

BAB 3

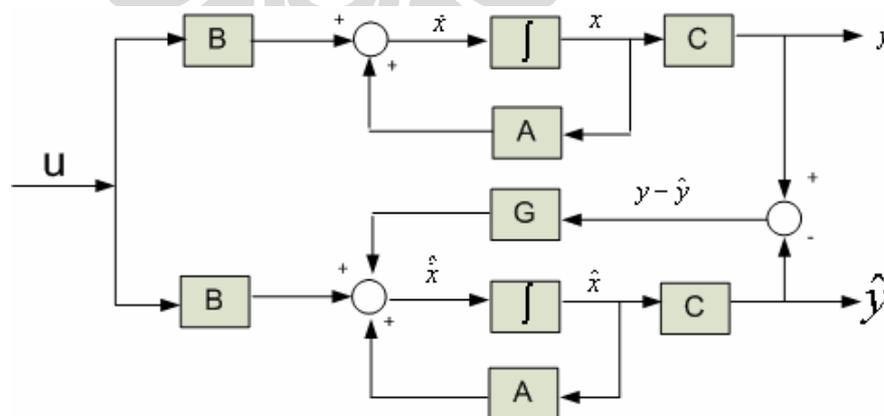
PERANCANGAN PENGENDALI

Pengendali histeresis tidak hanya mengakibatkan adanya frekwensi pensaklaran yang berubah-ubah, tetapi juga menghasilkan riak torsi yang besar[5]. Oleh karena itu, berbagai metode telah diusulkan dan dibahas untuk menjawab permasalahan ini yang mencakup penggunaan *variable hysteresis band*, perubahan nilai histeresis torsi dan fluks, perubahan topologi inverter dan teknik kendali cerdas.

Pada tesis ini akan digunakan teknik *duty ratio* berbasis logika Fuzzy untuk mengurangi besarnya riak (*ripple*) yang terjadi pada torsi dan fluks[11] sebagai metode pengendalian motor induksi tiga fasa tanpa sensor kecepatan.

3.1 Estimasi Model Arus dengan *Observer*

Untuk mengestimasi nilai fluks stator, torsi, posisi fluks stator digunakan *observer* sebagai perwakilan estimasi dengan model arus. *Observer* ini juga digunakan untuk mengestimasi kecepatan rotor[3]. *Observer* adalah suatu perangkat sistem dinamik yang mengestimasi keadaan sistem berdasarkan masukan dan keluarannya, digunakan bersama pengendali yang menggunakan *state* vektor pada sistem kendali. *Observer* pertama kali diperkenalkan oleh Luenberger dengan diagram blok seperti pada Gambar 3.1



Gambar 3.1 Diagram Blok Observer

3.1.1 Persamaan *Full Order Observer*

Model motor sistem *observer* yang dibuat pada tesis ini berdasarkan model motor induksi tiga fasa dengan kerangka acuan stator dan menggunakan parameter model arus stator dan fluks rotor.

Model sistem dengan persamaan ruang keadaan yaitu:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.1)$$

$$y = Cx \quad (3.2)$$

dengan u adalah masukan, y adalah keluaran dan x adalah *state* vektor

Bila dilakukan estimasi terhadap model sistem maka persamaannya menjadi :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu \quad (3.3)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (3.4)$$

Simbol “topi” menunjukkan nilai parameter estimasi sedangkan nilai aktual motor atau nilai sebenarnya sistem ditunjukkan dengan parameter tanpa simbol “topi”.

Matriks A dan C diasumsikan *observable*, yaitu dari keluaran yang diperoleh maka *state* vektor dari sistem dapat diketahui. Adanya gangguan pada sistem mengakibatkan ketelitian sistem berubah sehingga diperlukan penggunaan *observer* untuk mengkoreksi kesalahan yang terjadi, sehingga persamaan model sistem dengan *observer* adalah sebagai berikut:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + Ge_y \quad (3.5)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (3.6)$$

dengan G adalah matriks konstan *gain observer* yaitu $G = \begin{bmatrix} g_1I + g_2J \\ g_3I + g_4J \end{bmatrix}$, yang

merupakan faktor pengali kesalahan antara nilai keluaran aktual dengan nilai keluaran estimasi. \hat{y} adalah nilai estimasi keluaran sebelumnya yang diperoleh dari nilai \hat{x} yang telah diketahui, dan kesalahan dari keluaran ditunjukkan oleh nilai e_y dengan persamaan $e_y = (y - \hat{y})$.

Bila disubstitusi persamaan kesalahan dari keluaran dan persamaan keluaran dalam persamaan *observer* diperoleh:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + G(y - \hat{y}) \\ \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + G(Cx - C\hat{x}) \\ \dot{\hat{x}} &= (A - GC)\hat{x} + GCx + Bu \end{aligned} \quad (3.7)$$

Persamaan motor dalam bentuk persamaan ruang keadaan yang digunakan pada model motor induksi kerangka acuan stator di atas adalah sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt}x = Ax + Bu$$

Untuk persamaan estimasi dari model motor tersebut menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\hat{x} &= \hat{A}\hat{x} + Bu + G(Cx - C\hat{x}) \\ \frac{d}{dt}\hat{x} &= \hat{A}\hat{x} + Bu + G(\bar{i}_s - \hat{i}_s) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Penentuan nilai *gain observer* diperoleh dengan mengasumsikan nilai eigen dari model motor adalah sebesar k kali dari nilai eigen model *observer*.

- Nilai eigen model motor

$$\det(I\mu - A) = 0 \quad (3.9)$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\mu - \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} \mu - A_{11} & -A_{12} \\ -A_{21} & \mu - A_{22} \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$\begin{aligned} (\mu - A_{11})(\mu - A_{22}) - (-A_{21})(-A_{12}) &= 0 \\ \mu^2 - A_{11}\mu - A_{22}\mu + A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} &= 0 \\ \mu^2 + (-A_{11} - A_{22})\mu + (A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}) &= 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

- Nilai eigen dari model *observer*

$$\det(I\lambda - (A - GC)) = 0 \quad (3.11)$$

$$\lambda = k\mu$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\lambda - \left(\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_1I + g_2J & 0 \\ g_3I + g_4J & 0 \end{bmatrix}\right)\right) = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} \lambda - A_{11} + g_1I + g_2J & -A_{12} \\ -A_{21} + g_3I + g_4J & \lambda - A_{22} \end{bmatrix}\right) = 0 \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} (\lambda - A_{11} + g_1I + g_2J)(\lambda - A_{22}) - (-A_{21} + g_3I + g_4J)(-A_{12}) &= 0 \\ \lambda^2 - A_{11}\lambda - A_{22}\lambda + g_1I\lambda + g_2J\lambda - g_1IA_{22} - g_2JA_{22} + A_{11}A_{22} + g_3IA_{12} + g_4JA_{12} - A_{12}A_{21} &= 0 \\ \lambda^2 + (g_1I + g_2J - A_{11} - A_{22})\lambda + (-g_1IA_{22} - g_2JA_{22} + g_3IA_{12} + g_4JA_{12} - A_{12}A_{21}) &= 0 \end{aligned}$$

- Untuk mencari g_1 dan g_2 , komponen kedua pada Persamaan (3.10) dan (3.12) dipersamakan yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 (-A_{11} - A_{22})\mu &\equiv (g_1 I + g_2 J - A_{11} - A_{22})k\mu \\
 g_1 I + g_2 J &= -A_{11} + A_{11}k - A_{22} + A_{22}k \\
 g_1 I + g_2 J &= (k-1)A_{11} + (k-1)A_{22} \\
 g_1 I + g_2 J &= (k-1)(A_{11} + A_{22})
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Dalam bentuk matriks dan pensubsitusian nilai A_{11} dan A_{22} maka persamaan menjadi:

$$\begin{bmatrix} g_1 & -g_2 \\ g_2 & g_1 \end{bmatrix} = (k-1) \left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \right)$$

$$\text{Didapat nilai } g_1 \text{ adalah } g_1 = (k-1)(a_{11} + a_{33}) \tag{3.14}$$

dengan

$$a_{11} + a_{33} = \frac{L_r}{L_s L_r - L_m^2} \left(-R_s - \frac{L_m^2 R_r}{L_r^2} \right) - \frac{1}{T_r} \tag{3.15}$$

$$a_{11} + a_{33} = \frac{L_r}{L_s L_r - L_m^2} \left(-R_s - \left[\frac{L_m^2 R_r \frac{L_r}{R_r} + L_s L_r^2 - L_m^2 R_r}{L_r^2 T_r} \right] \right) \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned}
 a_{11} + a_{33} &= \frac{L_r}{L_s L_r - L_m^2} \left(-R_s - \left[\frac{L_s L_r^2}{L_r^2 T_r} \right] \right) \\
 a_{11} + a_{33} &= - \left(R_s + \frac{L_s R_r}{L_r} \right) = - \left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r} \right)
 \end{aligned}$$

sehingga bila disubstitusi Persamaan (3.16) ke Persamaan (3.14) didapat

$$g_1 = (k-1) \left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r} \right) \tag{3.17}$$

Untuk g_2 didapat persamaan

$$\begin{aligned}
 g_2 &= (k-1)(a_{21} + a_{43}) \\
 g_2 &= (k-1)(0 + \hat{\omega}_r) \\
 g_2 &= (k-1)\hat{\omega}_r
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Nilai g_3 dan g_4 didapat dengan mempersamakan komponen terakhir Persamaan (3.10) dan (3.12)

$$\begin{aligned} A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} &\equiv -g_1IA_{22} - g_2JA_{22} + g_3IA_{12} + g_4JA_{12} + A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} \\ g_1IA_{22} + g_2JA_{22} &= g_3IA_{12} + g_4JA_{12} \\ A_{22}(g_1I + g_2J) &= (g_3I + g_4J)A_{12} \end{aligned}$$

dengan mensubstitusi Persamaan (3.13) ke persamaan di atas maka

$$(k-1)A_{22}(A_{11} + A_{22}) = (g_3I + g_4J)A_{12}$$

Dalam bentuk matriks menjadi

$$\begin{aligned} (k-1) \begin{bmatrix} a_{33} & -a_{43} \\ a_{43} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} + a_{33} & -a_{43} \\ a_{43} & a_{11} + a_{33} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} g_3 & -g_4 \\ g_4 & g_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{13} & -a_{23} \\ a_{23} & a_{13} \end{bmatrix} \\ (k-1) \begin{bmatrix} a_{33}(a_{11} + a_{33}) - a_{43}^2 & -a_{43}(a_{11} + a_{33}) - a_{33}a_{43} \\ a_{43}(a_{11} + a_{33}) + a_{33}a_{43} & a_{33}(a_{11} + a_{33}) - a_{43}^2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} g_3a_{13} - g_4a_{23} & -g_3a_{23} - g_4a_{13} \\ g_3a_{23} + g_4a_{13} & g_3a_{13} - g_4a_{23} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Dari matriks di atas didapat empat persamaan, dianalisa persamaan kolom pertama untuk mencari g_3 dan g_4 yaitu:

$$\begin{aligned} g_3a_{13} - g_4a_{23} &= (k-1)[a_{33}(a_{11} + a_{33}) - a_{43}^2] \\ g_3a_{23} + g_4a_{13} &= a_{43}(a_{11} + a_{33}) + a_{33}a_{43} \end{aligned}$$

- Untuk mencari g_3 dieliminasi g_4 sehingga persamaan menjadi:

$$g_3 = (k-1) \frac{[a_{11}a_{13}a_{33} + a_{33}^2a_{13} - a_{43}^2a_{13} + a_{43}a_{11}a_{23} + 2a_{43}a_{33}a_{23}]}{(a_{13}^2 + a_{23}^2)}$$

$$g_3 = (k-1) \frac{\left[a_{11} \left(\frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \right) \left(\frac{1}{T_r} \right) + \left(\frac{1}{T_r} \right)^2 \left(\frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \right) - (\hat{\omega}_r)^2 \left(\frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \right) + a_{11} (\hat{\omega}_r) \left(\frac{L_m \hat{\omega}_r}{\sigma L_s L_r} \right) + 2(\hat{\omega}_r) \left(\frac{1}{T_r} \right) \left(\frac{L_m \hat{\omega}_r}{\sigma L_s L_r} \right) \right]}{\left(\frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \right)^2 + \left(\frac{L_m \hat{\omega}_r}{\sigma L_s L_r} \right)^2}$$

$$g_3 = (k-1) \frac{\left[-a_{11} \left(\frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r^2} \right) + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r^3} - \frac{L_m \hat{\omega}_r^2}{\sigma L_s L_r T_r} - a_{11} \left(\frac{L_m \hat{\omega}_r^2}{\sigma L_s L_r} \right) + \frac{2L_m \hat{\omega}_r^2}{\sigma L_s L_r T_r} \right]}{\left(\frac{L_m^2}{\sigma^2 L_s^2 L_r^2 T_r^2} + \frac{L_m^2 \hat{\omega}_r^2}{\sigma^2 L_s^2 L_r^2} \right)}$$

dengan $c = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}$ maka persamaan di atas dapat disederhanakan menjadi :

$$g_3 = (k-1) \frac{\left[-a_{11} \left(\frac{1}{cT_r^2} \right) + \frac{1}{cT_r^3} - \frac{\hat{\omega}_r^2}{cT_r} - a_{11} \left(\frac{\hat{\omega}_r^2}{c} \right) + \frac{2\hat{\omega}_r^2}{cT_r} \right]}{\left(\frac{1}{c^2T_r^2} + \frac{\hat{\omega}_r^2}{c^2} \right)}$$

$$g_3 = (k-1)c \frac{\left[-a_{11} + \frac{1}{T_r} + \hat{\omega}_r^2 T_r - a_{11} \hat{\omega}_r^2 T_r^2 \right]}{(1 + T_r^2 \hat{\omega}_r^2)}$$

$$g_3 = -(k-1)ca_{11} \frac{(1 + T_r^2 \hat{\omega}_r^2)}{(1 + T_r^2 \hat{\omega}_r^2)} + (k-1)c \frac{1}{T_r} \frac{(1 + T_r^2 \hat{\omega}_r^2)}{(1 + T_r^2 \hat{\omega}_r^2)}$$

$$g_3 = -(k-1)c \left[a_{11} - \frac{1}{T_r} \right]$$

$$g_3 = -(k-1)c \left[\frac{L_r}{L_s L_r - L_m^2} \left(-R_s - \frac{L_m^2 R_r}{L_r^2} \right) - \frac{1}{T_r} \right] \quad (3.19)$$

Bila disubstitusi hasil yang didapat pada Persamaan (3.16) ke Persamaan (3.19) di atas maka

$$g_3 = (k-1)c \left[\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r} \right] \quad (3.20)$$

- Untuk mencari g_4 di eliminasi g_3 sehingga persamaan menjadi:

$$g_4 = -(k-1) \frac{[a_{11}a_{23}a_{33} + a_{33}^2 a_{23} - a_{43}^2 a_{23} - a_{43}a_{11}a_{13} - 2a_{43}a_{33}a_{13}]}{(a_{13}^2 + a_{23}^2)}$$

$$g_4 = -(k-1) \frac{\left[a_{11} \left(\frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \right) \left(\frac{1}{T_r} \right) + \left(\frac{1}{T_r} \right)^2 \left(\frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \right) - (\hat{\omega}_r)^2 \left(\frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \right) + a_{11} (\hat{\omega}_r) \left(\frac{L_m \hat{\omega}_r}{\sigma L_s L_r} \right) + 2(\hat{\omega}_r) \left(\frac{1}{T_r} \right) \left(\frac{L_m \hat{\omega}_r}{\sigma L_s L_r} \right) \right]}{\left(\frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \right)^2 + \left(\frac{L_m \hat{\omega}_r}{\sigma L_s L_r} \right)^2}$$

$$g_4 = -(k-1) \frac{\left[a_{11} \left(\frac{L_m \hat{\omega}_r}{\sigma L_s L_r} \right) \left(\frac{1}{T_r} \right) + \left(\frac{1}{T_r} \right)^2 \left(\frac{L_m \hat{\omega}_r}{\sigma L_s L_r} \right) - (\hat{\omega}_r)^2 \left(\frac{L_m \hat{\omega}_r}{\sigma L_s L_r} \right) - a_{11} (\hat{\omega}_r) \left(\frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \right) - 2(\hat{\omega}_r) \left(\frac{1}{T_r} \right) \left(\frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \right) \right]}{\left(\frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \right)^2 + \left(\frac{L_m \hat{\omega}_r}{\sigma L_s L_r} \right)^2}$$

dengan mensubstitusi $c = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}$, persamaan di atas disederhanakan menjadi

$$g_4 = -(k-1) \frac{\left[-\frac{\hat{\omega}_r}{c T_r^2} + \frac{\hat{\omega}_r^3}{c} + 2 \frac{\hat{\omega}_r}{c T_r^2} \right]}{\left(\frac{1}{c^2 T_r^2} + \frac{\hat{\omega}_r^2}{c^2} \right)}$$

$$g_4 = -(k-1)c\hat{\omega}_r \quad (3.21)$$

Dari keseluruhan penurunan rumus di atas didapat empat persamaan yaitu Persamaan (3.22), (3.23), (3.24), dan (3.25) yang merupakan nilai *gain observer*.

Dalam bentuk matrik *gain full order observer* dapat ditulis sebagai berikut:

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & -g_2 \\ g_2 & g_1 \\ g_3 & -g_4 \\ g_4 & g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(k-1) \left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r} \right) & -(k-1)\hat{\omega}_r \\ (k-1)\hat{\omega}_r & -(k-1) \left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r} \right) \\ c(k-1) \left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r} \right) & (k-1)c\hat{\omega}_r \\ -(k-1)c\hat{\omega}_r & c(k-1) \left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r} \right) \end{bmatrix}$$

dengan nilai k yaitu konstanta lebih besar dari satu ($k > 1$).

Dengan hasil nilai *gain observer* didapat persamaan motor model estimasi menggunakan *full order observer* yang merupakan estimasi model arus yaitu:

$$\frac{d}{dt} \hat{x} = \hat{A}\hat{x} + Bu + G(\bar{i}_s - \hat{i}_s) \text{ maka}$$

$$\frac{d}{dt} i_{s\alpha} = \frac{L_r}{L_s L_r - L_m^2} \left(-R_s - \frac{L_m^2 R_r}{L_r^2} \right) i_{s\alpha} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \psi_{r\alpha} + \frac{L_m \omega_r}{\sigma L_s L_r} \psi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma L_s} V_{s\alpha} + g_1 (\bar{i}_{s\alpha} - \hat{i}_{s\alpha}) - g_2 (\bar{i}_{s\beta} - \hat{i}_{s\beta}) \quad (3.22)$$

$$\frac{d}{dt} i_{s\beta} = \frac{L_r}{L_s L_r - L_m^2} \left(-R_s - \frac{L_m^2 R_r}{L_r^2} \right) i_{s\beta} - \frac{L_m \hat{\omega}_r}{\sigma L_s L_r} \psi_{r\alpha} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \psi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma L_s} V_{s\beta} + g_2 (\bar{i}_{s\alpha} - \hat{i}_{s\alpha}) - g_1 (\bar{i}_{s\beta} - \hat{i}_{s\beta}) \quad (3.23)$$

$$\frac{d}{dt} \psi_{r\alpha} = \frac{L_m}{T_r} i_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \psi_{r\alpha} - \hat{\omega}_r \psi_{r\beta} + g_3 (\bar{i}_{s\alpha} - \hat{i}_{s\alpha}) - g_4 (\bar{i}_{s\beta} - \hat{i}_{s\beta}) \quad (3.24)$$

$$\frac{d}{dt} \psi_{r\beta} = \frac{L_m}{T_r} i_{s\beta} + \hat{\omega}_r \psi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r} \psi_{r\beta} + g_4 (\bar{i}_{s\alpha} - \hat{i}_{s\alpha}) + g_3 (\bar{i}_{s\beta} - \hat{i}_{s\beta}) \quad (3.25)$$

3.1.2 Estimasi kecepatan dengan teori Lyapunov

Model arus pada *observer* membutuhkan ketepatan nilai posisi atau kecepatan rotor untuk menghasilkan fluks estimasi yang tepat maka perlunya perhitungan estimasi kecepatan. Akan dibahas perhitungan estimasi kecepatan dengan menggunakan analisa kestabilan Lyapunov metode *direct* yang memiliki syarat sebagai berikut:

Jika suatu sistem $\dot{x} = f(x,t)$ $x \in \Omega \subseteq R^n$ dan fungsi Lyapunov $V(x)$ bernilai *definite* positif yaitu $V(0) = 0$ atau $V(x) > 0, \|x\| \neq 0$ maka [11]:

1. Kestabilan biasa titik *equilibrium* jika turunan dari $V(x)$ untuk $\dot{x} = f(x,t)$ bernilai *semidefinite* negatif.
2. Kestabilan asimtot titik *equilibrium* jika turunan dari $V(x)$ untuk $\dot{x} = f(x,t)$ bernilai *definite* negatif yaitu $\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} \dot{x} < 0, \forall x \neq 0$
3. Jika kondisi untuk semua $x \in R^n$ dan $\|x\| \rightarrow \infty$ yang berarti $V(x) \rightarrow \infty$ maka berupa kestabilan global untuk nomor 1 dan kestabilan asimtot global untuk nomor 2.

Teori Lyapunov menggunakan persamaan kesalahan estimasi *observer* dengan mensubstitusi Persamaan motor model *state space* (3.26) ke Persamaan estimasi (3.27).

Persamaan motor model *state space* yang digunakan adalah sebagai berikut

$$\frac{d}{dt}x = Ax + Bu \quad (3.26)$$

Untuk persamaan estimasi menjadi

$$\frac{d}{dt}\hat{x} = \hat{A}\hat{x} + Bu + G(Cx - C\hat{x}) \quad (3.27)$$

sehingga menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\hat{x} &= \hat{A}\hat{x} + \left(\frac{d}{dt}x - Ax \right) + G(Cx - C\hat{x}) \\ &= \hat{A}\hat{x} - Ax + GCx - GC\hat{x} + \frac{d}{dt}x \\ &= \hat{A}\hat{x} - Ax + GCx - GC\hat{x} + \frac{d}{dt}x + A\hat{x} - A\hat{x} \end{aligned}$$

$$= (\hat{A} - A)\hat{x} + (A - GC)\hat{x} - (A - GC)x + \frac{d}{dt}x$$

$$\frac{d}{dt}(x - \hat{x}) = (A - GC)(x - \hat{x}) + (A - \hat{A})\hat{x} \quad (3.28)$$

dengan $e = x - \hat{x}$ dan $\Delta A = A - \hat{A}$ maka Persamaan (3.28) menjadi

$$\frac{d}{dt}e = (A - GC)e + \Delta A\hat{x} \quad (3.29)$$

Lyapunov function candidate [13]

$$V = e^T e + (\omega_r - \hat{\omega}_r)^2 / \rho_1 \quad (3.30)$$

maka turunan V terhadap waktu adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}V &= \left[e^T (A - GC)^T - (\Delta A\hat{x})^T \right] e + e^T \left[(A - GC)e - \Delta A\hat{x} \right] - 2\Delta\omega_r \frac{d}{dt}\hat{\omega}_r / \rho_1 \\ &= e^T (A - GC)^T e - (\Delta A\hat{x})^T e + e^T (A - GC)e - e^T \Delta A\hat{x} - 2\Delta\omega_r \frac{d}{dt}\hat{\omega}_r / \rho_1 \\ &= e^T \left[(A - GC)^T + (A - GC) \right] e - \left[\hat{x}^T \Delta A^T e + e^T \Delta A\hat{x} \right] - 2\Delta\omega_r \frac{d}{dt}\hat{\omega}_r / \rho_1 \end{aligned}$$

Bila dijabarkan komponen tengahnya yaitu:

$$\begin{aligned} \left[\hat{x}^T \Delta A^T e + e^T \Delta A\hat{x} \right] &= \hat{x}^T \Delta A^T (x - \hat{x}) + (x - \hat{x})^T \Delta A\hat{x} \\ &= \hat{x}^T \Delta A^T x - \hat{x}^T \Delta A^T \hat{x} + x^T \Delta A\hat{x} - \hat{x}^T \Delta A\hat{x} \\ \left[\hat{x}^T \Delta A^T e + e^T \Delta A\hat{x} \right] &= \begin{bmatrix} \hat{i}_s & \hat{\psi}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{\Delta\omega_r J}{c} & \Delta\omega_r J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{\psi}_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{i}_s & \hat{\psi}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{\Delta\omega_r J}{c} & \Delta\omega_r J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{\psi}_r \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \hat{i}_s & \hat{\psi}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\Delta\omega_r J}{c} \\ 0 & \Delta\omega_r J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{\psi}_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{i}_s & \hat{\psi}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\Delta\omega_r J}{c} \\ 0 & \Delta\omega_r J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{\psi}_r \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[\hat{x}^T \Delta A^T e + e^T \Delta A\hat{x} \right] &= -\frac{\Delta\omega_r J}{c} \hat{\psi}_r \hat{i}_s + \Delta\omega_r J \hat{\psi}_r \hat{\psi}_r + \frac{\Delta\omega_r J}{c} \hat{\psi}_r \hat{i}_s - \Delta\omega_r J \hat{\psi}_r^2 \\ &\quad - \frac{\Delta\omega_r J}{c} \hat{\psi}_r \hat{i}_s + \Delta\omega_r J \hat{\psi}_r \hat{\psi}_r + \frac{\Delta\omega_r J}{c} \hat{\psi}_r \hat{i}_s - \Delta\omega_r J \hat{\psi}_r^2 \\ &= 2 \left[-\frac{\Delta\omega_r J}{c} \hat{\psi}_r \hat{i}_s + \Delta\omega_r J \hat{\psi}_r \hat{\psi}_r + \frac{\Delta\omega_r J}{c} \hat{\psi}_r \hat{i}_s - \Delta\omega_r J \hat{\psi}_r^2 \right] \end{aligned}$$

dengan menganggap nilai fluks rotor aktual dan fluks rotor estimasi sama besar

$\psi_r \equiv \hat{\psi}_r$ maka persamaan di atas menjadi :

$$\begin{aligned}
 [\hat{x}^T \Delta A^T e + e^T \Delta A \hat{x}] &= 2 \left[-\frac{\Delta \omega_r J}{c} \hat{\psi}_r i_s + \frac{\Delta \omega_r J}{c} \hat{\psi}_r \hat{i}_s \right] \\
 &= 2 \left[-\frac{\Delta \omega_r J}{c} \hat{\psi}_r (i_s - \hat{i}_s) \right] \\
 &= 2 \left[\begin{array}{cc} 0 & \frac{\Delta \omega_r J}{c} \\ -\frac{\Delta \omega_r}{c} & 0 \end{array} \right] \begin{bmatrix} \hat{\psi}_{r\alpha} \\ \hat{\psi}_{r\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{is\alpha} \\ e_{is\beta} \end{bmatrix} \\
 [\hat{x}^T \Delta A^T e + e^T \Delta A \hat{x}] &= 2 \frac{\Delta \omega_r}{c} (\hat{\psi}_{r\beta} e_{is\alpha} - \hat{\psi}_{r\alpha} e_{is\beta}) \quad (3.31)
 \end{aligned}$$

Jika mensubstitusi Persamaan (3.39) ke Persamaan turunan V maka

$$\frac{d}{dt} V = e^T \left[(A - GC)^T + (A - GC) \right] e - 2 \frac{\Delta \omega_r}{c} (\hat{\psi}_{r\beta} e_{is\alpha} - \hat{\psi}_{r\alpha} e_{is\beta}) - 2 \Delta \omega_r \frac{d}{dt} \hat{\omega}_r / \rho_1 \quad (3.32)$$

Sesuai dengan syarat kestabilan Lyapunov (nomor 1), persamaan di atas akan stabil jika persamaan turunan V *semidefinite* negatif. Nilai G yang merupakan *gain observer* yang didapatkan dari perhitungan bernilai *semidefinite* negatif sama halnya dengan sistem yang digunakan yaitu model motor induksi maka nilai $e^T \left[(A - GC)^T + (A - GC) \right] e$ adalah *semidefinite* negatif. Agar persamaan turunan yaitu kesalahan dinamik *observer* stabil (bernilai *semidefinite* negatif) maka:

$$2 \frac{\Delta \omega_r}{c} (\hat{\psi}_{r\beta} e_{is\alpha} - \hat{\psi}_{r\alpha} e_{is\beta}) - 2 \Delta \omega_r \frac{d}{dt} \hat{\omega}_r / \rho_1 = 0 \quad (3.33)$$

sehingga didapat:

$$\frac{d}{dt} \hat{\omega}_r = \frac{\rho_1}{c} (\hat{\psi}_{r\beta} e_{is\alpha} - \hat{\psi}_{r\alpha} e_{is\beta}) \quad (3.34)$$

dengan mengasumsikan $Ki = \frac{\rho_1}{c}$ yaitu konstanta integral maka diperoleh

persamaan kecepatan estimasi yaitu:

$$\hat{\omega}_r = Ki \int (\hat{\psi}_{r\beta} e_{is\alpha} - \hat{\psi}_{r\alpha} e_{is\beta}) dt \quad (3.35)$$

Agar Persamaan (3.35) dapat meningkatkan respon estimasi kecepatan maka ditambahkan komponen proporsional sehingga menjadi:

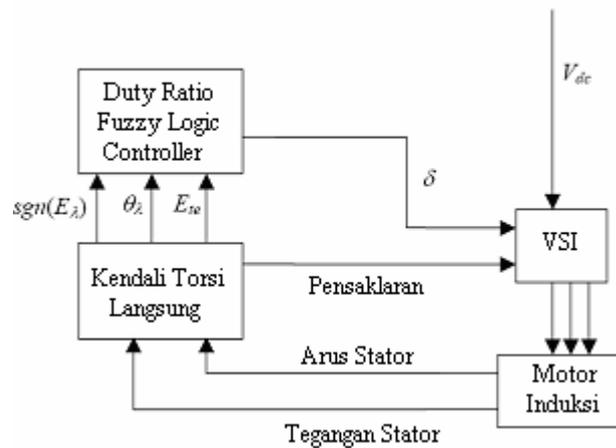
$$\hat{\omega}_r = Kp(\hat{\psi}_{r\beta}e_{is\alpha} - \hat{\psi}_{r\alpha}e_{is\beta}) + Ki \int (\hat{\psi}_{r\beta}e_{is\alpha} - \hat{\psi}_{r\alpha}e_{is\beta}) dt \quad (3.36)$$

dengan $\hat{\omega}_r$ adalah kecepatan rotor estimasi (rad/detik), $\hat{\omega}_{r\alpha}$ adalah fluks rotor estimasi dalam sumbu α (Wb), $\hat{\omega}_{r\beta}$ adalah fluks rotor estimasi dalam sumbu β (Wb), $e_{is\alpha}$ yaitu kesalahan arus stator sumbu α (Ampere), $e_{is\beta}$ yaitu kesalahan arus stator sumbu β (Ampere), Kp merupakan konstanta proporsional, dan Ki merupakan konstanta integral.

3.2 Duty Ratio berbasis Logika Fuzzy [11]

Permasalahan utama yang terjadi pada metode KTL adalah adanya riak (*ripple*) pada torsi dan fluks yang disebabkan oleh inverter tidak dapat memberikan nilai vektor tegangan stator yang tepat untuk memenuhi perubahan yang terjadi pada torsi dan fluks. Solusi yang memungkinkan untuk dapat menjawab permasalahan itu adalah dengan penggunaan frekwensi pensaklaran yang tinggi atau penggunaan topologi inverter alternatif. Peningkatan frekwensi pensaklaran dibutuhkan inverter karena dapat mengurangi harmonik yang terjadi pada arus dan dapat mengurangi riak pada torsi. Namun frekwensi pensaklaran yang tinggi dapat menyebabkan kerugian pensaklaran sehingga terjadi penurunan efisiensi pada inverter yang terdiri dari bahan semi konduktor. Selain itu frekwensi pensaklaran yang tinggi membutuhkan prosessor yang cepat karena waktu proses pengendaliannya menjadi sangat pendek.

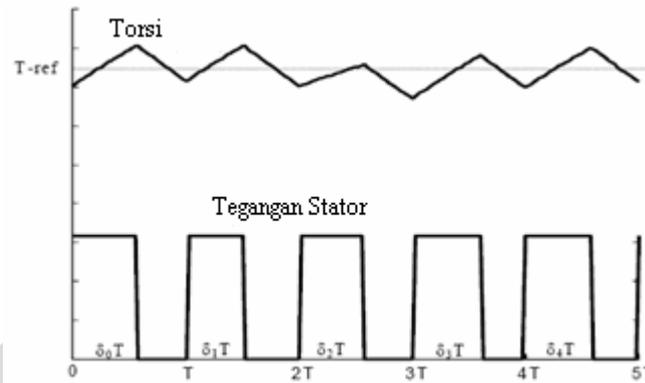
Topologi inverter alternatif dapat meningkatkan frekwensi pensaklaran namun dari segi biaya akan bertambah. Selain memberikan vektor tegangan pada satu periode pensaklaran, dengan memberikan vektor tegangan pada sebagian waktu dalam satu periode pensaklaran dapat mengurangi terjadinya riak. Hal ini dikenal sebagai *duty ratio*, yaitu perbandingan dari sebagian periode pensaklaran untuk sebuah vektor tegangan tak nol yang diberikan oleh inverter dengan seluruh periode pensaklaran.



Gambar 3.2 KTL dengan *duty ratio* berbasis Logika Fuzzy

Pada metode KTL konvensional, sebuah vektor tegangan diberikan selama periode pensaklaran dan hal ini akan menyebabkan arus pada stator dan torsi elektromagnetik bertambah selama periode pensaklaran tersebut. Untuk tingkat kesalahan torsi yang kecil, torsi elektromagnetik melewati nilai acuan lebih cepat pada periode pensaklaran dan semakin bertambah terus sehingga menyebabkan terjadinya riak yang besar pada torsi. Kemudian dilanjutkan dengan memberikan vektor tegangan nol untuk mengurangi torsi elektromagnetik sesuai dengan torsi acuan. Riak pada torsi dan fluks dapat dikurangi dengan memberikan vektor tegangan tidak dalam satu periode pensaklaran seperti layaknya KTL konvensional, namun memberikan vektor tegangan dalam sebagian periode pensaklaran saja. Waktu dimana sebuah vektor tegangan tak nol harus diberikan dipilih hanya untuk menaikkan torsi elektromagnetik sesuai torsi acuannya dan vektor tegangan tak nol diberikan pada sisa waktu periode pensaklaran dari inverter tersebut. Periode pensaklaran dapat dilihat pada Gambar 1.1. Selama diberikannya vektor tegangan nol pada motor induksi berarti motor tersebut tidak menyerap daya listrik dan fluksnya hampir konstan, hanya berkurang sedikit sekali. Pada Gambar 3.2 menunjukkan metode KTL dengan pengendali *duty ratio* berbasis logika Fuzzy. Masukan tegangan DC rata-rata pada motor selama pensaklaran vektor tegangan tertentu diberikan adalah $dVDC$. Dengan memberikan variasi *duty ratio* (d) diantara nol dan satu, sangat memungkinkan memberikan tegangan ke motor dengan nilai rata-rata diantara 0 sampai VDC selama periode pensaklaran. Kemudian riak pada torsi menjadi lebih berkurang

bila dibandingkan dengan memberikan tegangan DC secara penuh selama periode pensaklaran. Hal ini meningkatkan pilihan vektor tegangan tanpa menambah frekwensi pensaklaran dari semikonduktor pada inverter sumber tegangan, seperti yang terlihat pada Gambar 3.3.

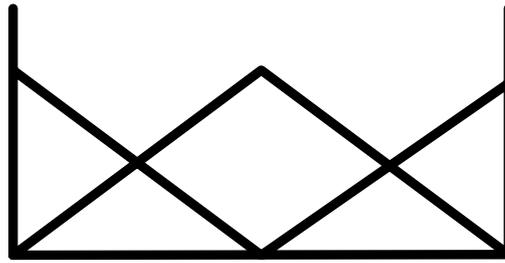


Gambar 3.3 Torsi Elektromagnetik KTL dengan *duty ratio*

Duty ratio dalam satu periode pensaklaran merupakan fungsi non-linier dari kesalahan torsi elektromagnetik, kesalahan fluks stator dan posisi fluks stator pada ruang vektor[11]. Sehingga sangat menyulitkan untuk membuat model fungsi non-linier tersebut. Namun dengan menggunakan logika Fuzzy kita dapat memberikan fungsi pengendalian *duty ratio* tiap periode pensaklaran. Pada sistem berbasis logika Fuzzy ini terdapat tiga buah variabel yaitu kesalahan torsi elektromagnetik, posisi fluks stator dan nilai sign dari kesalahan fluks stator. Sedangkan sebagai keluaran dari pengendali logika Fuzzy tersebut adalah nilai *duty ratio* (d).

3.2.1 Perancangan pengendali *duty ratio*.

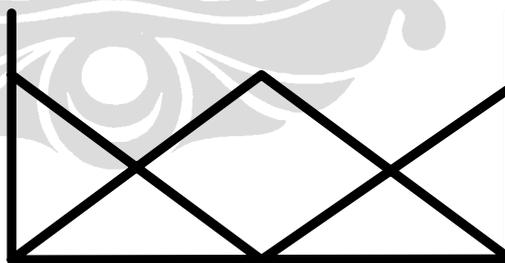
Tipe pengendali logika Fuzzy yang akan digunakan pada tesis ini adalah tipe Fuzzy Mamdani yang terdiri dari *rule base*, fuzzifikasi, dan defuzzifikasi. Pada pengendali *duty ratio* ini menggunakan dua set *rule base*. *Rule base* yang pertama digunakan ketika fluks pada stator lebih kecil daripada fluks acuannya (kesalahannya bernilai positif), sedangkan *rule base* yang kedua digunakan ketika fluks stator lebih besar dari nilai fluks acuannya (kesalahannya bernilai negatif). Untuk fungsi keanggotaan dari masukan dan keluarannya digunakan fungsi keanggotaan segitiga.



Gambar 3.4 Fungsi Keanggotaan Kesalahan Torsi¹
 dimana nilai A, B dan C untuk fungsi keanggotaan kesalahan torsi dapat bervariasi tergantung karakteristik motor[11].



Gambar 3.5 Fungsi Keanggotaan Posisi Fluks Stator
 nilai A, B dan C untuk fungsi keanggotaan posisi fluks stator adalah 0, 0.517 dan 1.047, berdasarkan posisi fluks stator dalam satu sektor vektor tegangan[11].



Gambar 3.6 Fungsi Keanggotaan *duty ratio*¹
 nilai A, B dan C untuk fungsi keanggotaan *duty ratio* adalah 0.55, 0.775 dan 1, nilai tersebut diperoleh dari proses simulasi.

Himpunan semesta dari kesalahan torsi dan *duty ratio* diatur dengan melakukan simulasi untuk memperoleh pengurangan riak pada torsi dan fluks

SMALL
 0
 A

yang optimal. Karena terdapat tiga fungsi keanggotaan untuk masing-masing input, maka terdapat sembilan buah rule untuk tiap set *rule base* Fuzzy. Pengendali Fuzzy pada tesis ini dapat diaplikasikan untuk putaran maju dan putaran mundur. Pada putaran mundur digunakan fungsi absolut pada masukan kesalahan torsi.

Tujuan dari aturan Fuzzy yang digunakan adalah untuk mengurangi riak pada torsi. Secara umum *duty ratio* sebanding dengan kesalahan torsi dan posisi fluks stator pada tiap-tiap vektornya selama tingkat perubahan torsi sebanding dengan sudut diantara fluks stator dan vektor tegangan yang diberikan ke motor sehingga *duty ratio* juga dipengaruhi oleh posisi fluks stator pada tiap-tiap sektor. Penggunaan dua buah Fuzzy set karena pada saat fluks stator lebih besar daripada nilai fluks acuannya, sebuah vektor tegangan yang mendahului vektor fluks stator dengan dua sektor akan diberikan oleh inverter sehingga menyebabkan tingkat perubahan yang besar pada torsi bila dibandingkan dengan tegangan vektor yang mendahului vektor fluks stator dengan satu sektor ketika fluks stator lebih kecil daripada nilai acuannya.

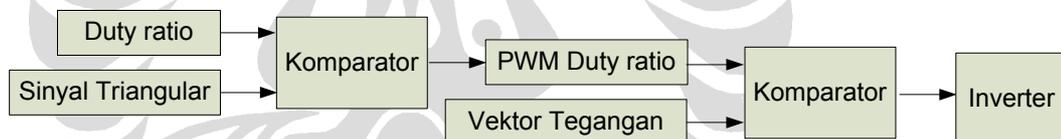
Duty ratio dipilih proporsional dengan nilai *magnitud* dari kesalahan torsi sehingga apabila kesalahan torsi *small*, *medium* atau *large* maka *duty ratio* akan bernilai *small*, *medium* dan *large* pula. *Rule* Fuzzy kemudian digunakan untuk memberikan pengaruh dari kesalahan fluks stator dan posisi fluks stator. Jika kesalahan torsi *medium* dan fluks stator berada pada sektor k dengan nilai *magnitud* lebih besar dari nilai fluks acuannya maka nilai tegangan vektor $V(k+2)$ dipilih. Jika posisi fluksnya *small* artinya terdapat sudut yang besar diantara fluks stator dan tegangan vektor yang dipilih yang menyebabkan vektor tegangan yang dipilih lebih efektif dalam meningkatkan torsi sehingga *duty ratio* akan dibuat *small*. *Rule* Fuzzy dalam pengendalian *duty ratio* ini dinyatakan sebagai berikut :

- * Jika kesalahan torsi bernilai *medium* dan posisi fluks bernilai *small* maka *duty ratio* akan dibuat *small*
- * Jika kesalahan torsi bernilai *large* dan posisi fluks bernilai *small* maka *duty ratio* akan dibuat *medium*

fluks acuan akan diberikan pula kepada blok komparator. Nilai fluks ini diperoleh dari data motor atau estimasi optimum dari simulasi.

Nilai dari estimasi fluks dan estimasi torsi dari blok *observer* akan menjadi nilai umpan balik bagi komparator histerisis. Estimasi posisi fluks dari *observer* bersama status dari torsi dan fluks akan diberikan kepada blok selektor tegangan. Selektor tegangan akan menentukan pensaklaran berdasarkan informasi status torsi, fluks dan posisi fluks stator. Sedangkan nilai dari kecepatan estimasi dari *blok observer* akan menjadi nilai umpan balik bagi pengendali kecepatan.

Pengendali *duty ratio* mendapatkan masukan dari estimasi fluks dan torsi, nilai acuan fluks dan torsi serta nilai estimasi posisi fluks. Kesalahan dari torsi dan nilai posisi fluks pada satu sektor fluks menjadi masukan bagi pengendali logika fuzzy. Dengan dilakukan proses fuzzifikasi, inferensi dan defuzzifikasi diperoleh nilai *duty ratio*. Namun nilai *duty ratio* yang akan diberikan kepada sistem juga tergantung pada kesalahan dari fluks stator. *Duty ratio* tersebut akan memodulasi sebuah sinyal triangular sehingga diperoleh pulsa dengan lebar tertentu, seperti terlihat pada Gambar 3.8.



Gambar 3.8 Blok kendali *duty ratio*

Pulsa ini akan dibandingkan dengan keluaran vektor tegangan sehingga periode pensaklaran dari vektor tegangan dapat dikendalikan dengan *duty ratio*. Sehingga nilai tegangan yang merupakan status dari saklar inverter yaitu S_a , S_b dan S_c akan diberikan kepada inverter untuk kemudian menjadi nilai masukan tegangan motor induksi tiga fasa.