk menentukan bobot-bobot dalam metode AHP. Pendekatan model pemrograman linier yang digunakan terbagi menjadi dua tahap. Tahap pertama dilakukan formulasi model pemrograman linier untuk menentukan batas konsistensi dari matriks perbandingan berpasangan. Sementara itu, pada tahap kedua dilakukan formulasi model pemrograman linier untuk menentukan suatu vektor prioritas dengan menggunakan batas konsistensi pada tahap pertama. (Chandran, B., Golden, B., & Wasil, E., 2005)

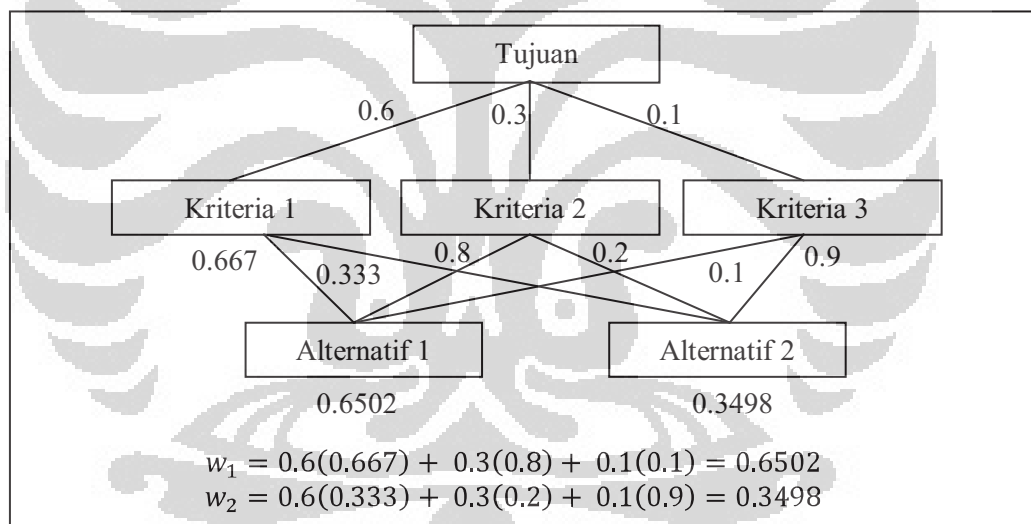
Pada skripsi ini, digunakan pendekatan model pemrograman linier untuk menentukan suatu vektor prioritas yang merupakan bobot-bobot dari setiap elemen dalam suatu level hierarki, yang akan dibahas pada bab berikutnya.

4. Komposisi Hierarkis

Dari matriks perbandingan berpasangan yang hasil pengujiannya konsisten atau tidak konsisten tetapi nilai ketidakkonsistenan dari matriks tersebut masih dapat diterima, diperoleh vektor prioritas yang bersifat lokal. Vektor prioritas lokal ini merupakan bobot-bobot dari setiap elemen dalam suatu level yang sama, yang berhubungan dengan suatu elemen yang berada pada satu tingkat di atasnya. Untuk mendapatkan vektor prioritas global dilakukan prinsip komposisi hierarkis dengan menggunakan operasi perkalian antara vektor prioritas lokal tersebut. Vektor prioritas global merupakan bobot-bobot dari setiap elemen pada level alternatif yang berhubungan dengan tujuan keseluruhan dari struktur hierarki.

Sebagai contoh misalkan pada Gambar 2.2, telah diketahui vektor prioritas pada level kriteria yaitu (0.6, 0.3, 0.1), yang berarti bahwa dengan memperhatikan hubungannya terhadap tujuan ternyata kriteria 1 merupakan kriteria pilihan yang terbaik dengan prioritas 0.6, diikuti dengan kriteria 2 dengan prioritas 0.3, dan disusul kriteria 3 dengan prioritas 0.1. Vektor prioritas pada level alternatif

dengan memperhatikan hubungannya terhadap kriteria 1 yaitu (0.667, 0.333), yang berarti bahwa dengan memperhatikan hubungannya terhadap kriteria 1 ternyata alternatif 1 merupakan alternatif pilihan yang terbaik dengan prioritas 0.667 dan diikuti dengan alternatif 2 dengan prioritas 0.333. Vektor prioritas pada level alternatif dengan memperhatikan hubungannya terhadap kriteria 2 yaitu (0.8, 0.2), yang berarti bahwa dengan memperhatikan hubungannya terhadap kriteria 2 ternyata alternatif 1 merupakan alternatif pilihan yang terbaik dengan prioritas 0.8 dan disusul dengan alternatif 2 dengan prioritas 0.2. Vektor prioritas pada level alternatif dengan memperhatikan hubungannya terhadap kriteria 3 yaitu (0.1, 0.9), yang berarti bahwa dengan memperhatikan hubungannya terhadap kriteria 3 ternyata alternatif 2 merupakan alternatif pilihan yang terbaik dengan prioritas 0.9 dan diikuti dengan alternatif 1 dengan prioritas 0.1.



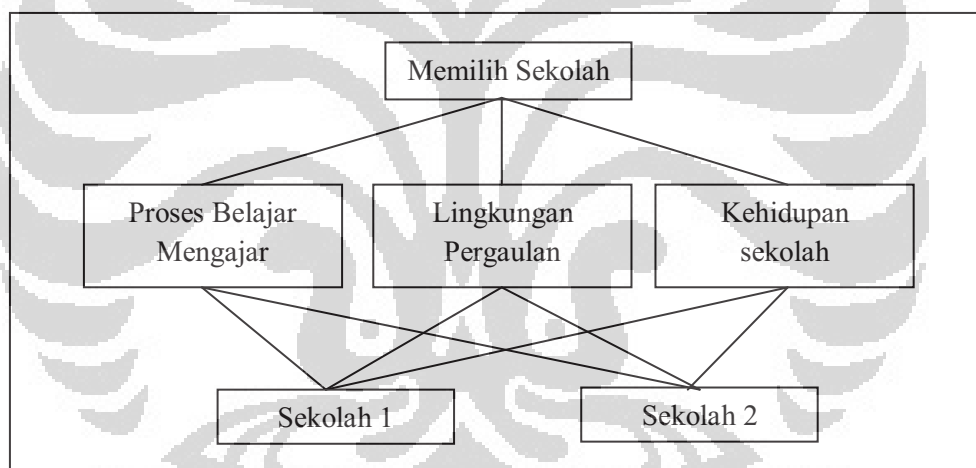
Gambar 2.2 Contoh Komposisi Hierarki untuk Metode AHP Sederhana

Dari hasil komposisi hierarkis tersebut diperoleh vektor prioritas global (0.6502, 0.3498), yang berarti bahwa dengan memperhatikan hubungannya terhadap tujuan keseluruhan ternyata pilihan yang paling diinginkan oleh pengambil keputusan adalah alternatif 1 dengan prioritas 0.6502 dan disusul alternatif 2 dengan prioritas 0.3498.

(Alford, B.D., 2004)

2.2 Ilustrasi Metode *Analytic Hierarchy Process*

Pada umumnya metode AHP yang digunakan dalam suatu permasalahan dimulai dari suatu tujuan secara keseluruhan, kemudian turun ke kriteria, lalu turun lagi ke subkriteria (jika ada), dan akhirnya ke alternatif dimana pilihan akan ditentukan. Ilustrasi penggunaan metode AHP yang akan diberikan di sini adalah masalah pemilihan sekolah. Seorang siswa dihadapkan pada persoalan memilih sekolah. Kriteria-kriteria yang dipertimbangkan dalam menentukan pilihan sekolah adalah proses belajar mengajar, lingkungan pergaulan, dan kehidupan sekolah. Struktur hierarki untuk masalah ini dapat dilihat pada Gambar 2.3. Proses penentuan bobot-bobot dari setiap elemen dalam struktur hierarki dalam contoh ini diselesaikan dengan menggunakan cara vektor eigen.



Gambar 2.3 Struktur Hierarki untuk Pemilihan Sekolah

Proses belajar mengajar dimasukkan ke dalam kriteria karena dari sini dapat diukur bagaimana mutu akademik sekolah tersebut. Lingkungan pergaulan dimasukkan ke dalam kriteria karena hubungan antar siswa dalam suatu sekolah sangat berpengaruh terhadap kesuksesan belajar seorang siswa. Kehidupan sekolah secara umum diartikan sebagai kondisi sekolah seperti kebersihan, kelengkapan sarana dan prasarana sekolah. Siswa tersebut memiliki dua alternatif sekolah, yaitu sekolah 1 dan sekolah 2. Dengan menggunakan metode AHP akan ditentukan pilihan sekolah yang paling diinginkan oleh siswa tersebut.

Pertama dilakukan perbandingan berpasangan antar elemen pada level kriteria dengan memperhatikan hubungannya terhadap tujuan. Siswa tersebut memandang bahwa dalam memilih sekolah proses belajar mengajar dua kali lebih penting dibandingkan dengan lingkungan pergaulan, proses belajar mengajar enam kali lebih penting dibandingkan dengan kehidupan sekolah, dan lingkungan pergaulan tiga kali lebih penting dibandingkan dengan kehidupan sekolah. Hasil penilaian perbandingan dapat dilihat pada Tabel 2.3.

Kemudian, dilakukan perbandingan berpasangan antar elemen pada level alternatif dengan memperhatikan hubungannya terhadap kriteria tertentu. Siswa tersebut memandang bahwa proses belajar mengajar di sekolah 1 dua kali lebih baik dibandingkan dengan sekolah 2 (lihat Tabel 2.4), lingkungan pergaulan di sekolah 1 empat kali lebih baik dibandingkan dengan sekolah 2 (lihat Tabel 2.5), dan kehidupan sekolah di sekolah 2 sembilan kali lebih baik dibandingkan dengan sekolah 1 (lihat Tabel 2.6).

Tabel 2.3 Perbandingan Berpasangan untuk Elemen Kriteria

Memilih Sekolah	PBM	LP	KS
PBM	1	2	6
LP	1/2	1	3
KS	1/6	1/3	1

Tabel 2.4 Perbandingan Berpasangan untuk Elemen Alternatif Berdasarkan PBM

PBM	Sekolah 1	Sekolah 2
Sekolah 1	1	2
Sekolah 2	1/2	1

Tabel 2.5 Perbandingan Berpasangan untuk Elemen Alternatif Berdasarkan LP

LP	Sekolah 1	Sekolah 2
Sekolah 1	1	4
Sekolah 2	1/4	1

Tabel 2.6 Perbandingan Berpasangan untuk Elemen Alternatif Berdasarkan KS

KS	Sekolah 1	Sekolah 2
Sekolah 1	1	1/9
Sekolah 2	9	1

Keterangan : PBM = proses belajar mengajar

LP = lingkungan pergaulan

KS = kehidupan sekolah

Kemudian, hasil penilaian perbandingan berpasangan untuk elemen pada level kriteria (Tabel 2.3) disajikan dalam bentuk matriks perbandingan berpasangan berikut,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 1/2 & 1 & 3 \\ 1/6 & 1/3 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Dari matriks perbandingan berpasangan (2.17), penentuan bobot-bobot dilakukan dengan menentukan vektor eigen \hat{w} yang memenuhi persamaan (2.18).

$$(A - \lambda I)\hat{w} = 0 \quad (2.18)$$

Karena $\hat{w} \neq 0$ maka haruslah $\det(A - \lambda I) = 0$, sehingga diperoleh tiga nilai eigen berikut:

$$\begin{vmatrix} 1 - \lambda & 2 & 6 \\ 1/2 & 1 - \lambda & 3 \\ 1/6 & 1/3 & 1 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(-\lambda^3 + 3\lambda^2 - 3\lambda + 3) - (3 - 3\lambda) = 0$$

$$-\lambda^3 + 3\lambda^2 - 3\lambda + 3 - 3 + 3\lambda = 0$$

$$-\lambda^3 + 3\lambda^2 = 0$$

$$\lambda^2(-\lambda + 3) = 0$$

$$\lambda_{1,2} = 0$$

$$\lambda_3 = 3$$

Nilai eigen yang maksimum pada matriks perbandingan berpasangan A pada persamaan (2.17) adalah 3 atau $\lambda_{\text{maks}} = 3$. Selanjutnya, vektor eigen \hat{w} diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (2.18), dengan cara mensubstitusi λ dengan λ_{maks} . Sehingga diperoleh persamaan berikut:

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 6 \\ 1/2 & -2 & 3 \\ 1/6 & 1/3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

w_1 merupakan bobot untuk kriteria proses belajar mengajar dalam memilih sekolah, w_2 merupakan bobot untuk kriteria lingkungan pergaulan dalam memilih sekolah, dan w_3 merupakan bobot untuk kriteria kehidupan sekolah dalam memilih sekolah. Dari persamaan (2.19) diperoleh:

$$w_1 = 6w_3 \quad (2.20)$$

$$w_2 = 3w_3 \quad (2.21)$$

Kemudian lakukan normalisasi agar total bobot keseluruhan sama dengan satu, dengan cara berikut:

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

$$6w_3 + 3w_3 + w_3 = 1$$

$$10w_3 = 1$$

$$w_3 = 0.1$$

Substitusi nilai $w_3 = 0.1$ ke persamaan (2.20) didapatkan,

$$w_1 = 6(0.1) = 0.6$$

Lalu, substitusi nilai $w_3 = 0.1$ ke persamaan (2.21) maka didapatkan,

$$w_2 = 3(0.1) = 0.3$$

Selanjutnya, uji konsistensi dari matriks perbandingan berpasangan tersebut dengan menghitung indeks konsistensi dengan menggunakan persamaan (2.12) diperoleh,

$$CI = \frac{3 - 3}{3 - 1} = \frac{0}{2} = 0$$

Didapatkan $CI = 0$, yang menunjukkan penilaian yang terdapat dalam matriks perbandingan berpasangan A pada persamaan (2.17) adalah konsisten. Jadi, proses belajar mengajar merupakan kriteria terpenting dalam memilih sekolah dengan prioritas 0.6, diikuti lingkungan pergaulan 0.3, dan kehidupan sekolah dianggap paling tidak penting dengan bobot prioritas 0.1.

Dengan cara yang sama dapat dicari bobot-bobot untuk hasil penilaian perbandingan berpasangan antar elemen pada level alternatif dengan memperhatikan hubungannya terhadap proses belajar mengajar (Tabel 2.4). Setelah dilakukan perhitungan diperoleh bahwa alternatif yang paling baik dalam proses belajar mengajar adalah sekolah 1 dengan prioritas 0.667 dan disusul sekolah 2 dengan prioritas 0.333.

Dengan cara yang sama pula, dapat dicari bobot-bobot untuk hasil penilaian perbandingan berpasangan antar elemen pada level alternatif dengan memperhatikan hubungannya terhadap lingkungan pergaulan (Tabel 2.5). Setelah dilakukan perhitungan diperoleh bahwa alternatif yang paling baik dalam lingkungan pergaulan adalah sekolah 1 dengan prioritas 0.8 dan disusul sekolah 2 dengan prioritas 0.2.

Bobot-bobot untuk hasil penilaian perbandingan berpasangan antar elemen pada level alternatif dengan memperhatikan hubungannya terhadap kehidupan sekolah (Tabel 2.6), juga dapat dicari dengan cara yang sama. Setelah dilakukan perhitungan diperoleh bahwa alternatif yang paling baik dalam kehidupan sekolah adalah sekolah 2 dengan prioritas 0.9 dan disusul sekolah 1 dengan prioritas 0.1.

Setelah didapatkan semua vektor prioritas lokal, kemudian lakukan prinsip komposisi hierarkis untuk memperoleh vektor prioritas global, dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.667 & 0.8 & 0.1 \\ 0.333 & 0.2 & 0.9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.3 \\ 0.1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.6502 \\ 0.3498 \end{pmatrix}$$

Dari hasil komposisi hierarkis tersebut diperoleh vektor prioritas global [0.6502, 0.3498], yang berarti bahwa pilihan sekolah yang paling diinginkan oleh siswa tersebut adalah sekolah 1 dengan prioritas 0.6502 dan disusul sekolah 2 dengan prioritas 0.3498.

2.3 Model Pemrograman Linier

Pemrograman linier adalah teknik matematika untuk memilih kegiatan atau program terbaik dari sehimpunan alternatif yang mungkin, dengan menggunakan fungsi linier. Inti dari persoalan pemrograman linier adalah mengoptimalkan (memaksimumkan atau meminimumkan) fungsi tujuan, yang dibatasi oleh sejumlah kendala.

Model pemrograman linier mempunyai tiga unsur utama yaitu:

- Variabel keputusan, adalah variabel yang akan dicari dan memberikan nilai yang paling baik bagi tujuan yang hendak dicapai. Variabel ini harus ditemukan terlebih dahulu sebelum merumuskan fungsi tujuan dan fungsi-fungsi kendala.
- Fungsi tujuan, adalah fungsi matematika yang hendak dimaksimumkan atau diminimumkan, dan mencerminkan tujuan yang hendak dicapai.
- Fungsi kendala, adalah fungsi matematika yang menjadi kendala dalam melakukan usaha-usaha untuk mengoptimalkan fungsi tujuan.

Secara umum model pemrograman linier untuk masalah meminimumkan ditulis sebagai berikut:

Fungsi tujuan:

$$\begin{aligned} \text{minimum} \quad f &= c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\ &= \sum_{j=1}^n c_jx_j \end{aligned} \quad (2.22)$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &\geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &\geq b_2 \\ &\vdots \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n &\geq b_i \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &\geq b_m \end{aligned}$$

atau

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.23)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.24)$$

dimana:

- f = nilai fungsi tujuan yang akan dioptimalkan
- x_1, x_2, \dots, x_n = variabel keputusan
- c_1, c_2, \dots, c_n = koefisien dari variabel keputusan pada fungsi tujuan
- $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$ = koefisien variabel keputusan pada kendala ke- i
- b_i = konstanta (sisi kanan) dari kendala ke- i

(Wu, N., dan Coopins, R., 1981)

2.4 Masalah Dual dan Analisa Sensitivitas

Setiap masalah pemrograman linier (disebut masalah primal) dalam bentuk baku berasosiasi dengan masalah pemrograman linier lain, yang disebut sebagai masalah dual. Masalah primal dan dual ini saling berhubungan, yaitu setiap solusi *feasible* dari masalah yang satu menghasilkan suatu batas dari nilai optimal masalah yang lainnya. Masalah primal dalam bentuk umum masalah meminimumkan adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{ll}
 \text{minimum} & f = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
 \text{dengan kendala} & \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b} \\
 & \mathbf{x} \geq \mathbf{0}
 \end{array} \quad (2.25)$$

Masalah dual dari masalah primal di atas adalah:

$$\begin{array}{ll}
 \text{maksimum} & g = \mathbf{y}^T \mathbf{b} \\
 \text{dengan kendala} & \mathbf{y}^T \mathbf{A} \leq \mathbf{c}^T \\
 & \mathbf{y} \geq \mathbf{0}
 \end{array} \quad (2.26)$$

Berdasarkan model di atas didapat hubungan antara masalah primal dan dual dari suatu pemrograman linier, sebagai berikut:

1. Sifat dualitas lemah (*weak duality property*): jika $\bar{\mathbf{x}}$ adalah solusi *feasible* untuk masalah primal (2.25) dan $\bar{\mathbf{y}}$ adalah solusi *feasible* dari masalah dual (2.26), maka $\mathbf{y}^T \mathbf{b} \leq \mathbf{c}^T \mathbf{x}$.
2. Sifat dualitas kuat (*strong duality property*): jika $\bar{\mathbf{x}}$ adalah solusi *feasible* untuk masalah primal (2.25) dan $\bar{\mathbf{y}}$ adalah solusi *feasible* dari masalah dual (2.26), dan jika $\mathbf{y}^T \mathbf{b} = \mathbf{c}^T \mathbf{x}$, maka $\bar{\mathbf{x}}$ dan $\bar{\mathbf{y}}$ masing-masing merupakan solusi optimal untuk masalah (2.25) dan (2.26).

Analisa sensitivitas merupakan suatu usaha untuk mempelajari perilaku perubahan nilai variabel keputusan pada model matematika, jika parameternya berubah (Wu, N., dan Coopins, R., 1981). Setelah ditemukan penyelesaian yang optimal dari suatu masalah pemrograman linier, kadang perlu di lihat lebih jauh lagi kemungkinan-kemungkinan yang terjadi seandainya terjadi perubahan pada koefisien-koefisien di dalam model. Untuk menghindari perhitungan ulang, maka digunakan analisa sensitivitas yang pada dasarnya memanfaatkan kaidah-kaidah primal-dual. Karena analisa sensitivitas dilakukan setelah tercapainya penyelesaian optimal, maka analisa ini disebut juga *post optimality analysis*. Jadi, tujuan analisa sensitivitas adalah mengurangi perhitungan-perhitungan dan menghindari perhitungan ulang bila terjadi perubahan-perubahan satu atau beberapa parameter dalam model pemrograman linier saat penyelesaian optimal telah tercapai.

BAB 3
FORMULASI MODEL PEMROGRAMAN LINIER UNTUK
MENENTUKAN BOBOT-BOBOT DALAM METODE *ANALYTIC*
HIERARCHY PROCESS

Pada bab ini akan dibahas formulasi model pemrograman linier untuk menentukan bobot-bobot dalam metode *Analytic Hierarchy Process* (AHP). Formulasi ini dilakukan pada dua jenis matriks perbandingan berpasangan, yaitu matriks perbandingan berpasangan bernilai tunggal dan matriks perbandingan berpasangan bernilai interval. Pertama akan dibahas formulasi untuk penentuan bobot-bobot dari matriks perbandingan berpasangan bernilai tunggal, kemudian formulasi untuk penentuan bobot-bobot dari matriks perbandingan berpasangan bernilai interval, dan terakhir akan dibahas analisa sensitivitas dalam metode AHP.

3.1 Formulasi untuk Penentuan Bobot-Bobot dari Matriks Perbandingan Berpasangan Bernilai Tunggal

Formulasi ini terbagi menjadi dua tahap, tahap pertama dilakukan formulasi model pemrograman linier untuk menentukan batas konsistensi dari matriks perbandingan berpasangan dan tahap kedua dilakukan formulasi model pemrograman linier untuk menentukan suatu vektor prioritas dengan menggunakan batas konsistensi pada tahap pertama. Matriks perbandingan berpasangan dimana hasil dari penilaian perbandingannya bernilai tunggal memiliki bentuk sebagai berikut:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ \frac{1}{a_{12}} & 1 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \frac{1}{a_{13}} & \frac{1}{a_{23}} & 1 & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{a_{1n}} & \frac{1}{a_{2n}} & \frac{1}{a_{3n}} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Jika pengambil keputusan tidak sepenuhnya konsisten dalam membuat penilaian perbandingan berpasangan, yaitu jika terdapat i, j, k yang memenuhi $a_{ij} \cdot a_{jk} \neq a_{ik}$, $i, j, k = 1, 2, \dots, n$, maka terdapat *error* dari hasil penilaian tersebut. *Error* dihubungkan pada setiap entri dalam matriks perbandingan berpasangan melalui hubungan perkalian berikut:

$$\frac{w_i}{w_j} = a_{ij} \cdot \varepsilon_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq j \quad (3.2)$$

dimana:

- n = jumlah baris (kolom) dalam matriks persegi A
- a_{ij} = entri untuk baris ke- i dan kolom ke- j dalam matriks A
- w_i = bobot dari elemen i
- ε_{ij} = unsur *error* dalam penaksiran a_{ij}
dengan $i, j = 1, 2, \dots, n$.

Error pada persamaan (3.2) bernilai positif dan diharapkan dekat dengan satu. Dengan nilai *error* yang lebih besar atau kurang dari satu menunjukkan bahwa ukuran taksiran terlalu rendah atau terlalu tinggi. Hubungan *error* pada persamaan (3.2) merupakan hubungan *error* yang nonlinier dengan tiga variabel keputusan yang tidak diketahui nilainya, yaitu w_i, w_j , dan ε_{ij} . Hubungan *error* yang nonlinier ini dapat diubah ke hubungan *error* yang linier agar vektor prioritas lebih mudah untuk ditentukan, dengan cara mengambil logaritma natural dari kedua sisi persamaan (3.2) diperoleh:

$$\ln w_i - \ln w_j = \ln a_{ij} + \ln \varepsilon_{ij} \quad (3.3)$$

Kemudian, dengan mendefinisikan variabel keputusan baru yang ditransformasikan dalam ruang logaritma natural di persamaan (3.3), yaitu:

$$\begin{aligned} x_i &= \ln w_i \\ y_{ij} &= \ln \varepsilon_{ij} \\ z_{ij} &= |y_{ij}| \end{aligned}$$

sehingga diperoleh:

$$x_i - x_j = \ln a_{ij} + y_{ij} \quad (3.4)$$

Pada persamaan (3.4), hubungan *error* persamaan (3.2) menjadi linier.

3.1.1 Menentukan Batas Konsistensi dari Matriks Perbandingan Berpasangan

Dengan menggunakan variabel keputusan yang ditransformasi dalam ruang logaritma natural, variabel z_{ij} akan dievaluasi untuk menentukan batas konsistensi dari matriks perbandingan berpasangan dengan fungsi objektif dan fungsi kendala sebagai berikut:

Fungsi objektif:

$$\text{Minimum} \quad \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n z_{ij} \quad (3.5)$$

dengan kendala:

$$x_i - x_j - y_{ij} = \ln a_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq j \quad (3.6)$$

$$z_{ij} \geq y_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.7)$$

$$z_{ij} \geq y_{ji} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.8)$$

$$x_1 = 0 \quad (3.9)$$

$$x_i - x_j \geq 0 \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad a_{ij} > 1 \quad (3.10)$$

$$x_i - x_j \geq 0 \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad a_{ik} \geq a_{jk}, \forall k; \quad (3.11)$$

$$a_{iq} > a_{jq} \text{ untuk beberapa } q$$

$$z_{ij} \geq 0 \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.12)$$

$$x_i, y_{ij} \text{ unrestricted} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.13)$$

Fungsi kendala (3.6) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan perbandingan relatif dari entri-entri pada matriks perbandingan berpasangan. Fungsi kendala ini diperoleh dari persamaan (3.3) yang dapat diubah dalam bentuk berikut:

$$\ln w_i - \ln w_j - \ln \varepsilon_{ij} = \ln a_{ij}$$

sehingga didapatkan,

$$x_i - x_j - y_{ij} = \ln a_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq j$$

yang merupakan bentuk dari fungsi kendala (3.6).

Matriks perbandingan berpasangan mempunyai sifat berbanding terbalik (*reciprocal*), sebagai berikut:

$$a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.14)$$

Dalam matriks perbandingan berpasangan A , jika a_{ij} ditaksir terlalu tinggi, artinya penilaian dari pengambil keputusan pada entri i dengan entri j lebih besar dari nilai sebenarnya maka a_{ji} ditaksir terlalu rendah. Karena hubungan ini, *error* juga memiliki sifat berbanding terbalik (*reciprocal*) yaitu:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{\varepsilon_{ji}}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.15)$$

atau dapat ditulis sebagai,

$$y_{ij} = -y_{ji}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.16)$$

Fungsi kendala (3.7) dan (3.8) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan nilai mutlak *error*, yaitu $z_{ij} = |y_{ij}|$. Dengan menggunakan sifat nilai mutlak maka:

$$-|y_{ij}| \leq y_{ij} \leq |y_{ij}|$$

- Untuk $y_{ij} \leq |y_{ij}|$

karena $|y_{ij}| = z_{ij}$ maka $y_{ij} \leq z_{ij}$

atau dapat ditulis sebagai,

$$z_{ij} \geq y_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j$$

yang merupakan bentuk dari fungsi kendala (3.7).

- Untuk $y_{ij} \geq -|y_{ij}|$

karena $|y_{ij}| = z_{ij}$ maka $y_{ij} \geq -z_{ij}$

kalikan kedua ruas dengan negatif maka diperoleh,

$$-y_{ij} \leq z_{ij} \quad \text{karena } -y_{ij} = y_{ji} \quad \text{maka } y_{ji} \leq z_{ij}$$

atau dapat ditulis sebagai,

$$z_{ij} \geq y_{ji}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j$$

yang merupakan bentuk dari fungsi kendala (3.8).

Karena kumpulan solusi dari fungsi kendala (3.6) – (3.8) terlalu banyak, maka tetapkan salah satu w_i dengan cara sembarang, tetapi dengan tidak menghilangkan bentuk umumnya. Bentuk umum tersebut adalah total bobot keseluruhan sama dengan satu. Misalkan, ditetapkan bobot elemen pertama, yaitu $w_1 = 1$ maka:

$$x_1 = \ln w_1 = 0$$

yang merupakan bentuk dari fungsi kendala (3.9).

Untuk menentukan bobot-bobot akhir lakukan proses normalisasi terhadap vektor prioritas yang diperoleh agar jumlah dari semua bobot sama dengan satu.

Fungsi kendala (3.10) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan elemen dominan, yang diperoleh dari:

$$a_{ij} > 1 \text{ maka } w_i \geq w_j$$

Untuk $a_{ij} > 1$, perbandingan relatif antara elemen i dengan elemen j lebih besar dari 1. Hal ini menunjukkan bahwa terdapat elemen yang lebih mendominasi dibandingkan dengan elemen yang lain. Sehingga diperoleh bobot elemen i lebih besar atau sama dengan bobot elemen j , yang berarti bahwa bobot elemen i lebih mendominasi bobot elemen j atau tidak ada yang lebih mendominasi dari kedua elemen tersebut. Jadi dapat ditulis sebagai,

$$x_i - x_j \geq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n; a_{ij} > 1$$

yang merupakan bentuk dari fungsi kendala (3.10).

Fungsi kendala (3.11) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan baris dominan, yang diperoleh dari:

$$a_{ik} \geq a_{jk} \text{ untuk semua } k \text{ dan}$$

$$a_{ik} > a_{jk} \text{ untuk beberapa } k$$

$$\text{maka } w_i \geq w_j$$

Untuk $a_{ik} \geq a_{jk}$ berarti perbandingan relatif antara elemen i dengan elemen k lebih besar atau sama dengan perbandingan relatif antara elemen j dengan elemen k untuk semua k . Hal ini menunjukkan bahwa terdapat baris yang lebih mendominasi dibandingkan dengan baris yang lain atau tidak ada yang lebih mendominasi dari kedua baris tersebut.

Untuk $a_{ik} > a_{jk}$ berarti perbandingan relatif antara elemen i dengan elemen k harus lebih besar dari perbandingan relatif antara elemen j dengan elemen k untuk beberapa k . Hal ini menunjukkan bahwa terdapat baris yang lebih mendominasi dibandingkan dengan baris yang lain.

Sehingga diperoleh bobot baris i lebih besar atau sama dengan bobot baris j , yang berarti bahwa bobot baris i lebih mendominasi bobot baris j atau tidak ada yang lebih mendominasi dari kedua baris tersebut. Jadi diperoleh,

$$x_i - x_j \geq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad a_{ik} \geq a_{jk}, \forall k;$$

$$a_{iq} > a_{jq} \text{ untuk beberapa } q$$

yang merupakan bentuk dari fungsi kendala (3.11).

Fungsi kendala (3.12) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan variabel-variabel yang bernilai non negatif. Karena nilai dari *error* positif dan diharapkan dekat dengan satu, yaitu $z_{ij} = |y_{ij}|$ maka:

$$z_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

yang merupakan bentuk dari fungsi kendala (3.12).

Fungsi kendala (3.13) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan variabel *unrestricted*. Variabel keputusan x_i dan y_{ij} merupakan variabel *unrestricted*, karena x_i dan y_{ij} merupakan variabel yang ditransformasi dalam logaritma natural yang bisa bernilai negatif atau positif atau nol. Jadi,

$$x_i, y_{ij} \text{ unrestricted} \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

yang merupakan bentuk dari fungsi kendala (3.13).

Fungsi objektif (3.5) adalah meminimumkan jumlah *error* dari entri di atas diagonal utama dalam matriks perbandingan berpasangan. Selain itu, fungsi objektif menunjukkan ukuran ketidakkonsistenan dari matriks perbandingan berpasangan, artinya semakin besar nilai dari fungsi objektifnya, maka semakin besar ketidakkonsistenan dari matriks tersebut.

Misalkan z^* adalah nilai fungsi objektif yang optimal pada tahap pertama pemrograman linier. Diberikan suatu matriks yang konsisten, maka tidak terdapat *error* dalam matriks perbandingan berpasangan, sehingga:

$$\varepsilon_{ij} = 1, \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n$$

maka diperoleh $z^* = 0$. Jika matriks tidak konsisten maka diperoleh $z^* \neq 0$, sehingga terdapat *error* dalam matriks perbandingan berpasangan. Untuk mengetahui apakah nilai ketidakkonsistenan dari matriks tersebut dapat diterima atau tidak (diterima $CR \leq 0.1$, tidak $CR > 0.1$) digunakan indeks konsistensi dalam pemrograman linier (CI_{PL}) yang didefinisikan sebagai:

$$CI_{PL} = \frac{z^*}{\frac{n(n-1)}{2}} = \frac{2z^*}{n(n-1)} \quad (3.17)$$

CI_{PL} adalah nilai rata-rata dari z_{ij} untuk entri-entri di atas diagonal utama pada matriks perbandingan berpasangan. Kemudian, CI_{PL} di atas diubah ke dalam bentuk rasio konsistensi (CR) dengan cara membaginya dengan suatu indeks random (RI) yang ada pada persamaan (2.13) di Bab 2. (Chandran, B., Golden, B., & Wasil, E., 2005)

3.1.2 Menentukan suatu Vektor Prioritas dari Matriks Perbandingan Berpasangan

Setelah tahap pertama pemrograman linier selesai, solusi yang diperoleh adalah semua vektor prioritas yang meminimumkan perkalian dari semua *error* ε_{ij} . Dengan kata lain, kemungkinan terdapat solusi optimal yang lebih dari satu pada tahap pertama pemrograman linier. Oleh karena itu, dilakukan formulasi model pemrograman linier pada tahap kedua untuk memilih dari kumpulan alternatif optimal vektor prioritas pada tahap pertama yang meminimumkan *error* ε_{ij} yang maksimum. Fungsi objektif dan fungsi kendala untuk tahap kedua sebagai berikut:

Fungsi objektif:

$$\text{Minimum } z_{\text{maks}} \quad (3.18)$$

dengan kendala:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n z_{ij} = z^* \quad (3.19)$$

$$x_i - x_j - y_{ij} = \ln a_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq j \quad (3.20)$$

$$z_{ij} \geq y_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.21)$$

$$z_{ij} \geq y_{ji} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.22)$$

$$z_{\text{maks}} \geq z_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.23)$$

$$x_1 = 0 \quad (3.24)$$

$$x_i - x_j \geq 0 \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad a_{ij} > 1 \quad (3.25)$$

$$x_i - x_j \geq 0 \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad a_{ik} \geq a_{jk}, \forall k; \quad (3.26)$$

$$a_{iq} > a_{jq} \text{ untuk beberapa } q$$

$$z_{ij} \geq 0 \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.27)$$

$$x_i, y_{ij} \text{ unrestricted} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.28)$$

$$z_{\text{maks}} \geq 0 \quad (3.29)$$

Fungsi tujuan pada tahap kedua adalah untuk menemukan solusi yang meminimumkan *error* ε_{ij} maksimum dari kumpulan solusi pada tahap pertama. Fungsi kendala pada tahap kedua, diturunkan langsung dari tahap pertama dengan fungsi kendala tambahan (3.19), (3.23), dan (3.29). Fungsi kendala (3.19) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan vektor solusi pada tahap pertama pemrograman linier, dimana z^* adalah nilai fungsi objektif yang optimal pada tahap pertama. Fungsi kendala (3.23) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan pencarian nilai z_{maks} yang merupakan nilai maksimum dari *error* z_{ij} . Fungsi kendala (3.29) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan variabel yang bernilai non negatif untuk z_{maks} . Solusi yang diperoleh pada tahap kedua merupakan suatu vektor prioritas yang merupakan bobot-bobot dari setiap elemen dalam suatu level hierarki.

3.2 Formulasi untuk Penentuan Bobot-Bobot dari Matriks Perbandingan Berpasangan Bernilai Interval

Dalam penilaian interval, pengambil keputusan melakukan perbandingan relatif antara elemen i dengan elemen j dengan cara membuat suatu batas bawah yang tidak negatif yaitu l_{ij} dan batas atas yaitu u_{ij} untuk ditempatkan pada tingkat kepentingan relatif dari elemen i dengan elemen j , yang ditulis pada pertidaksamaan berikut:

$$l_{ij} \leq \frac{w_i}{w_j} \leq u_{ij} \quad (3.30)$$

Matriks perbandingan berpasangan dimana hasil dari penilaian perbandingannya bernilai interval memiliki bentuk sebagai berikut:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & (l_{12}, u_{12}) & (l_{13}, u_{13}) & \cdots & (l_{1n}, u_{1n}) \\ (l_{21}, u_{21}) & 1 & (l_{23}, u_{23}) & \cdots & (l_{2n}, u_{2n}) \\ (l_{31}, u_{31}) & (l_{32}, u_{32}) & 1 & \cdots & (l_{3n}, u_{3n}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (l_{n1}, u_{n1}) & (l_{n2}, u_{n2}) & (l_{n3}, u_{n3}) & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Matriks perbandingan berpasangan interval juga memiliki sifat berbanding terbalik (*reciprocal*) dan entri di atas diagonal utama berisi semua informasi yang diperlukan untuk menentukan suatu vektor prioritas. Untuk matriks interval sifat berbanding terbalik (*reciprocal*) adalah sebagai berikut:

$$l_{ij} = \frac{1}{u_{ji}}, \quad u_{ij} = \frac{1}{l_{ji}}, \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq j$$

Dengan adanya perbandingan berpasangan interval, besar *error* pada setiap penilaian rasio w_i/w_j tidak eksplisit karena perbandingannya dalam bentuk nilai interval $[l_{ij}, u_{ij}]$, bukan nilai tunggal. Oleh karena itu, untuk menghitung *error* yang terkait dengan masing-masing penilaian interval, perbandingan bobot relatif diuji terhadap rata-rata geometrik dari titik ujung interval melalui persamaan berikut:

$$\frac{w_i}{w_j} = \varepsilon_{ij} \sqrt{l_{ij} \cdot u_{ij}}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.32)$$

Sama halnya dengan matriks perbandingan berpasangan tunggal, nilai *error* yang lebih besar dari satu menunjukkan bahwa taksiran batas interval yang terlalu rendah, sedangkan nilai *error* yang lebih kecil dari satu menunjukkan bahwa taksiran batas interval yang terlalu tinggi. Perbandingan *error* ini relatif terhadap rata-rata geometrik dari batas interval. Rata-rata geometrik digunakan dalam penilaian interval untuk mempertahankan sifat berbanding terbalik (*reciprocal*) dari matriks perbandingan berpasangan interval yang berhubungan dengan sifat berbanding terbalik (*reciprocal*) dari matriks tunggal sehingga,

$$a_{ij} = \sqrt{l_{ij} \cdot u_{ij}} = \left(\sqrt{\frac{1}{u_{ij}} \cdot \frac{1}{l_{ij}}} \right)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{l_{ji} \cdot u_{ji}}} = \frac{1}{a_{ji}}$$

Formulasi tahap pertama yaitu untuk menentukan batas konsistensi dari matriks perbandingan berpasangan interval sebagai berikut:

Fungsi objektif:

$$\text{Minimum} \quad \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n z_{ij} \quad (3.36)$$

dengan kendala:

$$x_i - x_j - y_{ij} = \ln \sqrt{l_{ij} \cdot u_{ij}} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq j \quad (3.37)$$

$$z_{ij} \geq y_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.38)$$

$$z_{ij} \geq y_{ji} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.39)$$

$$x_i - x_j \geq \ln l_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.40)$$

$$x_i - x_j \leq \ln u_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.41)$$

$$x_1 = 0 \quad (3.42)$$

$$z_{ij} \geq 0 \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.43)$$

$$x_i, y_{ij} \text{ unrestricted} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.44)$$

Fungsi kendala (3.37) sama dengan fungsi kendala (3.6) pada matriks penilaian tunggal. Hanya saja a_{ij} pada matriks interval diganti dengan $\sqrt{l_{ij} \cdot u_{ij}}$. Fungsi kendala (3.38) dan (3.39) sama dengan fungsi kendala (3.7) dan (3.8) pada matriks penilaian tunggal. Fungsi kendala (3.42) sama dengan fungsi kendala (3.9) pada matriks penilaian tunggal. Fungsi kendala (3.43) sama dengan fungsi kendala (3.12) pada matriks penilaian tunggal. Fungsi kendala (3.44) sama dengan fungsi kendala (3.13) pada matriks penilaian tunggal. Untuk fungsi kendala (3.40) dan (3.41) diperoleh dengan cara memecah pertidaksamaan interval dari persamaan (3.30) menjadi sepasang dari ketidaksamaan berikut:

$$\frac{w_i}{w_j} \leq u_{ij} \quad \text{dan} \quad \frac{w_i}{w_j} \geq l_{ij}$$

dengan mengubah kedua ruas ketidaksamaan di atas dalam logaritma natural, maka:

$$\ln w_i - \ln w_j \leq \ln u_{ij}$$

$$\ln w_i - \ln w_j \geq \ln l_{ij}$$

atau

$$x_i - x_j \geq \ln l_{ij}$$

$$x_i - x_j \leq \ln u_{ij}$$

yang merupakan bentuk dari fungsi kendala (3.40) dan (3.41).

Ketika $l_{ij} > 1$, maka fungsi kendala (3.40) bertindak seperti fungsi kendala elemen dominan pada matriks perbandingan berpasangan tunggal untuk $a_{ij} > 1$. Untuk $l_{ij} > 1$, perbandingan relatif antara elemen i dengan elemen j lebih besar dari 1. Hal ini menunjukkan bahwa elemen i lebih besar dominasinya dibandingkan dengan elemen j . Sehingga diperoleh bobot elemen i lebih besar atau sama dengan bobot elemen j , yang berarti bahwa bobot elemen i lebih mendominasi bobot elemen j atau tidak ada yang lebih mendominasi dari kedua elemen tersebut. Ketika $u_{ij} < 1$, maka fungsi kendala (3.41) bertindak seperti fungsi kendala elemen dominan pada matriks perbandingan berpasangan tunggal untuk $a_{ij} < 1$. Untuk $u_{ij} < 1$, perbandingan relatif antara elemen i dengan

elemen j lebih kecil dari 1. Hal ini menunjukkan bahwa elemen i lebih kecil dominasinya dibandingkan dengan elemen j . Sehingga diperoleh bobot elemen i lebih kecil atau sama dengan bobot elemen j , yang berarti bahwa bobot elemen i lebih kecil dominasinya dibandingkan dengan bobot elemen j atau tidak ada yang lebih mendominasi dari kedua elemen tersebut.

Fungsi objektif (3.36) sama dengan fungsi objektif (3.5) pada matriks perbandingan berpasangan tunggal. Jika diperoleh $z^* = 0$ maka matriks perbandingan berpasangan interval konsisten, sehingga tidak terdapat *error* dalam matriks tersebut. Jika diperoleh $z^* \neq 0$, maka matriks perbandingan berpasangan interval tidak konsisten, sehingga terdapat *error* dalam matriks tersebut. Untuk mengetahui apakah nilai ketidakkonsistenan dari matriks tersebut dapat diterima atau tidak (diterima $CR \leq 0.1$, tidak $CR > 0.1$) digunakan indeks konsistensi dalam pemrograman linier (CI_{PL}) yang didefinisikan pada persamaan (3.17). Kemudian, CI_{PL} tersebut diubah ke dalam bentuk rasio konsistensi (CR) dengan cara membaginya dengan suatu indeks random (RI) yang ada pada persamaan (2.13) di Bab 2. (Chandran, B., Golden, B., & Wasil, E., 2005)

Sedangkan, formulasi untuk tahap kedua yaitu untuk menentukan suatu vektor prioritas dari matriks perbandingan berpasangan interval sebagai berikut:

Fungsi objektif:

$$\text{Minimum } z_{\text{maks}} \quad (3.45)$$

dengan kendala:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n z_{ij} = z^* \quad (3.46)$$

$$x_i - x_j - y_{ij} = \ln \sqrt{l_{ij} \cdot u_{ij}} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq j \quad (3.47)$$

$$z_{ij} \geq y_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.48)$$

$$z_{ij} \geq y_{ji} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.49)$$

$$z_{\text{maks}} \geq z_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.50)$$

$$x_i - x_j \geq \ln l_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.51)$$

$$x_i - x_j \leq \ln u_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.52)$$

$$x_1 = 0 \quad (3.53)$$

$$z_{ij} \geq 0 \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.54)$$

$$x_i, y_{ij} \text{ unrestricted} \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i < j \quad (3.55)$$

$$z_{\text{maks}} \geq 0 \quad (3.56)$$

Fungsi tujuan (3.45) sama dengan fungsi tujuan (3.18) pada matriks matriks perbandingan berpasangan tunggal. Fungsi kendala pada tahap kedua, diturunkan langsung dari tahap pertama matriks perbandingan berpasangan interval dengan fungsi kendala tambahan (3.46), (3.50), dan (3.56). Fungsi kendala (3.46) sama dengan fungsi kendala (3.19) pada matriks penilaian tunggal. Fungsi kendala (3.50) sama dengan fungsi kendala (3.23) pada matriks penilaian tunggal. Fungsi kendala (3.56) sama dengan fungsi kendala (3.29) pada matriks penilaian tunggal. Solusi yang diperoleh pada tahap kedua pada matriks interval juga berupa suatu vektor prioritas yang merupakan bobot-bobot dari setiap elemen dalam suatu level hierarki.

3.3 Analisa Sensitivitas dalam Metode AHP

Salah satu keuntungan menggunakan pendekatan model pemrograman linier untuk menentukan bobot-bobot dalam metode AHP adalah mampu memprediksi entri-entri dalam matriks perbandingan berpasangan yang menyebabkan matriks tersebut tidak konsisten. Entri-entri tersebut dapat dilihat dari nilai variabel-variabel dual yang bernilai tidak nol pada tahap pertama. Variabel dual tersebut yaitu variabel dual yang bersesuaian pada fungsi kendala yang berkaitan dengan perbandingan relatif dari entri-entri dalam matriks perbandingan berpasangan, yaitu pada persamaan (3.6) dan (3.37).

BAB 4
PENYELESAIAN MASALAH PENENTUAN BOBOT-BOBOT DALAM
METODE *ANALYTIC HIERARCHY PROCESS* DENGAN
MENGGUNAKAN PENDEKATAN MODEL PEMROGRAMAN LINIER

Pada bab ini akan digunakan pendekatan model pemrograman linier untuk menentukan bobot-bobot dalam metode *Analytic Hierarchy Process* (AHP) dengan menggunakan matriks perbandingan berpasangan yang telah diberikan. Penentuan bobot-bobot ini dilakukan pada dua jenis matriks perbandingan berpasangan, yaitu matriks perbandingan berpasangan bernilai tunggal dan matriks perbandingan berpasangan bernilai interval. Pertama akan dibahas penentuan bobot-bobot untuk matriks perbandingan berpasangan bernilai tunggal, kemudian penentuan bobot-bobot untuk matriks perbandingan berpasangan bernilai interval, dan terakhir akan dilakukan penerapan analisa sensitivitas dalam metode AHP.

4.1 Penentuan Bobot-Bobot untuk Matriks Perbandingan Berpasangan Bernilai Tunggal

4.1.1 Matriks Perbandingan Berpasangan Bernilai Tunggal Konsisten

Dengan menggunakan matriks perbandingan berpasangan yang ada pada Bab 2 persamaan (2.14) akan ditentukan bobot-bobot dari matriks tersebut dengan menggunakan pendekatan model pemrograman linier yang ada pada Bab 3. Matriks tersebut merupakan matriks perbandingan berpasangan bernilai tunggal yang berukuran 3×3 , yang diperoleh dari hasil penilaian perbandingan berpasangan untuk elemen pada level kriteria (Tabel 2.3) disajikan dalam bentuk sebagai berikut:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 1/2 & 1 & 3 \\ 1/6 & 1/3 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Pendekatan model pemrograman linier yang digunakan terbagi menjadi dua tahap, yaitu formulasi untuk menentukan batas konsistensi dari matriks perbandingan berpasangan dan formulasi untuk menentukan suatu vektor prioritas yang merupakan bobot-bobot dari setiap elemen dalam suatu level hierarki, dengan menggunakan batas konsistensi pada tahap pertama. Formulasi untuk tahap pertama sebagai berikut:

Fungsi objektif:

$$\text{Minimum } z_{12} + z_{13} + z_{23} \quad (4.2)$$

dengan kendala:

$$x_1 - x_2 - y_{12} = \ln 2, \quad (4.3)$$

$$x_2 - x_1 - y_{21} = \ln 1/2, \quad (4.4)$$

$$x_1 - x_3 - y_{13} = \ln 6, \quad (4.5)$$

$$x_3 - x_1 - y_{31} = \ln 1/6, \quad (4.6)$$

$$x_2 - x_3 - y_{23} = \ln 3, \quad (4.7)$$

$$x_3 - x_2 - y_{32} = \ln 1/3, \quad (4.8)$$

$$z_{ij} - y_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, 3; \quad i < j \quad (4.9)$$

$$z_{ij} - y_{ji} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, 3; \quad i < j \quad (4.10)$$

$$x_1 = 0, \quad (4.11)$$

$$x_1 - x_2 \geq 0, \quad (4.12)$$

$$x_1 - x_3 \geq 0, \quad (4.13)$$

$$x_2 - x_3 \geq 0, \quad (4.14)$$

$$z_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, 3; \quad i < j \quad (4.15)$$

$$x_i, y_{ij} \text{ unrestricted}, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (4.16)$$

Fungsi kendala (4.3) – (4.8) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan perbandingan dari entri-entri pada matriks perbandingan berpasangan (4.1). Fungsi kendala (4.9) – (4.10) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan nilai mutlak *error*. Fungsi kendala (4.11) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan penetapan bobot pada elemen pertama. Fungsi kendala (4.12) – (4.14) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan elemen dominan. Fungsi kendala ini diperoleh dari setiap entri pada matriks perbandingan berpasangan

yang mempunyai nilai lebih besar dari satu ($a_{ij} > 1$). Diperoleh entri-entri a_{12} , a_{13} , dan a_{23} , yang mengandung arti bahwa elemen 1 lebih mendominasi elemen 2, elemen 1 lebih mendominasi elemen 3, dan elemen 2 lebih mendominasi elemen 3. Fungsi kendala (4.12) – (4.14) juga merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan baris dominan. Fungsi kendala ini diperoleh dengan cara membandingkan setiap dua baris dengan kolom yang bersesuaian ($a_{ik} \geq a_{jk}, \forall k; a_{iq} > a_{jq}$, untuk beberapa q). Diperoleh entri-entri a_{12} , a_{13} , dan a_{23} yang mengandung arti bahwa, baris 1 lebih mendominasi baris 2, baris 1 lebih mendominasi baris 3, dan baris 2 lebih mendominasi baris 3.

Ketika formulasi pada tahap pertama diselesaikan dengan menggunakan perangkat lunak LINGO, diperoleh $z^* = 0$. Tahap selanjutnya, dengan menggunakan batas konsistensi pada tahap pertama akan ditentukan suatu vektor prioritas dari matriks perbandingan berpasangan pada persamaan (4.1). Formulasi tahap kedua sebagai berikut:

Fungsi objektif:

$$\text{Minimum } z_{\text{maks}} \quad (4.17)$$

dengan kendala:

$$z_{12} + z_{13} + z_{23} = 0, \quad (4.18)$$

$$z_{\text{maks}} - z_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, 3; \quad i < j \quad (4.19)$$

$$z_{\text{maks}} \geq 0, \quad (4.20)$$

dan seluruh kendala pada tahap pertama yaitu fungsi kendala (4.3) – (4.16).

Fungsi kendala (4.18) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan vektor solusi pada tahap pertama pemrograman linier, dimana $z^* = 0$ adalah nilai fungsi objektif yang optimal pada tahap pertama.

Ketika formulasi tahap kedua diselesaikan dengan menggunakan perangkat lunak LINGO, diperoleh suatu vektor prioritas seperti berikut:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.693 \\ -1.792 \end{pmatrix}$$

Karena x_1 , x_2 dan x_3 merupakan variabel yang ditransformasi dalam ruang logaritma natural, maka dengan mengembalikan variabel tersebut ke bentuk awalnya diperoleh:

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.167 \end{pmatrix}$$

Jumlahkan w_1 , w_2 , dan w_3 didapatkan:

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1 + 0.5 + 0.167 = 1.667$$

Hasil penjumlahannya melebihi satu, yang berarti tidak sesuai dengan prinsip total bobot keseluruhan. Karena itu, perlu dilakukan normalisasi agar jumlah total bobot keseluruhan sama dengan satu. Hasil akhir yang diperoleh:

$$w_1 = \frac{1}{1.667} = 0.6$$

$$w_2 = \frac{0.5}{1.667} = 0.3$$

$$w_3 = \frac{0.167}{1.667} = 0.1$$

Jadi, bobot-bobot yang diperoleh adalah $w_1 = 0.6$, $w_2 = 0.3$ dan $w_3 = 0.1$. Dalam hal ini, w_1 merupakan bobot untuk kriteria proses belajar mengajar dalam memilih sekolah, w_2 merupakan bobot untuk kriteria lingkungan pergaulan dalam memilih sekolah, dan w_3 merupakan bobot untuk kriteria kehidupan sekolah dalam memilih sekolah.

Lalu, uji konsistensi dari matriks perbandingan berpasangan tersebut dengan menggunakan $z^* = 0$. Gunakan persamaan (3.17) dan $n = 3$, maka:

$$CI_{PL} = \frac{2z^*}{n(n-1)} = \frac{2.0}{3(3-1)} = 0$$

Didapatkan $CI = 0$, maka matriks perbandingan berpasangan tersebut konsisten. Jadi, bobot dengan elemen yang tertinggi akan menjadi pilihan terbaik (prioritas utama) yaitu proses belajar mengajar dengan prioritas 0.6.

4.1.2 Matriks Perbandingan Berpasangan Bernilai Tunggal Tidak Konsisten

Diberikan matriks perbandingan berpasangan tunggal berukuran 5×5 yang ada pada persamaan (4.21). Akan ditentukan bobot-bobot dari matriks tersebut dengan menggunakan pendekatan model pemrograman linier.

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2.5 & 8 & 5 \\ 1/2 & 1 & 1/1.5 & 7 & 5 \\ 1/2.5 & 1.5 & 1 & 5 & 3 \\ 1/8 & 1/7 & 1/5 & 1 & 1/2 \\ 1/5 & 1/5 & 1/3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

Formulasi untuk tahap pertama sebagai berikut:

Fungsi objektif:

$$\text{Minimum } \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i+1}^5 z_{ij} \quad (4.22)$$

dengan kendala:

$$x_1 - x_2 - y_{12} = \ln 2, \quad (4.23)$$

$$x_2 - x_1 - y_{21} = \ln 1/2, \quad (4.24)$$

$$x_1 - x_3 - y_{13} = \ln 2.5, \quad (4.25)$$

$$x_3 - x_1 - y_{31} = \ln 1/2.5, \quad (4.26)$$

$$x_1 - x_4 - y_{14} = \ln 8, \quad (4.27)$$

$$x_4 - x_1 - y_{41} = \ln 1/8, \quad (4.28)$$

$$x_1 - x_5 - y_{15} = \ln 5, \quad (4.29)$$

$$x_5 - x_1 - y_{51} = \ln 1/5, \quad (4.30)$$

$$x_2 - x_3 - y_{23} = \ln 1/1.5, \quad (4.31)$$

$$x_3 - x_2 - y_{32} = \ln 1.5, \quad (4.32)$$

$$x_2 - x_4 - y_{24} = \ln 7, \quad (4.33)$$

$$x_4 - x_2 - y_{42} = \ln 1/7, \quad (4.34)$$

$$x_2 - x_5 - y_{25} = \ln 5, \quad (4.35)$$

$$x_5 - x_2 - y_{52} = \ln 1/5, \quad (4.36)$$

$$x_3 - x_4 - y_{34} = \ln 5, \quad (4.37)$$

$$x_4 - x_3 - y_{43} = \ln 1/5, \quad (4.38)$$

$$x_3 - x_5 - y_{35} = \ln 3, \quad (4.39)$$

$$x_5 - x_3 - y_{53} = \ln 1/3, \quad (4.40)$$

$$x_4 - x_5 - y_{45} = \ln 1/2, \quad (4.41)$$

$$x_5 - x_4 - y_{54} = \ln 2, \quad (4.42)$$

$$z_{ij} - y_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, 5; \quad i < j \quad (4.43)$$

$$z_{ij} - y_{ji} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, 5; \quad i < j \quad (4.44)$$

$$x_1 = 0, \quad (4.45)$$

$$x_1 - x_2 \geq 0, \quad (4.46)$$

$$x_1 - x_3 \geq 0, \quad (4.47)$$

$$x_1 - x_4 \geq 0, \quad (4.48)$$

$$x_1 - x_5 \geq 0, \quad (4.49)$$

$$x_2 - x_4 \geq 0, \quad (4.50)$$

$$x_2 - x_5 \geq 0, \quad (4.51)$$

$$x_3 - x_4 \geq 0, \quad (4.52)$$

$$x_3 - x_5 \geq 0, \quad (4.53)$$

$$x_5 - x_4 \geq 0, \quad (4.54)$$

$$x_3 - x_2 \geq 0, \quad (4.55)$$

$$z_{ij} \geq 0, \quad (4.56)$$

$$x_i, y_{ij} \text{ unrestricted}, \quad i, j = 1, 2, \dots, 5. \quad (4.57)$$

Fungsi kendala (4.23) – (4.42) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan perbandingan dari entri-entri pada matriks perbandingan berpasangan (4.21). Fungsi kendala (4.43) – (4.44) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan nilai mutlak *error*. Fungsi kendala (4.45) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan penetapan bobot pada elemen pertama. Fungsi kendala (4.46) – (4.55) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan elemen dominan, dimana elemen 1 mendominasi elemen 2, elemen 1 mendominasi elemen 3, elemen 1 mendominasi elemen 4, elemen 1 mendominasi elemen 5, elemen 2 mendominasi elemen 4, elemen 2 mendominasi elemen 5, elemen 3 mendominasi elemen 2, elemen 3 mendominasi elemen 4, elemen 3 mendominasi elemen 5, dan elemen 5 mendominasi elemen 4. Fungsi kendala (4.46) – (4.54) merupakan fungsi kendala

yang berkaitan dengan baris dominan, dimana baris 1 mendominasi baris 2, baris 1 mendominasi baris 3, baris 1 mendominasi baris 4, baris 1 mendominasi baris 5, baris 2 mendominasi baris 4, baris 2 mendominasi baris 5, baris 3 mendominasi baris 4, baris 3 mendominasi baris 5, dan baris 5 mendominasi baris 4.

Ketika formulasi pada tahap pertama diselesaikan dengan menggunakan perangkat lunak LINGO, diperoleh $z^* = 2.064$. Tahap selanjutnya, dengan menggunakan batas konsistensi pada tahap pertama akan ditentukan vektor prioritas dari matriks perbandingan berpasangan pada persamaan (4.21). Formulasi tahap kedua sebagai berikut:

Fungsi objektif:

$$\text{Minimum } z_{\text{maks}} \quad (4.58)$$

dengan kendala:

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=i+1}^5 z_{ij} = 2.064 \quad (4.59)$$

$$z_{\text{maks}} - z_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, 5; \quad i < j \quad (4.60)$$

$$z_{\text{maks}} \geq 0, \quad (4.61)$$

dan seluruh kendala pada tahap pertama yaitu fungsi kendala (4.23) – (4.57).

Ketika formulasi tahap kedua diselesaikan dengan menggunakan perangkat lunak LINGO, diperoleh suatu vektor prioritas seperti berikut:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.693 \\ -0.693 \\ -2.302 \\ -1.792 \end{pmatrix}$$

Karena x_1, x_2, x_3, x_4 , dan x_5 merupakan variabel yang ditransformasi dalam ruang logaritma natural maka dengan mengembalikan variabel tersebut ke bentuk awalnya diperoleh:

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 0.1 \\ 0.167 \end{pmatrix}$$

Jumlahkan $w_1, w_2, w_3, w_4,$ dan w_5 maka diperoleh:

$$\begin{aligned} w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 &= 1 + 0.5 + 0.5 + 0.1 + 0.167 \\ &= 2.267 \end{aligned}$$

Hasil penjumlahannya melebihi satu, yang berarti tidak sesuai dengan prinsip total bobot keseluruhan. Karena itu, perlu dilakukan normalisasi agar jumlah total bobot keseluruhan sama dengan satu. Hasil akhir yang didapatkan yaitu:

$$w_1 = \frac{1}{2.267} = 0.441$$

$$w_2 = \frac{0.5}{2.267} = 0.221$$

$$w_3 = \frac{0.5}{2.267} = 0.221$$

$$w_4 = \frac{0.1}{2.267} = 0.044$$

$$w_5 = \frac{0.167}{2.267} = 0.073$$

Jadi, bobot-bobot yang diperoleh adalah $w_1 = 0.441, w_2 = 0.221, w_3 = 0.221, w_4 = 0.044,$ dan $w_5 = 0.073.$

Lalu, uji konsistensi dari matriks perbandingan berpasangan tersebut dengan menggunakan $z^* = 2.064.$ Gunakan persamaan (3.17) dan $n = 5,$ maka:

$$CI_{PL} = \frac{2z^*}{n(n-1)} = \frac{2(2.064)}{5(5-1)} = \frac{4.128}{20} = 0.2064$$

Didapatkan $CI = 0.2064,$ selanjutnya dengan menggunakan persamaan (2.13) dan nilai $RI = 1.12$ yang diperoleh dari Tabel 2.2 untuk $n = 5,$ maka:

$$CR = \frac{0.2064}{1.12} = 0.184$$

Matriks perbandingan berpasangan tersebut tidak konsisten dan karena diperoleh $CR = 0.184 > 0.1$, maka nilai ketidakkonsistenan dari matriks tersebut tidak dapat diterima. Jadi, bobot dengan elemen tertinggi belum tentu menjadi pilihan yang terbaik (prioritas utama).

4.2 Penentuan Bobot-Bobot untuk Matriks Perbandingan Berpasangan Bernilai Interval

Diberikan matriks perbandingan berpasangan interval berukuran 3×3 yang ada pada persamaan (4.62). Akan ditentukan bobot-bobot dari matriks tersebut dengan menggunakan pendekatan model pemrograman linier.

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & (5,7) & (2,4) \\ (1/7, 1/5) & 1 & (1/3, 1/2) \\ (1/4, 1/2) & (2,3) & 1 \end{pmatrix} \quad (4.62)$$

Pendekatan model pemrograman linier yang digunakan juga terbagi menjadi dua tahap, yaitu formulasi untuk menentukan batas konsistensi dari matriks perbandingan berpasangan dan formulasi untuk menentukan suatu vektor prioritas dengan menggunakan batas konsistensi pada tahap pertama. Formulasi untuk tahap pertama sebagai berikut:

Fungsi objektif:

$$\text{Minimum } z_{12} + z_{13} + z_{23} \quad (4.63)$$

dengan kendala:

$$x_1 - x_2 - y_{12} = \ln \sqrt{35}, \quad (4.64)$$

$$x_2 - x_2 - y_{21} = \ln \sqrt{1/35}, \quad (4.65)$$

$$x_1 - x_3 - y_{13} = \ln \sqrt{8}, \quad (4.66)$$

$$x_3 - x_1 - y_{31} = \ln \sqrt{1/8}, \quad (4.67)$$

$$x_2 - x_3 - y_{23} = \ln \sqrt{1/6}, \quad (4.68)$$

$$x_3 - x_2 - y_{32} = \ln \sqrt{6}, \quad (4.69)$$

$$z_{ij} - y_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, 3; \quad i < j \quad (4.70)$$

$$z_{ij} - y_{ji} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, 3; \quad i < j \quad (4.71)$$

$$x_1 = 0, \quad (4.72)$$

$$x_1 - x_2 \geq \ln 5, \quad (4.73)$$

$$x_1 - x_2 \leq \ln 7, \quad (4.74)$$

$$x_1 - x_3 \geq \ln 2, \quad (4.75)$$

$$x_1 - x_3 \leq \ln 4, \quad (4.76)$$

$$x_2 - x_3 \geq \ln 1/3, \quad (4.77)$$

$$x_2 - x_3 \leq \ln 1/2, \quad (4.78)$$

$$z_{ij} \geq 0, \quad (4.79)$$

$$x_i, y_{ij} \text{ unrestricted, } i, j = 1, 2, 3. \quad (4.80)$$

Fungsi kendala (4.64) – (4.69) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan perbandingan relatif dari entri-entri pada matriks perbandingan berpasangan (4.62). Fungsi kendala (4.70) – (4.71) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan nilai mutlak *error*. Fungsi kendala (4.72) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan penetapan bobot pada elemen pertama. Fungsi kendala (4.73) – (4.78) merupakan fungsi kendala yang berkaitan dengan batas perbandingan relatif dari bobot-bobot dari setiap elemen. Fungsi kendala (4.73), (4.75), dan (4.77) merupakan fungsi kendala yang bertindak seperti fungsi kendala elemen dominan pada matriks perbandingan berpasangan tunggal untuk $a_{ij} > 1$ dengan $i, j = 1, 2, 3$. Fungsi kendala (4.74), (4.76), dan (4.78) merupakan fungsi kendala yang bertindak seperti fungsi kendala elemen dominan pada matriks perbandingan berpasangan tunggal untuk $a_{ij} < 1$ dengan $i, j = 1, 2, 3$.

Ketika formulasi pada tahap pertama diselesaikan dengan menggunakan perangkat lunak LINGO, diperoleh $z^* = 0.158$. Tahap selanjutnya, dengan menggunakan batas konsistensi pada tahap pertama akan ditentukan vektor prioritas dari matriks perbandingan berpasangan pada persamaan (4.62). Model tahap kedua untuk matriks persamaan tersebut sebagai berikut,

Fungsi objektif:

$$\text{Minimum } z_{\text{maks}} \quad (4.81)$$

dengan kendala:

$$z_{12} + z_{13} + z_{23} = 0.158 \quad (4.82)$$

$$z_{\text{maks}} - z_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, 3; \quad i < j \quad (4.83)$$

$$z_{\text{maks}} \geq 0, \quad (4.84)$$

dan seluruh kendala pada tahap pertama yaitu fungsi kendala (4.64) – (4.80).

Ketika formulasi tahap kedua diselesaikan dengan menggunakan perangkat lunak LINGO, diperoleh suatu vektor prioritas seperti berikut,

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1.831 \\ -0.987 \end{pmatrix}$$

Karena x_1 , x_2 dan x_3 merupakan variabel yang ditransformasi dalam ruang logaritma natural maka dengan mengembalikan variabel tersebut ke bentuk awalnya diperoleh:

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.16 \\ 0.373 \end{pmatrix}$$

Jumlahkan w_1 , w_2 , dan w_3 didapatkan:

$$\begin{aligned} w_1 + w_2 + w_3 &= 1 + 0.16 + 0.373 \\ &= 1.533 \end{aligned}$$

Hasil penjumlahannya melebihi satu, yang berarti tidak sesuai dengan prinsip total bobot keseluruhan. Karena itu, perlu dilakukan normalisasi agar jumlah total bobot keseluruhan sama dengan satu. Hasil akhir yang diperoleh berupa:

$$w_1 = \frac{1}{1.533} = 0.652$$

$$w_2 = \frac{0.16}{1.533} = 0.105$$

$$w_3 = \frac{0.373}{1.533} = 0.243$$

Jadi, bobot-bobot yang diperoleh adalah $w_1 = 0.652$, $w_2 = 0.105$ dan $w_3 = 0.243$.

Lalu, uji konsistensi dari matriks perbandingan berpasangan tersebut dengan menggunakan $z^* = 0.158$. Gunakan persamaan (3.17) dan $n = 3$ maka,

$$CI_{PL} = \frac{2z^*}{n(n-1)} = \frac{2(0.158)}{3(3-1)} = \frac{0.316}{6} = 0.053$$

Didapatkan $CI = 0.053$, selanjutnya dengan menggunakan persamaan (2.13) dan nilai $RI = 0.58$ yang diperoleh dari Tabel 2.2 untuk $n = 3$ maka,

$$CR = \frac{0.053}{0.58} = 0.09$$

Matriks perbandingan berpasangan tersebut tidak konsisten, tetapi karena diperoleh $CR = 0.09 < 0.1$, maka nilai ketidakkonsistenan dari matriks tersebut dapat diterima. Jadi, bobot dengan elemen tertinggi masih bisa diterima sebagai pilihan terbaik (prioritas utama).

4.3 Penerapan Analisa Sensitivitas dalam Metode AHP

Dengan menggunakan matriks perbandingan berpasangan A_2 pada persamaan (4.21), akan diprediksi entri-entri dalam matriks tersebut yang menyebabkan matriks perbandingan berpasangan A_2 tidak konsisten. Formulasi tahap pertama untuk matriks tersebut dapat dilihat pada persamaan (4.23) – (4.57). Ketika formulasi tersebut diselesaikan dengan menggunakan perangkat lunak LINGO diperoleh nilai variabel-variabel dual sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.85)$$

Nilai variabel-variabel dual persamaan (4.85) yang bernilai tidak nol tersebut bersesuaian dengan fungsi kendala yang berkaitan dengan fungsi kendala perbandingan relatif dari entri-entri a_{14} , a_{15} , a_{23} , a_{34} , a_{45} , a_{32} , a_{41} , a_{43} , a_{51} , dan a_{54} , sehingga entri-entri tersebut yang menyebabkan matriks perbandingan berpasangan A_2 pada persamaan (4.21) tidak konsisten.

Selanjutnya, dengan menggunakan matriks perbandingan berpasangan A_3 pada persamaan (4.62), akan diprediksi entri-entri dalam matriks tersebut yang menyebabkan matriks perbandingan berpasangan A_3 tidak konsisten. Formulasi tahap pertama untuk matriks tersebut dapat dilihat pada persamaan (4.64) – (4.80). Ketika formulasi tersebut diselesaikan dengan menggunakan perangkat lunak LINGO diperoleh nilai variabel-variabel dual sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.86)$$

Nilai variabel-variabel dual persamaan (4.86) yang bernilai tidak nol tersebut bersesuaian dengan fungsi kendala yang berkaitan dengan fungsi kendala perbandingan relatif dari entri-entri a_{12} , a_{23} , a_{21} , dan a_{32} , sehingga entri-entri tersebut yang menyebabkan matriks perbandingan berpasangan A_3 pada persamaan (4.62) tidak konsisten.

BAB 5 PENUTUP

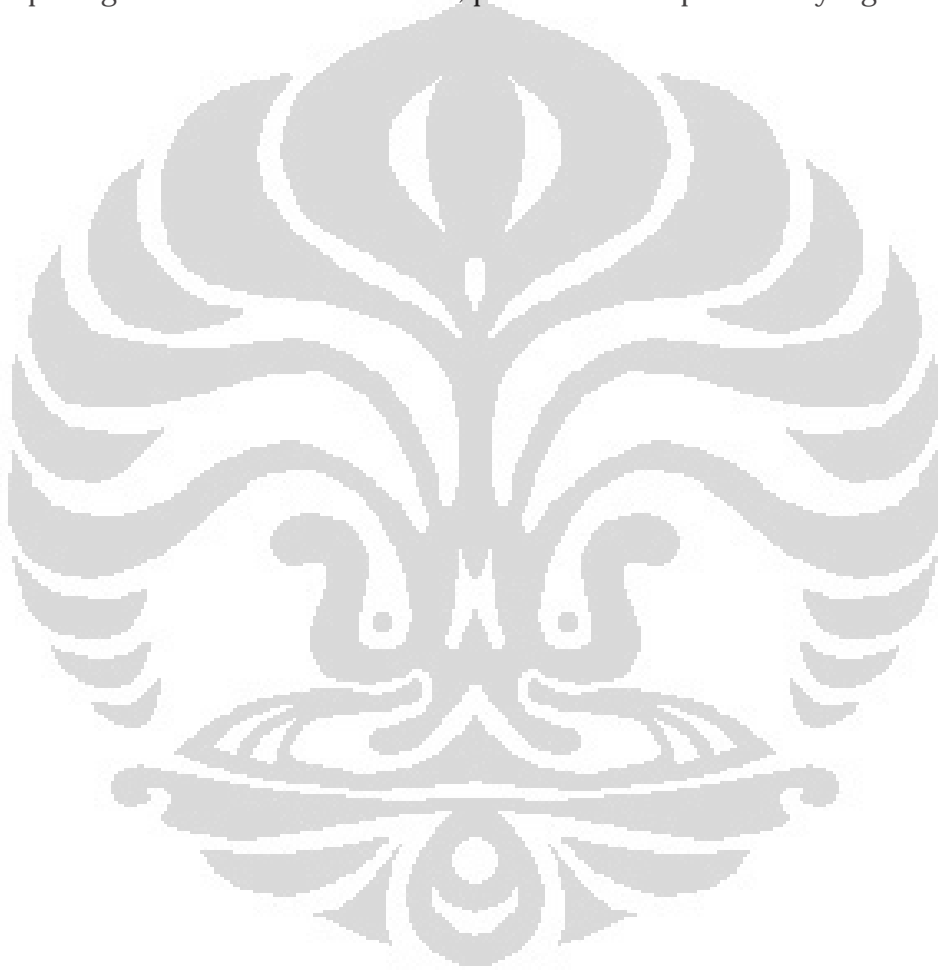
5.1 Kesimpulan

Pendekatan model pemrograman linier untuk menentukan bobot-bobot dalam metode *Analytic Hierarchy Process* (AHP) terbagi menjadi dua tahap, yaitu formulasi untuk menentukan batas konsistensi dari matriks perbandingan berpasangan dan formulasi untuk menentukan suatu vektor prioritas dengan menggunakan batas konsistensi pada tahap pertama. Apabila diperoleh nilai fungsi tujuan yang bernilai nol, maka matriks perbandingan berpasangan tersebut konsisten. Sehingga, bobot dengan elemen yang tertinggi akan menjadi pilihan yang terbaik. Apabila diperoleh nilai fungsi tujuan yang bernilai tidak nol, maka matriks perbandingan berpasangan tersebut tidak konsisten. Untuk mengetahui apakah nilai ketidakkonsistenan tersebut dapat diterima atau tidak, dihitung rasio konsistensi (CR) dari matriks perbandingan berpasangan tersebut. Jika diperoleh $CR \leq 0.1$, maka nilai ketidakkonsistenan dari matriks tersebut dapat diterima. Jadi, bobot dengan elemen tertinggi masih bisa diterima sebagai pilihan yang terbaik. Jika diperoleh $CR > 0.1$, maka nilai ketidakkonsistenan dari matriks tersebut tidak dapat diterima. Jadi, bobot dengan elemen tertinggi belum tentu menjadi pilihan yang terbaik, sehingga penilaian tersebut harus diperbaiki.

Dengan menggunakan pendekatan model pemrograman linier dalam metode AHP, dapat dilakukan analisa sensitivitas. Analisa sensitivitas ini dapat digunakan untuk memprediksi entri-entri dalam matriks perbandingan berpasangan yang menyebabkan matriks tersebut tidak konsisten. Entri-entri tersebut dapat dilihat dari nilai variabel-variabel dual yang tidak nol pada tahap pertama. Variabel dual tersebut, yaitu variabel dual yang bersesuaian dengan fungsi kendala yang berkaitan dengan perbandingan relatif dari entri-entri pada matriks perbandingan berpasangan.

5.2 Saran

Supaya nilai ketidakkonsistenan dari matriks perbandingan berpasangan berkurang, nilai pada entri-entri yang menyebabkan matriks tersebut tidak konsisten dapat diubah dengan cara menaikkan atau menurunkan nilai dari entri-entri dalam matriks tersebut. Untuk mengetahui seberapa besar menaikkan atau penurunan nilai pada entri-entri yang menyebabkan matriks perbandingan berpasangan tersebut tidak konsisten, perlu dilakukan penelitian yang lebih lanjut.



DAFTAR PUSTAKA

- Alford, Brian D. (2004). *Two Applications Involving the Analytic Hierarchy Process*. Thesis. University of Maryland.
- Chandran, B., Golden, B., & Wasil, E. (2005). *Linear Programming Models for Estimating Weights in The Analytic Hierarchy Process*. *Computers and Operations Research*, 32: 2235 - 2254.
- Forman, Ernest H. (2006). *Decision by Objectives*. Department of Decision Science, School of Business, The George Washington University.
- Mulyono, Sri. (2007). *Riset Operasi*. Jakarta: Fakultas Ekonomi, UI.
- Permadi, Bambang S. (1992). *AHP*. Jakarta: Pusat Antar Universitas - Studi Ekonomi, UI.
- Saaty, Thomas L. (1988). *Multicriteria Decision Making: The Analytic Hierarchy Process*. Pittsburgh: RWS Publication, University of Pittsburgh.
- Suryadi, K., dan Ramdhani, M. A. (1998). *Sistem Pendukung Keputusan*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Wu, N., dan Coppins, R. (1981). *Linear Programming and Extensions*. United States of America: McGraw-Hill.