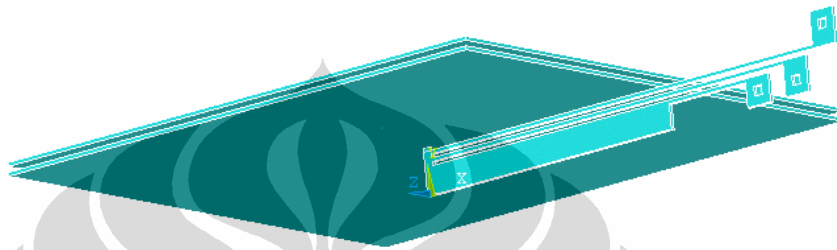


BAB 3

DISAIN AKTUATOR DENGAN LENGAN PANAS

GANDA

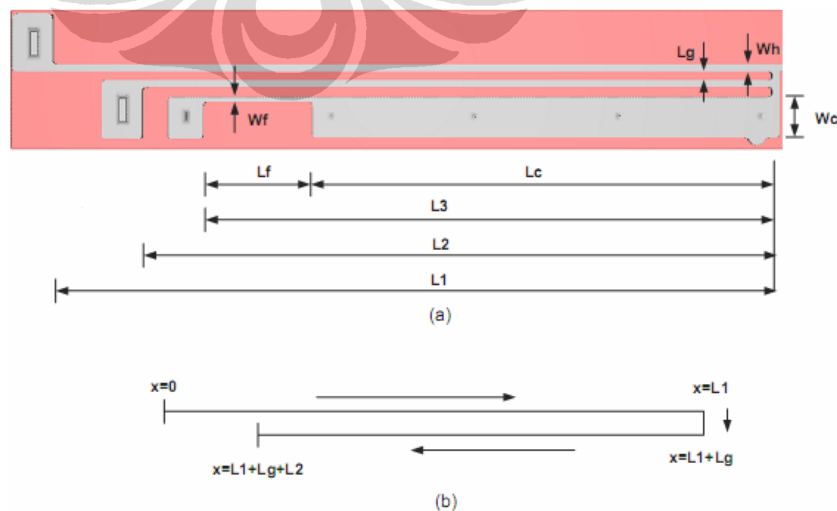
Disain dari aktuator termal yang akan dipergunakan untuk mengontrol kapasitas kapasitor dapat dilihat pada gambar 3.1. Pada bab ini akan di bahas analisa dasar dari elektrotermal lengan ganda, baik analisa elektrotermal maupun mekanik.



Gambar 3.1 Disain aktuator termal dengan dua lengan panas.

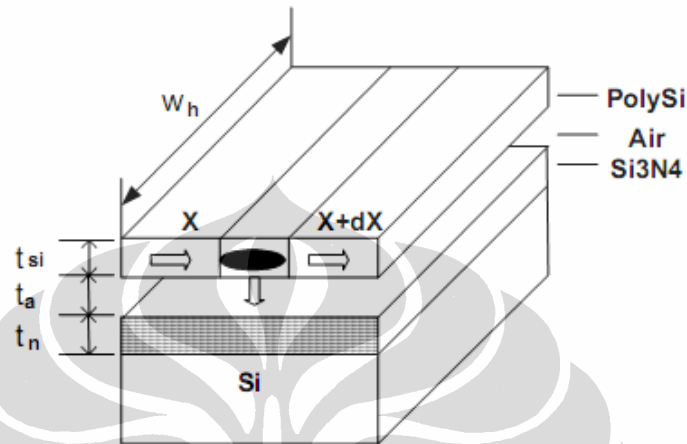
3.1. ANALISA ELEKTROTHERMAL

Thermal actuator dengan dua lengan memiliki ketebalan yang jauh lebih kecil dibandingkan dengan panjangnya, sehingga analisa elektrotermalnya dapat disederhanakan dalam masalah satu dimensi. Gambar *Thermal actuator* dengan dua lengan pada Gambar 2.11 dapat disederhanakan menjadi berbentuk dua buah garis microbeam yang saling berhubungan. Gambar 3.1 memperlihatkan sistem kordinat untuk analisa termal. Karena aliran listrik hanya melalui lengan panas dalam dan luar saja maka lengan dingin dan *flexure* dapat kita abaikan.



Gambar 3.2 (a) Thermal actuator dengan dua lengan panas. (b) bentuk penyederhanaan sistem kordinat satu dimensi [19]

Pada thermal actuator panas yang hilang ke lingkungan karena radiasi dapat diabaikan karena sangat kecil jika dibandingkan dengan panas yang hilang melalui konduksi dimana panas tersebut terserap oleh *anchor substrate* dan panas yang hilang ke udara melalui konveksi. Seperti dapat dilihat pada Gambar 3.3, persamaan aliran panas dapat diturunkan dengan menguji sebuah element diferensial dari *microbeam* yang memiliki ketebalan t_{si} , lebar w_h dan panjang dx .



Gambar 3.3 Tampak samping skematik actuator untuk analisa termal. [19]

Ketika panas mengalir dalam kondisi *steady-state*, daya panas resistivitas yang timbul pada elemen tersebut sebanding dengan panas yang keluar dari elemen tersebut melalui proses konduksi dan konveksi.

$$-k_p w t \left[\frac{dT}{dx} \right]_x + J^2 \rho w t dx = -k_p w t \left[\frac{dT}{dx} \right]_{x+dx} + \frac{S dx w (T - T_s)}{R_T} \quad 3.1$$

dengan T dan T_s adalah temperatur dari *beam* dan *substrate*, K_p adalah konduktivitas termal dari polisilikon, J adalah densitas arus, ρ adalah resistivitas dari polisilikon dan S adalah faktor bentuk dimana dihitung berdasarkan pengaruh bentuk dari elemen terhadap konduksi panas ke *substrate* [19]. Faktor geometri ini menggambarkan perbandingan antara panas yang hilang dari sisi samping dan bawah dari *beam* dengan panas yang hilang dari bawah *beam* saja. R_T adalah resistansi termal antara microbeam polisilikon. Besarnya resistansi termal R_T adalah:

$$R_T = \frac{t_a}{k_v} + \frac{t_n}{k_n} \quad 3.2$$

dengan t_a dan t_n adalah ketebalan udara di atas nitride dan ketebalan nitride pada substrate, k_v dan k_n adalah konduktivitas termal dari udara dan nitride. Besarnya faktor geometri, S dapat ditulis dalam persamaan [20]

$$S = \frac{t_{si}}{w_h} \left(2 \frac{t_a}{T_{si}} + 1 \right) + 1 \quad 3.3$$

dengan t_{si} adalah ketebalan dari polisilikon dan w_h adalah lebar dari lengan panas. Umumnya resistivitas ρ nilainya bergantung terhadap suhu dari silikon. Resistivitas dapat disini diasumsikan memiliki koefisien temperatur linier ξ , sehingga persamaan resistivitas fungsi temperatur adalah:

$$\rho = \rho_0 [1 + \xi(T - T_s)] \quad 3.4$$

dengan ρ_0 adalah resistivitas dari polisilikon pada temperatur ruang. Densitas arus dapat ditulis dalam persamaan

$$J = \frac{V}{\rho L} \quad 3.5$$

dengan V adalah besarnya tegangan yang diberikan pada kedua lengan panas, L adalah panjang polisilikon yang dilalui arus. Dengan menggunakan nilai limit $dx \rightarrow 0$ maka Persamaan 3.1 dapat disederhanakan menjadi

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{S(T - T_s)}{k_p R_T t} - \frac{J^2 \rho}{k_p} \quad 3.6$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (3.5) dan (3.4) sehingga Persamaan (3.6) menjadi

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{S(T - T_s)}{k_p R_T t} - \frac{V^2}{L^2 \rho_0 k_p} \frac{1}{1 + \xi(T - T_s)} \quad 3.7$$

Bagian kedua pada sisi kanan dari Persamaan 3.7 merupakan nonlinier. Dengan menggunakan ekspansi deret Taylor dan menghilangkan semua hasil ekspansi kecuali dua deret awal, Persamaan 3.7 menjadi

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{S(T - T_s)}{k_p R_T t} - \frac{V^2}{L^2 \rho_0 k_p} [1 - \xi(T - T_s)] \quad 3.8$$

Untuk menyederhanakan Persamaan 3.8, beberapa variabel diubah sehingga persamaan di atas dapat menjadi

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = A^2 T_\theta - B \quad 3.9$$

dengan

$$T_\theta = T - T_s$$

$$B = \frac{V^2}{L^2 \rho_0 k_p}$$

$$A^2 = \frac{S}{k_p R_T t} + B\xi$$

Dengan menyelesaikan Persamaan 3.9 dan menggunakan solusi yang didapat untuk kedua lengan panas (dalam dan luar), maka didapatkan distribusi temperatur bagi kedua lengan panas tersebut. Persamaan 3.10 adalah distribusi temperatur untuk lengan panas luar dan Persamaan 3.11 adalah distribusi temperatur lengan panas dalam.

$$T_1 = T_S + \frac{B_1}{A_1^2} + C_1 e^{A_1 x} + C_2 e^{-A_1 x} \quad 3.10$$

$$T_2 = T_S + \frac{B_2}{A_2^2} + C_3 e^{A_2 x} + C_4 e^{-A_2 x} \quad 3.11$$

dengan C_i ($i = 1$ sampai 4) konstanta-konstanta yang didapat. B_1 dan A_1 sama seperti B dan A , kecuali bahwa L di ganti dengan L_1 , V diganti dengan V_1 dan w diganti dengan w_h . B_2 dan A_2 juga sama seperti B dan A , kecuali bahwa L di ganti dengan L_2 , V diganti dengan V_2 dan w diganti dengan w_h . V_1 dan V_2 adalah tegangan yang melewati kedua lengan panas dan besarnya adalah

$$V_1 = \frac{V}{L_1 + L_2 + L_g} (L_1 + L_g) \quad 3.12$$

$$V_2 = \frac{V}{L_1 + L_2 + L_g} L_2 \quad 3.13$$

Gambar 3.4 adalah batasan kondisi yang dibutuhkan untuk menyelesaikan konstanta C_i . Nilai q_i ($i = 1$ sampai 3) adalah nilai rata-rata konduksi panas, T_m adalah temperatur pada daerah persambungan lengan panas dalam dan luar.



Gambar 3.4 Diagram skematik dari batasan kondisi. [19]

Suhu pada anchor dianggap sama dengan suhu substrat. Berdasarkan kontinuitas temperatur dan rata-rata konduksi panas, didapatkan lima batasan kondisi untuk Persamaan 3.10 dan 3.11 dan dapat ditulis dalam bentuk matrik

$$\bar{A} \times \bar{C} = \bar{B} \quad 3.14$$

dengan

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ e^{A_1(L_1+L_g)} & e^{-A_1(L_1+L_g)} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & e^{A_2L_2} & e^{-A_2L_2} & -1 \\ A_1e^{A_1(L_1+L_g)} & -A_1e^{-A_1(L_1+L_g)} & A_2e^{A_2L_2} & -A_2e^{-A_2L_2} & -R_dingin \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} -\frac{B_1}{A_1^2} \\ -\frac{B_2}{A_2^2} \\ -T_s - \frac{B_1}{A_1^2} \\ -T_s - \frac{B_2}{A_2^2} \\ -T_s R_dingin \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ T_m \end{bmatrix}$$

R_dingin adalah hambatan termal lengan dingin dari *thermal actuator* yang nilainya adalah

$$R_dingin = \frac{\pi}{2w_h \ln \frac{w_h}{w_c}} \quad 3.15$$

Persamaan 3.12 dan 3.13 ditulis dalam bentuk matrik sehingga permasalahan termal dapat diselesaikan dengan beberapa cara. Dengan memasukkan nilai-nilai parameter proses seperti ρ_0 dan ξ , properti-properti dari material dan tegangan pengatur, maka distribusi temperatur dari kedua lengan panas dapat didapatkan dengan menggunakan Persamaan 3.9 dan 3.11.

3.2. ANALISA MEKANIK [19]

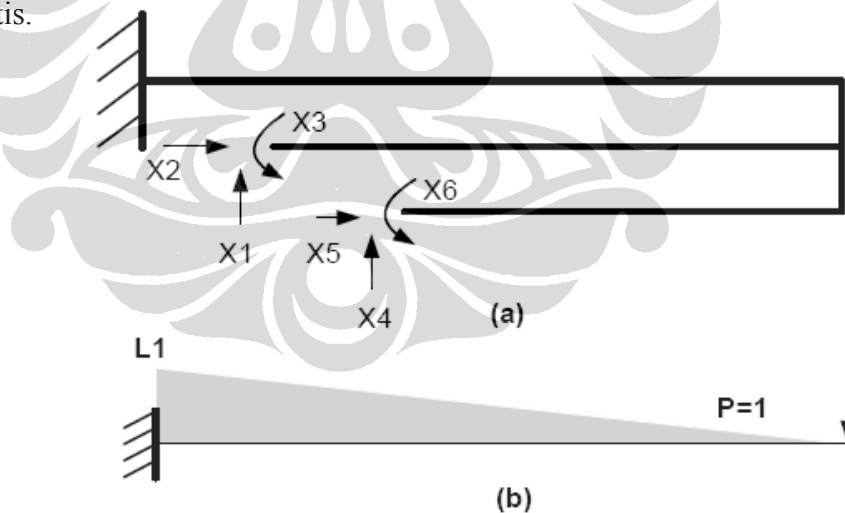
Besarnya distribusi termal untuk lengan panas luar dan dalam telah didapatkan pada Persamaan 3.10 dan 3.11. Dengan menggunakan persamaan-persamaan tersebut maka besarnya ekspansi linier termal untuk lengan panas luar ΔL_1 , lengan panas dalam ΔL_2 dan gap ΔL_g adalah

$$\Delta L_1 = \alpha \int_0^{L_1} (T_1 - T_S) dx = \alpha \left(\frac{B_1}{A_1^2} L_1 + \frac{C_1}{A_1} e^{A_1 L_1} - \frac{C_1}{A_1} - \frac{C_2}{A_1} e^{-A_1 L_1} + \frac{C_2}{A_1} \right) \quad 3.13$$

$$\Delta L_2 = \alpha \int_0^{L_2} (T_2 - T_S) dx = \alpha \left(\frac{B_2}{A_2^2} L_2 + \frac{C_3}{A_2} e^{A_2 L_2} - \frac{C_3}{A_2} - \frac{C_4}{A_2} e^{-A_2 L_2} + \frac{C_4}{A_2} \right) \quad 3.14$$

$$\Delta L_g = \alpha \int_{L_1}^{L_2+L_g} (T_1 - T_S) dx = \alpha \left[\frac{B_1}{A_1^2} L_g + \left(\frac{C_1}{A_1} e^{A_1 L_1} - \frac{C_2}{A_1} e^{-A_1 L_1} \right) (e^{A_1 L_g} - 1) \right] \quad 3.16$$

dengan α adalah koefisien termal ekspansi dari polisilikon. Struktur dari thermal actuator dengan dua buah lengan panas seperti pada Gambar 2.11 dapat diasumsikan seperti struktur bidang datar dengan tiga basis tetap untuk rancang bangun struktur yang elastis.



Gambar 3.5. (a) Struktur bidang datar untuk actuator termal dengan enam redundant. (b) momen lentur pada lengan panas luar yang disebabkan oleh gaya virtual

Metode gaya dapat diaplikasikan untuk menganalisa momen pembelokan dari aktuator yang disebabkan karena ekspansi termal. Thermal actuator dengan dua buah lengan panas adalah yang secara statis merupakan struktur *indeterminate* dengan derajat *indeterminacy* adalah 6. Ke enam *redundant* X_i ($i=1$ sampai 6) dapat dilihat

pada Gambar 3.5(a). Dengan menggunakan metode gaya, ke enam *redundant* tersebut dapat diperoleh dengan cara menyelesaikan persamaan simultan:

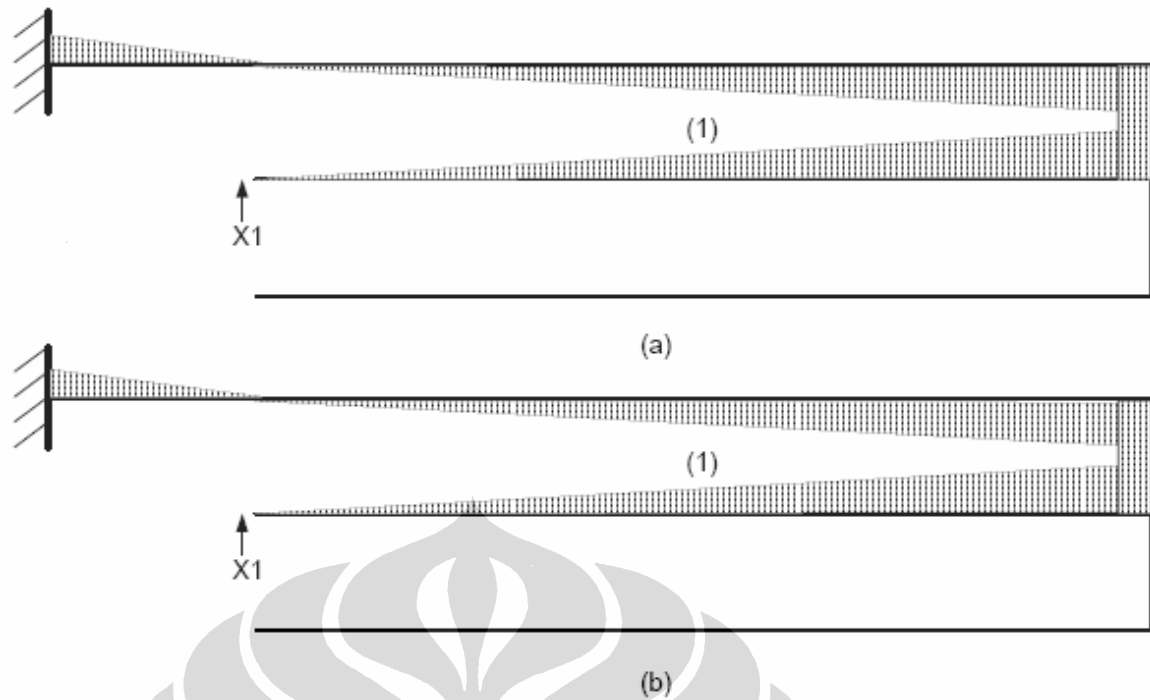
$$\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} & f_{15} & f_{16} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} & f_{25} & f_{26} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} & f_{35} & f_{36} \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & f_{44} & f_{45} & f_{46} \\ f_{51} & f_{52} & f_{53} & f_{54} & f_{55} & f_{56} \\ f_{61} & f_{62} & f_{63} & f_{64} & f_{65} & f_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta L_g \\ \Delta L_1 - \Delta L_2 \\ 0 \\ \Delta L_g \\ \Delta L_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 3.17$$

dimana setiap item pada sisi kanan Persamaan 3.16 merepresentasikan pergeseran dari X_i dalam arahnya. Sebagai contoh, ΔL_g adalah pergeseran oleh gaya X_1 pada arah X_1 . f_{ij} merepresentasikan koefisien fleksibilitas yang didefinisikan sebagai defleksi pada arah i yang disebabkan oleh gaya yang bekerja pada arah j . Ini dapat diperoleh dengan menggunakan produk diagram dari momen lentur dalam kaitannya dengan ke enam redundan, X_i ($i=1$ sampai 6). Selanjutnya di bawah ini akan dijelaskan bagaimana cara untuk mendapatkan koefisien fleksibilitas, dalam hal ini f_{11} dinyatakan sebagai suatu contoh untuk mengkalkulasi koefisien itu.

Untuk setiap koefisien fleksibilitas terdiri atas dua arah yaitu arah pembelokan dan arah gaya. Langkah pertama untuk menghitung koefisien fleksibilitas adalah dengan menggambar diagram momen kelenturan yang disebabkan oleh kedua jenis gaya. Gambar 3.6 memperlihatkan diagram momen kelenturan. Untuk koefisien fleksibilitas f_{11} , arah pembelokan dan arah gaya sama sehingga diagram momen kelenturan untuk kedua jenis gaya tersebut memiliki bentuk yang sama. Setelah diagram momen kelenturan digambar maka setiap elemen momen kelenturan dapat dihitung. Pada Gambar 3.6a untuk elemen1, daerah yang diarsir adalah $\frac{1}{2}L_2^2$.

Selanjutnya, ditentukan nilai bending momen untuk setiap titik pusat arsiran pada Gambar 3.6.b, untuk elemen1 besarnya $\frac{3}{2}L_2$. Langkah selanjutnya adalah dengan mengalikan kedua persamaan tersebut untuk setiap elemen dan jumlahkan hasil perkalian setiap elemen untuk mendapatkan koefisien fleksibilitas f_{11} .

$$f_{11} = \frac{1}{EI_h} \left(\frac{L_2^3}{3} + L_2^2 L_g + \frac{L_1^3}{3} + L_2^2 L_1 - L_1^2 L_2 \right) \quad 3.17$$



Gambar 3.6 (a) Diagram momen kelenturan arah pembelokan, (b) diagram momen pembelokan arah gaya

Persamaan-persamaan berikut ini merupakan persamaan koefisien fleksibilitas untuk setiap elemen

$$f_{21} = -\frac{1}{2EI_h} (2L_1L_2L_g + L_2L_g^2 - L_1^2L_g)$$

$$f_{31} = -\frac{1}{2EI_h} (L_1L_2 + L_2L_g + L_2^2 - L_1^2)$$

$$f_{41} = \frac{1}{2EI_h} (2L_1^3 - L_1^2L_2 + 2L_2L_gL_3 + 2L_2L_1L_3 - L_1^2L_3)$$

$$f_{51} = \frac{1}{2EI_h} (2L_1^2L_g - 4L_1L_2L_g - 3L_g^2L_2)$$

$$f_{61} = -\frac{1}{2EI_h} (2L_1L_2 + 2L_2L_g - L_1^2)$$

$$f_{12} = f_{21}$$

$$f_{22} = \frac{1}{3EI_h} (3L_1L_g^2 + L_g^3)$$

$$f_{32} = \frac{1}{3EI_h} (2L_1L_g + L_g^2)$$

$$f_{42} = \frac{1}{2EI_h} (2L_3L_1L_g - L_2L_g^2 - L_1^2L_g)$$

$$\begin{aligned}
f_{52} &= \frac{2L_1L_g^2}{EI_h} \\
f_{62} &= \frac{1}{2EI_h}(2L_1L_g + L_g^2) \\
f_{13} &= f_{31} ; f_{23} = f_{32} \\
f_{33} &= \frac{1}{EI_h}(L_1 + L_3 + L_g) \\
f_{43} &= \frac{1}{2EI_h}(L_1^2 - L_1L_3 - L_3L_g) \\
f_{53} &= \frac{1}{2EI_h}(3L_g^2 + 4L_1L_g) \\
f_{63} &= \frac{1}{EI_h}(L_1 + L_g) \\
f_{14} &= f_{41} ; f_{24} = f_{42} ; f_{34} = f_{43} \\
f_{44} &= \frac{L_f^3}{3EI_f} + \frac{L_c(L_3 + L_f)(2L_c^3 + 6L_cL_fL_3)}{2EI_c(3L_c^2 + 6L_cL_f)} + \frac{1}{3EI_h}(6L_3^2L_g + L_1^3 + 3L_1L_3^2 - 3L_3L_1^2) \\
f_{54} &= -\frac{1}{EI_h}(2L_1L_gL_3 + 2L_g^2L_3 - L_1^2L_g) \\
f_{64} &= -\frac{L_f^2}{2EI_f} - \frac{L_c(L_3 + L_f)}{2EI_c} - \frac{1}{2EI_h}(4L_3L_g - L_1^2 + 2L_1L_3) \\
f_{15} &= f_{51} ; f_{25} = f_{52} ; f_{35} = f_{53} ; f_{45} = f_{54} \\
f_{55} &= \frac{4L_g^2L_1}{EI_h} + \frac{8L_g^3}{3EI_h} \\
f_{65} &= \frac{1}{EI_h}(2L_1L_g + 2L_g^2) \\
f_{16} &= f_{61} ; f_{26} = f_{62} ; f_{36} = f_{63} ; f_{46} = f_{64} ; f_{56} = f_{65} \\
f_{66} &= \frac{1}{EI_h}(L_1 + 2L_g) + \frac{L_f}{EI_f} + \frac{L_c}{EI_c}
\end{aligned} \tag{3.18}$$

dengan E pada Persamaan 3.18 merupakan modulus Young dari silikon, I_h , I_c dan I_f adalah momen inersia untuk lengan panas, lengan dingin dan *flexure*. Setelah ke-enam reduksi didapatkan dengan menggunakan metode kerja virtual besarnya pembelokan aktuator dapat diperoleh. Gaya virtual P yang bekerja pada ujung bebas

dari lengan panas. Besarnya momen lentur dari lengan panas luar yang disebabkan oleh gaya virtual dapat dilihat pada Gambar 3.4b. Momen lentur akibat gaya virtual sebagai fungsi dari posisi lengan panas luar adalah

$$\bar{M} = (L_1 - x)P \quad 3.19$$

Momen lentur yang timbul pada lengan panas luar terjadi karena ekspansi termal, oleh sebab itu besarnya momen lengan panas luar dalam kaitannya dengan ke-enam redundansi adalah

$$M = \sum_{i=1}^2 M_i \quad 3.20$$

$$M_1 = X_1 x + X_1(L_2 - L_1) - X_2 L_g - X_3$$

$$M_2 = X_4 x + X_4(L_3 - L_1) - 2X_5 L_g - X_6$$

dengan M_1 adalah momen lentur dari lengan panas luar yang disebabkan oleh redundansi X_1 , X_2 dan X_3 dan M_2 adalah momen lentur dari lengan panas luar yang disebabkan oleh redundansi X_4 , X_5 dan X_6 . M adalah jumlah total momen lentur dari lengan panas luar yang disebabkan ekspansi termal. Dengan menggunakan metode kerja virtual, besarnya pembelokan pada ujung bebas aktuator adalah

$$u = \int_{L_1} \frac{\bar{M}M}{EI_h} dx = \frac{1}{EI_h} \left(-\frac{M_a L_1^3}{3} + \frac{L_1 M_a - M_b}{2} L_1^2 + L_1^2 M_b \right) \quad 3.21$$

dengan M_a dan M_b adalah variabel yang nilainya adalah:

$$M_a = X_1 + X_4 \quad 3.22$$

$$M_b = X_1(L_2 - L_1) - X_2 L_g - X_3 + X_4(L_3 - L_1) - 2X_5 L_g - X_6 \quad 3.23$$