

**PENGGUNAAN GRUP FUNDAMENTAL DALAM PEMBUKTIAN RUANG-
RUANG TOPOLOGI YANG TIDAK SALING HOMEOMORFIK**



Lie Hendri Lukita

0302010261



UNIVERSITAS INDONESIA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

DEPARTEMEN MATEMATIKA

Depok

2008

**PENGGUNAAN GRUP FUNDAMENTAL DALAM PEMBUKTIAN RUANG-
RUANG TOPOLOGI YANG TIDAK SALING HOMEOMORFIK**

**Skripsi diajukan sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar sarjana sains**

Oleh:

Lie Hendri Lukita

0 3 0 2 0 1 0 2 6 1



Depok

2008

Kata Pengantar

Puji syukur kepada Tuhan Yesus Kristus, yang tanpa-Nya penulis tidak akan dapat berbuat apa-apa, atas segala berkat dan kekuatan yang diberikan sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini. Segala ucapan syukur, hormat, dan pujian penulis haturkan dengan segenap hati kepada-Nya.

Terdapat banyak pihak yang telah memberikan bantuan kepada penulis dalam proses penulisan skripsi ini hingga selesai, karena itu pada kesempatan ini penulis ingin memberikan ucapan terima kasih kepada pihak-pihak yang telah membantu tersebut, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Keluarga tercinta, Papa, Mama dan Heri atas semua yang telah diberikan, penulis berterima kasih untuk segala doa dan dukungan yang besar yang telah diberikan, juga atas dorongan semangat dalam hidup dan dalam proses penyelesaian tugas akhir ini. Untuk Popo saya (akhirnya bisa lihat wisuda, maaf kalau lama).
2. Ibu Nora dan Ibu Suarsih selaku pembimbing skripsi yang berperan besar dalam penyelesaian penulisan skripsi ini, terima kasih atas bimbingan yang diberikan kepada penulis, terima kasih untuk segala motivasi dan kesabaran yang besar yang diberikan selama proses

penulisan, penulis juga memohon maaf atas kesalahan-kesalahan yang penulis buat selama ini (makasih banyak ya bu!).

3. Ibu Dian dan Ibu Titin sebagai pembimbing akademik, terima kasih atas bimbingan dan motivasi yang diberikan dalam masa-masa perkuliahan dan saat proses penulisan tugas akhir ini.
4. Para penguji seminar KP dan seminar skripsi, Ibu Nora, Ibu Suarsih, Ibu Kiki, Ibu Sri, Kak Ari, Mbak Rahmi dan Mbak Helen. Terima kasih untuk semua masukan yang diberikan.
5. Para penguji sidang, Ibu Sri, Ibu Dian dan Ibu Nora.
6. Seluruh Dosen Departemen Matematika UI dan Staf Departemen Matematika UI atas bantuannya selama masa perkuliahan dan penulisan skripsi.
7. Rekan-rekan mahasiswa matematika UI, teman-teman dekat angkatan 2002, Qfandy, Thamrin, Randolph, Naro, Santoso, (semoga nanti masih bisa ketemuan lagi, siapa tau bisa buat usaha bareng bos?), teman-teman sepermainan, iif, Zilham, Fuad, Hendy, Sofyan, Syariat (kapan main WE lagi?!), Arif, Arisha, Mamad, Daen, yeyen, Dhini, Nuts, Vidya, Elis, Nyimas, Endah, Emi, Dessa, Tuty, Winny, Marlina, Winna. Rekan-rekan dari angkatan 1999-2004, Dave, Hengki, Wiryus, Senior-senior 2000 dan 2001, Faisal, Herman (makasih banyak buat semua bantuannya untuk skripsi), angkatan 2003 dan 2004, Echa, Bong (biarpun *error* tapi makasih banyak untuk bantuannya, hehe).

8. Keluarga GBT OEL, terima kasih untuk doa dan dorongan semangat yang diberikan selama ini (we are family!).
9. Teman-teman, para sahabat, dan adik-adik di Bimbingan Belajar Ora et Labora, terima kasih untuk dukungan yang diberikan kepada penulis hingga skripsi ini selesai, semoga kita bisa mencapai hasil yang lebih baik lagi.
10. Semua pihak yang telah membantu namun tidak disebutkan satu persatu karena keterbatasan tempat.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, akhir kata penulis mengucapkan banyak maaf atas semua kesalahan, semoga tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak orang.

Depok, Juni 2008

Penulis

ABSTRAK

Salah satu masalah dasar dalam topologi adalah menentukan apakah dua ruang topologi saling homeomorfik atau tidak. Secara intuisi dua ruang dikatakan homeomorfik jika ruang yang satu dapat diubah menjadi ruang yang lain tanpa dipotong atau ditempel, sedangkan secara matematis adalah dengan menunjukkan terdapat homeomorfisma antara keduanya. Untuk menunjukkan dua ruang tidak homeomorfik dilakukan dengan menunjukkan terdapat sifat topologi yang berlaku pada satu ruang tapi tak berlaku pada ruang lainnya. Kulit bola, torus, bidang proyeksi dan *figure eight* adalah ruang-ruang topologi yang jika dilihat dari bentuknya dapat dikatakan tidak homeomorfik tetapi secara matematis sulit untuk menunjukkan ruang-ruang ini tidak homeomorfik karena keempat ruang ini mempunyai banyak sekali sifat topologi yang sama. Karena itu akan digunakan perbedaan sifat grup fundamental dari masing masing ruang untuk menunjukkan bahwa keempat ruang ini tidak homeomorfik, jika grup fundamental dari kulit bola, torus, bidang proyeksi dan *figure eight* tidak isomorfik, maka keempat ruang tersebut tidak homeomorfik. Akan dicari sifat grup fundamental dari masing-masing ruang, kemudian akan ditunjukkan bahwa sifat grup fundamental dari masing-masing ruang tersebut tidak isomorfik.

Kata kunci: grup fundamental, homeomorfik, isomorfik, topologi

Vii + 58 hlm.

DAFTAR ISI

	Halaman
KATA PENGANTAR	I
ABSTRAK	IV
DAFTAR ISI	V
DAFTAR GAMBAR	VI
DAFTAR TABEL	VII
BAB I PENDAHULUAN	i
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penulisan	4
1.4 Sistematika Penulisan.....	4
BAB II TEORI DASAR	5
Bab III GRUP FUNDAMENTAL PADA S^2 , TORUS, P^2 , DAN <i>FIGURE EIGHT</i>	20
3.1 Grup Fundamental pada S^2	20
3.2 Grup Fundamental pada Torus.....	28
3.3 Grup Fundamental pada P^2	37
3.4 Grup Fundamental pada <i>Figure Eight</i>	48
BAB IV KESIMPULAN	55
DAFTAR PUSTAKA.....	56

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
2.1 Gambar Homotopi.....	14
2.2 Gambar Homotopi Lintasan.....	16
3.1 Gambar <i>Loop f</i>	22
3.2 Gambar <i>Loop f</i> yang Diberi Indeks.....	22
3.3 Gambar <i>Loop f</i> yang Diberi Indeks Baru.....	23
3.4 Gambar f_n	24
3.5 Gambar α_i dan $\tilde{\alpha}_i$	24
3.6 Gambar Fungsi <i>Covering</i>	42
3.7 Gambar <i>Lifting</i>	45
3.8 Contoh <i>Lifting</i>	46
3.9 Gambar <i>Figure Eight</i>	48
3.10 Gambar <i>Figure Eight</i>	50
3.11 Gambar Ruang <i>C</i>	50
3.12 Pemetaan Ruang <i>C</i> oleh p	51
3.13 Pemetaan Ruang <i>C</i> oleh p	51
3.14 Gambar <i>Loop f</i> dan g	52
3.15 Gambar \tilde{k}	53
3.16 Gambar \tilde{I}	53

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1.1 Tabel Sifat-sifat Dasar Topologi Pada Masing-masing Ruang.....	2
4.1 Tabel Perbedaan Sifat-sifat Grup Fundamental Masing-masing Ruang.....	56

