

## Klasifikasi Objek Dalam Visi Komputer Dengan Analisis Diskriminan

Amir Hamzah, Gatot Santoso dan Wisnu Widiarto  
Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Industri  
Institut Sains & Teknologi AKPRIND Yogyakarta  
Email : gatsan@plasa.com

### Abstrak

Sistem sensor robot selalu didukung oleh sebuah sistem komputer yang dikenal sebagai 'visi komputer'. Konsep penting dalam visi komputer adalah klasifikasi objek. Dalam kajian ini, dua buah algoritma untuk klasifikasi objek akan dibandingkan. Pertama adalah metode sederhana yang tidak memerlukan komputasi kompleks yang dianggap sebagai metode informal, disebut sebagai metode pohon keputusan biner. Metode ini bertumpu pada ciri deskriptor yang sederhana dari suatu objek seperti garis vertikal, garis horisontal atau elip. Sayangnya metode ini memiliki kelemahan dalam mengenali objek yang terkontaminasi oleh derau. Metode yang kedua adalah metode yang lebih formal dengan deskriptor yang bervariasi tinggi. Dalam konteks ini pendekatan statistik multivariat dengan metode yang disebut analisis diskriminan diajukan sebagai alternatif untuk klasifikasi objek. Metode ini dijalankan dengan menghitung suatu fungsi yang disebut fungsi diskriminan Fisher yang dapat digunakan untuk memisahkan objek.

Dari simulasi data dan analisis untuk klasifikasi dua objek, yaitu skrup dan baut, dan klasifikasi tiga objek, yaitu huruf T, O dan S dapat ditunjukkan bahwa analisis diskriminan dapat mengklasifikasi objek dengan lebih baik dari pada metode pohon keputusan biner. Kelebihan ditunjukkan terutama pada objek yang mengalami derau.

**Kata Kunci:** Klasifikasi objek, analisis diskriminan

### Abstract

A robotic sensor system is always supported by a computer system called 'computer vision'. The important concept of computer vision is object classification. In this study two algorithms for object classification in this system will be compared. The first method is a simple method that do not need complex computation and that is considered as an informal method, and is called binary tree decision structure. This method is based on modest characteristic descriptors of an object such as vertical line, horizontal line or ellipse line. Unfortunately this method has weakness in recognizing images that is contaminated by noise. A second one is a more formal method with high variability descriptors. In this context a multivariate statistical approach named discriminant analysis is proposed as an alternative for object classification. This method is operated by computation of a function called Fisher discriminant function which can be used for separating an object.

From the simulation and analysis of classification of two object i.e. screw and bolt, and classification of three objects, i.e. alphabet T, O and S. It can be shown that discriminant analysis approach can classify better than binary decision algorithm, especially when the method is applied for classification of a noisy image object.

**Keywords :** Object classification, discriminant analysis

### 1. Pendahuluan

Aplikasi otomasi industri saat ini memerlukan penggunaan robot industri yang lebih intensif dari masa-masa sebelumnya. Beberapa contoh aplikasi yang dapat disebutkan antara lain pemeriksaan

otomatis benda kerja secara visual, indikasi komponen yang jenisnya dibatasi pada ban berjalan, pembacaan label pada otomasi sistem pergudangan dan pengendalian kualitas produk. Sistem sensor robot dengan bantuan komputer merupakan suatu

konsep yang dikenal sebagai visi komputer[1]. Dalam visi komputer terkandung operasi-operasi mulai dari penangkapan citra objek oleh sistem kamera, pengolahan citra objek menjadi bentuk yang lebih ringkas dan sederhana namun masih tetap mewakili objek, sampai yang terpenting yaitu analisis untuk menentukan jenis objek sebagai penentu tindakan robot.

Mengingat demikian pentingnya tahapan pengenalan objek dalam sistem visi komputer, beberapa algoritma pengenalan objek telah banyak dikembangkan. Metode yang cukup sederhana antara lain metode informal dengan penyusunan algoritma struktur pohon. Metode ini didasarkan pada ciri-ciri sederhana misalnya ada tidaknya garis vertikal, garis horisontal, atau garis lengkung. Berdasarkan ciri tersebut suatu objek dapat ditetapkan. Metode ini misalnya untuk pengenalan karakter huruf tertentu atau digit-digit angka. Salah satu contoh model karakter dan deskripsi deskriptornya adalah seperti dalam Tabel 1. Dari tabel tersebut selanjutnya pohon keputusan tentang suatu karakter huruf dibuat untuk pengambilan keputusan.

**Tabel 1.**  
Analisis beberapa karakter alfabetis dengan deskriptor Ciri geometris[2]

Karakter	Ciri			
	Garis lurus tegak	Garis lurus mendatar	Garis lurus oblik	Garis lengkung
L	√	√	—	—
P	√	—	—	√
O	—	—	—	√
E	√	√√√	—	—
Q	—	—	√	√

Menurut Fairhurst[2], pengenalan objek dengan algoritma struktur pohon hanya dapat diterapkan pada bentuk-bentuk sederhana dengan deskriptor yang secara tegas dapat membedakan objek yang dicirikan. Pada bentuk-bentuk kontinue dengan deskriptor yang memiliki variabilitas tinggi diperlukan metode yang

lebih formal dengan pendekatan statistik probabilistik. Pada persoalan ini analisis deskriminan merupakan suatu metode statistik multivariat yang dapat diajukan sebagai alternatif pengenalan suatu objek berdasarkan deskriptor-deskriptor yang diketahui.

Penelitian ini bertujuan mengkaji sejauh mana unjuk kerja metode formal dengan analisis diskriminan mampu melakukan pengenalan objek citra dalam suatu sistem visi komputer.

## 2. Landasan Teori

Analisis diskriminan adalah teknik statistik multivariat yang terkait dengan pemisahan (*separating*) atau alokasi/klasifikasi (*classification*) sekelompok objek atau observasi ke dalam kelompok (*group*) yang telah terlebih dahulu didefinisikan. Dalam tujuan pengenalan objek (observasi), metode ini mencoba menemukan suatu '*discriminant*' yang nilainya secara numeris sedemikian sehingga mampu memisahkan objek yang karakteristiknya telah diketahui. Sedangkan dalam tujuan klasifikasi objek, metode ini akan mensortir objek (observasi) kedalam 2 atau lebih klas.

Apabila dari 2 (atau lebih) kelompok objek yang dapat disebut sebagai klas objek, misalnya  $\pi_1$  dan  $\pi_2$  (atau  $\pi_3, \pi_4 \dots$  dst) dapat dilakukan pengukuran dengan mengambil  $p$  buah atribut (deskriptor) maka akan dimiliki  $p$  buah variabel random yang dapat ditulis sebagai  $X' = [X_1, X_2, \dots, X_p]$ . Nilai  $X$  hasil pengukuran akan berbeda untuk satu kelas dengan kelas yang lain, sehingga dapat dianggap bahwa bahwa hasil pengukuran dari kelas pertama sebagai  $x$  dari  $\pi_1$  dan hasil pengukuran dari kelas ke dua sebagai  $x$  dari  $\pi_2$ . Dengan demikian 2 populasi tersebut dapat dideskripsikan oleh dua fungsi probabilitas  $f_1(x)$  dan  $f_2(x)$ . Untuk 2 populasi, metode Fisher untuk memisahkan 2 populasi tersebut adalah dengan transformasi observasi multivariate  $x$  ke univariate  $y$  sedemikian sehingga nilai-nilai  $y$  yang diturunkan dari populasi  $\pi_1$ , akan terpisah

dari nilai-nilai  $y$  yang diturunkan dari populasi  $\pi_2$  ([3],[4]). Jika dinotasikan  $\mu_{1Y}$  sebagai mean dari  $Y$  yang berasal dari  $X$  terkait dengan  $\pi_1$  dan  $\mu_{2Y}$  sebagai mean dari  $Y$  yang berasal dari  $X$  terkait dengan  $\pi_2$  dan didefinisikan :

$$\begin{aligned} \mu_1 &: E(X | \pi_1) = \text{nilai harapan observasi multivariat dari } \pi_1 \\ \mu_2 &: E(X | \pi_2) = \text{nilai harapan observasi multivariat dari } \pi_2 \end{aligned} \quad \dots(1)$$

dan dianggap bahwa matrik varian kovarian  $S$ , yaitu :

$$S = E((X - \mu_i)(X - \mu_i)') \text{ untuk } i=1,2 \quad (2)$$

adalah sama untuk dua populasi, maka dapat dipertimbangkan kombinasi linear :

$$Y = \ell' X \quad (3)$$

sehingga :

$$\begin{aligned} \mu_{1Y} &= E(Y | \pi_1) = E(\ell' X | \pi_1) = \ell' \mu_1 \\ \mu_{2Y} &= E(Y | \pi_2) = E(\ell' X | \pi_2) = \ell' \mu_2 \end{aligned} \quad (4)$$

dan varian dapat ditulis sebagai :

$$\sigma^2_Y = \text{Var}(\ell' X) = \ell' \text{Cov}(X) \ell = \ell' S \ell \quad (5)$$

yang sama untuk dua populasi.

Kombinasi linear terbaik yang maksimal memisahkan dua populasi diturunkan dari ratio:

$$\begin{aligned} \frac{(\text{jarak kuadrat antara mean } Y)}{(\text{Variance } Y)} &= \frac{(\mu_{1Y} - \mu_{2Y})^2}{\sigma^2_Y} \\ &= \frac{(\ell' \mu_1 - \ell' \mu_2)^2}{(\ell' S \ell)} = \frac{(\ell' \delta)^2}{(\ell' S \ell)} \end{aligned} \quad \dots(6)$$

dimana  $\delta = (\mu_1 - \mu_2)$  adalah vektor beda mean, sehingga  $\delta \delta'$  adalah matrik berordo  $p \times p$ , yaitu:  $(\mu_1 - \mu_2) (\mu_1 - \mu_2)'$  yang mencatat jumlah kuadrat dan jumlah hasil kali dari beda mean populasi  $\pi_1$  dan  $\pi_2$ . Koefisien kombinasi linear Fisher  $\ell' = (\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_p)$  yang memaksimumkan persamaan (6), yaitu dapat dipilih:

$$\ell = c S^{-1} \delta = c S^{-1} (\mu_1 - \mu_2) \quad (7)$$

dengan konstanta  $c \neq 0$ . Dengan memilih  $c=1$ , diperoleh kombinasi linear:

$$Y = \ell' X = (\mu_1 - \mu_2)' S^{-1} X \quad (8)$$

yang dikenal sebagai *fungsi diskriminan Fisher*.

Selanjutnya persamaan (8) dapat digunakan sebagai alat klasifikasi. Misalkan  $y_0 = (\mu_1 - \mu_2)' S^{-1} x_0$  adalah nilai fungsi diskriminan untuk observasi baru  $x_0$  dan

$$\begin{aligned} m &= (1/2)(\mu_{1Y} + \mu_{2Y}) = (1/2)(\ell' \mu_1 + \ell' \mu_2) \\ &= (1/2)(\mu_1 - \mu_2)' S^{-1} (\mu_1 + \mu_2) \end{aligned} \quad (9)$$

adalah nilai tengah mean populasi univariat, maka dapat ditunjukkan :

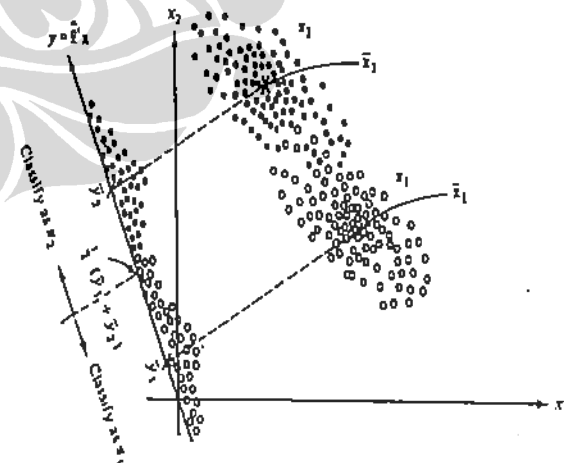
$$E(Y_0 | \pi_1) - m \geq 0$$

dan

$$E(Y_0 | \pi_2) - m < 0 \quad (10)$$

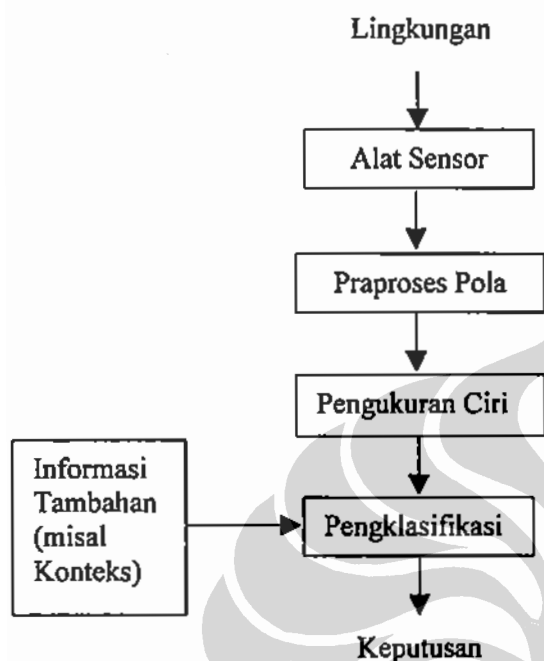
Dengan kata lain  $x_0$  berasal dari populasi  $\pi_1$  jika  $y_0$  lebih besar dari  $m$ , dan dari  $\pi_2$  jika  $y_0$  lebih kecil dari  $m$ . Secara grafis metode ini disajikan dalam Gambar 1.

Selanjutnya karena dalam penelitian ini digunakan sampel data berukuran  $n$ , maka beberapa parameter populasi pada persamaan (1) sampai (10), yaitu matriks varian kovarian populasi  $\Sigma$  dan rata-rata populasi  $\mu$  diprediksikan dengan matriks varian kovarian sampel  $S$  dan rata-rata sampel  $\bar{x}$ .



Gambar 1. Penampilan grafis metode Fisher untuk 2 populasi dengan  $p=2$  [4]

Penerapan metode klasifikasi seperti diuraikan di atas merupakan bagian dari suatu visi komputer dalam sistem robotik yang dapat digambarkan seperti Gambar 2.



Gambar 2.

Kerangka umum sistem pengenalan pola secara lengkap[2]

Pada tahap pengukuran citra dihasilkan suatu citra biner. Untuk citra skrup dan mur, misalnya seperti terlihat dalam

Gambar 3. Selanjutnya dengan mekanisme tertentu dimungkinkan untuk pemisahan objek ini dalam suatu mekanisme sortir seperti terlihat dalam Gambar 4. Dalam mekanisme sortir ini tahap klasifikasi objek dapat melibatkan analisis diskriminan.

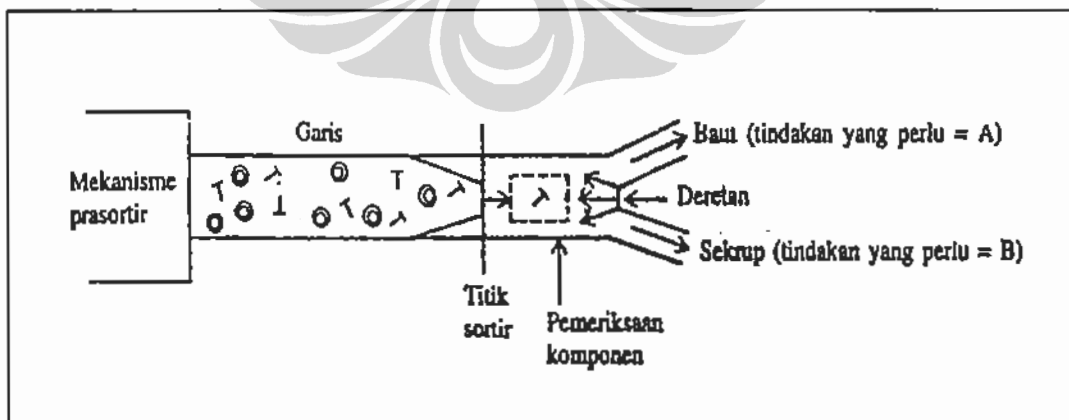


Gambar 3.

Dua kelas dasar citra biner :  
(a) klas skrup dan (b) klas baut.

Dalam penentuan klas objek, keputusan didasarkan pada observasi pada atribut yang dapat diukur pada objek-objek tersebut. Atribut ini umumnya dipilih dari kriteria-kriteria yang cukup mudah ditentukan [1], misalnya :

- X1 = Perimeter dari citra
  - X2 = Akar kuadrat dari luasan permukaan
  - X3 = Total luasan lubang
  - X4 = Radius minimum
  - X5 = Radius maksimum
- dan masih banyak lagi yang dapat disusulkan



Gambar 4.

Klasifikasi objek dimanfaatkan untuk mekanisme sortir hasil industri [2].

### 3. Algoritma struktur Pohon Untuk Klasifikasi dua objek

Penelitian ini lebih merupakan simulasi di atas komputer dari aplikasi teori statistik multivariat dengan objek-objek yang diamati adalah objek-objek abstrak yang dibangkitkan dengan menggunakan simulasi MATLAB.

Untuk dua buah objek yang akan diklasifikasikan diperlukan minimal satu buah variabel deskriptor, misalnya diambil  $x$ . Algoritma untuk klasifikasinya dapat ditentukan dengan langkah-langkah:

1. Ukur  $x$  untuk  $n$  sampel masing-masing dari klas objek  $\pi_1$  dan  $\pi_2$
2. Cari rata-rata  $x$  dari objek  $\pi_1$  (namakan dengan  $x(1)$ ) dan rata-rata  $x$  dari objek  $\pi_2$  (namakan dengan  $x(2)$ )
3. Cari nilai tengah  $\phi$ , sebagai nilai *threshol*d, yaitu rata-rata  $x(1)$  dan  $x(2)$
4. Ukur variabel deskriptor  $x_0$  untuk objek yang akan diklasifikasikan
5. Klasifikasikan  $x_0$  sebagai kelas  $\pi_1$  jika nilai  $x_0 < \phi$  dan klasifikasikan sebagai kelas  $\pi_2$  jika tidak.

### 4. Algoritma klasifikasi dua objek dengan analisis diskriminan

Untuk menerapkan analisis diskriminan untuk klasifikasi dua macam objek diambil variabel deskriptor dua macam, misalnya  $X_1$  dan  $X_2$  dicatat sebagai multivariat variabel  $X=[X_1, X_2]$ . Diambil sampel ukuran  $n$  untuk klas objek pertama dan klas objek yang kedua.

Klasifikasi dengan Fungsi Diskriminan Fisher Dua Populasi

Dengan fungsi diskriminan Fisher, selanjutnya langkah klasifikasi ditentukan dengan prosedur :

Penentuan Fungsi atau nilai Klasifikasi:

1. Tentukan nilai  $\bar{x}_1$  : mean dari multivariate variabel yang berasal dari klas pertama.
2. Tentukan nilai  $\bar{x}_2$  : mean dari multivariate variabel yang berasal dari klas kedua.

3. Tentukan penaksir nilai matrik varian kovarian gabungan  $S$  dari multivariat yang diasumsikan normal multivariat.
4. Tentukan invers matrik varian kovarian  $S^{-1}$
5. Tentukan diskriminan Fisher  $m = (1/2) (\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1} (\mu_1 + \mu_2)$ , dengan persamaan (9) dengan  $\Sigma$  ditaksir dengan  $S$  dan  $\mu$  ditaksir dengan  $\bar{x}$ , menjadi :

$$m = (1/2) (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' S^{-1} (\bar{x}_1 + \bar{x}_2)$$

Langkah Klasifikasi :

1. Ukur nilai observasi deskriptor dari objek yang akan diklasifikasikan: misalnya suatu variabel multivariat  $X_0 = [X_{10}, X_{20}]$
2. Hitung fungsi diskriminan Fisher :  $y_0 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' S^{-1} x_0$
3. Kriteria klasifikasi : Klasifikasikan  $X_0$  merupakan observasi dari klas objek  $\pi_1$  jika nilai  $y_0 \geq m$  dan klasifikasikan ke klas objek  $\pi_2$  jika nilai  $y_0 < m$ .

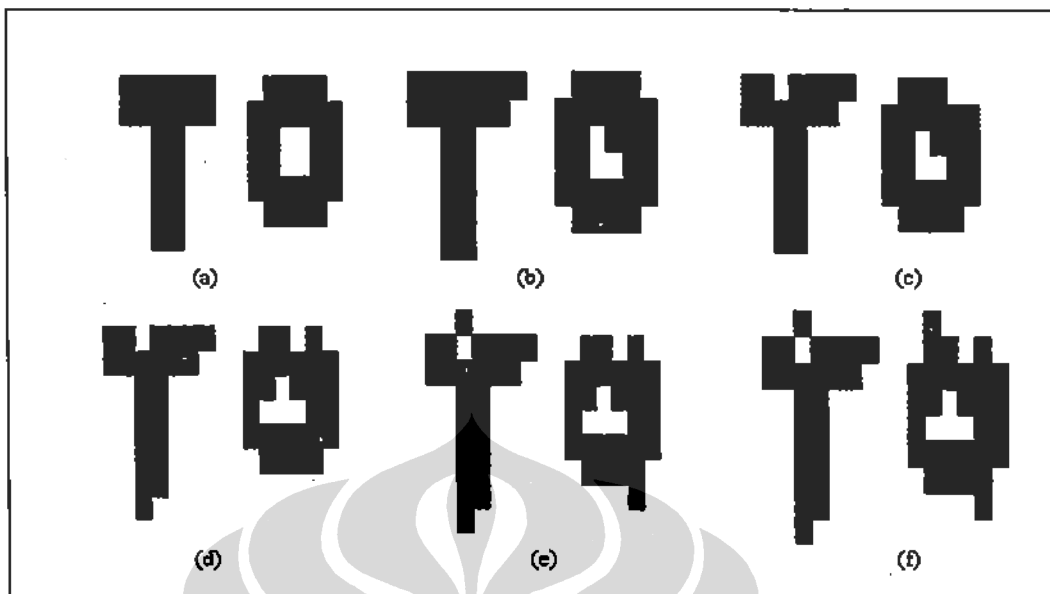
### 5. Klasifikasi dari 2 Objek

Misalkan dimiliki sampel hasil *scan* objek skrup dan baut seperti Gambar 5(a). sebagai citra asli ideal tanpa *noise* dan gambar 5(b) sampai Gambar 5(f).

Untuk klasifikasi dengan pohon biner keputusan hanya diambil satu deskriptor. Untuk deskriptor yang *independent* terhadap efek rotasi dan translasi dapat diambil salah satu dari :

- diameter terpanjang : banyak pixel yang menyusun diameter terpanjang
- diameter terpendek : banyak pixel yang menyusun diameter terpendek
- luas bidang citra : banyak pixel 1 dalam matrik
- luas lubang dalam citra : banyak pixel 0 yang dikelilingi pixel 1

Misalnya diambil deskriptor diameter terpendek, didapat data (dalam satuan pixel) seperti ditunjukkan pada Tabel 2.



**Gambar 5.**  
Objek skrup dan baut; (a) objek tanpa noise; (b),(c),(d),(e),  
dan (f) objek dengan berbagai tingkat noise yang semakin banyak

**Tabel 2.**  
Data sampel skrup dan baut dengan 1 deskriptor  
dengan  $n=6$  ( $X$ = diameter terpendek)

Sampel	Scan	X(1)	X(2)
1	5.(a)	2	4
2	5.(b)	2	4
3	5.(c)	2	3
4	5.(d)	1	4
5	5.(e)	1	1
6	5.(f)	1	1

### 5.1. Klasifikasi dari 2 objek dengan pohon keputusan biner

Langkah :

1. Rata-rata dari klas objek 1 (skrup) adalah  $= 9/6 = 1,5$
2. Rata-rata dari klas objek 2 (baut) adalah  $= 17/6 = 2,8$
3. Nilai treshold  $\phi$  = rata-rata dari  $x(1)$  dan  $x(2) = (2,8+1,5) / 2 = 2,15$
4. Klasifikasikan objek sebagai objek 1 (skrup) jika nilai  $x \leq \phi = 2,15$  dan klasifikasikan ke objek 2 (baut) jika  $x > \phi = 2,15$
5. Klasifikasi objek baru siap dilakukan

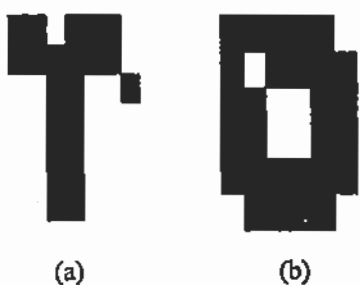
Misal diuji objek sebagai Gambar 6.  
berikut :

Untuk Gambar 6.(a)

Perhitungan : diameter terpendek ( $x$ ) = 2  
Kesimpulan :  $2 < 2,15$  maka objek adalah klas objek 1 (skrup)

Untuk Gambar 6.(b) :

Perhitungan : diameter terpendek ( $x$ ) = 4  
Kesimpulan :  $4 > 2,15$  maka objek adalah klas objek 2 (baut)



Gambar 6.  
Citra Skrup dan Baut terkena noise

Kelemahan klasifikasi ini akan terlihat apabila disodorkan suatu scan citra yang mengandung noise cukup banyak seperti Gambar 7. Dari scan citra diperoleh diameter terpendek adalah 1 sebagai akibat dari error pada saat transformasi citra. Akibatnya objek akan diklasifikasikan sebagai objek 1 (skrup) padahal sebenarnya adalah objek 2 (baut).



Gambar 7.  
Citra baut yang diklasifikasikan sebagai skrup oleh metode Pohon keputusan biner.

### 5.2. Klasifikasi objek baut dan skrup dengan Fungsi Deskriminan

Dengan menggunakan algoritma pada (a.2.) dan mengambil dua buah deskriptor untuk masing-masing objek, yaitu :

- $X_1$  : diameter terpendek
- $X_2$  : Luasan lobang objek (banyak pixel 0 yang mengumpul dan secara serempak dibatasi oleh pixel 1)

Dengan menggunakan sampel ukuran  $n=6$  seperti pada Gambar 5.(a) sampai 5.(f), diperoleh data deskriptor seperti ditunjukkan pada Tabel 3.

Tabel 3.  
Data sampel 6 batu dan skrup dengan 2 deskriptor ( $X_1$  = diameter terpendek,  $X_2$ =luasn lubang)

Sampel	Scan	Populasi I (skrup)		Populasi II (baut)	
		$X_1$	$X_2$	$X_1$	$X_2$
1	5.(a)	2	0	4	4
2	5.(b)	2	0	4	3
3	5.(c)	2	0	3	3
4	5.(d)	1	0	4	4
5	5.(e)	1	1	1	4
6	5.(f)	1	1	1	4

Hasil perhitungan fungsi klasifikasi :

1. Tentukan nilai  $\bar{x}_1$  dan  $\bar{x}_2$  diperoleh : mean dari multivariate variabel yang berasal dari klas pertama (skrup) dan klas kedua (baut), didapat :

$$\bar{x}_1 = \begin{bmatrix} 2,8 \\ 3,67 \end{bmatrix} \quad \bar{x}_2 = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 0,33 \end{bmatrix}$$

2. Tentukan nilai matrik varian kovarian gabungan  $\Sigma$  dari multivariate yang diasumsikan normal multivariat, dan inversnya didapat :

$$S = \begin{bmatrix} 1,61 & 0,92 \\ 0,92 & 3,27 \end{bmatrix}$$

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 1,740 & -0,208 \\ -0,208 & 0,364 \end{bmatrix}$$

3. Tentukan nilai m

$m = (1/2) (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)' S^{-1} (\bar{x}_1 + \bar{x}_2)$ , seperti pada persamaan (9), sebagai nilai diskriminan Fisher, yang merupakan klasifikasi dengan prosedur ECM dengan cost yang sama dan probabilitas prior sama, diperoleh :

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \begin{bmatrix} 2,8 \\ 3,67 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1,5 \\ 0,33 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,3 \\ 3,34 \end{bmatrix}$$

$$\bar{x}_1 + \bar{x}_2 = \begin{bmatrix} 2,8 \\ 3,67 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1,5 \\ 0,33 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,3 \\ 4,0 \end{bmatrix}$$

$$m = (1/2) [1,3 \quad 3,34] \begin{bmatrix} 1,740 & -0,208 \\ -0,208 & 0,364 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4,3 \\ 4,0 \end{bmatrix} \\ = 2,466$$

Dengan fungsi diskriminan Fisher  $m=2,466$  klasifikasi objek dapat diuji cobakan, misalnya diterapkan untuk klasifikasi objek pada Gambar 6.(a) dan Gambar 6.(b).

Untuk gambar 6.(a) :

Data deskriptor  $X_0 = [X_{10} \ X_{20}]' = [2 \ 0]'$

Hitung fungsi diskriminan Fisher :

$$y_0 = (\bar{X}_1 - \bar{X}_2)' S^{-1} x_0$$

$$y_0 = [1,3 \quad 3,34] \begin{bmatrix} 1,740 & -0,208 \\ -0,208 & 0,364 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ = 0,533 < m = 2,466$$

Hasil klasifikasi : karena nilai  $y_0 < m$  maka klasifikasikan objek 6.(a) dalam kelas objek  $\pi_1$  yaitu : skrup (klasifikasi tepat)

Untuk gambar 6.(b) :

Data deskriptor  $X_0 = [X_{10} \ X_{20}]' = [4 \ 4]'$

Hitung fungsi diskriminan Fisher :

$$y_0 = (\bar{X}_1 - \bar{X}_2)' S^{-1} x_0$$

$$y_0 = [1,3 \quad 3,34] \begin{bmatrix} 1,740 & -0,208 \\ -0,208 & 0,364 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} = 4,85$$

Hasil klasifikasi : karena nilai  $y_0 \geq m$  maka klasifikasikan objek 6.(b) dalam kelas objek  $\pi_2$  yaitu : baut (klasifikasi tepat).

Untuk klasifikasi objek seperti Gambar 7.

Dengan data deskriptor :

$$X_0 = [X_{10}, X_{20}]' = [1 \ 4]'$$

Hitung fungsi diskriminan Fisher :

$$y_0 = (\bar{X}_1 - \bar{X}_2)' S^{-1} x_0$$

$$y_0 = [1,3 \quad 3,34] \begin{bmatrix} 1,740 & -0,208 \\ -0,208 & 0,364 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = 4,05$$

Hasil klasifikasi : karena nilai  $y_0 \geq m$  maka klasifikasikan objek 7 dalam kelas objek  $\pi_1$  yaitu : baut (klasifikasi tepat).

Dapat ditunjukkan disini bahwa dengan metode Fungsi diskriminan, citra yang mengalami *error* seperti pada Gambar 7. yang gagal diklasifikasi oleh metode pohon keputusan dapat diklasifikasikan dengan baik oleh metode Analisis diskriminan.

## 6. Pengujian Algoritma dengan Tiga Objek

Misalkan tiga buah objek yang akan dikenali adalah tiga buah alat dengan bentuk 'T', 'O' dan 'S', atau diwakili saja oleh tiga huruf 'T', 'O' dan 'S'. Untuk mengenali objek dari tiga jenis tersebut diambil deskriptor dua buah untuk klasifikasi dengan pohon keputusan biner dan 3 buah deskriptor untuk klasifikasi dengan analisis deskriminan. Diambil tiga deskriptor yang independent terhadap proses rotasi dan translasi objek, yaitu :

$X_1$  = diameter objek terpendek

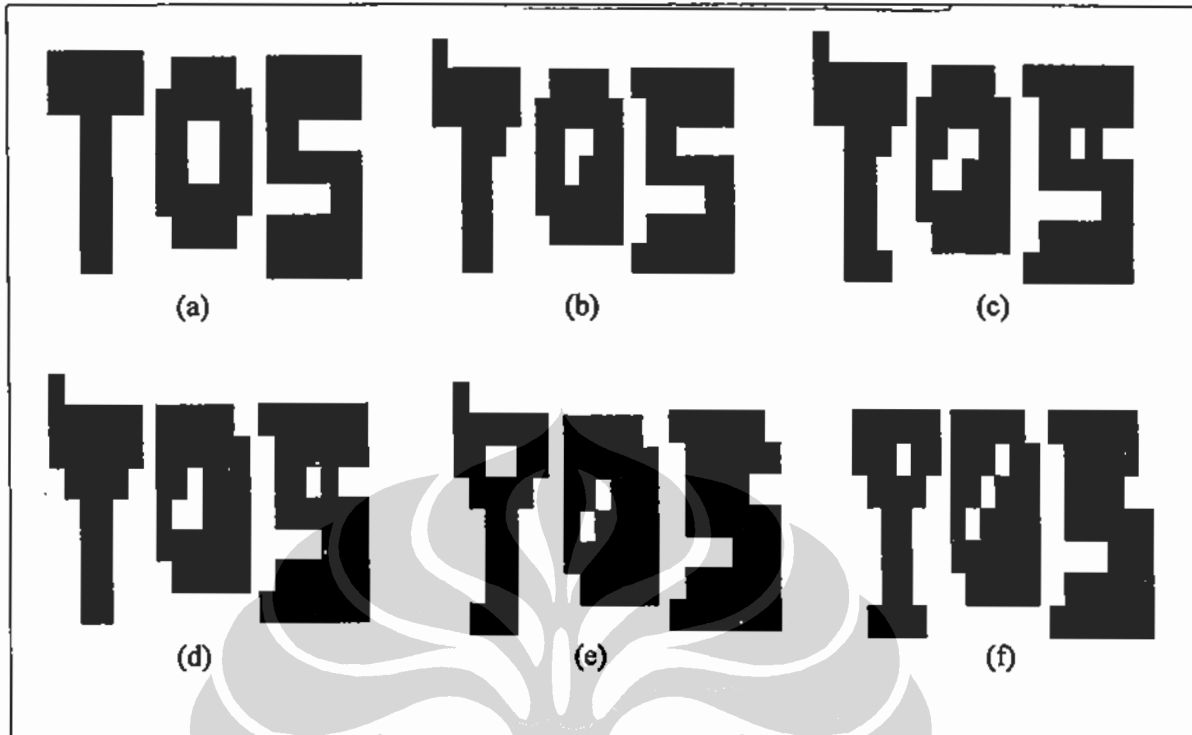
$X_2$  = luas lubang pada bidang

$X_3$  = luas bidang

Untuk memberikan 'pengetahuan' kepada sistem disimulasikan sampel 6 kelompok citra objek (karakter T,O dan S) dengan berbagai derajat derau seperti terlihat dalam gambar 8.(a) sebagai citra ideal (tanpa derau) dan gambar 8.(b) sampai gambar 8.(f) sebagai citra yang mengandung derau yang dibuat berurutan semakin tinggi derajat deranya.



PERPUSTAKAAN PUSAT  
UNIVERSITAS INDONESIA



Gambar 8.  
Citra 'T', 'O' dan 'S' ideal (a), dan citra bernoise (b) – (f)

Dengan ketiga deskriptor diperoleh data observasi untuk keenam kelompok objek

sampel adalah seperti dalam Tabel 4.3. berikut :

Tabel 4.  
Data sampel objek 'T', 'O' dan 'S' dengan 3 deskriptor  
( $X_1$  = diameter terpendek,  $X_2$ =luas lubang,  $X_3$ =luas bidang )

Sampel	Citra	Populasi I (T)			Populasi II (O)			Populasi III (S)		
		$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	8.(a)	2	0	22	4	4	28	2	0	34
2	8.(b)	1	0	24	4	3	30	2	0	34
3	8.(c)	1	0	25	4	4	29	2	1	37
4	8.(d)	1	0	25	5	3	31	3	1	38
5	8.(e)	1	2	27	5	2	32	3	0	38
6	8.(f)	2	1	25	5	3	31	3	0	37

6.1. Unjuk kerja algoritma pohon keputusan biner untuk klasifikasi tiga objek

Algoritma klasifikasi adalah :

1. Mencari nilai mean dari tiap deskriptor dan tiap objek, yaitu :

$\bar{X}_i(j)$  = mean deskriptor ke-i untuk objek ke-j ; Untuk  $i=1,2,3$  dan  $j=1,2,3$

Dari data Tabel 4. diperoleh :

$\bar{X}_1(1)=1.33$	$\bar{X}_1(2)=4.50$	$\bar{X}_1(3)=2.50$
$\bar{X}_2(1)=0.50$	$\bar{X}_2(2)=3.17$	$\bar{X}_2(3)=0.33$
$\bar{X}_3(1)=24.67$	$\bar{X}_3(2)=30.17$	$\bar{X}_3(3)=36.33$

2. Mencari nilai *threshold* untuk setiap deskriptor :

Nilai *threshold* untuk  $X_1 = \phi_1 =$  rerata nilai  $X_1$  untuk semua objek =2,78

Nilai *threshold* untuk  $X_2 = \phi_2 =$  rerata nilai  $X_2$  untuk semua objek =1,33

Nilai *threshold* untuk  $X_3 = \phi_3 =$  rerata nilai  $X_3$  untuk semua objek =30,39

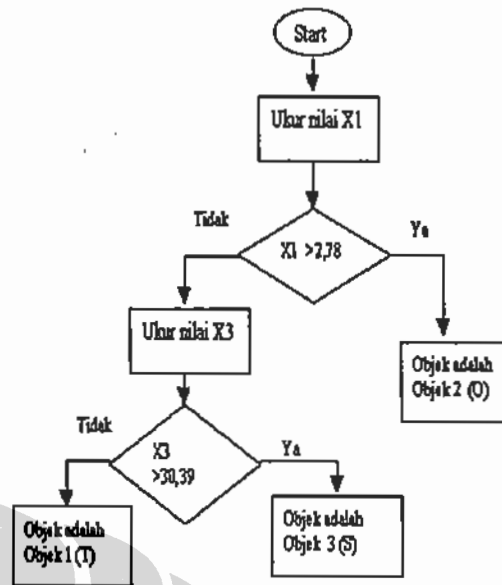
Pengelompokan oleh nilai *threshold* diperoleh seperti Tabel 5.

Tabel 5.

Pohon keputusan biner oleh nilai *threshold*

Rerata < <i>Threshold</i>	Nilai <i>threshold</i>	Rerata > <i>Threshold</i>
Objek 1, objek 3	$\phi_1 = 2,78$	Objek 2
Objek 1, objek 3	$\phi_2 = 1,33$	Objek 2
Objek 1, Objek 2	$\phi_3 = 30,39$	Objek 3

Dari Tabel 5 terlihat bahwa kemampuan nilai *threshold* memisahkan objek adalah sama untuk nilai *threshold*  $\phi_1$  dan nilai  $\phi_2$ . Dengan demikian dari dua nilai *threshold* ini dapat dipakai salah satu. Diagram alir (*flowchart*) pohon keputusan biner untuk klasifikasi objek dibuat cukup dengan menggunakan dua buah nilai *threshold* yaitu dapat dipilih  $\phi_1$  dan  $\phi_3$  atau nilai *threshold*  $\phi_2$  dan  $\phi_3$ . Jika digunakan deskriptor  $X_1$  dan  $X_3$  dan diambil nilai *threshold*  $\phi_1$  dan  $\phi_3$  maka akan dihasilkan diagram alir seperti pada Gambar 9.



Gambar 9. Pohon keputusan biner untuk deskriptor  $X_1$  dan  $X_3$

Pengujian algoritma struktur pohon untuk citra pada Gambar 10. Dengan diskriptor objek:

$X_1 = 4$  ;  $X_2=4$  dan  $X_3= 28$

Langkah 1. Nilai  $X_1=4 > \phi_1 = 2,78$  maka diklasifikasikan objek tersebut sebagai objek 2 (O).

Hasil klasifikasi : benar, sesuai yang seharusnya.



Gambar 10. Objek O ideal



Gambar 11.  
Objek S ideal



Gambar 12.  
Objek S dengan noise

Pengujian algoritma struktur pohon untuk citra pada Gambar 11 dengan diskriptor objek :

$$X_1 = 2 ; X_2 = 0 \text{ dan } X_3 = 34$$

Langkah 1. Nilai  $X_1 = 2 < \phi_1 = 2,78$  maka ukur nilai  $X_3$

Langkah 2. Nilai  $X_3 = 34 > \phi_3 = 30,39$  , maka diklasifikasikan objek sebagai objek 3 (S). Hasil klasifikasi : benar, sesuai yang seharusnya.

Terlihat bahwa untuk citra ideal, algoritma pohon keputusan dapat mengklasifikasikan dengan tepat.

Sekarang apabila dicoba pada objek yang memiliki noise seperti pada Gambar 12.

Pengukuran  $X_1 = 3$ ;  $X_2 = 1$  dan  $X_3 = 38$

Langkah 1. Nilai  $X_1 = 3 > \phi_1 = 2,78$  hasil : klasifikasikan objek sebagai 2 (O).

Hasil klasifikasi : salah, Objek S terklasifikasi sebagai O.

#### 6.2. Unjuk kerja algoritma dengan Analisis Deskriminan untuk klasifikasi tiga objek

Langkah klasifikasi dengan analisis deskriminan diawali dengan penentuan nilai dasar klasifikasi dari data sampel multivariat tabel 4.3, yakni menentukan nilai mean ketiga deskriptor :  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ , dan  $\mu_3$  serta matrik varian-kovarian  $\Sigma$  :

1. Mencari nilai mean sampel dan matrik var-covar multivariat sampai

$$\bar{x}_1 = \begin{bmatrix} 1.33 \\ 0.50 \\ 24.67 \end{bmatrix} \quad S_1 = \begin{bmatrix} 0.26667 & 0.00000 & -0.38889 \\ 0.00000 & 0.70000 & 0.83333 \\ -0.38889 & 0.83333 & 2.66667 \end{bmatrix} \quad |S_1| = 0.2067$$

$$\bar{x}_2 = \begin{bmatrix} 4.50 \\ 3.17 \\ 30.17 \end{bmatrix} \quad S_2 = \begin{bmatrix} 0.30000 & -0.25000 & 0.58333 \\ -0.25000 & 0.56667 & -0.86111 \\ 0.58333 & -0.86111 & 2.16667 \end{bmatrix} \quad |S_2| = 0.0688$$

$$\bar{x}_3 = \begin{bmatrix} 2.50 \\ 0.33 \\ 36.33 \end{bmatrix} \quad S_3 = \begin{bmatrix} 0.30000 & 0.00000 & 0.66667 \\ 0.00000 & 0.26667 & 0.38889 \\ 0.66667 & 0.38889 & 3.46667 \end{bmatrix} \quad |S_3| = 0.1134$$

2. Dengan asumsi bahwa objek yang terpilih dapat berupa T, O dan S dengan probabilitas terpilih sama, maka dapat dianggap probabilitas prior untuk terpilihnya ke tiga objek adalah sama. Dengan menganggap pula bahwa *cost* kesalahan klasifikasi bernilai sama, maka kriteria klasifikasi 3 objek dengan metode ECM (*Expected Cost of Missclassification*) dapat diwakili oleh nilai fungsi densitas yang terbesar sebagai objek yang paling mungkin. Aturan klasifikasi dapat ditulis sebagai:

Klasifikasikan  $x_0$  pada  $\pi_k$  jika  $f_k(x_0) > f_i(x_0)$  untuk semua  $i \neq k$

Dengan mengasumsikan populasi berasal dari multivariat normal dengan fungsi densitas :

$$f_i(x) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |S_i|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \bar{x}_i)' S_i^{-1} (x - \bar{x}_i)\right)$$

untuk  $i=1,2,3$

dikarenakan nilai  $p=2$  maka nilai  $(2\pi)^{p/2}$  adalah sama untuk ketiga  $f_i$  sehingga persamaan menjadi :

$$f_i(x) = \frac{1}{|S_i|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \bar{x}_i)' S_i^{-1} (x - \bar{x}_i)\right)$$

untuk  $i=1,2,3$

Penerapan Klasifikasi Objek dengan fungsi deskriminan :

- a. Misalkan akan diklasifikasikan objek S ideal seperti Gambar 11, dengan nilai  $x_0 = [X_1 \ X_2 \ X_3]' = [2 \ 0 \ 34]'$

Maka nilai  $f_i(x_0)$  untuk  $i=1,2,3$  adalah :

$$f_1(x_0) = 3.9269e-024$$

$$f_2(x_0) = 2.0091e-011$$

$$f_3(x_0) = 0.0694$$

Kesimpulan: karena  $f_3(x_0)$  nilainya terbesar dari  $f_1(x_0)$  dan  $f_2(x_0)$  maka klasifikasikan objek sebagai objek 3, yaitu S. Hasil klasifikasi : tepat.

- b. Misalkan akan diklasifikasikan objek S yang terkena noise seperti pada Gambar 12, yang oleh klasifikasi metode pohon biner terklasifikasi sebagai objek O.

Dengan nilai deskriptor

$$x_0 = [X_1 \ X_2 \ X_3]' = [3 \ 1 \ 38]'$$

Maka nilai  $f_i(x_0)$  untuk  $i=1,2,3$  adalah :

$$f_1(x_0) = 7.4310e-048$$

$$f_2(x_0) = 1.0500e-016$$

$$f_3(x_0) = 0.4235$$

Kesimpulan: karena  $f_3(x_0)$  nilainya terbesar dari  $f_1(x_0)$  dan  $f_2(x_0)$  maka klasifikasikan objek sebagai objek 3, yaitu S.

Dari pengujian terakhir di atas kembali dapat ditunjukkan disini bahwa klasifikasi dengan analisis deskriminan lebih aman terhadap *noise* pada citra objek. Hal ini dapat dijelaskan bahwa pada prinsipnya klasifikasi dengan pohon keputusan biner pertimbangan keputusan berdasarkan variabel univariat yang diterapkan secara berturut-turut, sedangkan pada analisis deskriminan selalu melibatkan informasi dari semua deskriptor yang digunakan untuk mencirikan objek.

## 7. Kesimpulan

Dari penelitian dan pembahasan dari data-data simulasi dapat ditarik beberapa kesimpulan :

1. Klasifikasi objek dengan pohon keputusan biner, meskipun secara komputasi relatif sederhana lebih cenderung kurang baik untuk citra-citra yang mengalami derau cukup tinggi.
2. Dapat ditunjukkan bahwa klasifikasi objek dengan analisis deskriminan lebih mampu melakukan klasifikasi pada objek-objek yang citranya terkena derau, baik pada klasifikasi dua objek maupun klasifikasi tiga objek.
3. Pada klasifikasi dengan pohon biner keputusan tidak dapat digunakan lagi apabila pertimbangan kesalahan klasifikasi dan probabilitas terpilihnya objek dalam medan klasifikasi dimasukkan. Hal ini hanya dapat dilakukan dengan klasifikasi menggunakan analisis deskriminan. Disisi lain probabilitas terpilihnya suatu objek tidak selalu sama, misalnya dalam mekanisme sortir barang, probabilitas ditemukannya barang cacat akan jauh lebih kecil dibandingkan

dengan probabilitas ditemukannya barang baik.

**Daftar Acuan**

1. Klafter, R.D., Chmielewski, T.A. and Negin, M., 1989, *Robotic Engineering, An Integrated Approach*, Prentice-Hall International, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
2. Fairhurst, M.C., 1995, *Visi Komputer untuk Sistem Robotik, Sebuah Pengantar*, Terjemahan oleh Sardy S., UI.Press, Jakarta.
3. Anderson, T.W., 1984, *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, 2<sup>nd</sup> Ed., John Wiley & Sons, New York.
4. Johnson, R.A. and Wichern, D.W., 1982, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Prentice-Hall Inc., New Jersey.

