

BAB II

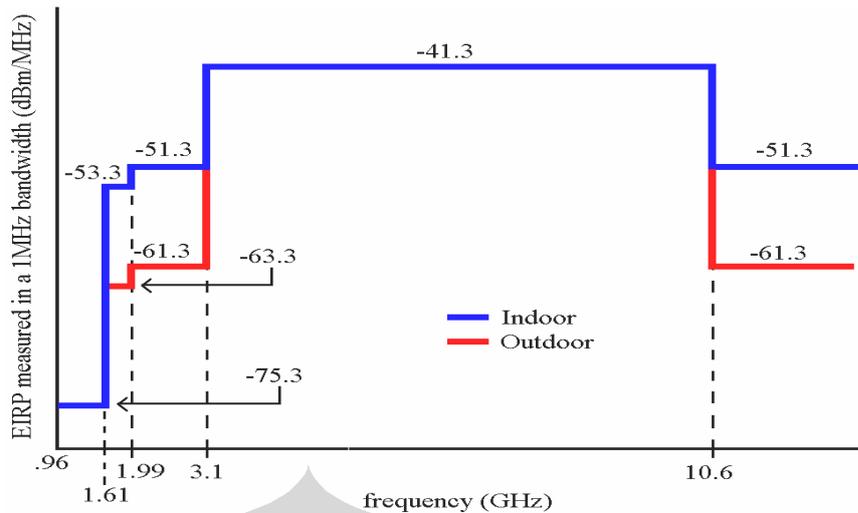
MIMO OFDM SISTEM KOMUNIKASI UWB

2.1 UWB

UWB akan punya kesempatan yang belum pernah terjadi sebelumnya dalam mempengaruhi sistem komunikasi di masa depan. Ketersediaan *bandwidth* yang sangat lebar, kecepatan transfer data dalam skala besar dan potensinya menekan biaya operasional serendah mungkin akan menjadi andalan pemanfaatannya. Kesemuanya itu memberikan kesempatan unik bagi UWB untuk mempengaruhi cara orang-orang berinteraksi lewat jaringan komunikasi.

Kesempatan tersebut bermula ketika pada Februari 2002 *United State Federal Communications Commission* (US-FCC) mengeluarkan mandat bahwa UWB telah dapat digunakan oleh publik di luar kepentingan militer untuk komunikasi data, sama seperti pada radar dan aplikasi pengaman. Sesuai aturan revisi *Part 15*, besar *band* yang dialokasikan FCC untuk penggunaan komunikasi UWB secara komersial berada di antara frekuensi 3,1 GHz hingga 10,6 GHz yang terbentang sangat lebar jauh dari sistem teresterial manapun [5].

Aturan tersebut membatasi emisi kerapatan spektral daya UWB (*power spectral density* atau PSD) diukur dalam *bandwidth* 1 MHz pada *output* antena *transmitter* isotropik dalam jarak tertentu yang telah direferensikan. Terlihat pada gambar 2.1 bahwa maksimum PSD yang masih dapat diizinkan untuk transmisi UWB adalah -41,3 dBm/MHz atau setara dengan kira-kira 0,5 mW daya transmisi rata-rata ketika seluruh *bandwidth* digunakan, yang secara efektif membatasi UWB dalam *link* jarak pendek (*short range high speed wireless communication*). Selanjutnya, suatu sinyal transmisi radio untuk bisa diklasifikasikan sebagai sinyal UWB, harus menempati *bandwidth fractional* lebih 20% dari frekuensi pusat atau total nominal *bandwidth* lebih dari 500 MHz [6].



Gambar 2.1. Batasan umum emisi UWB FCC

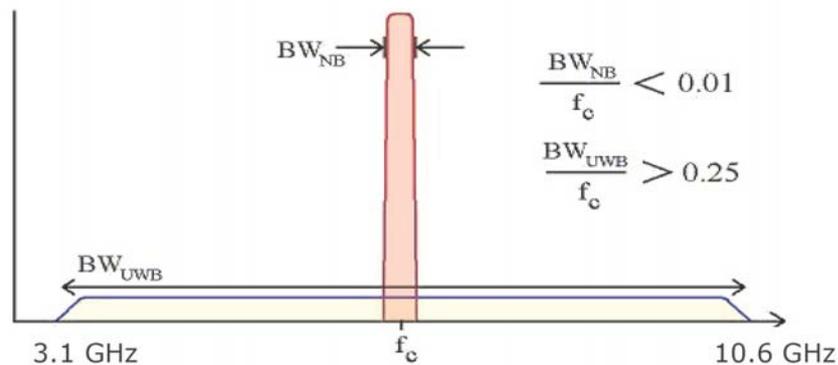
2.1.1 Definisi UWB

Sistem komunikasi UWB dapat diartikan sebagai sistem komunikasi nirkabel dengan *bandwidth* yang sangat lebar atau *bandwidth fractional* yang sangat lebar. FCC mendefinisikan *bandwidth fractional* sebagai rasio dari *bandwidth* -10dB yang ditempati oleh sinyal terhadap frekuensi pusat sinyal [7].

$$BW_{frac} = \frac{2(f_h - f_l)}{(f_h + f_l)} = \frac{(f_h - f_l)}{(f_h + f_l)/2} = \frac{(f_h - f_l)}{f_c} \dots\dots\dots(2.1)$$

f_h adalah frekuensi -10dB teratas dan f_l adalah frekuensi -10dB terbawah. Besar *bandwidth fractional* -10dB sama dengan $(f_h - f_l) / f_c > 20\%$ atau total nominal *bandwidth* >500 MHz). Di sisi lain, *United State Defense Advanced Research Project Agency* (US DARPA) menetapkan syarat batasan *bandwidth fractional* UWB sama dengan $(f_h - f_l) / f_c > 25\%$. Sebagai perbandingan *bandwidth fractional* untuk *narrowband* sama dengan $(f_h - f_l) / f_c < 1\%$, yang dapat dilihat pada gambar 2.2 [8].

Metode yang bisa digunakan untuk mencapai *bandwidth* yang lebar dalam *ultra wideband*, secara umum merujuk pada sistem yang menggunakan *impulse radio*. *Impulse radio* sangat berbeda dengan komunikasi nirkabel tradisional yang mana pulsa-pulsa durasi pendek ditransmisikan berlawanan dengan sinyal berbasis *sinusoidal*. Dalam sistem komunikasi tradisional, sinyal *sinusoidal* dimodulasi oleh data untuk ditransmisikan, sedangkan dalam *impulse radio*, iringan pulsalah yang dimodulasi oleh data yang akan ditransmisikan [9].



Gambar 2.2. *Bandwidth fractional UWB*

2.1.2 Prinsip Transmisi UWB

Metode pembangkitan sinyal UWB dapat dikelompokkan ke dalam dua kategori, yaitu:

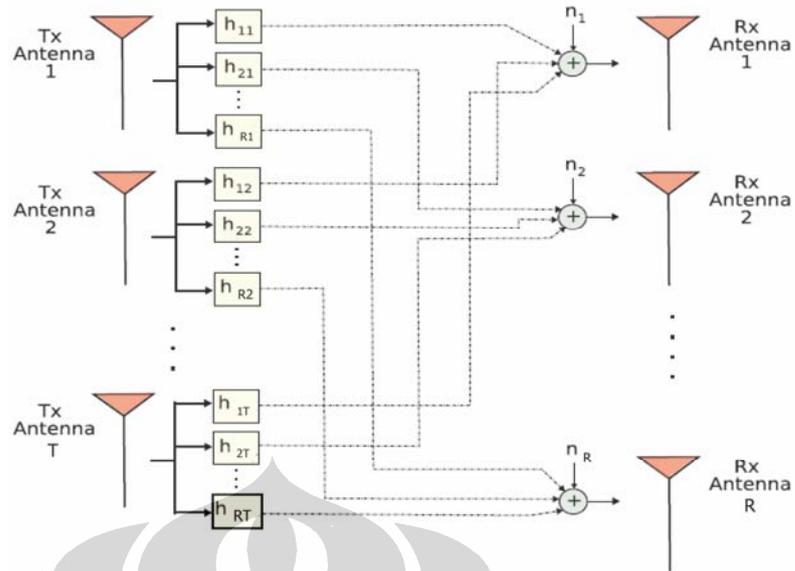
1. Menggunakan frekuensi transmisi *Single Band* (SB), dimana sinyal UWB dibangkitkan dengan menggunakan pulse elektrikal *baseband* sangat pendek dan *duty cycle* yang rendah, dengan kesesuaian bentuk dan durasi. Sehubungan dengan karakteristik tak bercarrier (tanpa *sinusoidal carrier* untuk meningkatkan sinyal ke *band* frekuensi tertentu), maka sistem UWB ini juga mengacu sebagai bebas *carrier* atau sistem komunikasi UWB *impulse radio* (UWB-IR).
2. Menggunakan frekuensi transmisi *Multi Band* (MB), dimana besar setiap frekuensi *bandwidth* adalah minimal 500 MHz. Sistem MB UWB dapat diimplementasi tanpa sinyal *carrier* (panjang/bentuk pulsa berbeda digunakan menurut *band* frekuensinya) atau dengan sinyal *carrier* (seperti *multi carrier*).

Untuk membawa simbol informasi dalam komunikasi UWB ada beberapa pendekatan teknik modulasi yang digunakan, kebanyakan didasarkan pada tipe modulasi *baseband* klasik. Karakteristik pulsa modulasi UWB bisa berupa : *amplitude* (PAM), *time position* (PPM), *phase* (PM), dan *shape* (PSM), atau kombinasi diantaranya. Konsekuensi langsung lain dari *bandwidth* komunikasi yang lebar ini adalah kemungkinannya untuk mengakomodasi banyak *user*, meskipun dalam lingkungan *multipath*.

2.2 MIMO

Istilah yang digunakan untuk menunjukkan sistem komunikasi dengan menggunakan *multiple* antena pada kedua sisi *transmitter* dan *receiver* adalah sistem *multiple input multiple output* (MIMO) yang juga dikenal sebagai *multi element arrays* (MEA). Dalam sistem MIMO antena *transmitter* T digunakan sebagai media untuk melakukan pengiriman data (*transmisi*) dan antena *receiver* R untuk menerima sinyal transmisi. Data yang akan ditransmisikan dibagi ke dalam sejumlah T aliran, dan setiap aliran disalurkan ke antena yang berbeda. Sejumlah T antena *transmitter* adalah merupakan sinkronisasi-simbol, menggunakan frekuensi *band* yang sama dan konstelasi sinyal yang sama atau diasumsikan bidimensional. Energi simbol rata-rata ditetapkan dengan E_s dimana keseluruhan simbol cenderung sama.

Secara umum, sistem MIMO dapat memiliki beberapa unit jumlah antena *transmitter* dan antena *receiver*, kecuali untuk beberapa bagian dimana diindikasikan sebaliknya. Sistem MIMO dengan sejumlah T antena *transmitter* dan R antena *receiver* seringkali ditulis dengan sederhana sebagai sistem MIMO T,R. Kanalnya diasumsikan menjadi *frequency-flat* dengan *Rayleigh fading* lambat, dan direpresentasikan dengan matriks H, yang memiliki sejumlah R baris dan T kolom. Elemen-elemen matriksnya, h_{ij} merupakan fungsi transfer dari antena *transmitter* ke j ke antena *receiver* ke i , sebagaimana terlihat pada gambar 2.3. Bila matriks H diasumsikan sebagai *full-rank*, maka *rank*-nya sama dengan banyaknya antena *transmitter* T. Ini dikarenakan probabilitas dari matriks yang dibangkitkan secara random menyajikan baris-baris dan kolom-kolom non independen yang sangat mendekati nol. Kenyataannya, berarti bahwa antena *receiver* harus cukup berjarak. Keadaan ini sudah seharusnya dipertimbangkan dalam aplikasi nirkabel modern dimana frekuensi *carrier* berada di dalam *range* beberapa gigahertz, karenanya membutuhkan pemisahan menjadi beberapa centimeter.



Gambar 2.3. Pemodelan kanal MIMO

2.2.1 Parameter Kanal MIMO

MIMO adalah teknologi multi antenna yang memiliki kemampuan untuk meningkatkan kapasitas maupun kualitas kanal nirkabel. Misalnya, *transmitter* memiliki sejumlah T antenna, masing-masing mengirimkan sinyal yang berbeda, dan *receiver* menggunakan sejumlah R antenna. Sebuah sinyal dari sejumlah T antenna *transmitter* akan sampai pada setiap antenna *receiver* dalam keadaan tercampur baur atau acak. Efek ini secara matematis dinyatakan dalam respon kanal yang berbentuk matriks $R \times T$ [10]. Namun dengan bantuan lintasan propagasi radio jamak, akibat dari adanya berbagai obyek penghambur gelombang di sekeliling antenna, perangkat *receiver* dapat didesain untuk mampu memilah-milah sinyal yang berbeda tersebut.

Hubungan *input* dan *output* sistem MIMO dengan sejumlah T antenna *transmitter* dan R antenna *receiver* dapat dituliskan sebagai

$$y = Hx + \eta \dots\dots\dots(2.2)$$

x adalah vektor simbol yang ditransmisikan dengan dimensi $T \times 1$, y adalah vektor simbol yang diterima dengan dimensi $R \times 1$, η adalah *noise*, dan H adalah matriks koefisien kanal dengan dimensi $R \times T$. Matriks transisi $R \times T$ tersebut terdiri dari elemen-elemen h_{ij} yang menggambarkan bahwa antenna *receiver* ke i menerima superposisi setiap pengiriman pesan terkirim dari antenna *transmitter* ke j [11]. Penulisan persamaan matriksnya adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
H &= \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1T} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{R1} & h_{R2} & \cdots & h_{RT} \end{bmatrix} \\
h_{ij} &= \alpha + j\beta \\
&= \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \cdot e^{-j \arctg(\beta / \alpha)} \\
&= |h_{ij}| e^{j\varphi_{ij}} \dots\dots\dots(2.3)
\end{aligned}$$

Secara umum, sistem MIMO membutuhkan karakteristik *flat fading* pada tiap subkanal, dengan kata lain h_{ij} seharusnya bernilai kompleks. Dalam lingkungan penuh hamburan gelombang yang *non line of sight* (NLOS), penguatan kanal h_{ij} antara elemen antenna *transmitter* ke j dan antenna *receiver* ke i biasanya terdistribusi Rayleigh. Jika α dan β adalah independen dan merupakan variabel acak terdistribusi normal, maka h_{ij} adalah variabel acak terdistribusi Rayleigh. Oleh karena itu, jika kecepatan transmisi adalah cukup tinggi, maka untuk membuat keseluruhan kanal selektif frekuensi, kecepatan transmisi butuh pensinyalan OFDM untuk mendapatkan *flat fading* pada tiap subkanalnya. Dalam hal ini, skema OFDM sangat sesuai untuk diterapkan pada sistem MIMO.

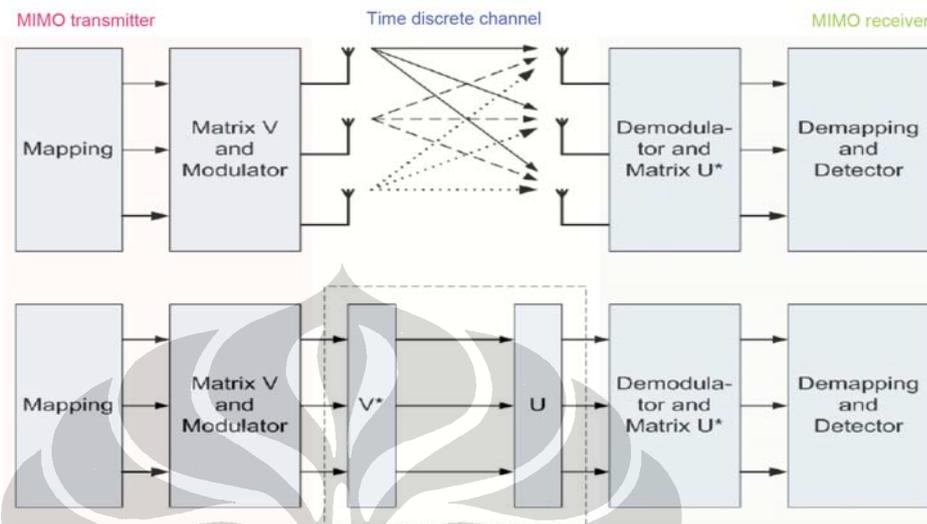
2.2.2 Aplikasi MIMO

Sistem MIMO dapat memanfaatkan keberadaan *multipath* untuk menciptakan sejumlah kanal ekuivalen yang seolah-olah terpisah satu sama lain, dimana pada kondisi normal keberadaan *multipath* justru merugikan karena menimbulkan *fading*. Aplikasi MIMO kemudian diarahkan untuk mencapai dua tujuan berbeda yang diwujudkan dalam *spatial multiplexing* dan *space time coding*.

2.2.2.1 Multipleks spasial

Multipleks spasial bertujuan untuk mencapai kapasitas kanal yang besar, dimana aliran data berlaju tinggi dipecah-pecah menjadi sejumlah aliran paralel sesuai dengan jumlah antenna *transmitter*, masing-masing dengan laju yang lebih rendah dari aliran aslinya. Sebelum masuk ke antenna, aliran-aliran data ini dilewatkan pada matriks khusus yang berfungsi menggabung-gabungkan sinyal dari semua aliran dengan kombinasi tertentu untuk ditransmisikan melalui setiap

antena. Ini merupakan suatu proses multipleks yang berlangsung pada dimensi spasial karena setiap kombinasi data paralel ditujukan ke salah satu antenna *transmitter*.



Gambar 2.4. Ekuivalensi kanal spasial *multiplexing*

Jika diasumsikan terdapat saluran umpan balik informasi dari antenna *receiver* ke *transmitter*, maka *receiver* dapat melakukan estimasi respon kanal dan mengumpambalikkan informasi ini kepada *transmitter*. *Transmitter* kemudian dapat mengetahui bagaimana seharusnya dia menata matriks multipleks agar dapat dicapai kapasitas kanal yang setinggi-tingginya.

Teknik yang diusulkan di sini adalah dengan menerapkan operasi dekomposisi nilai singular (*singular value decomposition* atau SVD) pada matriks respons kanal. Dua matriks unitaris yang biasa disimbolkan sebagai U dan V , yang dihasilkan oleh operasi ini adalah matriks multipleks dan matriks demultipleks yang harus digunakan oleh *transmitter* dan *receiver*. Konfigurasi sistem tersebut kemudian menjadi ekuivalen dengan sistem *transmitter-receiver* yang terhubung melalui sejumlah saluran paralel sebanyak T dan R , tergantung mana yang lebih kecil.

Bila T bernilai lebih kecil dari R , maka sistem ini seolah-olah memiliki T saluran yang terpisah satu sama lain untuk membawa T aliran data yang berbeda, masing-masing dengan laju rata-rata $1/T$ dari laju aliran data aslinya, padahal seluruh sistem multi antenna ini bekerja pada frekuensi yang sama. Dapat

disimpulkan telah terjadi penghematan penggunaan *bandwidth* sebesar 1/T kali, atau dengan kata lain terjadi peningkatan kapasitas kanal sebesar T kali. Bayangkan kondisi ekstremnya, dengan sedikitnya 10 antenna pada masing-masing sisi *transmitter* dan *receiver*, aliran data sebesar 1 Mbps dapat dikirimkan ke *receiver* dengan *bandwidth* sekitar 100 kHz saja apabila digunakan modulasi dengan efisiensi 1 bps/Hz. Atau dari sudut pandang yang berlawanan, lebar spektrum 100 kHz yang sebelumnya hanya mampu membawa sinyal 100 kbps, sekarang mampu mengangkut data berlaju 1 Mbps dengan menggunakan minimal 10 antenna pada setiap sisi.

Kapasitas kanal dapat dihitung lewat perumusan komunikasi kanal *fading* persamaan (2.2), yang oleh Shannon [12] ditulis

$$C_{1x1} = E \left[\log_2 \left(1 + \frac{P|h_{11}|^2}{\sigma_n^2} \right) \right] \text{ bps / Hz} \dots\dots\dots(2.4)$$

Untuk komunikasi lewat kanal *fading* MIMO yang memiliki dimensi RxT seperti persamaan (2.5),

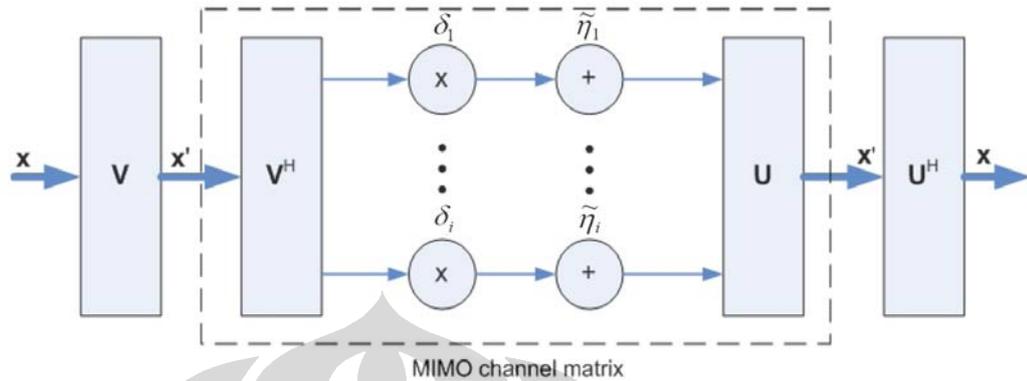
$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{R1} & h_{R2} & \dots & h_{RT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_R \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2.5)$$

maka dengan bantuan faktorisasi SVD, kapasitas kanal sistemnya dapat dihitung dengan menggunakan perumusan umum persamaan Shannon

$$\begin{aligned} C_{RxT} &= E \left[\log_2 \left(\det \left(I_{R_o} + \frac{P}{T\sigma_n^2} HH^h \right) \right) \right] \\ &= E \left[\sum_{i=1}^{\text{rank}(H)} \log_2 \left(1 + \frac{P}{T\sigma_n^2} \delta_i^2 \right) \right] \text{ bps / Hz} \dots\dots\dots(2.6) \end{aligned}$$

Terlihat bahwa kapasitas kanal sangat tergantung pada *rank* matriks korelasi HH^h . C adalah kapasitas kanal yang dihitung dalam [bps/Hz], E adalah ekspektasi pada semua realisasi kanal, P adalah daya rata-rata yang ditransmisikan pada kanal, H adalah penguatan kanal kompleks random, σ_n^2 adalah *varians noise*, I_{R_o} adalah matriks identitas berdimensi $\text{rank}(H)$ yang dilihat dari sisi *receiver*, T adalah jumlah kanal spasial, H^h adalah hermitian matriks H , $\text{rank}(H) \leq \min\{R,T\}$, δ_i^2 adalah kuadrat nilai singular yang berkaitan dengan daya dari tiap-

tiap kanal hasil dekomposisi matriks HH^h dan P/σ_n^2 adalah rasio *signal-to-noise* (SNR) rata-rata pada setiap sisi *receiver*.



Gambar 2.5. Ekuivalensi kanal matriks MIMO

Pencapaian kapasitas lebih lanjut dapat dicapai dengan menerapkan *spatial waterfilling* dengan laju sub aliran (*substream*) transmisi yang lebih cepat melalui kanal dengan SNR yang lebih tinggi.

2.2.2.2 Space Time Code

Jenis aplikasi MIMO yang lain adalah *space-time coding* (STC). Tujuannya adalah mendapatkan kualitas sinyal setinggi mungkin dengan memanfaatkan teknik *diversity* pada *transmitter* dan *receiver*. *Diversity* secara konvensional diterapkan dengan memasang lebih dari satu antena pada sisi *receiver*, dengan harapan bahwa kualitas sinyal yang diterima dapat ditingkatkan dari sistem satu antena dalam kondisi kanal *fading* dengan adanya *multipath*.

Besarnya peningkatan ini diukur dengan parameter penguatan *diversity*, yang harganya makin meningkat dengan makin besarnya tingkat *diversity* R, yaitu jumlah antena yang digunakan pada *receiver*. Penggunaan STC pada sistem MIMO dengan sejumlah T antena *transmitter* dan R antena *receiver* menjanjikan kenaikan tingkat *diversity* menjadi $T \times R$. Sebagai gambaran, dengan 4 antena pada masing-masing *transmitter* dan *receiver*, sistem MIMO dengan STC diharapkan mampu menyediakan tingkat *diversity* yang setara dengan metode konvensional menggunakan 16 antena pada *receiver*.

2.3 OFDM

OFDM yang terkadang juga disebut *discrete multitone modulation* (DMT) adalah suatu teknik transmisi modulasi yang berangkat dari ide dasar *frequency division multiplexing* (FDM), dimana setiap frekuensi subkanal membawa aliran data termodulasi saling tegak lurus (*orthogonal*) satu sama lainnya. Hal ini amat mempermudah desain pada sisi *transmitter* dan *receiver* karena filter yang terpisah tidak diwajibkan untuk setiap subkanal. Sifat *orthogonal* juga menyediakan efisiensi spektral yang tinggi dimana spektrum frekuensi antar *subcarrier* dapat saling tumpang tindih selama sinyal *subcarriernya* saling tegak lurus. Meskipun prinsip dan beberapa keuntungan telah dikenal sejak tahun 1960an, namun OFDM baru belakangan ini digunakan untuk komunikasi *wideband* dengan adanya komponen *low-cost digital signal processing*.

Satu prinsip kunci OFDM adalah bahwa skema modulasi *low-rate* (durasi simbolnya relatif panjang dibanding karakteristik waktu kanal) sedikit menderita karena ISI yang disebabkan oleh *multipath*, maka ini lebih efektif untuk mentransmisikan jumlah aliran paralel *low-rate* dibanding aliran *single high-rate*. OFDM mencapai ini dengan membagi spektrum frekuensi yang tersedia ke dalam beberapa subkanal, kemudian mentransmisikan aliran data *low-rate* tadi pada setiap subkanal dengan menggunakan konstelasi atau skema modulasi standar berupa PSK, QAM dan atau lainnya. Ini berarti bahwa pengaruh kanal adalah secara garis besar konstan (*flat*) pada subkanal *narrowband*, menjadikan hubungan penggunaan yang jauh lebih mudah pada *receiver*. Karena durasi tiap simbolnya adalah panjang, sehingga sangat bisa untuk menyelipkan *guard interval* diantara simbol OFDM dan kemudian mengeliminasi ISI.

2.3.1 Konsep OFDM

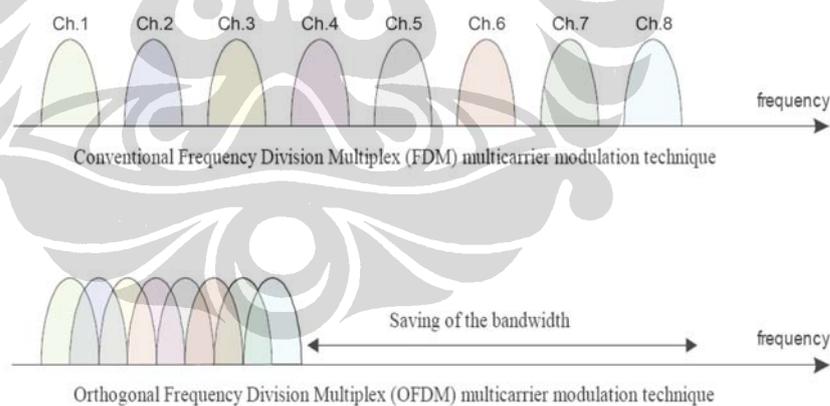
Salah satu fenomena yang terjadi dalam sistem transmisi radio adalah *multipath fading*, yaitu terjadinya fluktuasi daya terima di *receiver* akibat sinyal transmisi merambat melalui jalur lintasan (*fading*) yang berbeda-beda. Sinyal yang diterima merupakan penjumlahan dari sinyal yang dikirim pada beberapa lintasan dengan redaman dan waktu tunda (*delay*) yang bervariasi. Pada sistem *wideband*, apabila *bandwidth* transmisi lebih lebar dibandingkan dengan *bandwidth* koheren, maka sinyal akan mengalami *frequency selective fading*, yaitu

sinyal akan mengalami perlakuan (respon) yang berbeda oleh kanal untuk tiap spektrum frekuensinya, baik itu respon fasa maupun amplitude.

Pada sistem OFDM, *bandwidth* subkanal lebih sempit dibandingkan *bandwidth* koheren, sehingga masing-masing subkanal tersebut akan mengalami *flat fading* dan akan membuat proses rekonstruksi sinyal di *receiver* menjadi lebih mudah. Penggunaan *discrete Fourier transform* (DFT) merupakan alat untuk menghasilkan *subcarrier* yang *orthogonal* dan merupakan penyederhanaan terhadap penggunaan susunan *oscillator* lokal.

2.3.2 Orthogonalitas OFDM

Pada sistem transmisi data paralel konvensional (FDM *Multicarrier*), total *bandwidth* (*bandwidth* kanal) sinyal dibagi menjadi N subkanal (*subcarrier*) yang tidak saling tumpang tindih. Masing-masing *subcarrier* dimodulasi dengan simbol yang terpisah dan selanjutnya N *subcarrier* tersebut dimultipleks pada domain frekuensi [13]. Hal ini dimaksudkan untuk mencegah ICI yaitu dengan menggunakan *subcarrier* yang saling tidak tumpang tindih, akan tetapi hal ini menyebabkan penggunaan *bandwidth*nya menjadi tidak efisien.



Gambar 2.6. Penggunaan spektrum FDM dan OFDM

Untuk meningkatkan efisiensi *bandwidth* bahkan hingga 50%, maka OFDM menggunakan spektrum yang saling tumpang tindih dimana spektrum dari tiap-tiap *subcarrier*nya mempunyai harga nol pada frekuensi pusat *subcarrier* lainnya. Frekuensi *subcarrier* yang satu dengan lainnya menggunakan frekuensi saling tegak lurus (*orthogonal*). *Orthogonalitas* menunjukkan hubungan antar

sinyal yang saling bebas secara statistik sehingga menghindari interferensi antar *subcarrier* yang berdekatan.

Sebagai verifikasi sifat *orthogonalitas* dari tiap-tiap *subcarrier* maka dilakukan *down converting* sinyal yang diterima dengan konjugasi sinyal *sinusoidal* domain waktu $c_k^*(t) = e^{-j2\pi f_k t}$ dan mengintegrasinya sepanjang T_s detik. Misalkan simbol serial termodulasi QPSK dengan periode simbol T dibagi ke dalam sejumlah N aliran pengganti paralel. Setelah konversi paralel N maka periode simbol pada setiap aliran pengganti meningkat menjadi $T_s = TxN$. Sinyal *baseband* ekuivalen yang disusun dari sejumlah N aliran paralel ditulis

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} X_{n,k} e^{j2\pi f_k (t-T_s)} \dots\dots\dots(2.7)$$

$X_{n,k}$ adalah simbol modulasi QPSK yang ditransmisikan pada *subcarrier* ke k dari simbol OFDM ke n dan f_k adalah frekuensi pusat *subcarrier* ke k . Jika spasi frekuensi di antara dua *subcarrier* adalah merupakan kelipatan $1/T_s$ atau $f_k = \frac{k}{T_s}$, dimana k adalah bilangan bulat, maka *down-converting* sinyal yang diterima adalah

$$\begin{aligned} \hat{X}_k &= \frac{1}{2T_s} \int_{-T_s}^{T_s} \left[\sum_{k=0}^{N-1} X_k c_k(t) \right] c_k^*(t) dt \\ &= \frac{1}{2T_s} \int_{-T_s}^{T_s} \left[\sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi f_{k_1} t} \right] e^{-j2\pi f_{k_2} t} dt \\ &= \frac{1}{2T_s} \int_{-T_s}^{T_s} \left[\sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi \frac{k_1}{T_s} t} \right] e^{-j2\pi \frac{k_2}{T_s} t} dt \\ &= \frac{1}{2T_s} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \int_{-T_s}^{T_s} e^{j2\pi \frac{t}{T_s} (k_1 - k_2)} dt \\ &= \frac{1}{2T_s} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \int_{-T_s}^{T_s} e^{j2\pi \frac{t}{T_s} \Delta k} dt \\ &= \frac{1}{2T_s} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \left[\int_{-T_s}^{T_s} \cos\left(2\pi \Delta k \frac{t}{T_s}\right) dt + j \int_{-T_s}^{T_s} \sin\left(2\pi \Delta k \frac{t}{T_s}\right) dt \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2T_s} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \left[\frac{\sin(2\pi \Delta k)}{\pi \Delta k} + 0 \right] \\
&= \sum_{k=0}^{N-1} X_k \left[\frac{\sin(2\pi \Delta k)}{2\pi \Delta k} \right] \\
&= \sum_{k=0}^{N-1} X_k \operatorname{sinc}(2\pi \Delta k) \\
&= \sum_{k=0}^{N-1} X_k \operatorname{sinc}(2\pi(k_1 - k_2))
\end{aligned}$$

$$\hat{X}_k = \begin{cases} X_k & , \text{ untuk } k_1 = k_2 \\ 0 & , \text{ untuk } k_1 \neq k_2 \end{cases} \dots\dots\dots(2.8)$$

Hasil tersebut di atas dicapai oleh karena integrasi :

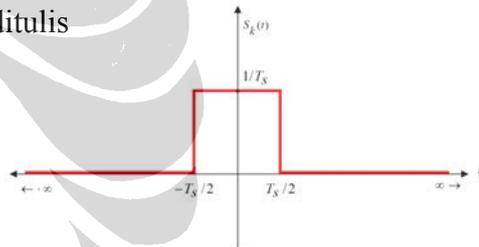
$$\begin{aligned}
\int_{-T_s}^{T_s} \cos \left[\frac{2\pi \Delta k}{T_s} t \right] dt &= \left[\frac{T_s}{2\pi \Delta k} t \right] \int_{-T_s}^{T_s} \cos \left[\frac{2\pi \Delta k}{T_s} t \right] d \left[\frac{2\pi \Delta k}{T_s} t \right] \\
&= \frac{T_s}{2\pi \Delta k} \left[\sin \left(\frac{2\pi \Delta k}{T_s} t \right) \right]_{-T_s}^{T_s} \\
&= \frac{T_s}{2\pi \Delta k} [\sin(2\pi \Delta k) - \sin(-2\pi \Delta k)] \\
&= \frac{T_s}{2\pi \Delta k} [(\sin(2\pi \Delta k)) - (-\sin(2\pi \Delta k))] \\
&= T_s \frac{\sin 2\pi \Delta k}{\pi \Delta k}
\end{aligned}$$

dan integrasi :

$$\begin{aligned}
j \int_{-T_s}^{T_s} \sin \left[\frac{2\pi \Delta k}{T_s} t \right] dt &= j \left[\frac{T_s}{2\pi \Delta k} \right] \int_{-T_s}^{T_s} \sin \left[\frac{2\pi \Delta k}{T_s} t \right] d \left[\frac{2\pi \Delta k}{T_s} t \right] \\
&= j \frac{T_s}{2\pi \Delta k} \int_{-T_s}^{T_s} \sin \left[\frac{2\pi \Delta k}{T_s} t \right] d \left[\frac{2\pi \Delta k}{T_s} t \right] \\
&= -j \frac{T_s}{2\pi \Delta k} \left[\cos \left(\frac{2\pi \Delta k}{T_s} t \right) \right]_{-T_s}^{T_s}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -j \frac{T_s}{2\pi \Delta k} [\cos(2\pi \Delta k) - \cos(-2\pi \Delta k)] \\
&= -j \frac{T_s}{2\pi \Delta k} [\cos(2\pi \Delta k) - \cos(2\pi \Delta k)] \\
&= 0
\end{aligned}$$

Dengan demikian *subcarrier-subcarrier* tersebut terbukti menjadi saling tegak lurus sempurna satu dengan yang lainnya. Sebagaimana terlihat pada gambar 2.7 dan persamaan (2.8), maka diketahui bahwa $\text{sinc}(2\pi(k_1 - k_2))$ akan sama dengan satu pada saat $f = 0$ (lihat Apendiks 1), dan akan nol untuk kelipatan bulat $1/T_s$. Oleh karenanya spasi *subcarrier* yang besarnya $1/T_s$ akan membolehkan *subcarrier* saling tumpang tindih dan simbol masih dapat diterima tanpa adanya interferensi terhadap *subcarrier-subcarrier* yang berdekatan. Bila simbol *subcarrier* direpresentasikan berupa pulsa kotak ideal dengan frekuensi *subcarrier* $1/T_s$, maka sinyal keluarannya [14] dapat ditulis

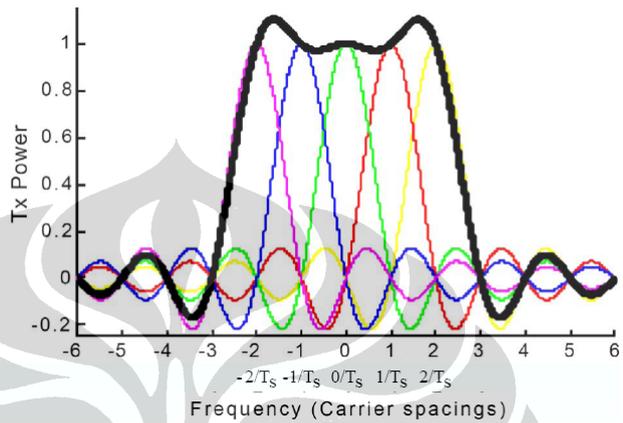
$$\begin{aligned}
s_k(t) &= \frac{1}{T_s} \text{II}\left(\frac{t}{T_s}\right) \\
&= \frac{1}{T_s} \text{rect}\left(\frac{t}{T_s}\right)
\end{aligned}$$


$$s_k(t) = \begin{cases} 1/T_s, & \text{untuk } |t| \leq T_s/2 \\ 0, & \text{untuk } |t| > T_s/2 \end{cases} \dots\dots\dots(2.9)$$

dan transformasi Fourier sinyalnya menghasilkan

$$\begin{aligned}
s_k(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} s_k(t) e^{-j2\pi f t} dt \\
&= \int_{-\infty}^{-T_s/2} (0) \cdot e^{-j2\pi f t} dt + \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \left(\frac{1}{T_s}\right) \cdot e^{-j2\pi f t} dt + \int_{T_s/2}^{\infty} (0) \cdot e^{-j2\pi f t} dt \\
&= \frac{1}{-j2\pi f T_s} e^{-j2\pi f t} \Big|_{-T_s/2}^{T_s/2} \\
&= \frac{1}{-j2\pi f T_s} (e^{-j2\pi f T_s/2} - e^{j2\pi f T_s/2}) \\
&= \frac{1}{\pi f T_s} \left(\frac{e^{j\pi f T_s} - e^{-j\pi f T_s}}{j2} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\pi f T_s} \sin(\pi f T_s) \\
&= \frac{\sin(\pi f T_s)}{\pi f T_s} \\
s_k(f) &= \text{sinc}(\pi f T_s) \dots\dots\dots(2.10)
\end{aligned}$$



Gambar 2.7. Spektrum *subcarrier* dalam satu spektrum sinyal OFDM

Metode modulasi OFDM sebagaimana yang diformulasikan pada persamaan (2.7), dapat diimplementasikan secara efisien dengan menggunakan algoritma IFFT.

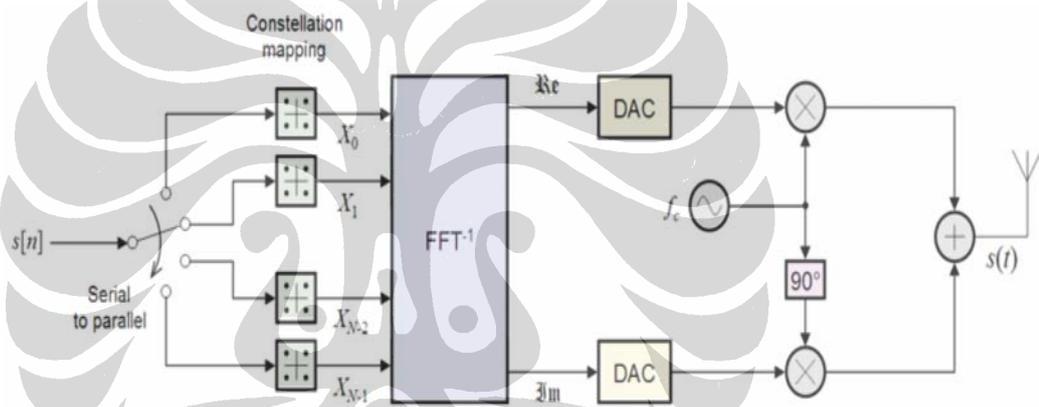
2.3.3 Prinsip Kerja OFDM

Gagasan dibalik OFDM adalah membagi laju transmisi data berkecepatan tinggi menjadi beberapa laju berkecepatan rendah yang ditransmisikan secara simultan dengan menggunakan *subcarrier* yang saling tegak lurus. Semula aliran serial digit biner $s[n]$ di demultipleks ke dalam N aliran paralel, yang nantinya digunakan sebagai masukan modulator pada masing-masing *subcarrier* yang saling tegak lurus dan dimultipleks untuk mendapatkan sinyal OFDM, dan masing-masing dipetakan ke aliran simbol yang menggunakan beberapa konstelasi modulasi. Konstelasi tersebut bisa jadi berbeda, sehingga beberapa aliran memiliki kecepatan bit yang lebih tinggi dari yang lainnya. *Invers* FFT setiap set simbol dihitung dengan menggunakan persamaan (2.11), kemudian diberi satu set sampel *domain* waktu kompleks

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \left[\sin\left(2\pi \frac{n}{N} k\right) - j \cos\left(2\pi \frac{n}{N} k\right) \right] \dots\dots\dots(2.11)$$

k adalah indeks frekuensi pada sejumlah N frekuensi *subcarrier*, n adalah indeks waktu, $x(k)$ adalah besar nilai spektrum untuk frekuensi ke k , dan $x(n)$ adalah besar nilai sinyal pada waktu n . Sampel-sampel tersebut kemudian di *quadrature-mix* oleh *passband* dengan cara standard. Selanjutnya komponen real dan imajiner di konversi ke domain analog dengan menggunakan *digital-to-analogue converters* (DACs). Sinyal analog kemudian digunakan untuk memodulasi gelombang *cosine* dan *sine* pada frekuensi *carrier* f_c secara bergantian berurutan. Sinyal-sinyal ini kemudian dijumlahkan untuk mendapatkan sinyal transmisi $s(t)$ sebagaimana terlihat pada gambar 2.8 [15].

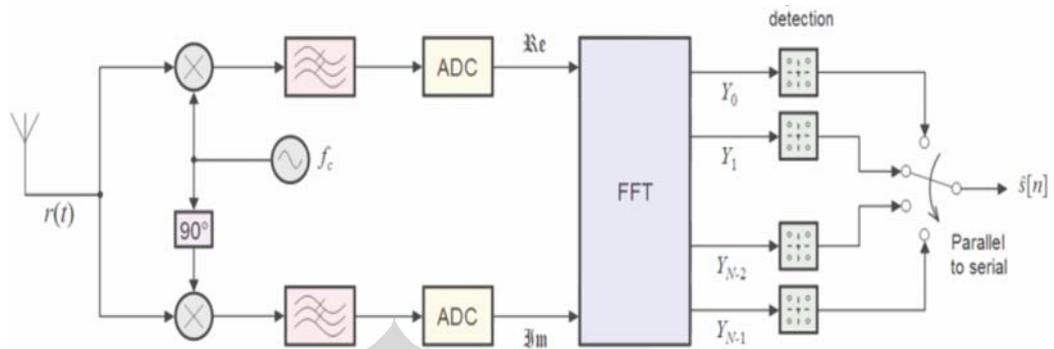
$$y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y(n) \left[\sin\left(2\pi \frac{k}{N} n\right) - j \cos\left(2\pi \frac{k}{N} n\right) \right] \dots\dots(2.12)$$



Gambar 2.8. Skema *transmitter* sistem OFDM

Sinyal terkirim $r(t)$ sampai di *receiver*, kemudian di *quadrature-mix* menuju *baseband* dengan menggunakan gelombang *cosine* dan *sine* pada frekuensi *carrier*. Ini juga menciptakan sinyal yang dipusatkan pada $2f_c$ untuk selanjutnya dibuang dengan menggunakan filter *low-pass*. Sinyal *baseband* kemudian di *sampling* dan didigitalkan dengan menggunakan *analogue-to-digital converters* (ADCs), kemudian *forward* FFT digunakan untuk mengkonversi balik ke domain frekuensi dengan menggunakan persamaan (2.12). Inilah perjalanan balik dari sejumlah N aliran paralel sinyal sebagaimana terlihat pada gambar 2.9, dimana masing-masing sinyal yang semula dalam domain waktu kemudian dikonversi ke dalam aliran biner dengan menggunakan detektor simbol yang tepat. Aliran-aliran ini selanjutnya direkombinasi ulang ke dalam aliran serial $\hat{s}[n]$,

yang mana merupakan suatu estimasi yang serupa dengan aliran biner asli (*original*) transmitter.



Gambar 2.9. Skema *receiver* sistem OFDM

