

## Bab IV

### KESIMPULAN

Tujuan penulisan skripsi ini adalah mempelajari sifat-sifat grup fundamental pada  $S^2$ , *torus*,  $P^2$  dan *figure eight* dan kemudian menunjukkan keempat ruang topologi ini tidak homeomorfik dengan menunjukkan terdapat perbedaan pada sifat grup fundamentalnya. Sifat-sifat grup fundamental yang akan digunakan untuk menunjukkan  $S^2$ , *torus*,  $P^2$  dan *figure eight* tidak homeomorfik telah dibahas dalam Bab III

Pembahasan dalam subbab 3.1 memberikan kesimpulan bahwa grup fundamental dari  $S^2$  trivial, kemudian dari subbab 3.2 didapatkan bahwa grup fundamental dari *torus* isomorfik dengan  $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ . Dari Subbab 3.3 diperoleh kesimpulan bahwa grup fundamental  $P^2$  mempunyai order dua, sedangkan sifat grup fundamental *figure eight* yang dipelajari pada Subbab 3.4 didapatkan tidak bersifat abelian, pada subbab ini juga didapatkan bahwa grup fundamental dari *figure eight* setidaknya mempunyai dua anggota.

Untuk menyimpulkan keempat ruang ini tidak homeomorfik satu sama lain, akan ditunjukkan bahwa masing-masing ruang mempunyai perbedaan dengan ruang yang lain pada sifat grup fundamentalnya. Karena grup fundamental  $S^2$  trivial, maka grup fundamental  $S^2$  tidak isomorfik dengan  $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$  dan juga tidak memiliki order dua, grup fundamental  $S^2$  bersifat

abelian karena hanya memiliki satu anggota. Telah dipelajari bahwa grup fundamental yang dimiliki torus isomorfik dengan  $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ , akibatnya grup ini tidak bersifat trivial maupun berorder dua, sifat lain yang dimiliki oleh grup fundamental torus adalah sifat abelian seperti juga yang dimiliki  $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ . Grup fundamental  $P^2$  yang berorder dua mengakibatkan grup tersebut tidak mempunyai sifat trivial dan tidak isomorfik dengan  $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ , tetapi grup tersebut bersifat abelian. Kemudian pada *figure eight* diperoleh bahwa grup fundamentalnya tidak bersifat abelian dan karena mempunyai setidaknya dua anggota, maka grup fundamental *figure eight* tidak trivial. Sifat-sifat grup fundamental  $S^2$ , *torus*,  $P^2$  dan *figure eight* yang telah dipelajari diberikan pada Tabel 4.1.

	$S^2$	<i>Torus</i>	$P^2$	<i>Figure eight</i>
Trivial	ya	tidak	tidak	tidak
Isomorfik dengan $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$	tidak	ya	tidak	-
Memiliki order 2	tidak	tidak	ya	-
Tidak abelian	tidak	tidak	tidak	ya

**Tabel 4.1** Tabel perbedaan sifat-sifat grup fundamental masing-masing ruang

Berdasarkan sifat trivialnya, sifat grup fundamental  $S^2$  berbeda dengan ketiga ruang lainnya, sedangkan sifat grup fundamental *figure eight* yang tidak abelian berbeda dengan sifat yang dimiliki grup fundamental  $S^2$ ,

*torus* , dan  $P^2$  yang abelian. Sedangkan sifat grup fundamental  $P^2$  yang berorder dua membedakannya dengan grup fundamental *torus* yang isomorfik dengan  $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ . Karena terdapat perbedaan pada masing-masing sifat grup fundamental  $S^2$  , *torus* ,  $P^2$  dan *figure eight*, maka dapat disimpulkan bahwa keempat ruang ini berbeda secara topologi.

