

## KLASIFIKASI OBJEK DALAM VISI KOMPUTER DENGAN ANALISIS DISKRIMINAN

Amir Hamzahan, Gatot Santosa, dan Wisnu Widiarto

Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Industri, Institut Sains & Teknologi AKPRIND, Yogyakarta

E-mail : @ista.indo.net.id

---

### Abstrak

Sistem sensor robot selalu didukung oleh sebuah sistem komputer yang dikenal sebagai 'visi komputer'. Konsep penting dalam visi komputer adalah klasifikasi objek. Dalam kajian ini, dua buah algoritma untuk klasifikasi objek akan dibandingkan. Pertama adalah metode sederhana yang tidak memerlukan komputasi kompleks yang dianggap sebagai metode informal, disebut sebagai metode pohon keputusan biner. Metode ini bertumpu pada ciri deskriptor yang sederhana dari suatu objek seperti garis vertikal, garis horisontal atau elip. Sayangnya metode ini memiliki kelemahan dalam mengenali objek yang terkontaminasi oleh noise. Metode yang kedua adalah metode yang lebih formal dengan deskriptor yang bervariasi tinggi. Dalam konteks ini pendekatan statistik multivariat dengan metode yang disebut analisis diskriminan diajukan sebagai alternatif untuk klasifikasi objek. Metode ini dijalankan dengan menghitung suatu fungsi yang disebut fungsi diskriminan Fisher yang dapat digunakan untuk memisahkan objek. Dari simulasi data dan analisis untuk klasifikasi dua objek, yaitu skrup dan baut dan tiga objek, yaitu huruf T, O dan S dapat ditunjukkan bahwa analisis diskriminan dapat mengklasifikasi objek dengan lebih baik dari pada metode pohon keputusan biner. Kelebihan ditunjukkan terutama pada objek yang mengalami noise.

### Abstract

A robotic sensor system is always supported by a computer system called 'computer vision'. The important concept of computer vision is object classification. In this study two algorithms for object classification in this system will be compared. Firstly, A simple method that do not need complex computation and that considered as an informal method is called binary tree decision structure. This method is based on modest characteristic descriptors of an object such as vertical line, horizontal line or ellipse line. Unfortunately this method has weakness in recognize an image that contaminated by a noise. Secondly, a more formal method with high variability descriptors. In this context a multivariate statistical approach named discriminant analysis is proposed as an alternative for object classification. This method is operated by computation of a function called Fisher discriminant function that can be used for separating an object. From the data simulation and analysis for classification of two object i.e. screw and bolt and three objects i.e. alphabet T, O and S it can be shown that discriminant analysis approach can classify an object better than binary decision algorithm. The superiority of discriminant method is especially seen when this method is applied for classification of a noisy image of object.

---

### Pendahuluan

Aplikasi otomasi industri saat ini memerlukan penggunaan robot industri yang lebih intensif dari masa-masa sebelumnya. Beberapa contoh aplikasi yang dapat disebutkan antara lain pemeriksaan otomatis benda kerja secara visual, indikasi komponen yang jenisnya dibatasi pada ban berjalan, pembacaan label pada otomasi sistem pergudangan dan pengendalian kualitas produk. Sistem sensor robot dengan bantuan komputer merupakan suatu konsep yang dikenal sebagai visi komputer [6]. Dalam visi komputer terkandung operasi-operasi mulai dari penangkapan citra objek oleh

sistem kamera, pengolahan citra objek menjadi bentuk yang lebih ringkas dan sederhana namun masih tetap mewakili objek, sampai yang terpenting yaitu analisis untuk menentukan jenis objek sebagai penentu tindakan robot.

Mengingat demikian pentingnya tahapan pengenalan objek dalam sistem visi komputer, beberapa algoritma pengenalan objek telah banyak dikembangkan. Metode yang cukup sederhana antara lain metode informal dengan penyusunan algoritma struktur pohon. Metode ini mendasarkan pada ciri-ciri sederhana misalnya ada tidaknya garis vertikal, garis horisontal, atau garis

**Tabel 1. Analisis bebarapa karakter alfabetis dengan deskriptor ciri geometris**

Karakter	Ciri			
	Garis lurus tegak	Garis lurus mendada	Garis lurus oblik	Garis lengkung
L	√	√	—	—
P	√	—	—	√
O	—	—	—	√
E	√	√√√	—	—
Q	—	—	√	√

(sumber : [2])

lengkung. Berdasarkan ciri tersebut suatu objek dapat ditetapkan. Metode ini misalnya untuk pengenalan karakter huruf tertentu atau digit-digit angka. Salah satu contoh model karakter dan diskripsi deskriptornya adalah seperti dalam Tabel 1. Dari tabel tersebut selanjutnya pohon keputusan tentang suatu karakter huruf dibuat untuk pengambilan keputusan.

Menurut [2], pengenalan objek dengan algoritma struktur pohon hanya dapat diterapkan pada bentuk sederhana dengan deskriptor yang secara tegas dapat membedakan objek yang dicirikan. Pada bentuk bentuk kontinyu dengan deskriptor yang memiliki variabilitas tinggi diperlukan metode yang lebih formal dengan pendekatan statistik probabilistik. Pada persoalan ini analisis deskriminan merupakan suatu metode statistik multivariat yang dapat diajukan sebagai alternatif pengenalan suatu objek berdasarkan deskriptor-deskriptor yang diketahui.

Penelitian ini bertujuan mengkaji sejauh mana unjuk kerja metode formal dengan analisis diskriminan mampu melakukan pengenalan objek citra dalam suatu sistem visi komputer.

**Landasan Teori**

Analisis diskriminan adalah teknik statistik multivariat yang terkait dengan pemisahan (*separating*) atau alokasi/klasifikasi (*classification*) sekelompok objek atau observasi ke dalam kelompok (*group*) yang telah terlebih dahulu didefinisikan. Dalam tujuan pengenalan objek (observasi), metode ini mencoba menemukan suatu '*discriminant*' yang nilainya secara numeris sedemikian sehingga mampu memisahkan objek yang karakteristiknya telah diketahui. Sedangkan dalam tujuan klasifikasi objek, metode ini akan mensortir objek (observasi) kedalam 2 atau lebih klas.

Apabila dari 2 (atau lebih) kelompok objek yang dapat disebut sebagai klas objek, misalnya  $\pi_1$  dan  $\pi_2$  (atau  $\pi_3$ ,

$\pi_4 \dots$  dst) dapat dilakukan pengukuran dengan mengambil p buah atribut (deskriptor) maka akan dimiliki p buah variabel random yang dapat ditulis sebagai  $\mathbf{X}' = [X_1, X_2, \dots, X_p]$ . Nilai  $\mathbf{X}$  hasil pengukuran akan berbeda untuk satu kelas dengan kelas yang lain, sehingga dapat dianggap bahwa bahwa hasil pengukuran dari kelas pertama sebagai  $\mathbf{x}$  dari  $\pi_1$  dan hasil pengukuran dari kelas ke dua sebagai  $\mathbf{x}$  dari  $\pi_2$ . Dengan demikian 2 populasi tersebut dapat dideskripsikan oleh dua fungsi probabilitas  $f_1(\mathbf{x})$  dan  $f_2(\mathbf{x})$ . Untuk 2 populasi, metode Fisher untuk memisahkan 2 populasi tersebut adalah dengan transformasi observasi multivariate  $\mathbf{x}$  ke univariate  $y$  sedemikian sehingga nilai-nilai  $y$  yang diturunkan dari populasi  $\pi_1$ , akan terpisah dari nilai-nilai  $y$  yang diturunkan dari populasi  $\pi_2$  ([3],[4]). Jika dinotasikan  $\mu_{1Y}$  sebagai mean dari  $Y$  yang berasal dari  $\mathbf{X}$  terkait dengan  $\pi_1$  dan  $\mu_{2Y}$  sebagai mean dari  $Y$  yang berasal dari  $\mathbf{X}$  terkait dengan  $\pi_2$ , dan didefinisikan :

$$\begin{aligned} \mu_1 &: E(\mathbf{X} | \pi_1) = \text{nilai harapan observasi multivariat dari } \pi_1 \\ \mu_2 &: E(\mathbf{X} | \pi_2) = \text{nilai harapan observasi multivariat dari } \pi_2 \end{aligned}$$

(1)

dan dianggap bahwa matrik kovarian

$$\Sigma = E((\mathbf{X} - \mu_i)(\mathbf{X} - \mu_i)) \text{ untuk } i=1,2$$

(2)

adalah sama untuk dua populasi, maka dapat dipertimbangkan kombinasi linear :

$$\mathbf{Y} = \ell' \mathbf{X}$$

(1x1)    (1xp)    (px1)

(3)

sehingga :

$$\mu_{1Y} = E(Y | \pi_1) = E(\ell' \mathbf{X} | \pi_1) = \ell' \mu_1$$

$$\mu_{2Y} = E(Y | \pi_2) = E(\ell' \mathbf{X} | \pi_2) = \ell' \mu_2$$

(4)

dan varian dapat ditulis sebagai :

$$\sigma_Y^2 = \text{Var}(\mathbf{X}) = \text{Cov}(\mathbf{X}) = \Sigma$$

(5)

(jarak kuadrat antara mean  $Y$ ) =  
yang sama untuk dua populasi  
(variance  $Y$ )

Kombinasi linear terbaik yang maksimal memisahkan dua populasi diturunkan dari ratio:

$$\frac{(\mu_{1Y} - \mu_{2Y})^2}{(\ell' \mu_1 - \ell' \mu_2)^2} = \frac{(\ell' \Sigma \ell)}{(\ell' \sigma)^2}$$

dimana  $\delta = (\mu_1 - \mu_2)$  adalah vektor beda mean, sehingga  $\delta\delta'$  adalah matrik  $p \times p$ , yaitu:  $(\mu_1 - \mu_2) (\mu_1 - \mu_2)'$  yang mencatat jumlah kuadrat dan jumlah hasil kali dari beda mean populasi  $\pi_1$  dan  $\pi_2$ . Koefisien kombinasi linear Fisher  $\ell' = (\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_p)$  yang memaksimumkan persamaan (6), yaitu dapat dipilih:

$$\ell' = c\Sigma^{-1}\delta = c\Sigma^{-1}(\mu_1 - \mu_2) \tag{7}$$

dengan konstanta  $c \neq 0$ . Dengan memilih  $c=1$ , diperoleh kombinasi linear:

$$Y = X(\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1} X \tag{8}$$

yang dikenal sebagai *fungsi diskriminan Fisher*.

Selanjutnya persamaan (8) dapat digunakan sebagai alat klasifikasi. Misalkan  $y_0 = (\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1} x_0$  adalah nilai fungsi diskriminan untuk observasi baru  $x_0$  dan  $m = (1/2)(\mu_{1Y} + \mu_{2Y}) = (1/2)(\mu_1 + \mu_2) = (1/2)(\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1} (\mu_1 + \mu_2)$  (10) adalah nilai tengah mean populasi univariat, maka dapat ditunjukkan :

$$E(Y_0 | \pi_1) - m \geq 0$$

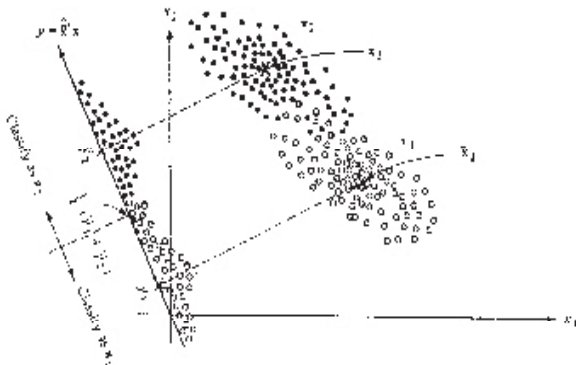
dan

$$E(Y_0 | \pi_2) - m < 0$$

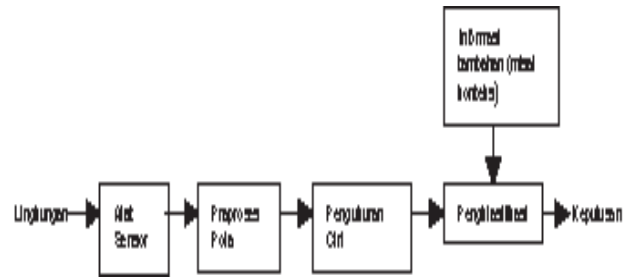
(11)

Dengan kata lain  $x_0$  berasal dari populasi  $\pi_1$  jika  $y_0$  lebih besar dari  $m$ , dan dari  $\pi_2$  jika  $y_0$  lebih kecil dari  $m$ . Secara grafis metode ini disajikan dalam Gambar 1.

Penerapan metode klasifikasi seperti diuraikan di atas merupakan bagian dari suatu visi komputer dalam sistem robotik yang dapat digambarkan seperti Gambar 2.



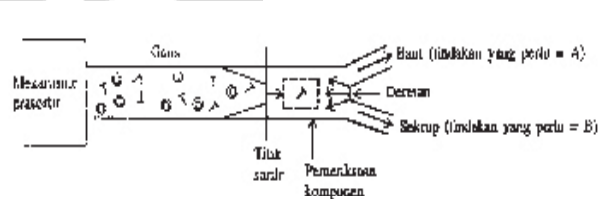
Gambar 1. Penampilan grafis metode Fisher untuk 2 populasi dengan  $p=2$  [5]



Gambar 2. Kerangka umum sistem pengenalan pola secara lengkap [2]



Gambar 3. Dua kelas dasar citra biner : (a) klas sekrup dan (b) klas baut.



Gambar 4. Klasifikasi objek dimanfaatkan untuk mekanisme sortir hasil industri.

Pada tahap pengukuran citra dihasilkan suatu citra biner. Untuk citra skrup dan mur, misalnya seperti terlihat dalam Gambar 3. Selanjutnya dengan mekanisme tertentu dimungkinkan untuk pemisahan objek ini dalam suatu mekanisme sortir seperti terlihat dalam Gambar 4. Dalam mekanisme sortir ini tahap klasifikasi objek dapat melibatkan analisis diskriminan.

Dalam penentuan klas objek, keputusan didasarkan pada observasi pada atribut yang dapat diukur pada objek-objek tersebut. Atribut ini umumnya dipilih dari kriteria-kriteria yang cukup mudah ditentukan ([1]), misalnya :

- X1 = Perimeter dari citra
  - X2 = Akar kuadrat dari luasan permukaan
  - X3 = Total luasan lubang
  - X4 = Radius minimum
  - X5 = Maksimum radius
- dan masih banyak lagi yang dapat disusulkan

## Metode Penelitian

### a. Bahan dan Alat Penelitian

Penelitian ini lebih merupakan simulasi di atas komputer dari aplikasi teori statistik multivariat dengan objek-objek yang diamati adalah objek-objek abstrak yang dibangkitkan dengan menggunakan komputer. Dengan demikian bahan dalam penelitian ini adalah berupa literatur yang berasal dari berbagai sumber seperti : buku, majalah, jurnal, internet dan sumber pustaka yang lain. Sedangkan alat penelitian yang digunakan adalah :

1. Perangkat komputer dengan processor Pentium III 500 MHz dan RAM 64 MB.
2. Perangkat lunak MS Windows 98, MATLAB for Windows versi 5.3.1.

### b. Jalan Penelitian

Dari hasil kajian studi literatur beberapa metode klasifikasi diujikan pada berbagai macam objek yang dibangkitkan dari simulasi MATLAB. Tahapan dalam penelitian ini dapat dituliskan sebagai berikut :

1. Tahap studi literatur dan pemahaman masalah
2. Tahap penyusunan algoritma dan fungsi-fungsi MATLAB
3. Tahap penyusunan antar muka program MATLAB
4. Tahap pengujian algoritma dengan berbagai macam variasi objek citra
5. Tahap analisis hasil klasifikasi objek

## Hasil dan Pembahasan

### Hasil Penyusunan Algoritma

#### 1. Algoritma struktur pohon untuk klasifikasi dua objek

Untuk dua buah objek yang akan diklasifikasikan diperlukan minimal satu buah variabel deskriptor,

misalnya diambil :  $x$ . algoritma untuk klasifikasinya dapat ditentukan dengan langkah-langkah:

1. Ukur  $x$  untuk  $N$  sampel masing-masing dari kelas objek  $\pi_1$  dan  $\pi_2$
  2. Cari rata-rata  $\bar{x}$  dari objek  $\pi_1$  (namakan dengan  $x(1)$ ) dan rata-rata  $\bar{x}$  dari objek  $\pi_2$  (namakan dengan  $x(2)$ )
  3. Cari nilai tengah  $\phi$ , sebagai nilai *threshold*, yaitu rata-rata  $x(1)$  dan  $x(2)$
  4. Ukur variabel deskriptor  $x_0$  untuk objek yang akan diklasifikasikan
  5. Klasifikasikan  $x_0$  sebagai kelas  $\pi_1$  jika nilai  $x_0 < \phi$  dan klasifikasikan sebagai kelas  $\pi_2$  jika tidak.
- Klasifikasi dari 2 objek dengan pohon keputusan

#### 2. Algoritma klasifikasi dua objek dengan analisis diskriminan

Untuk menerapkan analisis diskriminan untuk klasifikasi

dua macam objek diambil variabel deskriptor dua macam,

misalnya  $X_1$  dan  $X_2$  dicatat sebagai multivariat

Klasifikasi dengan Fungsi Diskriminan Fisher Dua Populasi Dengan fungsi diskriminan Fisher ,selanjutnya langkah klasifikasi ditentukan dengan prosedur :

Penentuan Fungsi atau nilai Klasifikasi:

1. Tentukan nilai  $\mu_1$  : mean dari multivariate variabel yang berasal dari kelas pertama.
2. Tentukan nilai  $\mu_2$  : mean dari multivariate variabel yang berasal dari kelas kedua.
3. Tentukan nilai matrik varian kovarian gabungan  $\Sigma$  dari multivariate yang diasumsikan normal multivariat.
4. Tentukan invers matrik varian kovarian  $\Sigma^{-1}$
5. Tentukan nilai  $m = (1/2) (\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1} (\mu_1 + \mu_2)$ , seperti pada persamaan (9), sebagai nilai diskriminan Fisher.

Langkah Klasifikasi :

1. Ukur nilai observasi deskriptor dari objek yang akan diklasifikasi: misalnya suatu variabel multivariat  $X_0 = [X_{10}, X_{20}]$
2. Hitung fungsi diskriminan Fisher :  $y_0 = (\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1} x_0$
3. Kriteria klasifikasi : klasifikasikan  $X_0$  merupakan observasi dari kelas objek  $\pi_1$  jika nilai  $y_0 \geq m$  dan klasifikasikan ke kelas objek  $\pi_2$  jika nilai  $y_0 < m$ .

### Hasil Pengujian Algoritma

#### 1. Klasifikasi dari 2 Objek

Misalkan dimiliki sampel hasil *scan* objek skrup dan baut seperti gambar 5(a). sebagai citra asli ideal tanpa *noise* dan gambar 5(b) sampai Gambar 5.(f).

Untuk klasifikasi dengan pohon biner keputusan hanya diambil satu deskriptor. Untuk deskriptor yang *independent* terhadap efek rotasi dan translasi dapat diambil salah satu dari :

- diameter terpanjang : banyak pixel yang menyusun diameter terpanjang
- diameter terpendek : banyak pixel
- luas bidang citra : banyak pixel 1 dalam matrik
- luas lubang dalam citra : banyak pixel 0 yang dikelilingi pixel 1

Misalnya diambil deskriptor diameter terpendek, didapat data (dalam satuan pixel) sebagai dalam Tabel 2.

biner

Langkah :

1. Rata-rata dari objek klas (1) adalah =  $9/6 = 1,5$
2. Rata-rata dari klas objek (2) adalah =  $17/6 = 2,8$
3. Nilai treshold  $\phi = \text{rata-rata dari } x(1) \text{ dan } x(2) = (2,8+1,5) / 2 = 2,15$
4. Klasifikasikan objek sebagai objek 1 (skrup) jika nilai  $x \leq \phi = 2,15$  dan klasifikasikan ke objek 2 (baut) jika  $x > \phi = 2,15$

5. Klasifikasi objek baru siap dilakukan

Misal diuji objek sebagai gambar 6. berikut :

Untuk Gambar 6.(a)

Perhitungan : diameter terpendek ( $x$ ) = 2

Kesimpulan :  $2 < 2,15$  maka objek adalah

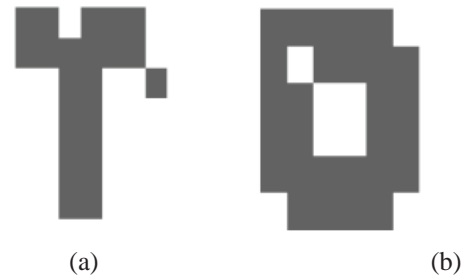
objek 1 (skrup)

Untuk Gambar 6.(b) :

Perhitungan : diameter terpendek ( $x$ ) = 4

Kesimpulan :  $4 > 2,15$  maka objek adalah objek 2 (baut)

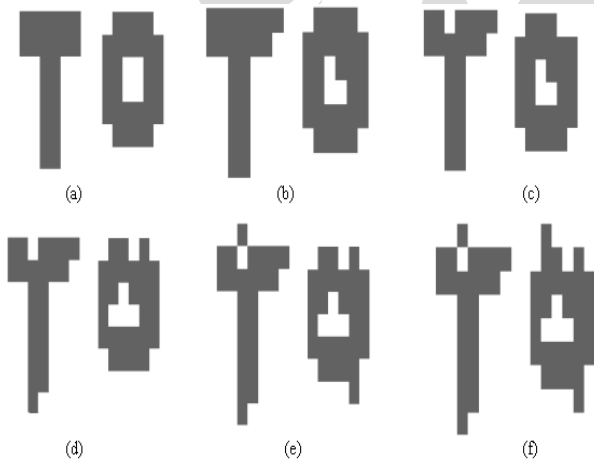
Kelemahan klasifikasi ini akan terlihat apabila disodorkan suatu *scan* citra yang mengandung *noise* cukup banyak seperti Gambar 7. Dari *scan* citra diperoleh diameter terpendek adalah 1 sebagai akibat dari *error* pada saat transformasi citra. Akibatnya objek akan diklasifikasikan sebagai objek 1 (skrup) padahal sebenarnya adalah objek 2 (baut).



Gambar 6. Citra skrup dan baut terkena *noise*



Gambar 7. Citra baut yang diklasifikasikan sebagai skrup oleh metode Pohon keputusan biner



Gambar 5. Objek skrup dan baut dengan berbagai tingkat *noise*

Tabel 2. Data sampel 6 skrup dan baut dengan 1 deskriptor ( $X = \text{diameter terpendek}$ )

Sampel	Scan	X(1)	X(2)
1	S(a)	2	4
2	S(b)	2	4
3	S(c)	2	3
4	S(d)	1	4
5	S(e)	1	1
6	S(f)	1	1

### Klasifikasi objek baut dan skrup dengan Fungsi Diskriminan

Dengan menggunakan algoritma pada a.2. dan mengambil dua buah deskriptor untuk masing-masing objek, yaitu :

$X_1$  : diameter terpendek

$X_2$  : luasan lobang objek (banyak pixel 0 yang mengumpul dan secara serempak dibatasi oleh pixel 1)

Untuk data sampel sebagai bahan informasi awal dalam klasifikasi diambil data pada gambar 5.(a) sampai 5.(f), dimiliki tabel sebagai tabel 3.

Hasil perhitungan fungsi klasifikasi :

1. Tentukan nilai  $\mu_1$  dan  $\mu_2$  diperoleh : mean dari multivariate variabel yang berasal dari klas pertama dan kedua , didapat :

$$\mu_1 = \begin{bmatrix} 2,8 \\ 3,8 \end{bmatrix} \quad \mu_2 = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 0,3 \end{bmatrix}$$

2. Tentukan nilai matrik varian kovarian gabungan  $\Sigma$  dari multivariate yang diasumsikan normal multivariat, dan inversnya didapat :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1,61 & 0,92 \\ 0,92 & 3,27 \end{bmatrix} \quad \Sigma^{-1} = \begin{bmatrix} 1,740 & -0,208 \\ -0,208 & 0,364 \end{bmatrix}$$

3. Tentukan nilai  $m = (1/2) (\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1} (\mu_1 + \mu_2)$  , seperti pada persamaan (9), sebagai nilai

diskriminan Fisher, yang merupakan klasifikasi dengan prosedur ECM dengan cost yang sama dan probabilitas prior sama, diperoleh :

$$\mu_1 - \mu_2 = \begin{bmatrix} 2,8 \\ 3,8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1,5 \\ 0,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,3 \\ 3,4 \end{bmatrix}$$

$$\mu_1 + \mu_2 = + =$$

$$m = (1/2) = 2,466$$

Untuk Klasifikasi objek pada Gambar 6.(a) dan Gambar 6.(b)

Untuk Gambar 6.(a)

$$X_0 = [X1_0, X_{20}]' = [2 \ 0]'$$

Hitung fungsi diskriminan Fisher :  $y_0 = (\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1} x_0$   
 $y_0 = 0,533 < m = 2,466$

Hasil klasifikasi : karena nilai  $y_0 < m$  maka klasifikasikan objek 6.(a) dalam klas objek  $\pi_1$  yaitu : skrup (klasifikasi tepat)

Untuk gambar 6.(b)

$$X_0 = [X1_0, X_{20}]' = [4 \ 4]'$$

Hitung fungsi diskriminan Fisher :  $y_0 = (\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1} x_0$   
 $y_0 = 4,85$

Hasil klasifikasi : karena nilai  $y_0 \geq m$  maka klasifikasikan objek 6.(b) dalam klas objek  $\pi_2$  yaitu : baut (klasifikasi tepat).

Untuk klasifikasi objek gambar 7. didapatkan :

$$X_0 = [X1_0, X_{20}]' = [1 \ 4]'$$

Hitung fungsi diskriminan Fisher :  $y_0 = (\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1} x_0$   
 $y_0 = 4,05$

Hasil klasifikasi : karena nilai  $y_0 \geq m$  maka klasifikasikan objek 7 dalam klas objek  $\pi_1$  yaitu : baut (klasifikasi tepat).

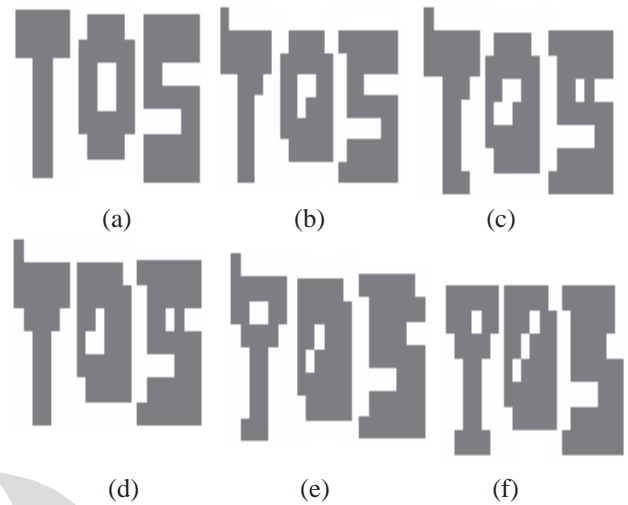
Dapat ditunjukkan disini bahwa dengan metode Fungsi diskriminan, citra yang mengalami *error* seperti pada gambar 7. yang gagal diklasifikasi oleh metode pohon keputusan dapat dengan baik diklasifikasikan oleh metode Analisis diskriminan.

## 2. Pengujian Algoritma dengan Tiga Objek

Misalkan tiga buah objek yang akan dikenali adalah tiga buah alat dengan bentuk 'T', 'O' dan 'S', atau diwakili saja oleh tiga huruf 'T', 'O' dan 'S'. Untuk mengenali objek dari tiga jenis tersebut diambil deskriptor dua buah untuk klasifikasi dengan pohon keputusan biner dan 3 buah deskriptor untuk klasifikasi dengan analisis deskriminan. Diambil tiga deskriptor yang independent terhadap proses rotasi dan translasi objek, yaitu :

$$X1 = \text{diameter objek terpendek}$$

$$X_2 = \text{luas lubang pada bidang}$$



Gambar 8. Citra 'T', 'O' dan 'S' ideal (a), dan citra bernoise (b) – (f)

Tabel 4. Data sampel objek 'T', 'O' dan 'S' dengan 3 deskriptor

Sampel	Citra	Populasi I (T)			Populasi II (O)			Populasi III (S)		
		X1	X <sub>2</sub>	X3	X1	X <sub>2</sub>	X3	X1	X <sub>2</sub>	X3
1	8.(a)	2	0	22	4	4	28	2	0	34
2	8.(b)	1	0	24	4	3	30	2	0	34
3	8.(c)	1	0	25	4	4	29	2	1	37
4	8.(d)	1	0	25	5	3	31	3	1	38
5	8.(e)	1	2	27	5	2	32	3	0	38
6	8.(f)	2	1	25	5	3	31	3	0	37

(X1 = diameter terpendek, X<sub>2</sub>=luas lubang, X<sub>2</sub>=luas bidang )

X3 = luas bidang

Untuk memberikan 'pengetahuan' kepada sistem untuk klasifikasi diambil sampel 6 jenis citra objek dengan berbagai derajat noise seperti terlihat dalam Gambar 8.(a) sebagai citra idel dan Gambar 8.(b) sampai Gambar 8.(f) sebagai citra yang mengandung noise.

Dengan ketiga deskriptor diperoleh data observasi untuk keenam objek sampel adalah seperti dalam Tabel 4.3. berikut:

Unjuk kerja algoritma pohon keputusan biner untuk klasifikasi tiga objek

Algoritma klasifikasi adalah :

1. Mencari nilai mean dari tiap deskriptor dan tiap objek, yaitu :

$\mu_i(j)$  = mean deskriptor ke-i untuk objek ke-j ; Untuk i= 1,2,3 dan j=1,2,3

Dari data Tabel 4. diperoleh :

$$\mu_1(1) = 1.33 \qquad \mu_1(2) = 4.50 \qquad \mu_1(3) = 2.50$$

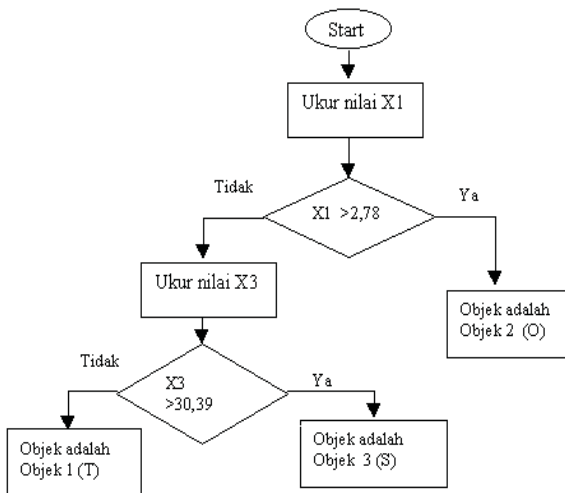
$$\begin{matrix} \mu_2(1)=0.50 & \mu_2(2)=3.17 & \mu_2(3)=0.33 \\ \mu_3(1)=24.67 & \mu_3(2)=30.17 & \mu_3(3)=36.33 \end{matrix}$$

2. Mencari nilai treshold untuk setiap deskriptor :  
 Nilai treshold untuk  $X_1 = \phi_1 =$  rerata nilai  $X_1$  untuk semua objek =2,78  
 Nilai treshold untuk  $X_2 = \phi_2 =$  rerata nilai  $X_2$  untuk semua objek =1,33  
 Nilai treshold untuk  $X_3 = \phi_3 =$  rerata nilai  $X_3$  untuk semua objek =30,39

Pengelompokan oleh nilai treshold diperoleh seperti Tabel

Tabel 5. Pohon keputusan biner oleh nilai treshold

Rerata = Treshold	Nilai treshold	Rerata = Treshold
Objek 1, objek 3	$\phi_1 = 2,78$	Objek 1
Objek 1, objek 3	$\phi_2 = 1,33$	Objek 2
Objek 1, Objek 2	$\phi_3 = 30,39$	Objek 3



Gambar 9. Pohon keputusan biner untuk deskriptor  $X_1$  dan  $X_3$



Gambar 10. Objek O ideal

adalah benar.

Pengujian algoritma struktur pohon untuk citra :



Gambar 11. Objek S ideal



Gambar 12. Objek S dengan noise

Tampak bahwa nilai  $\phi_1$  dan nilai  $\phi_2$  merupakan pemisah yang sama dari ketiga objek sehingga dapat dipakai salah satu. Dengan demikian flowchart klasifikasi pengenalan dengan keputusan biner dapat dibuat seperti dalam gambar 9., yaitu hanya dengan menggunakan dua buah nilai treshold yaitu dapat dipilih  $\phi_1$  dan  $\phi_3$  atau nilai treshold  $\phi_2$  dan  $\phi_3$ . Jika digunakan deskriptor  $X_1$  dan  $X_3$  :

hon untuk citra :

naka klasifikasikan objek fikasi

$X_1 = 2$  ;  $X_2 = 0$  dan  $X_3 = 34$

1. Nilai  $X_1 = 2 < \phi_1 = 2,78$  maka ukur nilai  $X_3$
  2. Nilai  $X_3 = 34 > \phi_3 = 30,39$  , maka klasifikasikan objek sebagai objek 3 (S). Hasil klasifikasi adalah benar.
- Terlihat bahwa untuk citra ideal, algoritma pohon keputusan dapat mengklasifikasikan dengan tepat.

Sekarang apabila dicoba pada objek yang memiliki noise seperti Gambar 12.

Pengukuran  $X_1 = 3$ ;  $X_2 = 1$  dan  $X_3 = 38$

1. Nilai  $X_1 = 3 > \phi_1 = 2,78$  hasil : klasifikasikan objek sebagai 2 (O). Hasil klasifikasi salah, Objek S terklasifikasi sebagai O.

Unjuk kerja algoritma dengan Analisis Deskriminan untuk klasifikasi tiga objek

Langkah klasifikasi dengan analisis deskriminan diawali dengan penentuan nilai dasar klasifikasi dari data sampel multivariat Tabel 4.3, yakni menentukan nilai mean ketiga deskriptor :  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ , dan  $\mu_3$  serta matrik varian-kovarian  $\Sigma$  :

1. Mencari nilai mean sampel dan matrik var-covar multivariat sampai:

$$\mu_1 = \begin{bmatrix} 1.3 \\ 0.6 \\ 2.8 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 0.26667 & 0.00000 & -0.38889 \\ 0.00000 & 0.70000 & 0.83333 \\ -0.38889 & 0.83333 & 2.66667 \end{bmatrix} \quad |\Sigma_1| = 0.2067$$

$$\mu_2 = \begin{bmatrix} 4.9 \\ 3.7 \\ 6.7 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} 0.30000 & -0.25000 & 0.58333 \\ -0.25000 & 0.56667 & -0.86111 \\ 0.58333 & -0.86111 & 2.16667 \end{bmatrix}$$

$|\Sigma_2|=0.0688$

$$\mu_3 = \begin{bmatrix} 2.9 \\ 0.3 \\ 6.3 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_3 = \begin{bmatrix} 0.30000 & 0.00000 & 0.66667 \\ 0.00000 & 0.26667 & 0.38889 \\ 0.66667 & 0.38889 & 3.46667 \end{bmatrix}$$

$|\Sigma_3|=0.1134$

2. Dengan menganggap probabilitas prior sama, yakni perobabilitas objek 1,2 dan 3 terpilih adalah sama dan menganggap cost kesalahan klasifikasi bernilai sama, maka kriteria klasifikasi 3 objek dengan metode ECM menjadi :
- Klasifikasikan  $x_0$  pada  $\pi_k$  jika  $f_k(x_0) > f_i(x_0)$  untuk semua  $i \neq k$
- Dengan mengasumsikan populasi berasal dari multivariat normal dengan fungsi densitas :

$$f_i(x) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma_i|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu_i)' \Sigma_i^{-1} (x - \mu_i)\right)$$

maka persamaan menjadi :

$$f_i(x) = \frac{1}{|\Sigma_i|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu_i)' \Sigma_i^{-1} (x - \mu_i)\right)$$

Penerapan

- a. Misalkan akan diklasifikasikan objek S ideal seperti gambar 11, dengan nilai  $x_0=[X_1 X_2 X_3]' = [2 \ 0 \ 34]'$  Maka nilai  $f_i(x_0)$  untuk  $i=1,2,3$  adalah :
- $f_1(x_0)=3.9269e-024$   
 $f_2(x_0)2.0091e-011$   
 $f_3(x_0)= 0.0694$
- Kesimpulan: karena  $f_3(x_0)$  nilainya terbesar dari  $f_1(x_0)$  dan  $f_2(x_0)$  maka klasifikasikan objek sebagai

objek 3, yaitu S. Klasifikasi tepat.

- b. Misalkan akan diklasifikasikan objek S yang terkena noise seperti pada gambar 12, yang oleh ideal seperti gambar 4.7, dengan nilai  $x_0=[X_1 X_2 X_3]' = [3 \ 1 \ 38]'$  Maka nilai  $f_i(x_0)$  untuk  $i=1,2,3$  adalah :
- $f_1(x_0)= 7.4310e-048$   
 $f_2(x_0)= 1.0500e-016$   
 $f_3(x_0)= 0.4235$
- Kesimpulan: karena  $f_3(x_0)$  nilainya terbesar dari  $f_1(x_0)$  dan  $f_2(x_0)$  maka klasifikasikan objek sebagai objek 3, yaitu S.

Kembali dapat ditunjukkan disini bahwa klasifikasi dengan analisis deskriminan lebih aman terhadap noise pada citra objek. Hal ini dapat dijelaskan bahwa pada prinsipnya klasifikasi dengan pohon keputusan biner pertimbangan keputusan berdasarkan variabel univariat yang diterapkan secara berturutan, sedangkan paa analisis deskriminan selalu melibatkan informasi dari semua deskriptor yang digunakan untuk mencirikan objek.

### Kesimpulan

Dari penelitian dan pembahasan dari data-data simulasi dapat ditarik beberapa kesimpulan :

1. Klasifikasi objek dengan pohon keputusan biner, meskipun secara komputasi relatif sederhana lebih cenderung tidak valid untuk citra-citra yang mengalami noise cukup tinggi.
2. Dapat ditunjukkan bahwa klasifikasi objek dengan analisis deskriminan dapat lebih mampu melakukan klasifikasi pada objek-objek yang citranya terkena noise, baik pada klasifikasi dua objek maupun klasifikasi tiga objek.
3. Klasifikasi dengan pohon biner keputusan tidak dapat digunakan lagi apabila pertimbangan kesalahan klasifikasi dan probabilitas terpilihnya objek dalam medan klasifikasi dimasukkan. Hal ini hanya dapat dilakukan dengan klasifikasi menggunakan analisis deskriminan. Disisi lain probabilitas terpilihnya suatu objek tidak selalu sama, misalnya dalam mekanisme sortir barang, probabilitas ditemukannya barang cacat akan jauh lebih kecil dibandingkan dengan probabiiitas ditemukannya barang baik.



**Daftar Acuan**

- [1] R. D. Klafter, T. A. Chmielewski, M. Negin. Robotic Engineering, An Integrated Approach, Prentice-Hall International, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.
- [2] M. C. Fairhurst. Visi Komputer untuk Sistem Robotik, Sebuah Pengantar, Terjemahan oleh Sardy S., UI Press, Jakarta, 1995.
- [3] T. W. Anderson. An Introduction to Multivariate Statistical Analysis, 2<sup>nd</sup> Ed., John Wiley & Sons, New York. 1984.
- [4] R. A. Johnson, D. W. Wichern. Applied Multivariate Statistical Analysis, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1982.

