

BAB II

DASAR TEORI

2.1. DEFINISI FLUIDA

Fluida dapat di definisikan sebagai zat yang terus menerus berubah bentuk apabila mengalami tegangan geser. Fluida tidak mampu menahan tegangan geser tanpa berubah bentuk. Walaupun demikian, ada bahan-bahan seperti jeli, cat, ter dan larutan polimer yang menunjukkan karakteristik entah zat padat atau fluida tergantung pada tingkat tegangan geser yang di alami.

Fluida dapat digolongkan ke dalam cairan atau gas. Perbedaan-perbedaan utama antara cairan dan gas adalah cairan tidak kompresibel, sedangkan gas kompresibel . Cairan mengisi volume tertentu dan mempunyai permukaan-permukaan bebas sedangkan gas akan menyebar dan menempati seluruh wadah yang ditempatinya. Fluida memiliki sifat tidak menolak terhadap perubahan bentuk dan kemampuan untuk mengalir (atau umumnya kemampuannya untuk mengambil bentuk dari wadah mereka). Sifat ini biasanya dikarenakan sebagai fungsi dari ketidakmampuan fluida terhadap tegangan geser (*shear stress*) dalam ekuilibrium statik.

Secara garis besar fluida dapat di klasifikasikan dalam dua bagian yaitu fluida *Newtonian* dan fluida *Non-Newtonian*.

2.1.1 Fluida *Newtonian*

Fluida *Newtonian* adalah fluida yang koefisien viskositas dinamikanya (μ) bergantung pada temperatur dan tekanan namun tidak bergantung pada besar gradien kecepatan. Untuk fluida jenis ini, grafik yang menghubungkan tegangan geser dengan gradien kecepatan adalah sebuah garis lurus yang melalui titik asal, dan condongnya menyatakan viskositas dinamik. Gambar 2.1 menunjukkan grafika linear tersebut.

fluida *Newtonian* mengikuti hukum Newton tentang aliran dituliskan dengan persamaan berikut ini

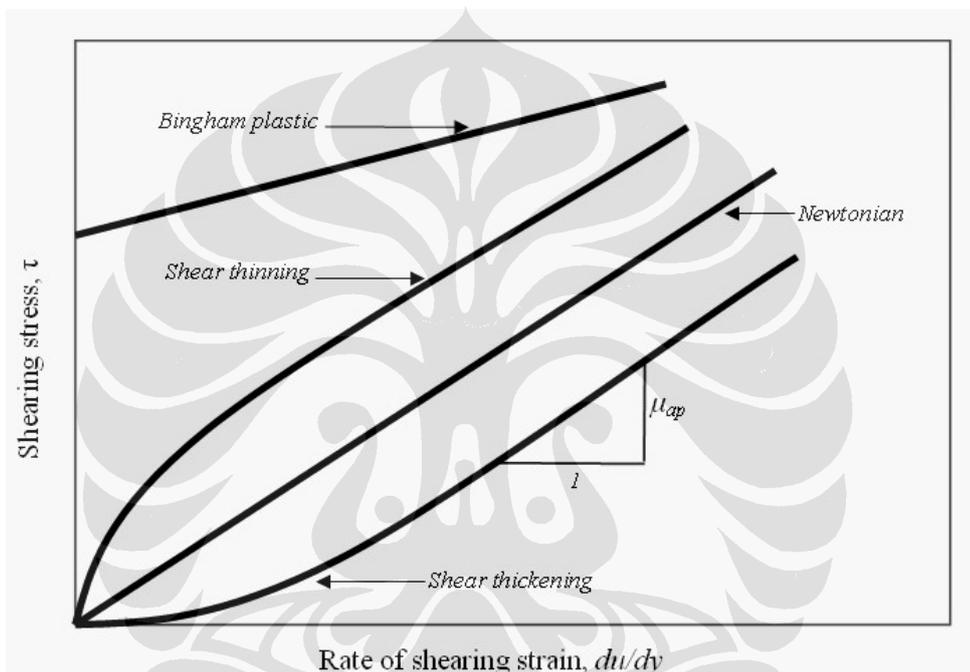
$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.1)$$

Dimana :

τ = Tegangan geser pada fluida

μ = Viscositas Fluida

$\frac{\partial u}{\partial y}$ = Gradient kecepatan fluida



Gambar 2.1 Perilaku viskous fluida: kurva-kurva aliran.

(Sumber: Munson, et al., 2002)

2.1.2. Fluida *Non-Newtonian*

Fluida yang perilaku viskousnya tidak terungkap melalui persamaan 2.1 disebut fluida *Non-Newtonian*. Walaupun fluida *Non-Newtonian* ini bukan fluida yang luar biasa. Perilaku viskousnya kompleks dan sering hanya dapat di ekspresikan secara kira-kira.

Sejumlah persamaan konstitutif yang tidak linier telah di gunakan untuk menjelaskan perilaku viskous fluida-fluida viskous *Non-Newtonian*. Secara grafik perilaku fluida *Non-Newtonian* dapat terlihat pada gambar 2.1

2.2 SIFAT-SIFAT FLUIDA

Beberapa sifat-sifat fluida yang telah di definisikan diantaranya adalah:

2.2.1 Densitas

Densitas adalah jumlah zat yang terkandung dalam suatu unit volume .

Dalam persamaan densitas dapat dinyatakan dalam tiga bentuk yaitu :

a. Densitas massa

Perbandingan jumlah massa dengan jumlah volume. Dirumuskan dalam persamaan sebagai berikut :

$$\rho = \frac{m}{v} \quad (2.6)$$

Dimana : m = massa

V = volume,

Satuan densitas adalah $\frac{kg}{m^3}$

harga standarnya pada tekanan $p = 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ dan temperatur $T = 288.15 \text{ K}$ untuk air adalah 1000 kg / m^3

b. Berat spesifik

Berat spesifik adalah nilai densitas massa dikalikan dengan gravitasi, Dirumuskan dengan persamaan :

$$\gamma = \rho \cdot g \quad (2.7)$$

Satuan dari berat spesifik ini adalah $\frac{N}{m^3}$, nilai γ air adalah $9.81 \times 10^3 \text{ N/m}^3$.

c. Densitas relatif

Densitas relatif disebut juga specific gravity (s.g) yaitu perbandingan antara densitas massa dengan berat spesifik suatu zat terhadap densitas massa atau berat spesifik dari suatu zat standar, dimana yang dianggap memiliki nilai zat standar adalah air pada temperatur 4^0 C . densitas relatif ini tidak memiliki satuan.

2.2.2 Viskositas

Sifat yang disebut viskositas ini merupakan ukuran ketahanan sebuah fluida terhadap deformasi atau perubahan bentuk. Newton mendalilkan bahwa tegangan geser dalam sebuah fluida sebanding dengan laju perubahan kecepatan ruang (*spatial rate of change of velocity*) yang normal terhadap aliran. Laju perubahan kecepatan ruang ini disebut gradien kecepatan (*velocity gradient*), yang juga merupakan laju deformasi sudut (*rate of angular deformation*).

Pada dasarnya viskositas ini disebabkan karena kohesi dan pertukaran momentum molekuler diantara lapisan layer fluida pada saat fluida tersebut mengalir. Pada zat cair, jarak antar molekul jauh lebih kecil dibanding pada gas, sehingga kohesi molekul disitu begitu kuat sekali. Peningkatan temperatur mengurangi kohesi molekuler, dan ini di wujudkan berupa berkurangnya viskositas fluida. viskositas fluida ini dipengaruhi oleh banyak hal antara lain temperatur, konsentrasi larutan, bentuk partikel dan sebagainya

Viskositas dinyatakan dalam dua bentuk, yakni :

a. Viskositas dinamik (μ)

Viskositas dinamik merupakan perbandingan tegangan geser dengan laju perubahannya, besarnya nilai viskositas dinamik tergantung dari faktor-faktor diatas tersebut, untuk viskositas dinamik air pada temperatur standar lingkungan (27°C) adalah $8.6 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s}$

b. Viskositas kinematik

Viskositas kinematik merupakan perbandingan viskositas dinamik terhadap kerapatan (*density*) massa jenis dari fluida tersebut. Viskositas kinematik ini terdapat dalam beberapa penerapan antara lain dalam bilangan Reynolds yang merupakan bilangan tak berdimensi. Nilai viskositas kinematik air pada temperatur standar (27°C) adalah $8.7 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$.

2.2.3 Bilangan reynolds

Bilangan Reynolds adalah bilang tidak berdimensi yang menyatakan perbandingan gaya-gaya inersia terhadap gaya viskos pada pipa bulat dengan aliran penuh berlaku :

$$Re = \frac{Vd\rho}{\mu} = \frac{Vd}{\nu} \quad (2.8)$$

$$D_h = \frac{4A}{p} \quad (2.9)$$

Dimana :

V = Kecepatan rata-rata aliran [m/s]

d = Diameter dalam pipa [m]

Untuk penampang non circular digunakan diameter hidrolis Dh

A = Luas penampang pipa [m²]

P = Perimeter / keliling penampang pipa [m]

ν = Viskositas kinematik fluida [m²/s]

μ = Viskositas dinamik fluida [kg/m.s]

Bilangan ini digunakan untuk mengidentifikasi jenis aliran yang berbeda, misalnya aliran laminar dan turbulen. Karakteristik kedua aliran tersebut berbeda dari segi kecepatan, debit dan massa jenisnya.

Aliran laminar adalah aliran dimana tidak terjadinya pencampuran antara satu layer aliran dengan layer yang lain pada suatu fluida saat fluida tersebut dialirkan, oleh karena itu kecepatan aliran ini lambat sehingga kerugian berbanding lurus dengan kecepatan rata-rata. Sedangkan aliran turbulen adalah aliran dimana layer-layer batas aliran telah bercampur saat fluida tersebut mengalir. Kecepatan aliran ini lebih tinggi dari aliran laminar kerugian yang ditimbulkan sebanding dengan kuadrat kecepatan.

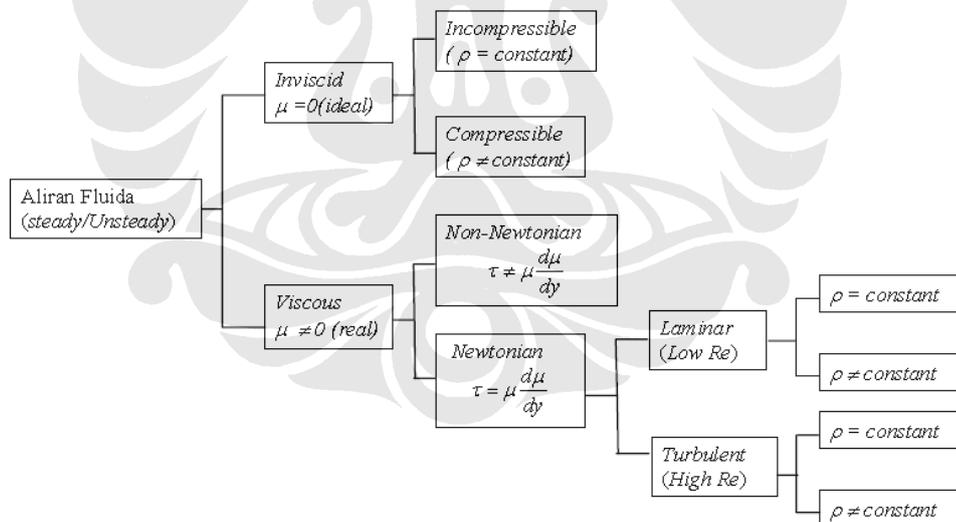
Osborne Reynolds (1842–1912) menemukan bahwa aliran selalu menjadi laminar bila kecepatannya diturunkan sedemikian sehingga Re lebih kecil dari 2000. Untuk instalasi pipa biasa, aliran akan berubah dari laminar menjadi turbulen dalam

daerah bilangan reynold (Re) antara 2000 sampai 4000. Bilangan Reynold (Re) yang besar menunjukkan aliran yang sangat turbulen dengan kerugian yang sebanding dengan kuadrat kecepatan. Sedangkan dalam aliran laminar kerugian berbanding lurus dengan kecepatan rata-rata.

2.3. ALIRAN FLUIDA

Aliran fluida dapat di bedakan menjadi aliran *inviscid* dan *viscous* dimana aliran *inviscid* memiliki nilai viskositas dinamik adalah nol. Sehingga aliran ini tidak di pengaruhi oleh tegangan geser. Aliran *viscous* dapat di bedakan menjadi *Newtonian* dan *Non-newtonian*. Jika hubungan antara tegangan geser dan gradien kecepatannya adalah linear dimulai dari nilai tegangan geser dan nilai gradien kecepatannya nol maka fluida tersebut *Newtonian*. Kemudian aliran *Newtonian* dapat di kelompokkan ke dalam aliran turbulen dan laminar.

Aliran dapat di klasifikasikan ke dalam kriteria sebagai berikut :



Gambar 2.2 Klasifikasi Aliran Fluida

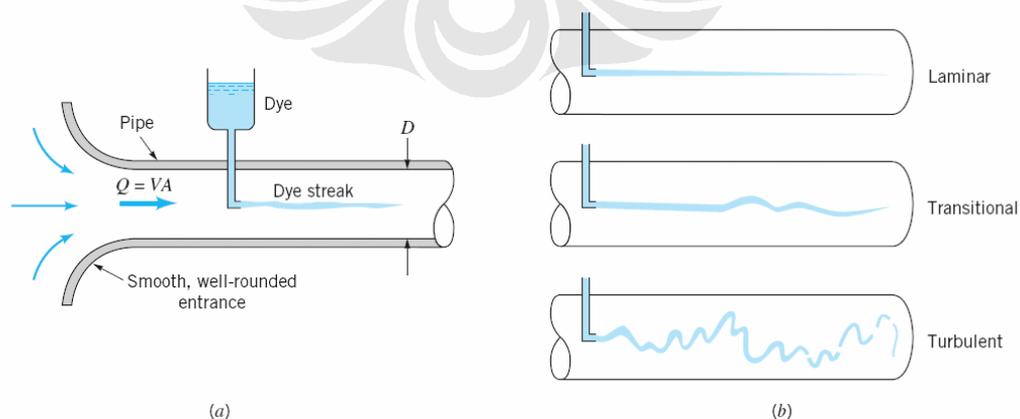
Selain klasifikasi di atas dalam mekanika fluida dikenal beberapa klasifikasi aliran lainnya yaitu: Aliran adiabatik, aliran isentropik, aliran tunak, aliran tak tunak, aliran seragam, aliran tak seragam, aliran rotasi, aliran tak berotasi, aliran satu dimensi, aliran dua dimensi, dan aliran tiga dimensi.

2.3.1 Aliran laminar dan turbulen

Aliran laminar dikenali dengan partikel-partikel fluida yang bergerak sepanjang lintasan yang halus dan lancar dalam lapisan-lapisan. Pertukaran momentum pada skala molekular terjadi pada lapisan yang bersebelahan. Kecendrungan ke arah ketidakstabilan diredam oleh gaya-viskos yang memberikan tahanan terhadap gerakan relatif lapisan fluida yang bersebelahan.

Dalam aliran turbulen, partikel-partikel fluida bergerak dalam lintasan yang sangat tidak teratur, dengan mengakibatkan pertukaran momentum dari satu bagian fluida ke bagian fluida yang lain. Pada skala kecil aliran turbulen terdiri dari pusaran-pusaran kecil yang cepat mengubah energi mekanik menjadi ketidakmampubalikakan melalui kerja viskos, dan dalam skala yang lebih besar berupa vorteks-vorteks dan pusaran-pusaran besar. Pusaran-pusaran besar dapat membangkitkan pusaran yang lebih kecil sehingga terjadi turbulensi kecil. Aliran turbulen dapat di pandang sebagai aliran yang halus serta lancar dengan aliran sekunder yang tersuperposisikan pada aliran tersebut. Bilangan reynold dapat menunjukkan kecendrungan terhadap laminar maupun turbulen.

Percobaan Osborn reynolds (1842-1912) dengan menggunakan peralatan sederhana dapat menunjukkan aliran laminar, aliran transisi, dan aliran turbulen seperti pada gambar 2.3.



Gambar 2.3 (a) Penggunaan dye untuk mengetahui jenis aliran
(b) guratan zat perwarna pada aliran laminar dan turbulen
(Sumber: Munson, et al., 2002)

2.3.2 Koefisien gesek

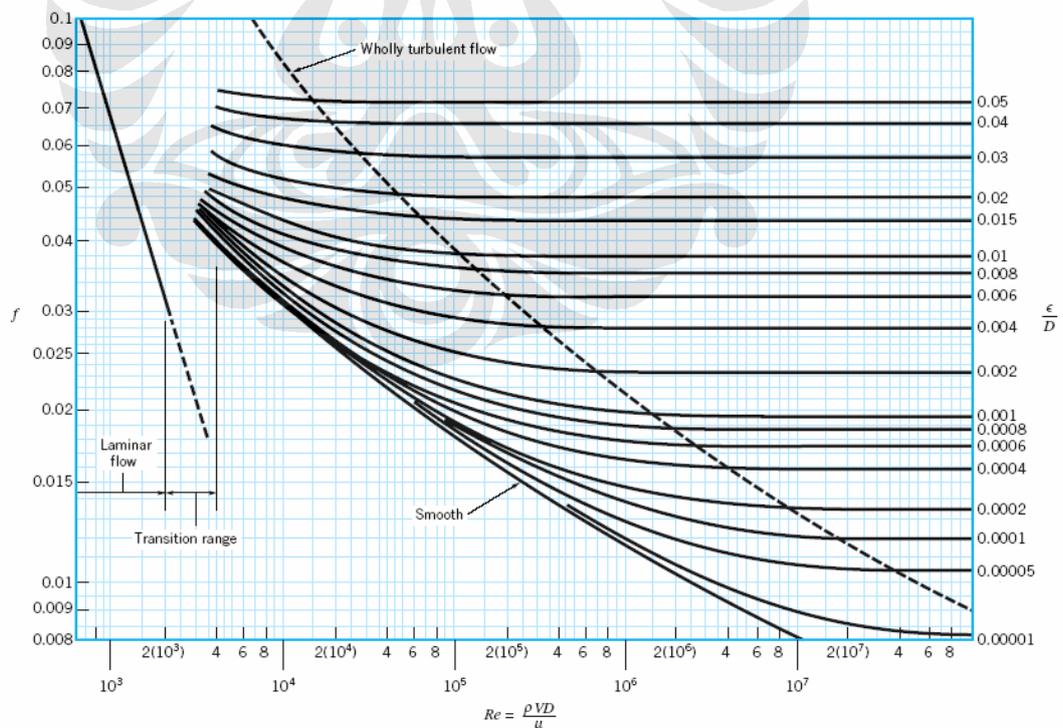
Perbedaan mendasar antara laminar dan turbulen adalah bahwa tegangan geser untuk aliran turbulen adalah fungsi dari kerapatan fluida, ρ . Sebaliknya tegangan geser tidak tergantung pada kerapatan, hanya viskositas yang menjadi sifat fluida yang penting untuk aliran laminar.

Kerugian tekanan (h_L) tergantung pada diameter pipa (d), panjang (l), viskositas (ν), kecepatan aliran (U). Persamaan darcy-weisbach diperoleh dari analisa dimensional dari parameter-parameter diatas , Persamaan Darcy-weisbach dirumuskan untuk mengukur *head loss* (kerugian tekanan) yang di sebabkan oleh gesekan pada pipa lurus panjang dan seragam.

$$h_L = \lambda \frac{l U^2}{d 2g} \quad (2.10)$$

Dimana : λ = nilai koefisien gesek

Berdasarkan evaluasi percobaan dari berbagai pipa, data-data tersebut dapat dituangkan kedalam diagram Moody.



Gambar 2.4 Diagram Moody

(Sumber: Fundamentals of Fluid Mechanics – Munson; Young; Okiishi)

Untuk $Re < 2000$, aliran pada pipa akan laminar dan λ hanya merupakan fungsi dari

Re yaitu:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (2.11)$$

Pada $Re > 4000$ aliran menjadi turbulen dan nilai λ merupakan fungsi dari Re dan kekasaran relatif (e/D). Blasius, yang untuk pertama kali mengkolerasikan eksperimen-eksperimen pipa licin dalam aliran turbulen, menyajikan hasil-hasil dengan suatu rumus empirik yang berlaku sampai kurang lebih $Re = 100000$. Rumus

Blasius tersebut adalah:

$$\lambda = \frac{0.3164}{Re^{1/4}} \quad (2.12)$$

Pada nilai Re yang sangat tinggi, λ hanya tergantung pada e/D dengan asumsi daerah tersebut sudah seluruhnya turbulen, daerah ini merupakan daerah dimana pada diagram diagram *Moody* garis untuk e/D yang berbeda menjadi horizontal.

Distribusi aliran laminar atau turbulen sangat dipengaruhi dari bilangan Reynold, viskositas, gradien tekanan dan kekasaran permukaan. Akan tetapi untuk menentukan tebal lapisan batas dipengaruhi oleh panjang pipa, viskositas, kecepatan aliran dan kekasaran permukaan.

2.4. PERSAMAAN ALIRAN FLUIDA

2.4.1 Laju Aliran Volume

Laju aliran volume disebut juga dengan debit aliran (Q) yaitu jumlah volume aliran per satuan waktu. Debit aliran dapat dituliskan dalam persamaan :

$$Q = A.V \quad (2.13)$$

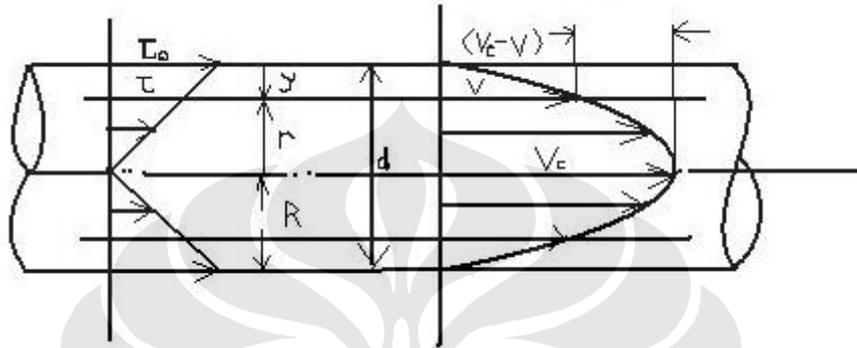
Dimana Q adalah debit aliran dalam satuan m^3/s , A adalah luas penampang pipa dalam satuan m^2 dan V adalah kecepatan aliran dalam satuan m/s . Selain persamaan diatas debit aliran juga dapat di hitung dengan persamaan :

$$Q = \frac{v}{t} \quad (2.14)$$

Dimana Q adalah debit aliran [m^3/s], v adalah volume aliran [m^3] dan t adalah satuan waktu [s]

2.4.2 Distribusi kecepatan

Distribusi kecepatan merupakan distribusi aliran dalam pipa terhadap jarak aliran terhadap permukaan pipa. Distribusi aliran ini berbeda antara aliran laminar dan aliran turbulen. Distribusi aliran digunakan untuk melihat profil aliran kecepatan dalam pipa



Gambar 2.5 Distribusi kecepatan aliran laminar (sumber : venhard, john K dan Robert L.street .elementary fluid mechanics. 1982)

Untuk aliran laminar maka kecepatan berlaku :

$$V = \frac{1}{2} v_c \quad (2.15)$$

$$v = v_c \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) = v_c \left(1 - \frac{(R-y)^2}{R^2} \right) \quad (2.16)$$

Dimana :

- V = kecepatan rata-rata aliran [m/s]
- v_c = kecepatan aliran pada titik pusat pipa [m/s]
- v = kecepatan aliran dalam jarak r atau y [m/s]
- r = jarak kecepatan aliran v dari titik pusat diameter dalam pipa [m]
- y = jarak kecepatan aliran v dari permukaan dalam pipa [m]
- R = jari-jari pipa [m]

Untuk aliran turbulen, maka berlaku persamaan :

$$\frac{V}{v_c} = \frac{49}{60} \quad (2.17)$$

$$\frac{v}{vc} = \left(\frac{y}{R}\right)^m \quad (2.18)$$

Dimana :

- V = kecepatan rata-rata aliran [m/s]
- vc = kecepatan aliran pada titik pusat pipa [m/s]
- v = kecepatan aliran dalam jarak r atau y [m/s]
- y = jarak kecepatan aliran v dari permukaan dalam pipa [m]
- R = jari-jari pipa [m]
- m = $\frac{1}{7}$ untuk Re lebih kecil dari 10^5

2.4.3 Persamaan-Persamaan Gerak untuk Fluida Viskos

Sebuah partikel fluida yang tidak menerima dua buah gaya, yaitu *body force* dan gaya tekan (*pressure force*) pada permukaannya. Partikel fluida pada fluida viskos yang bergerak mendapat gaya permukaan tambahan, yaitu gaya-gaya tangensial atau gaya-gaya geseran dan gaya-gaya normal.

Dengan mensubstitusikan persamaan untuk percepatan, tegangan geser, dan tegangan normal akan menghasilkan persamaan gerak lengkap untuk fluida viskos yang bergerak. Persamaan gerak untuk fluida dengan viskositas konstan dan aliran tak mampu mampat dituangkan dalam persamaan *Navier-stokes* dibawah ini:

Menurut arah sumbu x :

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + w \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2.19)$$

Menurut arah sumbu y :

$$\rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + u \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + w \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2.20)$$

Menurut arah sumbu z :

$$\rho \left[\frac{\partial w}{\partial t} + u \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) + w \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (2.21)$$

Dalam sistem koordinat silinder (r, θ , z), persamaan Navier-stokes menjadi:

Menurut sumbu r :

$$\rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \rho g_r + \mu \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right) \quad (2.22)$$

Menurut sumbu θ :

$$\rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \rho g_\theta + \mu \left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right) \quad (2.23)$$

Menurut sumbu z :

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \quad (2.24)$$

Pemecahan persamaan persamaan navier-stokes tidak linier secara eksak baru tersedia untuk beberapa kasus saja. Ini terutama untuk aliran-aliran yang *steady*, seragam, yang berdimensi dua atau memiliki simetri radial atau untuk aliran-aliran dengan geometri yang sangat sederhana.

2.4.4 Deformasi Pada Sebuah Elemen Fluida

Pada umumnya, pada suatu saat yang sama vektor kecepatan yang menggambarkan sebuah gerak fluida akan bervariasi di seluruh ruang. Sebuah kubus elemen fluida yang memiliki rusuk δx , δy , dan δz pada ke enam sisinya dapat mengalami empat macam deformasi atau gerak yang mungkin timbul akibat variasi kecepatan dalam ruang, yakni:

1. Translasi dalam arah x dan y adalah $u dt$ dan $v dt$
2. Deformasi linier dalam arah x,y dan z adalah $(\partial u / \partial x) \delta x dt$ $(\partial v / \partial y) \delta y dt$
 $(\partial w / \partial z) \delta z dt$ oleh karena itu perubahan panjang yang di alami oleh masing masing dari ketiga sisi kubus elemen fluida akan menyebabkan perubahan relatif $(V_{dt} - V_o) - V_o dt$ volume dengan laju

3. Deformasi sudut netto, bila sudut yang arahnya berlawanan dengan gerak jarum jam di anggap positif, beda antara deformasi sudut yang di alami

$$(\partial v / \partial y) \delta y dt$$

sisi x dan y adalah :

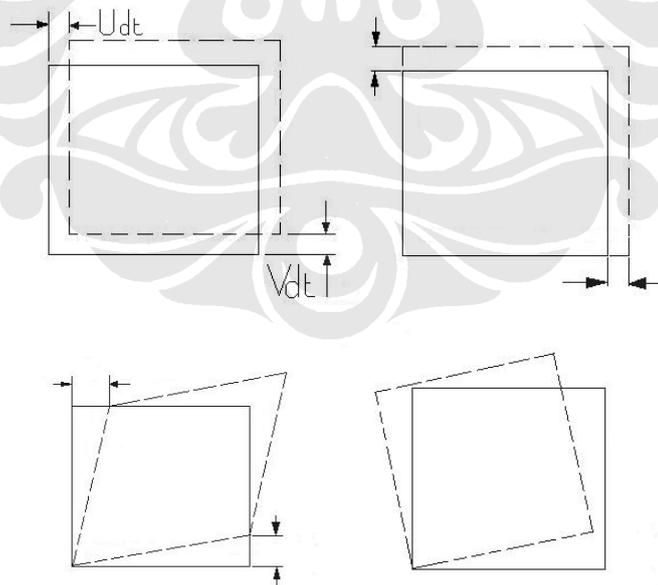
$$\left(\frac{\partial v}{\partial x} \delta x dt \right) - \left(\frac{-\partial u}{\partial y} \delta y dt \right) = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) dt \quad (2.25)$$

4. Rotasi yang di alami oleh sisi elemen fluida adalah rata-rata rotasi sisi δx dan δy yaitu : (arah jarum jam di anggap negatif)

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) dt$$

sedangkan vektor kecepatan sudutnya adalah

$$\Omega = \frac{1}{2} \text{curl} V = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} i & j & k \\ \partial & \partial & \partial \\ u & v & w \end{vmatrix} = \omega_x i + \omega_y j + \omega_z k \quad (2.26)$$



Gambar 2.6 Gerakan yang dialami oleh bidang sisi sebuah kubus elemen dengan rusuk δx , δy , dan δz dalam bidang x-y dalam waktu dt (a) translasi. (b) deformasi linier (c) deformasi sudut. (d) rotasi.

(sumber : Reuben M.olson, steven J.Wright .dasar-dasar mekanika fluida teknik. 1982)

2.4.5 Vortisitas dan Sirkulasi

Vortisitas ζ didefinisikan sebagai $\zeta = \mathbf{2}\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{curl V}$ yang besarnya sama dengan kecepatan sudut dan rotasi. Garis vorteks adalah sebuah garis tempat persinggungan vektor vortisitas. Pipa vorteks di batasi oleh garis-garis vorteks, sebagaimana halnya pipa arus di batasi oleh streamline atau garis-garis arus. Filamen vorteks didefinisikan sebagai penampang melintang yang tipisnya tak terhingga dan luas tidak berubah-ubah, sebagaimana halnya hasil kali antara kecepatan dan luas (laju aliran volumetri) di sepanjang filamen arus untuk aliran yang tidak dapat mampat dan dapat di tuliskan dalam bentuk $\zeta_1 \delta \mathbf{A}_1 = \zeta_2 \delta \mathbf{A}_2$, hasil perkalian ini menyatakan kekuatan filamen vorteks. Karena harga kekuatan ini konstan, filamen-filamen ini harus membentuk kurva tertutup atau berujung pada batas fluida atau di tempat yang tak terhingga jika fluida dianggap tak terbatas.

Sirkulasi di definisikan sebagai integral garis untuk komponen kecepatan yang tangensial terhadap sebuah kurva tertutup, jika di rumuskan :

$$\Gamma = \oint V \cdot d\mathbf{l} = \oint (u dx + v dy + w dz) \quad (2.27)$$

dan sama dengan total kekuatan semua filamen vorteks yang melalui kurva tertutup itu. Jadi, komponen vortisitas pada sebuah titik dalam kurva yang tertutup adalah limit sirkulasi persatuan luas yang di batasi oleh kurva tersebut:

$$\zeta_A = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{\Gamma}{A} \quad (2.28)$$

2.4.6 Perubahan energi untuk fluida tak mampu mampat

Untuk fluida tak mampu mampat seperti halnya air, energi dalam dapat diabaikan oleh karena efeknya sangat kecil di bandingkan dengan kerja yang di lakukan mesin fluida. Keseimbangan energi yang terjadi pada mesin fluida dapat dinyatakan sebagai:

$$m \left(\frac{v_1^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz_1 \right) + L = m \left(\frac{v_2^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz_2 \right) \quad (2.29)$$

