



UNIVERSITAS INDONESIA

**KLASIFIKASI SIDIK JARI
DENGAN MENGGUNAKAN TEORI GRAF**

TESIS

**NURMA NUGRAHA
1006786215**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPOK
JULI 2012**



UNIVERSITAS INDONESIA

**KLASIFIKASI SIDIK JARI
DENGAN MENGGUNAKAN TEORI GRAF**

TESIS

**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Magister Sains**

**NURMA NUGRAHA
1006786215**

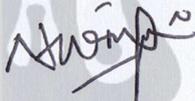
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPOK
JULI 2012**

HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS

**Tesis ini adalah hasil karya saya sendiri,
dan semua sumber baik yang dikutip maupun dirujuk
telah saya nyatakan dengan benar.**

Nama : Nurma Nugraha

NPM : 1006786215

Tanda Tangan : 

Tanggal : 11 Juli 2012

HALAMAN PENGESAHAN

Tesis ini diajukan oleh :

Nama : Nurma Nugraha

NPM : 1006786215

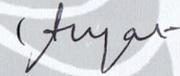
Program Studi : Matematika

Judul Tesis : Klasifikasi Sidik Jari dengan Menggunakan Teori Graf

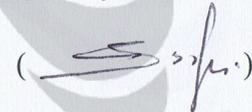
Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Magister Sains pada Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Indonesia.

DEWAN PENGUJI

Pembimbing : Dr. Kiki Ariyanti Sugeng

()

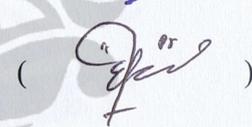
Penguji : Dr. rer. nat. Hendri Murfi

()

Penguji : Bevina D. Handari, Ph.D.

()

Penguji : Ari Wibowo, M.Si.

()

Ditetapkan di : Depok

Tanggal : 11 Juli 2012

KATA PENGANTAR

Segala puji hanya bagi Allah SWT, atas semua kasih sayang dan karunia-Nya yang tak berhingga kepada penulis sehingga tesis ini dapat diselesaikan dengan baik. Shalawat serta salam penulis sampaikan pada suri tauladan manusia, Nabi Muhammad SAW. Penulis menyadari bahwa penyusunan tesis ini tidak terlepas dari peranan, dorongan, bantuan, dan doa dari banyak pihak. Dengan penuh rasa syukur dan hormat, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

1. Ketua Prodi S2 Matematika UI Prof. Dr. Djati Kerami dan Sekretaris Prodi S2 Matematika UI Dr. rer. nat. Hendri Murfi
2. Dr. Kiki Ariyanti Sugeng selaku pembimbing penulis yang selalu sabar dan semangat dalam membimbing dan memotivasi penulis dalam menyelesaikan tesis ini dengan baik.
3. Seluruh dosen Departemen Matematika UI atas segala ilmu yang sangat bermanfaat bagi penulis.
4. Seluruh staf dan karyawan Departemen Matematika UI yang telah banyak membantu penulis dalam mengurus administrasi.
5. Seluruh pihak dalam Pusat Studi Komputasi Matematika (PSKM) Universitas Gunadarma, terutama Prof. Suryadi Harmanto S, selaku Pembantu Rektor 1, Dr. Ernastuti, dan Dr. Edi Sukirman.
6. Abdul Dayan sebagai suami yang selalu mendukung, memahami, dan mencurahkan kasih sayang yang tak berhingga kepada penulis dalam segala hal menuju kebahagiaan dunia dan akhirat.
7. Bapak Mukti Rasyid dan Ibu Yeni Komariah, orang tua penulis yang sangat mencintai dan menyayangi penulis dengan doa dan dorongannya selama hidup penulis.
8. Aqila Arifah, buah hati penulis yang ikut berjuang memahami penulis menyelesaikan tesis dan selalu menjadikan hidup penulis lebih bahagia dunia untuk akhirat.
9. Kakak dan adik penulis, Ce Diah, Mas Eko, Ika, I'am, yang telah banyak memberikan dukungan, bantuan, dan doanya.

10. Kakak Ipar penulis, Mpo Ati yang mendukung penulis dengan menjaga buah hati penulis.
11. Seluruh anggota keluarga yang selalu mendoakan penulis.
12. Anggota PSKM angkatan 2 ; Kak Feny, Kak Dewi, Iif, desti, Mya, Uun, dan Rifkos, sahabat seperjuangan yang selalu berbagi suka dan duka, saling mendukung, dan saling mendoakan.
13. Seluruh teman-teman S2 angkatan 2010, Pak PJ, Mbak Risda, Mbak Fatin, Mbak Rida, Mbak Lisa, Mbak Gina, Mbak Titi, Mbak Siti, Pak Iwan, Pak Supri , Pak Ahmad, Bu Endang, Mbak Rina, sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan.
14. Seluruh sahabat penulis yang masih terus mendukung penulis dalam menyelesaikan tesis ini.
15. Pihak lain yang mungkin penulis lupa sebutkan yang telah memberikan bantuan dan dorongan kepada penulis.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan pada tesis ini. Oleh karena itu, penulis mohon maaf jika terdapat kesalahan atau kekurangan. Akhir kata, semoga tesis ini dapat bermanfaat.

*Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan,
sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan.
Maka apabila kamu telah selesai (dari sesuatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-
sungguh (urusan) yang lain.
dan hanya kepada Tuhanmulah hendaknya kamu berharap.*

Depok, 11 Juli 2012

Penulis

Nurma Nugraha

**HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS
AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademik Universitas Indonesia, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nurma Nugraha
NPM : 1006786215
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis karya : Tesis

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Indonesia **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul :

**Klasifikasi Sidik Jari
dengan Menggunakan Teori Graf**

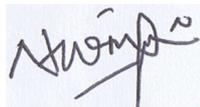
beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Noneksklusif ini Universitas Indonesia berhak menyimpan, mengalihmedia/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di : Depok

Pada tanggal : 11 Juli 2012

Yang menyatakan



(Nurma Nugraha)

vi

ABSTRAK

Nama : Nurma Nugraha
Program Studi : Matematika
Judul : Klasifikasi Sidik Jari dengan Menggunakan Teori Graf

Sidik jari biasanya digunakan sebagai identitas pribadi seseorang. Dalam proses pengenalan sidik jari seseorang, umumnya sidik jari dicocokkan dengan basis data yang memuat sangat banyak data sidik jari. Oleh karena itu untuk mengurangi waktu pencocokkan dan perhitungan yang kompleks pada proses penenalan sidik jari, dilakukan proses yang disebut klasifikasi sidik jari. Klasifikasi sidik jari adalah cara menentukan sebuah sidik jari masuk kedalam suatu kelas tertentu. Karakteristik sidik jari yang digunakan dalam klasifikasi sidik jari dengan menggunakan teori graf pada tesis ini adalah gambar berarah. Proses klasifikasi dimulai dengan pembentukan graf terhubung berdasarkan gambar berarah yang telah disegmentasi berdasarkan arah yang sama. Dari graf terhubung dibangun sebuah graf yang lebih ringkas tetapi tetap memuat informasi dari graf terhubung, graf tersebut diberi nama super graf terhubung. Pada basis data yang terdiri dari beberapa kelas sidik jari, dari masing-masing kelas diambil satu sidik jari sampel. Sidik jari sampel ini disebut model sidik jari dari tiap-tiap kelas sidik jari. Kemudian untuk proses pencocokkan dan klasifikasi, super graf dari sidik jari yang diteliti dan sidik jari model dari tiap-tiap kelas dibandingkan dengan menggunakan *cost function*. Kelas yang mempunyai nilai *cost function* minimum, akan menjadi kelas yang dipilih sebagai kelas dari sidik jari yang diteliti. Pada tesis ini dijelaskan proses pembentukan super graf terhubung dari suatu gambar beararah.

Kata Kunci : Klasifikasi, sidik jari, gambar berarah, graf, super graf
xi+51 halaman ; 14 gambar
Daftar Pustaka : 8 (1982-2008)

ABSTRACT

Name : Nurma Nugraha
Subject : Mathematics
Title : The classification of finger print using graph theory

Fingerprint is usually used as a private identity. In identifying process of someone's fingerprint, generally, fingerprint is matched by the data base which contains many fingerprint data. Therefore, to reduce the complex matching and counting time in identifying fingerprint, we can do a process which is called fingerprint classification. Fingerprint classification is a way to show that a fingerprint is classified into one class. Fingerprint character which is used in classifying fingerprint using graph theory in this thesis is directional image. Classification process is begun by forming related graph based on directional image which has been segmented by the same direction. Related graph is built a shorter graph which contains information from connected graph which is called super graph related. In database which consists of some fingerprints, from each class is taken one sample of fingerprint. This sample of fingerprint is called fingerprint model of each fingerprint classification. In matching and classifying process, the elaborated super graph and fingerprint model of each class are matched by using cost function. The class which has minimum cost function value will be the chosen class as elaborated fingerprint class. This thesis gives an explanation on how to construct super connected graph from a directional image.

Keyword : Classification, fingerprint, directional image, graph, super graph
xi+51 pages : 14 pictures
Bibliography : 8 (1982 – 2008)

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERNYATAAN ORISINALITAS	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
KATA PENGANTAR	iv
HALAMAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACK	viii
DAFTAR ISI	ix
1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Permasalahan dan Ruang Lingkup	2
1.3 Tujuan Penelitian	2
2. LANDASAN TEORI	4
2.1 Image (Citra)	4
2.2 Sidik Jari	6
2.3 Graf	7
2.4 Gambar Berarah (<i>Directional Image</i>) dan Segmentasinya	8
2.5 Pusat Massa	10
3. KLASIFIKASI SIDIK JARI DENGAN MENGGUNAKAN TEORI GRAF	12
3.1 Pembentukan Graf Terhubung	14
3.1.1 Pembentukkan Simpul	14
3.1.2 Pembentukkan Busur	16
3.2 Pembentukan Super Graf Terhubung	19
3.3 Perbandingan Super Graf dan Klasifikasi	21
4. LANGKAH-LANGKAH KLASIFIKASI SIDIK JARI DENGAN MENGGUNAKAN TEORI GRAF	23
4.1 Perhitungan Parameter Pada Perhitungan Klasifikasi Sidik Jari	23
4.2 Langkah-langkah Klasifikasi Sidik Jari	32
4.3 Contoh	33
5. KESIMPULAN DAN SARAN	45
5.1 Kesimpulan	45
5.2 Saran	45
DAFTAR PUSTAKA	46

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Citra digital berukuran $M \times N$	4
Gambar 2.2. Contoh sampling dan kuantisasi	6
Gambar 2.3. Perubahan sidik jari ke dalam gambar berarah	8
Gambar 2.4. Arah pada gambar berarah	8
Gambar 2.5. Gambar berarah direpresentasikan ke dalam matriks	9
Gambar 2.6. Segmentasi gambar berarah	9
Gambar 2.7. Pusat massa suatu benda	10
Gambar 3.1. Proses klasifikasi sidik jari	13
Gambar 3.2. Proses pembentukan super graf	13
Gambar 3.3. Arah pada gambar berarah	17
Gambar 3.4. Sudut pada arah gambar berarah	17
Gambar 3.5. Pembentukan graf terhubung	18
Gambar 3.6. Pembentukan simpul pada super graf terhubung	19
Gambar 3.7. Pembentukan super graf terhubung	21

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sidik jari adalah hasil reproduksi tapak jari baik yang sengaja diambil, dicapkan dengan tinta, maupun bekas yang ditinggalkan pada benda karena pernah tersentuh kulit telapak tangan atau kaki. Sidik jari mempunyai beberapa keunggulan yaitu, bersifat spesifik untuk setiap orang (unik), bersifat permanen, tidak pernah berubah sepanjang hayat, dan sidik jari relatif mudah diklasifikasikan karena bentuknya yang berpola dan unik.

Sidik jari merupakan identitas pribadi yang unik. Karena keunikannya tersebut, dewasa ini banyak teknologi mutakhir menggunakan hasil identifikasi sidik jari terutama sistem yang berorientasi pada sistem keamanan. Sebagai contoh sistem yang dikembangkan oleh perusahaan di bidang biometrik yang mulai berkembang seperti absensi, akses kontrol, aplikasi retail, sistem *payment* dan masih banyak lagi.

Proses pengenalan sidik jari adalah proses penyamaan gambar digital sidik jari seseorang dengan gambar digital dari basis data. Tentu saja proses ini membutuhkan waktu yang lama dan perhitungan yang sangat banyak. Oleh karena itu untuk mengurangi waktu pencocokkan dan perhitungan yang kompleks pada proses pengenalan sidik jari, dilakukan proses yang disebut klasifikasi sidik jari (Jain, 1999).

Pada proses klasifikasi sidik jari, basis data sidik jari dikelompokkan kedalam beberapa kelas yang tidak saling tumpang tindih berdasarkan struktur tertentu. Selanjutnya, sidik jari yang ingin diteliti akan ditempatkan pada kelas yang bersesuaian dengan sidik jari tersebut. Proses klasifikasi sidik jari yang dibahas pada tesis ini adalah bagaimana cara menentukan sebuah sidik jari masuk kedalam suatu kelas tertentu.

Pada klasifikasi sidik jari digunakan beberapa karakteristik pada sidik jari seperti *minutiae*, *core* dan *delta*. *Minutiae* adalah garis-garis pada sidik jari yang bersudut atau berpotongan (Maltoni, 1995). *Core* adalah lekukan pada garis sidik

jari yang berubah arah atau titik tengah pada sidik jari, sedangkan *delta* adalah persimpangan dari beberapa garis pada sidik jari (Tarjoman dkk, 2008). Pada tesis ini karakteristik sidik jari yang digunakan pada proses klasifikasi adalah gambar berarah (*directional image*). Gambar berarah atau *Directional Image* dapat direpresentasikan sebagai matriks diskrit yang setiap elemennya menunjukkan arah dari tiap-tiap piksel dalam citra digital utamanya.

Proses klasifikasi sidik jari dapat dilakukan dengan berbagai cara. Salah satu cara klasifikasi sidik jari adalah dengan menggunakan bantuan teori graf. Proses dimulai dengan membentuk gambar berarah dari sebuah gambar digital sidik jari. Gambar berarah yang telah terbentuk kemudian disegmentasi berdasarkan arah yang sama. Setiap daerah yang diperoleh dari proses segmentasi memiliki arah yang homogen. Dengan bahan dasar gambar berarah yang telah disegmentasi tersebut, proses klasifikasi sidik jari baru dapat dilakukan dengan menggunakan teori graf, yaitu dengan membentuk suatu graf terhubung berdasarkan karakteristik dari gambar berarah. Setelah pembentukkan graf terhubung, proses selanjutnya graf terhubung tersebut diubah menjadi sebuah super graf terhubung. Pada basis data yang terdiri dari beberapa kelas sidik jari, dari masing-masing kelas diambil satu sidik jari sampel. Kemudian untuk proses pencocokkan dan klasifikasi, super graf dari sidik jari yang diteliti dan sidik jari model dari tiap-tiap kelas dibandingkan dengan menggunakan *cost function*. Kelas yang mempunyai nilai *cost function* minimum, maka akan menjadi kelas yang dipilih sebagai kelas dari sidik jari yang diteliti (Tarjoman dkk, 2008).

1.2 Permasalahan dan Ruang Lingkup

Permasalahan yang akan dibahas pada tesis ini adalah bagaimana proses klasifikasi sidik jari dengan menggunakan teori graf. Sedangkan ruang lingkup tesis ini adalah gambar berarah yang sudah disegmentasi dianggap sudah ada dan contoh pembentukkan super graf hanya berdasarkan gambar *dummy*.

1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penelitian ini sebagai berikut :

1. Menjelaskan proses klasifikasi sidik jari dengan menggunakan teori graf

2. Menjelaskan langkah-langkah pembentukan super graf pada klasifikasi sidik jari dengan teori graf.



BAB 2

LANDASAN TEORI

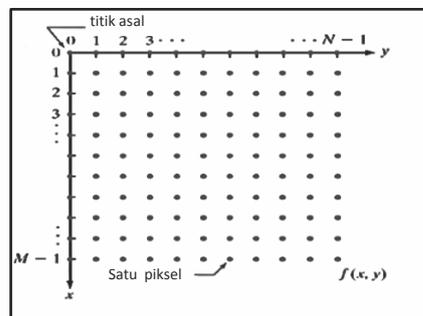
Pada bab ini dibahas mengenai landasan teori yang digunakan dalam tesis ini, khususnya yang diperlukan dalam Bab 3. Teori yang dibahas adalah teori yang mendukung proses klasifikasi sidik jari dengan menggunakan teori graf.

2.1 Image (Citra)

Bahan utama yang digunakan pada pembahasan berikut diambil dari Gonzalez (2001) kecuali disebutkan berbeda.

Citra didefinisikan sebagai fungsi dua dimensi, $f(x, y)$, dimana x dan y adalah koordinat spasial dan nilai dari fungsi f pada setiap pasang koordinat (x, y) disebut intensitas atau derajat keabuan dari image pada suatu titik. Ketika x, y dan nilai fungsi f bernilai diskrit citra tersebut disebut citra digital. Tujuan dibuatnya citra digital adalah agar citra tersebut dapat diolah menggunakan komputer atau piranti digital.

Koordinat yang digunakan pada citra digital berbeda dengan koordinat kartesius yang biasa digunakan. Pada koordinat citra digital titik asal koordinat berada pada pojok kiri atas $(x, y) = (0,0)$. Koordinat selanjutnya yang berada sepanjang baris pertama pada citra digital direpresentasikan dengan $(x, y) = (0,1)$, dan seterusnya. Untuk lebih jelasnya koordinat dari citra digital diperlihatkan pada gambar berikut :



[sumber : Gonzalez, 2001]

Gambar 2.1. Citra digital berukuran $M \times N$

Gambar 2.1 menunjukkan citra digital berukuran $M \times N$. Setiap titik yang berada pada koordinat citra digital disebut piksel. Sebuah citra digital yang berukuran $M \times N$ biasanya direpresentasikan dengan sebuah matriks diskrit yang berukuran $M \times N$, yaitu:

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \dots & f(1,N-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

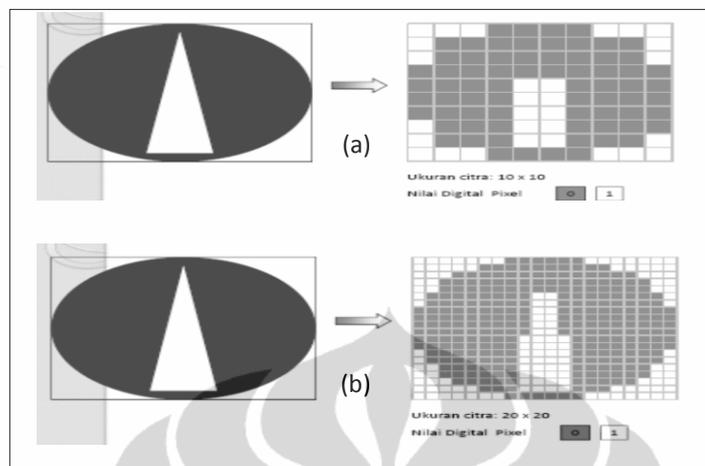
dimana setiap elemen dari matriks tersebut adalah piksel dari citra digital.

Untuk mengubah citra yang diteliti ke bentuk citra digital dibutuhkan suatu proses yang mengubah data kontinu ke bentuk digital, proses tersebut adalah sampling dan kuantisasi.

Sampling adalah digitasi nilai koordinat, yaitu proses pengambilan informasi dari suatu titik piksel pada grid-grid yang berbentuk bujursangkar (kisi-kisi dalam horizontal dan vertikal). Pembagian gambar menjadi ukuran tertentu menentukan resolusi yang diperoleh. Semakin tinggi resolusinya yang berarti semakin banyak jumlah pikselnya, maka semakin halus gambar yang diperoleh karena informasi yang hilang akibat pengelompokan derajat keabuan pada sampling semakin kecil.

Kuantisasi adalah digitasi nilai amplitude atau derajat keabuan. Pada kuantisasi hitam dinyatakan dengan nilai derajat keabuan terendah yaitu 0, sedangkan putih dinyatakan dengan nilai derajat keabuan tertinggi. Pada citra biner digunakan 2 derajat keabuan, tiap piksel yang berwarna hitam direpresentasikan dengan 0 dan 1 yang berarti putih. Semakin banyak jumlah derajat, maka semakin baik pula gambar yang diperoleh, karena derajat keabuan yang semakin tinggi akan menghasilkan sebuah citra yang mendekati citra aslinya.

Contoh sampling dan kuantisasi diilustrasikan gambar berikut :



Keterangan : (a) Citra digital 10 x 10, (b) Citra digital 20 x 20

Gambar 2.2. Contoh sampling dan kuantisasi

Pada Gambar 2.2 (a) Proses sampling menghasilkan citra digital yang berukuran 10 x 10 dan proses kuantisasi memberi nilai 0 untuk piksel yang berwarna hitam dan 1 untuk piksel yang berwarna putih. Sedangkan pada Gambar 2.2 (b) Proses sampling menghasilkan citra digital berukuran 20 x 20, dan proses kuantisasi memberi nilai 0 untuk piksel yang berwarna hitam dan 1 untuk piksel yang berwarna putih. Perbedaan kedua gambar tersebut tampak jelas, Gambar (b) yang berukuran 20 x 20 lebih merepresentasikan citra aslinya dibandingkan dengan Gambar (a).

2.2. Sidik Jari

Sidik jari adalah hasil reproduksi tapak jari baik yang sengaja diambil, dicapkan dengan tinta, maupun bekas yang ditinggalkan pada benda karena pernah tersentuh kulit telapak tangan atau kaki. Kulit telapak adalah kulit pada bagian telapak tangan mulai dari pangkal pergelangan sampai kesemua ujung jari, dan kulit bagian dari telapak kaki mulai dari tumit sampai ke ujung jari yang mana pada daerah tersebut terdapat garis halus menonjol yang keluar satu sama lain

yang dipisahkan oleh celah atau alur yang membentuk struktur tertentu (Ashbaugh, 1991).

Sifat-sifat yang dimiliki oleh sidik jari, antara lain :

1. *Perennial nature*, yaitu guratan-guratan pada sidik jari yang melekat pada kulit manusia seumur hidup.
2. *Immutability*, yaitu sidik jari seseorang tidak pernah berubah, kecuali mendapatkan kecelakaan yang serius.
3. *Individuality*, pola sidik jari adalah unik dan berbeda untuk setiap orang.

Dari ketiga sifat ini, sidik jari dapat digunakan sebagai sistem identifikasi dan sistem autentikasi. Sistem identifikasi dapat digunakan dalam penerapan teknologi informasi seperti, sistem akses keamanan untuk masuk ke suatu area atau ruangan tertentu yang dibatasi. Sedangkan sistem autentikasi digunakan untuk akses data yang sifatnya rahasia dan terbatas.

2.3. Graf

Bahan utama yang digunakan pada pembahasan berikut diambil dari Bondy dan Murty (1982) kecuali disebutkan berbeda.

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) , ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, dimana V adalah himpunan tak kosong dari simpul-simpul dan E adalah himpunan sisi yang menghubungkan sepasang simpul. Himpunan simpul dari graf G ditulis dengan $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$, sedangkan himpunan sisi dari graf G dinyatakan dengan $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$ atau sisi yang menghubungkan simpul v_i dengan simpul v_j dapat dinyatakan dengan pasangan (v_i, v_j) .

Suatu graf G dikatakan terhubung jika untuk setiap simpul dari graf G terdapat jalur yang menghubungkan kedua simpul tersebut. Jalur pada graf G adalah perjalanan yang melewati semua simpul yang berbeda-beda. Perjalanan pada suatu graf G adalah barisan simpul dan ruas berganti-ganti

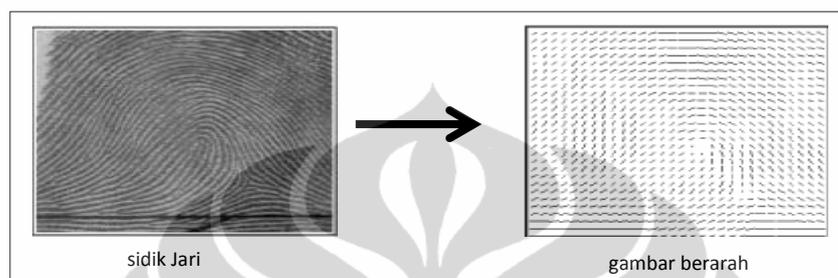
$v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_3, \dots, v_n, e_n$.

Suatu graf dikatakan graf berbobot jika terdapat suatu bilangan real yang dihubungkan dengan setiap simpul dan sisi dari graf tersebut.

2.4. Gambar Berarah (*Directional Image*) dan Segmentasinya

Gambar berarah atau *Directional Image* dari sebuah sidik jari dapat direpresentasikan sebagai sebuah matriks diskrit yang setiap elemennya menunjukkan arah dari tiap-tiap piksel dalam citra digital utamanya. Gambar berarah berisi informasi yang dimiliki gambar sidik jari yang asli.

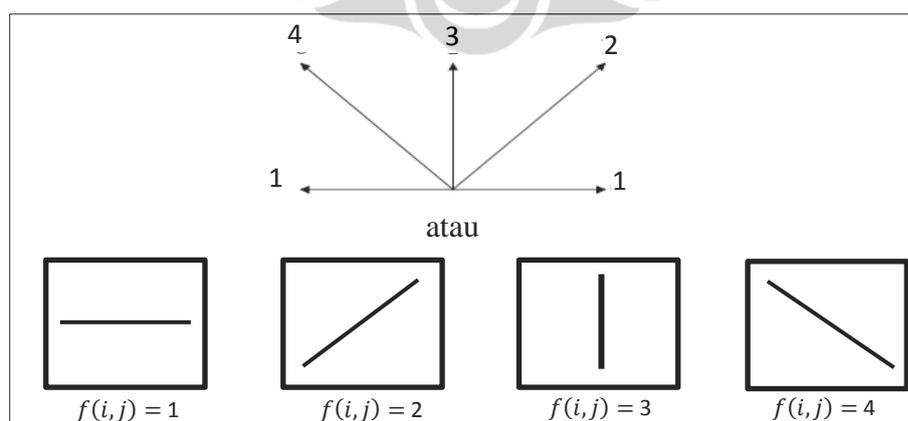
Berikut ini diberikan gambar perubahan sidik jari kedalam gambar berarah :



[sumber : Raffaele. C, 1999].

Gambar 2.3. Perubahan sidik jari kedalam gambar berarah

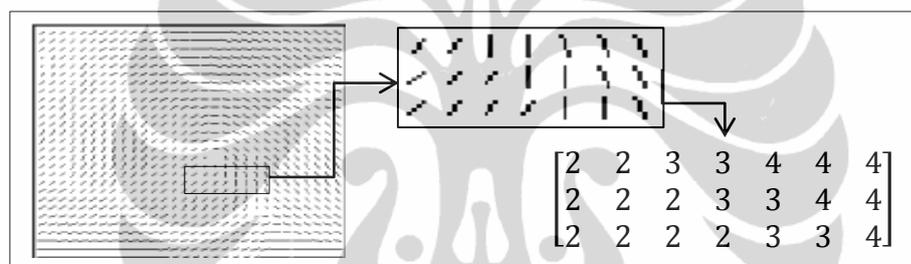
Banyak arah yang digunakan pada gambar berarah mempengaruhi cepat lambatnya waktu pencocokkan sebuah sidik jari dengan model sidik jari. Semakin banyak arah yang digunakan pada gambar berarah mengakibatkan tingkat kerumitan pencocokkan semakin tinggi sehingga waktu pencocokkan yang dibutuhkan akan semakin lama. Dengan alasan tersebut pada tesis ini digunakan empat arah pada perepresentasian gambar berarah , yaitu :



Gambar 2.4. Arah pada gambar berarah

Pada Gambar 2.4. gambar berarah pada tesis ini dibagi menjadi empat arah yaitu arah horizontal, diagonal ke kanan, vertikal, dan arah diagonal ke kiri. Gambar digital dari gambar berarah direpresentasikan kedalam matriks berdasarkan arah tersebut. Pixel pada gambar berarah yang memuat arah horizontal akan direpresentasikan kedalam elemen matriks bernilai 1. Pixel pada gambar berarah yang memuat arah diagonal ke kanan akan direpresentasikan kedalam elemen matriks bernilai 2. Pixel pada gambar berarah yang memuat arah vertikal akan direpresentasikan kedalam elemen matriks bernilai 3. Dan pixel pada gambar berarah yang memuat arah diagonal ke kiri akan direpresentasikan kedalam elemen matriks bernilai 4.

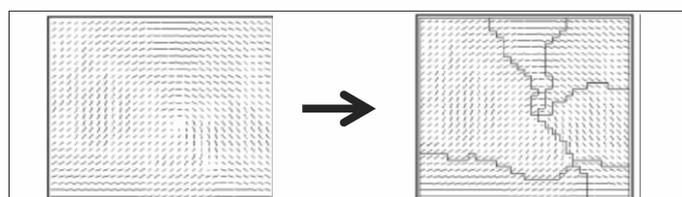
Sebagai contoh diberikan gambar berarah yang direpresentasikan sebagai sebuah matriks :



Gambar 2.5. Gambar berarah direpresentasikan ke dalam matriks

Gambar 2.5 menunjukkan gambar berarah direpresentasikan sebagai matriks dimana setiap nilai pada entri matriks tersebut merupakan nilai arah yang sesuai dengan setiap pixel gambar berarah.

Selanjutnya gambar berarah yang telah terbentuk disegmentasi berdasarkan arahnya yaitu dengan mengelompokkan arah-arah yang sama, artinya setiap daerah memiliki arah yang homogen.



[sumber : Raffaele. C, 1999].

Gambar 2.6. Segmentasi gambar berarah

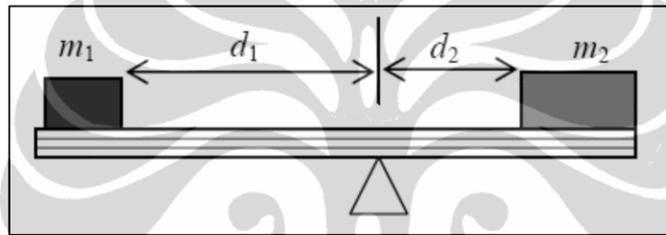
Pada Gambar 2.6. gambar berarah dari sebuah sidik jari disegmentasi berdasarkan arah yang sama. Dari segmentasi tersebut didapat 6 buah daerah.

2.5. Pusat Massa

Bahan utama yang digunakan pada pembahasan berikut diambil dari Purcell (1997) kecuali disebutkan berbeda.

Misalkan terdapat dua benda masing-masing memiliki massa sebesar m_1 dan m_2 yang diletakkan pada papan berimbang dengan jarak berturut-turut d_1 dan d_2 dari titik penyangga pada bagian-bagian yang berbeda. Keadaan tersebut akan seimbang jika dipenuhi :

$$m_1 d_1 = m_2 d_2. \quad (2.2)$$



[sumber : Purcell, 1997]

Gambar 2.7. Pusat massa suatu benda

Suatu model matematis yang baik diperoleh apabila papan tersebut diletakkan pada suatu sistem yang titik asalnya dihipitkan dengan titik penyangga papan, maka koordinat x_1 dari massa m_1 adalah $x_1 = -d_1$ dan dari massa m_2 adalah $x_2 = d_2$. Jadi syarat keseimbangan adalah :

$$x_1 m_1 + x_2 m_2 = 0 \quad (2.3)$$

Hasil kali massa m dan jarak berarah d dari suatu titik tertentu dinamakan momen benda terhadap titik tersebut. Momen ini mengukur kecenderungan massa yang menghasilkan suatu putaran pada titik tersebut. Syarat supaya dua massa pada sebuah garis berimbang adalah jumlah momen-momen terhadap titik itu sama dengan nol.

Keadaan tersebut dapat diperluas untuk sejumlah n benda. Jumlah momen M terhadap titik asal suatu sistem yang terdiri atas n massa, yaitu m_1, m_2, \dots, m_n

yang berbeda pada x_1, x_2, \dots, x_n pada sumbu X adalah jumlah momen masing-masing massa, yaitu :

$$M = x_1 m_1 + x_2 m_2 + \dots + x_n m_n = \sum_{i=1}^n x_i m_i \quad (2.4)$$

Syarat keseimbangan di titik asal adalah $M = 0$. Misalkan \bar{x} merupakan koordinat titik seimbang sistem pada sumbu X , maka momen terhadap titik tersebut harus nol. Jadi berlaku :

$$(x_1 - \bar{x})m_1 + (x_2 - \bar{x})m_2 + \dots + (x_n - \bar{x})m_n = 0 \quad (2.5)$$

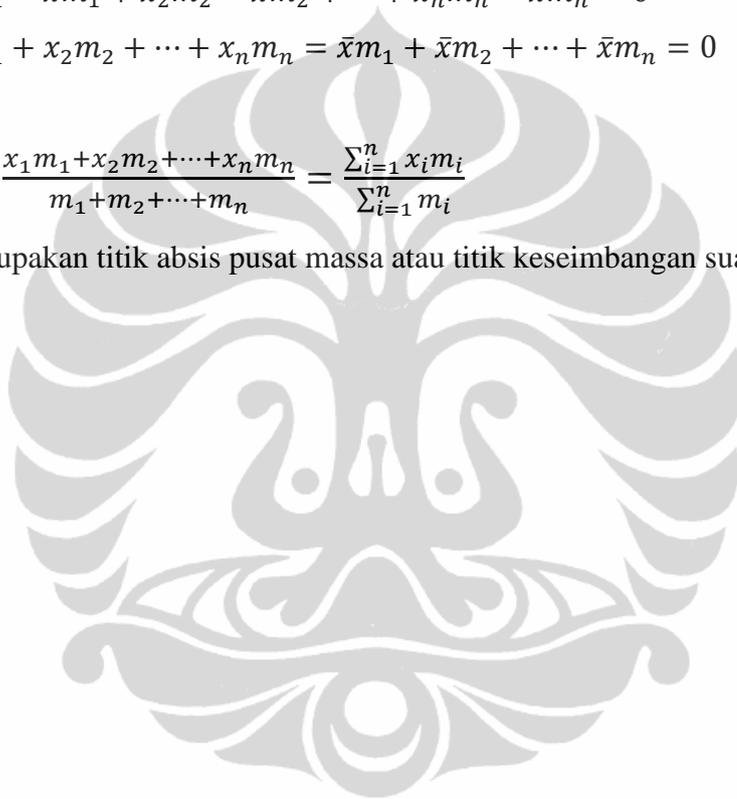
$$x_1 m_1 - \bar{x} m_1 + x_2 m_2 - \bar{x} m_2 + \dots + x_n m_n - \bar{x} m_n = 0 \quad (2.6)$$

$$x_1 m_1 + x_2 m_2 + \dots + x_n m_n = \bar{x} m_1 + \bar{x} m_2 + \dots + \bar{x} m_n = 0 \quad (2.7)$$

Maka :

$$\bar{x} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \dots + x_n m_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i m_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (2.8)$$

dengan \bar{x} merupakan titik absis pusat massa atau titik keseimbangan suatu benda.



BAB 3

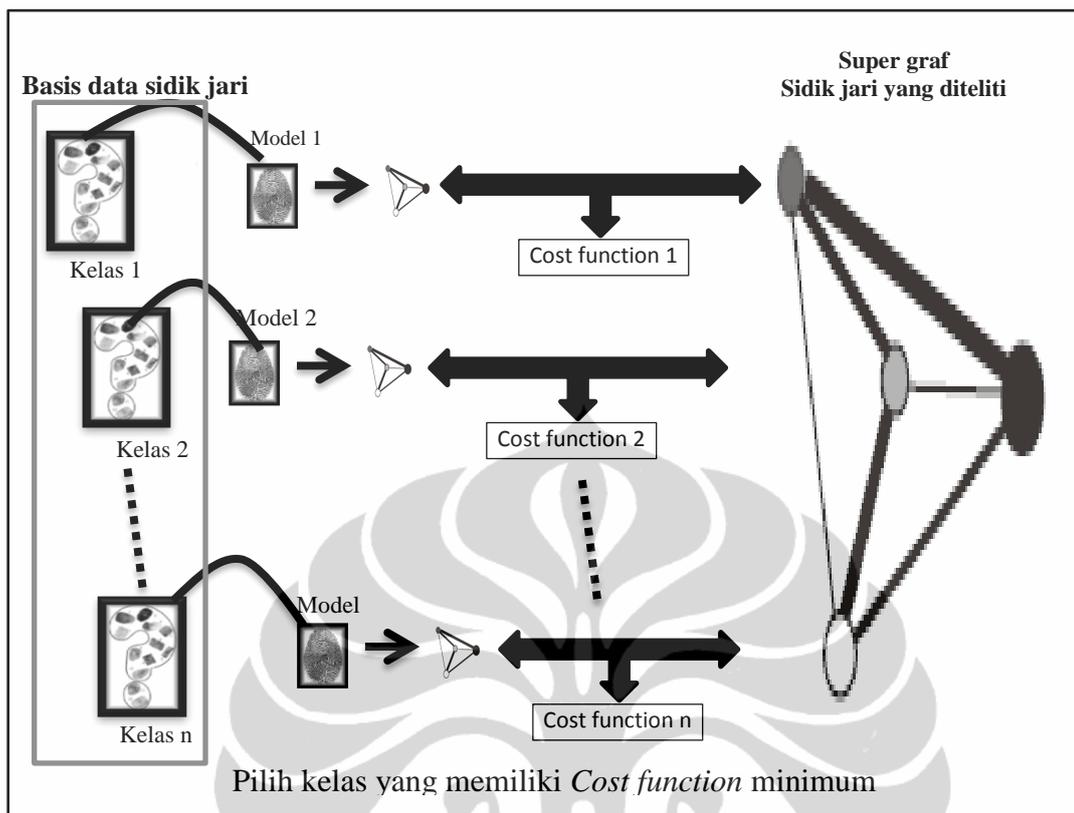
KLASIFIKASI SIDIK JARI

DENGAN MENGGUNAKAN TEORI GRAF

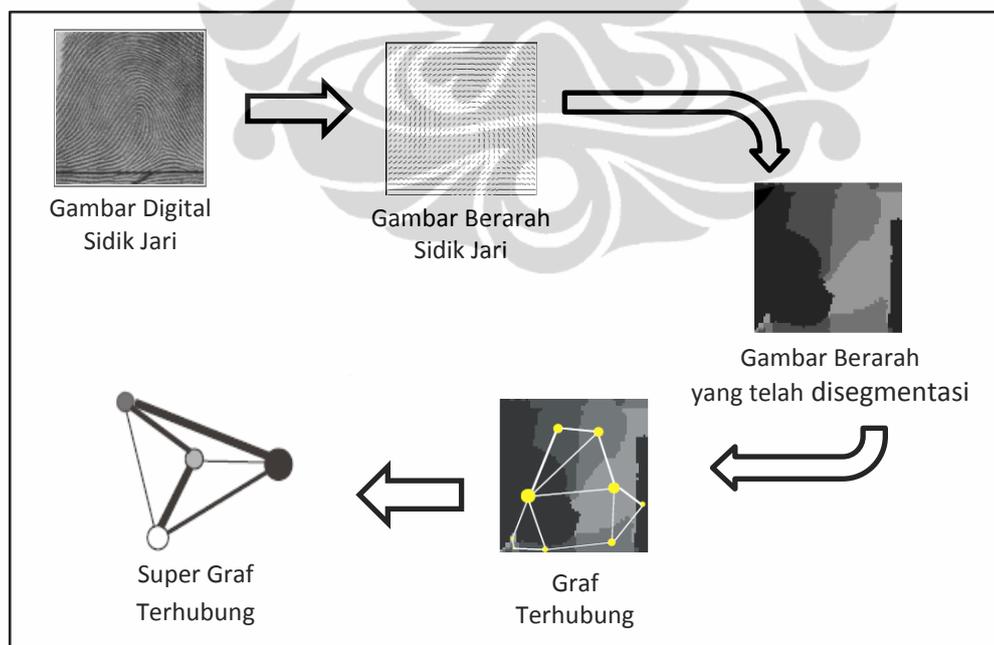
Dewasa ini sidik jari telah digunakan pada banyak aplikasi seperti pada forensik, transaksi perbankan, keamanan kartu kredit, identifikasi seseorang, dan lain-lain. Dalam proses pengenalan sidik jari seseorang, umumnya sidik jari dicocokkan dengan basis data yang memuat sangat banyak data sidik jari (sebagai contoh : FBI mempunyai 70 juta basis data sidik jari) sehingga membutuhkan waktu yang cukup lama dan perhitungan yang kompleks. Oleh karena itu untuk mengurangi waktu pencocokkan dan perhitungan pada proses pengenalan sidik jari, dilakukan proses yang disebut klasifikasi sidik jari (Jain, 1999).

Proses klasifikasi sidik jari yang dijelaskan dalam tesis ini menggunakan bantuan teori graf dengan menggunakan salah satu karakteristik sidik jari yaitu gambar berarah (*directional image*). Bahan utama yang digunakan pada pembahasan berikut berdasarkan Tarjoman dkk (2008) kecuali disebutkan berbeda, akan tetapi detail rumus yang digunakan ada kemungkinan berbeda karena makalah Tarjoman dkk (2008) tidak memberikan detail rumusnya. Proses klasifikasi sidik jari yang dijelaskan pada tesis ini yaitu proses penentuan sebuah sidik jari yang telah berbentuk super graf terhubung masuk kedalam suatu kelas tertentu yang ada pada basis data. Pada bab ini akan dijelaskan pula proses pembentukan super grafnya.

Secara singkat proses klasifikasi sidik jari dengan menggunakan teori graf diberikan pada Gambar 3.1 dan Gambar 3.2.



Gambar 3.1. Proses klasifikasi sidik jari



[sumber : Tarjoman, 2008].

Gambar 3.2. Proses pembentukan super graf

Gambar 3.1 menggambarkan alur klasifikasi sebuah sidik jari. Proses ini diawali dengan pengambilan sampel pada tiap-tiap kelas sidik jari yang ada pada basis data. Masing-masing sidik jari sampel tersebut diubah kedalam bentuk super graf terhubung, dengan langkah pembentukkan super graf terhubung tersebut dijelaskan pada Gambar 3.2. Selanjutnya super graf terhubung dari tiap-tiap sampel dibandingkan dengan super graf terhubung dari sidik jari yang diteliti dengan menggunakan *cost function*. Kelas yang mempunyai nilai *cost function* minimum, maka akan menjadi kelas yang dipilih sebagai kelas dari sidik jari yang diteliti (Tarjoman dkk, 2008).

Sedangkan Gambar 3.2 menggambarkan alur dari pembentukkan super graf terhubung sebuah sidik jari. Proses dimulai dari pembentukkan dan segmentasi gambar berarah, dilanjutkan dengan pembentukkan graf terhubung, dan dari graf terhubung tersebut dibentuk super graf terhubungnya.

Pada tesis ini diasumsikan gambar berarah yang telah disegmentasi sudah ada dan contoh pembentukkan super graf hanya berdasarkan gambar *dummy*. Pembahasan selanjutnya dimulai dengan proses pembentukkan graf terhubung dari gambar berarah yang diberikan.

3.1 Pembentukkan Graf Terhubung

Graf terhubung pada sidik jari dibentuk berdasarkan gambar berarah yang telah disegmentasi. Graf terhubung pada tesis ini memiliki empat parameter, yaitu V (banyaknya simpul pada suatu graf), E (banyaknya busur pada suatu graf), w_s (bobot dari simpul), dan w_b (bobot dari busur). Sedangkan karakteristik dari gambar berarah yang telah disegmentasi yang digunakan pada pembentukkan graf terhubung yaitu, pusat massa suatu daerah, arah pada suatu daerah, perbedaan arah antara dua daerah, jarak antara dua pusat massa, dan batas antara dua buah daerah.

3.1.1 Pembentukkan Simpul

Simpul pada graf terhubung dibentuk berdasarkan gambar berarah yang telah disegmentasi. Banyaknya simpul yang dibentuk sama dengan banyaknya daerah yang terbentuk. Tiap-tiap simpul terletak pada pusat massa setiap daerah

yang bersesuaian. Proses perhitungan pusat massa dan bobot simpul suatu daerah pada tesis ini menggunakan matriks hasil dari representasi gambar berarah yang telah disegmentasi (pembentukan matriks hasil representasi gambar berarah telah dijelaskan di Bab 2.4.).

Pusat massa suatu daerah adalah suatu titik yang terletak pada pusat keseimbangan daerah tersebut, yaitu momen atau hasil kali massa dengan titik koordinat dibagi dengan jumlah massa daerah tersebut. Berdasarkan Bab 2.5. simpul yang terletak pada pusat massa suatu daerah, dapat dicari dengan menggunakan Persamaan 2.8 yang telah disesuaikan ke Persamaan 3.1.

Pada Persamaan 2.8 titik keseimbangan adalah :

$$\bar{x} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \dots + x_n m_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i m_i}{\sum_{i=1}^n m_i},$$

dimana :

x_i : titik koordinat suatu benda

m_i : massa suatu benda

Dengan menyesuaikan persamaan tersebut, titik keseimbangan pada matriks yang mewakili tiap daerah pada gambar berarah yang telah disegmentasi adalah :

$$\bar{i} = \frac{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} i \cdot f(i,j)}{w_s} \quad \text{dan} \quad \bar{j} = \frac{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} j \cdot f(i,j)}{w_s}, \quad (3.1)$$

dimana :

\bar{i} : baris pusat massa

\bar{j} : kolom pusat massa

i : baris ke- i , $i = 0, 1, 2, \dots, M - 1$

j : kolom ke- j , $j = 0, 1, 2, \dots, N - 1$

$f(i, j)$: nilai elemen pada baris ke- i kolom ke- j pada matriks yang mewakili tiap daerah

w_s : bobot simpul

Setiap simpul yang terbentuk pada graf terhubung memiliki bobot. Bobot simpul pada graf terhubung merepresentasikan besar kecilnya luas suatu daerah pada gambar berarah yang telah disegmentasi, semakin luas suatu daerah maka akan semakin besar pula bobot simpul pada graf berarah yang mewakili daerah tersebut. Besarnya bobot simpul atau luas suatu daerah didapat dengan cara

menghitung banyaknya elemen yang bernilai tidak nol pada tiap-tiap matriks yang bersesuaian dengan daerah tersebut, yaitu :

$$w_s = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(i, j) , \quad (3.2)$$

Contoh perhitungan mencari letak dan bobot simpul suatu daerah dijelaskan di Bab 4.

3.1.2 Pembentukan Busur

Busur pada graf terhubung berperan sebagai penghubung antar simpul. Busur dibangun pada dua buah daerah yang saling bertetangga. Daerah yang saling bertetangga merupakan dua buah daerah yang memiliki paling sedikit satu batas bersama. Bobot pada setiap busur merepresentasikan besarnya hubungan antar setiap daerah pada gambar berarah. Bobot busur (w_b) pada graf terhubung dipengaruhi oleh tiga parameter, yaitu panjang batas bersama dari daerah yang saling bertetangga ($adj - p$), jarak antara dua buah simpul ($node - d$), dan perbedaan arah dari dua daerah ($diff - v$). Masing-masing parameter yang mempengaruhi bobot busur memiliki peranan yang sama. Jika salah satu parameter tidak memiliki nilai atau nol maka bobot busur yang menghubungkan simpul tersebut bernilai nol atau tidak ada busur yang menghubungkan kedua simpul tersebut. Bobot busur dari graf terhubung merupakan perkalian dari ketiga parameter tersebut atau :

$$w_b = adj - p \times node - d \times diff - v , \quad (3.3)$$

Selanjutnya akan dijelaskan lebih dalam parameter yang mempengaruhi bobot busur, sebagai berikut :

- $adj - p$ (panjang batas bersama dari daerah yang saling bertetangga)

Daerah yang saling bertetangga adalah dua buah daerah yang memiliki paling sedikit satu batas bersama. Panjang dari batas bersama dua buah daerah didapat dengan menghitung banyaknya piksel yang bertetangga baris atau bertetangga kolom secara langsung dengan piksel yang memuat arah yang berbeda. $adj - p$ dan bobot busur berbanding lurus, artinya semakin panjang batas bersama dari dua daerah yang saling bertetangga maka semakin besar pula bobot dari busur yang menghubungkan dua daerah tersebut, dan sebaliknya

semakin pendek batas bersama dari dua daerah yang saling bertetangga maka semakin kecil pula bobot dari busur yang menghubungkan dua daerah tersebut.

- *node – d* (jarak antara dua buah simpul)

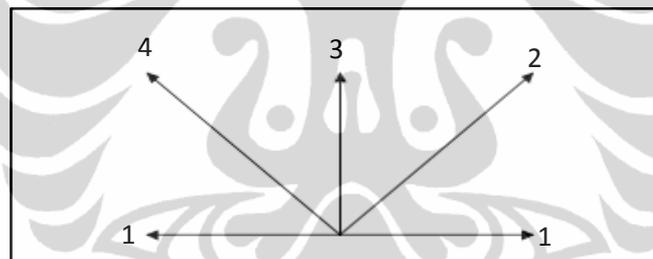
Simpul pada graf terhubung terletak pada pusat massa suatu daerah. Pada daerah yang saling bertetangga jarak antara dua pusat massanya, (\bar{i}_1, \bar{j}_1) dan (\bar{i}_2, \bar{j}_2) , didapat dengan menghitung panjang jarak antara dua titik, yaitu :

$$d = \sqrt{(\bar{i}_2 - \bar{i}_1)^2 + (\bar{j}_2 - \bar{j}_1)^2}, \quad (3.4)$$

node – d dan bobot busur berbanding lurus, artinya semakin besar jarak antara dua simpul maka semakin besar pula bobot dari busur yang menghubungkan dua daerah tersebut, dan sebaliknya semakin kecil jarak antara dua simpul maka semakin kecil pula bobot dari busur yang menghubungkan dua daerah tersebut.

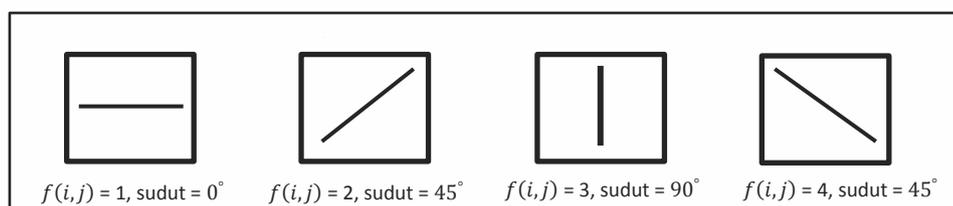
- *diff – v* (perbedaan arah dari dua daerah)

Pada tesis ini arah yang didefinisikan pada gambar berarah hanya empat arah, yaitu :



Gambar 3.3. Arah pada gambar berarah

Jika dilihat dari keempat arah tersebut, maka sudut pada masing-masing arah tersebut adalah :



Gambar 3.4 Sudut pada arah gambar berarah

Pada gambar 3.4 piksel dari gambar berarah yang memuat arah bernilai 1 memiliki besar sudut 0, piksel yang memuat arah bernilai 2 memiliki besar sudut

45° , piksel yang memuat arah bernilai 3 memiliki besar sudut 90° , piksel yang memuat arah bernilai 4 memiliki besar sudut 45° .

$diff - v$ adalah perbedaan arah dari dua daerah, artinya untuk daerah yang memiliki arah yang sama maka besar dari $diff - v$ adalah 0, sehingga $diff - v$ dapat dihitung dengan :

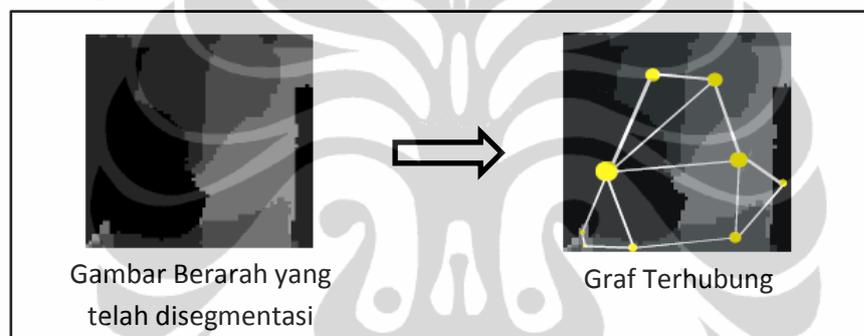
$$diff - v = \sin(|\angle R_1 - \angle R_2|), \quad (3.5)$$

dimana :

R_1 : nilai arah daerah ke-1

R_2 : nilai arah daerah ke-2

Pembentukan graf terhubung yang dibentuk berdasarkan gambar berarah yang telah disegmentasi ditunjukkan pada gambar berikut :



[sumber : Tarjoman, 2008].

Gambar 3.5 Pembentukan graf terhubung

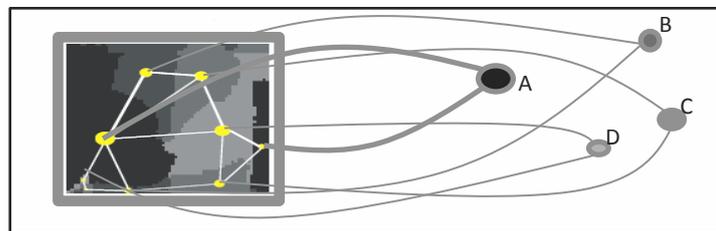
Pada Gambar 3.5 gambar berarah didefinisikan menjadi empat arah. Daerah yang memiliki arah 1 berwarna hitam, daerah yang memiliki arah 2 berwarna lebih cerah, dan seterusnya untuk daerah yang memiliki arah 3 dan 4 semakin cerah. Pada gambar berarah yang telah disegmentasi terdapat 9 buah daerah, sehingga graf terhubung yang terbentuk terdiri dari 9 simpul yang terletak pada pusat massa masing-masing daerah. Bobot dari masing-masing simpul ditunjukkan dengan besar kecilnya ukuran simpul, simpul yang memiliki ukuran besar artinya memiliki bobot yang besar, dan sebaliknya. Busur pada graf terhubung menghubungkan setiap simpul yang ada. Bobot busur pada Gambar 3.9. ditunjukkan dengan tebal dan tipisnya busur tersebut.

Setelah pembentukkan graf terhubung, proses klasifikasi dilanjutkan dengan pembentukkan graf baru yaitu super graf terhubung yang akan dibahas pada subbab selanjutnya.

3.2 Pembentukkan Super Graf Terhubung

Pada sidik jari kadang terdapat cacat atau *noise* yang mengakibatkan kesalahan dalam proses pengelompokkan arah pada gambar berarah. Beberapa daerah dengan arah yang tidak benar mungkin muncul dalam gambar berarah yang telah disegmentasi, hal ini berimbas pada kesalahan dalam pembentukkan simpul atau busur pada graf terhubung, dan pada akhirnya mengakibatkan kesalahan pada klasifikasi sidik jari. Di sisi lain, pada proses klasifikasi sidik jari dengan menggunakan graf terdapat tahap perbandingan dua sidik jari yang telah di representasikan kedalam graf. Maka pada tahap perbandingan graf tersebut, banyaknya simpul dan busur pada kedua graf harus sama. Untuk mengatasi adanya kesalahan pengelompokkan arah dan menyamakan banyaknya simpul dan busur tersebut maka dibentuklah sebuah graf yang diberi nama super graf terhubung.

Super graf terhubung merupakan graf terhubung yang dirapatkan karena simpul pada super graf terhubung merupakan gabungan dari simpul-simpul pada graf terhubung yang mempunyai arah yang sama. Pada segmentasi gambar berarah, banyaknya orientasi arah yang digunakan adalah orientasi 4 arah, sehingga banyaknya simpul yang ada pada super graf terhubung adalah 4 buah simpul.



Gambar 3.6 Pembentukkan simpul pada super graf terhubung

Pada Gambar 3.6 terlihat bahwa setiap simpul pada super graf terhubung merupakan gabungan dari simpul-simpul pada graf terhubung yang memiliki arah

yang sama. Simpul A pada Gambar 3.6 merupakan simpul pada super graf terhubung yang berasal dari gabungan simpul-simpul pada graf terhubung yang berwarna hitam (berarah 1), simpul B merupakan gabungan dari simpul-simpul yang berwarna 2, dan seterusnya.

Simpul pada super graf terhubung terletak pada gabungan pusat massa simpul-simpul pada graf terhubung yang memiliki arah yang sama, yaitu :

$$I_R = \frac{\bar{i}_{R1} \cdot w_{sR1} + \bar{i}_{R2} \cdot w_{sR2} + \dots + \bar{i}_{Rn_R} \cdot w_{sRn_R}}{w_{sR1} + w_{sR2} + \dots + w_{sRn_R}},$$

$$J_R = \frac{\bar{j}_{R1} \cdot w_{sR1} + \bar{j}_{R2} \cdot w_{sR2} + \dots + \bar{j}_{Rn_R} \cdot w_{sRn_R}}{w_{sR1} + w_{sR2} + \dots + w_{sRn_R}}, \quad (3.6)$$

dimana :

I_R : letak baris dari pusat massa daerah R

J_R : letak kolom dari pusat massa daerah R

Bobot simpul pada super graf terhubung merupakan jumlah dari bobot simpul pada graf terhubung yang mempunyai arah yang sama, yaitu jumlah dari luas daerah yang memiliki arah yang sama, atau dapat ditulis :

$$W_s R = \sum w_{sR}, \quad (3.7)$$

dimana :

$W_s R$: bobot simpul super graf terhubung dengan arah R

w_{sR} : bobot simpul graf terhubung dengan arah R

Busur pada super graf terhubung menghubungkan dua buah simpul pada graf tersebut. Sedangkan bobot busur pada super graf terhubung merupakan fungsi dari jarak antara simpul pada super graf terhubung dan jumlah dari panjang batas dua daerah yang bertetangga atau :

$$W_b(R_1 R_2) = dis(sn)(R_1 R_2) + \sum_{k_1=1}^{n_{k_1}} \sum_{k_2=1}^{n_{k_2}} Adj - p(R_{1k_1} R_{2k_2}), \quad (3.8)$$

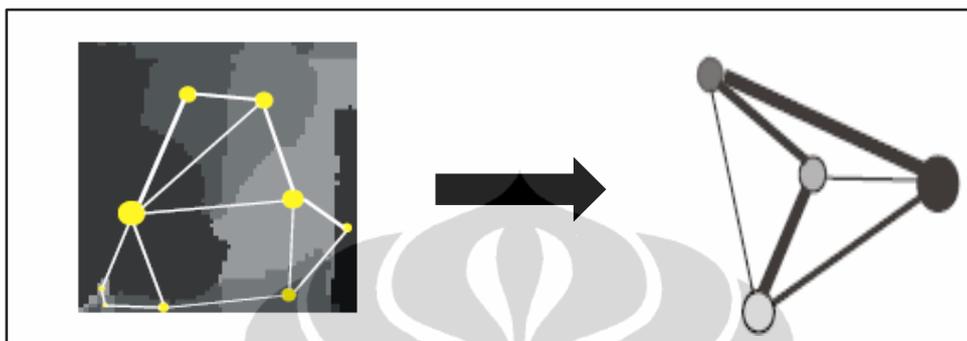
$dis(sn)(R_1 R_2)$: Jarak antara simpul arah R_1 dengan simpul arah R_2 pada super graf terhubung

$\sum_{k_1=1}^{n_{k_1}} \sum_{k_2=1}^{n_{k_2}} Adj - p(R_{1k_1} R_{2k_2})$: Jumlah panjang batas bersama dari daerah R_1 dan daerah R_2 pada graf terhubung.

Dengan pembentukan super graf terhubung ini, dapat dipastikan bahwa banyaknya simpul dan banyaknya busur yang ada pada setiap sidik jari yang

direpresentasikan kedalam graf sama banyak, sehingga proses perbandingan antar sidik jari dapat dilakukan.

Berikut diberikan gambar super graf terhubung yang terbentuk dari sebuah graf terhubung :



[sumber : Tarjoman, 2008].

Gambar 3.7 Pembentukan super graf terhubung

Dari Gambar 3.11. super graf terhubung yang terbentuk terdiri dari empat buah simpul yang mewakili arah dari tiap-tiap daerah dan busur yang menghubungkan setiap simpul pada graf tersebut.

Setelah super graf dari sidik jari yang diteliti terbentuk, langkah selanjutnya dilakukan proses perbandingan super graf dan klasifikasi.

3.3 Perbandingan Super Graf dan Klasifikasi

Dalam proses klasifikasi sidik jari pada tesis ini, sidik jari yang berada pada basis data telah dikelompokkan menjadi beberapa kelas berdasarkan struktur tertentu. Dan yang akan dilakukan pada proses klasifikasi selanjutnya adalah menentukan kelas yang bersesuaian dengan sidik jari yang diteliti. Langkah awal dipilih model dari tiap-tiap kelas yang digunakan sebagai referensi untuk perbandingan. Dari tiap-tiap model tersebut dibentuk super graf terhubungnya. Selanjutnya dilakukan perbandingan antara super graf sidik jari yang diteliti dengan super graf sidik jari model dari tiap-tiap kelas dengan menggunakan *cost function*. *Cost function* adalah suatu fungsi hasil kali dari jumlah dari selisih bobot simpul dan bobot busur dari super graf sidik jari yang diteliti dengan super graf sidik jari model dari masing-masing kelas, atau ditulis :

$$\text{cost function}_c = \left(\sum_{R=1}^4 (W_s R - W_s R^*_c) \right) \times \left(\sum_{R_1=1}^4 \sum_{R_2=1}^4 (W_b (R_1 R_2) - W_b (R_1 R_2)^*_c) \right), \quad (3.9)$$

dengan :

cost function_c : nilai *cost function* kelas ke- c

$W_s R^*_c$: Bobot simpul pada super graf daerah berarah R pada model dari kelas ke- c

$W_b (R_1 R_2)^*_c$: Bobot busur pada super graf yang menghubungkan simpul dengan arah R_1 dan simpul arah R_2 pada model dari kelas ke- c .

Nilai *cost function* dari tiap-tiap kelas dihitung dan dibandingkan satu sama lain. Kemudian dipilih kelas yang memiliki *cost function* minimum. Maka kelas yang memiliki *cost function* minimum itulah yang merupakan kelas yang menjadi kelas dari sidik jari yang diteliti.

Secara singkat langkah dari klasifikasi sidik jari dengan menggunakan teori graf adalah sebagai berikut :

1. Input : matriks representasi dari gambar berarah sidik jari yang akan diteliti.
2. Pemisahan matriks berdasarkan nilai tiap-tiap entri.
3. Pembentukan graf terhubung
 - Pembentukan simpul dan perhitungan bobot simpul
 - Pembentukan busur dan perhitungan bobot busur
4. Pembentukan super graf terhubung
 - Pembentukan simpul dan perhitungan bobot simpul
 - Pembentukan busur dan perhitungan bobot busur
5. Perbandingan super graf dan klasifikasi
 - Pilih satu sidik jari model yang mewakili setiap kelas dari tiap-tiap kelas pada basis data
 - Bentuk super graf terhubung dari tiap-tiap model
 - Hitung *cost function* dari tiap-tiap kelas
 - Pilih kelas dengan *cost function* minimum

BAB 4
LANGKAH-LANGKAH KLASIFIKASI SIDIK JARI
DENGAN MENGGUNAKAN TEORI GRAF

Proses klasifikasi sidik jari dimulai dengan membentuk graf terhubung berdasarkan gambar berarah yang telah disegmentasi, dan dilanjutkan dengan pembentukan super graf terhubung. Setelah itu, dilakukan proses perbandingan sidik jari yang diteliti dengan sidik jari model, dimana sidik jari model merupakan sampel sidik jari yang diambil dari tiap-tiap kelas sidik jari yang ada pada basis data. Sebagai proses akhir klasifikasi dilakukan pemilihan kelas yang tepat, yaitu dengan menggunakan *cost function*.

4.1. Perhitungan Parameter Pada Perhitungan Klasifikasi Sidik Jari

Sebelum pembahasan mengenai langkah-langkah klasifikasi sidik jari dimulai, berikut ini diberikan penjelasan perhitungan masing-masing parameter.

No	Simbol	Keterangan
1.	X	<p>Matriks diskrit berukuran $M \times N$ yang merepresentasikan gambar berarah.</p> $X = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \dots & f(1,N-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix}$ <p>Setiap elemen dari matriks X hanya terdiri dari empat nilai, yaitu 1, 2, 3, dan 4. Nilai dari setiap elemen bergantung pada piksel gambar berarah utamanya, hal ini telah dijelaskan pada bab 3.</p> <p>Contoh : Matriks X berukuran 5×4</p> $X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$

2.	XR_{k_R}	<p>Matriks berukuran $M \times N$ yang didapat dari hasil penguraian matriks X.</p> <p>Matriks XR_{k_R} merupakan matriks yang merepresentasikan tiap-tiap daerah pada gambar berarah, dimana :</p> <ul style="list-style-type: none"> • R: nilai arah pada gambar berarah, jadi $R = 1, 2, 3, \text{ dan } 4$ • $k_R = 1, 2, 3, \dots, n_R$ <p>Matriks $X1_1$ adalah matriks ke-1 yang elemen-elemennya bernilai 1 dan 0. Matriks yang elemennya bernilai 1 dan 0 mungkin ada lebih dari satu (misalkan banyaknya adalah n_R), matriks-matriks ini diberi nama matriks $X1_2, \dots, X1_{n_R}$.</p> <p>Matriks $X2_1$ adalah matriks pertama yang elemennya bernilai 2 dan 0. Sama seperti $X1_{n_R}$ matriks yang elemennya bernilai 2 dan 0 mungkin ada lebih dari satu (misalkan banyaknya adalah n_R), maka matriks-matriks ini diberi nama matriks $X2_2, \dots, X2_{n_R}$, begitu juga untuk matriks-matriks yang bernilai 3 dan 4.</p> <p>Proses penguraian matriks X menjadi XR_{k_R} dilakukan dengan cara : setiap elemen yang mempunyai nilai yang sama dan bertetangga baris ataupun bertetangga kolom, akan membentuk suatu matriks dengan elemen nilai-nilai tersebut dan elemen yang lainnya bernilai 0.</p>
----	------------	---

Contoh :

Matriks X diuraikan menjadi matriks XR_{kR} ,

yaitu :

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

diuraikan menjadi :

$$X1_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad X1_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X1_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X2_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad X2_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X3_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X4_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

3.	XR_{kR}^*	<p>Matriks berukuran $m \times n$ yang diperoleh dengan cara merubah setiap elemen yang bernilai lebih besar atau sama dengan 1 pada elemen matriks XR_{kR} menjadi 1. XR_{kR}^* merupakan matriks biner. Matriks XR_{kR}^* dibentuk untuk mempermudah perhitungan bobot dan letak simpul serta bobot busur.</p> <p>Contoh :</p> $X1_1^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad X1_2^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $X1_3^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $X2_1^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad X2_2^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $X3_1^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $X4_1^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
----	-------------	---

4.	$w_s R_{k_R}$	<p>Bobot simpul ke- k_R dengan arah R pada graf terhubung.</p> <p>$w_s R_{k_R}$ didapat dengan cara menghitung banyaknya elemen yang bernilai 1 pada matriks $XR_{k_R}^*$.</p> <p>Contoh : akan dihitung bobot simpul daerah ke-1 dengan arah 1 atau $w_s 1_2$</p> $X1_2^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ banyaknya elemen}$ <p>yang bernilai 1 pada matriks $X1_2^*$ adalah 3, maka $w_s 1_2 = 3$</p>
5.	$f_{XR_{k_R}^*}(i, j)$	<p>Nilai elemen pada baris ke- i kolom ke- j dalam matriks $XR_{k_R}^*$, dimana $i = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ dan $j = 0, 1, 2, \dots, N - 1$</p> <p>Contoh :Nilai elemen baris ke-0 kolom ke-3 dari matriks $X1_2^*$ atau $f_{X1_2^*}(0,3)$ adalah :</p> $X1_2^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ <p>Maka $f_{X1_2^*}(0,3)=1$</p>
6.	$(\bar{i}R_{k_R}, \bar{j}R_{k_R})$	<p>Letak simpul (pusat massa) ke- k_R dengan arah R pada graf terhubung. $(\bar{i}R_{k_R}, \bar{j}R_{k_R})$ dihitung dengan menggunakan matriks $XR_{k_R}^*$.</p> <p>Contoh : Akan dicari letak simpul daerah ke 2 dengan arah 1 $(\bar{1}1_2, \bar{j}1_2)$.</p>

		$\text{Matriks } X_{1_2}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\bar{i}1_2 = \frac{\sum_{i=0}^{5-1} \sum_{j=0}^{4-1} i \cdot f_{X_{1_2}^*}(i, j)}{w_s 1_2}$ $= \frac{(0f_{X_{1_2}^*}(0,0) + \dots + 0f_{X_{1_2}^*}(0,3) + \dots + (4f_{X_{1_2}^*}(4,0) + \dots + 4f_{X_{1_2}^*}(4,3))}{3} = \frac{3}{3} = 1$ $\bar{j}1_2 = \frac{\sum_{i=0}^{5-1} \sum_{j=0}^{4-1} j \cdot f_{X_{1_2}^*}(i, j)}{w_s 1_2}$ $= \frac{(0f_{X_{1_2}^*}(0,0) + \dots + 3f_{X_{1_2}^*}(0,3) + \dots + (0f_{X_{1_2}^*}(4,0) + \dots + 4f_{X_{1_2}^*}(4,3))}{3} = 3$ <p>Maka simpul daerah ke-2 dengan arah 1 terletak pada baris ke-1 kolom ke-3</p>
7.	$w_b (R_{1k_{R_1}}, R_{2k_{R_2}})$	<p>Bobot busur pada graf terhubung, yang menghubungkan simpul daerah ke-k_{R_1} dengan arah R_1 dengan simpul daerah ke-k_{R_2} dengan arah R_2. Jika ada N daerah pada gambar berarah yang telah disegmentasi, maka akan ada $(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1$ buah busur</p>
8.	$adj - p (R_{1k_{R_1}}, R_{2k_{R_2}})(a)$	<p>Panjang batas bersama dari dua daerah yang saling bertetangga, yaitu daerah ke-k_{R_1} dengan arah R_1 dan daerah ke-k_{R_2} dengan arah R_2.</p> <p>Perhitungan $adj - p (R_{1k_{R_1}}, R_{2k_{R_2}})$ sebagai berikut :</p> <p>Definisikan suatu matriks A, yaitu :</p> $A = 3XR_{k_R}^* + XR_{k_R}^*$ <p>kemudian hitung banyaknya pasangan elemen (bertetangga baris atau bertetangga kolom) yang hasil selisihnya sama dengan 2.</p>

		<p>Contoh :</p> <p>Akan dihitung $adj - p(1_2 - 3_1)$ yaitu panjang batas daerah 1_2 dengan daerah 3_1.</p> <p>Jika dilihat dari matriks X:</p> $X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 4 & 4 \end{bmatrix}, \text{ batas bersama daerah } 1_2$ <p>dengan daerah 3_1 adalah 1. Jika kita cari dengan menggunakan cara diatas :</p> $A = 3X1_2^* + X3_1^*$ $= 3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ <p>Dari matriks A, banyaknya pasangan yang hasil selisihnya sama dengan dua adalah 1.</p> <p>Maka</p> $adj - p(1_2 - 3_1) = 1$
9.	$node - d(R_{1k_{R_1}}, R_{2k_{R_2}})(b)$	<p>Jarak dari dua simpul daerah ke-k_{R_1} dengan arah R_1 dan simpul daerah ke-k_{R_2} dengan arah R_2. Simpul pada graf terhubung terletak pada titik tertentu, maka untuk menghitung jarak dari dua simpul digunakan rumus mencari jarak dua titik, yaitu :</p>

		$node - d(R_{1k_{R_1}}, R_{2k_{R_2}})$ $= \sqrt{(\bar{i}R_{1k_{R_1}} - \bar{i}R_{2k_{R_2}})^2 + (\bar{j}R_{1k_{R_1}} - \bar{j}R_{2k_{R_2}})^2}$
10.	$diff - v(R_{1k_{R_1}}, R_{2k_{R_2}})$ (c)	<p>Perbedaan arah dari dua daerah yang bertetangga yaitu daerah ke-k_{R_1} dengan arah R_1 dan daerah ke-k_{R_2} dengan arah R_2.</p> $diff - v(R_{1k_{R_1}}, R_{2k_{R_2}}) = \sin(\angle R_1 - \angle R_2)$ <p>dimana $\angle R_1$ adalah besar sudut arah daerah R_1 dan $\angle R_2$ adalah besar sudut arah daerah R_2, besar sudut dari tiap-tiap arah telah dibahas pada bab.3.</p> <p>Contoh : besar dari $diff - v(3_1 - 4_1)$:</p> $\sin(\angle 4 - \angle 3) = \sin(135^\circ - 90^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ <p>Maka $diff - v(3_1 - 4_1) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$</p>
11.	$W_s R$	Bobot simpul daerah R pada super graf terhubung. Bobot simpul pada super graf terhubung merupakan jumlah dari bobot simpul yang memiliki arah yang sama pada graf terhubung.
12.	(I_R, J_R)	Letak simpul (titik pusat massa) daerah R pada super graf terhubung. Simpul pada super graf adalah gabungan dari simpul-simpul pada graf terhubung yang memiliki arah yang sama. Simpul dari super graf ini terletak pada pusat massa gabungan dari pusat massa simpul-simpul yang berarah sama pada graf terhubung. Maka pada super graf terhubung ada sebanyak 4 buah simpul,

		yang terletak pada : (I_1, J_1) untuk daerah yang berarah 1, (I_2, J_2) untuk daerah yang berarah 2, (I_3, J_3) untuk daerah yang berarah 3, dan (I_4, J_4) untuk daerah yang berarah 4.
13.	$W_b(R_1 R_2)$	Bobot busur yang menghubungkan simpul dengan arah R_1 dan simpul arah R_2 pada super graf terhubung. Banyaknya simpul pada super graf terhubung ada 4 buah, sehingga banyaknya busur pada super graf terhubung ada 6 buah busur. Dengan alasan, setiap simpul pada super graf terhubung pasti dihubungkan oleh sebuah busur.
14.	$dis(sn)(R_1, R_2)$	Jarak antara simpul arah R_1 dengan simpul arah R_2 pada super graf terhubung. Sama pada graf terhubung, jarak antar simpul pada super graf dihitung dengan cara mencari jarak antara dua titik, yaitu : $dis(sn)(R_1, R_2) = \sqrt{(I_{R_1} - I_{R_2})^2 + (J_{R_1} - J_{R_2})^2}$
15.	$Adj - p_s(R_1, R_2)$	Jumlah panjang batas bersama dari daerah R_1 dan daerah R_2 pada graf terhubung. $Adj - p_s(R_1, R_2) = \sum_{k_1=1}^{n_{k_1}} \sum_{k_2=1}^{n_{k_2}} Adj - p(R_{1k_1} R_{2k_2})$
16.	$cost\ function_c$	Nilai $cost\ function$ kelas ke- c
17.	$W_s R_c^*$	Bobot simpul pada super graf daerah berarah R pada model dari kelas ke- c
18.	$W_b(R_1 R_2)_c^*$	Bobot busur pada super graf yang menghubungkan simpul dengan arah R_1 dan simpul arah R_2 pada model dari kelas ke- c .

4.2. Langkah-langkah Klasifikasi Sidik Jari

Langkah-langkah klasifikasi sidik jari dibagi menjadi empat tahap, yaitu pembentukan graf terhubung, pembentukan super graf terhubung, perbandingan super graf terhubung, dan klasifikasi.

Masukkan matriks X , representasi dari gambar berarah sebuah sidik jari yang akan diteliti.

1. Pembentukan Graf Terhubung

1. Segmentasi gambar berarah : matriks X diuraikan menjadi matriks XR_{k_R} , matriks tersebut mewakili tiap-tiap daerah yang terbentuk.

2. Pembentukan simpul :

- Matriks XR_{k_R} diubah menjadi matriks $XR_{k_R}^*$.
- Bobot simpul ($w_s R_{k_R}$) : hitung banyaknya elemen matriks yang bernilai 1 pada setiap matriks $XR_{k_R}^*$.

$$w_s R_{k_R} = \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} f_{XR_{k_R}^*}(i, j) \quad (4.1)$$

- Letak simpul : pencarian pusat massa masing-masing daerah ($\bar{i}R_{k_R}, \bar{j}R_{k_R}$)

$$\bar{i}R_{k_R} = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} i \cdot f_{XR_{k_R}^*}(i, j)}{w_s R_{k_R}} \quad \text{dan} \quad \bar{j}R_{k_R} = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} j \cdot f_{XR_{k_R}^*}(i, j)}{w_s R_{k_R}} \quad (4.2)$$

3. Pembentukan busur :

- Bobot busur ($w_b (R_{1k_{R_1}}, R_{2k_{R_2}})$) :

$$w_b (R_{1k_{R_1}}, R_{2k_{R_2}}) = a \times b \times c \quad (4.3)$$

Keluaran : bobot simpul ($w_s R_{k_R}$) sebanyak N buah simpul dan bobot busur

$(w_b (R_{1k_{R_1}}, R_{2k_{R_2}}))$ sebanyak $(N - 1) + (N - 2) + \dots + 1$ buah busur.

2. Pembentukan Super Graf Terhubung

1. Pembentukan Simpul :

- Bobot Simpul ($W_s R$) :

$$W_s R = w_s R_1 + w_s R_2 + \dots + w_s R_{n_R} \quad (4.4)$$

- Letak simpul (I_R, J_R) : Simpul pada super graf terhubung terletak pada pusat massa gabungan tiap-tiap daerah yang memiliki arah yang sama.

$$I_R = \frac{\bar{i}_{R1} \cdot w_s R_1 + \bar{i}_{R2} \cdot w_s R_2 + \dots + \bar{i}_{Rn_R} w_s R_{n_R}}{w_s R_1 + w_s R_2 + \dots + w_s R_{n_R}}$$

dan

$$J_R = \frac{\bar{j}_{R1} \cdot w_s R_1 + \bar{j}_{R2} \cdot w_s R_2 + \dots + \bar{j}_{Rn_R} w_s R_{n_R}}{w_s R_1 + w_s R_2 + \dots + w_s R_{n_R}}$$

(4.5)

2. Pembentukan Busur :

$$W_b(R_1 R_2) = dis(sn)(R_1 R_2) + Adj - p_s(R_1, R_2) \quad (4.6)$$

Output dari langkah ini adalah : bobot simpul ($W_s R$) sebanyak 4 buah dan bobot busur ($W_b(R_1 R_2)$) sebanyak 6 buah.

3. Perbandingan Super Graf dan Klasifikasi

1. Pilih satu sidik jari model dari tiap-tiap kelas pada basis data.
2. Dari masing-masing model, bentuk super graf terhubungnya (langkah a dan b).
3. Hitung *cost function* dari masing-masing kelas :

$$cost\ function_c = (\sum_{R=1}^4 (W_s R - W_s R^*_c)) \times (\sum_{R_1=1}^4 \sum_{R_2=1}^4 (W_b(R_1 R_2) - W_b(R_1 R_2)^*_c)) \quad (4.7)$$

4. Pilih kelas yang memiliki nilai *cost function* minimum.

Output : nilai *cost function* sebanyak kelas yang ada pada basis data sidik jari dan kelas yang memiliki nilai *cost function* minimum.

4.3. Contoh

Perhitungan yang dilakukan pada contoh ini hanya pada tahap pembentukan super graf dari sidik jari yang diteliti dengan mengasumsikan matriks representasi gambar berarah dari sidik jari berukuran 4 x 6.

Diberikan matriks X , representasi gambar berarah dari sebuah sidik jari :

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 & 3 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 4 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Segmentasi matriks X menghasilkan matriks $X R_{k_R}$:

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 & 3 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 4 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 X1_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & X1_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 X2_1 &= \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & X2_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 X3_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 3 & 3 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & X3_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 3 \end{bmatrix} \\
 X4_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Matriks XR_{k_R} diubah menjadi matriks $XR_{k_R}^*$:

$$\begin{aligned}
 X1_1^* &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & X1_2^* &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 X2_1^* &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & X2_2^* &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 X3_1^* &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & X3_2^* &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\
 X4_1^* &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Pembentukan Graf Terhubung

1. Bobot simpul ($w_S R_{k_R}$) :

$$w_S R_{k_R} = \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} f_{XR_{k_R}^*}(i, j)$$

$$w_s 1_1 = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 f_{XR_{k_R}}^*(i, j) = f_{1_1}^*(0,0) + \dots + f_{1_1}^*(0,5) + f_{1_1}^*(1,0) + \dots + f_{1_1}^*(1,5) + \dots + f_{1_1}^*(3,0) + f_{1_1}^*(3,5) = 1.$$

$$w_s 1_2 = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 f_{XR_{k_R}}^*(i, j) = f_{1_1}^*(0,0) + \dots + f_{1_1}^*(0,5) + f_{1_1}^*(1,0) + \dots + f_{1_1}^*(1,5) + \dots + f_{1_1}^*(3,0) + f_{1_1}^*(3,5) = 5.$$

Untuk perhitungan bobot simpul daerah selanjutnya similar dengan cara menghitung bobot simpul daerah 1_1 dan 1_2 .

$$w_s 2_1 = 3 \quad w_s 2_2 = 3$$

$$w_s 3_1 = 6 \quad w_s 3_2 = 2$$

$$w_s 4_1 = 4$$

2. Letak simpul $(\bar{i}R_{k_R}, \bar{j}R_{k_R})$:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \bar{i}1_1 &= \frac{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 i \cdot f_{1_1}^*(i, j)}{w_s R_{1_1}} \\ &= \frac{0 \cdot f_{1_1}^*(0,0) + \dots + 0 \cdot f_{1_1}^*(0,5) + 1 \cdot f_{1_1}^*(1,0) + \dots + 1 \cdot f_{1_1}^*(1,5) + \dots + 3 \cdot f_{1_1}^*(3,5)}{1} = \frac{0}{1} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{j}1_1 &= \frac{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 j \cdot f_{1_1}^*(i, j)}{w_s R_{1_1}} \\ &= \frac{0 \cdot f_{1_1}^*(0,0) + \dots + 5 \cdot f_{1_1}^*(0,5) + 0 \cdot f_{1_1}^*(1,0) + \dots + 5 \cdot f_{1_1}^*(1,5) + \dots + 5 \cdot f_{1_1}^*(3,5)}{1} \\ &= \frac{5}{1} = 5, \end{aligned}$$

maka $(\bar{i}1_1, \bar{j}1_1) = (0,5)$

Dengan cara yang similar akan didapat letak simpul pada setiap daerah.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \bar{i}1_2 &= \frac{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 i \cdot f_{1_2}^*(i, j)}{w_s R_{1_2}} = \frac{10}{5} = 2 \\ \bar{j}1_2 &= \frac{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 j \cdot f_{1_2}^*(i, j)}{w_s R_{1_2}} = \frac{8}{5} = 1,6 \end{aligned}$$

maka $(\bar{i}1_2, \bar{j}1_2) = (2, 1,6)$.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \bar{i}2_1 &= \frac{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 i \cdot f_{2_1}^*(i, j)}{w_s R_{2_1}} = \frac{2}{3} = 0,6 \\ \bar{j}2_1 &= \frac{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 j \cdot f_{2_1}^*(i, j)}{w_s R_{2_1}} = \frac{1}{3} = 0,3 \end{aligned}$$

maka $(\bar{i}2_1, \bar{j}2_1) = (0,6, 0,3)$.

$$\bullet \quad \bar{i}2_2 = \frac{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 i \cdot f_{2_2}^*(i, j)}{w_s R_{2_2}} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\bar{j}2_2 = \frac{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 j \cdot f_{2_2^*}(i, j)}{w_s R_{1_1}} = \frac{6}{3} = 2$$

maka $(\bar{i}2_2, \bar{j}2_2) = (3, 2)$.

- $\bar{i}3_1 = \frac{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 i \cdot f_{3_1^*}(i, j)}{w_s R_{3_1}} = \frac{2}{6} = 0,3$

$$\bar{j}3_1 = \frac{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 j \cdot f_{3_1^*}(i, j)}{w_s R_{3_1}} = \frac{19}{6} = 3,16$$

maka $(\bar{i}3_1, \bar{j}3_1) = (0,3, 3,16)$.

- $\bar{i}3_2 = \frac{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 i \cdot f_{3_2^*}(i, j)}{w_s R_{3_2}} = \frac{6}{2} = 3$

$$\bar{j}3_2 = \frac{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 j \cdot f_{3_2^*}(i, j)}{w_s R_{3_2}} = \frac{9}{2} = 4,5$$

maka $(\bar{i}3_2, \bar{j}3_2) = (3, 4,5)$.

- $\bar{i}4_1 = \frac{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 i \cdot f_{4_1^*}(i, j)}{w_s R_{4_1}} = \frac{7}{4} = 1,75$

$$\bar{j}4_1 = \frac{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^5 j \cdot f_{4_1^*}(i, j)}{w_s R_{4_1}} = \frac{15}{4} = 3,75$$

maka $(\bar{i}4_1, \bar{j}4_1) = (1,75, 3,75)$.

3. Bobot busur $\left(w_b \left(R_{1_{k_{R_1}}}, R_{2_{k_{R_2}}} \right) \right)$:

Pada graf terhubung yang terbentuk terdapat 7 buah simpul sehingga banyaknya busur yang akan terbentuk sebanyak 21 busur.

$$w_b \left(R_{1_{k_{R_1}}}, R_{2_{k_{R_2}}} \right) = a \times b \times c$$

- $adj - p \left(R_{1_{k_{R_1}}}, R_{2_{k_{R_2}}} \right) (a)$

Perhitungan $adj - p \left(R_{1_{k_{R_1}}}, R_{2_{k_{R_2}}} \right)$ sebagai berikut :

Definisikan matriks A , yaitu :

$$A = 3XR_{k_R}^* + XR_{k_R}^*$$

kemudian hitung banyaknya pasangan elemen (bertetangga baris atau bertetangga kolom) pada matriks A yang hasil selisihnya sama dengan 2.

1. $adj - p(1_1, 1_2)$

$$A = 3X1_1^* + X1_2^*$$

$$\begin{aligned}
&= 3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Banyaknya pasangan elemen (bertetangga baris atau bertetangga kolom) pada matriks A yang hasil selisihnya sama dengan 2 adalah 0. Maka $adj - p(1_1, 1_2) = 0$

2. $adj - p(1_1, 2_1)$

$$A = 3X_{1_1}^* + X_{2_1}^*$$

$$\begin{aligned}
&= 3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Banyaknya pasangan elemen (bertetangga baris atau bertetangga kolom) pada matriks A yang hasil selisihnya sama dengan 2 adalah 0. Maka $adj - p(1_1, 2_1) = 0$

Untuk selanjutnya $adj - p$ yang lain dapat dihitung.

3. $adj - p(1_1, 2_2) = 0$.

4. $adj - p(1_1, 3_1) = 2$.

5. $adj - p(1_1, 3_2) = 0$.

6. $adj - p(1_1, 4_1) = 0$.

7. $adj - p(1_2, 2_1) = 3$.

8. $adj - p(1_2, 2_2) = 3$.

9. $adj - p(1_2, 3_1) = 1.$
10. $adj - p(1_2, 3_2) = 0.$
11. $adj - p(1_2, 4_1) = 2.$
12. $adj - p(2_1, 2_2) = 0.$
13. $adj - p(2_1, 3_1) = 2.$
14. $adj - p(2_1, 3_2) = 0.$
15. $adj - p(2_1, 4_1) = 0.$
16. $adj - p(2_2, 3_1) = 0.$
17. $adj - p(2_2, 3_2) = 1.$
18. $adj - p(2_2, 4_1) = 1.$
19. $adj - p(3_1, 3_2) = 0.$
20. $adj - p(3_1, 4_1) = 4.$
21. $adj - p(3_2, 4_1) = 2.$

- $node - d(R_{1k_{R_1}}, R_{2k_{R_2}})(b)$
 $node - d(R_{1k_{R_1}}, R_{2k_{R_2}})$
 $= \sqrt{(\bar{i}R_{1k_{R_1}} - \bar{i}R_{2k_{R_2}})^2 + (\bar{j}R_{1k_{R_1}} - \bar{j}R_{2k_{R_2}})^2}$

1. $node - d(1_1, 1_2)$

$$\begin{aligned}
 node - d(1_1, 1_2) &= \sqrt{(\bar{i}1_1 - \bar{i}1_2)^2 + (\bar{j}1_1 - \bar{j}1_2)^2} \\
 &= \sqrt{(0 - 2)^2 + (5 - 1.6)^2} \\
 &= \sqrt{(-2)^2 + (3.4)^2} \\
 &= \sqrt{4 + 11.56} = 3,94.
 \end{aligned}$$

2. $node - d(1_1, 2_1)$

$$\begin{aligned}
 node - d(1_1, 2_1) &= \sqrt{(\bar{i}1_1 - \bar{i}2_1)^2 + (\bar{j}1_1 - \bar{j}2_1)^2} \\
 &= \sqrt{(0 - 0,6)^2 + (5 - 0,3)^2} \\
 &= \sqrt{(-0,6)^2 + (4,7)^2} \\
 &= \sqrt{0.36 + 22.09} = 4,74.
 \end{aligned}$$

Untuk menghitung $node - d$ selanjutnya similar dengan menghitung $node - d(1_1, 1_2)$ dan $node - d(1_1, 2_1)$.

3. $node - d(1_1, 2_2) = 4,24.$
4. $node - d(1_1, 3_1) = 1,86.$
5. $node - d(1_1, 3_2) = 3,04.$
6. $node - d(1_1, 4_1) = 2,15.$
7. $node - d(1_2, 2_1) = 1,91.$
8. $node - d(1_2, 2_2) = 1,08.$
9. $node - d(1_2, 3_1) = 2,31.$
10. $node - d(1_2, 3_2) = 3,07.$
11. $node - d(1_2, 4_1) = 2,16.$
12. $node - d(2_1, 2_2) = 2,94.$
13. $node - d(2_1, 3_1) = 2,88.$
14. $node - d(2_1, 3_2) = 4,84.$
15. $node - d(2_1, 4_1) = 3,64.$
16. $node - d(2_2, 3_1) = 2,94.$
17. $node - d(2_2, 3_2) = 2,5.$
18. $node - d(2_2, 4_1) = 2,13.$
19. $node - d(3_1, 3_2) = 3,01.$
20. $node - d(3_1, 4_1) = 1,57.$
21. $node - d(3_2, 4_1) = 1,46.$

- $diff - v(R_{1kR_1}, R_{2kR_2}) (c)$
 $diff - v(R_{1kR_1}, R_{2kR_2}) = \sin(|\angle R_1 - \angle R_2|)$

1. $diff - v(1_1, 1_2)$

$$diff - v(1_1, 1_2) = \sin(|\angle 1_1 - \angle 1_2|)$$

$$= \sin(|0^\circ - 0^\circ|) = 0.$$

2. $diff - v(1_1, 2_1)$

$$diff - v(1_1, 2_1) = \sin(|\angle 1_1 - \angle 2_1|)$$

$$= \sin(|0^\circ - 45^\circ|) = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Untuk menghitung $diff - v$ selanjutnya similar dengan menghitung $diff - v(1_1, 1_2)$ dan $diff - v(1_1, 2_1)$.

3. $diff - v(1_1, 2_2) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.
4. $diff - v(1_1, 3_1) = 1$.
5. $diff - v(1_1, 3_2) = 1$.
6. $diff - v(1_1, 4_1) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.
7. $diff - v(1_2, 2_1) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.
8. $diff - v(1_2, 2_2) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.
9. $diff - v(1_2, 3_1) = 1$.
10. $diff - v(1_2, 3_2) = 1$.
11. $diff - v(1_2, 4_1) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.
12. $diff - v(2_1, 2_2) = 0$.
13. $diff - v(2_1, 3_1) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.
14. $diff - v(2_1, 3_2) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.
15. $diff - v(2_1, 4_1) = 1$.
16. $diff - v(2_2, 3_1) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.
17. $diff - v(2_2, 3_2) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.
18. $diff - v(2_2, 4_1) = 1$.
19. $diff - v(3_1, 3_2) = 0$.
20. $diff - v(3_1, 4_1) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.
21. $diff - v(3_2, 4_1) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.

Setelah semua parameter dari $w_b (R_{1k_{R_1}}, R_{2k_{R_2}})$ didapat, maka :

1. $w_b(1_1, 1_2) = 0 \times 3.94 \times 0 = 0$.
2. $w_b(1_1, 2_1) = 0 \times 4.74 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0$.
3. $w_b(1_1, 2_2) = 0 \times 4.24 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0$.
4. $w_b(1_1, 3_1) = 2 \times 1.86 \times 1 = 3.72$.
5. $w_b(1_1, 3_2) = 0 \times 3.04 \times 1 = 0$.
6. $w_b(1_1, 4_1) = 0 \times 2.15 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0$.

7. $w_b(1_2, 2_1) = 3 \times 1.91 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = 4,05.$
8. $w_b(1_2, 2_2) = 3 \times 1.08 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = 2,29.$
9. $w_b(1_2, 3_1) = 1 \times 2.31 \times 1 = 2,31.$
10. $w_b(1_2, 3_2) = 0 \times 3.07 \times 1 = 0.$
11. $w_b(1_2, 4_1) = 2 \times 2.16 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = 3,05.$
12. $w_b(2_1, 2_2) = 0 \times 2.94 \times 0 = 0.$
13. $w_b(2_1, 3_1) = 2 \times 2.88 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = 4,07.$
14. $w_b(2_1, 3_2) = 0 \times 4.84 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0.$
15. $w_b(2_1, 4_1) = 0 \times 3.64 \times 1 = 0.$
16. $w_b(2_2, 3_1) = 0 \times 2.94 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0.$
17. $w_b(2_2, 3_2) = 1 \times 2.5 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = 1,77.$
18. $w_b(2_2, 4_1) = 1 \times 2.13 \times 1 = 2,13.$
19. $w_b(3_1, 3_2) = 0 \times 3.01 \times 0 = 0.$
20. $w_b(3_1, 4_1) = 4 \times 1.57 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = 4,44.$
21. $w_b(3_2, 4_1) = 2 \times 1.46 \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = 2,06.$

Pembentukan Super Graf Terhubung

Pembentukan Simpul :

1. Bobot Simpul ($W_S R$) :

$$W_S R = w_S R_1 + w_S R_2 + \dots + w_S R_{n_R}$$

1. $W_S 1 = w_S 1_1 + w_S 1_2 = 6.$
2. $W_S 2 = w_S 2_1 + w_S 2_2 = 6.$
3. $W_S 3 = w_S 3_1 + w_S 3_2 = 8.$
4. $W_S 4 = w_S 4_1 = 4.$

2. Letak simpul (I_R, J_R) :

$$I_R = \frac{\bar{i}_{R1} \cdot w_S R_1 + \bar{i}_{R2} \cdot w_S R_2 + \dots + \bar{i}_{Rn_R} w_S R_{n_R}}{w_S R_1 + w_S R_2 + \dots + w_S R_{n_R}}$$

$$J_R = \frac{\bar{j}_{R1} \cdot w_S R_1 + \bar{j}_{R2} \cdot w_S R_2 + \dots + \bar{j}_{Rn_R} w_S R_{n_R}}{w_S R_1 + w_S R_2 + \dots + w_S R_{n_R}}$$

$$\bullet I_1 = \frac{\bar{i}1_1 \cdot w_s1_1 + \bar{i}1_2 \cdot w_s1_2}{w_s1_1 + w_s1_2} = \frac{0,1 + 2,5}{1 + 5} = 1,67$$

$$J_1 = \frac{\bar{j}1_1 \cdot w_s1_1 + \bar{j}1_2 \cdot w_s1_2}{w_s1_1 + w_s1_2} = \frac{5 \cdot 1 + 1,6 \cdot 5}{1 + 5} = 2,17$$

Maka $(I_1, J_1) = (1,67, 2,17)$.

$$\bullet I_2 = \frac{\bar{i}2_1 \cdot w_s2_1 + \bar{i}2_2 \cdot w_s2_2}{w_s2_1 + w_s2_2} = \frac{0,6 \cdot 3 + 0,3 \cdot 3}{3 + 3} = 0,45$$

$$J_2 = \frac{\bar{j}2_1 \cdot w_s2_1 + \bar{j}2_2 \cdot w_s2_2}{w_s2_1 + w_s2_2} = \frac{0,3 \cdot 3 + 2 \cdot 3}{3 + 3} = 1,15$$

Maka $(I_2, J_2) = (0,45, 1,15)$.

$$\bullet I_3 = \frac{\bar{i}3_1 \cdot w_s3_1 + \bar{i}3_2 \cdot w_s3_2}{w_s3_1 + w_s3_2} = \frac{0,3 \cdot 6 + 3 \cdot 2}{6 + 2} = 0,975$$

$$J_3 = \frac{\bar{j}3_1 \cdot w_s3_1 + \bar{j}3_2 \cdot w_s3_2}{w_s3_1 + w_s3_2} = \frac{3,16 \cdot 6 + 4,5 \cdot 2}{6 + 2} = 3,495$$

Maka $(I_3, J_3) = (0,975, 3,495)$.

$$\bullet I_4 = \frac{\bar{i}4_1 \cdot w_s4_1}{w_s4_1} = 1,75$$

$$J_4 = \frac{\bar{j}4_1 \cdot w_s4_1}{w_s4_1} = 3,75$$

Maka $(I_4, J_4) = (1,75, 3,75)$.

3. Pembentukan Busur :

$$W_b(R_1 R_2) = dis(sn)(R_1 R_2) + Adj - p_s(R_1, R_2)$$

$$\bullet dis(sn)(R_1, R_2)$$

$$dis(sn)(R_1, R_2) = \sqrt{(I_{R_1} - I_{R_2})^2 + (J_{R_1} - J_{R_2})^2}$$

$$1. dis(sn)(1,2) = \sqrt{(I_1 - I_2)^2 + (J_1 - J_2)^2}$$

$$= \sqrt{(1,67 - 0,45)^2 + (2,17 - 1,15)^2} = 1,59.$$

$$2. dis(sn)(1,3) = 1,50.$$

$$3. dis(sn)(1,4) = 1,58.$$

$$4. dis(sn)(2,3) = 2,40.$$

$$5. dis(sn)(2,4) = 2,91.$$

$$6. \text{dis}(sn)(3,4) = 0.82.$$

- $Adj - p_s(R_1, R_2)$

$$\begin{aligned} 1. \text{Adj} - p_s(1,2) &= \sum_{k_1=1}^2 \sum_{k_2=1}^2 \text{Adj} - p(1_{k_1}, 2_{k_2}) \\ &= \text{Adj} - p(1_1, 2_1) + \text{Adj} - p(1_1, 2_2) + \text{Adj} \\ &\quad - p(1_2, 2_1) + \text{Adj} - p(1_2, 2_2) \\ &= 0 + 0 + 3 + 3 = 6. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \text{Adj} - p_s(1,3) &= \sum_{k_1=1}^2 \sum_{k_2=1}^2 \text{Adj} - p(1_{k_1}, 3_{k_2}) \\ &= \text{Adj} - p(1_1, 3_1) + \text{Adj} - p(1_1, 3_2) + \text{Adj} \\ &\quad - p(1_2, 3_1) + \text{Adj} - p(1_2, 3_2) \\ &= 2 + 0 + 1 + 0 = 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \text{Adj} - p_s(1,4) &= \sum_{k_1=1}^2 \sum_{k_2=1}^1 \text{Adj} - p(1_{k_1}, 4_{k_2}) \\ &= \text{Adj} - p(1_1, 4_1) + \text{Adj} - p(1_2, 4_1) \\ &= 0 + 2 = 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \text{Adj} - p_s(2,3) &= \sum_{k_1=1}^2 \sum_{k_2=1}^2 \text{Adj} - p(2_{k_1}, 3_{k_2}) \\ &= \text{Adj} - p(2_1, 3_1) + \text{Adj} - p(2_1, 3_2) + \text{Adj} \\ &\quad - p(2_2, 3_1) + \text{Adj} - p(2_2, 3_2) \\ &= 2 + 0 + 0 + 1 = 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \text{Adj} - p_s(2,4) &= \sum_{k_1=1}^2 \sum_{k_2=1}^1 \text{Adj} - p(2_{k_1}, 4_{k_2}) \\ &= \text{Adj} - p(2_1, 4_1) + \text{Adj} - p(2_2, 4_1) \\ &= 0 + 1 = 1. \end{aligned}$$

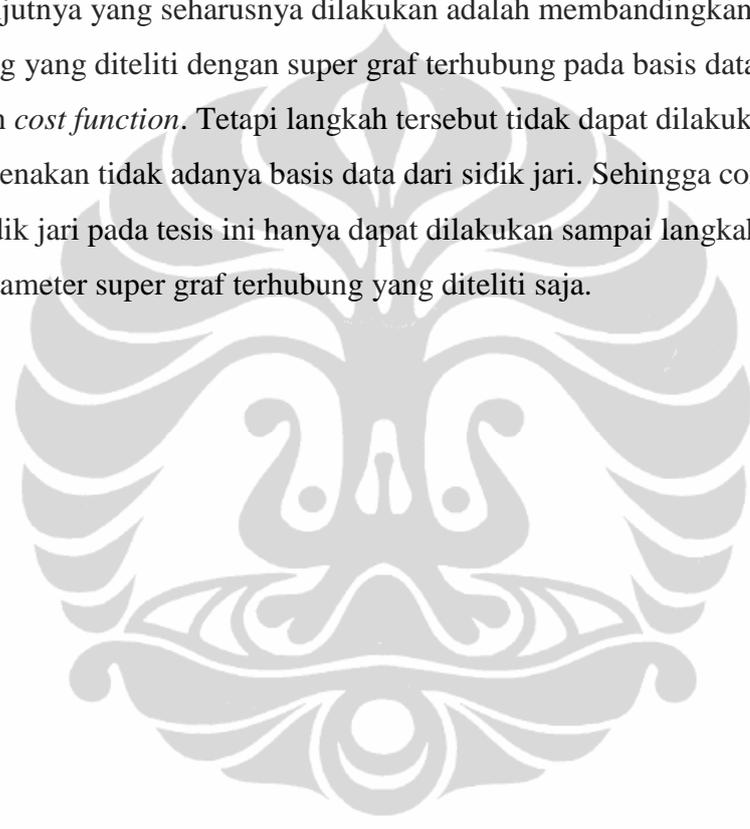
$$\begin{aligned} 6. \text{Adj} - p_s(3,4) &= \sum_{k_1=1}^2 \sum_{k_2=1}^1 \text{Adj} - p(3_{k_1}, 4_{k_2}) \\ &= \text{Adj} - p(3_1, 4_1) + \text{Adj} - p(3_2, 4_1) \\ &= 4 + 2 = 6. \end{aligned}$$

Setelah semua parameter dari $W_b(R_1 R_2)$ didapat, maka :

$$1. W_b(1,2) = 1,59 + 6 = 7,59.$$

2. $W_b(1,3) = 1,50 + 3 = 4,50.$
3. $W_b(1,4) = 1,58 + 2 = 3,58.$
4. $W_b(2,3) = 2,40 + 3 = 5,40.$
5. $W_b(2,4) = 2,91 + 1 = 3,91.$
6. $W_b(3,4) = 0,82 + 6 = 6,82.$

Setelah semua parameter dari super graf terhubung yang diteliti didapat, langkah selanjutnya yang seharusnya dilakukan adalah membandingkan super graf terhubung yang diteliti dengan super graf terhubung pada basis data dengan menggunakan *cost function*. Tetapi langkah tersebut tidak dapat dilakukan pada tesis ini dikarenakan tidak adanya basis data dari sidik jari. Sehingga contoh kasus klasifikasi sidik jari pada tesis ini hanya dapat dilakukan sampai langkah pencarian parameter super graf terhubung yang diteliti saja.



BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini berisi kesimpulan berdasarkan hasil pembahasan di bab-bab sebelumnya, serta saran yang dapat diberikan oleh penulis untuk penelitian selanjutnya.

5.1. Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh dari penulisan tesis ini dapat dirinci sebagai berikut :

1. Proses klasifikasi sidik jari merupakan pencocokkan sidik jari yang diteliti ke dalam basis data sidik jari yang telah dikelompokkan kedalam beberapa kelas berdasarkan struktur tertentu.
2. Klasifikasi dengan menggunakan teori graf pada tesis ini menggunakan gambar berarah yang telah disegmentasi.
3. Sebelum proses klasifikasi, gambar berarah dari sidik jari diubah ke dalam bentuk super graf berarah.
4. Pada proses klasifikasi, super graf dari sidik jari yang diteliti dan super graf dari sidik jari model dari tiap-tiap kelas dibandingkan dengan menggunakan *cost function*.

5.2. Saran

Tesis ini hanya membahas sebatas proses dan uraian langkah dari klasifikasi sidik jari dengan menggunakan teori graf. Pada kenyataannya perhitungan dari proses tersebut sangat kompleks dan menggunakan matriks berukuran besar sehingga penelitian ini dapat dilanjutkan dengan membuat aplikasi program untuk menjalankan proses tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- Ashbaugh, D. R. (1991). Ridgeology. *Journal of Forensic Identification*, Vol 41.
- Bondy , J.A., Murty, U.S.R. (1982). *Graph Theory With Applications*. North-Holland.
- Cappelli, R. (1999). Fingerprint Classification by Directional Image Partitioning. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 21, No. 5.
- Gonzalez, Rafael C., Woods, R.E. (2001). *Digital Image Processing*. USA : Prentice Hall International.
- Jain, A K., Prabhakar, S., and Hong, L. (1999). A Multi Channel Approach to Fingerprint Classification. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 21, No. 4.
- Purcell, D.V., Steven E. (1997). *Calculus*. Prentice Hall International, Inc. 7th edition.
- Wang, S, Zhang, W.W., Wang, Y.S., (2002). *Fingerprint Classification by Directional Field*. National Laboratory of Pattern Recognition Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. IEEE : Beijing, China.
- Tarjoman, M., Zarei, S. (2008). Automatic Fingerprint Classification using Graph Theory. *World Academy of Science, Engineering and Technology* 47, 214 – 218.