

MENGENAL WAVELETS (BAGIAN 2)

Dodi Sudiana
Jurusan Elektro, Fakultas Teknik
Universitas Indonesia
Kampus Baru UI, Depok 16424
e-mail : dodi@makara.cso.ui.ac.id

Abstrak

Wavelets adalah fungsi matematis yang memotong data menjadi komponen-komponen frekuensi yang berbeda, dimana fungsi ini "melihat" masing-masing komponen dengan suatu resolusi yang cocok dengan skalanya. Kelebihan wavelets dibandingkan dengan metoda Fourier konvensional adalah kemampuan yang sangat baik dalam menganalisa secara fisik terhadap sinyal yang memiliki diskontinuitas dan lonjakan-lonjakan tajam (sharp spikes). Para ahli telah mengembangkan wavelets secara independen dalam bidang-bidang matematika, fisika kuantum, teknik elektro, dan geologi seismik. Keterkaitan bidang ilmu lain terhadap bidang ini selama sepuluh tahun terakhir memelopori aplikasi wavelet terbaru, seperti kompresi citra, turbulensi, visi manusia (human vision), radar dan prediksi gempa bumi. Melalui dua bagian tulisan, bagian pertama tulisan ini bertujuan untuk memperkenalkan wavelets secara mudah yang diawali dengan sejarahnya, metoda Fourier serta perbandingannya dengan wavelets, aspek-aspek khusus wavelets. Pada bagian kedua akan dipaparkan beberapa aplikasi transformasi wavelet yang menarik seperti kompresi citra, nada musik dan menghilangkan derau (de-noising)

Kata kunci : wavelets, algoritma pengolahan sinyal, fungsi basis orthonormal, aplikasi wavelets

7. Aplikasi wavelet

Beberapa aplikasi berikut ini hanya merupakan contoh kecil dari apa yang dapat dimanfaatkan para peneliti wavelet.

7.1. Visi Komputer dan Manusia

Penelitian awal yang dilakukan oleh David Marr pada tahun 1980-an di MIT mengenai Kecerdasan Buatan untuk robot berupaya mencari sebab kegagalan mengapa robot tidak dapat mengenali lingkungan sekitarnya [2].

Penetapan dasar ilmiah mengenai visi sangat penting dengan membatasi penelitian terfokus pada aspek-aspek visi yang bersifat mekanis atau tidak disengaja dan tidak meneliti aspek-aspek yang tergantung pada training, budaya, dan sebagainya. Visi level-

rendah ini adalah bagian yang memungkinkan rekonstruksi organisasi tiga dimensi dunia fisik dari eksitasi yang merangsang (stimulasi) retina. Beberapa pertanyaan yang diajukan adalah :

- Bagaimana mendefinisikan tepi/contour objek dari variasi intensitas cahayanya
- Bagaimana mendeteksi aspek kedalaman (depth)
- Bagaimana mendeteksi gerakan

Jawaban dari semua pertanyaan di atas dituangkan dalam bentuk algoritma yang dikembangkan oleh Marr. Teorinya adalah pengolahan citra dalam sistem visual manusia memiliki struktur hirarkis yang sangat kompleks dan terdiri atas beberapa lapisan pengolahan. Pada setiap level pengolahan, sistem retinal memberikan

representasi visual yang berskala progresif dalam sebuah sifat geometris. Argumen ini didasarkan pada pendeteksian perubahan intensitas. Perubahan ini terjadi pada skala yang berbeda-beda dalam citra, sehingga untuk mendeteksinya secara akurat, diperlukan operator yang memiliki ukuran berbeda-beda pula. Diketahui pula bahwa jika terjadi perubahan intensitas citra yang tiba-tiba akan menghasilkan puncak (peak) pada turunan pertama citra tersebut. Kedua hipotesa tersebut menjelaskan bahwa sebuah filter dalam aplikasi sistem visi memerlukan dua sifat :

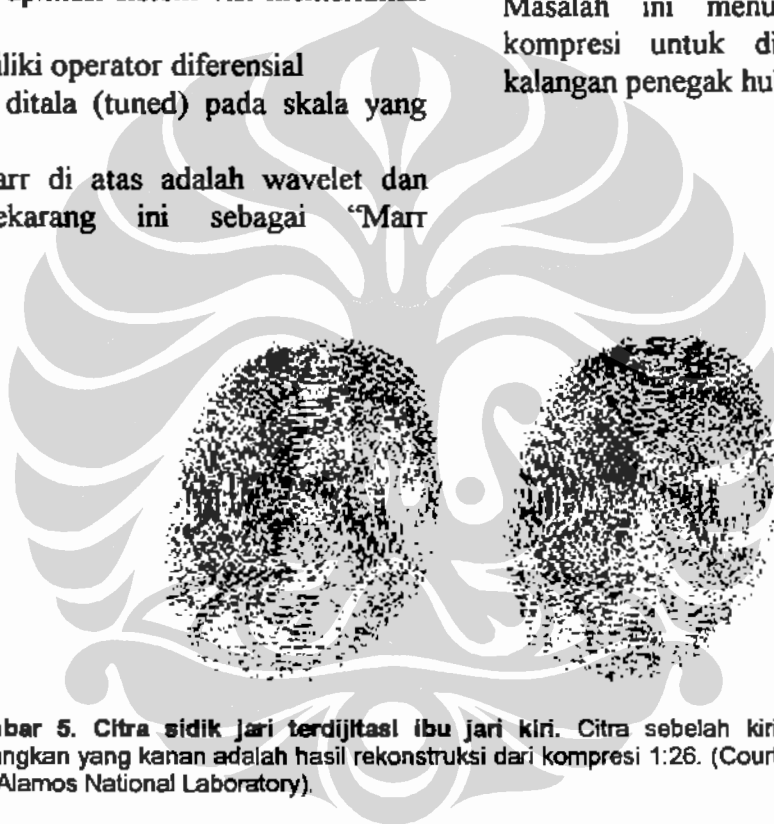
Harus memiliki operator diferensial

Harus bisa ditala (tuned) pada skala yang diinginkan

Operasi Marr di atas adalah wavelet dan dikenal sekarang ini sebagai "Marr Wavelet".

7.2. Kompresi Sidik Jari FBI

Antara tahun 1924 sampai hari ini, FBI Amerika Serikat telah mengumpulkan 30 juta set sidik jari [7]. Arsip ini terdiri atas gambar-gambar sidik jari yang dicetak di atas kertas. Data-data tersebut disebarluaskan ke agen-agen melalui mesin faksimili, tetapi kualitas dijitasinya masih sangat kurang. Karena sejumlah yurisdiksi terkait erat dengan upaya pengolahan data secara digital, ketidakcocokan antara format data menjadi masalah yang semakin besar. Masalah ini menuntut adanya standar kompresi untuk dijitasi yang sama di kalangan penegak hukum.



Gambar 5. Citra sidik jari terdijitasi ibu jari kiri. Citra sebelah kiri adalah citra asli; sedangkan yang kanan adalah hasil rekonstruksi dari kompresi 1:26. (Courtesy Chris Brislawn, Los Alamos National Laboratory).

Pada tahun 1933, Divisi Criminal Justice Information Services mengembangkan standar dijitasi dan kompresi sidik jari bekerjasama dengan National Institute of Standards and Technology, Los Alamos National Laboratory, produsen komersial, and masyarakat pengadilan kriminal [9].

Citra sidik jari didijitasi pada resolusi 500 piksel per inchi dengan tingkat keabuan informasi 256 level per piksel. Citra sidik jari memiliki kurang lebih 700.000 piksel dan memerlukan 0,6 Mbyte untuk penyimpanan. Sepasang tangan, dengan

demikian memerlukan 6 Mbyte penyimpanan. Hasil dijitasi seluruh data arsip FBI akan menghabiskan tempat sebesar 200 terabyte, dengan asumsi harga hard-disk sebesar \$900/Gbyte, maka diperlukan 200 juta dollar untuk menyimpan data yang tidak dikompresi tersebut. Dengan kompresi, diharapkan biaya penyimpanan tersebut akan menjadi sangat ringan.

7.3. Menghilangkan derau

Berbagai bidang ilmu mulai dari sains keplanetan hingga spektroskopi molekuler, para ahli senantiasa dihadapkan pada masalah bagaimana mendapatkan sinyal yang sebenarnya dari data yang tidak lengkap, tidak langsung atau berderau.

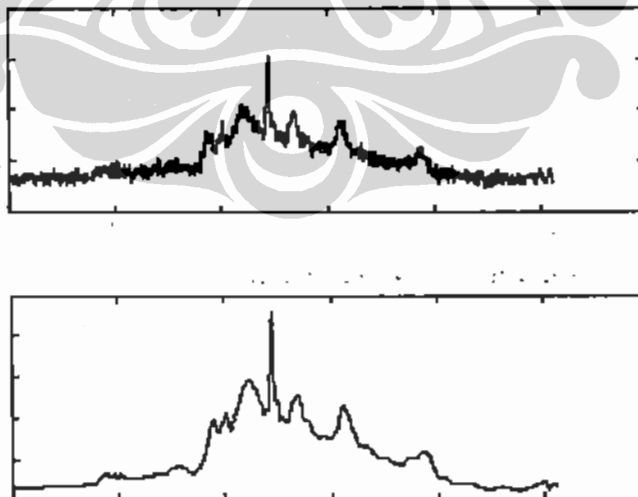
Dengan menggunakan metoda pengolahan yang disebut "wavelet shrinkage and thresholding methods", masalah ini dapat diatasi, sebagaimana yang dikembangkan oleh David Donoho selama beberapa tahun [10].

Teknik ini bekerja berdasarkan prinsip dekomposisi set data menggunakan wavelet, dimana filter-filter berfungsi sebagai filter merata-rata (averaging filter) dan yang lainnya menghasilkan detil [11]. Beberapa koefisien wavelet merepresentasikan detil dalam set data. Detil yang kecil dapat dihilangkan tanpa mengubah informasi utama di dalam data. Prinsip thresholding adalah menolak seluruh koefisien yang bernilai lebih kecil dari suatu nilai threshold tertentu. Koefisien-koefisien inilah yang akan digunakan dalam transformasi wavelet

balik untuk merekonstruksi set data. Gambar 6 menunjukkan ilustrasi mengenai sinyal NMR (Nuclear Magnetic Resonance) sebelum dan sesudah transformasi. Sinyal ditransformasi, dilakukan thresholding, kemudian ditransformasi balik. Teknik ini merupakan langkah maju yang penting dalam menangani data yang berderau karena penghilangan derau dilakukan tanpa memperhalus struktur-struktur yang tajam di dalam sinyal. Hasilnya adalah sinyal yang bersih dari derau dan tetap merepresentasikan detil-detil yang penting di dalamnya.

7.4. Mendeteksi sifat self-similar dalam suatu time-series

Analisis wavelet terbukti merupakan alat bantu yang sangat ampuh untuk menggambarkan sifat, khususnya sifat self-similar, dalam jangkauan skala waktu yang lebar.



Gambar 6. Ilustrasi "sebelum" dan "sesudah" transformasi sinyal NMR. Sinyal asli pada bagian atas, sinyal hasil transformasi di bawahnya. (David Donoho, Stanford University, NMR data berasal dari Adrian Maudsley, VA Medical Center, San Fransisco).

Pada tahun 1993, Scargle dan rekannya di Pusat Penelitian NASA-Ames dan di tempat lain meneliti osilasi quasiperiodik (QPO) dan derau frekuensi rendah (VLFN) dari sumber akumulasi sinar X astronomis. Sco X-1 mungkin disebabkan oleh fenomena fisik yang sama [12]. Sco X-1 adalah bagian dari sistem bintang biner yang dekan dimana salah satu anggotanya adalah bintang urutan utama yang terakhir dan anggota lainnya (Sco X-1) adalah bintang padat yang memancarkan sinar X yang terang. Penyebab QPO dalam sumber sinar X telah diteliti secara aktif sejak dulu, tetapi fenomena aperiodik yang muncul semisal VLFN belum pernah dihubungkan secara similar di dalam model. Set data Sco X-1 yang diteliti disini adalah time-series satelit EXOSAT 5-20 keV yang terdiri atas jangkauan lebar pada skala waktu, dari 2 ms hingga hampir 10 jam.

Sumber sinar X galaktis seringkali menjadi penyebab akumulasi gas dari satu bintang ke bintang lainnya dalam sistem bintang biner. Obyek yang terakumulasi biasanya berupa bintang padat seperti kurcaci putih (white dwarf), bintang neutron, atau lubang hitam (black hole). Gas dari bintang yang kurang masif akan mengalir ke bintang lain melalui cakram akumulasi (suatu cakram materi di sekitar bintang padat mengalir ke dalamnya) di sekitar bintang padat. Tingkat keterangan (luminositas) yang berubah-ubah disebabkan oleh ketidakaturan aliran gas. Detil aliran gas masih belum bisa diketahui dengan baik.

Penelitian ini mencatat bahwa luminositas Sco X-1 berubah dalam bentuk self-similar, yaitu karakter statistik luminositas yang diukur pada resolusi waktu yang berbeda-beda menunjukkan hasil yang sama. Karena salah satu keunggulan wavelet adalah ia dapat mengolah informasi secara efektif pada skala yang berbeda-beda, maka Scargle menggunakan alat bantu wavelet yang disebut scalegram untuk meneliti time-series.

Scargle mendefinisikan scalegram sebuah time-series sebagai rata-rata kuadrat koefisien wavelet pada skala tertentu. Karena digambarkan sebagai fungsi skala, scalegram menggambarkan informasi sebagaimana halnya spektrum daya Fourier digambarkan sebagai fungsi frekuensi. Scalegram diterapkan dengan menjumlahkan produk data dengan sebuah fungsi wavelet, sementara Fourier menggunakan penjumlahan data dengan fungsi sinus atau kosinus. Formulasi scalegram membuatnya mudah sebagai alat bantu dibandingkan dengan transformasi Fourier karena hubungan tertentu antara skala waktu yang berbeda dapat dengan mudah dilihat dan dikoreksi, semisal melihat dan mengoreksi derau foton.

Scalegram untuk time-series secara jelas menggambarkan QPO dan VLFN, dan peneliti dapat menghitung power-law hingga frekuensi. Simulasi berikutnya menunjukkan bahwa penyebab fluktuasi luminositas Sco X-1 mungkin adalah aliran akumulasi yang kacau (chaotic).

7.5. Nada Musik

Victor Wicherhauser telah membuktikan bahwa paket wavelet dapat dimanfaatkan dalam sistesis suara [13]. Idenya adalah generator paket wavelet tunggal dapat menggantikan sejumlah besar osilator. Melalui eksperimen, seorang musisi dapat menentukan kombinasi paket gelombang yang menghasilkan suara-suara menarik.

Wickerhauser berpendapat bahwa sintesis suara merupakan penggunaan wavelet yang alami. Untuk mendapatkan suara instrumen musik tertentu, misalnya, sejumlah sampel not-not yang dihasilkan instrumen tersebut dapat didekomposisi menjadi koefisien-koefisien paket wavelet. Reproduksi nada dilakukan dengan memasukkan koefisien tersebut ke dalam generator paket wavelet dan hasilnya dapat dimainkan ulang. Karakteristik transien seperti ketukan dan penurunan nada –



Gambar 8. Wavelet untuk aplikasi di bidang musik : representasi grafis Wickerhauser toneburst. Sumber suara diambil dari Macintosh ketika memainkan suara komersial Kaboom! Factory. (Toneburst courtesy Wickerhauser)

secara umum, variasi intensitas mengenai bagaimana nada diawali dan diakhiri – dapat dikendalikan secara terpisah (misalnya, dengan menggunakan envelope generator), atau dengan menggunakan paket gelombang yang lebih panjang dan mengkodekan sifat-sifat tersebut ke dalam setiap nada. Proses-proses tersebut dapat dikontrol secara real time, misalnya, dengan menggunakan keyboard.

Perlu dicatat bahwa instrumen musik dapat juga digantikan dengan suara manusia, dan kata-kata atau fonem. Alat sintesis musik berbasis paket wavelet dapat menyimpan suara-suara yang kompleks secara efisien karena :

Koefisien paket wavelet, sebagaimana koefisien wavelet, biasanya sangat kecil untuk sampel digital sinyal-sinyal yang halus; dan

Mengabaikan koefisien-koefisien yang bernilai di bawah ambang tertentu hanya mengakibatkan kesalahan yang kecil ketika data yang mengandung sinyal halus dikompresi.

Dengan cara yang sama, synthesizer percakapan berbasis paket wavelet dapat digunakan untuk merekonstruksi sinyal pembicaraan yang dipadatkan pada rasio kompresi yang sangat tinggi. Gambar 8 menunjukkan ilustrasi nada musik wavelet atau toneburst.

8. Penutup

Hampir seluruh teori wavelet dasar telah dikerjakan, detil-detil matematis yang sangat rumit masih tetap dirumuskan dan teorema

wavelet memasuki tahap penajaman. Tahapan ini meliputi generalisasi dan pengembangan wavelet lebih lanjut, seperti memperluas teknik-teknik paket wavelet. Masa depan wavelet terletak pada area aplikasi yang masih belum terpetakan. Teknik-teknik wavelet belum bisa digunakan seluruhnya dalam aplikasi, seperti analisis data praktis, dimana data-data time-series yang sudah disampel secara diskrit memerlukan analisis. Aplikasi semacam ini akan menarik untuk diteliti lebih lanjut.

Daftar Acuan

1. Graps, "An Introduction to Wavelets", *IEEE Computational Sci. and Engineering*, Vol 2 No. 2, Los Alamitos, 1995.
2. R. Crandall, *Projects in Scientific Computation*, Springer-Verlag, New York, 1994, pp. 197-198, 211-212.
3. Y. Meyer, *Wavelets : Algorithms and Applications*, Soc. for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1993, pp. 13-31, 101-105
4. G. Kaiser, *A Friendly Guide to Wavelets*, Birkhauser, Boston, 1994, pp. 44-45
5. W. Press et.al., *Numerical Recipes in Fortran*, Cambridge Univ. Press, New York, 1992, pp. 498-499, 584-602
6. M. Vetterli, C. Herley, "Wavelets and Filter Banks : Theory and Design", *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 40, 1992, pp. 2207-2232

7. Daubechies, "Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets", *Comm. Pure Appl. Math.*, Vol 41, 1988, 906-966
8. V. Wickerhauser, *Adapted Wavelet Analysis from Theory to Software*, AK Peters, Boston, 1994, pp. 213-213, 237, 273-273, 387
9. M.A. Cody, "The Wavelet Packet Transform", *Dr.Dobb's Journal*, Vol 19, Apr. 1994, pp. 44-46, 50-54
10. D. Donoho, "Nonlinear Wavelet Methods for Recovery Signals, Densities, and Spectra from Indirect and Noisy Data", *Different Perspectives on Wavelets, Proceeding of Symposia in Applied Mathematics*, Vol 47, I. Daubechies ed. Amer. Mathematic Soc., Providence, R.I., 1993, pp. 173-205.
- A. Vidakovic and P. Muller, "Wavelets for Kids", 1994, unpublished. Available by FTP at `ftp://ftp.sds.duke.edu` in directory `/pub/brani/papers/wav4kids[A-B].ps.Z`
11. J. Scargle et al., "The Quasi-Periodic Oscillations and Very Low Frequency Noise of Scorpius X-1 as Transient Chaos: A Dripping Handrail?," *Astrophysical Journal*, Vol. 411, 1993, L91-L94
12. M.V. Wickerhauser, "Acoustic Signal Compression with Wave Packets," 1989. Available by anonymous FTP at `pascal.math.yale.edu`, filename : `acoustic.tex`