

Bab IV

KESIMPULAN

Tujuan penulisan skripsi ini adalah mempelajari sifat-sifat grup fundamental pada S^2 , *torus*, P^2 dan *figure eight* dan kemudian menunjukkan keempat ruang topologi ini tidak homeomorfik dengan menunjukkan terdapat perbedaan pada sifat grup fundamentalnya. Sifat-sifat grup fundamental yang akan digunakan untuk menunjukkan S^2 , *torus*, P^2 dan *figure eight* tidak homeomorfik telah dibahas dalam Bab III

Pembahasan dalam subbab 3.1 memberikan kesimpulan bahwa grup fundamental dari S^2 trivial, kemudian dari subbab 3.2 didapatkan bahwa grup fundamental dari *torus* isomorfik dengan $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$. Dari Subbab 3.3 diperoleh kesimpulan bahwa grup fundamental P^2 mempunyai order dua, sedangkan sifat grup fundamental *figure eight* yang dipelajari pada Subbab 3.4 didapatkan tidak bersifat abelian, pada subbab ini juga didapatkan bahwa grup fundamental dari *figure eight* setidaknya mempunyai dua anggota.

Untuk menyimpulkan keempat ruang ini tidak homeomorfik satu sama lain, akan ditunjukkan bahwa masing-masing ruang mempunyai perbedaan dengan ruang yang lain pada sifat grup fundamentalnya. Karena grup fundamental S^2 trivial, maka grup fundamental S^2 tidak isomorfik dengan $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ dan juga tidak memiliki order dua, grup fundamental S^2 bersifat

abelian karena hanya memiliki satu anggota. Telah dipelajari bahwa grup fundamental yang dimiliki torus isomorfik dengan $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$, akibatnya grup ini tidak bersifat trivial maupun berorder dua, sifat lain yang dimiliki oleh grup fundamental torus adalah sifat abelian seperti juga yang dimiliki $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$. Grup fundamental P^2 yang berorder dua mengakibatkan grup tersebut tidak mempunyai sifat trivial dan tidak isomorfik dengan $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$, tetapi grup tersebut bersifat abelian. Kemudian pada *figure eight* diperoleh bahwa grup fundamentalnya tidak bersifat abelian dan karena mempunyai setidaknya dua anggota, maka grup fundamental *figure eight* tidak trivial. Sifat-sifat grup fundamental S^2 , *torus*, P^2 dan *figure eight* yang telah dipelajari diberikan pada Tabel 4.1.

	S^2	<i>Torus</i>	P^2	<i>Figure eight</i>
Trivial	ya	tidak	tidak	tidak
Isomorfik dengan $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$	tidak	ya	tidak	-
Memiliki order 2	tidak	tidak	ya	-
Tidak abelian	tidak	tidak	tidak	ya

Tabel 4.1 Tabel perbedaan sifat-sifat grup fundamental masing-masing ruang

Berdasarkan sifat trivialnya, sifat grup fundamental S^2 berbeda dengan ketiga ruang lainnya, sedangkan sifat grup fundamental *figure eight* yang tidak abelian berbeda dengan sifat yang dimiliki grup fundamental S^2 ,

torus , dan P^2 yang abelian. Sedangkan sifat grup fundamental P^2 yang berorder dua membedakannya dengan grup fundamental *torus* yang isomorfik dengan $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$. Karena terdapat perbedaan pada masing-masing sifat grup fundamental S^2 , *torus* , P^2 dan *figure eight*, maka dapat disimpulkan bahwa keempat ruang ini berbeda secara topologi.

