

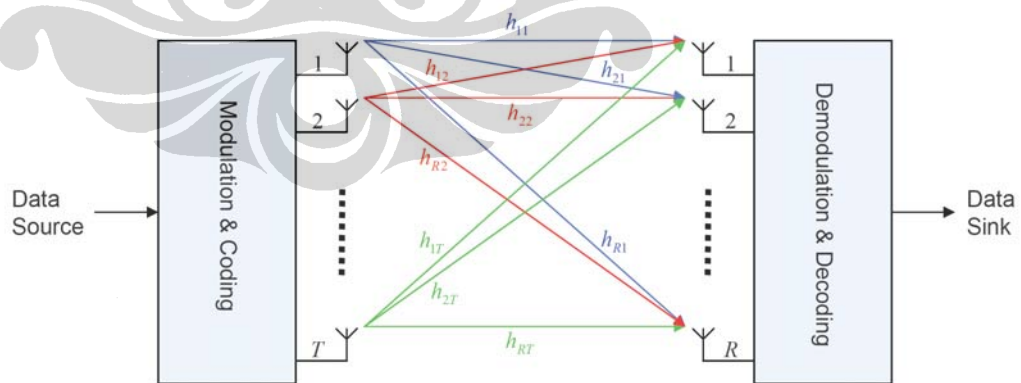
## BAB III

### PEMODELAN KANAL MIMO OFDM

Penerapan teknik *multiple input multiple output* (MIMO) yang terdiri dari beberapa antena *transmitter* dan *receiver*, dalam telekomunikasi dimaksudkan untuk memperbaiki kapasitas sistem. Metode yang digunakan pada penghitungan matriks kanal MIMO di sini adalah operasi *singular value decomposition* (SVD). SVD berguna untuk *mendecouple* matriks kanal ke dalam domain spasial, yang mana serupa dengan cara *discrete Fourier transform* (DFT) *mendecouple* kanal ke dalam domain frekuensi. Pembahasan bab ini berawal pada kanal *flat fading* tanpa *multipath*, kemudian menerapkan teknik tersebut ke dalam sistem OFDM dengan *multipath*.

#### 3.1 Matriks Kanal MIMO

Berikut ini dipaparkan mengenai analisa sistem transmisi yang menggunakan sejumlah  $T$  antena *transmitter* dan  $R$  antena *receiver* dengan kanal *flat fading* tanpa *multipath*.



Gambar 3.1. Konfigurasi kanal MIMO

Bila data yang ditransmisikan pada antena *transmitter* adalah  $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_T]^T$ , dan data yang diterima pada antena *receiver* adalah  $y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_R]^T$ , serta

$h_{ij}$  adalah koefisien kanal antara antenna *transmitter* ke  $j$  dan antenna *receiver* ke  $i$  sebagaimana terlihat pada gambar 3.1 yang dalam bentuk matriks kanalnya ditulis

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1T} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{R1} & h_{R2} & \cdots & h_{RT} \end{bmatrix}, \text{ maka hubungan antara } x \text{ dan } y \text{ dapat dituliskan dengan}$$

persamaan matriks

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1T} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{R1} & h_{R2} & \cdots & h_{RT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_R \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.1)$$

atau dalam bentuk persamaan matematis berikut yang ditulis sama dengan analogi persamaan (2.2)

$$y_i = \sum_{j=1}^T h_{i,j} x_j + \eta_i \dots\dots\dots(3.2)$$

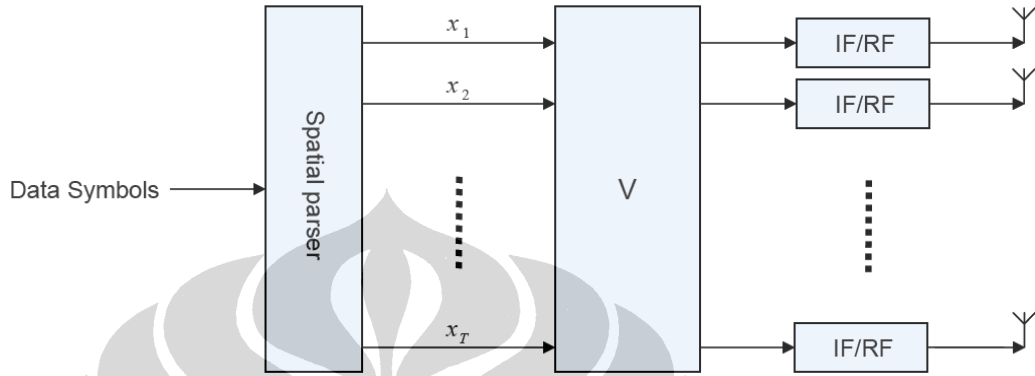
$\eta$  adalah vektor *additive white Gaussian noise* (AWGN) kompleks dengan *power distribution function* (pdf)  $N(0, \sigma^2)$ , dan notasi  $[ ]^T$  adalah operasi transpose matriks.

Jika kolom dan baris dari matriks  $H$  adalah independen satu terhadap yang lainnya, maka dengan menggunakan metode faktorisasi SVD, matriks kanalnya dapat didekomposisi ke dalam bentuk perkalian dari tiga matriks berikut

$$H = U \Sigma V^h \dots\dots\dots(3.3)$$

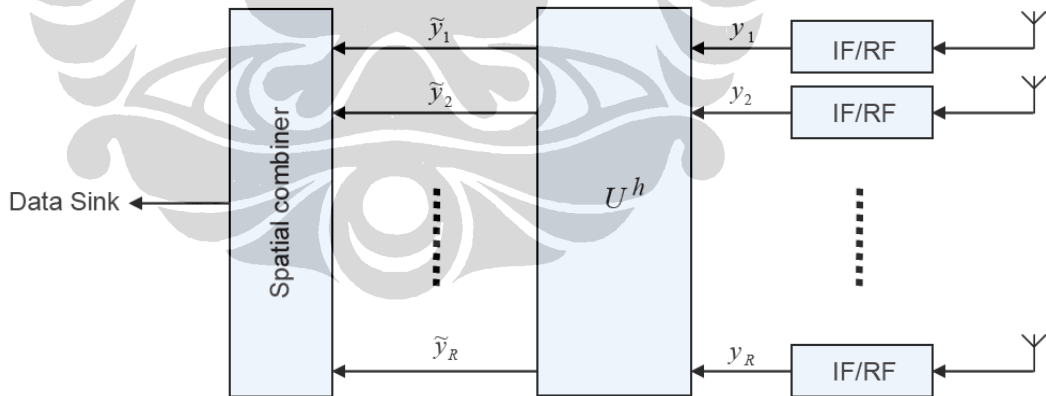
$U$  dan  $V$  adalah matriks unitaris non singular *orthogonal* dengan nilai absolut 1, dimana transposenya merupakan invers dari matriks itu sendiri.  $V^h$  adalah hermit atau transposisi kompleks konjugasi matriks unitaris  $V$ .  $U$  memiliki dimensi  $R \times R$  dan dibentuk oleh vektor eigen orthonormal matriks korelasi  $HH^h$ , vektor kolom *orthogonalnya* memuat vektor kiri singular matriks  $H$ .  $V$  memiliki dimensi  $T \times T$  dibentuk oleh vektor eigen orthonormal matriks korelasi  $H^hH$ , vektor kolom *orthogonalnya* memuat vektor singular kanan matriks  $H$ .  $\Sigma$  adalah matriks diagonal berdimensi  $R \times T$  yang entri-entri-nya adalah nilai *singular* matriks  $H$  pada diagonal utama, dimana elemennya bernilai positif atau nol.

Pada skema *transmitter* berdasar operasi SVD, data simbol dibagi ke dalam aliran spasial oleh *spatial parser*, kemudian dikalikan dengan kolom  $V$  guna mendapatkan simbol-simbol yang akan dikirim ke kanal untuk ditransmisikan oleh masing-masing antena.



Gambar 3.2. Prefilter  $V$  transmitter MIMO berbasis SVD

Sedangkan pada skema *receiver*, masing-masing sinyal yang diterima dikalikan dengan matriks  $U^h$  untuk memisahkan aliran *spatial data*, kemudian resultan simbolnya digabung kembali di dalam *spatial combiner*.



Gambar 3.3. Postfilter  $U$  receiver MIMO berbasis SVD

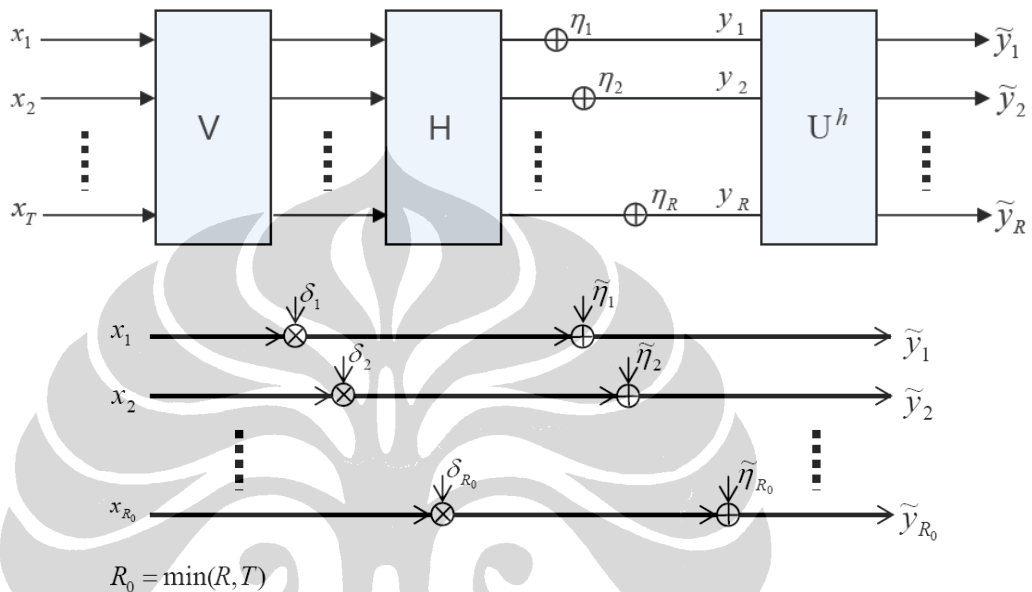
Dari uraian di atas diketahui bahwa  $x$  dipremultiplikasi dengan *prefilter*  $V$  dan  $y$  dengan *postfilter*  $U^h$ , sehingga persamaan (2.2) ditulis menjadi

$$y = HVx + \eta \quad \dots\dots\dots(3.4)$$

$$\tilde{y} = U^h y \quad \dots\dots\dots(3.5)$$

Substitusi persamaan (3.4) ke dalam (3.5), menghasilkan persamaan

$$\begin{aligned}
 \tilde{y} &= U^h (HVx + \eta) \\
 &= U^h ((U\Sigma V^h)Vx + \eta) \\
 &= U^h U \Sigma V^h Vx + U^h \eta \\
 \tilde{y} &= \Sigma x + \tilde{\eta} \dots\dots\dots(3.6)
 \end{aligned}$$



Gambar 3.4. Ekuivalensi kanal Gaussian paralel independen

Jika  $T = R$ , maka  $\Sigma$  merupakan matriks bujursangkar, jumlah antenna *transmitter* sama banyaknya dengan antenna *receiver*.  $U$  dan  $V$  akan menjadi matriks unitaris berdimensi  $R \times R$ .  $\Sigma$  akan menjadi matriks bujursangkar berdimensi  $R \times R$ , elemen diagonalnya  $(\delta_i)$  memiliki indeks  $i = 1, 2, \dots, R_0$ , seperti yang terlihat pada persamaan (3.7) dimana  $R_0$  merupakan *rank* matriks  $H$  yang nilainya sama dengan banyaknya jumlah antenna *receiver*  $R$  maupun *transmitter*  $T$ . Oleh karena setiap nilai singularnya selalu bernilai positif, maka matriks respon kanalnya  $H$  dikategorikan sebagai matriks *full rank*.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \delta_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \delta_{R_0} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.7)$$

Jika  $T > R$ , jumlah antenna *transmitter* lebih banyak dari antenna *receiver*.  $\mathbf{U}$  akan menjadi matriks berdimensi  $R \times R$ ,  $\mathbf{V}$  akan menjadi matriks berdimensi  $T \times T$ , dan  $\mathbf{\Sigma}$  akan menjadi matriks persegi  $R \times T$  yang terdiri dari matriks bujursangkar dengan diagonal berorde  $R_0 = R$  yang diikuti sebanyak  $T - R$  kolom nol, persamaan (3.8). Matriks  $\mathbf{V}$  disini memiliki  $T - R$  baris yang berguna untuk berhubungan dengan sejumlah  $T$  kanal spasial. Ini berarti hanya elemen  $T - R$  pertama dari vektor *transmitter*  $\mathbf{x}$  saja yang digunakan dan elemen lainnya dinolkan. Sedangkan kasus ekstrim yang bisa terjadi adalah ketika hanya ada satu antenna *receiver* dengan sejumlah  $T$  antenna *transmitter*, sehingga hanya ada satu kanal spasial yang mungkin. *Receiver* memiliki  $\mathbf{U}$  yang bermatriks  $1 \times 1$  dan hanya ada satu kolom  $\mathbf{V}$  yang bisa digunakan.

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \delta_2 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \delta_{R_0} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{R \times T} \dots \dots \dots (3.8)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_R$ 
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{T-R}$

Ketika  $T < R$ , jumlah antenna *receiver* lebih banyak dibanding antenna *transmitter*.  $\mathbf{U}$  akan menjadi matriks berdimensi  $R \times R$ ,  $\mathbf{V}$  akan menjadi matriks berdimensi  $T \times T$ , dan  $\mathbf{\Sigma}$  akan menjadi matriks persegi  $R \times T$  yang terdiri dari matriks bujursangkar dengan diagonal berorde  $R_0 = T$  yang diikuti sebanyak  $R - T$  baris nol, persamaan (3.9). Kasus ekstrim yang bisa terjadi, ketika hanya ada satu antenna *transmitter* dengan sejumlah  $R$  antenna *receiver*.

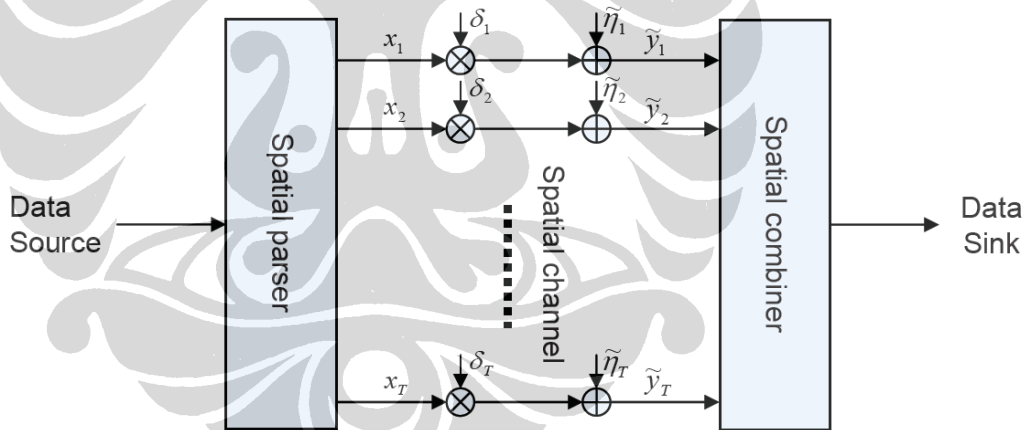
$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \delta_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \delta_{R_0} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \} \\ \} \\ \} \\ \} \\ \} \\ \} \\ \} \\ \} \end{array} \right\} \begin{array}{l} T \\ R - T \end{array} \dots \dots \dots (3.9)$$

### 3.2 Kanal Fading Flat Paralel

Oleh karena  $\Sigma$  adalah matriks diagonal dengan nilai singular berbilang tak nol pada diagonal utamanya, maka persamaan (3.6) dapat ditulis

$$\begin{aligned} \tilde{y}_i &= \sum_{ii} x_i + \tilde{\eta}_i \\ \tilde{y}_i &= \delta_i x_i + \tilde{\eta}_i \dots\dots\dots(3.10) \end{aligned}$$

Sistem MIMO persamaan (2.5) kini telah menjadi sistem ekuivalen yang punya kumpulan kanal paralel dengan penguatan  $\delta_i$ . Jumlah kanal bergantung pada nilai minimum (R,T) tanpa melampaui  $rank(H)$ , tergantung antenna mana yang lebih sedikit. Semula *noise*  $\eta_i$  diasumsikan sebagai Gaussian, maka *noise*  $\tilde{\eta}_i$  juga adalah Gaussian setelah mengalami transformasi unitaris  $U^h$ , sehingga dapat diasumsikan menjadi *white* secara spasial jika tidak ada hubungan antara vektor kolom  $U$  dan vektor *noise*  $\eta$ , dengan distribusi  $N(0, \sigma^2)$  yang serupa pada *receiver*.



Gambar 3.5. Model ekuivalen kanal spasial *fading* flat paralel

Gambar ekuivalensi kanal spasial *fading* flat paralel di atas memperlihatkan sejumlah T aliran data paralel yang ditransmisikan dalam ekuivalen kanal *spasial orthogonal*, dengan  $\delta_i$  disimbolkan sebagai penguatan kanal spasial yang dapat digunakan untuk mengestimasi *bit error rate* (BER) pada *receiver*. *Power* yang diterima pada *receiver* dapat ditulis dengan persamaan  $E\langle(\tilde{y}_i)(\tilde{y}_i)^*\rangle = E\langle(\delta_i x_i)(\delta_i x_i)^*\rangle + E\langle(\tilde{\eta}_i)(\tilde{\eta}_i)^*\rangle$ , dimana setiap elemen dari

sinyal yang diterima pada *receiver* dikalikan dengan *complex conjugate*-nya masing-masing, sehingga diperoleh analogi persamaan berikut

$$E\langle |\tilde{y}_i|^2 \rangle = \delta_i^2 E\langle |x_i|^2 \rangle + E\langle |\tilde{n}_i|^2 \rangle \dots\dots\dots(3.11)$$

Elemen  $E\langle |x_i|^2 \rangle$  merupakan *power* sinyal yang diterima oleh *receiver* dan  $\delta_i^2$  merupakan besaran scalar penguatan kanal yang nilainya bisa lebih besar atau kurang dari satu, tergantung pada atenuasi atau amplifikasi sinyal oleh kanal, dan  $E\langle |\tilde{n}_i|^2 \rangle$  adalah *power noise* yang diasumsikan sama dengan  $\sigma^2$ . Sehingga rasio *signal to noise* (SNR) pada *receiver* dapat diketahui

$$SNR = \frac{|x_i|^2 |\delta_i|^2}{|\tilde{n}_i|^2} \dots\dots\dots(3.12)$$

Bila diasumsikan kanal adalah statis dan sinyal modulus konstan, maka SNR per kanal spasial dapat ditulis

$$SNR_i = \frac{|\delta_i|^2}{|\tilde{n}_i|^2}$$

$$SNR_i = \frac{\delta_i^2}{\sigma^2} \dots\dots\dots(3.13)$$

Probabilitas *bit error* kanal spasialnya dihitung dengan menggunakan persamaan [16]

$$P_i = Q \sqrt{\frac{2 E_b^2}{N_o}} \dots\dots\dots(3.14)$$

$Q$  adalah *Q function* dan  $E_b$  adalah energi efektif per bit pada *receiver*. Bila diasumsikan konstelasi modulasi yang digunakan punya *power* satuan, maka energi yang diterima per bit sama dengan  $|\delta_i|^2$ . Sedangkan  $\frac{N_o}{2}$  adalah *power spectral density* pada AWGN yang setara dengan  $\sigma^2$ . Dengan demikian persamaan *probabilitas bit error* kanal spasialnya dapat ditulis

$$P_i = Q \sqrt{\frac{E_b^2}{N_o / 2}}$$

$$= Q \sqrt{\frac{\delta_i^2}{\sigma^2}}$$

$$\begin{aligned}
&= Q\sqrt{SNR_i} \\
&= Q\left(\frac{\delta_i}{\sigma}\right) \dots\dots\dots(3.15)
\end{aligned}$$

Bila  $i$  adalah indeks kanal spasial dan  $T$  adalah jumlah kanal spasial, maka probabilitas *error* keseluruhan BER untuk *frame* dapat dihitung dengan persamaan

$$\begin{aligned}
P_{average} &= \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T P_i \\
&= \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T Q\left(\frac{\delta_i}{\sigma}\right) \dots\dots\dots(3.16)
\end{aligned}$$

### 3.3 Model MIMO OFDM Dengan Multipath

Pembahasan semula diasumsikan bahwa tak ada *resolvable multipath* dan karenanya kanal adalah *fading flat*. Asumsi ini bisa diterapkan pada kasus dimana kecepatan simbolnya lambat dan semua komponen *multipath* tiba masih dalam masa durasi simbol. Namun kondisi dimana sistem beroperasi dalam lingkungan *indoor* yang mana waktu *delay multipath* adalah lebih atau sama dengan kecepatan simbolnya, maka adalah perlu untuk turut mempertimbangkan *resolvable multipath* dalam analisa kanal MIMO. Misalkan sinyal yang ditransmisikan dari *transmitter* ditulis  $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_T]^T$ , sinyal yang diterima pada *receiver* ditulis  $y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_R]^T$ , dan vektor *noisenya* ditulis  $\eta = [\eta_1 \ \eta_2 \ \dots \ \eta_R]^T$ , maka hubungan antara sinyal yang diterima pada antena *receiver* ke  $r$  dan sinyal yang ditransmisikan pada antena *transmitter* ke  $t$  dapat dituliskan dengan persamaan

$$y_r(n) = \sum_{t=1}^T \sum_{k=0}^{K-1} x_t(n-k)h_{rt}(k) + \eta_r(t) \dots\dots\dots(3.17)$$

$x_t(n)$  adalah simbol ke  $n$  yang ditransmisikan pada antena *transmitter* ke  $t$ .

$y_r(n)$  adalah simbol ke  $n$  yang diterima pada antena *receiver* ke  $r$ .



$h_r(k)$  adalah *Rayleigh fading tap* ke  $k$  yang terkorelasi spasial dari antenna *transmitter* ke  $t$  ke antenna *receiver* ke  $r$ . Nilai maksimum *resolvable tap* dari antenna *transmitter* ke antenna *receiver* adalah sama dengan  $K$ .

Dengan asumsi bila *cyclic prefix* menjadi lebih panjang dibanding jumlah dari *resolved tap* akhir, *timing error*, *perfect timing* dan sinkronisasi frekuensi, maka DFT kanal *tap* menghasilkan suatu resultan *tap* dalam domain frekuensi yang *didecouple*. *Tap* diasumsikan linear, *time invariant* dan stabil BIBO (lihat Apendiks 2) [17]. Oleh karena itu superposisi dapat digunakan untuk tiap set *tap* dari antenna *transmitter*  $t$  ke antenna *receiver*  $r$ , sehingga menghasilkan vektor *tap* frekuensi yang berhubungan ke tiap-tiap pasangan antenna *transmitter/receiver*. Dengan analogi persamaan (3.2), maka hubungan antara sinyal yang diterima pada antenna *receiver* dan yang ditransmisikan pada antenna *transmitter* dapat ditulis dalam domain frekuensi berikut ini

$$y_r^f = \sum_{t=1}^T h_{rt}^f x_t^f + \eta_r^f \dots\dots\dots(3.18)$$

Notasi *subscript* menandakan domain spasial dan *superscript* menandakan domain frekuensi. Matriks  $h_{rt}^f$  berhubungan dengan penguatan kanal index  $f$  untuk pasangan antenna *receiver/transmitter*  $r$  dan  $t$ .  $\eta_r^f$  adalah respons *noise* dalam sub kanal  $f$  pada *receiver*  $r$  atau *white* dalam domain frekuensi dengan satu sisi *power spectral density*  $N_o$  atau  $N(0, \sigma^2)$  yang mana serupa dengan AWGN dalam domain waktu pada *receiver*. Penulisan persamaan (3.18) ke dalam bentuk persamaan matriks adalah

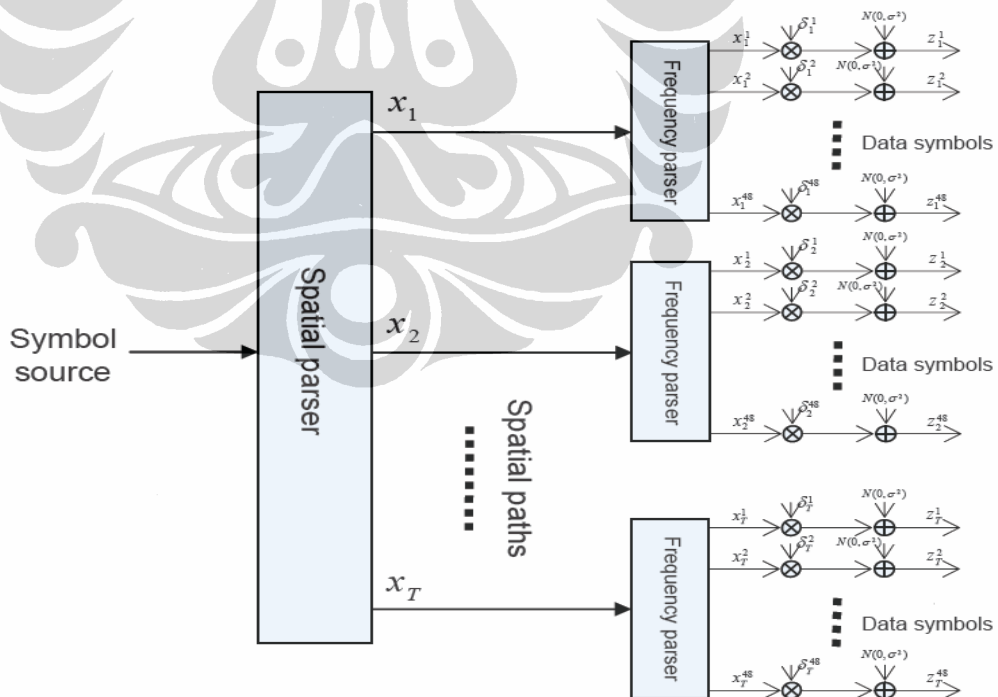
$$\begin{bmatrix} y_1^f \\ y_2^f \\ \vdots \\ y_R^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}^f & h_{12}^f & \dots & h_{1T}^f \\ h_{21}^f & h_{22}^f & \dots & h_{2T}^f \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{R1}^f & h_{R2}^f & \dots & h_{RT}^f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^f \\ x_2^f \\ \vdots \\ x_T^f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_1^f \\ \eta_2^f \\ \vdots \\ \eta_R^f \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.19)$$

Bila diasumsikan bahwa DFT yang digunakan adalah DFT OFDM 64 point maka ada 48 persamaan demikian yang berhubungan ke setiap sub kanal, sehingga operasi SVD dapat diterapkan pada tiap-tiap matriksnya untuk mendapatkan *output* diagonal. Jumlah seluruh frekuensi tersedia yang bisa digunakan untuk modulasi ada 52, yang terdiri dari 48 simbol untuk transmisi data

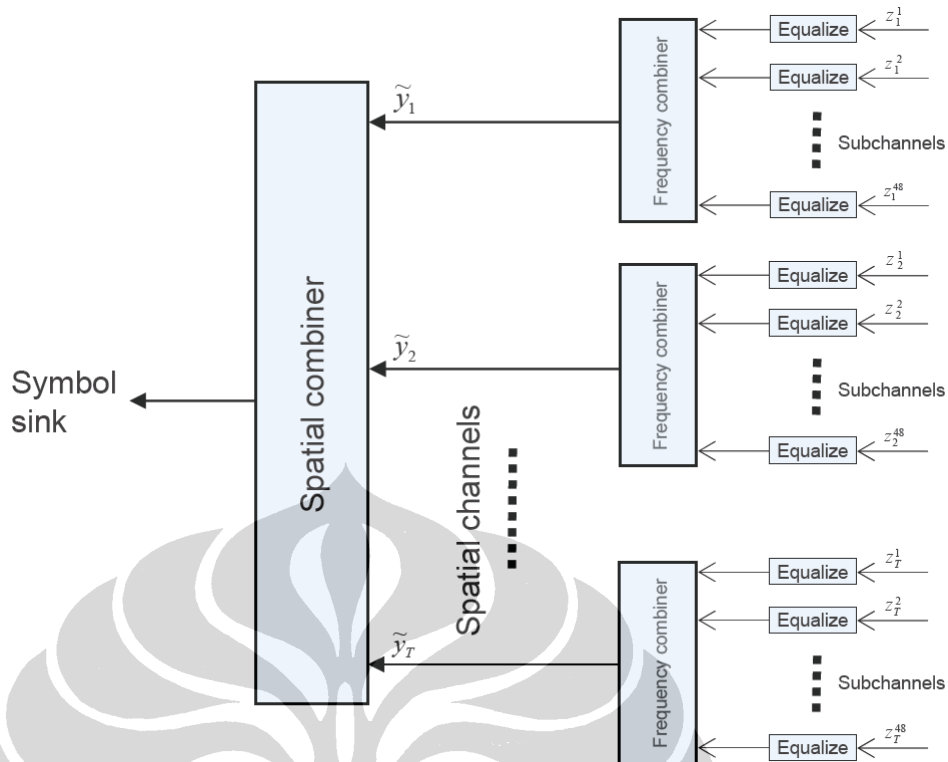
dan 4 simbol pilot untuk estimasi kanal. 11 *point* lainnya diset nol selama operasi FFT berlangsung dan 1 *point* tersisa tidak digunakan. Bila dilakukan premultiplikasi dengan *prefilter*  $\mathbf{V}$  pada sisi *transmitter* dan postmultiplikasi dengan *postfilter*  $\mathbf{U}^h$  pada sisi *receiver*, serta dengan asumsi  $R_0 = R = T$ , maka didapatkan persamaan

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}_1^f \\ \tilde{y}_2^f \\ \vdots \\ \tilde{y}_T^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1^f & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \delta_2^f & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \delta_T^f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^f \\ x_2^f \\ \vdots \\ x_T^f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\eta}_1^f \\ \tilde{\eta}_2^f \\ \vdots \\ \tilde{\eta}_T^f \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.20)$$

Sebagaimana terlihat pada gambar 3.6, kanal dapat disusun dengan menggunakan model kanal ekuivalen untuk *transmitter*. Terlihat hanya ada 48 sub kanal data yang berkaitan dengan skema OFDM, namun modelnya masih dapat dikembangkan secara luas untuk seluruh sub kanal yang digunakan. *Receiver* juga dapat dimodelkan sebagai kombinasi dari dua multiplexer, yang pertama dalam domain frekuensi dan yang kedua dalam domain spasial, seperti terlihat pada gambar 3.7



Gambar 3.6. Model ekuivalen *transmitter multipath* MIMO OFDM berbasis SVD



Gambar 3.7. Model ekuivalen *receiver multipath* MIMO OFDM berbasis SVD

Salah satu cara untuk memilih tipe modulasi dan *coding* adalah dengan mengembangkan teknik kanalisasi MIMO. Dalam hal ini, SNR efektif bisa dikomputasi pada keseluruhan sistem atau per basis kanal untuk memperoleh ide tipe modulasi yang juga dapat digunakan untuk menemukan *rate* yang tepat. BER bisa dikomputasi untuk tipe modulasi yang ditentukan dengan menggunakan penguatan kanal. Dari analogi persamaan (3.14) diketahui probabilitas *bit error* untuk sub kanal tunggal diberikan oleh persamaan

$$\begin{aligned}
 P_i^f &= Q\left(\frac{|h_i^f|}{\sigma}\right) \\
 &= Q\frac{\delta_i^f}{\sigma} \dots\dots\dots(3.21)
 \end{aligned}$$

$P_i^f$  adalah BER sub kanal  $f$  pada kanal spasial  $i$

$h_i^f$  adalah penguatan sub kanal  $f$  pada kanal spasial  $i$

$\sigma$  adalah deviasi dalam domain frekuensi dari AWGN pada  $N(0, \sigma^2)$

Bila kanal data dalam DFT OFDM yang digunakan ada 48, maka BER per kanal spasial diberikan oleh persamaan (3.22), sehingga performansi BER tiap kanal spasial dapat dievaluasi secara independen.

$$\begin{aligned}
 P_{i \text{ average}} &= \frac{1}{48} \sum_{f=1}^{48} P_i^f \\
 &= \frac{1}{48} \sum_{f=1}^{48} Q\left(\left| \frac{h_i^f}{\sigma} \right| \right) \\
 &= \frac{1}{48} \sum_{f=1}^{48} Q\left(\frac{\delta_i^f}{\sigma}\right) \dots\dots\dots(3.22)
 \end{aligned}$$

Sebagaimana dalam kasus kanal MIMO tanpa *multipath*, suatu kanal spasial yang penguatannya lemah bisa tidak digunakan karena pengaruhnya yang sangat minim terhadap kapasitas kanal. Hal ini dapat diketahui dengan cara menghitung SNR ekuivalen pada tiap-tiap kanal spasial yang diberikan oleh persamaan (3.23), dan membandingkannya dengan nilai *threshold*.

$$\begin{aligned}
 SNR_{i \text{ average}} &= \frac{1}{48} \sum_{f=1}^{48} SNR_i^f \\
 SNR_{i \text{ average}} &= \frac{1}{48} \sum_{f=1}^{48} \frac{(\delta_i^f)^2}{\sigma^2} \dots\dots\dots(3.23)
 \end{aligned}$$

Bila diasumsikan T adalah jumlah kanal spasial, dengan *i* adalah indeks kanal spasial, dan *f* adalah indeks sub kanal, maka BER seluruh sistem untuk semua kanal spasial diberikan oleh persamaan

$$\begin{aligned}
 P_{\text{average}} &= \frac{1}{48} \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \sum_{f=1}^{48} P_i^f \\
 &= \frac{1}{48} \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \sum_{f=1}^{48} Q\left(\left| \frac{h_i^f}{\sigma} \right| \right) \\
 &= \frac{1}{48} \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \sum_{f=1}^{48} Q\left(\frac{\delta_i^f}{\sigma}\right) \dots\dots\dots(3.24)
 \end{aligned}$$

