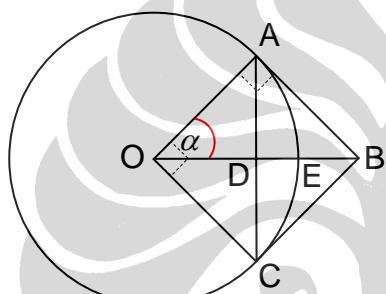


LAMPIRAN

APENDIKS 1

$\text{sinc } (2\pi(k_1 - k_2))$

Diketahui dalam ilmu *elementary geometry* bahwa panjang busur lingkaran \overline{AC} adalah lebih besar dari garis lurus yang menghubungkan dua titik yang membentuk busur tersebut, yaitu garis busur \widehat{ADC} , dan lebih kecil dari keliling garis patah yang melingkungi dua titik yang membentuk busur tersebut, yaitu garis sudut \widehat{ABC} . Dengan demikian persamaan matematisnya dapat dituliskan menjadi



$$\begin{aligned}
 \overline{AC} &< \overset{\circ}{AC} < \overset{\wedge}{AC} \\
 \overline{ADC} &< \overline{AEC} < \overline{ABC} \\
 2AD &< 2AE < 2AB \\
 AD &< AE < AB \\
 R \sin \alpha &< (\alpha/2\pi) \cdot 2\pi R < R \tan \alpha \\
 \sin \alpha &< \alpha < \tan \alpha \\
 1 &< (\alpha)/(\sin \alpha) < (\tan \alpha)/(\sin \alpha) \\
 1 &> (\sin \alpha)/(\alpha) > \cos \alpha
 \end{aligned}$$

Bila $\alpha = 0$, maka limit 1 dan limit $\cos \alpha$ juga sama dengan 1 , $\lim_{\alpha \rightarrow 0} 1 = 1$ dan

$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \cos \alpha = 1$. Sehingga nilai limit $\frac{\sin \alpha}{\alpha}$ yang letaknya berada diantara bilangan

1 dan $\cos \alpha$ tentu juga sama dengan 1 , $1 > \frac{\sin \alpha}{\alpha} > 1$ atau dituliskan dengan

$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1$. Oleh karena itu $\lim_{(k_1 - k_2) \rightarrow 0} \frac{\sin 2\pi(k_1 - k_2)}{2\pi(k_1 - k_2)} = 1$ jika dan hanya jika

$k_1 = k_2$, dan sebaliknya bila $k_1 \neq k_2$, maka $\lim_{(k_1 - k_2) \rightarrow \neq 0} \frac{\sin 2\pi(k_1 - k_2)}{2\pi(k_1 - k_2)} = 0$

untuk k_1 dan k_2 adalah sebarang bilangan bulat.

APENDIKS 2

Stabilitas BIBO

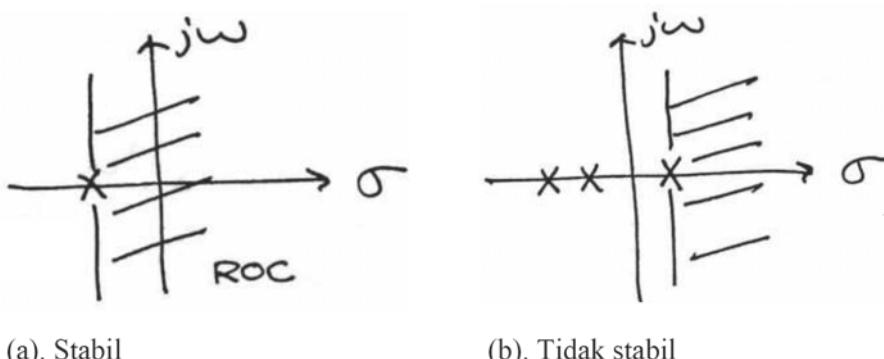
Stabil BIBO (*bounded input bounded output*) adalah suatu kondisi sedemikian rupa dimana dengan memasukkan suatu *bounded input* akan menghasilkan suatu keluaran *bounded output*. Atau dengan perkataan lain bahwa sepanjang sinyal masukannya stabil, maka dapat digaransi sinyal keluarannya pun pasti stabil. Konsepnya adalah bahwa sinyal *bounded* merupakan suatu sinyal yang sedemikian rupa sehingga menghasilkan suatu nilai yang sedemikian rupa pula dimana nilai mutlaknya tidak akan pernah lebih besar dari nilai itu sendiri. Namun bila ternyata nilainya berubah-ubah, maka tidak ada tempat bagi sinyal tersebut untuk bisa menjadi tak terbatas (infiniti).

Dengan menggunakan transformasi Fourier, stabil BIBO bisa ditentukan dari kondisi domain waktu respon impulse

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt$$

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| |e^{-j\omega t}| dt &= \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| |1 \cdot e^{-j\omega t}| dt \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)(e^{-\sigma t} \cdot e^{-j\omega t})| dt \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} |h(t) e^{(\sigma + j\omega)t}| dt \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} |h(t) e^{-st}| dt
 \end{aligned}$$

Dimana $\operatorname{Re}(S) = \sigma = 0$ karena $e^0 = 1$ dan $\operatorname{Im}(S) = j\omega$, sehingga daerah konvergennya (*Range of Convergence*) juga pasti melingkupi sumbu imaginernya.

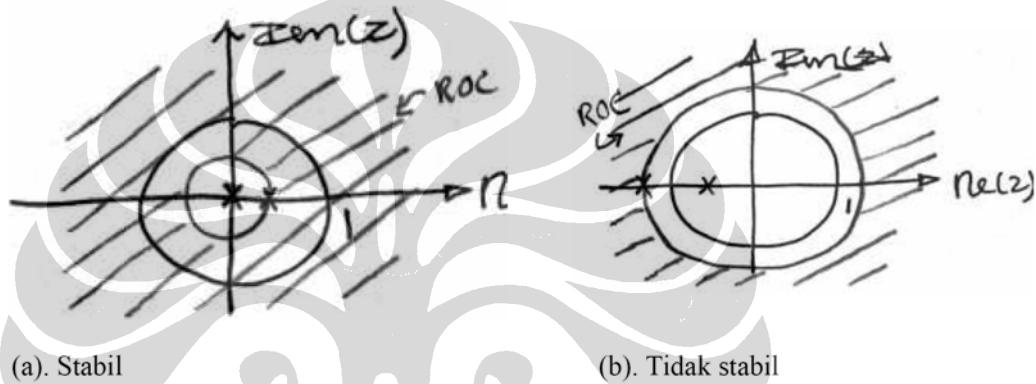


Gambar A2.1. Pole-zero sistem waktu kontinu stabil BIBO dan tidak stabil BIBO

Stabil BIBO juga dapat dinyatakan dalam diskrit waktu (transformasi Z)

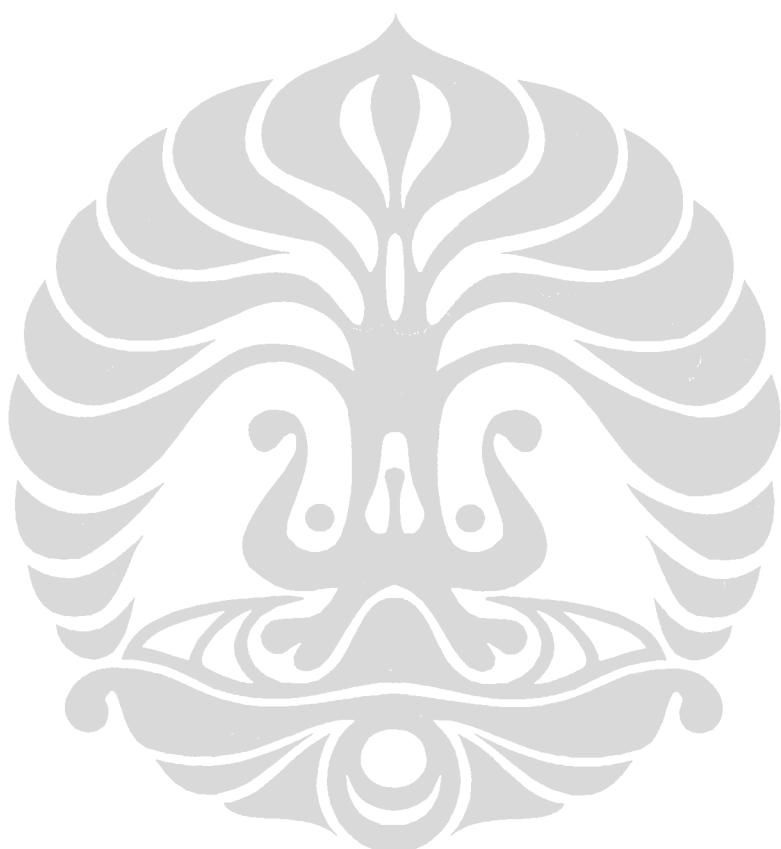
$$\begin{aligned}
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| |e^{-j\omega n}| &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n] (1 \cdot e^{-j\omega n})| \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n] (r \cdot e^{j\omega})^{-n}| \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n] Z^{-n}|
 \end{aligned}$$

Dimana $r = |re^{j\omega}| = |Z| = 1$, karena $|r| = 1$, sehingga daerah konvergennya (*Range of Convergence*) juga pasti melingkupi lingkaran satunya.



Gambar A2.2. Sistem waktu diskrit stabil BIBO dan tidak stabil BIBO

APENDIKS 3
Materi Presentasi



PEMODELAN KANAL MIMO OFDM SISTEM KOMUNIKASI UWB MENGGUNAKAN SINGULAR VALUE DECOMPOSITION

TESIS

Oleh:

**Abdullah Mandan
NPM: 6405030015**

**DEPARTEMEN TEKNIK ELEKTRO
UNIVERSITAS INDONESIA
DESEMBER 2007**

Outline

- Latar belakang
- Tujuan
- Ruang lingkup pembahasan
- Sistem komunikasi UWB, konsep MIMO, teknologi OFDM
- Metode faktorisasi nilai eigen/singular
- Dekomposisi paralel sistem MIMO OFDM
- Pemodelan resolvable multipath kanal MIMO OFDM
- Analisa performansi MIMO OFDM sistem komunikasi UWB
- Kesimpulan
- Daftar acuan

Latar belakang

- **MMSE Detection for High Data Rate UWB MIMO Systems [3]**, analisa BER dari model kanalnya
 - sistem mencapai *symbol rate* yang tinggi
 - rawan intercarrier dan intersymbol interference
- **Iterative MIMO Channel SVD Estimation [4]**, yang berbasis kriteria MMSE
 - melalui SVD, algoritma iterasi mencapai performansi yang baik

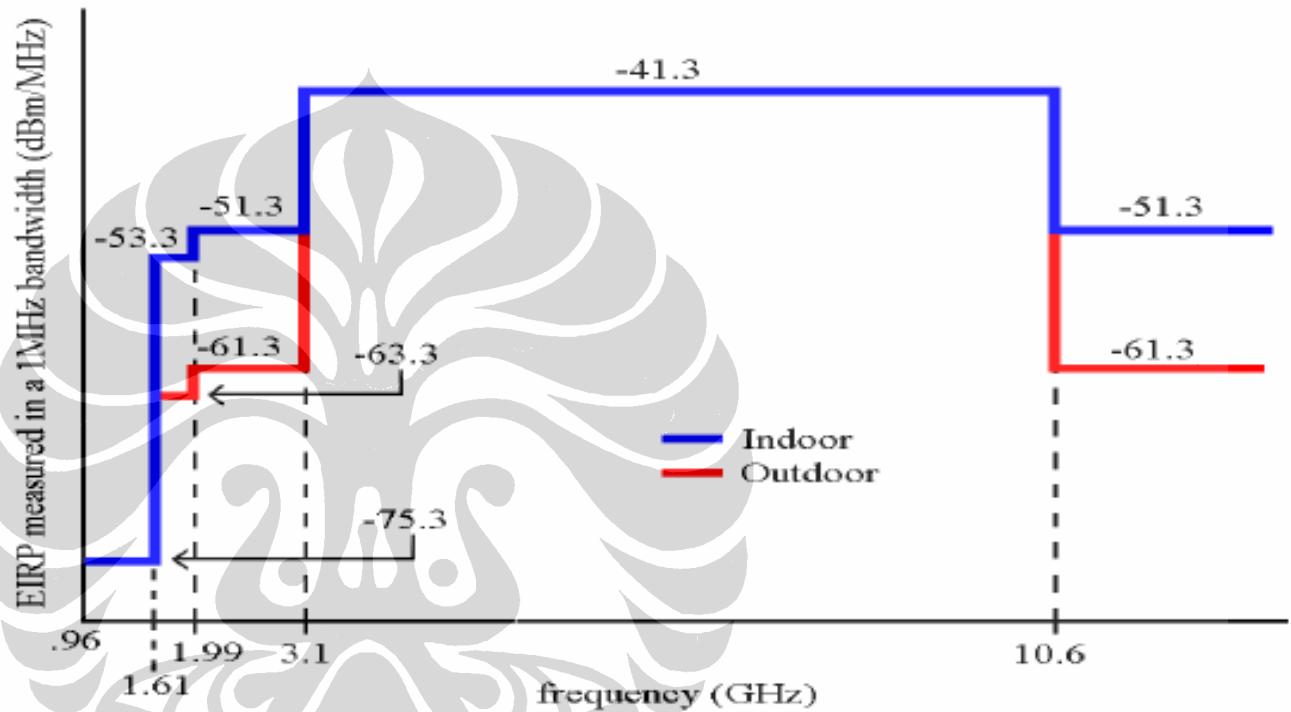
Tujuan

- Membuat pemodelan kanal sistem komunikasi UWB MIMO OFDM menggunakan dekomposisi nilai singular dengan propagasi MRC
- Menggunakan data eksperimen numerik dalam mengevaluasi kualitas/kapasitas *throughput* dengan dan tanpa informasi CSI di *transmitter*

Ruang lingkup pembahasan

- Meneliti performansi teknik MIMO OFDM untuk sistem komunikasi UWB menggunakan dekomposisi paralel nilai eigen/singular dengan propagasi MRC
- Tahapan:
 - Domain frekuensi
dekomposisi kanal frekuensi selektif ke *flat fading paralel*
 - Domain spasial
dekomposisi kanal *flat fading* ke spasial *orthogonal*
 - Kombinasi *decouple*
domain frekuensi berbasis FFT dan domain spasial berbasis SVD

Batasan umum emisi sistem komunikasi UWB



Keuntungan:

- *Throughput rate* 100-500+ Mbps
- Ideal untuk WPAN jarak pendek, $\leq 10\text{m}$
- Secara virtual tidak ada interferensi *multipath*
- Emisi daya sangat rendah, $\leq -41.3 \text{ dBm/MHz}$ (*at low SNR regime*)
- Persamaan Shannon linier terhadap *bandwidth* dan daya pancar
- Arsitektur sederhana, serba digital
- Dikemas dalam paket silicon yang kecil

Aplikasi konsep MIMO

➤ ***Spatial Multiplexing***

tujuan → kapasitas kanal yang besar

metode → memecah aliran data berlaju tinggi menjadi paralel lebih rendah sesuai jumlah antena *transmitter* dan *receiver*

➤ ***Space Time Coding***

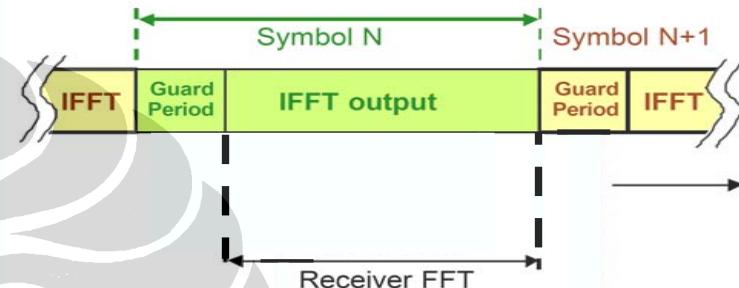
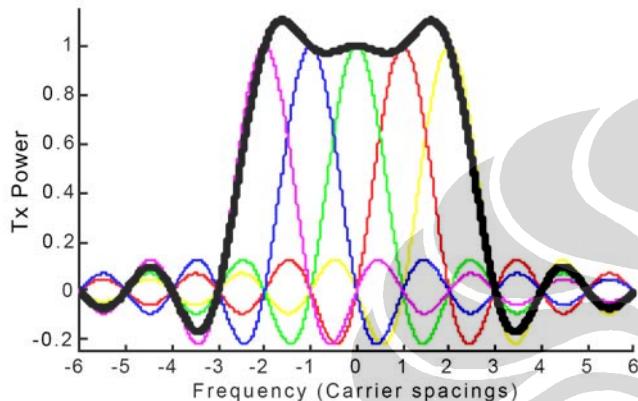
tujuan → kualitas sinyal setinggi mungkin

metode → memanfaatkan teknik *diversity* pada *transmitter* dan *receiver*

Mengapa harus MIMO?

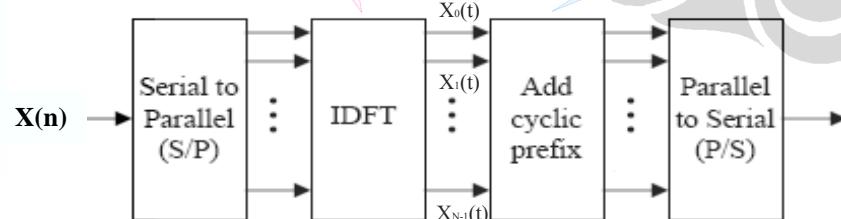
- Pemrosesan spasialnya tidak butuh penambahan *bandwidth*
- Cocok untuk *multiple access* dan manajemen interferensi
- Sejalan dengan prinsip *orthogonalitas* OFDM

Popularitas teknologi OFDM



$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} X_{n,k} e^{j2\pi f_k(t-T_s)}$$

$$\bar{x} = \left[\underbrace{x_{N-P} \ x_{N-P+1} \ x_{N-P+2} \ \dots \ x_{N-1}}_{cyclic\ prefix} \ x_0 \ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N-1} \right]^T$$



Pemodelan kanal ..., Abdullah Mandan, FT UI., 2008

Mengapa harus OFDM?

- Kemampuannya dalam mengatasi *multipath fading* dan interferensi via *cyclic prefix*
- Efisiensi *bandwidth* dalam spektrumnya via ortogonalitas
- Mudah diimplementasikan dengan menggunakan algoritma FFT

Metode faktorisasi nilai eigen (EVD)

- Problem nilai eigen matriks $H \in C^{R \times R}$

$$Hx = \lambda x \Rightarrow (H - \lambda I)x = 0$$

vektor eigen

linier homogen (singular)

Matriks identitas

nilai eigen (bilangan riel)

syarat penyelesaian: $x \neq 0$ dan $p_H(\lambda) = \det(H - \lambda I) = 0$

karakteristik polynomial

- Vektor eigen e dibentuk oleh x_i

$(H - \lambda_i I)x_i = 0, \forall \lambda_i$ dan vektor e dari λ yang berbeda adalah orthogonal

- Diagonalisasi matriks H

$$Hx = x\Lambda \Rightarrow x^{-1}Hx = \Lambda \Rightarrow H = x\Lambda x^{-1}$$

dimana: $x = [x_1, x_2 \dots x_R]$ dan $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_R)$

$$x^{-1}x = I$$

- Bila H didiagonalisasi oleh matriks unitaris V

$$H = V\Lambda V^h$$

Eigenvalue decomposition

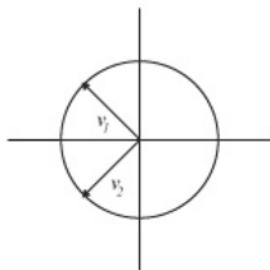
dimana: $V^h V = VV^h = I$

$$V^h$$

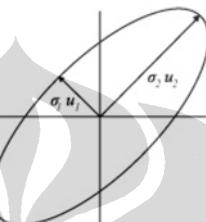
= transposisi konjugasi kompleks (hermitian) matriks V

Pemodelan kanal ..., Abdullah Mandan, FT UI., 2008

Metode faktorisasi nilai singular (SVD)



$$H \in \mathbb{C}^{R \times T}$$



- Transformasi v_1 & v_2 ke $\sigma_1 u_1$ & $\sigma_2 u_2$ via $H \in \mathbb{C}^{R \times T}$

U & V adalah vektor unitaris

$$Hv_j = \sigma_j u_j \quad \text{untuk } 1 \leq j \leq T$$

$$H[v_1 \ v_2 \ \dots \ v_T] = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_T]$$

$$HV = U\Sigma$$

$$H = U\Sigma V^h = H \begin{bmatrix} \Sigma_o & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^h$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_T \end{bmatrix}$$

Singular value decomposition

- Remarks:

U, V = matriks unitaris non singular orthogonal

Σ = matriks diagonal yang entrinya adalah nilai singular matriks H

σ_j = nilai singular matriks H (akar nilai eigen non zero matriks korelasi HH^h atau $H^h H$)

- SVD properti:

Column space $H(U_1)$ orthogonal terhadap left nullspace $H(U_2)$:

$$U_1 = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_t \ \dots \ u_{R_0}]_{(R \times R_0)}$$

$$U_2 = [u_{R_0+1} \ u_{R_0+2} \ \dots \ u_{R_0+1} \ \dots \ u_R]_{(R \times (R-R_0))}$$

Row space $H(V_1)$ orthogonal terhadap right nullspace $H(V_2)$:

$$V_1 = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_t \ \dots \ v_{R_0}]_{(T \times R_0)}$$

$$V_2 = [v_{R_0+1} \ v_{R_0+2} \ \dots \ v_{R_0+t} \ \dots \ v_T]_{(T \times (T-R_0))}$$

dimana :

$$R_o = \text{rank}(H) \leq \min\{R, T\}$$

$$\Sigma_o = \text{diag}(\sigma_1 \ \sigma_2 \ \dots \ \sigma_{R_o})$$

Dekomposisi paralel sistem MIMO OFDM₍₁₎

Representasi FFT kanal flat fading paralel

$$\tilde{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{N}} & e^{-j\frac{4\pi}{N}} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}k} & \dots \\ 1 & e^{-j\frac{4\pi}{N}} & e^{-j\frac{8\pi}{N}} & \dots & e^{-j\frac{4\pi}{N}k} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{N}i} & e^{-j\frac{4\pi}{N}k} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}ik} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)} & e^{-j\frac{4\pi}{N}(N-1)} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)k} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} x$$

$$y_{((N+P)\times 1)} = H_{((N+P)\times N)} \tilde{x}_{(N\times 1)} + \eta_{((N+P)\times 1)}$$

$$\tilde{x}_{(Nx1)} = F_{(NxN)}^h x_{(Nx1)}$$

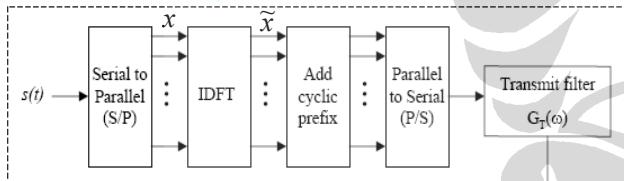
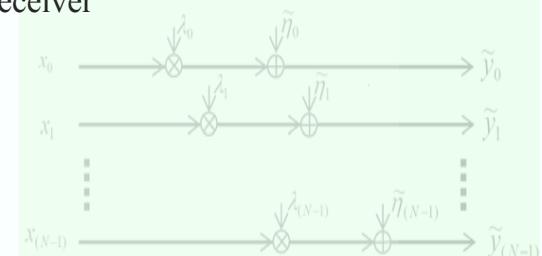
$$H^c_{(N\times N)} = F_{(N\times N)}^h \Lambda_{(N\times N)} F_{(N\times N)}$$

remove cyclic prefix at receiver

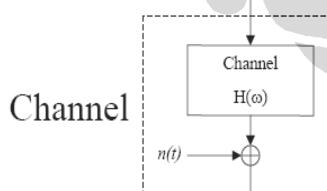
$$\tilde{y} = F(H^c \tilde{x} + \eta)$$

$$\tilde{y} = F((F^h \Lambda F)(F^h x) + \eta)$$

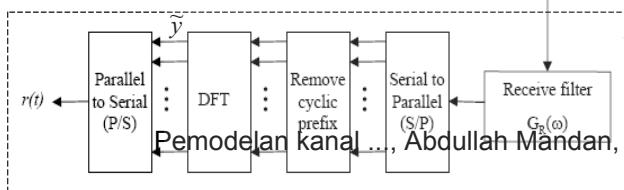
$$\tilde{y} = \Lambda x + \tilde{\eta}$$



Transmitter



Channel

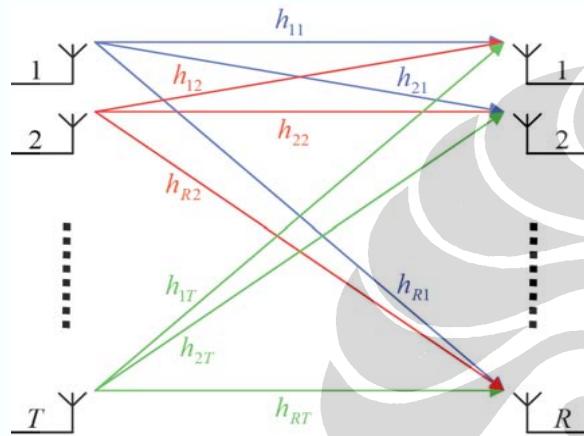


Pemodelan kanal ..., Abdullah Mändan, FT UI., 2008

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{k-1} \\ \vdots \\ y_{N-1} \\ y_N \\ y_{(N+1)} \\ \vdots \\ y_{(N+(P-1))} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ h_{k-1} & \dots & h_1 & h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{k-1} & \dots & h_1 & h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ \dots & 0 & 0 & h_{k-1} & \dots & h_1 & h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & h_{k-1} & \dots & h_1 & h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & h_{k-1} & \dots & h_1 & h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & h_{k-1} & \dots & h_1 & h_0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & h_{k-1} & \dots & h_1 & h_0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & h_{k-1} & \dots & h_1 & h_0 \\ h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & h_{k-1} \\ h_1 & h_0 & 0 & \dots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ h_{k-1} & h_1 & h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & h_{k-1} \\ h_{k-1} & \dots & h_1 & h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & h_{k-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ h_{k-1} & h_{k-1} & h_{k-1} & \dots & h_1 & h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{(N-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_0 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_{(N-1)} \\ \eta_N \\ \eta_{(N+1)} \\ \vdots \\ \eta_{(N+(P-1))} \end{bmatrix}$$

Dekomposisi paralel sistem MIMO OFDM₍₂₎

Representasi SVD kanal spasial orthogonal



$$H = h_{rt} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1T} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{R1} & h_{R2} & \dots & h_{RT} \end{bmatrix}$$

$$H = U \begin{bmatrix} \Sigma_o & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^h$$

$$H = \sum_{i=1}^{\text{rank}(H)} \sqrt{\lambda_i} e_{r,i} e_{t,i}^h$$

U, V : Matriks unitaris non singular orthogonal

V^h : Hermitian matriks V

Σ_o : Matriks nilai singular

$\lambda(\delta^2)$: nilai eigen (penguatan kanal)

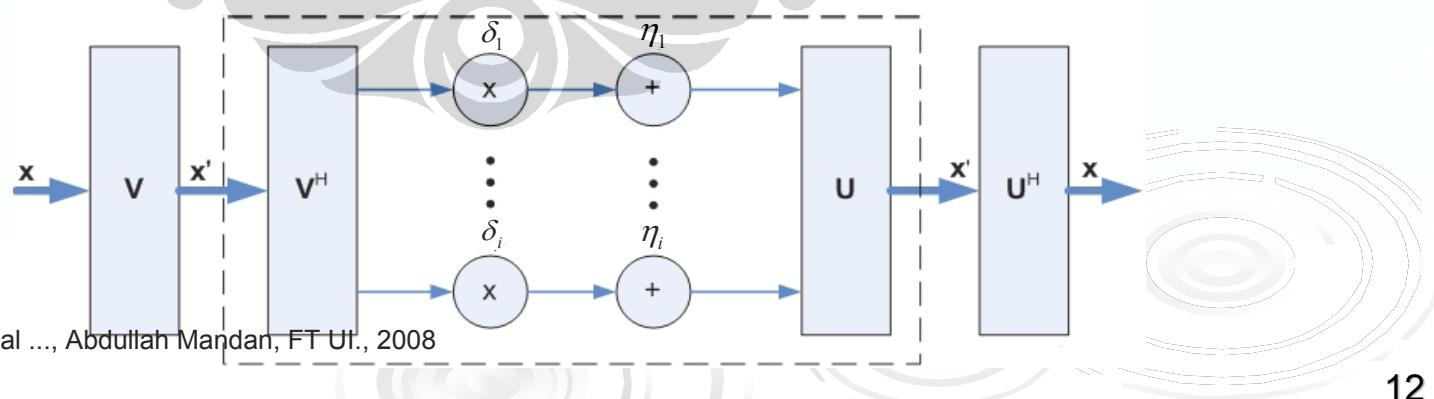
$e_{t,i}$: vektor eigen λ_i dari $H^h H$

$e_{r,i}$: vektor eigen λ_i dari HH^h

Matriks korelasi

$H^h H$: matriks hermitian (TxT)

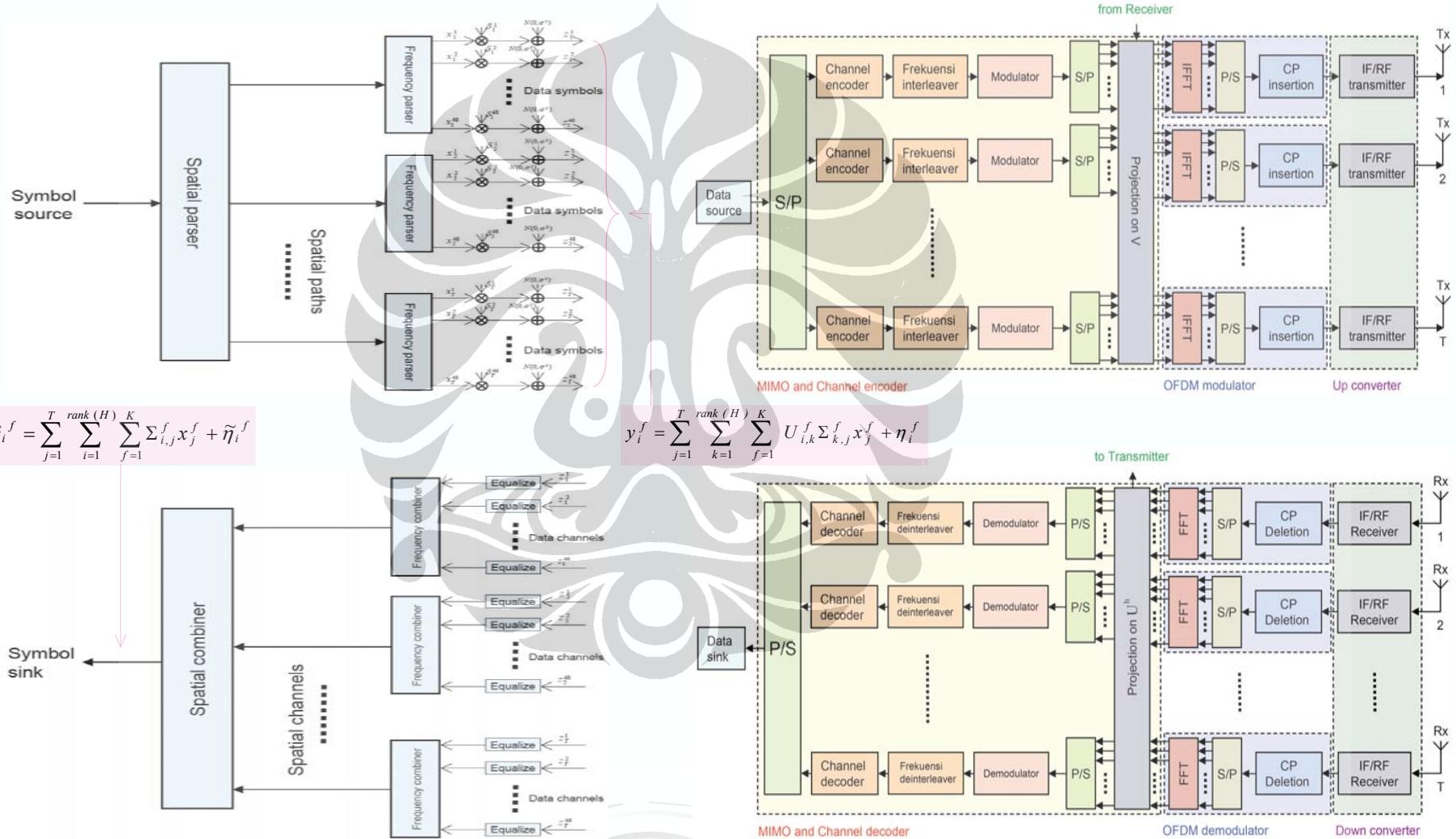
HH^h : matriks hermitian (RxR)



Pemodelan kanal ..., Abdullah Mandan, FT UI., 2008

Pemodelan resolvable multipath kanal MIMO OFDM (1)

Model ekuivalen transmitter & receiver multipath MIMO OFDM berbasis SVD



Pemodelan kanal ..., Abdullah Mandan, FT UI., 2008

Pemodelan resolvable multipath kanal MIMO OFDM (2)

- Sinyal yang diterima dan ditransmisikan

$$\begin{bmatrix} y_1^f \\ y_2^f \\ \vdots \\ y_R^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}^f & h_{12}^f & \cdots & h_{1T}^f \\ h_{21}^f & h_{22}^f & \cdots & h_{2T}^f \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{R1}^f & h_{R2}^f & \cdots & h_{RT}^f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^f \\ x_2^f \\ \vdots \\ x_T^f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_1^f \\ \eta_2^f \\ \vdots \\ \eta_R^f \end{bmatrix}$$

- Precoding V di *transmitter* dan decoding U^h di *receiver* (asumsi $R = T$) menghasilkan persamaan linier

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}_1^f \\ \tilde{y}_2^f \\ \vdots \\ \tilde{y}_T^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1^f & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \delta_2^f & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \delta_T^f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^f \\ x_2^f \\ \vdots \\ x_T^f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\eta}_1^f \\ \tilde{\eta}_2^f \\ \vdots \\ \tilde{\eta}_T^f \end{bmatrix}$$

domain frekuensi (*superscript*)

domain spasial (*subscript*)

- SNR per kanal spasial

$$SNR_{i \text{ average}} = \frac{1}{48} \sum_{f=1}^{48} \frac{(\delta_i^f)^2}{\sigma^2}$$

Pemodelan kanal ..., Abdullah Mandan, FT UI., 2008
Jumlah simbol data dalam DFT OFDM 64 point

- BER per kanal spasial

$$BER_i = \frac{1}{48} \sum_{f=1}^{48} Q \left(\frac{\delta_i^f}{\sigma} \right)$$

Q function

penguatan subkanal ke f pada kanal spasial ke i

Control weight propagasi maximal ratio combining

- $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \dots x_T(t)]^T$
- $\eta(t) = [\eta_1(t) \ \eta_2(t) \dots \eta_T(t)]^T$

$w_t = [w_{t,1} \ w_{t,2} \dots w_{t,T}]^T$ dan $w_r = [w_{r,1} \ w_{r,2} \dots w_{r,R}]^T$

$w_t^H w_t = 1$

$w_r^H w_r = 1$

$\tilde{y}(t) = w_r^H (H w_t x(t) + \eta(t))$

Karena daya rata-rata noise pada subkanal yang berbeda diasumsikan sama, maka $\eta(t) = \eta_1(t)$ sehingga: $\langle |\tilde{y}(t)|^2 \rangle = \lambda \langle |x(t)|^2 \rangle + \langle |\eta_1(t)|^2 \rangle$

dimana: $\lambda = w_r^H H w_t (w_r^H H w_t)^H = w_r^H H w_t w_t^H H^H w_r$

$\lambda = w_t^H H^H w_r (w_t^H H^H w_r)^H = w_t^H H^H w_r w_r^H H w_t$

- $L(w_t, w_r, \lambda_t, \lambda_r) = \lambda - \lambda_t (w_t^H w_t - I) - \lambda_r (w_r^H w_r - I)$

$L(w_t, w_r, \lambda_t, \lambda_r) = w_r^H H w_t w_t^H H^H w_r - \lambda_t w_t^H w_t + \lambda_t - \lambda_r w_r^H w_r + \lambda_r$

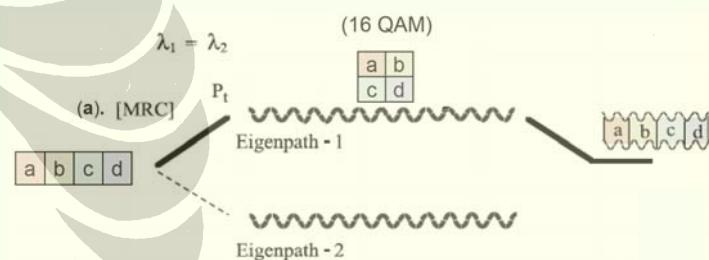
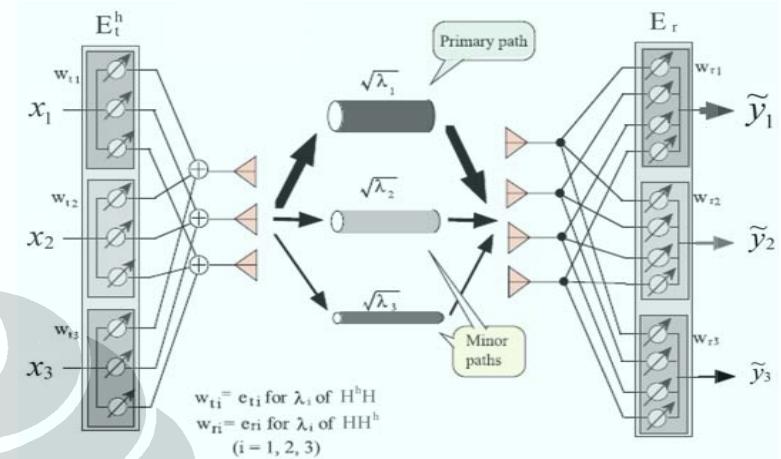
$\frac{\partial L}{\partial w_r} = 2 H w_t w_t^H H^H w_r - 0 + 0 - 2 \lambda_r w_r + 0 = 0$

$w_r^H H w_t w_t^H H^H w_r = w_r^H \lambda_r w_r = \lambda_r$

$L(w_t, w_r, \lambda_t, \lambda_r) = w_t^H H^H w_r w_r^H H w_t - \lambda_t w_t^H w_t + \lambda_t - \lambda_r w_r^H w_r + \lambda_r$

$\frac{\partial L}{\partial w_t} = 2 H^H w_r w_r^H H w_t - 2 \lambda_t w_t + 0 - 0 + 0 = 0$

$w_t^H H^H w_r w_r^H H w_t = w_t^H \lambda_t w_t = \lambda_t$



- $H = \sqrt{\lambda} w_r w_t^H$

$w_r = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} H w_t$

$w_r = \frac{1}{\sqrt{\lambda_{r,max}}} H w_t = e_{r,max}$

$H w_t = \sqrt{\lambda_{r,max}} w_r$

$H^H H w_t = \sqrt{\lambda_{r,max}} H^H w_r$

$H^H H w_t = \underbrace{\sqrt{\lambda_{r,max}} \sqrt{\lambda_{t,max}} w_t}_{\lambda_{r,max} = \lambda_{t,max} \equiv \lambda_{max}}$

$\lambda_{r,max} = \lambda_{t,max} \equiv \lambda_{max} \Leftrightarrow H^H H \text{ maupun } HH^H$

$H^H = \left(\sqrt{\lambda} w_r w_t^H \right)^H$

$w_t = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} H^H w_r$

$w_t = \frac{1}{\sqrt{\lambda_{t,max}}} H^H w_r = e_{t,max}$

$H^H w_r = \sqrt{\lambda_{t,max}} w_t$

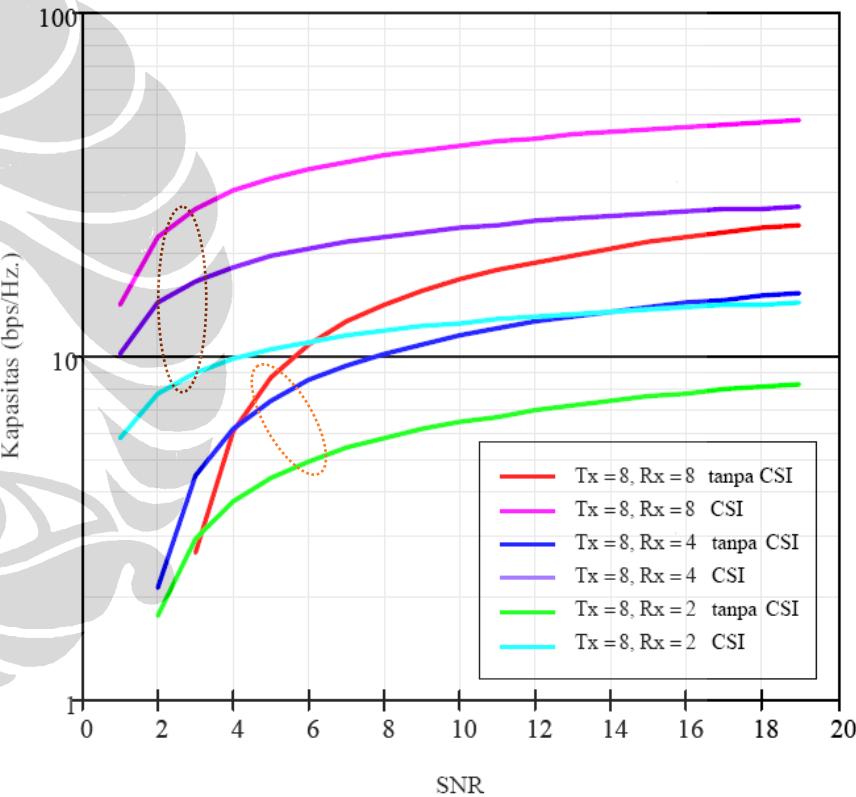
$HH^H w_r = \sqrt{\lambda_{t,max}} H w_t$

$HH^H w_r = \sqrt{\lambda_{t,max}} \sqrt{\lambda_{r,max}} w_r$

sehingga : $w_r = e_{r,1}$ dan $w_t = e_{t,1}$

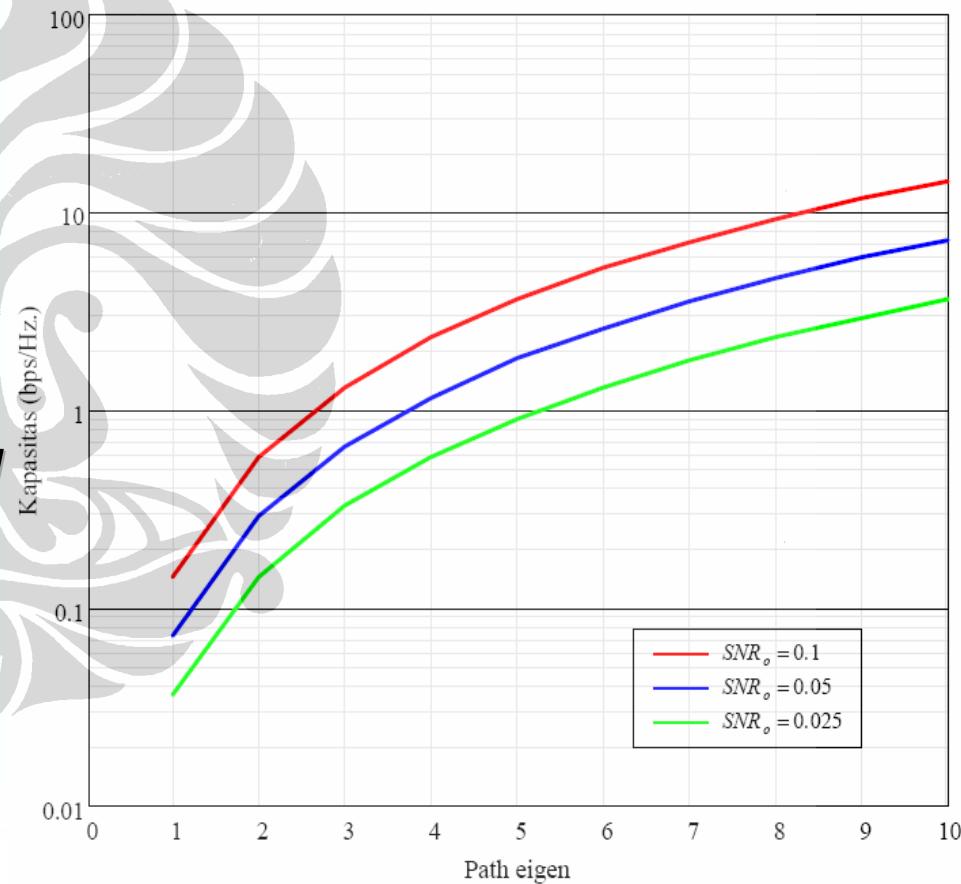
Kapasitas kanal pada SNR tinggi dengan dan tanpa informasi CSI di *transmitter*

- Performansi *throughput* meningkat seiring dengan:
 - membesarnya array antena Tx dan Rx ($\text{rank}(H)$)
 - pengalokasian daya transmisi juga pada *path eigen* sekunder (pertambahan nilai SNR)
 - penjumlahan nilai singular primer dan minor (total penguatan kanal spasial)
- Performansi terbaik dimiliki oleh sistem ketika *transmitter* dan *receiver* saling berbagi informasi CSI



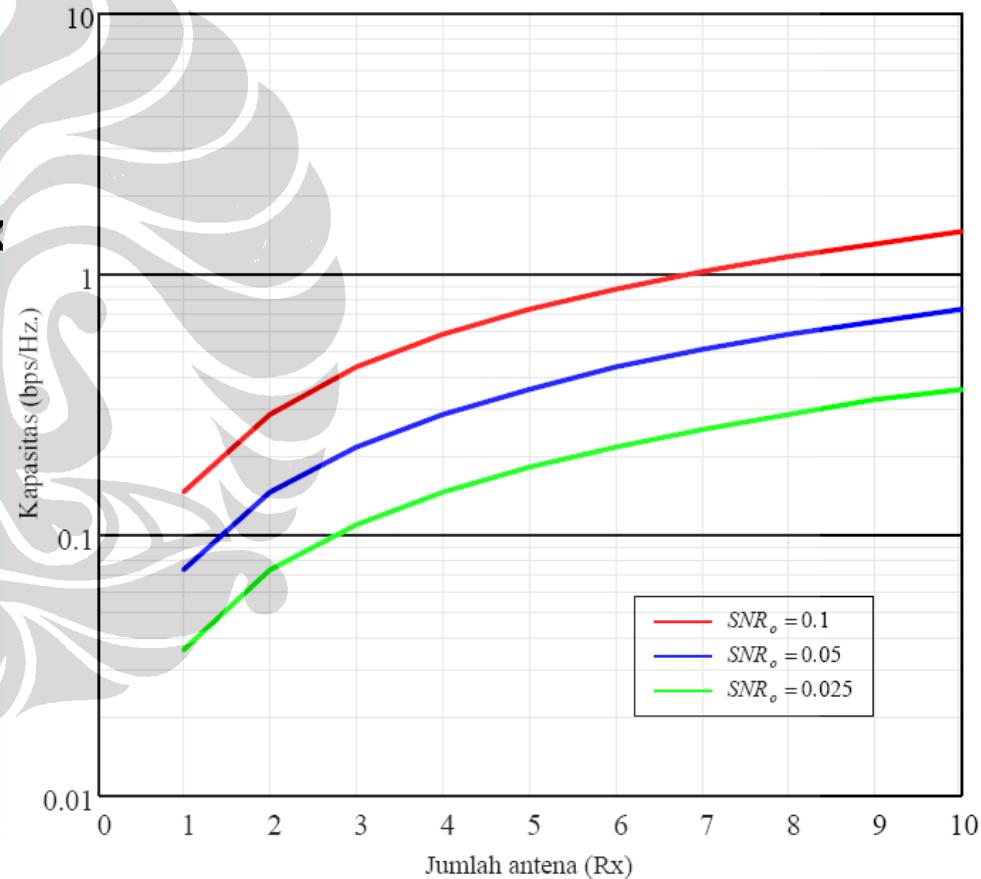
Kapasitas kanal sistem komunikasi UWB MIMO OFDM dimana *transmitter* dan *receiver* berbagi informasi CSI (*maximal ratio combining*)

- Sistem komunikasi UWB MIMO OFDM yang bekerja pada emisi daya rendah:
 - mengandalkan penguatan daya kanal spasial tertinggi
 - tidak pada penguatan *multiplexing*
- Performansi *throughput* meningkat seiring dengan membesarnya nilai eigen pada kanal spasial dan pertambahan nilai SNR



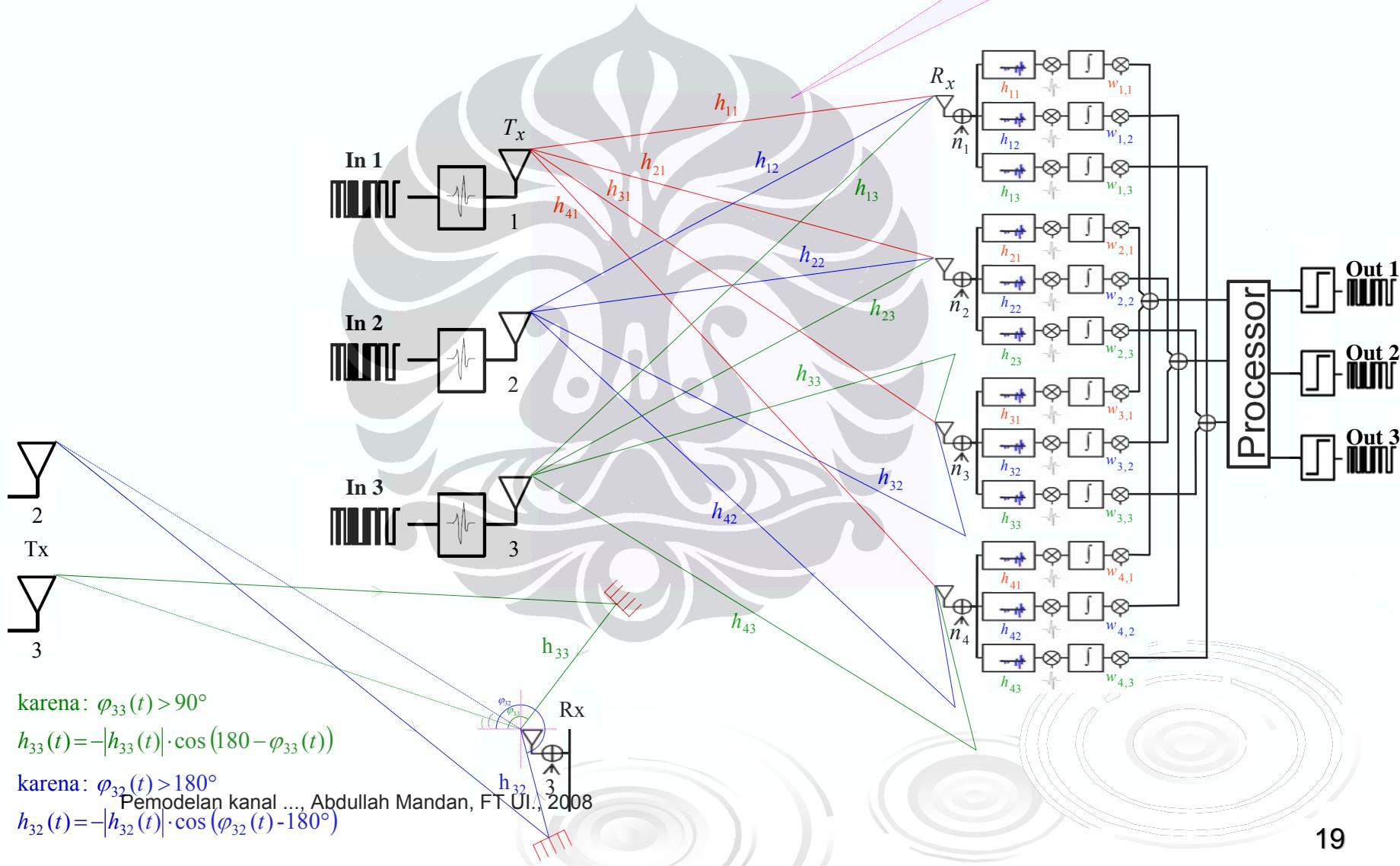
Kapasitas kanal sistem komunikasi UWB MIMO OFDM tanpa informasi CSI di *transmitter*

- Performansi *throughput* meningkat seiring dengan pertambahan jumlah antena Rx dan membesarnya SNR
- Pencapaian kapasitas kanal sistem tidak dipengaruhi oleh jumlah antena Tx



Skema transmisi sistem komunikasi UWB MIMO OFDM 4x3 (1)

$$\begin{bmatrix} 2 & 17/10 & 3/5 \\ 2 & 1/10 & 9/5 \\ 2 & -17/10 & -3/5 \\ 2 & -1/10 & -9/5 \end{bmatrix}$$



Skema transmisi sistem komunikasi UWB MIMO OFDM 4x3 (2)

Algorithma SVD (1)

$$\textcircled{1} \quad H^h H = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 17/10 & 1/10 & -17/10 & -1/10 \\ 3/5 & 9/5 & -3/5 & -9/5 \end{bmatrix}_{(3 \times 4)} \begin{bmatrix} 2 & 17/10 & 3/5 \\ 2 & 1/10 & 9/5 \\ 2 & -17/10 & -3/5 \\ 2 & -1/10 & -9/5 \end{bmatrix}_{(4 \times 3)} = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 29/5 & 12/5 \\ 0 & 12/5 & 36/5 \end{bmatrix}_{(3 \times 3)}$$

$$\textcircled{2} \quad \det(H^h H - \lambda I) = \begin{vmatrix} (16-\lambda) & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{29}{5}-\lambda\right) & \left(\frac{12}{5}\right) \\ 0 & \left(\frac{12}{5}\right) & \left(\frac{36}{5}-\lambda\right) \end{vmatrix} = \left\{ (16-\lambda) \left(\frac{29}{5}-\lambda \right) \left(\frac{36}{5}-\lambda \right) \right\} - \left\{ \left(\frac{12}{5} \right) \left(\frac{12}{5} \right) (16-\lambda) \right\} = 0$$

$\lambda_1 = 16 > \lambda_2 = 9 > \lambda_3 = 4$

$\delta_1 = 4 > \delta_2 = 3 > \delta_3 = 2$

\textcircled{3} untuk $\lambda_1 = 16$

$e_{t,1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$w_{t,1} = \frac{e_{t,1}}{\|e_{t,1}\|} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

untuk $\lambda_2 = 9$

$e_{t,2} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3/4 \\ 1 \end{bmatrix}$

$w_{t,2} = \frac{e_{t,2} - (w_{t,1}^h \cdot e_{t,2})w_{t,1}}{\|e_{t,2} - (w_{t,1}^h \cdot e_{t,2})w_{t,1}\|} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3/5 \\ 4/5 \end{bmatrix}$

untuk $\lambda_3 = 4$

$e_{t,3} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4/3 \\ 1 \end{bmatrix}$

$w_{t,3} = \frac{e_{t,3} - (w_{t,2}^h \cdot e_{t,3})w_{t,2} - (w_{t,1}^h \cdot e_{t,3})w_{t,1}}{\|e_{t,3} - (w_{t,2}^h \cdot e_{t,3})w_{t,2} - (w_{t,1}^h \cdot e_{t,3})w_{t,1}\|} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4/5 \\ 3/5 \end{bmatrix}$

$V = w_t = (w_{t,1}, w_{t,2}, w_{t,3}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3/5 & -4/5 \\ 0 & 4/5 & 3/5 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$

Pemodelan kanal ..., Abdullâh Mandan, FT UI., 2008

$V^h = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3/5 & 4/5 \\ 0 & -4/5 & 3/5 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$

$\Sigma_{(4 \times 3)} = \begin{bmatrix} \Sigma_o & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{(4 \times 3)} = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(4 \times 3)} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(4 \times 3)}$

Skema transmisi sistem komunikasi UWB MIMO OFDM 4x3 (3)

Algorithma SVD (2)

$$(4) \quad w_{r,1} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \cdot H \cdot w_{t,1} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

$$w_{r,2} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} \cdot H \cdot w_{t,2} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$

$$w_{r,3} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_3}} \cdot H \cdot w_{t,3} = \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$

Karena nilai eigen λ_4 tidak ada, maka $w_{r,4}$ dicari dengan menggunakan vektor weight satuan $w_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$

$$w_{r,4} = \frac{w_1 - (w_{r,3}^h \cdot w_1)w_{r,3} - (w_{r,2}^h \cdot w_1)w_{r,2} - (w_{r,1}^h \cdot w_1)w_{r,1}}{|w_1 - (w_{r,3}^h \cdot w_1)w_{r,3} - (w_{r,2}^h \cdot w_1)w_{r,2} - (w_{r,1}^h \cdot w_1)w_{r,1}|} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1/2 \\ 1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$

$$U = w_r = (w_{r,1} \ w_{r,2} \ w_{r,3} \ w_{r,4}) = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & -1/2 & -1/2 \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

matriks *Precoding* di transmitter

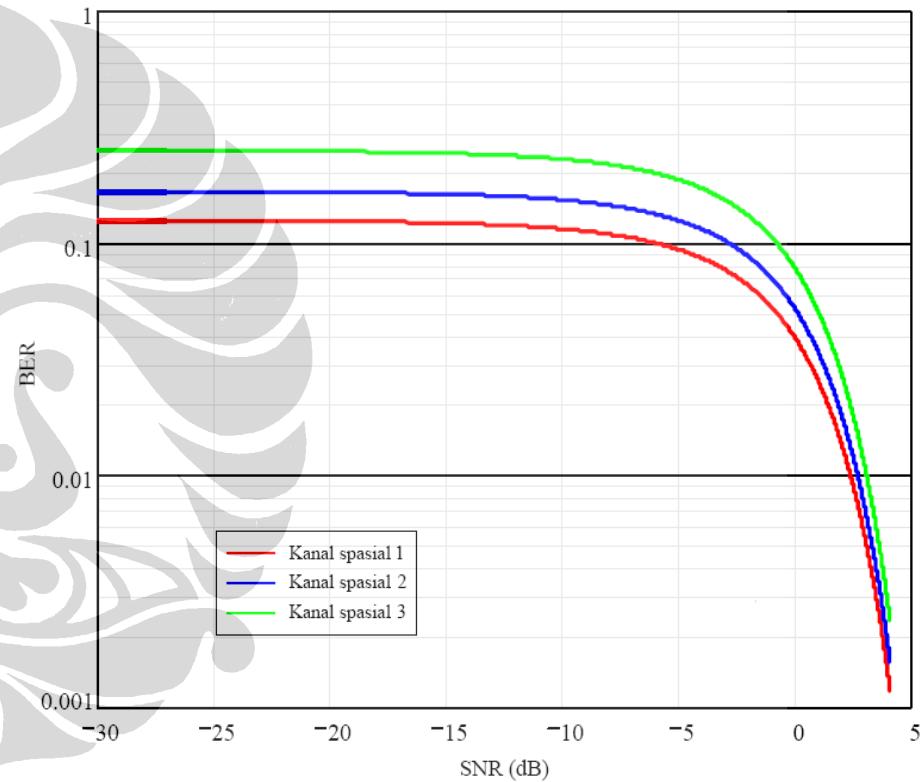
matriks *Decoding* di receiver

$$(5) \quad H_{(4 \times 3)} = U_{(4 \times 4)} \Sigma_{(4 \times 3)} V_{(3 \times 3)}^h \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 17/10 & 3/5 \\ 2 & 1/10 & 9/5 \\ 2 & -17/10 & -3/5 \\ 2 & -1/10 & -9/5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & -1/2 & -1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3/5 & -4/5 \\ 0 & 4/5 & 3/5 \end{bmatrix}$$

Penguatan kanal spasial sistem: $\delta_1^f = 4$ $\delta_2^f = 3$ $\delta_3^f = 2$
 Pemodelan kanal ..., Abdullah Mandan, FT UI., 2008

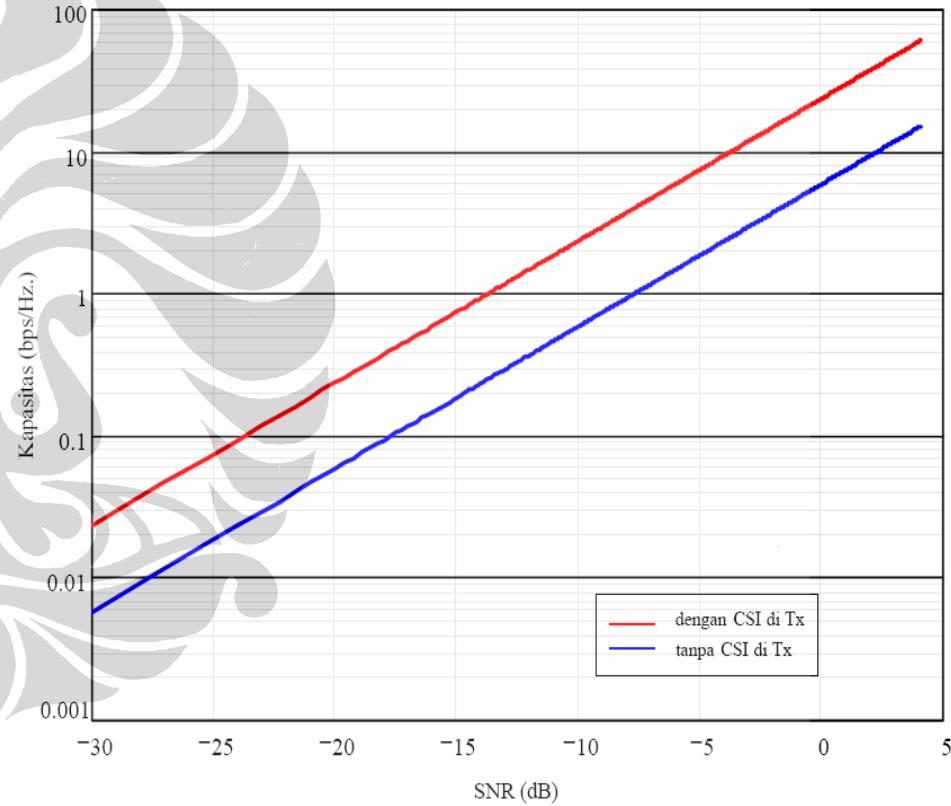
Performansi BER versus SNR per kanal spasial

- Performansi BER membaik seiring dengan peningkatan nilai SNR
- Performansi terbaik dimiliki oleh kanal spasial 1
- SNR perkanal spasial bisa dimanfaatkan untuk memperoleh ide tipe modulasi dan *coding rate* yang akan digunakan



Kapasitas throughput versus SNR

- Performansi *throughput* meningkat seiring dengan membesarnya nilai SNR
- Performansi terbaik dimiliki bila *transmitter* dan *receiver* saling berbagi informasi CSI



Kesimpulan

1. Sistem MIMO OFDM :
 - a) pada SNR tinggi :
 - penguatan kanal spasial
 - penguatan *multiplexing* kanal
 - b) pada SNR rendah :
 - penguatan kanal spasial
2. Performansi sistem komunikasi UWB MIMO OFDM :
 - BER membaik
 - *throughput* meningkat

seiring dengan penambahan emisi daya rata-rata pada *transmitter*
3. Kapasitas kanal sistem komunikasi UWB MIMO OFDM
 - a) dengan CSI di Tx (propagasi MRC), ditentukan oleh:
 - penguatan kanal spasial
 - SNR
 - b) tanpa CSI di Tx, ditentukan oleh:
 - jumlah antena Rx
 - SNR
4. Sehubungan point 3.b, penggunaan *multiple antenna* pada *transmitter* menjadi tidak begitu berfafaat, (ekuivalen dengan sistem SIMO).

Daftar Acuan

- [1] Jafarian H. Jamiri, Gulak.G, *Iterative MIMO Channel SVD Estimation*, Jurnal (Ferdowsi University, Iran: University of Toronto, 2005), <http://www.ebizzasia.com>
- [2] Marc Haase. *OFDM UWB MIMO* (Rostock: Institut für Angewandte Mikroelektronik und Datentechnik, Januari 2004).
- [3] Lin Zhiwei., Benjamin Premkumar., A.S Madhukumar., *MMSE Detection for High Data Rate UWB MIMO Systems*, Jurnal, Singapore.
- [4] ___. "TEN MOST INFLUENTIAL TECHNOLOGIES IN 2006,"eBizzAsia, edisi 29 Volume IV No.31 (Desember, 2005).
- [5] Maria-Gabriella Di Benedetto, *UWB*, Handbook, 2006.
- [6] Evan R. Green. *System Architecture for High Rate Ultra wideband Communication System: A Review of Recent Development*, Jurnal, 2005.
- [7] ___, *Research Thrust Areas What is UWB*, MPRG
- [8] Jeffrey Reed. *Introduction to UWB: Impulse Radio for Radar and Wireless Communication*, MPRG.
- [9] David R. McKinstry. "Ultra-Wideband Small Scale Channel Modeling and its Application to Receiver Design". Terj. Program Master , Blacksburg, 2003, hal 1-2.
- [10] Gamantyo Hendrantoro. *Menuju 4G dengan MIMO*, Bali Post, Agustus 2005.
- [11] Ha Du yen Trung, Watit Benjapolakul, Kiyomichi Araki, *A Study on the Channel Capacity of Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) Wireless System*, Jurnal, Japan.
- [12] Gamantyo Hendrantoro. *Recent Progresses In Wireless Communication Technology*, Laboratory of Electromagnetic Wave Propagation and Radiation ITS, 2005.
- [13] Endang Susilowati. *Simulasi Analisa Performansi Sistem Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) pada Kanal Wireless*. Tesis, Program Pascasarjana Fakultas Teknik UI, Depok, 2001, hal
- [14] Rappaport, Theodore S., *Wireless Communication: Principles and Practice, Second Edition* (USA: Prentice Hall, Inc, 2002), hal. 660.
- [15] ___. Elektro Indonesia, *Mengenal Teknologi Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) pada Komunikasi Wireless*, No.24 Tahun V, Januari 1999
- [16] Ove Edfors, *Wireless LAN*, (Department of Electroscience, Lecture No 11: Radio System-ETI 051, 25 February 2005.
- [17] ___, *BIBO Stability*, (retrieved fr http://en.wikipedia.org/wiki/BIBO_stability), April 2007.
- D. Tse, P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication* (Cambridge University Press 2005), chapter 8.
- Gary, Reid, J, *Linear System Fundamental, Continuous and Discrete, Classic and Modern*, (Singapore: Mc.Graw Hill Inc., 1985), hal.325-457.
- Hara, Shinsuke., Prasad Ramjee, *Multicarrier Techniques 4G Mobile Communications*, (London: Artec House Universal Personal Communications series, 2003), hal.215-216.
- Kohno, Ryuji, *Software Reconfigurable and Space-Time Signal Processing Technologies for Advanced Wireless Communications*, (Japan: National Institute of Information and Communication Technology(NICT)) Slide 29-32.
- Suvorov, I., *Higher Mathematic, Textbook for Technical Schools* (Moscow: Foreign Languages Publishing House), hal.132.
- Volker, Kühn, *Time Discrete Signals and Systems*, (Institute for Telecommunications & High Frequency Techniques, Universität Bremen), <http://www.ant.uni-bremen.de/teaching>.