



UNIVERSITAS INDONESIA

**FILTER KALMAN DAN *FULL ORDER OBSERVER* UNTUK
ESTIMASI KECEPATAN MOTOR INDUKSI TIGA FASA
DENGAN PENGENDALI VEKTOR ARUS DAN PENGENDALI
KECEPATAN FUZZY-PI**

SKRIPSI

**KURNIAWAN WIDI PRAMANA
08 06 315875**

**FAKULTAS TEKNIK
PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO
DEPOK
JUNI 2012**



UNIVERSITAS INDONESIA

**FILTER KALMAN DAN *FULL ORDER OBSERVER* UNTUK
ESTIMASI KECEPATAN MOTOR INDUKSI TIGA FASA
DENGAN PENGENDALI VEKTOR ARUS DAN PENGENDALI
KECEPATAN FUZZY-PI**

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik

**KURNIAWAN WIDI PRAMANA
08 06 315875**

**FAKULTAS TEKNIK
PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO
DEPOK
JUNI 2012**

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

**Skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar.**

Nama : Kurniawan Widi Pramana

NPM : 0806315875

Tanda Tangan : 

Tanggal : 3 Juli 2012

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh :
Nama : Kurniawan Widi Pramana
NPM : 0806315875
Program Studi : Teknik Elektro
Judul Skripsi : Filter Kalman dan *Full Order Observer* untuk
Estimasi Kecepatan Motor Induksi Tiga Fasa
dengan Pengendali Vektor Arus dan Pengendali
Kecepatan Fuzzy-PI

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik pada program studi Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Indonesia

DEWAN PENGUJI

Pembimbing : Dr. Ir. Ridwan Gunawan, M.T (.....)
Penguji : Ir. Aries Subiantoro, M.SEE (.....)
Penguji : Dr. Ir. Feri Yusivar, M.Eng (.....)

Ditetapkan di : Depok

Tanggal : 3 Juli 2012

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT karena berkat rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Penulisan skripsi ini dilakukan dengan tujuan memenuhi salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Teknik Program Studi Teknik Elektro di Fakultas Teknik Universitas Indonesia. Selama penulisan skripsi ini, penulis dibantu oleh banyak pihak hingga akhirnya skripsi ini pada akhirnya dapat diselesaikan. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Dr. Ir. Ridwan Gunawan M.T. selaku dosen pembimbing yang telah menyediakan waktu, tenaga, pikiran, serta dorongan motivasi untuk mengarahkan penulis dalam penulisan skripsi ini.
2. Orang tua penulis atas dukungan, semangat, doa, dan motivasi yang tiada hentinya sehingga penulis dapat melaksanakan skripsi dengan baik.
3. Keluarga asisten laboratorium Sistem Tenaga Listrik 2011 dan 2012, Gardina, Bagus, Farchan, Riry, Ryska, Anggiat dan Aloy atas kebersamaan dan candaannya selama penulis berkulat dengan skripsi ini.
4. Teman-teman keluarga besar Elektro-Komputer 2008 dan semua teman-teman se-Departemen Teknik Elektro yang banyak memberikan inspirasi.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun untuk membantu memperbaiki kekurangan yang ada. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat, tidak hanya bagi penulis tetapi bagi semua pihak.

Depok, 3 Juli 2012

Penulis

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Kurniawan Widi Pramana
NPM : 0806315875
Program Studi : Teknik Elektro
Departemen : Teknik Elektro
Fakultas : Teknik
Jenis Karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul :

Filter Kalman dan *Full Order Observer* untuk Estimasi Kecepatan Motor Induksi Tiga Fasa dengan Pengendali Vektor Arus dan Pengendali Kecepatan Fuzzy-PI

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalihmedia/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok

Pada tanggal : 3 Juli 2012

Yang menyatakan



(Kurniawan Widi Pramana)

ABSTRAK

Nama : Kurniawan Widi Pramana
Program Studi : Teknik Elektro
Judul : Filter Kalman dan *Full Order Observer* untuk Estimasi Kecepatan Motor Induksi Tiga Fasa dengan Pengendali Vektor Arus dan Pengendali Kecepatan Fuzzy-PI

Motor induksi tiga fasa adalah jenis motor yang paling banyak digunakan, khususnya untuk aplikasi di dunia industri, dengan skema pengendalian yang semakin mudah untuk diaplikasikan. Untuk meningkatkan unjuk kerja pengendali, fungsi sensor kecepatan dapat digantikan oleh observer. Skripsi ini berisi simulasi penggunaan filter Kalman dan komparasi unjuk kerjanya terhadap *full order observer* untuk mengestimasi kecepatan motor. Dari hasil yang ada, terlihat bahwa waktu cuplik sangat berpengaruh pada unjuk kerja kedua observer tersebut. Selanjutnya, teknik pengendali kecepatan fuzzy-PI juga digunakan untuk meningkatkan unjuk kerja sistem secara keseluruhan, dimana terjadi pengurangan *rise time* sebesar 3,63%, *settling time* sebesar 15,28% dan %OS sebesar 3335,17%.

Kata kunci:

Motor induksi, *full order observer*, filter Kalman, fuzzy-PI.

ABSTRACT

Name : Kurniawan Widi Pramana
Study Program : Electrical Engineering
Title : The Kalman Filter and the Full Order Observer for Estimating the Speed of Three Phase Induction Motor using Current Vector Controller and Fuzzy-PI Speed Controller

Three phase induction motor is a kind of motor mostly used in industrial applications whose control schemes is getting easier to be implemented. In order to improve its control performance, speed sensor can be replaced by means of an observer. This undergraduate thesis contains about the simulation using Kalman filter and its performance comparison with the full order observer in order to estimate the speed of the motor. Based on the result, it can be found that sampling time has strong effect to their performance. Furthermore, fuzzy-PI speed controller is used to improve the overall system performance, where the rise time is improved by 3,63%, settling time by 15,28% and %OS by 3335,17%.

Key words:

Induction motor, full order observer, Kalman filter, fuzzy-PI

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
KATA PENGANTAR.....	iv
HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI.....	v
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR TABEL	xii
1 PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Tujuan Pembahasan	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Sistematika Penulisan	3
2 MODEL DINAMIK MOTOR INDUKSI DAN PERANCANGAN PENGENDALIAN	5
2.1 Motor Induksi	5
2.1.1 Konstruksi Motor Induksi Tiga Fasa secara Umum	5
2.1.2 Prinsip Kerja Motor Induksi Tiga Fasa	6
2.2 Transformasi Clarke	8
2.3 Transformasi Park.....	9
2.4 Model Dinamik Motor Induksi	10
2.4.1 Model Dinamik pada Kerangka Referensi Stator	10
2.4.2 Model Dinamik pada Kerangka Referensi Eksitasi (Sumbu $d-q$).....	17
2.5 Pengendali Proportional-Integral sebagai Pengendali Vektor Arus	25
2.6 <i>Pulse Width Modulation</i>	27
2.7 Logika Fuzzy	28
2.7.1 Operator AND, OR dan NOT pada Logika Fuzzy	30
2.7.2 Fuzzifikasi.....	32
2.7.3 <i>Fuzzy Rule Base</i>	34
2.7.4 <i>Fuzzy Inference Engine</i>	35
2.7.5 Defuzzifikasi.....	36

3	FULL ORDER OBSERVER, FILTER KALMAN DAN LOGIKA FUZZY UNTUK PENALAAAN K_p DAN K_i PENGENDALI KECEPATAN.....	37
3.1	Full Order Observer	37
3.1.1	Estimasi Arus dan Fluks	37
3.1.2	Estimasi Kecepatan.....	45
3.2	Filter Kalman	49
3.2.1	Model Motor untuk Aplikasi Filter Kalman.....	49
3.2.2	Diskritisasi Model	52
3.2.3	Algoritma Filter Kalman untuk Estimasi Kecepatan Rotor....	53
3.3	Penalaan Konstanta Proporsional dan Integral Pengendali Kecepatan dengan Logika Fuzzy.....	55
3.3.1	Pendefinisian Variabel Fuzzy dan Semesta Pembicaraan	56
3.3.2	Pendefinisian Himpunan Fuzzy dan Domain	56
3.3.3	Pendefinisian Fungsi Keanggotaan.....	57
3.3.4	Pendefinisian Aturan Fuzzy.....	62
4	HASIL SIMULASI DAN ANALISIS	63
4.1	Hasil Simulasi dan Analisis Penggunaan Filter Kalman	65
4.1.1	Pengaruh <i>Noise Covariance Matrix Q</i> dan <i>Noise-Weight Matrix G</i>	66
4.1.2	Simulasi dan Analisis dengan Perubahan Torsi Beban	68
4.1.3	Simulasi dan Analisis dengan Perubahan Kecepatan Referensi	72
4.2	Perbandingan Hasil Simulasi antara Filter Kalman dan Full Order Observer dengan Injeksi Derau dan Variasi Waktu Cuplik.....	77
4.2.1	Simulasi dengan Injeksi Derau dan Waktu Cuplik 10^{-4} detik	77
4.2.2	Simulasi dengan Injeksi Derau dan Waktu Cuplik 10^{-5} detik	82
4.3	Pengaruh Penambahan Blok Logika Fuzzy	86
	BAB 5 KESIMPULAN.....	90
	DAFTAR ACUAN.....	92
	LAMPIRAN	94

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Transformasi Clarke	8
Gambar 2.2	Transformasi Park.....	9
Gambar 2.3	Rangkaian Ekuivalen Motor Induksi dalam Kerangka Referensi Stator.....	12
Gambar 2.4	Pembangkitan Sinyal PWM.....	28
Gambar 2.5	Himpunan Fuzzy.....	30
Gambar 2.6	Operasi Logika <i>Boolean Logic</i>	31
Gambar 2.7	Operasi AND	31
Gambar 2.8	Operasi OR	31
Gambar 2.9	Operasi NOT.....	32
Gambar 2.10	Sistem Fuzzy.....	32
Gambar 2.11	Fungsi Linear	33
Gambar 2.12	Fungsi Segitiga	33
Gambar 2.13	Fungsi Trapesium	34
Gambar 2.14	Fungsi Gaussian.....	34
Gambar 2.15	Format Tabular	35
Gambar 2.16	Defuzzifikasi Metode <i>Center of Area</i>	36
Gambar 3.1	Diagram Blok Observer.....	37
Gambar 3.2	Struktur Penalaan K_p dan K_i dengan Logika Fuzzy.....	55
Gambar 3.3	Fungsi Keanggotaan e_ω	58
Gambar 3.4	Fungsi Keanggotaan e_c	59
Gambar 3.5	Fungsi Keanggotaan ΔK_p	60
Gambar 3.6	Fungsi keanggotaan ΔK_i	61
Gambar 4.1	Diagram Blok Sistem dengan Filter Kalman.....	64
Gambar 4.2	Diagram Blok Sistem dengan <i>Full Order Observer</i>	64
Gambar 4.3	Model Filter Kalman untuk Estimasi Kecepatan.....	65
Gambar 4.4	Pengaruh <i>Noise Covariance Matrix</i> dan <i>Noise-Weight Matrix</i> pada Unjuk Kerja Filter Kalman.....	66
Gambar 4.5	Hasil Estimasi Kecepatan dengan Filter Kalman	67
Gambar 4.6	Torsi Beban Referensi	68
Gambar 4.7	Kecepatan Rotor dengan Perubahan Beban.....	69
Gambar 4.8	<i>Error</i> Kecepatan Putar Rotor dengan Perubahan Beban	69
Gambar 4.9	Arus Stator Sumbu α dengan Perubahan Beban	70
Gambar 4.10	Arus Stator Sumbu β dengan Perubahan Beban	70
Gambar 4.11	Fluks Rotor Sumbu α dengan Perubahan Beban	71
Gambar 4.12	Fluks Rotor Sumbu β dengan Perubahan Beban	71
Gambar 4.13	Torsi Elektromagnetik dengan Perubahan Beban.....	72
Gambar 4.14	Kecepatan Referensi	73
Gambar 4.15	Kecepatan Rotor dengan Perubahan Kecepatan Referensi.....	73

Gambar 4.16	<i>Error</i> Kecepatan Putar Rotor dengan Perubahan Kecepatan Referensi	74
Gambar 4.17	Arus Stator Sumbu α dengan Perubahan Kecepatan Referensi	74
Gambar 4.18	Arus Stator Sumbu β dengan Perubahan Kecepatan Referensi	75
Gambar 4.19	Fluks Rotor Sumbu α dengan Perubahan Kecepatan Referensi	75
Gambar 4.20	Fluks Rotor Sumbu β dengan Perubahan Kecepatan Referensi	76
Gambar 4.21	Torsi Elektromagnetik dengan Perubahan Kecepatan Referensi...	76
Gambar 4.22	Arus Tiga Fasa Sebelum Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s	77
Gambar 4.23	Arus Tiga Fasa Setelah Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s	78
Gambar 4.24	Perbandingan Hasil Estimasi Filter Kalman dan <i>Full Order Observer</i> untuk Perubahan Beban dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s ...	78
Gambar 4.25	Arus Tiga Fasa Sebelum Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s	80
Gambar 4.26	Arus Tiga Fasa Setelah Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s	80
Gambar 4.27	Perbandingan Hasil Estimasi Filter Kalman dan <i>Full Order Observer</i> untuk Perubahan Kecepatan Referensi dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s	81
Gambar 4.28	Arus Tiga Fasa Sebelum Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s	82
Gambar 4.29	Arus Tiga Fasa Setelah Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s	83
Gambar 4.30	Perbandingan Hasil Estimasi <i>Full Order Observer</i> dan Filter Kalman untuk Perubahan Beban dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s.....	83
Gambar 4.31	Arus Tiga Fasa Sebelum Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s	84
Gambar 4.32	Arus Tiga Fasa Setelah Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s	85
Gambar 4.33	Perbandingan Hasil Estimasi <i>Full Order Observer</i> dan Filter Kalman untuk Perubahan Kecepatan Referensi dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s	85
Gambar 4.34	Diagram Blok Sistem dengan Fuzzy-PI <i>Speed Controller</i>	86
Gambar 4.35	Kecepatan Motor Sebelum dan Sesudah Penambahan Blok Logika Fuzzy	87
Gambar 4.36	ΔK_p Hasil Defuzzifikasi	88
Gambar 4.37	ΔK_i Hasil Defuzzifikasi	88
Gambar 4.38	Kecepatan Motor Sebelum dan Sesudah Penambahan Logika Fuzzy dengan Perubahan Torsi Beban	89
Gambar 4.39	Kecepatan Motor Sebelum dan Sesudah Penambahan Logika Fuzzy dengan Perubahan Kecepatan referensi	89

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	<i>Padé Approximation</i>	26
Tabel 3.1	Variabel Fuzzy dan Semesta Pembicaraan.....	56
Tabel 3.2	Himpunan Fuzzy dan Domain.....	56
Tabel 3.3	Aturan Fuzzy untuk ΔK_p	62
Tabel 3.4	Aturan Fuzzy untuk ΔK_i	62
Tabel 4.1	MSE <i>Full Order Observer</i> dan Filter Kalman untuk Perubahan Beban dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s	79
Tabel 4.2	MSE <i>Full Order Observer</i> dan Filter Kalman untuk Perubahan Kecepatan Referensi dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s	81
Tabel 4.3	MSE <i>Full Order Observer</i> dan Filter Kalman untuk Perubahan Beban dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s	84
Tabel 4.4	MSE <i>Full Order Observer</i> dan Filter Kalman untuk Perubahan Kecepatan Referensi dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s	86
Tabel 4.5	Tanggapan Sistem tanpa dan dengan Logika Fuzzy	87

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Motor induksi pertama kali ditemukan di tahun 1882 oleh Nikola Tesla. Pada awalnya, motor jenis ini hanya digunakan pada aplikasi dimana kontrol kecepatan yang akurat tidak terlalu menjadi perhatian seperti pada alat-alat rumah tangga, kipas, dan pompa. Kelebihan utama dari motor induksi adalah konstruksinya yang tidak membutuhkan *brush* untuk mengirimkan daya listrik ke rotor. Jenis motor yang lainnya, termasuk di dalamnya motor sinkron dan motor DC, membutuhkan *brush* dan mempunyai resiko terkena *spark*, sehingga mengakibatkan biaya perawatannya menjadi lebih mahal bila dibandingkan dengan motor induksi, dan karena alasan biaya perawatan dan resiko kegagalannya yang lebih kecil inilah yang menyebabkan motor induksi banyak dipakai dalam berbagai variasi aplikasi.

Karena perkembangan teknologi dan adanya kebutuhan akan pengaturan kecepatan yang akurat pada berbagai aplikasi, khususnya untuk aplikasi industri, berbagai teknik pengaturan kecepatan telah banyak digunakan, termasuk di dalamnya yaitu *field oriented control* yang pertama kali diformulasikan oleh Haase di tahun 1968 dan Blaschke pada tahun 1970. Dengan adanya perkembangan teknologi *static power converter* dan sistem pengendali berbasis mikroprosesor, sistem *AC drive* ini menjadi semakin mudah untuk diimplementasikan, dan oleh karenanya pula ratusan *paper* yang berkaitan dengan berbagai aspek yang berbeda dari *field oriented control* dipublikasikan setiap tahunnya pada literatur-literatur teknis, yang diiringi pula dengan semakin bagusnya unjuk kerja dari sistem *AC drive* yang didasarkan pada prinsip ini.[1]

Secara tradisional, proses pengaturan kecepatan putaran motor induksi tiga fasa melibatkan sensor kecepatan. Namun, karena penggunaan sensor kecepatan dapat mendegradasi kemampuan sistem, maka muncul kecenderungan untuk menggantikannya dengan observer yang dapat mengkonversikan tegangan dan arus stator menjadi informasi lain yang dibutuhkan, yang dalam hal ini adalah kecepatan putar motor induksi tiga fasa. Ada beberapa jenis observer yang telah

terbukti dapat digunakan untuk mengestimasi kecepatan dan dua diantaranya yaitu *full order observer* dan filter Kalman. Selain itu, pengendalian dengan menggunakan logika fuzzy yang digunakan untuk menala konstanta proporsional dan integral juga dapat digunakan untuk meningkatkan kemampuan sistem dalam merespon perubahan-perubahan yang terjadi.

Berdasarkan permasalahan tersebut di atas, maka skripsi ini akan membahas mengenai pengaturan kecepatan putar motor induksi tiga fasa tanpa sensor kecepatan dengan menggunakan dua jenis observer, yaitu *full order observer* dan filter Kalman dengan fokus perhatian yang lebih ditekankan pada penggunaan filter Kalman. Dari dua jenis observer yang digunakan tersebut dapat dilihat jenis observer mana yang lebih akurat dalam mengestimasi kecepatan putar motor induksi tiga fasa, yang selanjutnya dengan menggunakan teknik penalaan konstanta proporsional dan integral yang memanfaatkan logika fuzzy diharapkan unjuk kerja sistem akan menjadi semakin baik.

1.2 Tujuan Pembahasan

Tujuan dari skripsi ini adalah untuk merancang metode pengendalian dengan menggunakan teknik *field oriented control* dan juga merancang metode estimasi kecepatan dengan menggunakan algoritma filter Kalman dan dengan menggunakan *full order observer*, sehingga dari unjuk kerja yang ditunjukkan oleh keduanya dapat dikomparasikan jenis observer mana yang lebih akurat dalam mengestimasi kecepatan putar motor, dengan adanya injeksi derau dan variasi waktu cuplik, yang dalam hal ini dilihat dari *mean squared error*-nya. Selain itu, skripsi ini juga bertujuan untuk melihat pengaruh penambahan teknik penalaan konstanta proporsional dan konstanta integral dengan menggunakan logika fuzzy pada unjuk kerja sistem.

1.3 Batasan Masalah

Untuk memfokuskan pembahasan, maka penulis membatasi masalah yang ada dengan batasan sebagai berikut:

1. Skripsi ini hanya berupa simulasi yang dilakukan dengan menggunakan bantuan perangkat lunak Matlab 7.8.0 (R2009a).

2. Motor induksi yang digunakan adalah motor induksi tiga fasa jenis *squirrel cage* empat kutub, 1 HP, 220/380 V, 50 Hz.
3. Parameter-parameter motor induksi yang digunakan diasumsikan tetap
4. Model motor induksi berada pada kerangka acuan stator (sumbu $\alpha\text{-}\beta$).
5. Pengendali arus dilakukan dengan menggunakan *rotor field oriented control*.
6. Perancangan observer dengan menggunakan filter Kalman berada pada kerangka acuan stator (sumbu $\alpha\text{-}\beta$), sedangkan *full order observer* berada pada sumbu $d\text{-}q$.
7. Penggunaan logika fuzzy hanya terbatas pada pengendali kecepatan dan dilakukan dengan menggunakan metode Mamdani, serta dengan hasil defuzzifikasi yang berupa konstanta proporsional dan integral yang ditambahkan pada konstanta proporsional dan integral inisial pengendali kecepatan.

1.4 Sistematika Penulisan

Dalam menyusun skripsi ini, penulis membaginya ke dalam lima bagian yang terdiri dari bab satu yang membahas mengenai latar belakang masalah, tujuan pembahasan, batasan masalah yang diambil dan sistematika penulisan dari skripsi ini, yang dilanjutkan dengan bab dua yang berisi tentang gambaran motor induksi secara umum berikut prinsip kerjanya, transformasi sistem tiga fasa ke sistem dua fasa yang diam dan bergerak (transformasi Clark dan Park), permodelan dinamis dari motor induksi dalam sumbu $\alpha\text{-}\beta$ dan sumbu $d\text{-}q$, perancangan pengendali vektor arus dengan menggunakan pengendali *proportional-integral*, *Pulse Width Modulation (PWM) inverter* dan penjelasan umum mengenai logika fuzzy. Kemudian bab tiga berisi tentang perancangan sistem yang dimulai dengan perancangan *full order observer* pada sumbu $d\text{-}q$, perancangan observer dengan menggunakan algoritma filter Kalman, dan perancangan penalaan konstanta proporsional dan integral pengendali kecepatan dengan menggunakan logika fuzzy, yang dilanjutkan dengan bab empat yang berisi hasil simulasi dan analisis yang lebih ditekankan pada penggunaan algoritma filter Kalman, dan dilanjutkan dengan komparasi hasil estimasi

kecepatan putar motor yang ditunjukkan oleh observer dengan menggunakan filter Kalman dan *full order observer* dengan waktu cuplik yang berbeda, serta memperlihatkan pengaruh dari adanya penggunaan logika fuzzy untuk penalaan konstanta proporsional dan integral dari pengendali kecepatan terhadap tanggapan sistem, dan terakhir bab lima berisi kesimpulan sebagai penutup yang didalamnya memuat rangkuman dari bab-bab sebelumnya.



BAB 2

MODEL DINAMIK MOTOR INDUKSI DAN PERANCANGAN PENGENDALIAN

2.1 Motor Induksi

Motor induksi tiga fasa adalah mesin listrik yang berfungsi untuk mengubah energi listrik menjadi energi mekanik dengan cara berupa tegangan arus bolak-balik tiga fasa. Motor induksi juga sering disebut sebagai motor tak serempak karena adanya perbedaan antara kecepatan putar rotor dengan kecepatan putar medan magnet statornya.

Berdasarkan konstruksi rotornya, motor induksi tiga fasa dapat dibedakan menjadi dua jenis yaitu *squirrel-cage induction motor* (motor induksi rotor sangkar) dan *wound rotor induction motor* (motor induksi rotor belitan). Namun, karena masalah harga dan perawatannya, motor induksi rotor belitan jarang digunakan [2].

Motor induksi sendiri memiliki konstruksi yang lebih sederhana bila dibandingkan dengan motor DC yang membuat harga motor induksi menjadi relatif murah dan memerlukan perawatan yang relatif lebih sedikit, dan oleh karena itu, motor induksi menjadi motor yang paling sering digunakan di dunia industri

2.1.1 Konstruksi Motor Induksi Tiga Fasa secara Umum

Motor induksi, seperti umumnya motor listrik lainnya, memiliki dua komponen utama, yaitu stator yang diam dan rotor yang berputar yang masing-masing dipisahkan oleh celah udara yang sempit diantara keduanya.

Stator motor induksi berupa rangka berbentuk silinder yang tersusun atas lapisan-lapisan baja tipis, dengan kumparan stator yang terdistribusi pada alur-alur yang ada di sekeliling rangka stator dan dicatu dengan tegangan tiga fasa.

Celah udara pada motor induksi dapat menyebabkan faktor daya motor induksi menjadi rendah karena dapat memperbesar arus magnetisasi yang diperlukan untuk menimbulkan fluks di celah udara (*arus lagging*). Untuk memperbaikinya, celah udara dapat dibuat kecil. Namun, ukuran celah tersebut

tidak boleh terlalu kecil karena dapat meningkatkan level kebisingan dan rugi-rugi permukaan gigi-gigi dan dapat menghalangi motor untuk berputar dengan kecepatan yang normal. Sedangkan menurut konstruksi rotornya, motor induksi dapat dibedakan menjadi dua, yaitu motor induksi rotor belitan dan motor induksi rotor sangkar.

2.1.2 Prinsip Kerja Motor Induksi Tiga Fasa

Motor induksi atau yang dikenal dengan motor tidak serempak memiliki stator yang berfungsi sebagai kumparan magnet dan rotor yang berfungsi sebagai kumparan jangkar.

Stator dicatu dengan menggunakan sumber tegangan tiga fasa, dan karena stator merupakan suatu rangkaian tertutup, maka tegangan tiga fasa ini akan menghasilkan arus tiga fasa pada stator. Arus yang mengalir pada kumparan stator akan menimbulkan medan magnet yang sesuai dengan persamaan berikut:

$$B = \frac{\mu Ni}{2l} \quad (2.1.1)$$

dengan μ adalah permeabilitas inti besi, N adalah banyaknya lilitan, i adalah arus yang mengalir dan l adalah panjang lilitan.

Karena arus yang dihasilkan adalah arus tiga fasa, maka medan magnet yang dihasilkan akan berputar (dikenal sebagai medan magnet putar), dengan arah putaran yang bergantung pada urutan fasa arus tiga fasa tersebut.

Adanya medan magnet putar akan menembus konduktor rotor dan menghasilkan fluks pada rotor yang besarnya sesuai dengan persamaan

$$\Phi = BA \cos \theta \quad (2.1.2)$$

dengan B adalah besarnya medan magnet, A adalah luasan bidang yang ditembus oleh medan magnet, dan θ adalah sudut yang dibentuk antara B dan normal bidang yang ditembus medan magnet.

Sudut yang dibentuk antara B dan normal bidang berubah-ubah, sehingga fluks yang dihasilkan akan berubah-ubah pula. Perubahan fluks akan menghasilkan tegangan induksi pada rotor yang sesuai dengan persamaan:

$$E = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (2.1.3)$$

dengan N adalah banyaknya lilitan dan $\frac{d\phi}{dt}$ adalah perubahan fluks terhadap waktu yang terjadi.

Rotor merupakan rangkaian tertutup, sehingga arus induksi akan mengalir pada rotor dan menghasilkan medan magnet rotor. Medan magnet putar dan medan magnet rotor akan saling berinteraksi dan menghasilkan medan magnet resultan. Adanya hubungan antara medan magnet resultan, arus rotor, dan panjang rotor, maka gaya Lorentz-pun akan muncul. Gaya inilah yang akan menghasilkan torsi untuk menggerakkan rotor atau sesuai dengan persamaan:

$$\vec{F}_L = i\vec{l} \times \vec{B}_{\text{resultan}} \quad (2.1.4)$$

$$\vec{\tau} = \vec{F}_L \times \vec{r} \quad (2.1.5)$$

dengan i adalah arus rotor, $\vec{B}_{\text{resultan}}$ adalah medan magnet resultan, \vec{l} adalah panjang rotor, dan \vec{r} adalah lengan gaya yang ditarik tegak lurus terhadap poros putar.

Rotor akan berputar selama terdapat perbedaan kecepatan putar antara medan magnet putar stator n_s dengan kecepatan putar rotor n_r . Perbedaan ini disebut dengan *slip* yang, dalam persen, dinyatakan dengan:

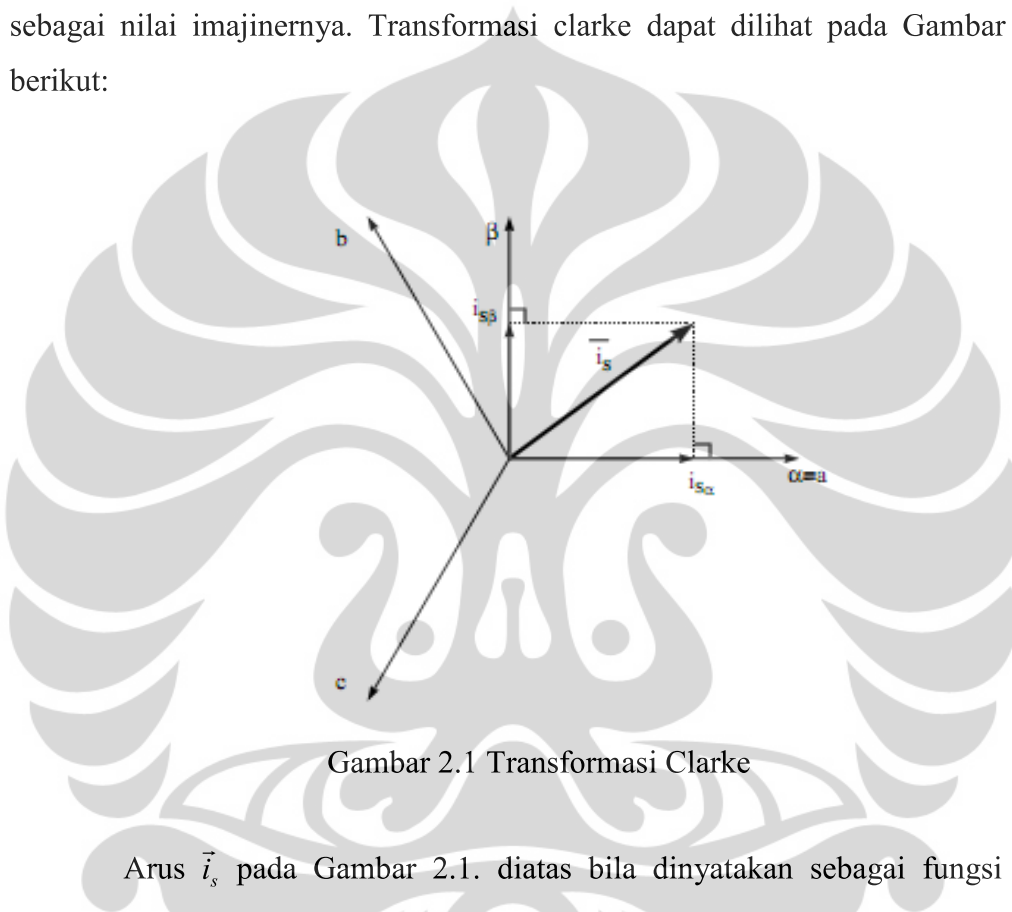
$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} \times 100\% \quad (2.1.6)$$

$$n_s = \frac{120f_e}{P} \quad (2.1.7)$$

Dengan s adalah *slip*, n_s adalah kecepatan medan magnet putar stator, n_r adalah kecepatan putar rotor, f_e adalah frekuensi elektrik suplai yang dicatu pada stator, dan P adalah banyaknya kutub pada stator. Ketika kecepatan medan putar stator sama dengan kecepatan putar rotor, tidak ada perubahan fluks yang dihasilkan yang mengakibatkan tidak adanya tegangan yang diinduksikan ke rotor, sehingga arus rotor juga tidak mengalir yang menyebabkan torsi rotor menurun.

2.2 Transformasi Clarke

Transformasi Clarke merupakan transformasi sistem tiga fasa (a,b,c) menjadi sistem dua fasa (α, β) yang stasioner. Jika dianggap arus a, b, dan c bernilai sesuai dengan fungsi sinusoidal dan memiliki perbedaan fasa sebesar 120° satu sama lainnya, maka arus tiga fasa tersebut dapat diubah ke dalam dua fasa yang diam, yaitu sumbu α - β , atau sumbu α sebagai nilai real-nya, dan sumbu β sebagai nilai imajiner-nya. Transformasi Clarke dapat dilihat pada Gambar 2.1. berikut:



Gambar 2.1 Transformasi Clarke

Arus \vec{i}_s pada Gambar 2.1. diatas bila dinyatakan sebagai fungsi dari komponen tiga fasa adalah sebagai berikut [1]:

$$\vec{i}_s^s = i_{sa} e^{j0^\circ} + i_{sb} e^{j120^\circ} + i_{sc} e^{j240^\circ} \quad (2.2.1)$$

dan dengan menggunakan identitas Euler $e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t)$, maka komponen $i_{s\alpha}$ dan $i_{s\beta}$ dari vektor \vec{i}_s^s (dengan *superscript* s mengimplikasikan kerangka referensi stasioner) dapat dinyatakan sebagai:

$$\begin{aligned}
\vec{i}_s^s &= i_{sa} [\cos(0^\circ) + j \sin(0^\circ)] + i_{sb} [\cos(120^\circ) + j \sin(120^\circ)] + i_{sc} [\cos(240^\circ) + j \sin(240^\circ)] \\
&= \left(i_{sa} - \frac{1}{2} i_{sb} - \frac{1}{2} i_{sc} \right) + j \left(\frac{\sqrt{3}}{2} i_{sb} - \frac{\sqrt{3}}{2} i_{sc} \right) \\
&= i_{s\alpha} + j i_{s\beta}
\end{aligned}$$

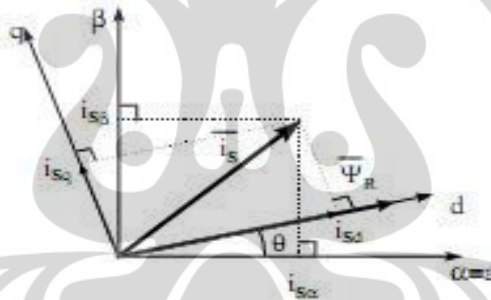
sehingga persamaan dalam bentuk matriks untuk mengubah komponen tiga fasa menjadi dua fasa, adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.2.2)$$

dengan konstanta $\sqrt{2/3}$ yang menunjukkan sistem *power invariant*.

2.3 Transformasi Park

Transformasi Park merupakan transformasi sistem dua fasa stasioner, α dan β , menjadi sistem dua fasa yang berputar, *direct* (d) dan *quadrature* (q).



Gambar 2.2 Transformasi Park

Dari gambar diatas, hubungan antara vektor \vec{i}_s^s pada kerangka referensi stasioner dan vektor \vec{i}_s^e pada kerangka referensi yang bergerak adalah [1]:

$$\vec{i}_s^e = \vec{i}_s^s e^{-j\theta} \quad (2.3.1)$$

persamaan (2.3.1) di atas dapat dijabarkan menjadi:

$$\begin{aligned}
i_{sd} + j i_{sq} &= (i_{s\alpha} + j i_{s\beta}) [\cos(-\theta) + j \sin(-\theta)] \\
&= [i_{s\alpha} \cos(\theta) + i_{s\beta} \sin(\theta)] + j [-i_{s\alpha} \sin(\theta) + i_{s\beta} \cos(\theta)]
\end{aligned}$$

atau bila persamaan di atas dinyatakan dalam matriks, maka:

$$\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (2.3.2)$$

dan sebaliknya:

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} \quad (2.3.3)$$

2.4 Model Dinamik Motor Induksi

2.4.1 Model Dinamik pada Kerangka Referensi Stator

Pada motor yang sebenarnya, jumlah lilitan efektif per-fasa kumparan rotor, N_r , tidak sama dengan jumlah kumparan efektif stator, N_s . Oleh karena itu, untuk menyatakan vektor arus, tegangan dan fluks rotor dalam kerangka referensi stator, posisi angular rotor θ_o terhadap sumbu melintang dan rasio lilitan $a = N_s/N_r$ harus diperhitungkan pula [1].

Transformasi vektor rotor yang sebenarnya, \vec{i}_r^r , \vec{v}_r^r dan $\vec{\psi}_r^r$ ke dalam \vec{i}_r^s , \vec{v}_r^s dan $\vec{\psi}_r^s$ dalam kerangka referensi stasioner (stator) dapat dilakukan dengan menggunakan cara yang sama dengan teori *steady-state* untuk transformator. Dalam transformasi tersebut, arus rotor yang sebenarnya dibagi dengan a , sedangkan tegangan dan fasor fluks yang sebenarnya dikali dengan a , dan ketika operator rotasional $e^{j\theta_o}$ diikutsertakan untuk menghitung pergerakan rotor, hasil persamaannya adalah [1]:

$$\vec{i}_r^s = \frac{e^{j\theta_o}}{a} \vec{i}_r^r \Leftrightarrow \vec{i}_r^r = a e^{-j\theta_o} \vec{i}_r^s \quad (2.4.1)$$

$$\vec{v}_r^s = a e^{j\theta_o} \vec{v}_r^r \quad (2.4.2)$$

$$\vec{\psi}_r^s = a e^{j\theta_o} \vec{\psi}_r^r \Leftrightarrow \vec{\psi}_r^r = \frac{e^{-j\theta_o}}{a} \vec{\psi}_r^s \quad (2.4.3)$$

Dengan menggunakan notasi vektor, baik kumparan rotor maupun stator dapat dianggap sebagai sebuah rangkaian resistif dan induktif, dan dengan menggunakan hukum Kirchhoff untuk tegangan (KVL), persamaan kumparan stator dapat dituliskan sebagai:

$$\vec{v}_s^s = R_s \vec{i}_s^s + \frac{d\vec{\psi}_s^s}{dt} \quad (2.4.4)$$

sedangkan untuk kumparan rotor sebagai berikut:

$$\vec{v}_r^r = R_r^r \vec{i}_r^r + \frac{d\vec{\psi}_r^r}{dt} \quad (2.4.5)$$

dimana R_s dan R_r^r merupakan resistansi stator dan rotor perfasa yang sebenarnya, dengan hubungan antara R_r^r dan resistansi rotor R_r yang direferensikan terhadap stator adalah sebagai berikut:

$$R_r^r = \frac{1}{a^2} R_r \quad (2.4.6)$$

sehingga, dari persamaan (2.4.1) dan (2.4.6), suku pertama dari persamaan (2.4.5) adalah:

$$\begin{aligned} R_r^r \vec{i}_r^r &= \frac{1}{a^2} R_r \times a e^{-j\theta_0} \vec{i}_r^s \\ R_r^r \vec{i}_r^r &= \frac{e^{-j\theta_0}}{a} R_r \vec{i}_r^s \end{aligned} \quad (2.4.7)$$

dan dari persamaan (2.4.3), maka suku kedua persamaan (2.4.5) adalah:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{\psi}_r^r}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{e^{-j\theta_0}}{a} \vec{\psi}_r^s \right) \\ &= \frac{1}{a} \left(\frac{de^{-j\theta_0}}{dt} \vec{\psi}_r^s + \frac{d\vec{\psi}_r^s}{dt} e^{-j\theta_0} \right) \\ &= \frac{1}{a} \left(e^{-j\theta_0} \frac{d(-j\theta_0)}{dt} \vec{\psi}_r^s + \frac{d\vec{\psi}_r^s}{dt} e^{-j\theta_0} \right) \end{aligned} \quad (2.4.8)$$

Oleh karena:

$$\frac{d\theta_0}{dt} = \omega_0$$

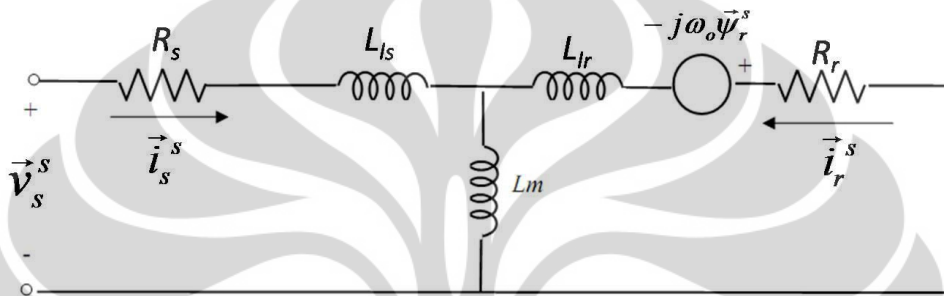
maka persamaan (2.4.8) dapat diubah menjadi:

$$\frac{d\vec{\psi}_r^r}{dt} = \frac{e^{-j\theta_0}}{a} \left(\frac{d\vec{\psi}_r^s}{dt} - j\omega_0 \vec{\psi}_r^s \right) \quad (2.4.9)$$

dan akhirnya, dengan mensubstitusikan persamaan (2.4.5), (2.4.7) dan (2.4.9) ke (2.4.2) didapatkan:

$$\begin{aligned}\vec{v}_r^s &= ae^{j\theta_0} v_r^r \\ \vec{v}_r^s &= ae^{j\theta_0} \left(R_r^r i_r^r + \frac{d\vec{\psi}_r^r}{dt} \right) \\ \vec{v}_r^s &= R_r \vec{i}_r^s + \frac{d\vec{\psi}_r^s}{dt} - j\omega_o \vec{\psi}_r^s\end{aligned}\quad (2.4.10)$$

Model rangkaian ekivalen dari motor induksi yang direferensikan terhadap stator yang sesuai dengan persamaan (2.4.4) dan (2.4.10), dapat dilihat pada Gambar 2.3 berikut [17]



Gambar 2.3 Rangkaian Ekivalen Motor Induksi dalam Kerangka Referensi Stator

Dengan R_s adalah resistansi stator, R_r adalah resistansi rotor, L_m adalah induktansi mutual, L_{ls} adalah induktansi bocor stator, dan L_{lr} adalah induktansi bocor rotor

Vektor fluks $\vec{\psi}_s^s$ dan $\vec{\psi}_r^s$ dapat dinyatakan dalam fungsi vektor arus \vec{i}_s^s dan \vec{i}_r^s dan induktansi motor sebagai berikut:

$$\vec{\psi}_s^s = L_s \vec{i}_s^s + L_m \vec{i}_r^s \quad (2.4.11)$$

$$\vec{\psi}_r^s = L_m \vec{i}_s^s + L_r \vec{i}_r^s \quad (2.4.12)$$

dengan L_m adalah induktansi mutual, L_s adalah induktansi stator dan L_r adalah induktansi rotor.

Dengan menyelesaikan v_s^s dan v_r^s pada persamaan (2.4.4) ke dalam komponen α dan β , maka:

$$\begin{aligned}\vec{v}_s^s &= R_s \vec{i}_s^s + \frac{d\vec{\psi}_s^s}{dt} \\ \vec{v}_s^s &= R_s (i_{\alpha s} + j i_{\beta s}) + \frac{d(\psi_{\alpha s} + j \psi_{\beta s})}{dt} \\ \vec{v}_s^s &= R_s i_{\alpha s} + \frac{d\psi_{\alpha s}}{dt} + j \left(R_s i_{\beta s} + \frac{d\psi_{\beta s}}{dt} \right)\end{aligned}$$

sehingga :

$$v_{\alpha s} = R_s i_{\alpha s} + \frac{d\psi_{\alpha s}}{dt} \quad (2.4.13)$$

$$v_{\beta s} = R_s i_{\beta s} + \frac{d\psi_{\beta s}}{dt} \quad (2.4.14)$$

Oleh karena motor induksi yang digunakan adalah jenis *squirrel-cage* yang terminal-terminalnya terhubung singkat, maka tegangan v_r^s pada (2.4.10) bernilai nol, sehingga:

$$\vec{v}_r^s = R_r \vec{i}_r^s + \frac{d\vec{\psi}_r^s}{dt} - j\omega_o \vec{\psi}_r^s$$

$$0 = R_r \vec{i}_r^s + \frac{d\vec{\psi}_r^s}{dt} - j\omega_o \vec{\psi}_r^s$$

$$\frac{d\vec{\psi}_r^s}{dt} = -R_r \vec{i}_r^s + j\omega_o \vec{\psi}_r^s$$

$$\frac{d\vec{\psi}_r^s}{dt} = -R_r (i_{\alpha r} + j i_{\beta r}) + j\omega_o (\psi_{\alpha r} + j \psi_{\beta r})$$

$$\frac{d\vec{\psi}_r^s}{dt} = -R_r i_{\alpha r} - \omega_o \psi_{\beta r} + j(-R_r i_{\beta r} + \omega_o \psi_{\alpha r})$$

Atau bila dinyatakan dalam komponen sumbu α dan β :

$$\frac{d\psi_{\alpha r}}{dt} = -R_r i_{\alpha r} - \omega_o \psi_{\beta r} \quad (2.4.15)$$

$$\frac{d\psi_{\beta r}}{dt} = -R_r i_{\beta r} + \omega_o \psi_{\alpha r} \quad (2.4.16)$$

persamaan (2.4.11) dapat diubah menjadi:

$$\begin{aligned} \vec{\psi}_s^s &= L_s \vec{i}_s^s + L_m \vec{i}_r^s \\ \vec{\psi}_s^s &= L_s (i_{\alpha s} + j i_{\beta s}) + L_m (i_{\alpha r} + j i_{\beta r}) \\ \psi_{\alpha s} &= L_s i_{\alpha s} + L_m i_{\alpha r} \end{aligned} \quad (2.4.17)$$

$$\psi_{\beta s} = L_s i_{\beta s} + L_m i_{\beta r} \quad (2.4.18)$$

sedangkan persamaan (2.4.12) menjadi:

$$\begin{aligned} \vec{\psi}_r^s &= L_m \vec{i}_s^s + L_r \vec{i}_r^s \\ \psi_r^s &= L_m (i_{\alpha s} + j i_{\beta s}) + L_r (i_{\alpha r} + j i_{\beta r}) \\ \psi_r^s &= L_m i_{\alpha s} + L_r i_{\alpha r} + j(L_m i_{\beta s} + L_r i_{\beta r}) \end{aligned}$$

atau:

$$\begin{aligned}\psi_{cr} &= L_m i_{cs} + L_r i_{cr} \\ i_{cr} &= \frac{1}{L_r} (\psi_{cr} - L_m i_{cs})\end{aligned}\quad (2.4.19)$$

dan

$$\begin{aligned}\psi_{\beta r} &= L_m i_{\beta s} + L_r i_{\beta r} \\ i_{\beta r} &= \frac{1}{L_r} (\psi_{\beta r} - L_m i_{\beta s})\end{aligned}\quad (2.4.20)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (2.4.19) ke persamaan (2.4.15) didapatkan:

$$\begin{aligned}\frac{d\psi_{cr}}{dt} &= -R_r i_{cr} - \omega_o \psi_{\beta r} \\ \frac{d\psi_{cr}}{dt} &= -R_r \frac{1}{L_r} (\psi_{cr} - L_m i_{cs}) - \omega_o \psi_{\beta r} \\ \frac{d\psi_{cr}}{dt} &= -\frac{R_r}{L_r} \psi_{cr} + \frac{R_r}{L_r} L_m i_{cs} - \omega_o \psi_{\beta r}\end{aligned}\quad (2.4.21)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (2.4.20) ke (2.4.16) didapatkan:

$$\begin{aligned}\frac{d\psi_{\beta r}}{dt} &= -R_r i_{\beta r} + \omega_o \psi_{cr} \\ \frac{d\psi_{\beta r}}{dt} &= -R_r \frac{1}{L_r} (\psi_{\beta r} - L_m i_{\beta s}) + \omega_o \psi_{cr} \\ \frac{d\psi_{\beta r}}{dt} &= -\frac{R_r}{L_r} \psi_{\beta r} + \frac{R_r}{L_r} L_m i_{\beta s} + \omega_o \psi_{cr}\end{aligned}\quad (2.4.22)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (2.4.17) ke persamaan (2.4.13), maka:

$$\begin{aligned}v_{cs} &= R_s i_{cs} + \frac{d\psi_{cs}}{dt} \\ v_{cs} &= R_s i_{cs} + \frac{d(L_s i_{cs} + L_m i_{cr})}{dt} \\ v_{cs} &= R_s i_{cs} + L_s \frac{d}{dt} i_{cs} + L_m \frac{d}{dt} i_{cr}\end{aligned}\quad (2.4.23)$$

Substitusi persamaan (2.4.19) ke persamaan (2.4.23) diperoleh

$$\begin{aligned}v_{cs} &= R_s i_{cs} + L_s \frac{d}{dt} i_{cs} + L_m \frac{d}{dt} i_{cr} \\ v_{cs} &= R_s i_{cs} + L_s \frac{d}{dt} i_{cs} + L_m \frac{d}{dt} \frac{1}{L_r} (\psi_{cr} - L_m i_{cs}) \\ v_{cs} &= R_s i_{cs} + L_s \frac{d}{dt} i_{cs} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d}{dt} \psi_{cr} - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d}{dt} i_{cs}\end{aligned}\quad (2.4.24)$$

Substitusi persamaan (2.4.15) ke persamaan (2.4.24) diperoleh

$$\begin{aligned}
 v_{\alpha s} &= R_s i_{\alpha s} + L_s \frac{d}{dt} i_{\alpha s} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d}{dt} \psi_{\alpha r} - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d}{dt} i_{\alpha s} \\
 v_{\alpha s} &= R_s i_{\alpha s} + L_s \frac{d}{dt} i_{\alpha s} + \frac{L_m}{L_r} (-R_r i_{\alpha r} - \omega_o \psi_{\beta r}) - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d}{dt} i_{\alpha s} \\
 v_{\alpha s} &= R_s i_{\alpha s} + \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \frac{d}{dt} i_{\alpha s} - \frac{L_m R_r}{L_r} i_{\alpha r} - \frac{L_m}{L_r} \omega_o \psi_{\beta r} \\
 v_{\alpha s} &= R_s i_{\alpha s} + \left(\frac{L_s L_r - L_m^2}{L_s L_r} \right) L_s \frac{d}{dt} i_{\alpha s} - \frac{L_m R_r}{L_r} i_{\alpha r} - \frac{L_m}{L_r} \omega_o \psi_{\beta r} \\
 v_{\alpha s} &= R_s i_{\alpha s} + (\sigma L_s) \frac{d}{dt} i_{\alpha s} - \frac{L_m R_r}{L_r} i_{\alpha r} - \frac{L_m}{L_r} \omega_o \psi_{\beta r} \quad (2.4.25)
 \end{aligned}$$

dengan

$$\sigma = \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_s L_r} = \text{leakage factor}$$

Substitusi persamaan (2.4.19) ke persamaan (2.4.25) didapatkan

$$\begin{aligned}
 v_{\alpha s} &= R_s i_{\alpha s} + (\sigma L_s) \frac{d}{dt} i_{\alpha s} - \frac{L_m R_r}{L_r} i_{\alpha r} - \frac{L_m}{L_r} \omega_o \psi_{\beta r} \\
 v_{\alpha s} &= R_s i_{\alpha s} + (\sigma L_s) \frac{d}{dt} i_{\alpha s} - \frac{L_m R_r}{L_r} \left(\frac{1}{L_r} (\psi_{\alpha r} - L_m i_{\alpha s}) \right) - \frac{L_m}{L_r} \omega_o \psi_{\beta r} \\
 v_{\alpha s} &= R_s i_{\alpha s} + (\sigma L_s) \frac{d}{dt} i_{\alpha s} - \frac{L_m}{\tau} \left(\frac{1}{L_r} (\psi_{\alpha r} - L_m i_{\alpha s}) \right) - \frac{L_m}{L_r} \omega_o \psi_{\beta r} \\
 (\sigma L_s) \frac{d}{dt} i_{\alpha s} &= v_{\alpha s} + \left(-R_s - \frac{L_m^2}{L_r \tau} \right) i_{\alpha s} + \frac{L_m}{L_r \tau} \psi_{\alpha r} + \frac{L_m}{L_r} \omega_o \psi_{\beta r} \\
 \frac{d}{dt} i_{\alpha s} &= \frac{1}{(\sigma L_s)} v_{\alpha s} + \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} \right) i_{\alpha s} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \psi_{\alpha r} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \psi_{\beta r} \quad (2.4.26)
 \end{aligned}$$

dengan $\tau = L_r / R_r = \text{rotor time constant}$

Untuk menurunkan persamaan dalam sumbu β , maka, dengan pertama kali mensubstitusi persamaan (2.4.18) ke (2.4.14) diperoleh

$$\begin{aligned}
 v_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + \frac{d\psi_{\beta s}}{dt} \\
 v_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + \frac{d(L_s i_{\beta s} + L_m i_{\beta r})}{dt}
 \end{aligned}$$

$$v_{\beta s} = R_s i_{\beta s} + L_s \frac{d}{dt} i_{\beta s} + L_m \frac{d}{dt} i_{\beta r} \quad (2.4.27)$$

Substitusi persamaan (2.4.20) ke persamaan (2.4.27), didapatkan

$$\begin{aligned} v_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + L_s \frac{d}{dt} i_{\beta s} + L_m \frac{d}{dt} i_{\beta r} \\ v_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + L_s \frac{d}{dt} i_{\beta s} + L_m \frac{d}{dt} \frac{1}{L_r} (\psi_{\beta r} - L_m i_{\beta s}) \\ v_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + L_s \frac{d}{dt} i_{\beta s} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d}{dt} \psi_{\beta r} - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d}{dt} i_{\beta s} \end{aligned} \quad (2.4.28)$$

Substitusi persamaan (2.4.16) ke persamaan (2.4.28), didapatkan

$$\begin{aligned} v_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + L_s \frac{d}{dt} i_{\beta s} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d}{dt} \psi_{\beta r} - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d}{dt} i_{\beta s} \\ v_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + L_s \frac{d}{dt} i_{\beta s} + \frac{L_m}{L_r} (-R_r i_{\beta r} + \omega_o \psi_{cr}) - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d}{dt} i_{\beta s} \\ v_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \frac{d}{dt} i_{\beta s} - \frac{L_m R_r}{L_r} i_{\beta r} + \frac{L_m}{L_r} \omega_o \psi_{cr} \\ v_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + (\sigma L_s) \frac{d}{dt} i_{\beta s} - \frac{L_m}{\tau} i_{\beta r} + \frac{L_m}{L_r} \omega_o \psi_{cr} \end{aligned} \quad (2.4.29)$$

Substitusi persamaan (2.4.20) ke persamaan (2.4.29), didapatkan

$$\begin{aligned} v_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + (\sigma L_s) \frac{d}{dt} i_{\beta s} - \frac{L_m}{\tau} i_{\beta r} + \frac{L_m}{L_r} \omega_o \psi_{cr} \\ v_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + (\sigma L_s) \frac{d}{dt} i_{\beta s} - \frac{L_m}{\tau} \frac{1}{L_r} (\psi_{\beta r} - L_m i_{\beta s}) + \frac{L_m}{L_r} \omega_o \psi_{cr} \\ (\sigma L_s) \frac{d}{dt} i_{\beta s} &= v_{\beta s} + \left(-R_s - \frac{L_m^2}{L_r \tau} \right) i_{\beta s} + \frac{L_m}{\tau L_r} \psi_{\beta r} - \frac{L_m}{L_r} \omega_o \psi_{cr} \\ \frac{d}{dt} i_{\beta s} &= \frac{1}{\sigma L_s} v_{\beta s} + \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} \right) i_{\beta s} + \frac{L_m}{\sigma L_s \tau L_r} \psi_{\beta r} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \psi_{cr} \end{aligned} \quad (2.4.30)$$

Sehingga, model dinamik motor induksi dalam kerangka referensi stator (sumbu α - β) yaitu [3]:

$$\frac{d}{dt}i_{\alpha s} = \frac{1}{\sigma L_s} v_{\alpha s} + \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} \right) i_{\alpha s} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \psi_{\alpha r} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \psi_{\beta r} \quad (2.4.31)$$

$$\frac{d}{dt}i_{\beta s} = \frac{1}{\sigma L_s} v_{\beta s} + \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} \right) i_{\beta s} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \psi_{\alpha r} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \psi_{\beta r} \quad (2.4.32)$$

$$\frac{d\psi_{\alpha r}}{dt} = \frac{R_r}{L_r} L_m i_{\alpha s} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{\alpha r} - \omega_o \psi_{\beta r} \quad (2.4.33)$$

$$\frac{d\psi_{\beta r}}{dt} = \frac{R_r}{L_r} L_m i_{\beta s} + \omega_o \psi_{\alpha r} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{\beta r} \quad (2.4.34)$$

2.4.2 Model Dinamik pada Kerangka Referensi Eksitasi (Sumbu d - q)

Persamaan (2.4.4) dan (2.4.10) merupakan persamaan untuk tegangan stator dan tegangan rotor dalam kerangka referensi stator yang diam (sumbu α - β) sehingga nilai ω_e (kecepatan medan magnet putar stator) bernilai nol. Untuk memodelkan motor induksi secara dinamik pada kerangka referensi eksitasi (sumbu d - q) yang bergerak, maka ω_e tidak akan bernilai nol, atau [3]:

$$\vec{v}_s^e = R_s \vec{i}_s^e + \frac{d\vec{\psi}_s^e}{dt} + j\omega_e \vec{\psi}_s^e \quad (2.4.35)$$

$$\vec{v}_r^e = R_r \vec{i}_r^e + \frac{d\vec{\psi}_r^e}{dt} + j(\omega_e - \omega_o) \vec{\psi}_r^e \quad (2.4.36)$$

Dengan \vec{v}_s^e , \vec{i}_s^e , $\vec{\psi}_s^e$ masing-masing adalah tegangan stator, arus stator, dan fluks stator dalam kerangka referensi eksitasi (sumbu d - q), dan \vec{v}_r^e , \vec{i}_r^e , $\vec{\psi}_r^e$ masing-masing adalah tegangan rotor, arus rotor, dan fluks rotor dalam kerangka referensi eksitasi (sumbu d - q)

Sedangkan persamaan untuk fluksnya adalah:

$$\vec{\psi}_s^e = L_s \vec{i}_s^e + L_m \vec{i}_r^e \quad (2.4.37)$$

$$\vec{\psi}_r^e = L_m \vec{i}_s^e + L_r \vec{i}_r^e \quad (2.4.38)$$

Jika persamaan (2.4.35) dan (2.4.36) diproyeksikan ke sumbu d - q , maka persamaan-persamaan tersebut akan menjadi:

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\psi_{ds}}{dt} - \omega_e \psi_{qs} \quad (2.4.39)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\psi_{qs}}{dt} + \omega_e \psi_{ds} \quad (2.4.40)$$

dan

$$v_{dr} = R_r i_{dr} + \frac{d\psi_{dr}}{dt} - (\omega_e - \omega_o) \psi_{qr} \quad (2.4.41)$$

$$v_{qr} = R_r i_{qr} + \frac{d\psi_{qr}}{dt} + (\omega_e - \omega_o) \psi_{dr} \quad (2.4.42)$$

Karena motor yang digunakan adalah motor jenis *squirrel cage*, maka tegangan rotor akan bernilai nol, sehingga persamaan (2.4.41) dan (2.4.42) menjadi:

$$\frac{d\psi_{dr}}{dt} = -R_r i_{dr} + (\omega_e - \omega_o) \psi_{qr} \quad (2.4.43)$$

$$\frac{d\psi_{qr}}{dt} = -R_r i_{qr} - (\omega_e - \omega_o) \psi_{dr} \quad (2.4.44)$$

persamaan (2.4.37) dan (2.4.38) menjadi:

$$\psi_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \quad (2.4.45)$$

$$\psi_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \quad (2.4.46)$$

$$\psi_{dr} = L_m i_{ds} + L_r i_{dr} \quad (2.4.47)$$

$$\psi_{qr} = L_m i_{qs} + L_r i_{qr} \quad (2.4.48)$$

dari persamaan (2.4.47) dan (2.4.48), didapatkan arus rotor sebagai berikut

$$i_{dr} = \frac{1}{L_r} (\psi_{dr} - L_m i_{ds}) \quad (2.4.49)$$

$$i_{qr} = \frac{1}{L_r} (\psi_{qr} - L_m i_{qs}) \quad (2.4.50)$$

dan dengan mensubstitusi persamaan (2.4.49) dan (2.4.50) ke persamaan (2.4.43) dan (2.4.44), didapatkan

$$\frac{d\psi_{dr}}{dt} = -R_r i_{dr} + (\omega_e - \omega_o) \psi_{qr}$$

$$\frac{d\psi_{dr}}{dt} = -\frac{R_r}{L_r} (\psi_{dr} - L_m i_{ds}) + (\omega_e - \omega_o) \psi_{qr} \quad (2.4.51)$$

$$\frac{d\psi_{qr}}{dt} = -R_r i_{qr} - (\omega_e - \omega_o) \psi_{dr}$$

$$\frac{d\psi_{qr}}{dt} = -\frac{R_r}{L_r} (\psi_{qr} - L_m i_{qs}) - (\omega_e - \omega_o) \psi_{dr} \quad (2.4.52)$$

mensubstitusikan persamaan (2.4.45) dan (2.4.46) ke persamaan (2.4.39) didapatkan:

$$\begin{aligned}
 v_{ds} &= R_s i_{ds} + \frac{d\psi_{ds}}{dt} - \omega_e \psi_{qs} \\
 v_{ds} &= R_s i_{ds} + \frac{d(L_s i_{ds} + L_m i_{dr})}{dt} - \omega_e (L_s i_{qs} + L_m i_{qr}) \\
 v_{ds} &= R_s i_{ds} + L_s \frac{d}{dt} i_{ds} + L_m \frac{d}{dt} i_{dr} - \omega_e L_s i_{qs} - \omega_e L_m i_{qr} \quad (2.4.53)
 \end{aligned}$$

mensubstitusikan persamaan (2.4.49) dan (2.4.50) ke persamaan (2.4.53) diperoleh:

$$\begin{aligned}
 v_{ds} &= R_s i_{ds} + L_s \frac{d}{dt} i_{ds} + L_m \frac{d}{dt} i_{dr} - \omega_e L_s i_{qs} - \omega_e L_m i_{qr} \\
 v_{ds} &= R_s i_{ds} + L_s \frac{d}{dt} i_{ds} + L_m \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{L_r} (\psi_{dr} - L_m i_{ds}) \right) - \omega_e L_s i_{qs} - \omega_e L_m \frac{1}{L_r} (\psi_{qr} - L_m i_{qs}) \\
 v_{ds} &= R_s i_{ds} + L_s \frac{d}{dt} i_{ds} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d}{dt} \psi_{dr} - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d}{dt} i_{ds} - \omega_e L_s i_{qs} - \omega_e \frac{L_m}{L_r} \psi_{qr} + \omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{qs} \quad (2.4.54)
 \end{aligned}$$

Substitusi persamaan (2.4.51) ke persamaan (2.4.54) didapatkan:

$$\begin{aligned}
 v_{ds} &= R_s i_{ds} + L_s \frac{d}{dt} i_{ds} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d}{dt} \psi_{dr} - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d}{dt} i_{ds} - \omega_e L_s i_{qs} - \omega_e \frac{L_m}{L_r} \psi_{qr} + \omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{qs} \\
 v_{ds} &= R_s i_{ds} + L_s \frac{d}{dt} i_{ds} + \frac{L_m}{L_r} \left(-\frac{R_r}{L_r} (\psi_{dr} - L_m i_{ds}) + (\omega_e - \omega_o) \psi_{qr} \right) \\
 &\quad - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d}{dt} i_{ds} - \omega_e L_s i_{qs} - \omega_e \frac{L_m}{L_r} \psi_{qr} + \omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{qs} \\
 v_{ds} &= \left(R_s + \frac{L_m^2}{L_r \tau} \right) i_{ds} + \sigma L_s \frac{d}{dt} i_{ds} - \sigma L_s \omega_e i_{qs} - \frac{L_m}{L_r \tau} \psi_{dr} - \frac{L_m}{L_r} \omega_o \psi_{qr} \\
 \frac{d}{dt} i_{ds} &= \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} \right) i_{ds} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \psi_{dr} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \psi_{qr} + \omega_e i_{qs} + \frac{v_{ds}}{\sigma L_s} \quad (2.4.55)
 \end{aligned}$$

Analog dengan penurunan diatas, untuk mencari i_{sq} , maka dengan mensubstitusi persamaan (2.4.45) dan (2.4.46) ke (2.4.40), diperoleh

$$\begin{aligned}
 v_{qs} &= R_s i_{qs} + \frac{d\psi_{qs}}{dt} + \omega_e \psi_{ds} \\
 v_{qs} &= R_s i_{qs} + \frac{d(L_s i_{qs} + L_m i_{qr})}{dt} + \omega_e (L_s i_{ds} + L_m i_{dr}) \\
 v_{qs} &= R_s i_{qs} + L_s \frac{d}{dt} i_{qs} + L_m \frac{d}{dt} i_{qr} + \omega_e L_s i_{ds} + \omega_e L_m i_{dr} \quad (2.4.56)
 \end{aligned}$$

Substitusi persamaan (2.4.49) dan (2.4.50) ke persamaan (2.4.56), didapatkan:

$$\begin{aligned}
 v_{qs} &= R_s i_{qs} + L_s \frac{d}{dt} i_{qs} + L_m \frac{d}{dt} i_{qr} + \omega_e L_s i_{ds} + \omega_e L_m i_{dr} \\
 v_{qs} &= R_s i_{qs} + L_s \frac{d}{dt} i_{qs} + L_m \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{L_r} (\psi_{qr} - L_m i_{qs}) \right) + \omega_e L_s i_{ds} + \omega_e L_m \frac{1}{L_r} (\psi_{dr} - L_m i_{ds}) \\
 v_{qs} &= R_s i_{qs} + L_s \frac{d}{dt} i_{qs} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d}{dt} \psi_{qr} - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d}{dt} i_{qs} + \omega_e L_s i_{ds} \\
 &\quad + \omega_e \frac{L_m}{L_r} \psi_{dr} - \omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{ds} \tag{2.4.57}
 \end{aligned}$$

Substitusi persamaan (2.4.52) ke persamaan (2.4.57) diperoleh:

$$\begin{aligned}
 v_{qs} &= R_s i_{qs} + L_s \frac{d}{dt} i_{qs} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d}{dt} \psi_{qr} - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d}{dt} i_{qs} + \omega_e L_s i_{ds} \\
 &\quad + \omega_e \frac{L_m}{L_r} \psi_{dr} - \omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{ds} \\
 v_{qs} &= R_s i_{qs} + L_s \frac{d}{dt} i_{qs} + \frac{L_m}{L_r} \left(-\frac{R_r}{L_r} (\psi_{qr} - L_m i_{qs}) - (\omega_e - \omega_o) \psi_{dr} \right) \\
 &\quad - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d}{dt} i_{qs} + \omega_e L_s i_{ds} + \omega_e \frac{L_m}{L_r} \psi_{dr} - \omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{ds} \\
 v_{qs} &= \left(R_s + \frac{L_m^2}{L_r \tau} \right) i_{qs} + \sigma L_s \frac{d}{dt} i_{qs} + \sigma L_s \omega_e i_{ds} + \frac{L_m}{L_r} \omega_o \psi_{dr} - \frac{L_m}{L_r \tau} \psi_{qr} \\
 \frac{d}{dt} i_{qs} &= \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} \right) i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \psi_{qr} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \psi_{dr} - \omega_e i_{ds} + \frac{v_{qs}}{\sigma L_s} \tag{2.4.58}
 \end{aligned}$$

Sehingga persamaan akhirnya adalah [3]:

$$\frac{di_{ds}}{dt} = \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} \right) i_{ds} + \omega_e i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \psi_{dr} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \psi_{qr} + \frac{v_{ds}}{\sigma L_s} \tag{2.4.59}$$

$$\frac{di_{qs}}{dt} = -\omega_e i_{ds} + \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} \right) i_{qs} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \psi_{dr} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \psi_{qr} + \frac{v_{qs}}{\sigma L_s} \tag{2.4.60}$$

$$\frac{d\psi_{dr}}{dt} = \frac{1}{\tau} L_m i_{ds} - \frac{1}{\tau} \psi_{dr} + (\omega_e - \omega_o) \psi_{qr} \tag{2.4.61}$$

$$\frac{d\psi_{qr}}{dt} = \frac{1}{\tau} L_m i_{qs} - \frac{1}{\tau} \psi_{qr} - (\omega_e - \omega_o) \psi_{dr} \tag{2.4.62}$$

Persamaan (2.4.31) sampai (2.4.34) dan persamaan (2.4.59) sampai (2.4.62) adalah persamaan elektrik motor induksi untuk arus stator dan fluks rotor

dalam sumbu α - β dan sumbu d - q . Sedangkan persamaan mekanik dari motor yang mempunyai p -pasang kutub, dalam hal ini torsi elektromagnetik T_e , dinyatakan melalui persamaan berikut [3][17] :

$$T_e = p \left(\frac{L_m}{L_r} \right) (i_{\beta s} \psi_{cr} - i_{\alpha s} \psi_{\beta r}) \quad (2.4.63)$$

$$T_e = p \left(\frac{L_m}{L_r} \right) (i_{qs} \psi_{dr} - i_{ds} \psi_{qr}) \quad (2.4.64)$$

Persamaan (2.4.64) merupakan persamaan penting dalam *vector control* karena torsi keluaran dinyatakan dengan arus stator dan fluks rotor [17]

Arus magnetisasi rotor dapat dicari dari persamaan (2.4.38) yaitu [4]:

$$\vec{i}_{mr} = i_{mrd} + j i_{mrq} = \frac{\vec{\psi}_r^e}{L_m} = \frac{L_m \vec{i}_s^e + L_r \vec{i}_r^e}{L_m} = \vec{i}_s^e + \frac{L_r}{L_m} \vec{i}_r^e \quad (2.4.65)$$

Pada RFOC, arus magnetisasi rotor diorientasikan agar berimpit dengan sumbu d ($i_{mrq} = 0$), sehingga vektor arus magnetisasi rotor dapat ditulis sebagai:

$$\vec{i}_{mr} = i_{mrd} = |\vec{i}_{mr}| = \frac{|\vec{\psi}_r^e|}{L_m} = \vec{i}_s^e + \frac{L_r}{L_m} \vec{i}_r^e \quad (2.4.66)$$

Persamaan (2.4.66) dapat ditulis dengan:

$$\begin{aligned} \vec{i}_{mr} &= \vec{i}_s^e + \frac{L_r}{L_m} \vec{i}_r^e \\ \vec{i}_r^e &= (\vec{i}_{mr} - \vec{i}_s^e) \frac{L_m}{L_r} \end{aligned} \quad (2.4.67)$$

Dari persamaan (2.4.35) yang dituliskan kembali pada persamaan berikut:

$$\vec{v}_s^e = R_s \vec{i}_s^e + \frac{d\vec{\psi}_s^e}{dt} + j\omega_e \vec{\psi}_s^e \quad (2.4.68)$$

Substitusi persamaan (2.4.37) ke (2.4.68), didapatkan

$$\begin{aligned} \vec{v}_s^e &= R_s \vec{i}_s^e + \frac{d(L_s \vec{i}_s^e + L_m \vec{i}_r^e)}{dt} + j\omega_e (L_s \vec{i}_s^e + L_m \vec{i}_r^e) \\ \vec{v}_s^e &= R_s \vec{i}_s^e + L_s \frac{d\vec{i}_s^e}{dt} + L_m \frac{d\vec{i}_r^e}{dt} + j\omega_e L_s \vec{i}_s^e + j\omega_e L_m \vec{i}_r^e \end{aligned} \quad (2.4.69)$$

Dari persamaan (2.4.66), didapat:

$$\vec{i}_r^e = \frac{L_m \vec{i}_{mr} - L_m \vec{i}_s^e}{L_r} \quad (2.4.70)$$

Substitusi persamaan (2.4.70) ke (2.4.69), didapatkan:

$$\begin{aligned}\vec{v}_s^e &= R_s \vec{i}_s^e + L_s \frac{d\vec{i}_s^e}{dt} + L_m \frac{d}{dt} \left(\frac{L_m \vec{i}_{mr} - L_m \vec{i}_s^e}{L_r} \right) + j\omega_e L_s \vec{i}_s^e + j\omega_e L_m \left(\frac{L_m \vec{i}_{mr} - L_m \vec{i}_s^e}{L_r} \right) \\ \vec{v}_s^e &= R_s \vec{i}_s^e + L_s \frac{d\vec{i}_s^e}{dt} + \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d\vec{i}_{mr}}{dt} - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d\vec{i}_s^e}{dt} \\ &\quad + j\omega_e L_s \vec{i}_s^e + j\omega_e \frac{L_m^2}{L_r} \vec{i}_{mr} - j\omega_e \frac{L_m^2}{L_r} \vec{i}_s^e\end{aligned}\quad (2.4.71)$$

Dengan mengetahui bahwa

$$\vec{\mathfrak{I}} = \mathfrak{I}_d + j\mathfrak{I}_q \quad (2.4.72)$$

dengan \mathfrak{I} yang dapat berupa arus maupun tegangan, maka persamaan (2.4.71) dapat diubah kembali menjadi:

$$\begin{aligned}\vec{v}_s^e &= R_s (i_{ds} + ji_{qs}) + L_s \frac{d(i_{ds} + ji_{qs})}{dt} + \frac{L_m^2}{L_r} \frac{di_{mr}}{dt} - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{d(i_{ds} + ji_{qs})}{dt} \\ &\quad + j\omega_e L_s (i_{ds} + ji_{qs}) + j\omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} - j\omega_e \frac{L_m^2}{L_r} (i_{ds} + ji_{qs}) \\ \vec{v}_s^e &= R_s i_{ds} + jR_s i_{qs} + L_s \frac{di_{ds}}{dt} + jL_s \frac{di_{qs}}{dt} + \frac{L_m^2}{L_r} \frac{di_{mr}}{dt} - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{di_{ds}}{dt} - j \frac{L_m^2}{L_r} \frac{di_{qs}}{dt} \\ &\quad + j\omega_e L_s i_{ds} - \omega_e L_s i_{qs} + j\omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} - j\omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{ds} + \omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{qs} \\ \vec{v}_s^e &= \left(R_s i_{ds} + L_s \frac{di_{ds}}{dt} - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{di_{ds}}{dt} + \frac{L_m^2}{L_r} \frac{di_{mr}}{dt} - \omega_e L_s i_{qs} + \omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{qs} \right) \\ &\quad + j \left(R_s i_{qs} + L_s \frac{di_{qs}}{dt} - \frac{L_m^2}{L_r} \frac{di_{qs}}{dt} + \omega_e L_s i_{ds} + \omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} - \omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{ds} \right) \\ \vec{v}_s^e &= \left(R_s i_{ds} + L_s \sigma \frac{di_{ds}}{dt} - \omega_e \sigma L_s i_{qs} + \frac{L_m^2}{L_r} \frac{di_{mr}}{dt} \right) \\ &\quad + j \left(R_s i_{qs} + L_s \sigma \frac{di_{qs}}{dt} + \omega_e \sigma L_s i_{ds} + \omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} \right)\end{aligned}\quad (2.4.73)$$

karena

$$\vec{v}_s^e = v_{ds} + jv_{qs} \quad (2.4.74)$$

maka:

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + L_s \sigma \frac{di_{ds}}{dt} - \omega_e \sigma L_s i_{qs} + \frac{L_m^2}{L_r} \frac{di_{mr}}{dt} \quad (2.4.75)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + L_s \sigma \frac{di_{qs}}{dt} + \omega_e \sigma L_s i_{ds} + \omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} \quad (2.4.76)$$

Persamaan (2.4.75) dan (2.4.76) di atas merupakan persamaan non-linier, karena jika dilihat, persamaan untuk v_{ds} tidak hanya dipengaruhi oleh i_{ds} , tapi juga oleh i_{qs} dan i_{mr} . Begitu pula persamaan untuk v_{qs} yang tidak hanya dipengaruhi oleh i_{qs} saja, tapi juga oleh i_{ds} dan i_{mr} . Kontroler yang digunakan adalah kontroler *Proportional – Integral* (PI), sedangkan kontroler ini hanya dapat mengontrol sistem yang linier, sehingga persamaan (2.4.75) dan (2.4.76) harus dilinearkan terlebih dahulu dengan menggunakan dekoupling.

Jika dianggap persamaan tegangan stator sebagai berikut:

$$v_{ds} = u_{ds} + v_{dc} \quad (2.4.77)$$

$$v_{qs} = u_{qs} + v_{qc} \quad (2.4.78)$$

dengan :

$$u_{ds} = R_s i_{ds} + L_s \sigma \frac{di_{ds}}{dt} \quad (2.4.79)$$

$$u_{qs} = R_s i_{qs} + L_s \sigma \frac{di_{qs}}{dt} \quad (2.4.80)$$

$$v_{dc} = -\omega_e \sigma L_s i_{qs} + \frac{L_m^2}{L_r} \frac{di_{mr}}{dt} \quad (2.4.81)$$

$$v_{qc} = \omega_e \sigma L_s i_{ds} + \omega_e \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} \quad (2.4.82)$$

dimana v_{dc} dan v_{qc} adalah tegangan kopling dan u_{ds} dan u_{qs} adalah tegangan stator setelah di-dekoupling.

Dari persamaan (2.4.66):

$$\vec{\psi}_r^e = L_m \vec{i}_{mr} \quad (2.4.83)$$

Dan dengan mensubstitusikan persamaan (2.4.83) dan (2.4.70) ke persamaan (2.4.36) untuk motor yang mempunyai p -pasang kutub, didapatkan:

$$\begin{aligned} \vec{v}_r^e &= R_r \vec{i}_r^e + \frac{d\vec{\psi}_r^e}{dt} + j(\omega_e - \omega_o) \vec{\psi}_r^e \\ 0 &= R_r \frac{L_m \vec{i}_{mr} - L_m \vec{i}_s^e}{L_r} + \frac{dL_m \vec{i}_{mr}}{dt} + j(\omega_e - p\omega_o) L_m \vec{i}_{mr} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{R_r}{L_r} L_m \vec{i}_{mr} - \frac{R_r}{L_r} L_m \vec{i}_s^e + L_m \frac{d\vec{i}_{mr}}{dt} + j(\omega_e - p\omega_o) L_m \vec{i}_{mr} \\
\frac{R_r}{L_r} L_m \vec{i}_s^e &= \frac{R_r}{L_r} L_m \vec{i}_{mr} + L_m \frac{d\vec{i}_{mr}}{dt} + j(\omega_e - p\omega_o) L_m \vec{i}_{mr} \\
\vec{i}_s^e = i_{ds} + j i_{qs} &= \vec{i}_{mr} + \frac{L_r}{R_r} \frac{d\vec{i}_{mr}}{dt} + j(\omega_e - p\omega_o) \frac{L_r}{R_r} \vec{i}_{mr}
\end{aligned} \tag{2.4.84}$$

sehingga:

$$i_{ds} = i_{mr} + \frac{L_r}{R_r} \frac{di_{mr}}{dt} \tag{2.4.85}$$

$$i_{qs} = (\omega_e - p\omega_o) \frac{L_r}{R_r} i_{mr} \tag{2.4.86}$$

Dari persamaan (2.4.85) dan (2.4.86) di atas, dapat diperoleh persamaan untuk i_{mr} dan ω_e sebagai berikut (**model fluks**):

$$\frac{di_{mr}}{dt} = \frac{R_r}{L_r} (i_{ds} - i_{mr}) \tag{2.4.87}$$

$$\omega_e = p\omega_o + \frac{R_r}{L_r} \frac{i_{qs}^*}{i_{mr}} \tag{2.4.88}$$

$$\frac{d}{dt} \theta_e = \omega_e \tag{2.4.89}$$

Persamaan kecepatan rotor adalah:

$$\frac{d}{dt} \omega_o = \frac{(T_e - T_l - B\omega_o)}{J} \tag{2.4.90}$$

Dengan B adalah koefisien gesek motor induksi, dan J adalah konstanta inersia motor.

Persamaan torsi elektromagnetik motor induksi adalah sebagai berikut:

$$T_e = p \frac{L_m}{L_r} (i_{qs} \psi_{dr} - i_{ds} \psi_{qr}) \tag{2.4.91}$$

karena penggunaan RFOC dilakukan dengan memilih ω_e sebagai kecepatan fluks rotor dan mengunci fasanya dengan kerangka referensi sedemikian sehingga fluks rotor tepat berimpit dengan sumbu d , maka ψ_{rq} bernilai nol, sehingga persamaan (2.4.91) menjadi:

$$T_e = p \frac{L_m}{L_r} i_{qs} \psi_{dr} = p \frac{L_m^2}{L_r} i_{qs} i_{mr} \tag{2.4.92}$$

2.5 Pengendali Proportional-Integral sebagai Pengendali Vektor Arus

Persamaan umum regulator PI dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$PI(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (2.5.1)$$

Pengendali PI tersebut dalam hal ini digunakan untuk membandingkan antara nilai referensi i_{ds}^* dan i_{qs}^* dengan nilai dari i_{ds} dan i_{qs} yang sebenarnya, yang diumpan balikkan dari motor, untuk melihat apakah terdapat *error* diantara keduanya. Jika terdapat *error*, maka *error* tersebut harus diminimumkan dengan cara mengalikan *error* tersebut dengan konstanta *proportional* dan konstanta *integral*. Karena regulator PI hanya dapat mengendalikan persamaan yang linier, maka prinsip dekopling sangat diperlukan dalam penggunaan regulator ini.

Dengan menggunakan transformasi Laplace untuk persamaan (2.4.79), dan kemudian menyamakan dengan persamaan (2.5.1), maka:

$$\begin{aligned} R_s i_{ds} + L_s \sigma i_{ds} &= \left(K_{idp} + \frac{K_{idi}}{s} \right) (i_{ds}^* - i_{ds}) \\ R_s i_{ds} + L_s \sigma i_{ds} &= \left(K_{idp} + \frac{K_{idi}}{s} \right) i_{ds}^* - \left(K_{idp} + \frac{K_{idi}}{s} \right) i_{ds} \\ \left(K_{idp} + \frac{K_{idi}}{s} \right) i_{ds}^* &= i_{ds} \left(R_s + L_s \sigma + K_{idp} + \frac{K_{idi}}{s} \right) \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

Untuk merepresentasikan sistem yang sebenarnya, maka *delay* (*dead-time*) dibutuhkan untuk mensimulasikan sistem tersebut agar mendekati sistem yang sebenarnya. Dalam domain waktu, *step-response* dari *dead-time* merupakan sinyal step yang mengalami *delay*: [5]

$$h(t) = 1(t - T_d) \quad (2.5.3)$$

dan transformasi laplace dari (2.5.3) dan juga fungsi alihnya adalah:

$$H(s) = G(s) = e^{-T_d s} \quad (2.5.4)$$

Untuk memproses *delay* yang ada dalam analisis, maka akan lebih mudah jika *delay* tersebut dinyatakan dalam bentuk fungsi rasional. Untuk mengubah *time delay* yang berbentuk eksponensial menjadi bentuk rasional, maka *Padé Approximation* dapat digunakan. *Padé Approximation* merupakan suatu metode yang paling sering digunakan untuk memperkirakan *dead-time* dengan sebuah fungsi rasional. Berikut adalah tabel yang menunjukkan fungsi alih dari *Padé*

Approximation $R_{n-1,n}(s)$ dan $R_{n,n}(s)$ (dengan indeks $n-1,n$ atau n,n menunjukkan pangkat tertinggi untuk numerator dan denominator), sampai orde ke-empat [5]:

Tabel 2.1 *Padé Approximation* [5]

n	$R_{n-1,n}(s)$	$R_{n,n}(s)$
1	$\frac{1}{1+sT}$	$\frac{2-sT}{2+sT}$
2	$\frac{6-2sT}{6+4sT+(sT)^2}$	$\frac{12-6sT+(sT)^2}{12+6sT+(sT)^2}$
3	$\frac{60-24sT+3(sT)^2}{60+36sT+9(sT)^2+(sT)^3}$	$\frac{120-60sT+12(sT)^2-(sT)^3}{120+60sT+12(sT)^2+(sT)^3}$
4	$\frac{840-360sT+60(sT)^2-(sT)^3}{840+480sT+120(sT)^2+16(sT)^3+(sT)^4}$	$\frac{1680-840sT+180(sT)^2-20(sT)^3+(sT)^4}{1680+840sT+180(sT)^2+20(sT)^3+(sT)^4}$

Untuk *time delay* yang kecil, *Padé Approximation* orde 0 dan 1 dapat digunakan, sehingga [5]:

$$e^{-T_d s} \approx \frac{1}{1+T_d s} \quad (2.5.5)$$

Oleh karena hal tersebut, maka:

$$i_{ds} = i_{ds}^* e^{-T_d s}$$

$$i_{ds} = \frac{1}{1+T_d s} i_{ds}^* \quad (2.5.6)$$

dan persamaan (2.5.2) menjadi:

$$(K_{idp} T_d s + K_{idi} T_d) = R_s + L_s \sigma s \quad (2.5.7)$$

Dengan menggunakan metode identitas, maka nilai konstanta pengendali K_{idp} dan K_{idi} adalah sebagai berikut:

$$K_{idp} = \frac{L_s \sigma}{T_d} \quad (2.5.8)$$

$$K_{idi} = \frac{R_s}{T_d} \quad (2.5.9)$$

Sedangkan dari persamaan (2.4.80) didapatkan

$$R_s i_{qs} + L_s \sigma i_{qs} = \left(K_{idp} + \frac{K_{iqi}}{s} \right) (i_{qs}^* - i_{qs})$$

$$\begin{aligned}
R_s i_{qs} + L_s \sigma i_{qs} &= \left(K_{iqp} + \frac{K_{iqi}}{s} \right) i_{qs}^* - \left(K_{iqp} + \frac{K_{iqi}}{s} \right) i_{qs} \\
\left(K_{iqp} + \frac{K_{iqi}}{s} \right) i_{qs}^* &= i_{qs} \left(R_s + L_s \sigma + K_{iqp} + \frac{K_{iqi}}{s} \right)
\end{aligned} \tag{2.5.10}$$

dan analog dengan persamaan (2.5.6), maka

$$\begin{aligned}
i_{qs} &= i_{qs}^* e^{-T_d s} \\
i_{qs} &= \frac{1}{1 + T_d s} i_{qs}^*
\end{aligned} \tag{2.5.11}$$

dan dengan mensubstitusikan persamaan (2.5.11) ke (2.5.10), didapat:

$$\left(K_{iqp} T_d s + K_{iqi} T_d \right) = R_s + L_s \sigma \tag{2.5.12}$$

sehingga:

$$K_{iqp} = \frac{L_s \sigma}{T_d} \tag{2.5.13}$$

$$K_{iqi} = \frac{R_s}{T_d} \tag{2.5.14}$$

Karena nilai konstanta untuk kedua regulator tersebut sama, maka

$$K_{idp} = K_{iqp} = K_p = \frac{L_s \sigma}{T_d} \tag{2.5.15}$$

$$K_{idi} = K_{iqi} = K_i = \frac{R_s}{T_d} \tag{2.5.16}$$

2.6 Pulse Width Modulation

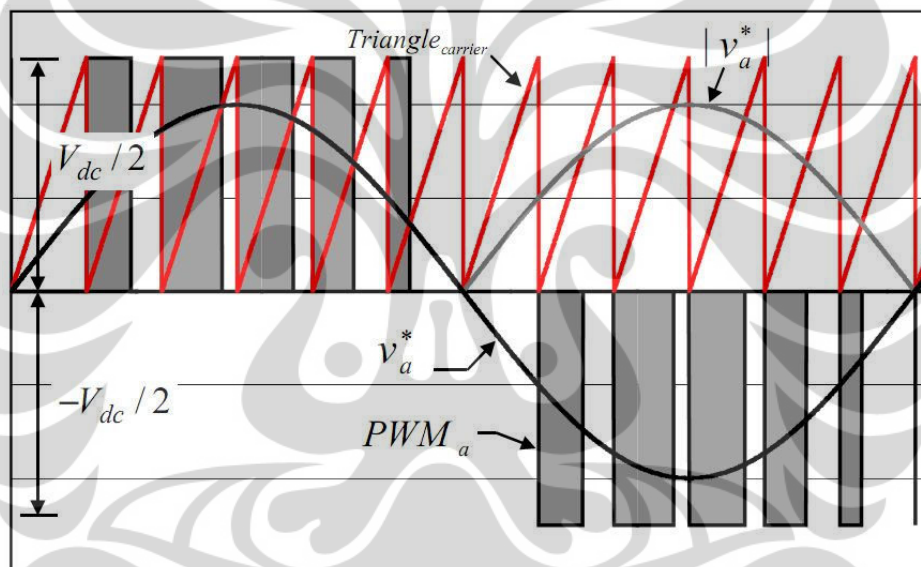
Sinyal pengendali PI setelah ditambahkan dengan dekopling akan masuk ke dalam *Pulse Width Modulation* (PWM) sebelum masuk ke dalam terminal tegangan motor. PWM berfungsi untuk mengubah sinyal sinusoidal menjadi sinyal diskrit dengan lebar pulsa diskrit yang berbeda-beda, bergantung pada sinyal masukannya [6].

Pembentukan sinyal PWM adalah berdasarkan pembandingan nilai mutlak dari sinyal masukan tegangan referensi (sinusoidal) yang dibandingkan dengan sinyal pembawa yang berbentuk gigi gergaji. Jika tegangan referensi lebih besar, maka sinyal PWM = $V_{DC}/2$ untuk nilai tegangan referensi positif, dan PWM = $-V_{DC}/2$ untuk nilai tegangan referensi negatif. Namun, bila nilai sinyal

pembawa lebih besar, maka nilai PWM = 0. Nilai V_{DC} yang digunakan adalah $220\sqrt{2} = 311$ Volt.

Pulsa diskrit yang dihasilkan akan bernilai sama ketika sinyal sinusoidal bernilai positif maupun negatif, hanya saja memiliki polaritas yang berlawanan. Karena masukan dari pengendali berupa tegangan tiga fasa, maka keluaran dari PWM yang masuk ke dalam motor juga berupa pulsa diskrit tiga fasa.

Untuk membangkitkan sinyal PWM, digunakan komparator untuk membandingkan dua buah masukan yaitu sinyal pembawa dan sinyal referensi. Hasil keluaran dari komparator adalah sinyal PWM yang berupa pulsa-pulsa persegi. Sinyal PWM yang dibangkitkan tersebut dapat diilustrasikan melalui Gambar 2.4 berikut



Gambar 2.4 Pembangkitan Sinyal PWM

Sumber : Yusivar, F., S. Wakao. Minimum Requirements of Motor Vector Control Modeling and Simulaation Utilizing C MEX S-function in MATLAB/SIMULINK.

2.7 Logika Fuzzy

Dalam kamus Oxford, istilah fuzzy didefinisikan sebagai *blurred* (kabur atau remang-remang), *indistinct* (tidak jelas), *imprecisely defined* (didefinisikan secara tidak presisi), *confused* (membingungkan), *vague* (tidak jelas) [7]. Konsep teori fuzzy ini pertama kali diperkenalkan oleh L.A. Zadeh dari California University, Berkeley pada tahun 1965, dalam makalah skripsinya yang berjudul “*Fuzzy Set*” [8]. Penggunaan istilah “sistem fuzzy” tidak dimaksudkan untuk

mengacu pada sebuah sistem yang tidak jelas/kabur/remang-remang definisinya, cara kerjanya, atau deskripsinya. Akan tetapi, yang dimaksud dengan sistem fuzzy adalah sebuah sistem yang dibangun dengan definisi, cara kerja dan deskripsi yang jelas berdasar pada teori logika fuzzy. Ketidakpastian fuzzy juga bukan berasal dari pemilihan anggota himpunan yang acak, tetapi berasal dari konsep dan pemahaman alami manusia mengenai persoalan ketidakpastian dan ketidaktelitian. Perbedaan mendasar antara logika fuzzy dengan logika *boolean* terletak pada harga kebenaran. Pada logika fuzzy, harga kebenaran diberikan dalam terminologi linguistik dengan menyertakan predikat kekaburan (*fuzzyness*) pada proporsinya. Harga kebenaran dan derajat kekaburan pada terminologi linguistik dapat dinyatakan dengan tolok ukur, misalnya agak, cukup, sangat, dan sebagainya. Logika fuzzy memungkinkan nilai keanggotaan suatu elemen terhadap suatu himpunan dinyatakan dengan nilai yang berkisar antara nol (0) dan satu (1).

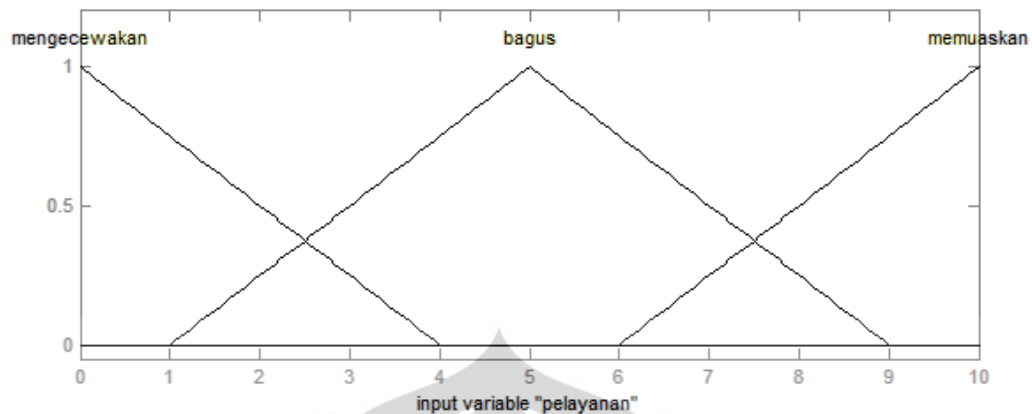
Konsep himpunan fuzzy sebenarnya dilatarbelakangi oleh cara berpikir manusia dalam mempresentasikan dan menganalisis fenomena-fenomena di alam nyata yang serba tidak tepat. Logika manusia dalam memandang suatu fenomena tidak hanya terdiri dari dua nilai, satu atau nol, tetapi merupakan suatu logika multi-nilai yang berangsur-angsur dari nol hingga satu. Dengan kata lain, dalam menentukan fenomena-fenomena di alam yang tidak tepat atau samar, kita tentukan aturan yang samar juga. Untuk memahami sistem fuzzy, ada beberapa hal yang perlu diketahui, diantaranya[8]:

a. Variabel Fuzzy

Variabel fuzzy merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem fuzzy, misalnya umur, temperatur, permintaan, dan lain sebagainya

b. Himpunan Fuzzy

Himpunan fuzzy merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel fuzzy. Sebagai contohnya, variabel pelayanan, yang terbagi menjadi tiga himpunan fuzzy, yaitu : mengecewakan, bagus dan memuaskan



Gambar 2.5 Himpunan Fuzzy

c. Semesta Pembicaraan

Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel fuzzy. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang akan naik secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Adakalanya nilai semesta pembicaraan ini tidak dibatasi batas atasnya. Contohnya yaitu semesta pembicaraan untuk variabel umur : $[0 +\infty]$

d. Domain

Domain himpunan fuzzy adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan fuzzy. Seperti halnya semesta pembicaraan, domain merupakan himpunan bilangan real yang bertambah secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif.

Contoh :

- muda = $[0 \ 45]$
- parobaya = $[35 \ 55]$
- tua = $[45 \ +\infty]$

2.7.1 Operator AND, OR dan NOT pada Logika Fuzzy

Adalah merupakan suatu fakta bahwa logika fuzzy bersifat lebih umum dibandingkan dengan *boolean logic*. Dalam *fuzzy logic*, jika variabel fuzzy diatur pada derajat maksimumnya, yaitu 1, atau minimumnya, yaitu 0, maka akan

berlaku *boolean logic*, dan pada Gambar 2.6 berikut menggambarkan operasi logika *boolean logic* [7]:

A	B	A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	NOT A
0	1
1	0

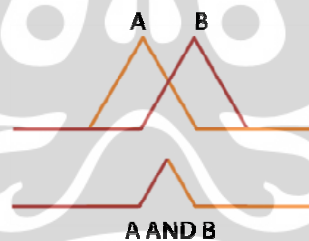
Gambar 2.6 Operasi Logika *Boolean Logic*

Dalam logika fuzzy, kebenaran sembarang pernyataan hanyalah masalah derajat, dan dalam logika fuzzy, tidak hanya variabel-variabel input yang berharga antara 0 dan 1, tetapi juga hasil operasi logika fuzzy-nya. Oleh karena itu, operasi logika fuzzy untuk AND, OR, dan NOT tidak akan sama dan sederhana seperti dalam *boolean logic*.

a. Operator AND

Operator ini berkaitan dengan operasi *interseksi* pada himpunan.

$$\min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

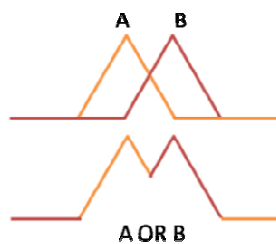


Gambar 2.7 Operasi AND

b. Operator OR

Operator ini berkaitan dengan operasi *union* pada himpunan

$$\max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

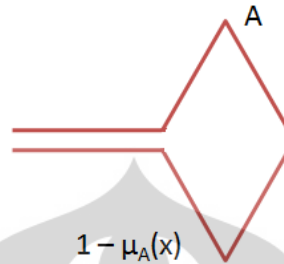


Gambar 2.8 Operasi OR

c. Operator NOT

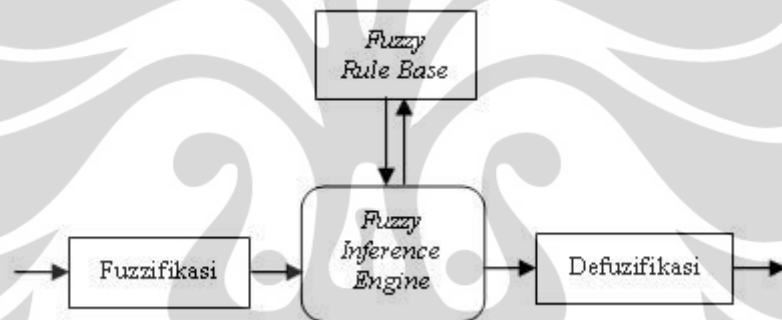
Operator ini berkaitan dengan operasi komplemen pada himpunan

$$1 - \mu_A(x)$$



Gambar 2.9 Operasi NOT

Sistem fuzzy berisikan empat bagian dasar, yaitu fuzzifikasi, *fuzzy rule base*, *fuzzy inference engine* dan defuzzifikasi (Gambar 2.10)



Gambar 2.10 Sistem Fuzzy

Sumber : <http://nurmuhlis.wordpress.com/2011/03/01/logika-fuzzy/#comments>

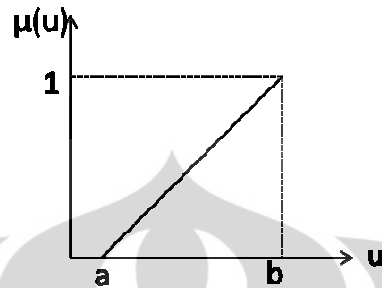
2.7.2 Fuzzifikasi

Fuzzifikasi adalah proses yang dilakukan untuk mengubah variabel nyata menjadi variabel fuzzy, yang ditujukan agar masukan dapat dipetakan menuju jenis yang sesuai dengan himpunan fuzzy-nya. Pemetaan ini dilakukan dengan bantuan model dari fungsi keanggotaan agar dapat diketahui besar masukan tersebut atau derajat keanggotaannya [8]. Terdapat beberapa jenis penggambaran fungsi keanggotaan, antara lain [9]:

a. Fungsi Linear

Fungsi linear ditentukan sebagai berikut:

$$\mu(u) = \begin{cases} 0 & \rightarrow u \leq a \\ (u-a)/(b-a) & \rightarrow a < u \leq b \\ 1 & \rightarrow b < u \end{cases} \quad (2.7.1)$$

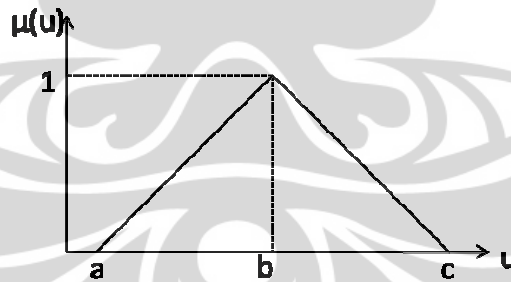


Gambar 2.11 Fungsi Linear

b. Fungsi Segitiga

Fungsi segitiga didefinisikan sebagai berikut:

$$\mu(u) = \begin{cases} 0 & \rightarrow u \leq a, u \geq c \\ (u-a)/(b-a) & \rightarrow a < u \leq b \\ (c-u)/(c-b) & \rightarrow b < u \leq c \end{cases} \quad (2.7.2)$$

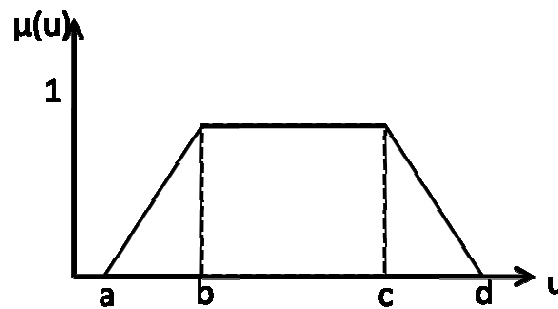


Gambar 2.12 Fungsi Segitiga

c. Fungsi Trapezium

Fungsi trapesium dinyatakan sebagai berikut:

$$\mu(u) = \begin{cases} 0 & \rightarrow u \leq a, u \geq d \\ (u-a)/(b-a) & \rightarrow a < u \leq b \\ 1 & \rightarrow b < u \leq c \\ (d-u)/(d-c) & \rightarrow c < u \leq d \end{cases} \quad (2.7.3)$$

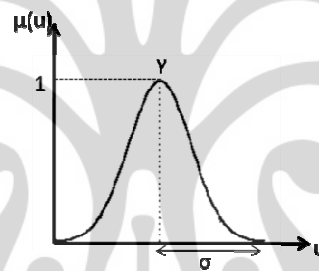


Gambar 2.13 Fungsi Trapesium

d. Fungsi Gaussian

Fungsi Gaussian didefinisikan sebagai berikut:

$$\mu(u) = e^{-\frac{(u-\gamma)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.7.4)$$



Gambar 2.14 Fungsi Gaussian

2.7.3 Fuzzy Rule Base [8]

Adalah kaidah dasar yang berisi aturan-aturan secara linguistik yang menunjukkan kepakaran terhadap *plant*. Ada banyak cara untuk menunjukkan suatu kepakaran ke dalam aturan, dengan format yang paling umum digunakan adalah sebagai berikut:

a. Format aturan IF-THEN

“IF *Premise* THEN *Conclusion*”

Premise merupakan fakta dan *Conclusion* berupa keputusan yang akan diambil. Apabila pernyataannya lebih dari satu maka dapat digunakan logika “AND” and “OR”. Contoh : IF pelayanan is bagus AND makanan is biasa THEN bonus is sedang.

b. Format Tabular

Pada format ini, variabel linguistik berada pada sisi luar tabel sedangkan sisi dalam berisi keputusannya. Contoh dari format tabular dapat dilihat pada Gambar 2.15 berikut:

	Neg	Zero	Pos
Error	NB	NM	Zero
	NM	Zero	PM
	Zero	PM	PB

Gambar 2.15 Format Tabular

Sumber : <http://nurmuhlis.wordpress.com/2011/03/01/logika-fuzzy/#comments>

2.7.4 Fuzzy Inference Engine [8]

Inferensi fuzzy merupakan proses formulasi pemetaan masukan terhadap keluaran dengan menggunakan logika fuzzy. Proses dari inferensi ini melibatkan fungsi keanggotaan, operator logika fuzzy, dan aturan IF-THEN.

Terdapat dua metode inferensi yang umum digunakan, yaitu metode Mamdani dan metode Takagi-Sugeno. Kedua metode tersebut hanya berbeda dalam cara menentukan harga outputnya saja. Metode Mamdani adalah metode yang paling sering dijumpai ketika membahas metodologi-metodologi fuzzy. Hal ini mungkin karena metode yang diusulkan oleh Ebrahim Mamdani ini merupakan metode yang pertama kali dibangun dan berhasil diterapkan dalam rancang bangun sistem kontrol menggunakan teori himpunan fuzzy [7], dan pada bagian ini, hanya metode Mamdani saja yang akan dijelaskan.

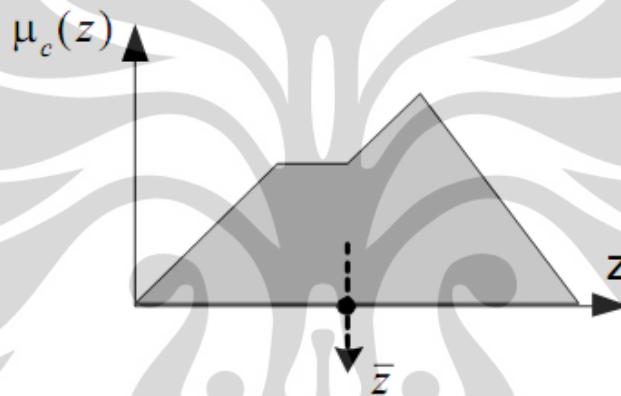
Keluaran metode Mamdani berupa fuzzy set dan bukan sekedar inversi dari fungsi keanggotaan output. Dengan kata lain, untuk menghitung harga keluaran dari suatu IF-THEN rule, metode Mamdani harus menghitung luas di bawah kurva fuzzy set pada bagian keluaran. Selanjutnya, dalam proses defuzzifikasi, metode Mamdani harus menghitung rata-rata (*centroid*) luas yang diboboti dari semua fuzzy set keluaran dari semua rule, kemudian mengisikan rata-rata tersebut ke variabel keluaran [7].

Keluaran dari komposisi aturan-aturan fuzzy akan digunakan sebagai masukan dari proses defuzzifikasi sedangkan keluarannya merupakan suatu bilangan pada domain himpunan fuzzy tersebut. Sehingga jika diberikan suatu

himpunan fuzzy dalam rentang tertentu, maka harus dapat diambil suatu nilai tegas sebagai keluarannya.

2.7.5 Defuzzifikasi

Defuzzifikasi adalah proses yang digunakan untuk mengubah kembali variabel fuzzy menjadi variabel nyata, atau dengan kata lain aksi kontrol fuzzy yang masih berupa himpunan, dirubah menjadi nilai nyata yang berupa nilai tunggal. Banyak metode yang dapat digunakan untuk defuzzifikasi pada metode Mamdani, dan yang mungkin paling populer adalah metode *center of area* atau *center of gravity* [7].



Gambar 2.16 Defuzzifikasi Metode *Center of Area*

Pada metode *center of area*, titik berat daerah fuzzy didapat dengan menggunakan persamaan berikut [6]:

$$\bar{z} = \frac{\int z \mu_c(z) dz}{\int \mu_c(z) dz} \quad \text{atau} \quad \bar{z} = \frac{\sum_{j=1}^n z_j \mu(z_j)}{\sum_{j=1}^n \mu(z_j)} \quad (2.7.5)$$

BAB 3

FULL ORDER OBSERVER, FILTER KALMAN DAN LOGIKA FUZZY UNTUK PENALAAAN K_P DAN K_I PENGENDALI KECEPATAN

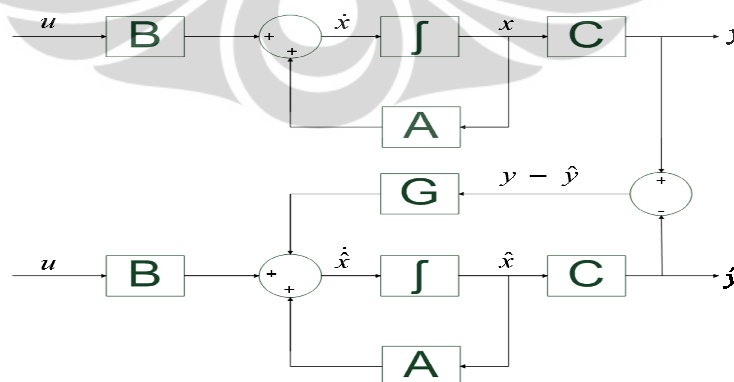
3.1 Full Order Observer

3.1.1 Estimasi Arus dan Fluks

Desain kontroler bergantung pada akses ke variabel keadaan yang kemudian akan diumpanbalikkan melalui perbesaran (*gain*) yang dapat disesuaikan. Akses ini dapat disediakan oleh perangkat keras. Namun, penggunaan perangkat keras tersebut kadang kala tidak dapat dilakukan karena masalah harga, akurasi atau ketersediaannya. Jika variabel keadaan tidak tersedia karena alasan tersebut, maka estimasi tentang keadaan (*state*) dapat dilakukan. Keadaan yang diestimasi tersebut kemudian akan diumpankan ke kontroler, dan sebuah *observer* atau yang kadang disebut sebagai *estimator* dapat digunakan untuk menghitung variabel keadaan yang tidak dapat diakses dari *plant* tersebut.

Karena motor induksi dalam hal ini difokuskan untuk bekerja tanpa menggunakan sensor kecepatan, maka observer perlu digunakan untuk mengestimasi fluks, arus dan kecepatan motor. Observer pada bagian ini menggunakan sumbu *d-q*, sehingga model motor yang digunakan adalah model motor yang menggunakan kerangka referensi yang berputar (sumbu *d-q*).

Observer, secara sederhana, dapat digambarkan pada diagram blok berikut:



Gambar 3.1 Diagram Blok Observer

Model sistem yang dimiliki adalah sebagai berikut:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.1.1)$$

$$y = Cx \quad (3.1.2)$$

Jika sistem di atas berada dalam kondisi yang diestimasi, maka:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu \quad (3.1.3)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (3.1.4)$$

Tanda ‘topi’ menunjukkan parameter yang diestimasi, sedangkan yang tidak menggunakan tanda tersebut merupakan nilai aktual sistem. Adanya gangguan yang muncul pada sistem mengakibatkan keakuratan sistem menjadi rendah. Oleh karena itu, perlu ditambahkan adanya observer untuk mengoreksi kesalahan yang terjadi [3].

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + G(y - \hat{y}) \quad (3.1.5)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (3.1.6)$$

Dengan G adalah gain observer yang dikalikan dengan *error* antara y aktual dengan y estimasi. Dengan mensubstitusi persamaan (3.1.2) dan (3.1.4) ke (3.1.5), maka:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + G(Cx - C\hat{x}) \quad (3.1.7)$$

$$\dot{\hat{x}} = (A - GC)\hat{x} + Bu + GCx \quad (3.1.8)$$

Model dinamik motor induksi dalam kerangka referensi berputar yang telah diturunkan sebelumnya yaitu:

$$\frac{di_{ds}}{dt} = \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} \right) i_{ds} + \omega_e i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \psi_{dr} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \psi_{qr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s}$$

$$\frac{di_{qs}}{dt} = -\omega_e i_{ds} + \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} \right) i_{qs} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \psi_{dr} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \psi_{qr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s}$$

$$\frac{d\psi_{dr}}{dt} = \frac{1}{\tau} L_m i_{ds} - \frac{1}{\tau} \psi_{dr} + (\omega_e - \omega_o) \psi_{qr}$$

$$\frac{d\psi_{qr}}{dt} = \frac{1}{\tau} L_m i_{qs} - \frac{1}{\tau} \psi_{qr} - (\omega_e - \omega_o) \psi_{dr}$$

Dan jika dinyatakan dalam *state space*:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \psi_{dr} \\ \psi_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} & \omega_e & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \\ -\omega_e & -\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} & -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \\ \frac{1}{\tau} L_m & 0 & -\frac{1}{\tau} & (\omega_e - \omega_o) \\ 0 & \frac{1}{\tau} L_m & -(\omega_e - \omega_o) & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \psi_{dr} \\ \psi_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} \quad (3.1.9)$$

$$\begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \psi_{dr} \\ \psi_{qr} \end{bmatrix} \quad (3.1.10)$$

atau:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vec{i}_s^e \\ \vec{\psi}_r^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}_s^e \\ \vec{\psi}_r^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \vec{v}_s^e \quad (3.1.11)$$

$$\dot{x} = A x + B u$$

$$\vec{i}_s^e = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}_s^e \\ \vec{\psi}_r^e \end{bmatrix} \quad (3.1.12)$$

$$y = C x$$

Sehingga persamaan (3.1.5) dapat diubah menjadi [3]:

$$\frac{d}{dt} \hat{x} = A \hat{x} + B u + G(\vec{i}_s - \hat{\vec{i}}_s) \quad (3.1.13)$$

Dimana “ $\hat{\cdot}$ ” berarti nilai yang diestimasi dan G adalah matrik gain observer yang dipilih sehingga nilai eigen observer bernilai sekian kali nilai eigen motor ($\alpha = k\mu$). Mengacu pada [10], nilai gain observer dapat dinyatakan sebagai:

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 & g_3 & g_4 \\ -g_2 & g_1 & -g_4 & g_3 \end{bmatrix}^T \quad (3.1.14)$$

atau

$$G = \begin{bmatrix} g_1 I + g_2 J \\ g_3 I + g_4 J \end{bmatrix} \quad (3.1.15)$$

dengan:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Persamaan karakteristik sistem dari (3.1.1) dan (3.1.8) (dengan mengetahui bahwa nilai eigen observer α harus bernilai lebih besar dari nilai eigen plant μ), yaitu:

$$\begin{aligned} \det(\mu I - A) &= \det(\alpha I - (A - GC)) & \alpha &= k\mu \\ \det(\mu I - A) &= \det(k\mu I - (A - GC)) \end{aligned} \quad (3.1.16)$$

Dari model motor, persamaan karakteristik sistemnya yaitu:

$$\begin{aligned} \det(\mu I - A) &= 0 \\ \det\left(\begin{bmatrix} \mu & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}\right) &= 0 \\ \det\left(\begin{bmatrix} \mu - A_{11} & -A_{12} \\ -A_{21} & \mu - A_{22} \end{bmatrix}\right) &= 0 \\ (\mu - A_{11})(\mu - A_{22}) + A_{12}A_{21} &= 0 \\ \mu^2 - A_{11}\mu - A_{22}\mu + A_{11}A_{22} + A_{12}A_{21} &= 0 \end{aligned}$$

Dari model observer, persamaan karakteristik sistemnya yaitu:

$$\begin{aligned} \det(k\mu I - (A - GC)) &= 0 \\ \det\left(\begin{bmatrix} k\mu & 0 \\ 0 & k\mu \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_1 I + g_2 J \\ g_3 I + g_4 J \end{bmatrix} I\right)\right) &= 0 \\ \det\left(\begin{bmatrix} k\mu & 0 \\ 0 & k\mu \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_1 I + g_2 J & 0 \\ g_3 I + g_4 J & 0 \end{bmatrix}\right)\right) &= 0 \\ \det\left(\begin{bmatrix} k\mu - A_{11} + g_1 I + g_2 J & -A_{12} \\ -A_{21} + g_3 I + g_4 J & k\mu - A_{22} \end{bmatrix}\right) &= 0 \\ k^2 \mu^2 - A_{22}k\mu - A_{11}k\mu + kg_1 \mu I + kg_2 \mu J + A_{11}A_{22} & \\ - A_{22}g_2 J - A_{12}A_{21} + A_{12}g_3 I + A_{12}g_4 J - A_{22}g_1 I &= 0 \end{aligned}$$

dan dari semua komponen yang mengandung μ , maka:

$$\begin{aligned} -A_{11} - A_{22} &= -A_{22}k - A_{11}k + kg_1I + kg_2J \\ (k-1)(A_{11} + A_{22}) &= k(g_1I + g_2J) \\ \frac{(k-1)}{k}(A_{11} + A_{22}) &= g_1I + g_2J \\ \frac{(k-1)}{k} \left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \right) &= \begin{bmatrix} g_1 & -g_2 \\ g_2 & g_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

sehingga:

$$\begin{aligned} g_1 &= \frac{(k-1)}{k}(a_{11} + a_{33}) \\ g_1 &= \frac{(k-1)}{k} \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} - \frac{1}{\tau} \right) \\ &= \frac{(k-1)}{k} \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2} - \frac{R_r}{L_r} \right) \\ &= \frac{(k-1)}{k} \frac{1}{\sigma L_s L_r} \left(-R_s L_r - \frac{L_m^2}{L_r} R_r - R_r \sigma L_s \right) \\ &= \frac{(k-1)}{k} \frac{1}{\sigma L_s L_r} \left(-R_s L_r - \frac{L_m^2}{L_r} R_r - R_r L_s \left(1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \right) \right) \\ &= \frac{(k-1)}{k} \frac{1}{\sigma L_s L_r} (-R_s L_r - R_r L_s) \\ &= \frac{(k-1)}{k} \left(\frac{-R_s}{\sigma L_s} - \frac{R_r}{\sigma L_r} \right) \end{aligned} \tag{3.1.17}$$

dan untuk mencari g_2 :

$$\begin{aligned} g_2 &= \frac{(k-1)}{k}(a_{21} + a_{43}) \\ &= \frac{(k-1)}{k} (-\hat{\omega}_e - (\hat{\omega}_e - \hat{\omega}_o)) \\ &= \frac{(k-1)}{k} (-2\hat{\omega}_e + \hat{\omega}_o) \end{aligned} \tag{3.1.18}$$

Dengan mengabaikan nilai kecepatan slip (ω_{sl}) yang kecil, maka nilai $\hat{\omega}_e$ dapat diasumsikan bernilai sama dengan $\hat{\omega}_o$, sehingga persamaan untuk g_2 menjadi [3]

$$g_2 = -\frac{(k-1)}{k}(\hat{\omega}_o) \tag{3.1.19}$$

Dari semua komponen yang tidak mengandung μ

$$A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} - A_{22}g_2J + A_{12}g_3I + A_{12}g_4J - A_{22}g_1I$$

$$A_{22}g_1I + A_{22}g_2J = A_{12}g_3I + A_{12}g_4J$$

$$\begin{bmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -g_2 \\ g_2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_3 & 0 \\ 0 & g_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -g_4 \\ g_4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{33}g_1 & a_{34}g_1 \\ a_{43}g_1 & a_{44}g_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{34}g_2 & -a_{33}g_2 \\ a_{44}g_2 & -a_{43}g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{13}g_3 & a_{14}g_3 \\ a_{23}g_3 & a_{24}g_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{14}g_4 & -a_{13}g_4 \\ a_{24}g_4 & -a_{23}g_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{33}g_1 + a_{34}g_2 & a_{34}g_1 - a_{33}g_2 \\ a_{43}g_1 + a_{44}g_2 & a_{44}g_1 - a_{43}g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{13}g_3 + a_{14}g_4 & a_{14}g_3 - a_{13}g_4 \\ a_{23}g_3 + a_{24}g_4 & a_{24}g_3 - a_{23}g_4 \end{bmatrix}$$

$$a_{33}g_1 + a_{34}g_2 = a_{13}g_3 + a_{14}g_4$$

$$a_{34}g_1 - a_{33}g_2 = a_{14}g_3 - a_{13}g_4$$

$$a_{43}g_1 + a_{44}g_2 = a_{23}g_3 + a_{24}g_4$$

$$a_{44}g_1 - a_{43}g_2 = a_{24}g_3 - a_{23}g_4$$

$$a_{44} = a_{33} \quad a_{14} = -a_{23}$$

$$a_{34} = -a_{43} \quad a_{24} = a_{13}$$

$$a_{31} = a_{42} \quad a_{21} = -a_{12}$$

Sehingga:

$$a_{33}g_1 - a_{43}g_2 = a_{13}g_3 - a_{23}g_4 \quad (3.1.20)$$

$$-a_{43}g_1 - a_{44}g_2 = -a_{23}g_3 - a_{13}g_4 \quad (3.1.21)$$

$$a_{43}g_1 + a_{44}g_2 = a_{23}g_3 + a_{13}g_4 \quad (3.1.22)$$

$$a_{33}g_1 - a_{43}g_2 = a_{13}g_3 - a_{23}g_4 \quad (3.1.23)$$

Karena (3.1.20) = (3.1.23) dan (3.1.21) = (3.1.22), dan dengan kembali mengasumsikan nilai $\hat{\omega}_e$ sama dengan $\hat{\omega}_o$ maka:

$$a_{33}g_1 - a_{43}g_2 = a_{13}g_3 - a_{23}g_4$$

$$a_{43}g_1 + a_{44}g_2 = a_{23}g_3 + a_{13}g_4$$

$$-\frac{1}{\tau} \frac{(k-1)}{k} \left(\frac{-R_s}{\sigma L_s} - \frac{R_r}{\sigma L_r} \right) = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} g_3 + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \hat{\omega}_o g_4 \quad (3.1.24)$$

$$\frac{1}{\tau} \frac{(k-1)}{k} (\hat{\omega}_o) = -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \hat{\omega}_o g_3 + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} g_4 \quad (3.1.25)$$

dengan mengalikan persamaan (3.1.24) dan (3.1.25) di atas dengan $\sigma L_s L_r \tau$, maka

$$\begin{aligned} \frac{(k-1)}{k} (R_s L_r + R_r L_s) &= L_m g_3 + L_m \tau \hat{\omega}_o g_4 \quad \left| \times \frac{1}{L_m \tau \hat{\omega}_o} \right. \\ \frac{(k-1)}{k} (\sigma L_s L_r \hat{\omega}_o) &= -L_m \tau \omega_o g_3 + L_m g_4 \quad \left| \times \frac{1}{L_m} \right. \\ \\ \frac{(k-1)}{k} \left(\frac{R_s R_r}{L_m \hat{\omega}_o} + \frac{R_r^2 L_s}{L_m L_r \hat{\omega}_o} \right) &= \frac{g_3}{\tau \hat{\omega}_o} + g_4 \\ \frac{(k-1)}{k} \left(\frac{\sigma L_s L_r \hat{\omega}_o}{L_m} \right) &= -\tau \hat{\omega}_o g_3 + g_4 \\ \hline \frac{(k-1)}{k} \left(\frac{R_s R_r}{L_m \hat{\omega}_o} + \frac{R_r^2 L_s}{L_m L_r \hat{\omega}_o} - \frac{\sigma L_s L_r \hat{\omega}_o}{L_m} \right) &= \frac{g_3}{\tau \hat{\omega}_o} + \tau \hat{\omega}_o g_3 \\ \frac{(k-1)}{k(\tau^2 \hat{\omega}_o^2 + 1)} \left(\frac{R_s R_r}{L_m \hat{\omega}_o} + \frac{R_r^2 L_s}{L_m L_r \hat{\omega}_o} - \frac{\sigma L_s L_r \hat{\omega}_o}{L_m} \right) \tau \hat{\omega}_o &= g_3 \end{aligned}$$

Sehingga:

$$g_3 = \frac{(k-1)}{k(\tau^2 \hat{\omega}_o^2 + 1)} \left(\frac{R_s L_r + R_r L_s - \sigma L_s L_r \tau \hat{\omega}_o^2}{L_m} \right) \quad (3.1.26)$$

Dari persamaan (3.1.24) dan (3.1.25) yang dikali dengan $\sigma L_s L_r \tau$:

$$\begin{aligned} \frac{(k-1)}{k} (R_s L_r + R_r L_s) &= L_m g_3 + L_m \tau \hat{\omega}_o g_4 \quad \left| \times \frac{1}{L_m} \right. \\ \frac{(k-1)}{k} (\sigma L_s L_r \hat{\omega}_o) &= -L_m \tau \omega_o g_3 + L_m g_4 \quad \left| \times \frac{1}{L_m \tau \hat{\omega}_o} \right. \\ \\ \frac{(k-1)}{k} \left(\frac{R_s L_r + R_r L_s}{L_m} \right) &= g_3 + \tau \hat{\omega}_o g_4 \\ \frac{(k-1)}{k} \left(\frac{\sigma L_s L_r}{L_m \tau} \right) &= -g_3 + \frac{g_4}{\tau \hat{\omega}_o} \\ \hline \frac{(k-1)}{k} \left(\frac{R_s L_r + R_r L_s}{L_m} + \frac{\sigma L_s L_r}{L_m \tau} \right) &= \tau \hat{\omega}_o g_4 + \frac{g_4}{\tau \hat{\omega}_o} \\ \frac{(k-1)}{k(\tau^2 \hat{\omega}_o^2 + 1)} \left(\frac{R_s L_r + R_r L_s}{L_m} + \frac{\sigma L_s L_r}{L_m \tau} \right) \tau \hat{\omega}_o &= g_4 \end{aligned}$$

Sehingga:

$$g_4 = \frac{(k-1)}{k(\tau^2 \hat{\omega}_o^2 + 1)} \left(\frac{(R_s L_r \tau + R_r L_s \tau + \sigma L_s L_r) \hat{\omega}_o}{L_m} \right) \quad (3.1.27)$$

Sehingga, pada akhirnya, matriks G yang didapat yaitu:

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & -g_2 \\ g_2 & g_1 \\ g_3 & -g_4 \\ g_4 & g_3 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{(k-1)}{k} \left(\frac{-R_s}{\sigma L_s} - \frac{R_r}{\sigma L_r} \right) & \frac{(k-1)}{k} (\hat{\omega}_o) \\ -\frac{(k-1)}{k} (\hat{\omega}_o) & \frac{(k-1)}{k} \left(\frac{-R_s}{\sigma L_s} - \frac{R_r}{\sigma L_r} \right) \\ \frac{(k-1)}{k(\tau^2 \hat{\omega}_o^2 + 1)} \left(\frac{R_s L_r + R_r L_s - \sigma L_s L_r \tau \hat{\omega}_o^2}{L_m} \right) & -\frac{(k-1)}{k(\tau^2 \hat{\omega}_o^2 + 1)} \left(\frac{(R_s L_r \tau + R_r L_s \tau + \sigma L_s L_r) \hat{\omega}_o}{L_m} \right) \\ \frac{(k-1)}{k(\tau^2 \hat{\omega}_o^2 + 1)} \left(\frac{(R_s L_r \tau + R_r L_s \tau + \sigma L_s L_r) \hat{\omega}_o}{L_m} \right) & \frac{(k-1)}{k(\tau^2 \hat{\omega}_o^2 + 1)} \left(\frac{R_s L_r + R_r L_s - \sigma L_s L_r \tau \hat{\omega}_o^2}{L_m} \right) \end{bmatrix} \quad (3.1.28)$$

Sehingga persamaan motor induksi *full order observer* adalah [3]:

$$\frac{d\hat{i}_{ds}}{dt} = \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} \right) \hat{i}_{ds} + \omega_e \hat{i}_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \hat{\psi}_{dr} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \hat{\psi}_{qr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s} + g_1 (i_{ds} - \hat{i}_{ds}) - g_2 (i_{qs} - \hat{i}_{qs}) \quad (3.1.29)$$

$$\frac{d\hat{i}_{qs}}{dt} = -\omega_e \hat{i}_{ds} + \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} \right) \hat{i}_{qs} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \hat{\psi}_{dr} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \hat{\psi}_{qr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s} + g_2 (i_{ds} - \hat{i}_{ds}) + g_1 (i_{qs} - \hat{i}_{qs}) \quad (3.1.30)$$

$$\frac{d\hat{\psi}_{dr}}{dt} = \frac{1}{\tau} L_m \hat{i}_{ds} - \frac{1}{\tau} \hat{\psi}_{dr} + (\omega_e - \omega_o) \hat{\psi}_{qr} + g_3 (i_{ds} - \hat{i}_{ds}) - g_4 (i_{qs} - \hat{i}_{qs}) \quad (3.1.31)$$

$$\frac{d\hat{\psi}_{qr}}{dt} = \frac{1}{\tau} L_m \hat{i}_{qs} - \frac{1}{\tau} \hat{\psi}_{qr} - (\omega_e - \omega_o) \hat{\psi}_{dr} + g_4 (i_{ds} - \hat{i}_{ds}) + g_3 (i_{qs} - \hat{i}_{qs}) \quad (3.1.32)$$

atau

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_{ds} \\ \hat{i}_{qs} \\ \hat{\psi}_{dr} \\ \hat{\psi}_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} & \omega_e & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \\ -\omega_e & -\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} & -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \\ \frac{1}{\tau} L_m & 0 & -\frac{1}{\tau} & (\omega_e - \omega_o) \\ 0 & \frac{1}{\tau} L_m & -(\omega_e - \omega_o) & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_{ds} \\ \hat{i}_{qs} \\ \hat{\psi}_{dr} \\ \hat{\psi}_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 & -g_2 \\ g_2 & g_1 \\ g_3 & -g_4 \\ g_4 & g_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} - \hat{i}_{ds} \\ i_{qs} - \hat{i}_{qs} \end{bmatrix} \quad (3.1.33)$$

3.1.2 Estimasi Kecepatan

Teorema kestabilan Lyapunov menyatakan bahwa jika dipilih fungsi $V(x)$ yang *positive definite* dalam region U di sekitar titik keseimbangan ($V(x) > 0$ dan $V(0) = 0$) sebagai *Lyapunov function candidate*, maka fungsi V tersebut merupakan *Lyapunov function* jika $\dot{V}(x)$ adalah *negative semidefinite* pada U ($\dot{V}(x) \leq 0$), dan adanya *Lyapunov function* ini cukup untuk membuktikan **stabilitas** dalam region U

Persamaan *state space* untuk model motor adalah:

$$\frac{d}{dt} x = Ax + Bu \quad (3.1.34)$$

Sedangkan *state space* untuk model observer adalah

$$\frac{d}{dt} \hat{x} = \hat{A}\hat{x} + Bu + G(Cx - C\hat{x}) \quad (3.1.35)$$

Estimasi *error* keadaan dapat ditulis sebagai:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} e &= Ax + Bu - \hat{A}\hat{x} - Bu - G(Cx - C\hat{x}) \\ \frac{d}{dt} e &= Ax + Bu - \hat{A}\hat{x} - Bu - GCx + GC\hat{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}e &= (A - GC)x - \hat{A}\hat{x} + GC\hat{x} + A\hat{x} - A\hat{x} \\
\frac{d}{dt}e &= (A - GC)x - (A - GC)\hat{x} - (\hat{A} - A)\hat{x} \\
\frac{d}{dt}e &= (A - GC)e - \Delta A\hat{x}
\end{aligned} \tag{3.1.36}$$

Dengan :

$$\begin{aligned}
e &= x - \hat{x} \\
\Delta A &= \hat{A} - A
\end{aligned}$$

Nilai dari ΔA yaitu:

$$\Delta A = \begin{bmatrix} \frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} & \omega_e & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \hat{\omega}_o \\ -\omega_e & -\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} & -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \hat{\omega}_o & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \\ \frac{1}{\tau} L_m & 0 & -\frac{1}{\tau} & (\omega_e - \hat{\omega}_o) \\ 0 & \frac{1}{\tau} L_m & -(\omega_e - \hat{\omega}_o) & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} & \omega_e & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \\ -\omega_e & -\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} & -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \\ \frac{1}{\tau} L_m & 0 & -\frac{1}{\tau} & (\omega_e - \omega_o) \\ 0 & \frac{1}{\tau} L_m & -(\omega_e - \omega_o) & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix}$$

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} (\hat{\omega}_o - \omega_o) \\ 0 & 0 & -(\hat{\omega}_o - \omega_o) \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\hat{\omega}_o - \omega_o) \\ 0 & 0 & (\hat{\omega}_o - \omega_o) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Delta\omega_o/k \\ 0 & 0 & -\Delta\omega_o/k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Delta\omega_o \\ 0 & 0 & \Delta\omega_o & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\omega_o J/k \\ 0 & \Delta\omega_o J \end{bmatrix} \tag{3.1.37}$$

Dengan $k = \frac{\sigma L_s L_r}{L_m}$ dan $J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Mendefinisikan Lyapunov *function candidate* [11]

$$V = e^T e + (\hat{\omega}_o - \omega_o)^2 / \delta \tag{3.1.38}$$

Dimana δ adalah konstanta positif. Turunan waktu dari V adalah:

$$\frac{d}{dt}V = \frac{d}{dt}(e^T e) + \frac{d}{dt}[(\hat{\omega}_o - \omega_o)^2 / \delta]$$

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \frac{d}{dt}(e^T)e + e^T \frac{d}{dt}(e) + \frac{2(\hat{\omega}_o - \omega_o)}{\delta} \frac{d}{dt} \hat{\omega}_o \\
\dot{V} &= \frac{d}{dt}(e^T)e + e^T \frac{d}{dt}(e) + \frac{2\Delta\omega_o}{\delta} \frac{d}{dt} \hat{\omega}_o \\
\dot{V} &= [(A - GC)e - \Delta A \hat{x}]^T e + e^T [(A - GC)e - \Delta A \hat{x}] + \frac{2\Delta\omega_o}{\delta} \frac{d}{dt} \hat{\omega}_o \\
\dot{V} &= [(A - GC)e]^T e - (\Delta A \hat{x})^T e + e^T (A - GC)e - e^T \Delta A \hat{x} + \frac{2\Delta\omega_o}{\delta} \frac{d}{dt} \hat{\omega}_o \\
\dot{V} &= e^T [(A - GC)]^T e - \hat{x}^T \Delta A^T e + e^T (A - GC)e - e^T \Delta A \hat{x} + \frac{2\Delta\omega_o}{\delta} \frac{d}{dt} \hat{\omega}_o \\
\dot{V} &= e^T [(A - GC)^T + (A - GC)]e - (\hat{x}^T \Delta A^T e + e^T \Delta A \hat{x}) + \frac{2\Delta\omega_o}{\delta} \frac{d}{dt} \hat{\omega}_o \quad (3.1.39)
\end{aligned}$$

$\hat{x}^T \Delta A^T e + e^T \Delta A \hat{x}$ dapat dituliskan kembali menjadi:

$$\begin{aligned}
\hat{x}^T \Delta A^T e + e^T \Delta A \hat{x} &= \hat{x}^T \Delta A^T (x - \hat{x}) + (x - \hat{x})^T \Delta A \hat{x} \\
&= \hat{x}^T \Delta A^T x - \hat{x}^T \Delta A^T \hat{x} + x^T \Delta A \hat{x} - \hat{x}^T \Delta A \hat{x}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\hat{x}^T \Delta A^T x - \hat{x}^T \Delta A^T \hat{x} + x^T \Delta A \hat{x} - \hat{x}^T \Delta A \hat{x} \\
&= \begin{bmatrix} \hat{i}_s^e & \hat{\psi}_r^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\Delta\omega_o J/k & \Delta\omega_o J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}_s^e \\ \vec{\psi}_r^e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{i}_s^e & \hat{\psi}_r^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\Delta\omega_o J/k & \Delta\omega_o J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_s^e \\ \hat{\psi}_r^e \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} \vec{i}_s^e & \vec{\psi}_r^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\omega_o J/k \\ 0 & \Delta\omega_o J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_s^e \\ \hat{\psi}_r^e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \vec{i}_s^e & \vec{\psi}_r^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\omega_o J/k \\ 0 & \Delta\omega_o J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}_s^e \\ \vec{\psi}_r^e \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \hat{i}_s^e & \hat{\psi}_r^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -\Delta\omega_o \vec{i}_s^e J/k + \Delta\omega_o \vec{\psi}_r^e J \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{i}_s^e & \hat{\psi}_r^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -\Delta\omega_o \hat{i}_s^e J/k + \Delta\omega_o \hat{\psi}_r^e J \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} \vec{i}_s^e & \vec{\psi}_r^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta\omega_o \hat{\psi}_r^e J/k \\ \Delta\omega_o \hat{\psi}_r^e J \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \vec{i}_s^e & \vec{\psi}_r^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta\omega_o \vec{\psi}_r^e J/k \\ \Delta\omega_o \vec{\psi}_r^e J \end{bmatrix} \\
&= -\frac{\Delta\omega_o \vec{i}_s^e \hat{\psi}_r^e}{k} + \Delta\omega_o J \vec{\psi}_r^e \hat{\psi}_r^e + \frac{\Delta\omega_o \hat{i}_s^e \vec{\psi}_r^e}{k} - \Delta\omega_o J \hat{\psi}_r^e e^2 \\
&\quad - \frac{\Delta\omega_o \vec{i}_s^e \hat{\psi}_r^e}{k} + \Delta\omega_o \vec{\psi}_r^e \hat{\psi}_r^e J + \frac{\Delta\omega_o \hat{i}_s^e \vec{\psi}_r^e}{k} - \Delta\omega_o J \hat{\psi}_r^e e^2 \\
&= 2 \left[-\frac{\Delta\omega_o \vec{i}_s^e \hat{\psi}_r^e}{k} + \Delta\omega_o J \vec{\psi}_r^e \hat{\psi}_r^e + \frac{\Delta\omega_o \hat{i}_s^e \vec{\psi}_r^e}{k} - \Delta\omega_o J \hat{\psi}_r^e e^2 \right] \quad (3.1.40)
\end{aligned}$$

Dan dengan mengasumsikan bahwa $\vec{\psi}_r \approx \hat{\psi}_r$, maka:

$$\begin{aligned}
 \hat{x}^T \Delta A^T e + e^T \Delta A \hat{x} &= 2 \left(-\frac{\Delta \omega_o \vec{J} \vec{i}_s^e \hat{\psi}_r^e}{k} + \frac{\Delta \omega_o \hat{J} \vec{i}_s^e \hat{\psi}_r^e}{k} \right) \\
 &= 2 \left(-\frac{\Delta \omega_o J}{k} \hat{\psi}_r^e \right) \left(\vec{i}_s^e - \hat{\vec{i}}_s^e \right) \\
 &= 2 \left[\begin{array}{cc} 0 & \Delta \omega_o / k \\ -\Delta \omega_o / k & 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \hat{\psi}_{rd} \\ \hat{\psi}_{rq} \end{array} \right]^T \left[\begin{array}{c} e_{isd} \\ e_{isq} \end{array} \right] \\
 &= 2 \frac{\Delta \omega_o}{k} \left(\hat{\psi}_{qr} e_{ids} - \hat{\psi}_{dr} e_{iqs} \right)
 \end{aligned} \tag{3.1.41}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= e^T \left[(A - GC)^T + (A - GC) \right] e \\
 &\quad - 2 \frac{\Delta \omega_o}{k} \left(\hat{\psi}_{qr} e_{ids} - \hat{\psi}_{dr} e_{iqs} \right) \\
 &\quad + \frac{2 \Delta \omega_o}{\delta} \frac{d}{dt} \hat{\omega}_o
 \end{aligned} \tag{3.1.42}$$

Kesalahan dinamik dari observer akan stabil jika turunan V *semidefinite negative*. Nilai matrik gain G bernilai *semidefinit negatif*, jadi turunan V akan *semidefinite negative* jika baris suku kedua dan ketiga dari persamaan di atas bernilai nol, sebagai berikut [12]:

$$\begin{aligned}
 0 &= -2 \frac{\Delta \omega_o}{k} \left(\hat{\psi}_{qr} e_{ids} - \hat{\psi}_{dr} e_{iqs} \right) + \frac{2 \Delta \omega_o}{\delta} \frac{d}{dt} \hat{\omega}_o \\
 2 \frac{\Delta \omega_o}{k} \left(\hat{\psi}_{qr} e_{ids} - \hat{\psi}_{dr} e_{iqs} \right) &= \frac{2 \Delta \omega_o}{\delta} \frac{d}{dt} \hat{\omega}_o \\
 \frac{d}{dt} \hat{\omega}_o &= \frac{\delta}{k} \left(\hat{\psi}_{qr} e_{ids} - \hat{\psi}_{dr} e_{iqs} \right)
 \end{aligned} \tag{3.1.43}$$

Dengan $K_i = \delta/k$ adalah gain integral. Persamaan estimasi kecepatan:

$$\hat{\omega}_o = K_i \int \left(\hat{\psi}_{qr} e_{ids} - \hat{\psi}_{dr} e_{iqs} \right) dt \tag{3.1.44}$$

Dan dengan ditambah kontroler proporsional, maka:

$$\hat{\omega}_o = K_p \left(\hat{\psi}_{qr} e_{ids} - \hat{\psi}_{dr} e_{iqs} \right) + K_i \int \left(\hat{\psi}_{qr} e_{ids} - \hat{\psi}_{dr} e_{iqs} \right) dt \tag{3.1.45}$$

Dengan:

$\hat{\omega}_o$ = estimasi kecepatan angular rotor

$e_{i_{ds}}$ = error arus stator sumbu d (A)

$e_{i_{qs}}$ = error arus stator sumbu q (A)

K_i = Konstanta gain integral

K_p = Konstanta gain proporsional

$\hat{\psi}_{dr}$ = Estimasi fluks rotor sumbu d (Wb)

$\hat{\psi}_{qr}$ = Estimasi fluks rotor sumbu q (Wb)

3.2 Filter Kalman

Sensorless vector control dari sebuah *induction motor drive* pada dasarnya mempunyai arti pengendali vektor tanpa menggunakan sensor kecepatan. *Sensorless vector control* sangat cocok digunakan jika dipandang dari sudut pandang kehandalan peralatan, efektivitas harga dan perawatannya. *full order observer* yang telah diturunkan sebelumnya mempunyai kelemahan, dimana observer tersebut dapat mengestimasi semua variabel keadaan namun sensitif terhadap derau-derau yang muncul dalam pengukuran arus, tegangan dan kecepatan, sehingga membutuhkan filter untuk membuang sinyal-sinyal derau ini [13].

Filter Kalman digunakan untuk mengestimasi variabel keadaan motor dengan hanya menggunakan hasil pengukuran tegangan dan arus stator. Selama prosedur estimasi, sinyal-sinyal ini tidak difilter, dan keakurasian estimasi kecepatan bergantung pada variasi parameter motor dan keakurasian tegangan dan arus yang diukur.

3.2.1 Model Motor untuk Aplikasi Filter Kalman

Model motor yang digunakan untuk penggunaan filter Kalman adalah model motor induksi dalam kerangka referensi stator, yaitu

$$\frac{d}{dt} i_{cs} = \frac{1}{\sigma L_s} v_{cs} + \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} \right) i_{cs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \psi_{cr} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \psi_{\beta r} \quad (3.2.1)$$

$$\frac{d}{dt} i_{\beta s} = \frac{1}{\sigma L_s} v_{\beta s} + \left(-\frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} \right) i_{\beta s} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o \psi_{cr} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} \psi_{\beta r} \quad (3.2.2)$$

$$\frac{d\psi_{cr}}{dt} = \frac{R_r}{L_r} L_m i_{cs} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{cr} - \omega_o \psi_{\beta r} \quad (3.2.3)$$

$$\frac{d\psi_{\beta r}}{dt} = \frac{R_r}{L_r} L_m i_{\beta s} + \omega_o \psi_{cr} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{\beta r} \quad (3.2.4)$$

Dengan memasukkan variabel kecepatan rotor sebagai *state* (sehingga diperoleh persamaan model motor induksi yang diperluas), maka bentuk persamaan model dinamik motor induksi dalam kerangka referensi stator adalah:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{cs} \\ i_{\beta s} \\ \psi_{cr} \\ \psi_{\beta r} \\ \omega_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} & 0 & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o & 0 \\ 0 & \frac{R_s}{\sigma L_s} - \frac{L_m^2}{\sigma L_s L_r \tau} & -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_o & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau} & 0 \\ \frac{1}{\tau} L_m & 0 & -\frac{1}{\tau} & -\omega_o & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau} L_m & \omega_o & -\frac{1}{\tau} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{cs} \\ i_{\beta s} \\ \psi_{cr} \\ \psi_{\beta r} \\ \omega_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{cs} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (3.2.5)$$

$$\begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{cs} \\ i_{\beta s} \\ \psi_{cr} \\ \psi_{\beta r} \\ \omega_o \end{bmatrix} \quad (3.2.6)$$

atau [14][15]

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{cs} \\ i_{\beta s} \\ \psi_{cr} \\ \psi_{\beta r} \\ \omega_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_R}{K_L} & 0 & \frac{L_m R_r}{L_r^2 K_L} & \frac{L_m \omega_o}{L_r K_L} & 0 \\ 0 & -\frac{K_R}{K_L} & -\frac{L_m \omega_o}{L_r K_L} & \frac{L_m R_r}{L_r^2 K_L} & 0 \\ \frac{1}{\tau} L_m & 0 & -\frac{1}{\tau} & -\omega_o & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau} L_m & \omega_o & -\frac{1}{\tau} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{cs} \\ i_{\beta s} \\ \psi_{cr} \\ \psi_{\beta r} \\ \omega_o \end{bmatrix} + \frac{1}{K_L} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{cs} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (3.2.7)$$

$$\begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ \psi_{\alpha r} \\ \psi_{\beta r} \\ \omega_o \end{bmatrix} \quad (3.2.8)$$

dengan:

$$K_R = R_s + \frac{L_m^2 R_r}{L_r^2}$$

$$K_L = \sigma L_s = \left(1 - \frac{L_m^2}{L_r L_s}\right) L_s$$

$$\tau = \frac{L_r}{R_r}$$

Perlu diperhatikan bahwa pada persamaan (3.2.7), diasumsikan bahwa turunan kecepatan rotor diabaikan, $d\omega_o/dt = 0$ (percepatan sama dengan nol). Meskipun baris terakhir dari matrix A [5x5] pada persamaan (3.2.7) mengimplikasikan adanya inersia yang tidak terbatas, namun pada kenyataannya tidaklah demikian dan oleh karenanya koreksi yang dibutuhkan diselesaikan oleh filter Kalman (dengan kompensasi derau sistem, yang juga memperhitungkan ketidakakuratan perhitungan) [14]. Bentuk yang lebih ringkas dari persamaan (3.2.7) dan (3.2.8) dapat dinyatakan sebagai [14]:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \quad (3.2.9)$$

$$y = Cx \quad (3.2.10)$$

dimana:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{K_R}{K_L} & 0 & \frac{L_m R_r}{L_r^2 K_L} & \frac{L_m \omega_o}{L_r K_L} & 0 \\ 0 & -\frac{K_R}{K_L} & -\frac{L_m \omega_o}{L_r K_L} & \frac{L_m R_r}{L_r^2 K_L} & 0 \\ \frac{1}{\tau} L_m & 0 & -\frac{1}{\tau} & -\omega_o & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau} L_m & \omega_o & -\frac{1}{\tau} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B = \frac{1}{K_L} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dan

$$x = \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ \psi_{\alpha r} \\ \psi_{\beta r} \\ \omega_o \end{bmatrix}; \quad u = \begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix}$$

3.2.2 Diskritisasi Model [15]

Persamaan motor (3.2.9) dan (3.2.10) akan didiskritisasi untuk implementasi digital dari filter Kalman sebagai berikut:

$$\dot{x}_n = A_n x_n + B_n u_n \quad (3.2.11)$$

$$y = C_n x_n \quad (3.2.12)$$

Matriks A_d dan B_d pada persamaan (3.2.11) adalah matriks sistem dan input yang didiskritisasi dengan menggunakan deret maclaurin (dalam hal ini dibatasi sampai dengan **orde satu**), dengan waktu cuplik sebesar T yaitu:

$$A_n = e^{AT} \approx I + AT \quad (3.2.13)$$

$$B_n = \int_0^T e^{A\xi} B d\xi \approx BT \quad (3.2.14)$$

$$C_n = C \quad (3.2.15)$$

dengan:

$$A_n = \begin{bmatrix} 1 - T \frac{K_R}{K_L} & 0 & T \frac{L_m R_r}{L_r^2 K_L} & T \frac{L_m \omega_o}{L_r K_L} & 0 \\ 0 & 1 - T \frac{K_R}{K_L} & -T \frac{L_m \omega_o}{L_r K_L} & T \frac{L_m R_r}{L_r^2 K_L} & 0 \\ T \frac{1}{\tau} L_m & 0 & 1 - T \frac{1}{\tau} & -T \omega_o & 0 \\ 0 & T \frac{1}{\tau} L_m & T \omega_o & 1 - T \frac{1}{\tau} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_n = \frac{1}{K_L} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad C_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$x_n = \begin{bmatrix} i_{\alpha s}^{(n)} \\ i_{\beta s}^{(n)} \\ \psi_{\alpha r}^{(n)} \\ \psi_{\beta r}^{(n)} \\ \omega_o^{(n)} \end{bmatrix}; \quad u_n = \begin{bmatrix} v_{\alpha s}^{(n)} \\ v_{\beta s}^{(n)} \end{bmatrix}$$

Dengan mempertimbangkan derau yang muncul pada sistem dan pada saat pengukuran, maka persamaan (3.2.11) dan (3.2.12) dapat dituliskan kembali sebagai berikut [15]:

$$\dot{x}_n = A_n x_n + B_n u_n + G(t)w(t) \quad (3.2.16)$$

$$y = C_n x_n + v(t) \quad (3.2.17)$$

dengan $G(t)$ adalah *noise-weight matrix*, $w(t)$ adalah matrik derau dari model keadaan (*system noise*) dan $v(t)$ adalah matrik derau dari model output (*measurement noise*). Matrik kovarian Q dan R dari derau ini didefinisikan sebagai:

$$Q = \text{cov}(w) = E\{ww'\} \quad (3.2.18)$$

$$R = \text{cov}(v) = E\{vv'\} \quad (3.2.19)$$

dimana $E\{\cdot\}$ mendenotasikan nilai ekspektasi [15]

3.2.3 Algoritma Filter Kalman untuk Estimasi Kecepatan Rotor

Bentuk rekursif dari filter Kalman dapat dinyatakan dengan persamaan sistem berikut, dimana semua simbol dalam formulasi menunjukkan matrik atau vektor [15]:

- a. Prediksi Vektor Keadaan

$$x_{n+1} = \phi(n+1, n, x_n, u_n) \quad (3.2.20)$$

dimana

$$\phi(n+1, n, x_n, u_n) = A_n(x_n)x_n + B_n(x_n)u_n \quad (3.2.21)$$

- b. Komputasi Kovarian Prediksi (*Prediction Covariance Computation*)

$$P_{n+1} = \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{x=x_n} P_n \left. \frac{\partial \phi^T}{\partial x} \right|_{x=x_n} + \Gamma_n Q \Gamma_n^T \quad (3.2.22)$$

dimana

$$\Gamma = \int_n^{n+1} \phi(t_{n+1}, \tau) G(\tau) d\tau \quad (3.2.23)$$

dan nilai inisial dari P_{nn} adalah matrik konstanta.

c. Komputasi Gain Kalman

$$K_n = P_{nn-1} \left. \frac{\partial H^T}{\partial x} \right|_{x=x_{nn-1}} \left(\left. \frac{\partial H}{\partial x} \right|_{x=x_{nn-1}} P_{nn-1} \left. \frac{\partial H^T}{\partial x} \right|_{x=x_{nn-1}} + R \right)^{-1} \quad (3.2.24)$$

dimana

$$H(x_{nn-1}, n) = C_n(x_{nn-1})x_{nn-1} \quad (3.2.25)$$

d. Estimasi Vektor Keadaan

$$x_{nn} = x_{nn-1} + K_n(y_n - H(x_{nn-1}, k)) \quad (3.3.26)$$

e. Komputasi Kovarian Estimasi (*Estimation Covariance Computation*)

$$P_{nn} = P_{nn-1} - K_n \left. \frac{\partial H}{\partial x} \right|_{x=x_{nn-1}} P_{nn-1} \quad (3.2.27)$$

Dengan menggunakan persamaan (3.2.16), (3.2.17), (3.2.21), dan (3.2.25), matriks Φ , H , $\partial\phi/\partial x$ dan $\partial H/\partial x$ diperoleh sebagai berikut:

$$\phi = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{K_R}{K_L} T\right) i_{as}^{(n)} + \frac{L_m R_r}{L_r^2 K_L} T \psi_{cr}^{(n)} + \frac{L_m \omega_o}{L_r K_L} T \psi_{\beta r}^{(n)} + \frac{T}{K_L} v_{as}^{(n)} \\ \left(1 - \frac{K_R}{K_L} T\right) i_{\beta s}^{(n)} - \frac{L_m \omega_o}{L_r K_L} T \psi_{cr}^{(n)} + \frac{L_m R_r}{L_r^2 K_L} T \psi_{\beta r}^{(n)} + \frac{T}{K_L} v_{\beta s}^{(n)} \\ T \frac{1}{\tau} L_m i_{as}^{(n)} + \left(1 - T \frac{1}{\tau}\right) \psi_{cr}^{(n)} - T \omega_o \psi_{\beta r}^{(n)} \\ T \frac{1}{\tau} L_m i_{\beta s}^{(n)} + T \omega_o \psi_{cr}^{(n)} + \left(1 - T \frac{1}{\tau}\right) \psi_{\beta r}^{(n)} \\ \omega_o^{(n)} \end{bmatrix} \quad (3.2.28)$$

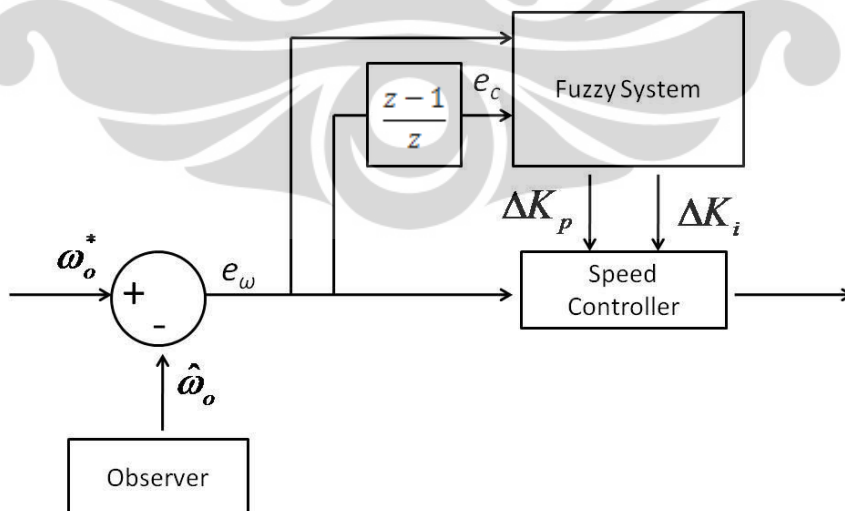
$$H = C_n x_n = \begin{bmatrix} i_{as}^{(n)} \\ i_{\beta s}^{(n)} \end{bmatrix} \quad (3.2.29)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{K_R T}{K_L} & 0 & \frac{L_m R_r T}{L_r^2 K_L} & \frac{L_m \omega_o T}{L_r K_L} & \frac{L_m T \psi_{\beta r}^{(n)}}{L_r K_L} \\ 0 & 1 - \frac{K_R T}{K_L} & -\frac{L_m \omega_o T}{L_r K_L} & \frac{L_m R_r T}{L_r^2 K_L} & -\frac{L_m T \psi_{\alpha r}^{(n)}}{L_r K_L} \\ T \frac{1}{\tau} L_m & 0 & 1 - T \frac{1}{\tau} & -T \omega_o & -T \psi_{\beta r}^{(n)} \\ 0 & T \frac{1}{\tau} L_m & T \omega_o & 1 - T \frac{1}{\tau} & T \psi_{\alpha r}^{(n)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2.30)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.31)$$

3.3 Penalaan Konstanta Proporsional dan Integral Pengendali Kecepatan dengan Logika Fuzzy

Dalam bagian ini, logika fuzzy digunakan untuk menala konstanta proporsional dan integral dari pengendali kecepatan. Penalaan dengan menggunakan logika fuzzy ini dilakukan dengan mengambil *error* dan perubahan *error* dari kecepatan putar motor sebagai input dan dengan keluaran berupa ΔK_p dan ΔK_i yang kemudian ditambahkan pada nilai K_p dan nilai K_i inisial yang telah diatur sebelumnya pada pengendali kecepatan. Secara ringkas, penggunaan logika fuzzy untuk menala konstanta proporsional dan integral dapat dilihat pada Gambar 3.2 berikut



Gambar 3.2 Struktur Penalaan K_p dan K_i dengan Logika Fuzzy

Logika fuzzy yang digunakan pada skripsi ini menggunakan metode Mamdani dengan menggunakan operasi logika fuzzy AND dan dengan metode defuzzifikasi *center of area*.

3.3.1 Pendefinisian Variabel Fuzzy dan Semesta Pembicaraan

Model fuzzy yang ada didefinisikan untuk menentukan variabel fuzzy, yaitu e_ω (*error*), e_c (laju perubahan *error*), ΔK_p (konstanta proporsional) dan ΔK_i (konstanta integral) dan semesta pembicaraan dari variabel fuzzy tersebut. Pendefinisian ini dapat dilihat pada Tabel 3.1 berikut:

Tabel 3.1 Variabel Fuzzy dan Semesta Pembicaraan

Fungsi	Variabel	Semesta Pembicaraan
Input	e_ω	$[-\infty \infty]$
	e_c	$[-0.01 \ 0.01]$
Output	ΔK_p	$[-0.05 \ 1.5]$
	ΔK_i	$[0 \ 0.3]$

3.3.2 Pendefinisian Himpunan Fuzzy dan Domain

Himpunan fuzzy dan domain dari variabel fuzzy yang digunakan dapat dilihat pada Tabel 3.2 berikut:

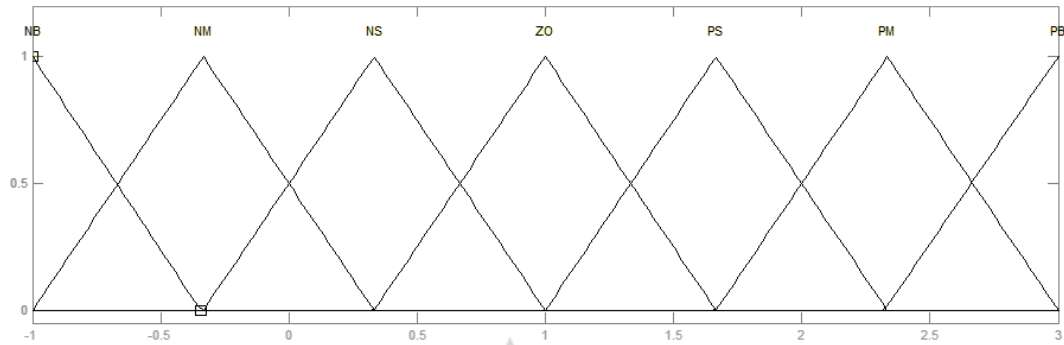
Tabel 3.2 Himpunan Fuzzy dan Domain

Variabel Fuzzy	Himpunan Fuzzy	Domain
e_ω	Negative Big (NB)	$[-\infty \ -0.344]$
	Negative Medium (NM)	$[-1 \ -0.332]$
	Negative Small (NS)	$[-0.3336 \ 1]$
	Zero (ZO)	$[0.332 \ 1.67]$
	Positive Small (PS)	$[1 \ 2.333]$
	Positive Medium (PM)	$[1.665 \ 3]$
	Positive Big (PB)	$[2.322 \ \infty]$
e_c	Negative Big (NB)	$[-0.01 \ -0.006668]$
	Negative Medium (NM)	$[-0.01 \ -0.003334]$

e_c	Negative Small (NS)	[-0.006668 0]
	Zero (ZO)	[-0.003334 0.00333]
	Positive Small (PS)	[0 0.00667]
	Positive Medium (PM)	[0.00333 0.01]
	Positive Big (PB)	[0.00667 0.01]
ΔK_p	Negative Big (NB)	[-0.05 0.2073]
	Negative Medium (NM)	[-0.05 0.4677]
	Negative Small (NS)	[0.2073 0.725]
	Zero (ZO)	[0.4677 0.9821]
	Positive Small (PS)	[0.725 1.243]
	Positive Medium (PM)	[0.9821 1.5]
	Positive Big (PB)	[1.243 1.5]
ΔK_i	Negative Big (NB)	[0 0.05]
	Negative Medium (NM)	[0 0.1]
	Negative Small (NS)	[0.05 0.15]
	Zero (ZO)	[0.1 0.2]
	Positive Small (PS)	[0.15 0.25]
	Positive Medium (PM)	[0.2 0.3]
	Positive Big (PB)	[0.25 0.3]

3.3.3 Pendefinisian Fungsi Keanggotaan

Fungsi keanggotaan untuk semua variabel fuzzy (kecuali untuk e_o) dalam hal ini didefinisikan dengan menggunakan pendekatan fungsi linear untuk himpunan fuzzy NB dan PB dan fungsi segitiga untuk himpunan fuzzy NM, NS, ZO, PS, dan PM. Pada Gambar 3.3 sampai Gambar 3.6 di bagian ini menunjukkan hasil pendefinisian fungsi keanggotaan himpunan fuzzy untuk semua variabel fuzzy.



Gambar 3.3 Fungsi Keanggotaan e_ω

Berdasarkan fungsi keanggotaannya, maka batasan untuk setiap himpunan fuzzy dari variabel fuzzy e_ω adalah sebagai berikut:

$$\mu_{e_\omega NB} = \begin{cases} 1 & \rightarrow -\infty \leq x \leq -1 \\ (-0.344 - x)/(0.656) & \rightarrow -1 < x \leq -0.344 \\ 0 & \rightarrow x \geq -0.344 \end{cases} \quad (3.3.1)$$

$$\mu_{e_\omega NM} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq -1, x \geq 0.332 \\ (x + 1)/(0.6664) & \rightarrow -1 < x \leq -0.3336 \\ (0.332 - x)/(0.6656) & \rightarrow -0.3336 < x \leq 0.332 \end{cases} \quad (3.3.2)$$

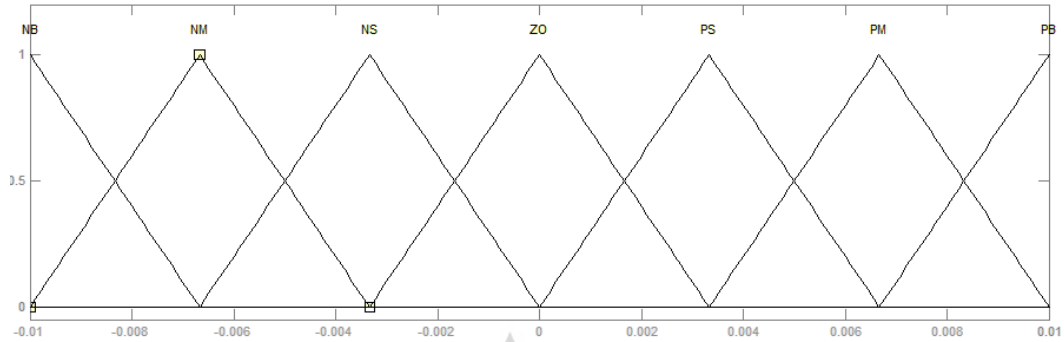
$$\mu_{e_\omega NS} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq -0.3336, x \geq 1 \\ (x + 0.3336)/(0.6656) & \rightarrow -0.3336 < x \leq 0.332 \\ (1 - x)/(0.668) & \rightarrow 0.332 < x \leq 1 \end{cases} \quad (3.3.3)$$

$$\mu_{e_\omega ZO} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 0.332, x \geq 1.665 \\ (x - 0.332)/(0.668) & \rightarrow 0.332 < x \leq 1 \\ (1.665 - x)/(0.665) & \rightarrow 1 < x \leq 1.665 \end{cases} \quad (3.3.4)$$

$$\mu_{e_\omega PS} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 1, x \geq 2.333 \\ (x - 1)/(0.665) & \rightarrow 1 < x \leq 1.665 \\ (2.333 - x)/(0.668) & \rightarrow 1.665 < x \leq 2.333 \end{cases} \quad (3.3.5)$$

$$\mu_{e_\omega PM} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 1.665, x \geq 3 \\ (x - 1.665)/(0.668) & \rightarrow 1.665 < x \leq 2.333 \\ (3 - x)/(0.667) & \rightarrow 2.333 < x \leq 3 \end{cases} \quad (3.3.6)$$

$$\mu_{e_\omega PB} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 2.333 \\ (x - 2.333)/(0.667) & \rightarrow 2.333 < x \leq 3 \\ 1 & \rightarrow 3 < x \leq \infty \end{cases} \quad (3.3.7)$$

Gambar 3.4 Fungsi Keanggotaan e_c

Berdasarkan fungsi keanggotaannya, maka batasan untuk setiap himpunan fuzzy dari variabel fuzzy e_c adalah sebagai berikut:

$$\mu_{e_c} NB = \begin{cases} (-0.006668 - x)/(0.003332) & \rightarrow -0.01 \leq x \leq -0.006668 \\ 0 & \rightarrow x \geq -0.006668 \end{cases} \quad (3.3.8)$$

$$\mu_{e_c} NM = \begin{cases} (x + 0.01)/(0.003332) & \rightarrow -0.01 \leq x \leq -0.006668 \\ (-0.003334 - x)/(0.003334) & \rightarrow -0.006668 < x \leq -0.003334 \\ 0 & \rightarrow x \geq -0.003334 \end{cases} \quad (3.3.9)$$

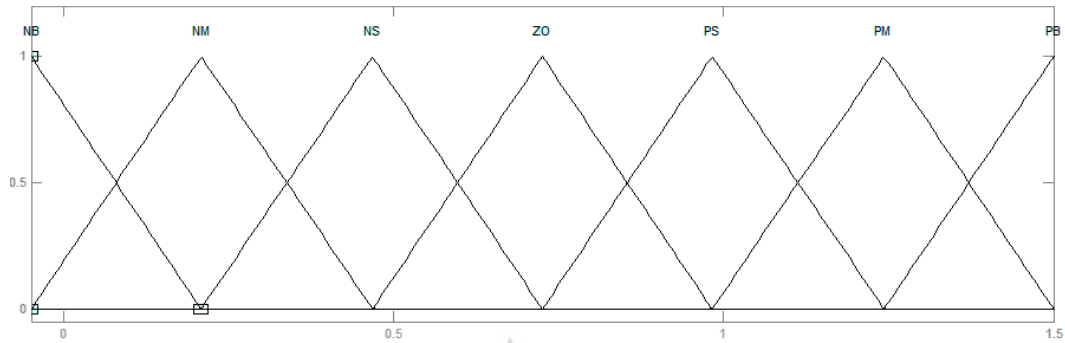
$$\mu_{e_c} NS = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq -0.006668, x \geq 0 \\ (x + 0.006668)/(0.003334) & \rightarrow -0.006668 < x \leq -0.003334 \\ -x/(0.003334) & \rightarrow -0.003334 < x \leq 0 \end{cases} \quad (3.3.10)$$

$$\mu_{e_c} ZO = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq -0.003334, x \geq 0.00333 \\ (x + 0.003334)/(0.003334) & \rightarrow -0.003334 < x \leq 0 \\ (0.00333 - x)/(0.00333) & \rightarrow 0 < x \leq 0.00333 \end{cases} \quad (3.3.11)$$

$$\mu_{e_c} PS = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 0, x \geq 0.00667 \\ x/0.00333 & \rightarrow 0 < x \leq 0.00333 \\ (0.00667 - x)/(0.00334) & \rightarrow 0.00333 < x \leq 0.00667 \end{cases} \quad (3.3.12)$$

$$\mu_{e_c} PM = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 0.00333, x \geq 0.01 \\ (x - 0.00333)/(0.00334) & \rightarrow 0.00333 < x \leq 0.00667 \\ (0.01 - x)/(0.00333) & \rightarrow 0.00667 < x \leq 0.01 \end{cases} \quad (3.3.13)$$

$$\mu_{e_c} PB = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 0.00667 \\ (x - 0.00667)/(0.00333) & \rightarrow 0.00667 < x \leq 0.01 \end{cases} \quad (3.3.14)$$

Gambar 3.5 Fungsi Keanggotaan ΔK_p

Berdasarkan fungsi keanggotaannya, maka batasan untuk setiap himpunan fuzzy dari variabel fuzzy ΔK_p adalah sebagai berikut:

$$\mu_{\Delta K_p NB} = \begin{cases} (0.2073 - x)/0.2573 & \rightarrow -0.05 \leq x \leq 0.2073 \\ 0 & \rightarrow x \geq 0.2073 \end{cases} \quad (3.3.15)$$

$$\mu_{\Delta K_p NM} = \begin{cases} (x + 0.05)/0.2573 & \rightarrow -0.05 \leq x \leq 0.2073 \\ (0.4677 - x)/0.2604 & \rightarrow 0.2073 < x \leq 0.4677 \\ 0 & \rightarrow x \geq 0.4677 \end{cases} \quad (3.3.16)$$

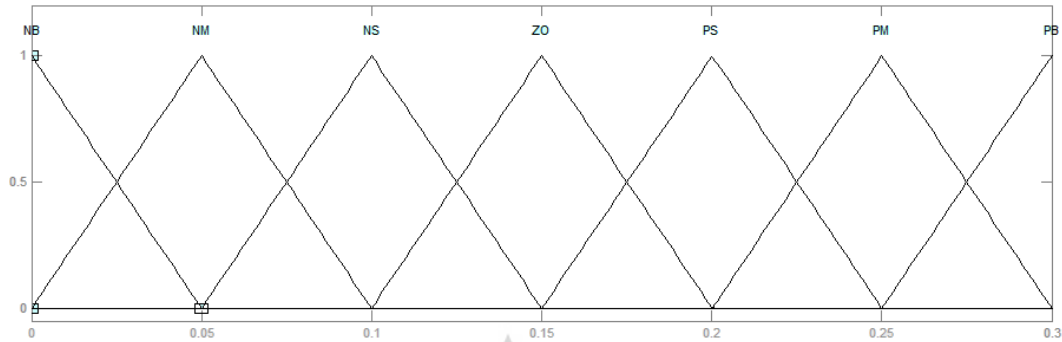
$$\mu_{\Delta K_p NS} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 0.2073, x \geq 0.725 \\ (x - 0.2073)/0.2604 & \rightarrow 0.2073 < x \leq 0.4677 \\ (0.725 - x)/0.2573 & \rightarrow 0.4677 < x \leq 0.725 \end{cases} \quad (3.3.17)$$

$$\mu_{\Delta K_p ZO} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 0.4677, x \geq 0.9821 \\ (x - 0.4677)/0.2573 & \rightarrow 0.4677 < x \leq 0.725 \\ (0.9821 - x)/0.2571 & \rightarrow 0.725 < x \leq 0.9821 \end{cases} \quad (3.3.18)$$

$$\mu_{\Delta K_p PS} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 0.725, x \geq 1.243 \\ (x - 0.725)/0.2571 & \rightarrow 0.725 < x \leq 0.9821 \\ (1.243 - x)/0.2609 & \rightarrow 0.9821 < x \leq 1.243 \end{cases} \quad (3.3.19)$$

$$\mu_{\Delta K_p PM} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 0.9821, x \geq 1.5 \\ (x - 0.9821)/0.2609 & \rightarrow 0.9821 < x \leq 1.243 \\ (1.5 - x)/0.257 & \rightarrow 1.243 \leq x \leq 1.5 \end{cases} \quad (3.3.20)$$

$$\mu_{\Delta K_p PB} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 1.243 \\ (x - 1.243)/0.257 & \rightarrow 1.243 < x \leq 1.5 \end{cases} \quad (3.3.21)$$

Gambar 3.6 Fungsi keanggotaan ΔK_i

Berdasarkan fungsi keanggotaannya, maka batasan untuk setiap himpunan fuzzy dari variabel fuzzy ΔK_i adalah sebagai berikut:

$$\mu_{\Delta K_i NB} = \begin{cases} (0.05 - x)/0.05 & \rightarrow 0 \leq x \leq 0.05 \\ 0 & \rightarrow x \geq 0.05 \end{cases} \quad (3.3.22)$$

$$\mu_{\Delta K_i NM} = \begin{cases} x/0.05 & \rightarrow 0 \leq x \leq 0.05 \\ (0.1 - x)/(0.05) & \rightarrow 0.05 < x \leq 0.1 \\ 0 & \rightarrow x \geq 0.1 \end{cases} \quad (3.3.23)$$

$$\mu_{\Delta K_i NS} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 0.05, x \geq 0.15 \\ (x - 0.05)/(0.05) & \rightarrow 0.05 < x \leq 0.1 \\ (0.15 - x)/(0.05) & \rightarrow 0.1 < x \leq 0.15 \end{cases} \quad (3.3.24)$$

$$\mu_{\Delta K_i ZO} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 0.1, x \geq 0.2 \\ (x - 0.1)/(0.05) & \rightarrow 0.1 < x \leq 0.15 \\ (0.2 - x)/(0.05) & \rightarrow 0.15 < x \leq 0.2 \end{cases} \quad (3.3.25)$$

$$\mu_{\Delta K_i PS} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 0.15, x \geq 0.25 \\ (x - 0.15)/(0.05) & \rightarrow 0.15 < x \leq 0.2 \\ (0.25 - x)/(0.05) & \rightarrow 0.2 < x \leq 0.25 \end{cases} \quad (3.3.26)$$

$$\mu_{\Delta K_i PM} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 0.2, x \geq 0.3 \\ (x - 0.2)/(0.05) & \rightarrow 0.2 < x \leq 0.25 \\ (0.3 - x)/(0.05) & \rightarrow 0.25 < x \leq 0.3 \end{cases} \quad (3.3.27)$$

$$\mu_{\Delta K_i PB} = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq 0.25 \\ (x - 0.25)/(0.05) & \rightarrow 0.25 < x \leq 0.3 \end{cases} \quad (3.3.28)$$

3.3.4 Pendefinisian Aturan Fuzzy

Pada sistem fuzzy yang telah dirancang, kondisi dan hubungan fuzzy yang dinyatakan sebagai “Jika e_ω adalah A dan e_c adalah B , maka ΔK_p adalah C dan ΔK_i adalah D ” digunakan untuk membuat tabel aturan fuzzy sebagai berikut [16]:

Tabel 3.3 Aturan Fuzzy untuk ΔK_p

$e_\omega \backslash e_c$	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NM	NM	NS	ZO	ZO
NM	NB	NB	NM	NS	NS	ZO	ZO
NS	NB	NM	NS	NS	ZO	PS	PS
ZO	NM	NM	NS	ZO	PS	PM	PM
PS	NM	NS	ZO	PS	PS	PM	PB
PM	ZO	ZO	PS	PS	PM	PB	PB
PB	ZO	ZO	PS	PM	PM	PB	PB

Tabel 3.4 Aturan Fuzzy untuk ΔK_i

$e_\omega \backslash e_c$	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PM	PM	PS	ZO	ZO
NM	PB	PB	PM	PS	PS	ZO	NS
NS	PM	PM	PM	PS	ZO	NS	NS
ZO	PM	PM	PS	ZO	NS	NM	NM
PS	PS	PS	ZO	NS	NS	NM	NM
PM	PS	ZO	NS	NM	NM	NM	NB
PB	ZO	ZO	NM	NM	NM	NB	NB

BAB 4

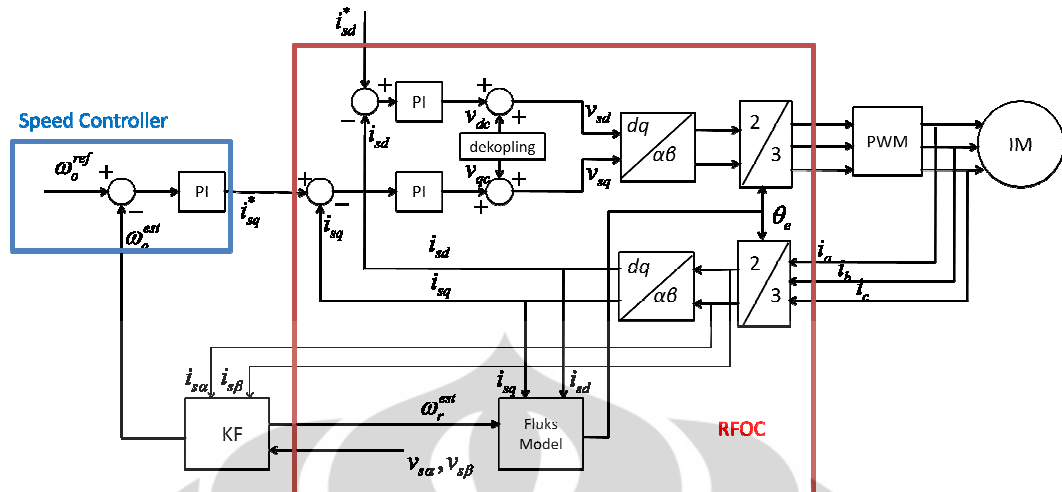
HASIL SIMULASI DAN ANALISIS

Pada bab ini akan disajikan data-data mengenai hasil simulasi berikut analisisnya, dimana unjuk kerja dari filter Kalman dalam mengestimasi kecepatan putar motor induksi akan diuji dengan menggunakan dua pengujian yang berbeda, yaitu simulasi dengan menggunakan torsi beban yang divariasikan dan simulasi dengan menggunakan kecepatan referensi yang divariasikan, dengan kondisi belum ada injeksi derau dan dengan menggunakan waktu cuplik sebesar 10^{-5} detik. Selain itu, pada bab ini juga akan dibandingkan hasil unjuk kerja dari penggunaan *full order observer* dan filter Kalman dengan adanya injeksi derau untuk kedua jenis pengujian tersebut dengan variasi waktu cuplik sebesar 10^{-5} detik dan 10^{-4} detik.

Motor induksi yang digunakan pada simulasi mempunyai parameter-parameter sebagai berikut:

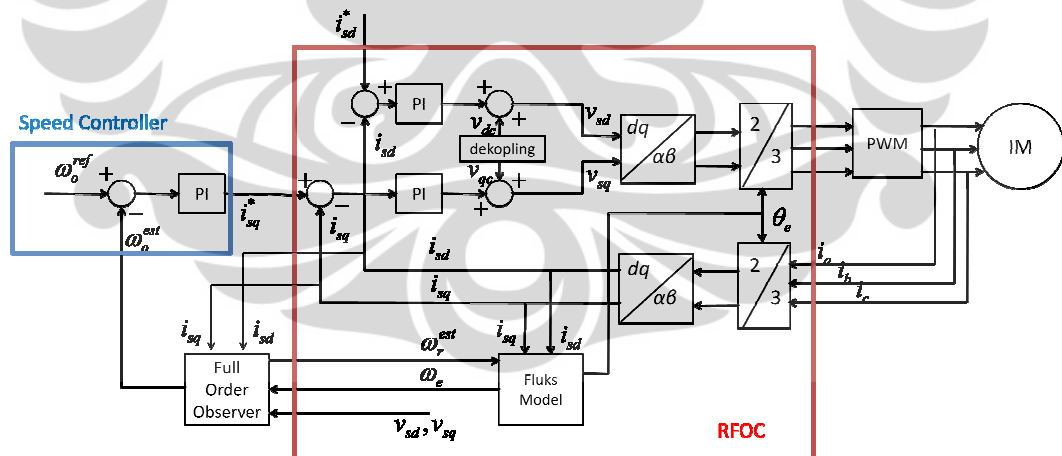
Jumlah kutub	= 4 (2 pasang)
Kecepatan nominal	= 1410 rpm
Resistansi stator (R_s)	= 2,76 Ohm
Resistansi rotor (R_r)	= 2,90 Ohm
Induktansi stator (L_s)	= 234,9 mH
Induktansi rotor (L_r)	= 234,9 mH
Induktansi mutual (L_m)	= 227,9 mH
Konstanta inersia (J)	= 0,0436 Kg.m ²
Koefisien gesek (B)	= 0,0005 N.m.s

Diagram blok yang digunakan untuk merancang simulasi dengan menggunakan algoritma filter Kalman dapat dilihat pada Gambar 4.1, dimana pada diagram blok tersebut terdapat blok IM untuk model motor induksi dalam kerangka referensi stator (sumbu $\alpha\beta$), blok KF untuk algoritma filter Kalman, blok PWM untuk *Pulse Width Modulation*, blok RFOC, dan juga blok pengendali kecepatan.



Gambar 4.1 Diagram Blok Sistem dengan Filter Kalman

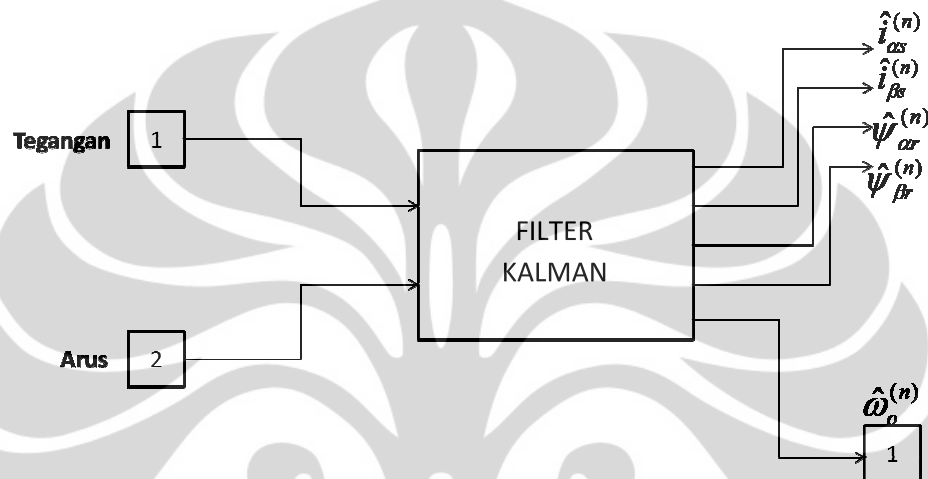
Diagram blok yang digunakan untuk simulasi dengan menggunakan algoritma *full order observer* hampir sama dengan diagram blok sistem dengan filter Kalman. Hanya saja, untuk observer dengan algoritma filter Kalman membutuhkan masukan berupa tegangan dan arus dalam sumbu $\alpha\beta$, sedangkan untuk *full order observer* membutuhkan tegangan dan arus dalam sumbu $d-q$ serta kecepatan sinkron hasil keluaran model fluks (Gambar 4.2)



Gambar 4.2 Diagram Blok Sistem dengan *Full Order Observer*

4.1 Hasil Simulasi dan Analisis Penggunaan Filter Kalman

Simulasi dengan menggunakan algoritma filter Kalman dengan waktu cuplik sebesar 10^{-5} detik ini membutuhkan masukan berupa arus dan tegangan yang dinyatakan dalam sumbu α - β yang berasal dari pengendali dan setelah diolah, akan dapat diketahui besar dari kecepatan putar estimasinya. Gambar 4.3 berikut menunjukkan model dari filter Kalman untuk mengestimasi kecepatan putar rotor [15].



Gambar 4.3 Model Filter Kalman untuk Estimasi Kecepatan

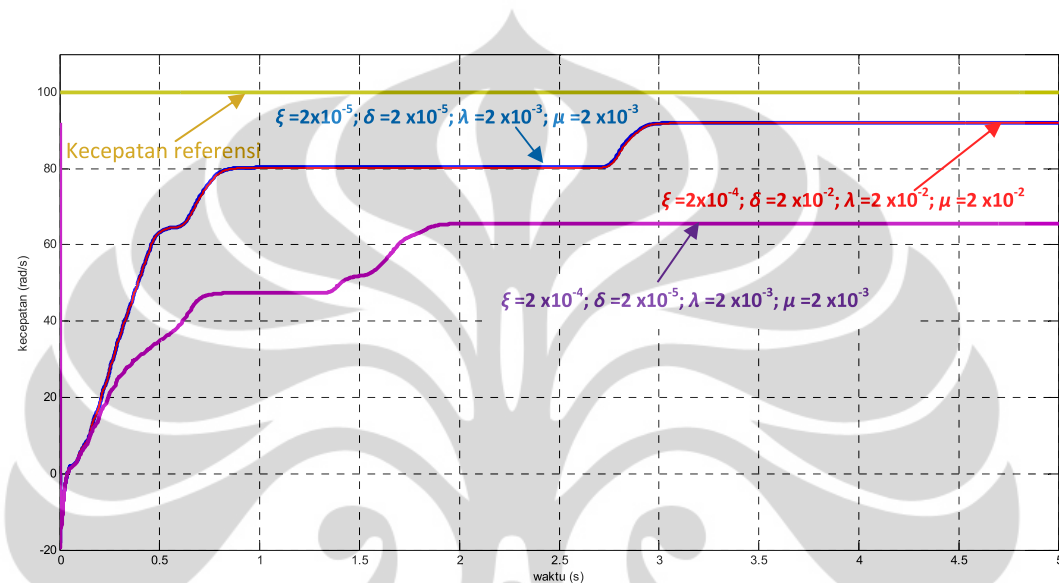
Dalam simulasi, nilai dari *error covariance matrix* P inisial dari filter Kalman diset sebagai matriks identitas, sedangkan *noise covariance matrix* R , Q dan *noise-weight matrix* G dari filter Kalman diasumsikan sebagai berikut [15]:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 10^{-3} & 0 \\ 0 & 10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \xi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \xi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \xi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}$$

4.1.1 Pengaruh *Noise Covariance Matrix Q* dan *Noise-Weight Matrix G*

Pada skripsi ini, nilai ξ , δ , λ , dan μ dari *noise covariance matrix Q* dan *noise-weight matrix G* didapatkan dengan menggunakan metode *trial and error*. Algoritma filter Kalman untuk mengestimasi kecepatan ini sangat sensitif terhadap matrik Q dan G , dan gambaran mengenai hal ini dapat dilihat pada Gambar 4.4 berikut, untuk kecepatan referensi sebesar 100 rad/s



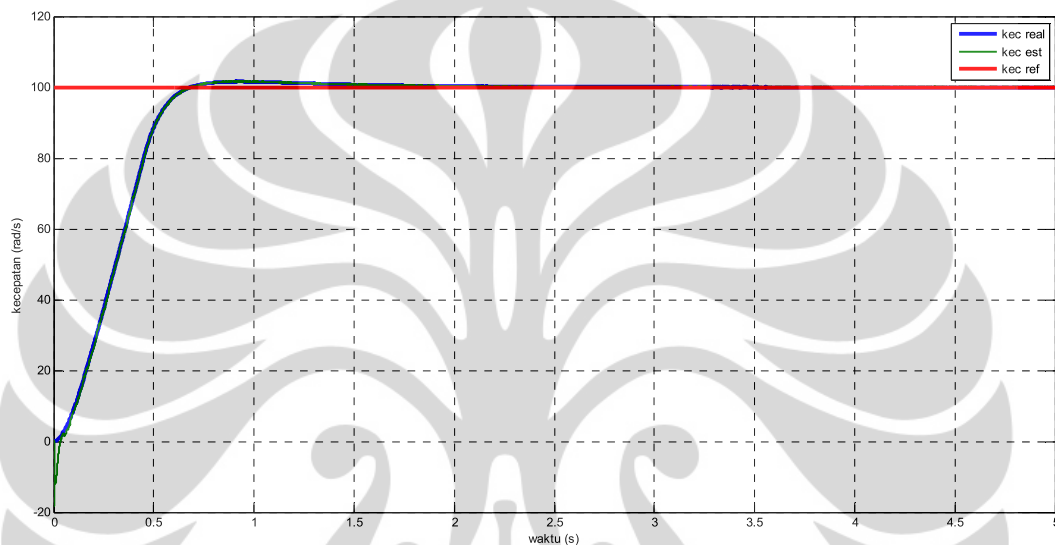
Gambar 4.4 Pengaruh *Noise Covariance Matrix* dan *Noise-Weight Matrix* pada Unjuk Kerja Filter Kalman

Gambar 4.4 di atas menunjukkan bahwa untuk semua nilai ξ , δ , λ , dan μ yang didapat dari metode *trial and error* belum dapat menunjukkan hasil unjuk kerja algoritma filter Kalman yang baik, dimana masih terdapat *error* yang cukup besar antara kecepatan referensi dengan kecepatan estimasi. Namun, dengan menggunakan nilai Q dan G sebagai berikut:

$$Q = \begin{bmatrix} 1.1 \times 10^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.1 \times 10^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.1 \times 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.1 \times 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.45 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1.433 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.433 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.433 \times 10^{-8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.433 \times 10^{-8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.31 \times 10^{-1} \end{bmatrix}$$

dapat diperoleh hasil yang dapat dilihat dari Gambar 4.5 berikut:



Gambar 4.5 Hasil Estimasi Kecepatan dengan Filter Kalman

Dari hasil tersebut di atas, terlihat bahwa kecepatan estimasi dan juga kecepatan aktualnya sudah bisa mengikuti *setpoint* kecepatan yang diberikan, yaitu sebesar 100 rad/s. Oleh karena itu, pada skripsi ini, digunakan *error covariance matrix* P , *noise covariance matrix* R , Q dan *noise-weight matrix* G sebagai berikut:

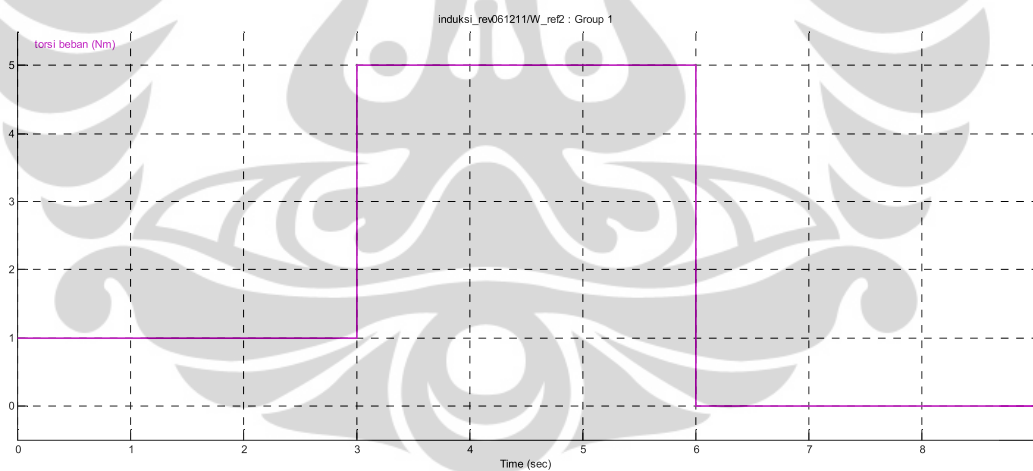
$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 10^{-3} & 0 \\ 0 & 10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1.1 \times 10^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.1 \times 10^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.1 \times 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.1 \times 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.45 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1.433 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.433 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.433 \times 10^{-8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.433 \times 10^{-8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.31 \times 10^{-1} \end{bmatrix}$$

4.1.2 Simulasi dan Analisis dengan Perubahan Torsi Beban

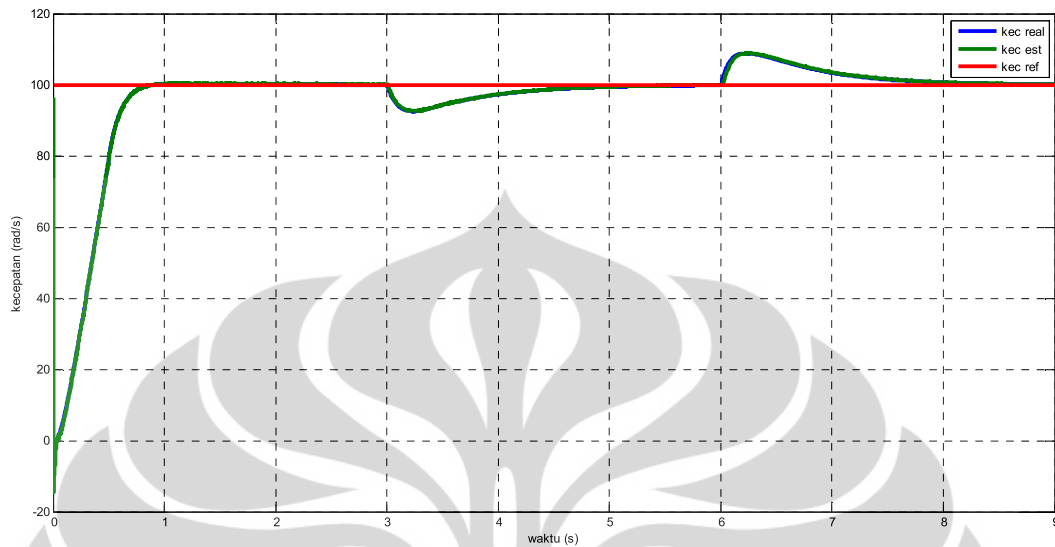
Simulasi ini dilakukan dengan menggunakan torsi beban yang bervariasi, dengan kecepatan referensi yang tetap, yaitu sebesar 100 rad/s. Simulasi dengan perubahan torsi beban ini ditujukan untuk melihat tanggapan atas adanya perubahan beban yang diberikan ke motor induksi tiga fasa.



Gambar 4.6 Torsi Beban Referensi

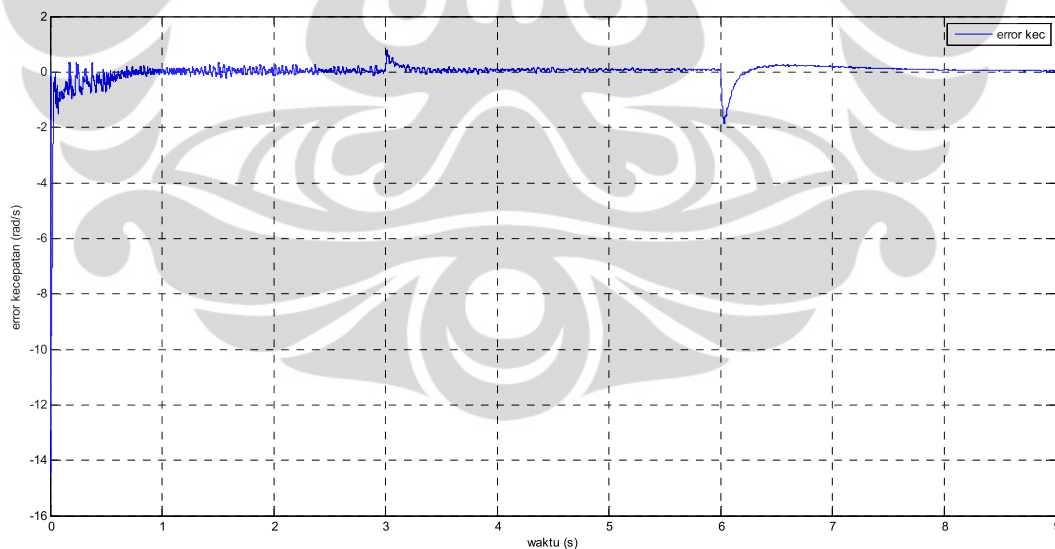
Variasi torsi beban yang digunakan, sebagaimana yang ditunjukkan pada Gambar 4.6 adalah sebesar 1 Nm yang diberikan dari detik ke-nol sampai detik ketiga, torsi beban sebesar 5 Nm dari detik ketiga sampai detik keenam, dan dilanjutkan dengan beban nol pada detik keenam sampai detik kesembilan.

Hasil simulasi untuk melihat tanggapan kecepatan dengan adanya perubahan beban dapat dilihat pada Gambar 4.7 berikut:



Gambar 4.7 Kecepatan Rotor dengan Perubahan Beban

Dari hasil tersebut, *error* yang didapat dengan menyelisihkan kecepatan hasil estimasi dengan kecepatan aktualnya dapat dilihat pada Gambar 4.8 berikut:

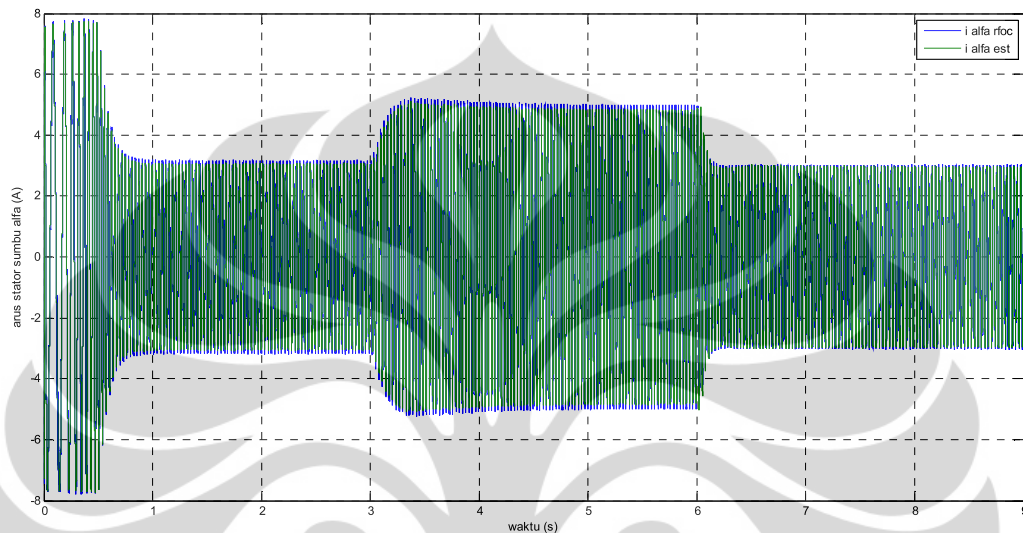


Gambar 4.8 *Error* Kecepatan Putar Rotor dengan Perubahan Beban

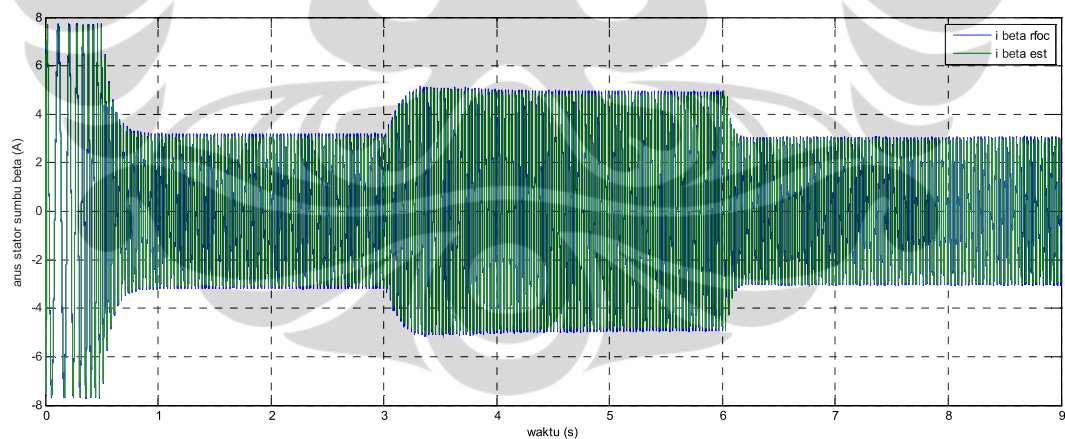
Dari hasil yang ditunjukkan pada Gambar 4.7 dan Gambar 4.8, terlihat bahwa observer sudah cukup baik dalam mengestimasi kecepatan putar rotor,

dengan *error* yang besar terjadi ketika motor masih berputar dengan kecepatan rendah dan ketika terjadi perubahan beban.

Karena observer dengan algoritma filter Kalman yang digunakan pada skripsi ini menggunakan kerangka acuan stator yang diam (sumbu $\alpha\beta$), maka variabel lain yang dapat dilihat adalah arus stator pada sumbu α dan sumbu β .



Gambar 4.9 Arus Stator Sumbu α dengan Perubahan Beban

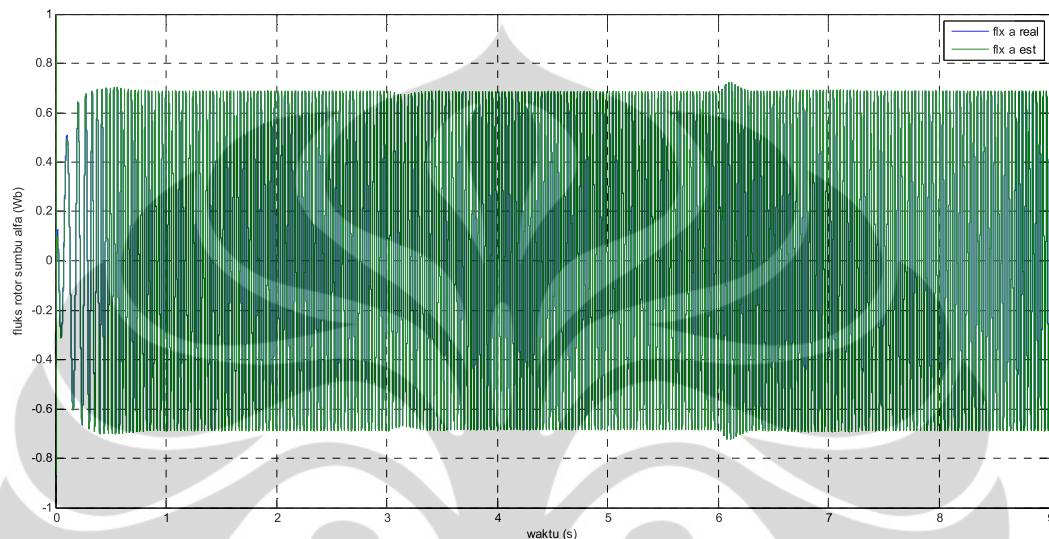


Gambar 4.10 Arus Stator Sumbu β dengan Perubahan Beban

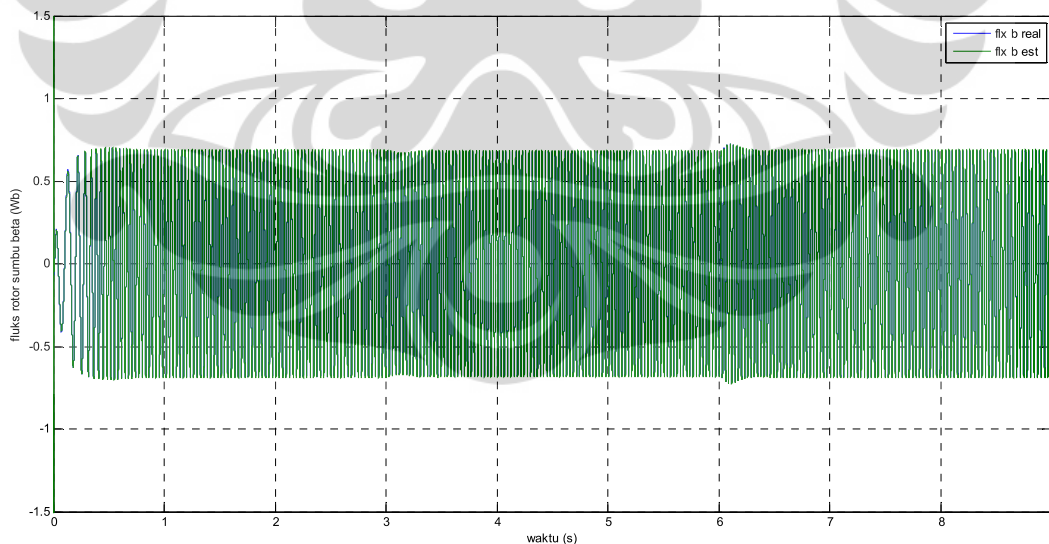
Dari Gambar 4.9 dan Gambar 4.10 di atas, terlihat bahwa semakin besar torsi beban yang diberikan, arus stator di sumbu α dan β juga akan semakin besar (terlihat dari nilai puncak ke puncaknya). Hal ini sesuai dengan teori dimana, ketika beban yang diberikan ke motor mengalami peningkatan, maka arus tiga

fasa yang dicatu ke stator juga akan mengalami peningkatan, sehingga hal ini menyebabkan nilai dari arus yang direpresentasikan ke dalam dua sumbu, yaitu sumbu α dan β , juga akan semakin meningkat.

Variabel lain yang dapat dilihat adalah fluks rotor pada sumbu α dan sumbu β yang dapat dilihat pada Gambar 4.11 dan Gambar 4.12 di bawah ini



Gambar 4.11 Fluks Rotor Sumbu α dengan Perubahan Beban

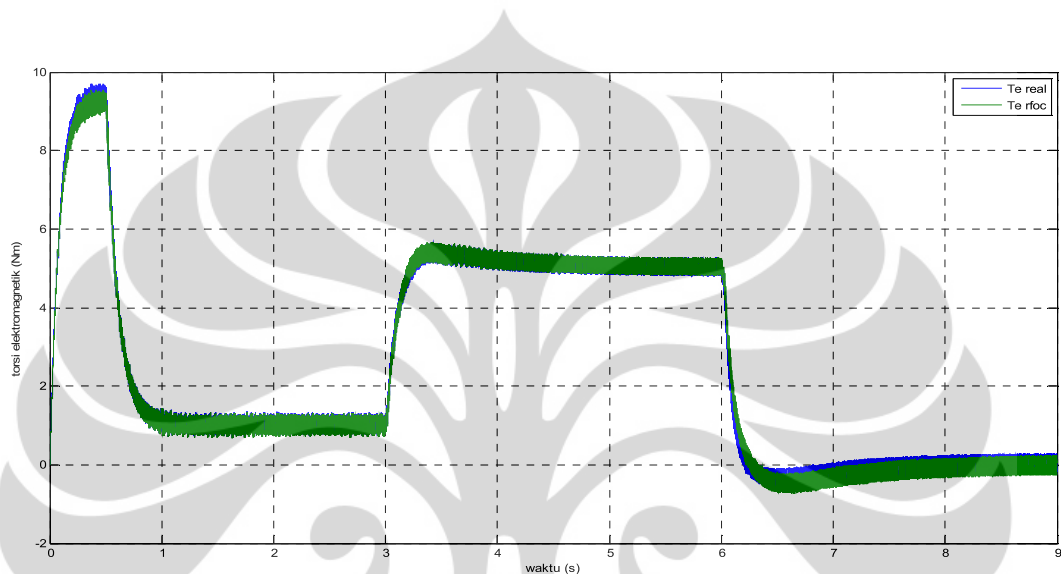


Gambar 4.12 Fluks Rotor Sumbu β dengan Perubahan Beban

Dari hasil yang ditunjukkan pada Gambar 4.12 dan Gambar 4.13 di atas, terlihat bahwa tidak terjadi perubahan nilai fluks rotor pada sumbu α dan β yang

signifikan, baik ketika diberikan beban sebesar 5 Nm pada detik ketiga sampai detik keenam, ataupun ketika beban dilepaskan, yaitu pada detik keenam sampai detik kesembilan. Hal ini disebabkan karena penggunaan pengendali *field oriented* akan menjaga agar nilai fluks rotor tetap konstan, sehingga untuk menyesuaikan torsi elektromagnetik hanya diperlukan pengaturan arus saja.

Besarnya torsi elektromagnetik dapat dilihat pada Gambar 4.13 berikut

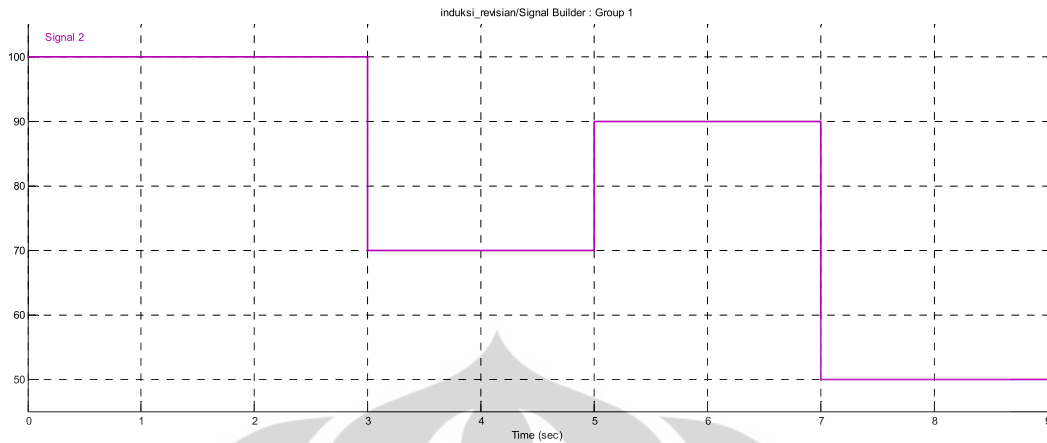


Gambar 4.13 Torsi Elektromagnetik dengan Perubahan Beban

Dari Gambar 4.13 di atas, dapat dilihat bahwa torsi keluaran motor memiliki hasil yang hampir sama dengan torsi estimasi yang diperoleh dari pengendali, dan besarnya torsi elektromagnetik ini proporsional terhadap besarnya torsi beban. Torsi elektromagnetik awal yang tinggi, sebagaimana yang terlihat pada Gambar 4.13, diperlukan untuk mengatasi pengaruh inersia motor.

4.1.3 Simulasi dan Analisis dengan Perubahan Kecepatan Referensi

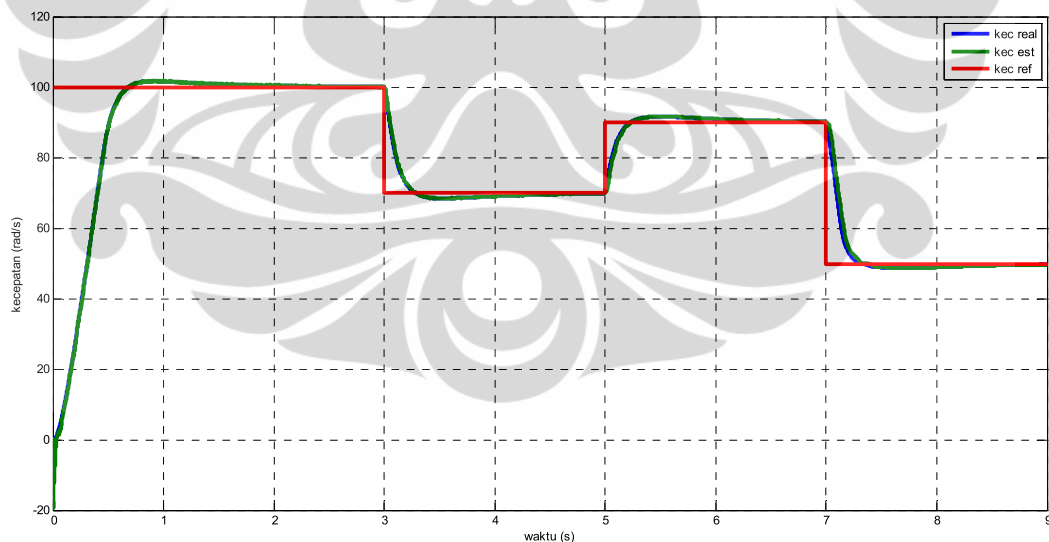
Simulasi ini dilakukan dengan memvariasikan kecepatan referensi dengan torsi beban yang dibuat konstan, yaitu sebesar 0 Nm. Simulasi dengan perubahan kecepatan referensi ini ditujukan untuk melihat kemampuan motor dalam melakukan perubahan kecepatan.



Gambar 4.14 Kecepatan Referensi

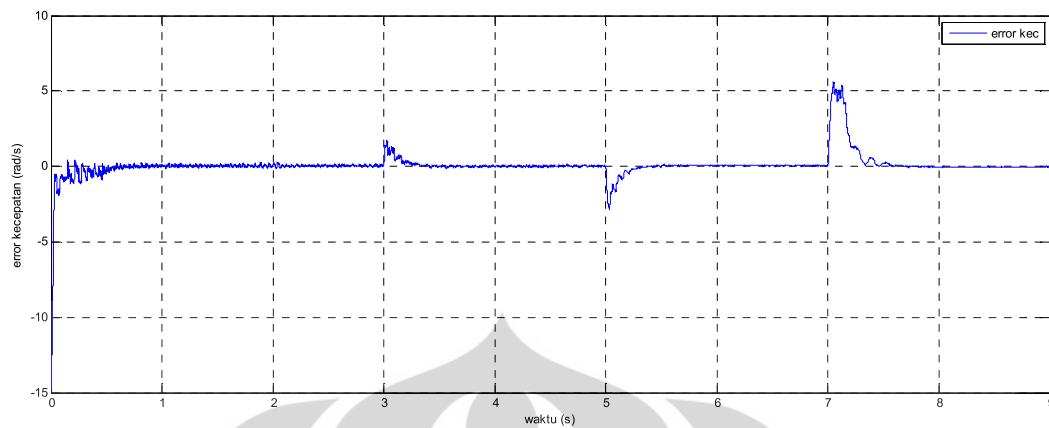
Variasi kecepatan referensi yang diberikan, sebagaimana yang ditunjukkan pada Gambar 4.14, yaitu sebesar 100 rad/s untuk detik ke-nol sampai detik ketiga, 70 rad/s untuk detik ketiga sampai detik kelima, 90 rad/s untuk detik kelima sampai detik ketujuh dan 50 rad/s untuk detik ketujuh sampai detik kesembilan.

Hasil simulasi untuk melihat tanggapan kecepatan dengan adanya perubahan kecepatan referensi dapat dilihat pada Gambar 4.15 berikut:



Gambar 4.15 Kecepatan Rotor dengan Perubahan Kecepatan Referensi

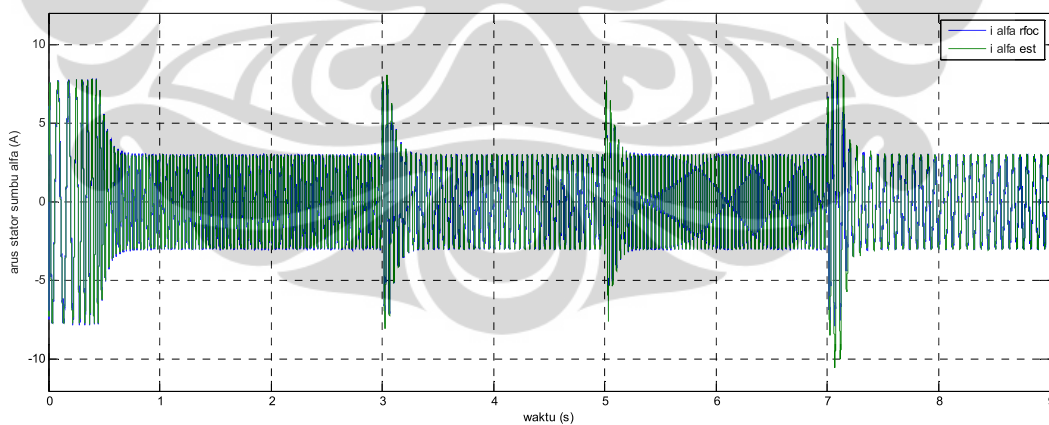
dari hasil di atas, *error* yang didapatkan dengan menyelisihkan kecepatan estimasi dengan kecepatan aktualnya dapat dilihat pada Gambar 4.16 berikut:



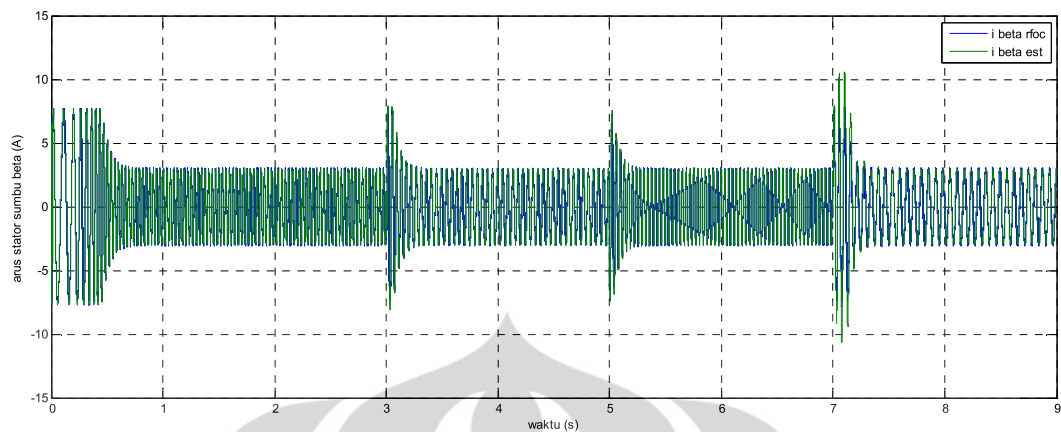
Gambar 4.16 *Error Kecepatan Putar Rotor dengan Perubahan Kecepatan Referensi*

Dari hasil yang ditunjukkan pada Gambar 4.15 dan Gambar 4.16, terlihat bahwa observer sudah cukup baik dalam mengestimasi kecepatan putar rotor, dengan *error* yang besar terjadi ketika motor masih berputar dengan kecepatan rendah dan ketika terjadi perubahan kecepatan referensi.

Variabel lain yang dapat dilihat adalah arus stator pada sumbu α dan sumbu β , yang ditunjukkan pada Gambar 4.17 dan 4.18 berikut



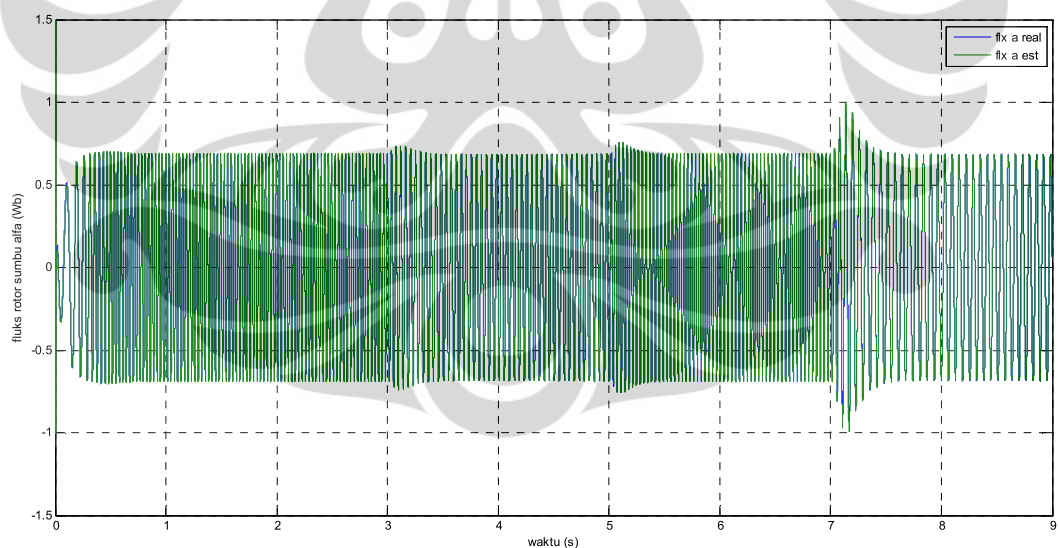
Gambar 4.17 *Arus Stator Sumbu α dengan Perubahan Kecepatan Referensi*



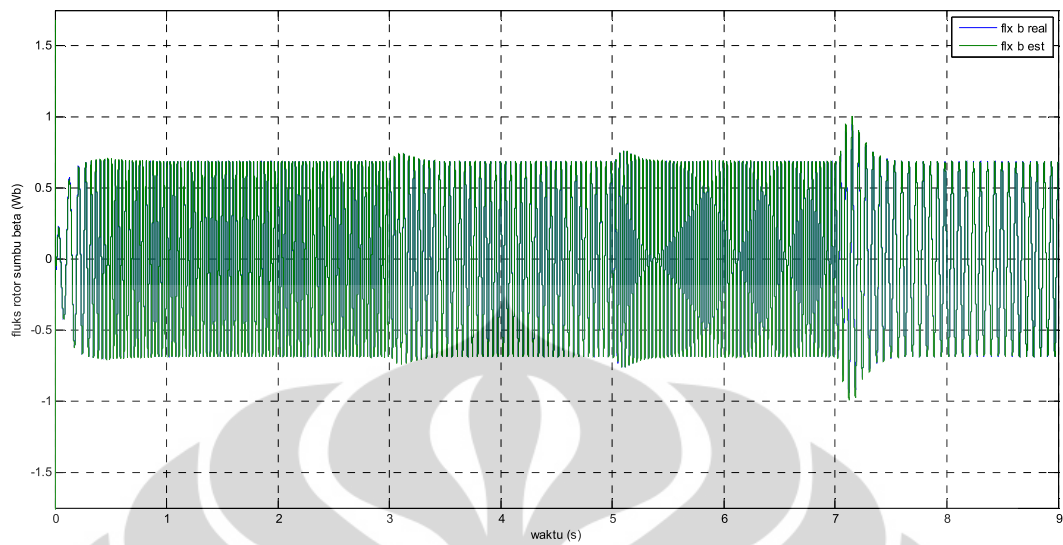
Gambar 4.18 Arus Stator Sumbu β dengan Perubahan Kecepatan Referensi

Dari Gambar 4.17 dan 4.18 di atas, terlihat bahwa semakin cepat motor berputar, frekuensi arus stator di sumbu α dan β akan semakin tinggi (terlihat dari periodenya yang semakin pendek), dengan besar arus di kedua sumbu yang relatif tetap.

Variabel lain yang dapat dilihat adalah fluks rotor pada sumbu α dan sumbu β yang dapat dilihat pada Gambar 4.19 dan 4.20 di bawah ini



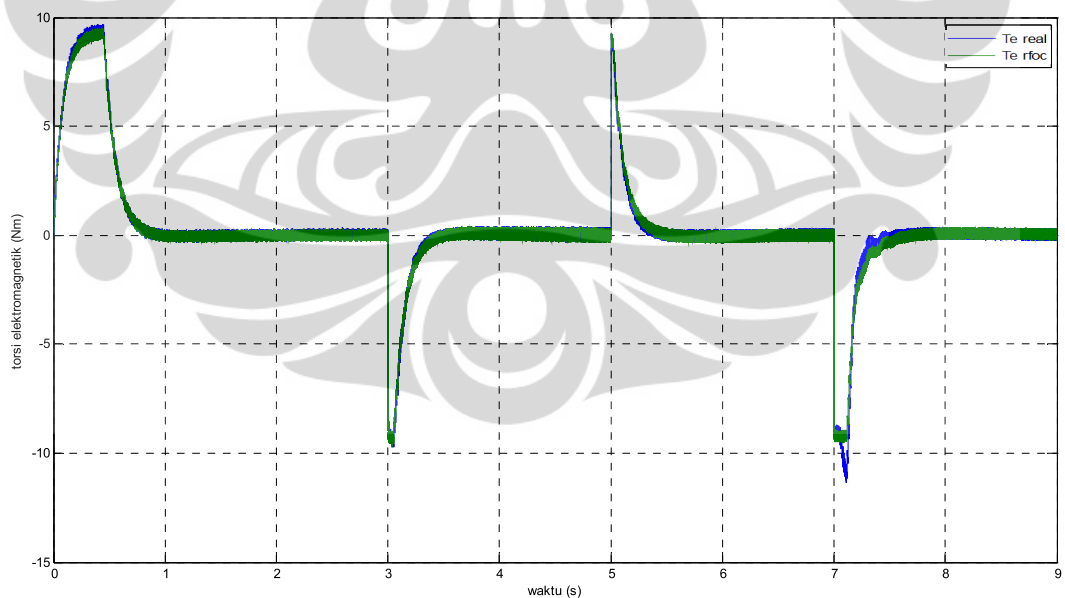
Gambar 4.19 Fluks Rotor Sumbu α dengan Perubahan Kecepatan Referensi



Gambar 4.20 Fluks Rotor Sumbu β dengan Perubahan Kecepatan Referensi

Dari hasil yang terlihat pada Gambar 4.19 dan 4.20 di atas, terlihat pula bahwa semakin cepat motor berputar, frekuensi fluks rotor baik pada sumbu α maupun β semakin tinggi, dengan besar yang relatif tetap.

Besarnya torsi elektromagnetik dapat dilihat pada Gambar 4.21 berikut



Gambar 4.21 Torsi Elektromagnetik dengan Perubahan Kecepatan Referensi

Dari Gambar 4.21 di atas, dapat dilihat bahwa torsi keluaran motor memiliki hasil yang hampir sama dengan torsi estimasi yang diperoleh dari

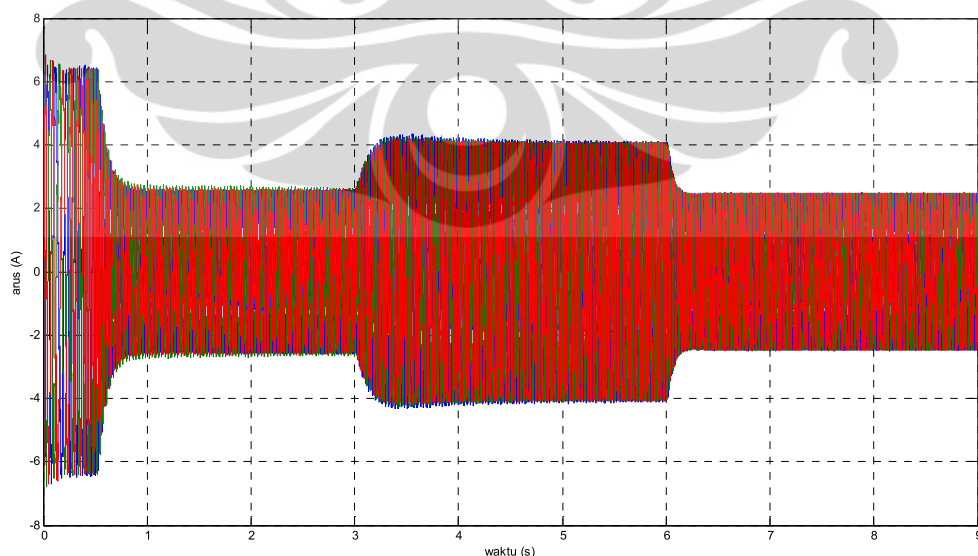
pengendali, dimana dari Gambar 4.21 tersebut juga terlihat bahwa terjadi lonjakan-lonjakan ketika kecepatan referensi motor diubah-ubah.

4.2 Perbandingan Hasil Simulasi antara Filter Kalman dan Full Order Observer dengan Injeksi Derau dan Variasi Waktu Cuplik

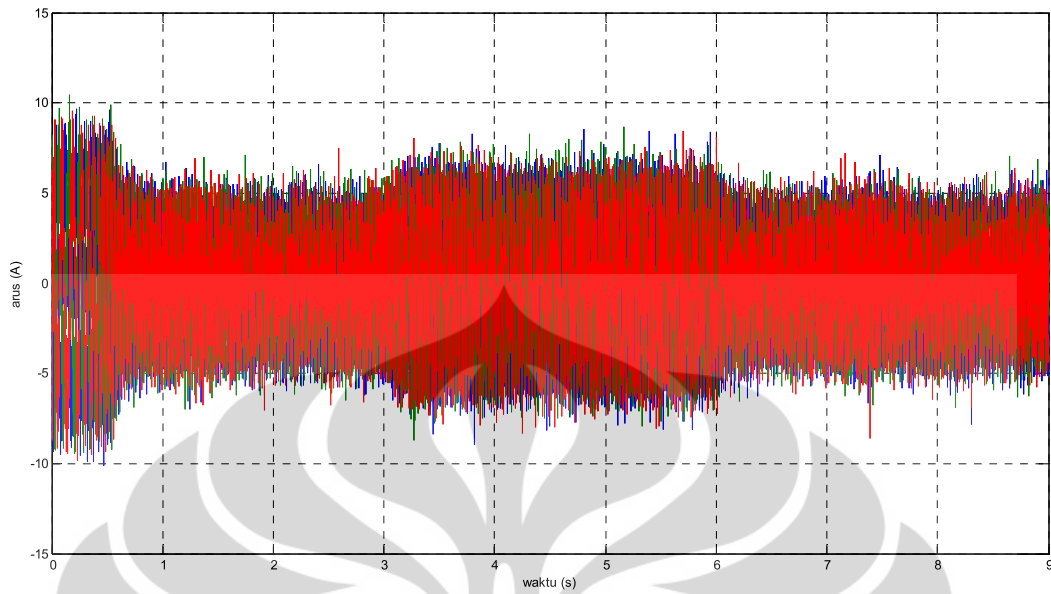
Bagian 4.1 lebih menekankan pada analisis unjuk kerja pengendali dan penggunaan algoritma filter Kalman dalam kondisi yang cukup ideal, dimana derau belum ikut diperhitungkan dan dengan menggunakan waktu cuplik sebesar 10^{-5} detik. Pada bagian ini, untuk membandingkan unjuk kerja algoritma filter Kalman dan *full order observer* digunakanlah simulasi dengan menginjeksikan derau ke dalam hasil pengukuran arus stator tiga fasa yang diumpanbalikkan ke pengendali dengan variansi sebesar 1,5 A dan dengan waktu cuplik yang berbeda, yaitu sebesar 10^{-4} detik dan 10^{-5} detik untuk blok observer / KF dan RFOC, sedangkan untuk blok *speed controller* waktu cuplik yang digunakan besarnya tetap, yaitu sebesar 10^{-4} detik.

4.2.1 Simulasi dengan Injeksi Derau dan Waktu Cuplik 10^{-4} detik

Gambar 4.22 dan Gambar 4.23 berikut menunjukkan kondisi arus tiga fasa stator sebelum dan sesudah adanya injeksi derau pada sensor arus pengendali untuk simulasi dengan perubahan torsi beban dengan waktu cuplik sebesar 10^{-4} detik.

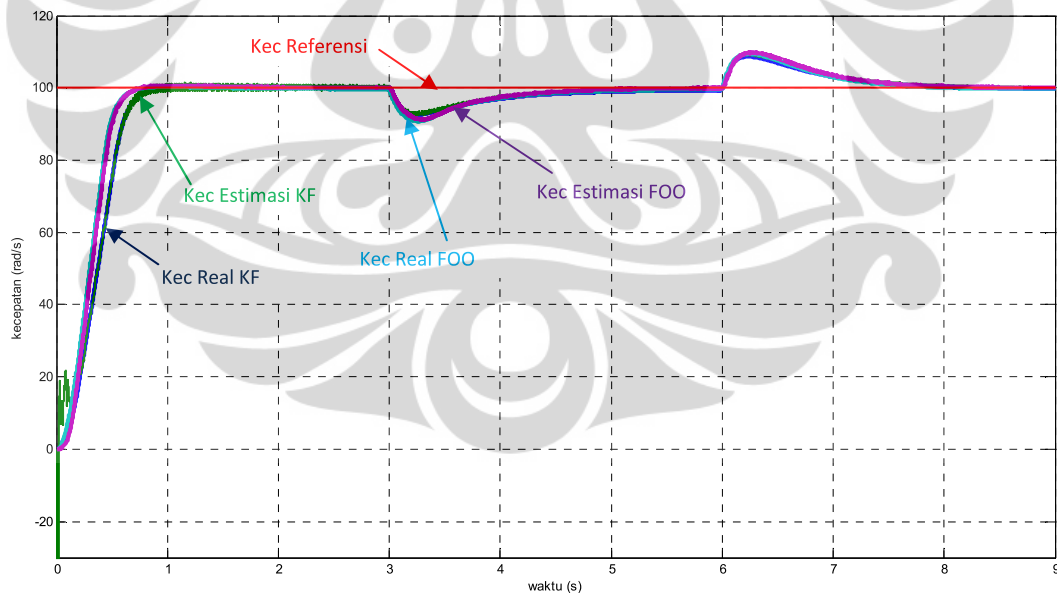


Gambar 4.22 Arus Tiga Fasa Sebelum Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s



Gambar 4.23 Arus Tiga Fasa Setelah Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s

Sedangkan hasil simulasi dengan perubahan torsi beban untuk kondisi tersebut di atas dapat dilihat pada Gambar 4.24 berikut:



Gambar 4.24 Perbandingan Hasil Estimasi Filter Kalman dan *Full Order Observer* untuk Perubahan Beban dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s

Dari hasil simulasi yang dapat dilihat pada Gambar 4.24 di atas, terlihat bahwa kedua jenis observer sudah dapat mengestimasi kecepatan putar motor induksi dengan cukup baik, sekalipun berada pada lingkungan yang *noisy*. Namun, sebagaimana yang ditunjukkan oleh Gambar 4.24 di atas, pada penggunaan filter Kalman terdapat *error* yang cukup besar pada saat motor masih berputar pada kecepatan rendah dan sampai pada detik ke-tiga, sehingga nilai *mean squared error*, yang dihitung dengan menggunakan persamaan (4.1) di bawah ini, untuk jumlah data sebesar 1.600.000 akan lebih besar bila dibandingkan dengan penggunaan *full order observer*, sebagaimana yang dapat dilihat pada Tabel 4.1.

$$E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (s_i - e_i)^2 \quad (4.1)$$

dengan :

s = kecepatan aktual rotor

e = kecepatan estimasi

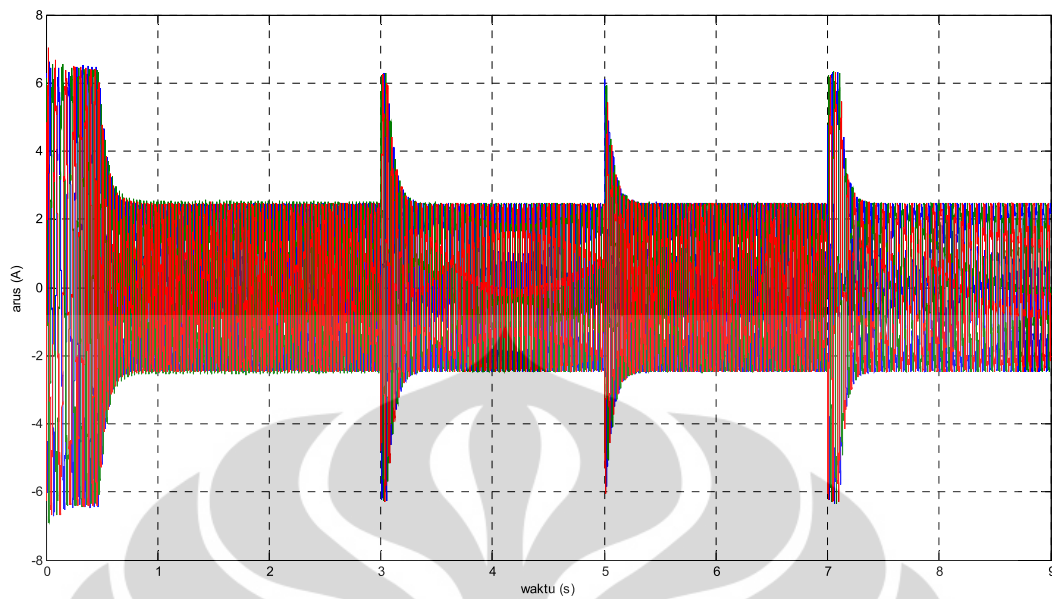
n = jumlah sampel data

E = *mean squared error* (MSE) kecepatan yang diestimasi

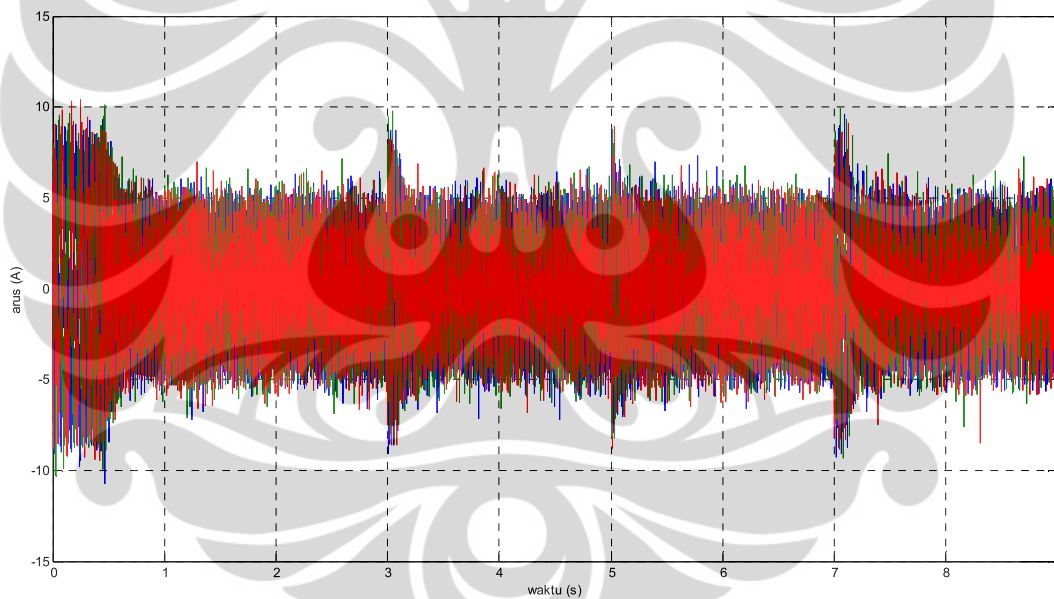
Tabel 4.1 MSE *Full Order Observer* dan Filter Kalman untuk Perubahan Beban dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s

Observer	<i>Mean Squared Error</i>
<i>Full Order Observer</i>	1,3213
Filter Kalman	5,2361

Untuk simulasi dengan perubahan kecepatan referensi, Gambar 4.25 dan Gambar 4.26 berikut menunjukkan kondisi arus tiga fasa stator sebelum dan sesudah adanya injeksi derau pada sensor arus tiga fasa pengendali.

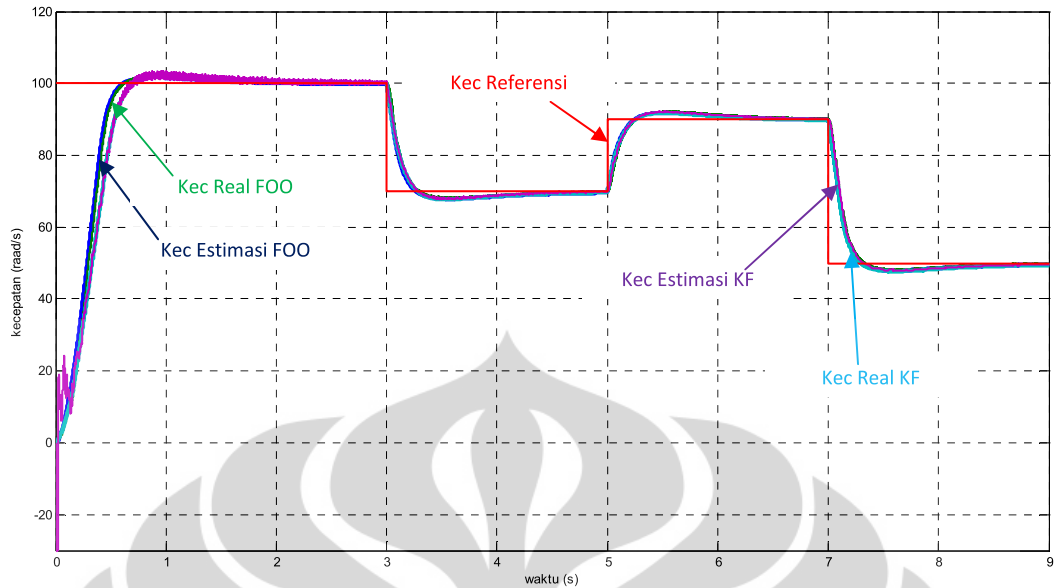


Gambar 4.25 Arus Tiga Fasa Sebelum Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s



Gambar 4.26 Arus Tiga Fasa Setelah Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s

Sedangkan hasil simulasi dengan perubahan kecepatan referensi untuk kondisi tersebut di atas dapat dilihat pada Gambar 4.27 berikut:



Gambar 4.27 Perbandingan Hasil Estimasi Filter Kalman dan *Full Order Observer* untuk Perubahan Kecepatan Referensi dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s

Dari hasil simulasi yang dapat dilihat pada Gambar 4.27, penggunaan filter Kalman juga menghasilkan *error* yang cukup besar pada saat putaran motor masih rendah dan sampai detik ketiga. Nilai *mean squared error*, yang dihitung dengan menggunakan persamaan (4.1), untuk jumlah data sebesar 1.600.000 untuk simulasi dengan perubahan kecepatan referensi dan dengan waktu cuplik sebesar 10^{-4} detik dapat dilihat pada Tabel 4.2 berikut:

Tabel 4.2 MSE *Full Order Observer* dan Filter Kalman untuk Perubahan Kecepatan Referensi dengan Waktu Cuplik 10^{-4} s

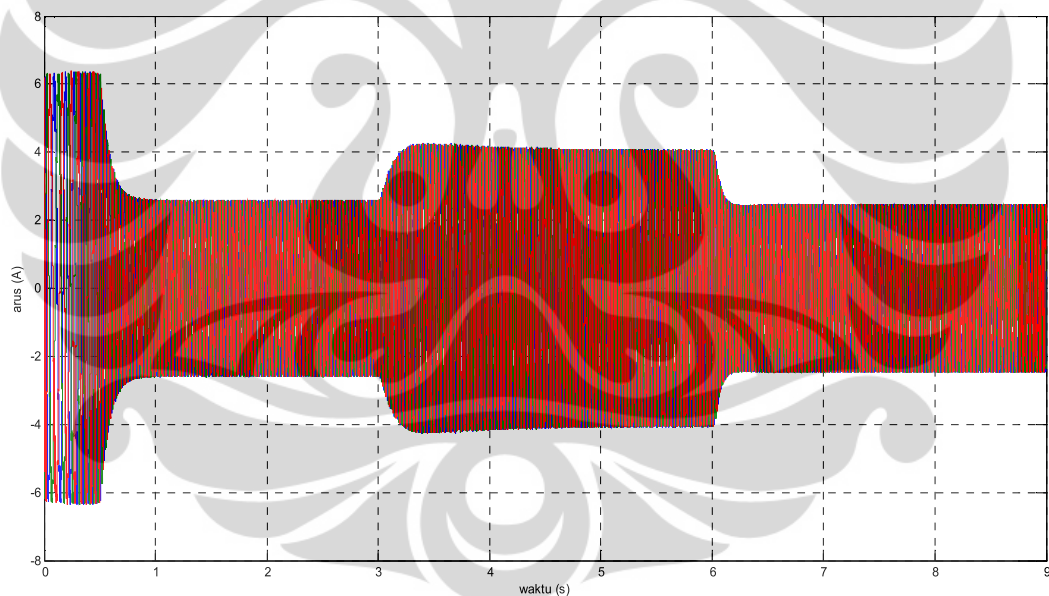
Observer	<i>Mean Squared Error</i>
<i>Full Order Observer</i>	1,1481
Filter Kalman	5,2297

Dari hasil yang ditunjukkan pada Tabel 4.1 dan Tabel 4.2 terlihat bahwa *full order observer* masih menunjukkan hasil unjuk kerja yang lebih baik jika dibandingkan dengan penggunaan filter Kalman. Hal ini dapat terjadi karena

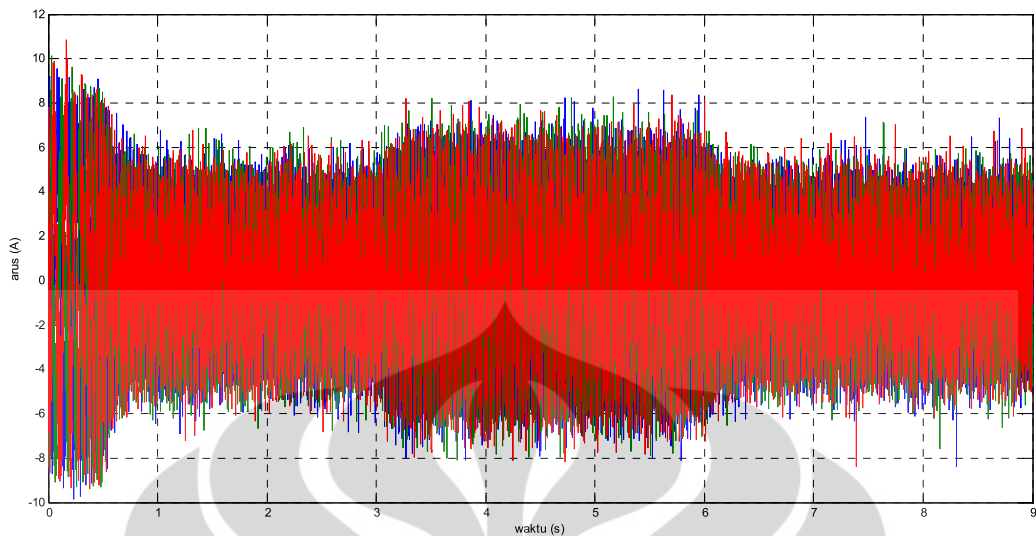
komponen matrik penyusun dari *noise covariance matrix* Q dan *noise-weight matrix* G masih ditentukan secara *trial and error* sehingga hasil yang dicapai belumlah optimal. Namun jika diamati dari hasil yang ditunjukkan pada Gambar 4.24 dan Gambar 4.27, sumber penyebab *error* yang besar terjadi pada detik ke-nol sampai detik ketiga. Sedangkan ketika terjadi perubahan beban dan perubahan kecepatan referensi setelah detik ketiga, estimasi dari filter Kalman sudah mempunyai *error* yang lebih kecil dibandingkan dengan sebelum detik ketiga.

4.2.2 Simulasi dengan Injeksi Derau dan Waktu Cuplik 10^{-5} detik

Gambar 4.28 dan Gambar 4.29 berikut menunjukkan kondisi arus tiga fasa stator sebelum dan sesudah adanya injeksi derau pada sensor arus pengendali dengan variansi sebesar 1,5 A untuk simulasi dengan menggunakan perubahan torsi beban dengan waktu cuplik sebesar 10^{-5} detik.

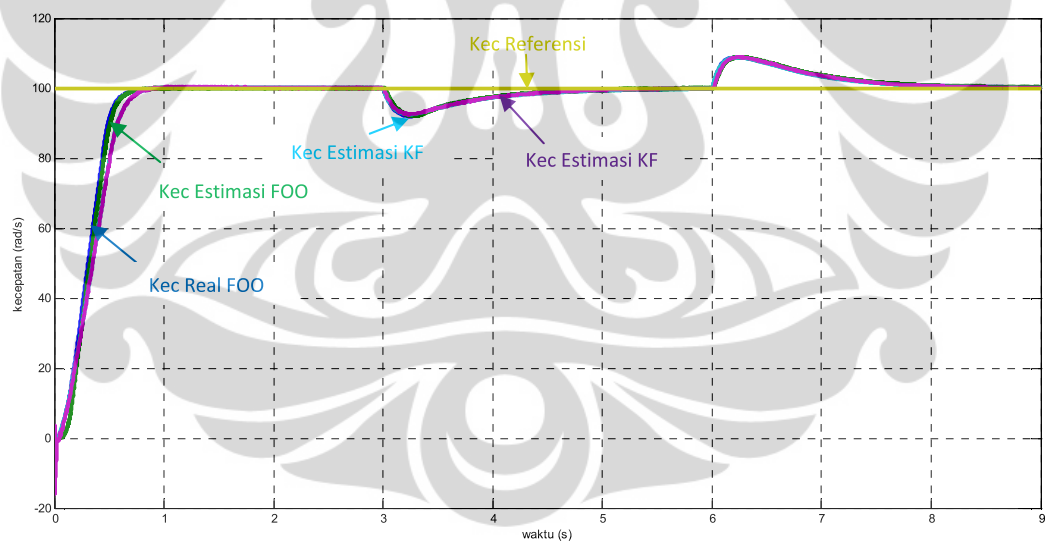


Gambar 4.28 Arus Tiga Fasa Sebelum Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s



Gambar 4.29 Arus Tiga Fasa Setelah Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s

Sedangkan hasil simulasi dengan perubahan torsi beban untuk kondisi tersebut di atas dapat dilihat pada Gambar 4.30 berikut:



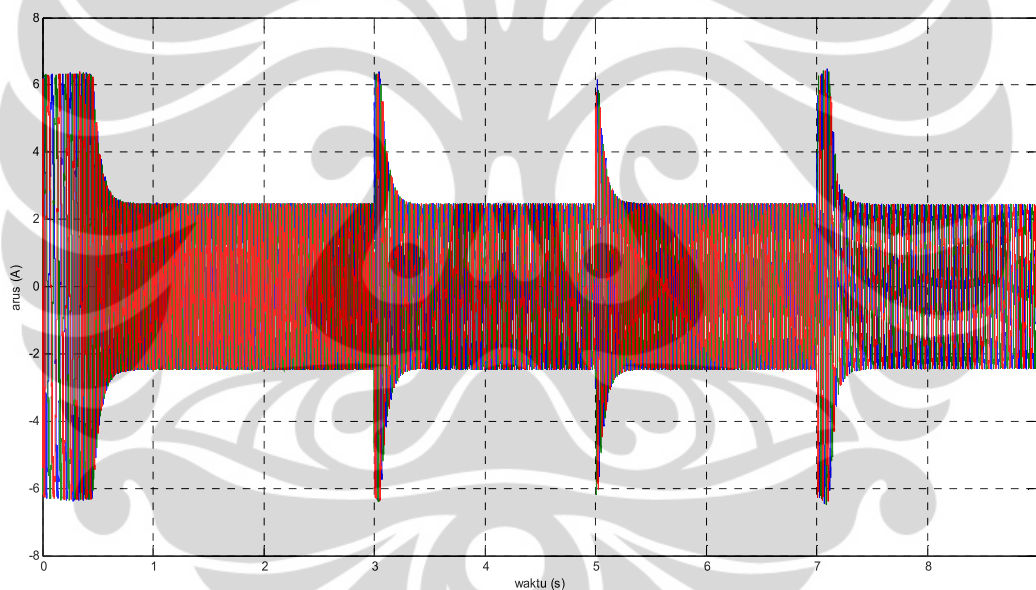
Gambar 4.30 Perbandingan Hasil Estimasi *Full Order Observer* dan Filter Kalman untuk Perubahan Beban dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s

Dari hasil simulasi yang dapat dilihat pada Gambar 4.30 dengan menggunakan torsi beban yang bervariasi, nilai *mean-squared error* untuk masing-masing penggunaan observer yang berbeda dengan jumlah data sebesar 2.099.079 dapat dilihat pada Tabel 4.3 berikut.

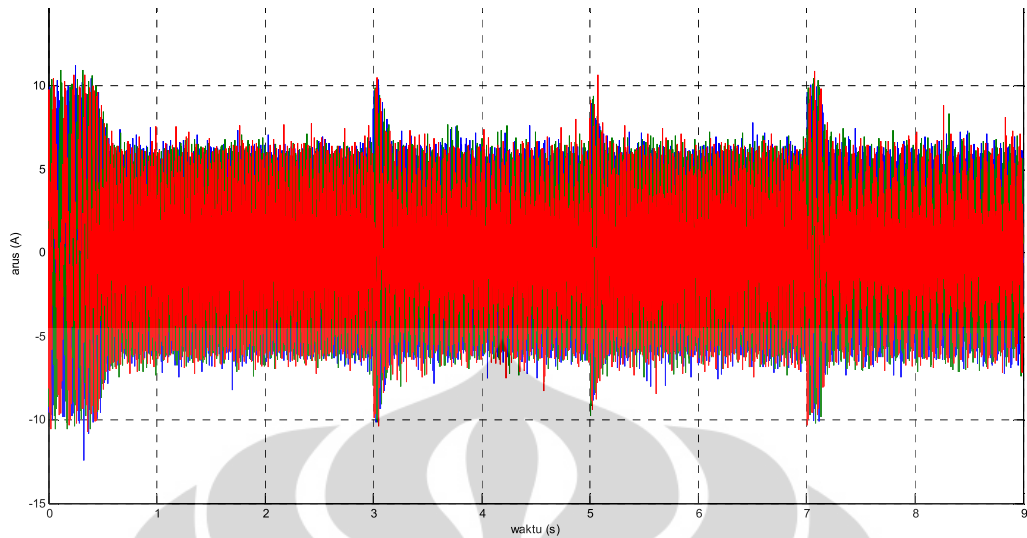
Tabel 4.3 MSE *Full Order Observer* dan Filter Kalman untuk Perubahan Beban dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s

Observer	<i>Mean Squared Error</i>
<i>Full Order Observer</i>	1,0083
Filter Kalman	0,2749

Untuk simulasi dengan perubahan kecepatan referensi, Gambar 4.31 dan Gambar 4.32 berikut menunjukkan kondisi arus tiga fasa stator sebelum dan sesudah injeksi derau pada sensor arus tiga fasa pengendali.

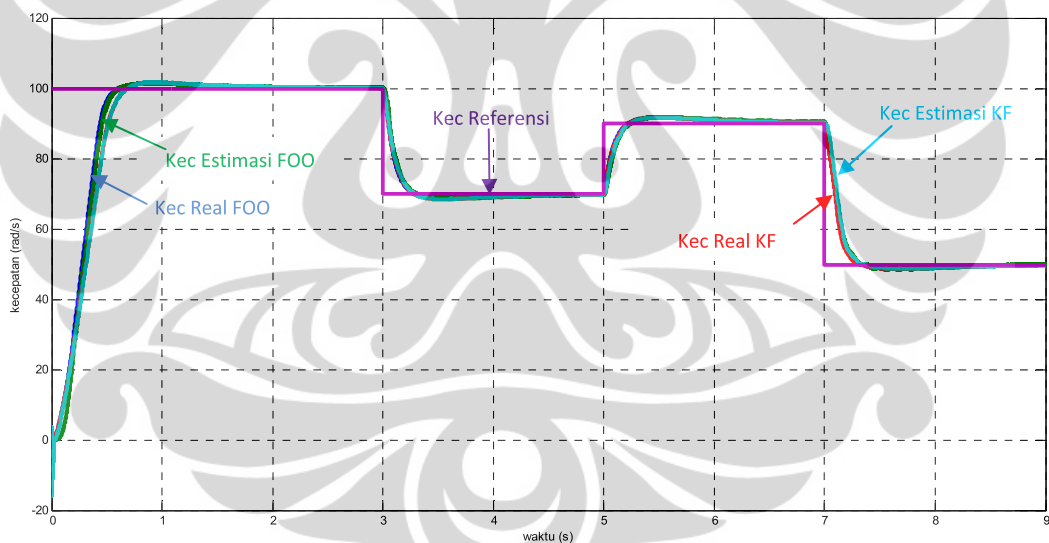


Gambar 4.31 Arus Tiga Fasa Sebelum Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s



Gambar 4.32 Arus Tiga Fasa Setelah Injeksi Derau dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s

Sedangkan hasil simulasi dengan perubahan kecepatan referensi untuk kondisi tersebut di atas dapat dilihat pada Gambar 4.33 berikut:



Gambar 4.33 Perbandingan Hasil Estimasi *Full Order Observer* dan Filter Kalman untuk Perubahan Kecepatan Referensi dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s

Dari hasil simulasi dengan menggunakan kecepatan referensi yang bervariasi, nilai *mean-squared* untuk masing-masing penggunaan observer yang berbeda dengan jumlah data sebesar 2.054.581 dapat dilihat pada Tabel 4.4 berikut.

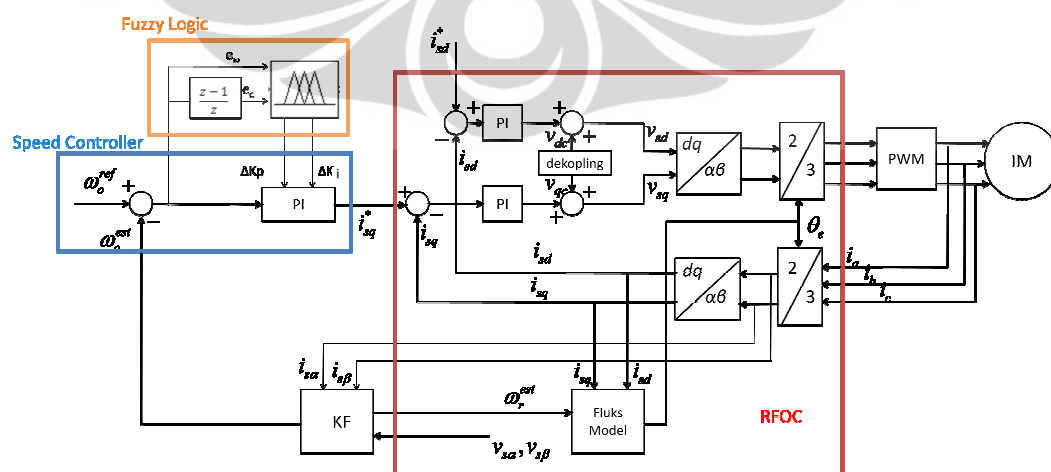
Tabel 4.4 MSE *Full Order Observer* dan Filter Kalman untuk Perubahan Kecepatan Referensi dengan Waktu Cuplik 10^{-5} s

Observer	<i>Mean Squared Error</i>
<i>Full Order Observer</i>	1,4577
Filter Kalman	0,7226

Dari hasil yang ditunjukkan pada Tabel 4.3 dan Tabel 4.4, maka terlihat bahwa algoritma filter Kalman yang dirancang dapat mengestimasi kecepatan putar motor dengan lebih baik bila dibandingkan dengan penggunaan *full order observer* untuk waktu cuplik sebesar 10^{-5} detik. Oleh karena itu, dapat ditarik kesimpulan bahwa penggunaan waktu cuplik yang berbeda juga sangat berpengaruh pada unjuk kerja yang diperlihatkan oleh masing-masing observer.

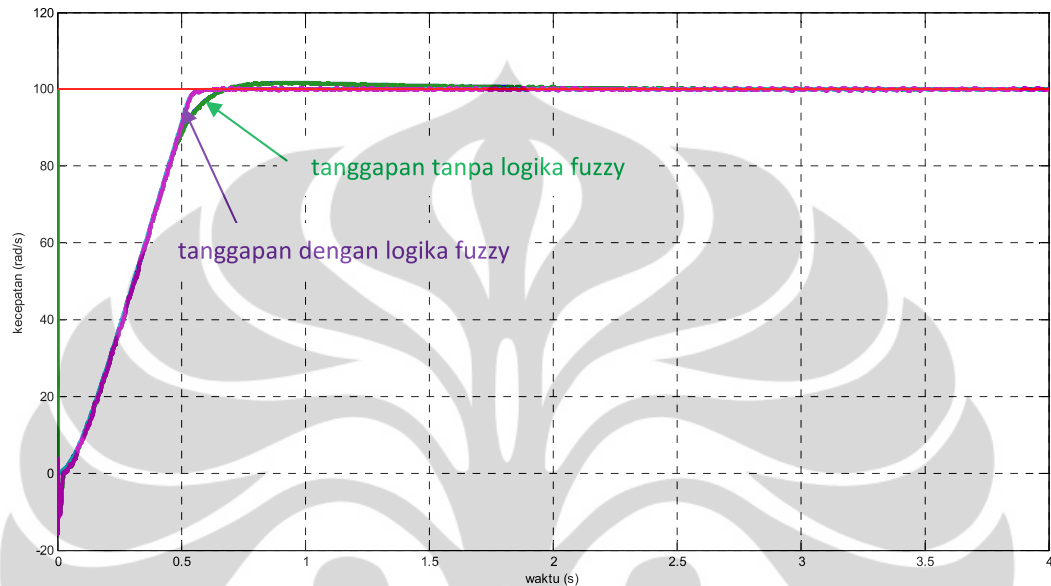
4.3 Pengaruh Penambahan Blok Logika Fuzzy

Logika fuzzy yang digunakan pada skripsi ini ditujukan untuk memvariasikan nilai K_p dan K_i , sehingga diharapkan dengan adanya penambahan blok logika fuzzy tersebut dapat memperbaiki respon dari kecepatan. Hasil keluaran dari *fuzzy inference engine* yang telah didefuzzifikasi berupa ΔK_p dan ΔK_i yang akan ditambahkan pada K_p dan K_i pengendali kecepatan dengan diagram blok yang dapat dilihat pada Gambar 4.34 berikut.



Gambar 4.34 Diagram Blok Sistem dengan Fuzzy-PI *Speed Controller*

Untuk melihat pengaruh penambahan logika fuzzy, maka digunakanlah simulasi dengan menggunakan kecepatan referensi yang tetap yaitu sebesar 100 rad/s untuk kondisi tanpa beban selama 4 detik. Hasil simulasi sebelum dan sesudah ditambahkan logika fuzzy dapat dilihat pada Gambar 4.35 berikut:



Gambar 4.35 Kecepatan Motor Sebelum dan Sesudah Penambahan Blok Logika Fuzzy

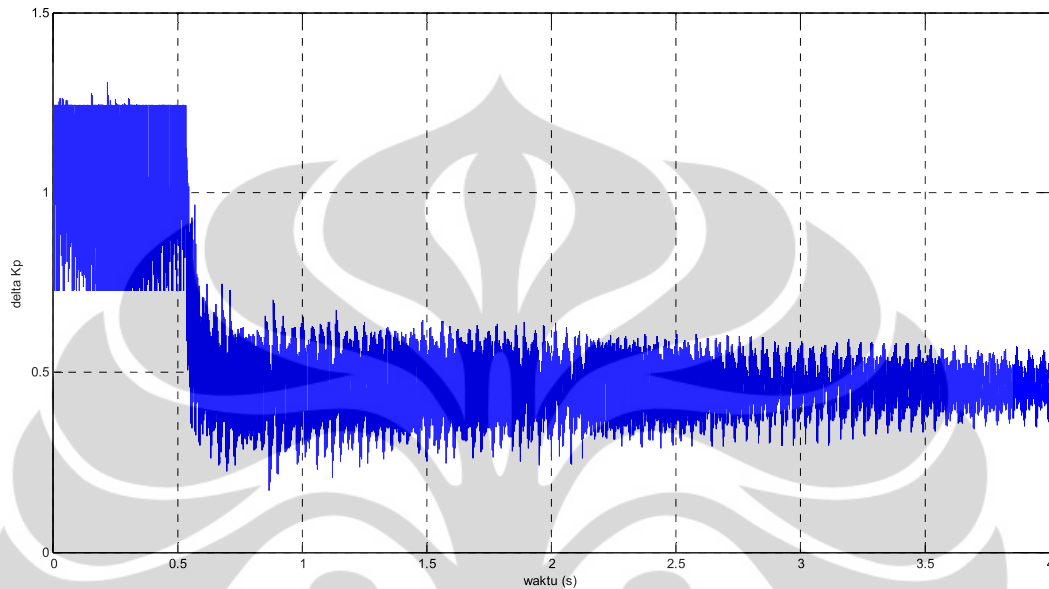
Dari Gambar 4.35 di atas, terlihat bahwa telah terjadi peningkatan tanggapan sistem, dengan nilai dari beberapa parameter yang dapat dilihat pada Tabel 4.5 berikut

Tabel 4.5 Tanggapan Sistem tanpa dan dengan Logika Fuzzy

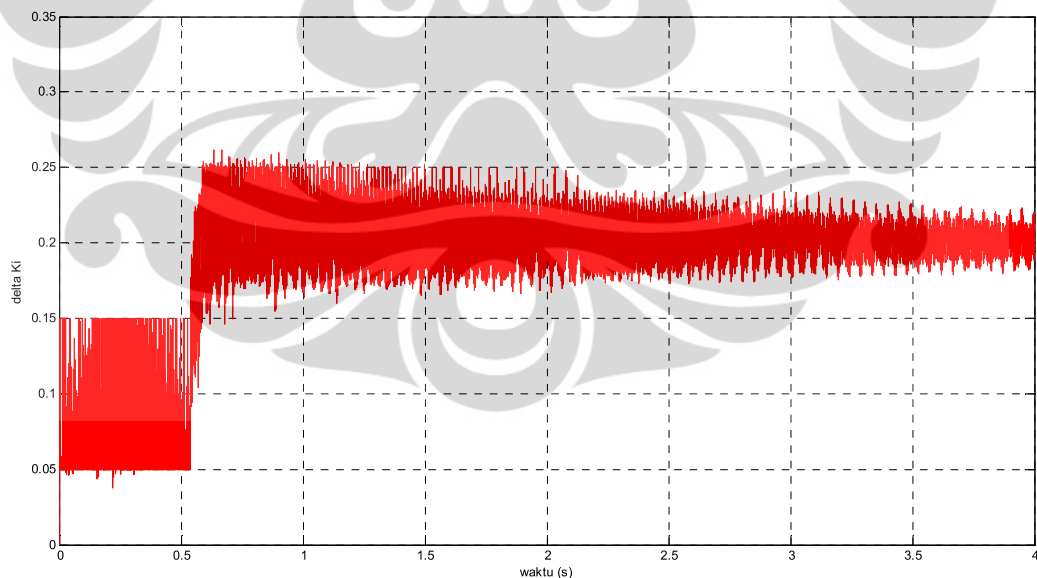
Parameter	Tanpa Logika Fuzzy	Dengan Logika Fuzzy	% Δ
<i>Rise Time</i>	0,4050	0,3908	3,63
<i>Settling Time</i>	0,6192	0,5371	15,28%
<i>%Overshoot</i>	1,6214	0.0472	3335,17

Dari hasil di atas, terlihat bahwa penambahan logika fuzzy untuk penalaan konstanta proporsional dan integral dapat meningkatkan unjuk kerja dari

pengendali, sebagaimana yang terlihat pada Tabel 4.3 di atas, dimana terdapat perbaikan baik untuk *rise time*, *settling time* maupun *%OS*. Nilai ΔK_p dan ΔK_i yang didapat sebagai hasil defuzzifikasi dapat dilihat pada Gambar 4.36 dan Gambar 4.37 berikut.



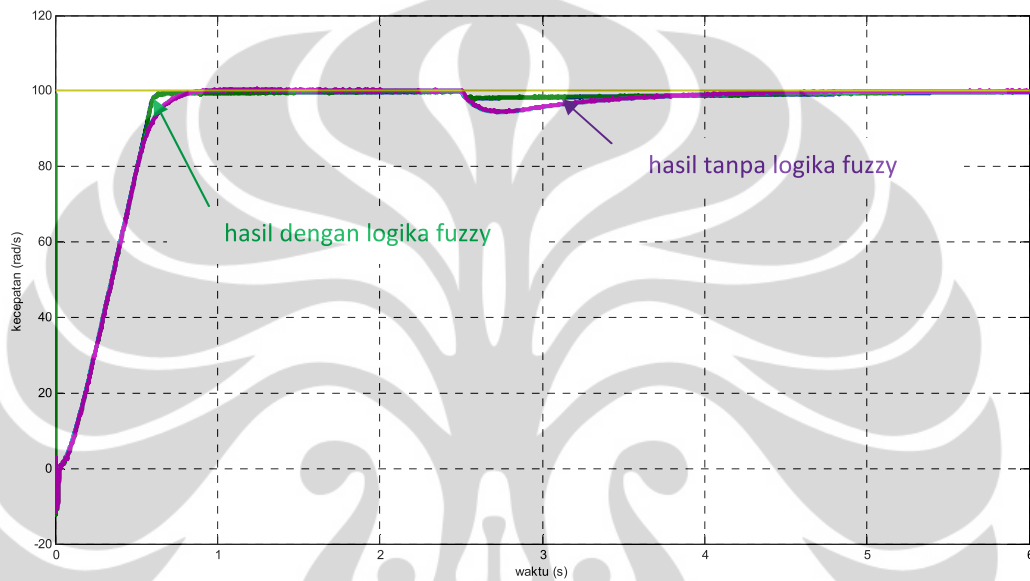
Gambar 4.36 ΔK_p Hasil Defuzzifikasi



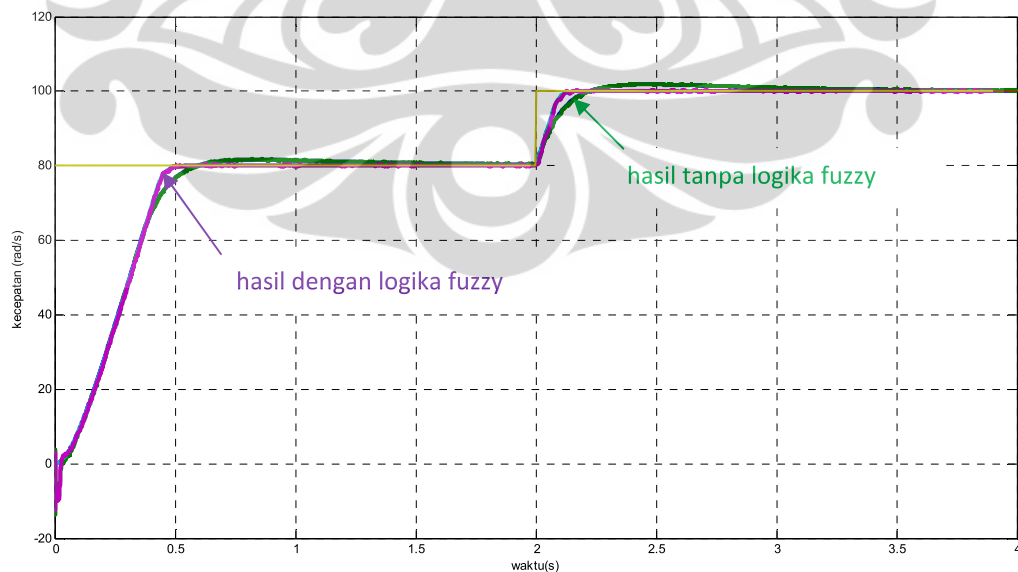
Gambar 4.37 ΔK_i Hasil Defuzzifikasi

Untuk dapat melihat dengan lebih jelas pengaruh penambahan blok logika fuzzy terhadap tanggapan sistem, maka digunakanlah simulasi dengan

menggunakan perubahan besar torsi beban dari 1 Nm untuk $t = 1 - 2,5$ sekon menjadi 4 Nm untuk $t = 2,5 - 6$ sekon dan juga simulasi dengan perubahan kecepatan referensi dari 80 rad/s untuk $t = 1 - 2,5$ sekon menjadi 100 rad/s untuk $t = 2,5 - 4$ sekon. Hasil dari simulasi yang dapat dilihat pada Gambar 4.32 dan Gambar 4.33 di bawah ini juga menunjukkan adanya peningkatan tanggapan sistem karena penambahan blok logika fuzzy pada sistem.



Gambar 4.38 Kecepatan Motor Sebelum dan Sesudah Penambahan Logika Fuzzy dengan Perubahan Torsi Beban



Gambar 4.39 Kecepatan Motor Sebelum dan Sesudah Penambahan Logika Fuzzy dengan Perubahan Kecepatan referensi

BAB 5

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil perancangan dan simulasi, maka dapat disimpulkan bahwa:

- Unjuk kerja algoritma Filter Kalman sangat dipengaruhi oleh pemilihan *noise covariance matrix* Q dan *noise-weight matrix* G.
- Pemilihan nilai *error covariance matrix* P, *noise covariance matrix* R, Q dan *noise-weight matrix* G yang menghasilkan kecepatan estimasi yang dapat mengikuti kecepatan referensi yang diberikan adalah sebagai berikut:
P = Diag [1 1 1 1 1],
R = Diag [10⁻³ 10⁻³],
Q = Diag [1.1x10⁻² 1.1x10⁻² 1.1x10⁻² 1.1x10⁻² 1.45x10⁻²], dan
G = Diag [1.433x10⁻⁸ 1.433x10⁻⁸x10⁻⁸ 1.433x10⁻⁸ 1.433x10⁻⁸ 1.31x10⁻¹]
- Waktu cuplik berpengaruh pada unjuk kerja penggunaan filter Kalman dan *full order observer*, dimana untuk waktu cuplik sebesar 10⁻⁴ detik, *full order observer* mempunyai unjuk kerja yang lebih baik dengan nilai *mean-squared error* sebesar 1,3213 untuk simulasi dengan perubahan beban dan 1,1481 untuk simulasi dengan perubahan kecepatan referensi bila dibandingkan dengan penggunaan filter Kalman yang mempunyai *mean-squared error* sebesar 5,2361 untuk simulasi dengan perubahan beban dan 5,2297 untuk simulasi dengan perubahan kecepatan referensi. Sedangkan untuk waktu cuplik sebesar 10⁻⁵ detik, filter Kalman mempunyai unjuk kerja yang lebih baik dengan nilai *mean-squared error* sebesar 0,2749 untuk simulasi dengan perubahan beban dan 0,7226 untuk simulasi dengan perubahan kecepatan referensi bila dibandingkan dengan penggunaan *full order observer* yang mempunyai *mean-squared error* sebesar 1,0083 untuk simulasi dengan perubahan beban dan 1,4577 untuk simulasi dengan perubahan kecepatan referensi.
- Penggunaan logika fuzzy dapat meningkatkan unjuk kerja sistem secara keseluruhan, dimana untuk simulasi dengan kecepatan referensi yang tetap pada kondisi tanpa beban terdapat perbaikan respon sistem sebelum dan

sesudah penambahan logika fuzzy yang dapat dilihat dari perubahan nilai beberapa parameternya yaitu *rise time* dari 0.405 detik menjadi 0.3908 detik (3,63%) , *settling time* dari 0.6192 detik menjadi 0.5371 (15,28%) dan %OS dari 1.6297 menjadi 0.7688 (3335,17%).



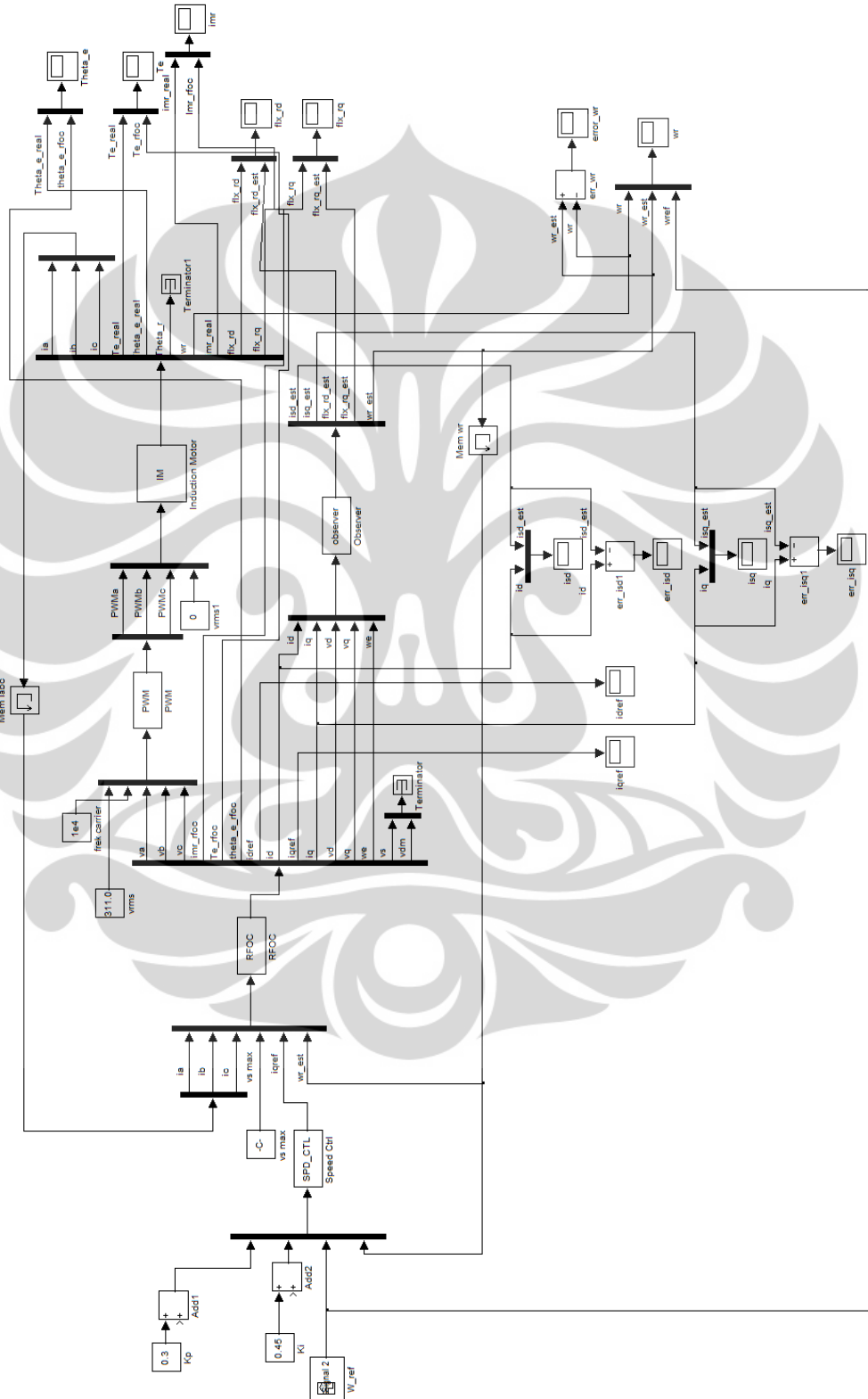
DAFTAR ACUAN

- [1] Trzynadlowski, Andrzej M. (1994). *The Field Orientation Principle in Control of Induction Motor*. Massachusetts : Kluwer Academic Publisher.
- [2] Chapman, Stephen J. (2002). *Electric Machinery and Power System Fundamentals*. New York : McGraw Hill
- [3] Martin, Fernando Suciadi (2005). *Perancangan Pengendali Vektor Arus dan Kompensasi Arus dq pada Motor Induksi Tiga Fasa tanpa Sensor Kecepatan dengan Observer pada Sumbu dq*. Skripsi. Fakultas Teknik. Universitas Indonesia. Depok.
- [4] Vas, Peter (1998). *Sensorless Vector and Direct Torque Control*. New York : Oxford University Press
- [5] Vajta, M. (2000, September). *Some Remarks on Pade-Approximations*. Paper presented at TEMPUS-INTCOM Symposium, Veszprem, Hungary.
- [6] Prasetyowati, Ane (2008). *Pengendalian Adaptif Fuzzy untuk Self Tuning PI pada Kontrol Kecepatan Motor Induksi Tiga Fasa tanpa Sensor Kecepatan dengan Observer MRAS*. Tesis. Fakultas Teknik. Universitas Indonesia. Depok
- [7] Naba, Agus (2009) . *Belajar Cepat Fuzzy Logic Menggunakan Matlab*. Yogyakarta : Andi.
- [8] Muhlis, Nur (2011, March 1). *Logika Fuzzy*. March 28, 2012. <http://nurmuhlis.wordpress.com/2011/03/01/logika-fuzzy/#comments>
- [9] Wahyu, Hernani Nugraeni (2005). *Analisis dan Implementasi Teknik Double Clustering pada Proses Granulasi Fuzzy*. Tugas Akhir. Sekolah Tinggi Teknologi Telkom. Bandung.
- [10] Kubota, Hisao., Kouki Matsuse , and Takayoshi Nakano. (1993). *DSP-based Speed Adaptive Flux Observer of Induction Motor*. IEEE Trans., IA-29,(2), pp.344-348
- [11] Lee, M.,Chen L. (1998). *Observer-based Speed Estimation Method for Sensorless Vector Control of Induction Motor*. IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol. 145, No.3.

- 
- [12] Farid, Naceri et al (2007, July). *Performance Analysis of Field Oriented Control and Direct Torque Control for Sensorless Induction Motor Drives*. Paper presented at Mediterranean Conference on Control and Automation, Athens, Greece
- [13] Gunabalan, R., V. Subbiah, and B. Rami Reddy (2009). *Sensorless Control of Induction Motor with Filter Kalman on TMS320F2812 Processor*. International Journal of Recent Trends in Engineering, Vol 2, No. 5
- [14] Akin, Bilal (2003). *State Estimation Techniques for Speed Sensorless Field Oriented Control of Induction Motor*. Thesis. The Graduate School of Natural and Applied Sciences of The Middle East Technical University
- [15] Shi, K.L., T.F. Chan, Y.K. Wong, and S.L. Ho. (2001). *Speed Estimation of an Induction Motor Drive Using an Optimized Extended Kalman Filter*. IEEE Transaction on Industrial Electronics, Vol.49, No. 1, February 2002
- [16] Xiao-kan, et al (2008). *Design and Research Based on Fuzzy PID-parameters Self-tuning Controller with MATLAB*. International Conference on Advanced Computer Theory and Engineering.
- [17] Ohm, Dal Y. (2000). *Dynamic Model of Induction Motors for Vector Control*. Drivetech, Inc., Blacksburg, Virginia

LAMPIRAN

Blok Simulink untuk Full Order Observer



Blok Simulink Filter Kalman dengan Pengendali Kecepatan Fuzzy-PI

