

BAB II

DASAR TEORI

2.1 DEFINISI FLUIDA

Fluida adalah zat-zat yang mampu mengalir dan menyesuaikan diri dengan bentuk wadah tempatnya atau zat yang akan berdeformasi terus menerus selama dipengaruhi oleh suatu tegangan geser. Bila berada dalam keseimbangan, fluida tidak dapat menahan gaya tangensial atau gaya geser. Semua fluida memiliki suatu derajat kompresibilitas dan memberikan tahanan kecil terhadap perubahan bentuk.

Fluida dapat digolongkan ke dalam cairan atau gas. Perbedaan-perbedaan utama antara cairan dan gas adalah :

- (a) cairan praktis tidak kompresibel, sedangkan gas kompresibel
- (b) cairan mengisi volume tertentu dan mempunyai permukaan-permukaan bebas sedangkan gas dengan massa tertentu mengembang sampai mengisi seluruh bagian wadah tempatnya.

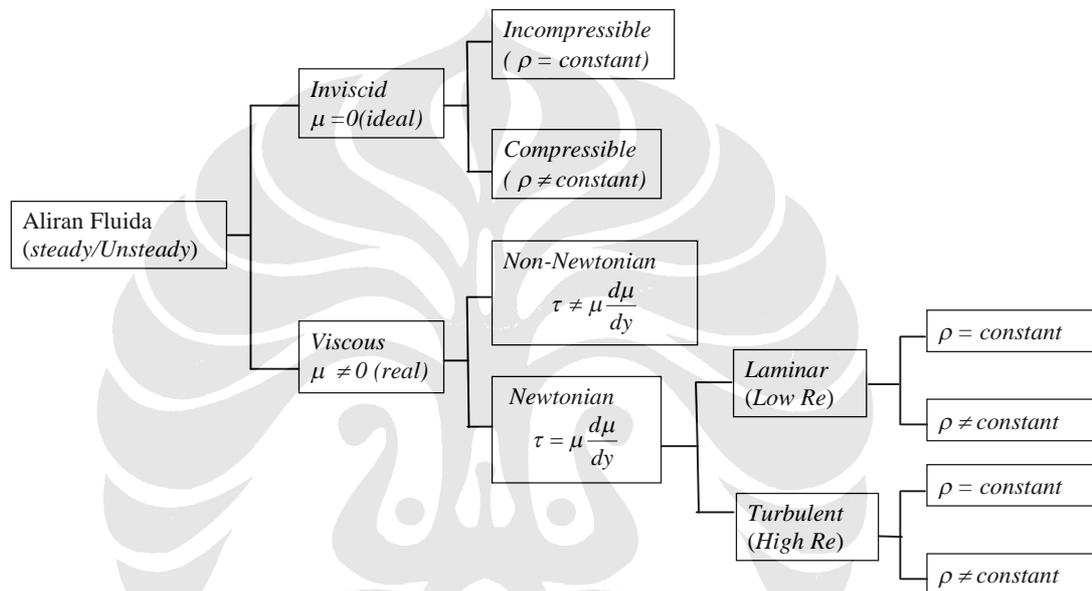
Fluida memiliki sifat tidak menolak terhadap perubahan bentuk dan kemampuan untuk mengalir (atau umumnya kemampuannya untuk mengambil bentuk dari wadah mereka). Sifat ini biasanya dikarenakan sebagai fungsi dari ketidakmampuan fluida terhadap tegangan geser (*shear stress*) dalam ekuilibrium statik. Konsekuensi dari sifat ini adalah hukum Pascal yang menekankan pentingnya tekanan dalam mengkarakterisasi bentuk fluida.

Fluida diklasifikasikan sebagai fluida Newtonian dan fluida non-Newtonian. Dalam fluida Newtonian terdapat hubungan yang linier antara besarnya tegangan geser yang diterapkan dan laju perubahan bentuk yang diakibatkan, seperti ditunjukkan pada Gambar 2.1. Dalam fluida bukan Newtonian terdapat hubungan tak linier antara besarnya tegangan geser yang diterapkan dan laju perubahan bentuk sudut.

2.2 KLASIFIKASI ALIRAN FLUIDA

Aliran fluida dapat dibedakan menjadi aliran inviscid dan viscous. Fluida viscous diklasifikasikan sebagai fluida Newtonian dan fluida non-Newtonian. Dalam fluida Newtonian terdapat hubungan linear antara besarnya tegangan geser yang diterapkan dengan laju perubahan bentuk yang diakibatkan dengan mengikuti hukum viskositas Newton.

Aliran fluida pada umumnya diklasifikasikan sebagai berikut:

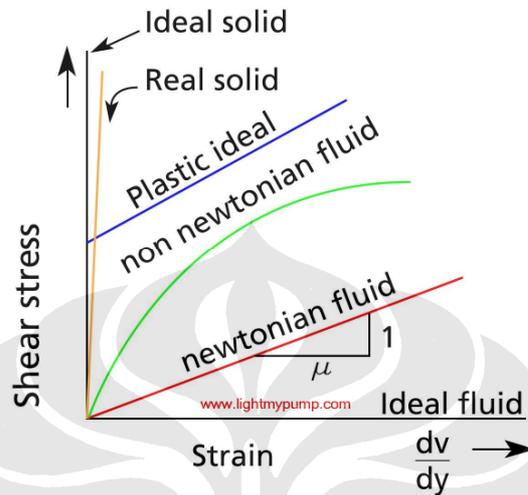


Gambar 2.1 Klasifikasi Aliran Fluida

2.3 FLUIDA NEWTONIAN DAN NON-NEWTONIAN

Sebuah fluida Newtonian didefinisikan sebagai fluida yang tegangan gesernya berbanding lurus secara linier dengan gradien kecepatan pada arah tegak lurus dengan bidang geser. Definisi ini memiliki arti bahwa fluida newtonian akan mengalir terus tanpa dipengaruhi gaya-gaya yang bekerja pada fluida. Sebagai contoh, air adalah fluida Newtonian karena air memiliki properti fluida sekalipun pada keadaan diaduk. Sebaliknya, bila fluida non-Newtonian diaduk, akan tersisa suatu "lubang". Lubang ini akan terisi seiring dengan berjalannya waktu. Sifat seperti ini dapat teramati pada material-material seperti puding. Peristiwa lain

yang terjadi saat fluida non-Newtonian diaduk adalah penurunan viskositas yang menyebabkan fluida tampak "lebih tipis" (dapat dilihat pada cat). Ada banyak tipe fluida non-Newtonian yang kesemuanya memiliki properti tertentu yang berubah pada keadaan tertentu. Hal ini diilustrasikan dengan jelas pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Variasi linear dari tegangan geser terhadap laju regangan geser untuk beberapa jenis fluida. (Sumber: Munson, et al., 2002)

2.4 PERSAMAAN PADA FLUIDA NEWTONIAN

Konstanta yang menghubungkan tegangan geser dan gradien kecepatan secara linier dikenal dengan istilah viskositas. Persamaan yang menggambarkan perlakuan fluida Newtonian adalah:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dx} \dots\dots\dots (2.1)$$

dimana: τ = tegangan geser yang dihasilkan oleh fluida

μ = viskositas fluida-sebuah konstanta proporsionalitas

$\frac{dv}{dx}$ = gradien kecepatan yang tegak lurus dengan arah geseran

Viskositas pada fluida Newtonian secara definisi hanya bergantung pada temperatur dan tekanan dan tidak bergantung pada gaya-gaya yang bekerja pada fluida. Jika fluida bersifat inkompresibel maka viskositas bernilai tetap di seluruh bagian fluida.

Persamaan yang menggambarkan tegangan geser (dalam koordinat kartesian) adalah:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \dots\dots\dots (2.2)$$

dimana:

τ_{ij} = adalah tegangan geser pada bidang i^{th} dengan arah j^{th}

v_i = adalah kecepatan pada arah i^{th}

x_j = adalah koordinat berarah j^{th}

Jika suatu fluida tidak memenuhi hubungan ini, fluida ini disebut fluida non-Newtonian.

Fluida Newtonian (istilah yang diperoleh dari nama Isaac Newton) adalah suatu fluida yang memiliki kurva tegangan/regangan yang linier. Contoh umum dari fluida yang memiliki karakteristik ini adalah air. Keunikan dari fluida newtonian adalah fluida ini akan terus mengalir sekalipun terdapat gaya yang bekerja pada fluida. Hal ini disebabkan karena viskositas dari suatu fluida newtonian tidak berubah ketika terdapat gaya yang bekerja pada fluida tersebut. Viskositas dari suatu fluida newtonian hanya bergantung pada temperatur dan tekanan. Viskositas sendiri merupakan suatu konstanta yang menghubungkan besar tegangan geser dan gradien kecepatan pada persamaan

Perbedaan karakteristik akan dijumpai pada fluida *non-newtonian*. Pada fluida jenis ini, viskositas fluida akan berubah bila terdapat gaya yang bekerja pada fluida (seperti pengadukan).

2.5 SIFAT-SIFAT FLUIDA

2.5.1 Densitas

Densitas merupakan jumlah suatu zat pada suatu unit volume. Densitas dapat dinyatakan dalam tiga bentuk, yaitu:

1) Densitas Massa

Merupakan perbandingan jumlah massa dengan jumlah volume, dapat dirumuskan dalam bentuk persamaan:

$$\rho = \frac{m}{V} \dots\dots\dots (2.3)$$

Dimana: m = massa (kg)

V = volume (m^3)

ρ = densitas massa (kg/m^3)

dan dimensinya adalah ML^{-3} . Harga standardnya pada tekanan $p = 1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ dan temperature $T = 288,15 \text{ K}$ untuk udara adalah $1,23 \text{ kg/m}^3$ dan untuk air adalah 1000 kg/m^3 .

2) Berat Spesifik

Didefinisikan sebagai densitas massa dikalikan dengan gravitasi, dapat dirumuskan dengan persamaan:

$$\gamma = \rho g \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

Dimana unit berat spesifik adalah N/m^3 dan dimensi = $ML^{-3}T^{-2}$, untuk udara $\gamma = 12,07 \text{ N/m}^3$ dan air $\gamma = 9,81 \times 10^3 \text{ N/m}^3$.

3) Densitas Relatif (s.g)

Densitas relatif disebut juga *specific gravity* (s.g) yaitu perbandingan antara densitas massa atau berat spesifik suatu zat terhadap densitas massa atau berat spesifik suatu standard zat, dimana pada umumnya standard zat tersebut adalah air pada temperatur 4°C . Densitas relatif tidak memiliki satuan.

$$s.g = \frac{\gamma_{Zat}}{\lambda_{Air}} = \frac{\rho_{Zat}}{\rho_{Air}} \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

2.5.2 Viskositas

Kekentalan (viskositas) suatu fluida adalah sifat yang menentukan besar daya tahannya terhadap gaya geser atau ukuran penolakan sebuah fluida terhadap perubahan bentuk di bawah tekanan shear. Kekentalan terutama diakibatkan oleh saling-pengaruh antara molekul-molekul fluida. Viskositas menggambarkan penolakan dalam fluida kepada aliran dan dapat dijadikan sebagai sebuah cara untuk mengukur gesekan fluida. Viskositas dinyatakan dalam dua bentuk yaitu:

1) Viskositas Dinamik (μ)

Merupakan perbandingan tegangan geser dengan laju perubahannya, besarnya viskositas dinamik untuk air bervariasi sesuai dengan

temperaturnya, untuk temperatur kamar (26,5 °C) besarnya viskositas dinamik adalah $8,6 \times 10^{-4}$ kg/ms. Tabel 2.1 pada lampiran memberikan sifat-sifat air sesuai dengan temperatur.

2) Viskositas Kinematik (ν)

Merupakan perbandingan viskositas dinamik (μ) terhadap kerapatan (densitas) massa (ρ):

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \dots\dots\dots (2.6)$$

Viskositas kinematik muncul dalam banyak penerapan, misalnya dalam bilangan Reynolds yang tanpa dimensi. Viskositas kinematik untuk air pada temperatur 26,5 °C adalah $8,6 \times 10^{-7}$ m²/s. Untuk temperatur yang berbeda, nilai viskositas dapat dilihat pada lampiran.

2.5.3 Bilangan Reynolds

Dalam mekanika fluida, bilangan Reynolds adalah rasio antara gaya inersia ($\nu\rho$) terhadap gaya viskos (μ/L) yang mengkuantifikasikan hubungan kedua gaya tersebut dengan suatu kondisi aliran tertentu. Bilangan ini digunakan untuk mengidentifikasikan jenis aliran yang berbeda, misalnya laminar dan turbulen. Namanya diambil dari Osborne Reynolds (1842–1912) yang mengusulkannya pada tahun 1883.

$$\text{Bilangan Reynolds, } Re = \frac{Vd\rho}{\mu} = \frac{Vd}{\nu} = \frac{4q}{\pi\mu D} \dots\dots\dots (2.7)$$

Dimana: V = kecepatan rata-rata dalam m/s

d = diameter dalam pipa dalam m

ν = viskositas kinematik fluida dalam m²/s

atau $\nu = \mu / \rho$

ρ = densitas massa fluida (kg/m³)

μ = viskositas dinamik fluida (kg/m.s)

q = Debit (m³/s)

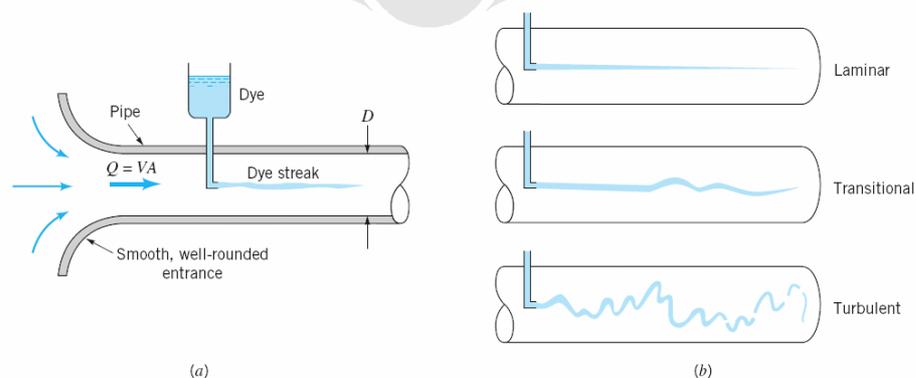
Bilangan Reynolds merupakan salah satu bilangan tak berdimensi yang berfungsi untuk menentukan bentuk aliran apakah aliran suatu fluida laminar atau turbulen serta posisi relatifnya pada skala yang menunjukkan pentingnya secara

relatif kecenderungan turbulen terhadap kecenderungan laminar. Reynolds menemukan bahwa aliran selalu menjadi laminar bila kecepatannya diturunkan sedemikian sehingga Re lebih kecil dari 2000. Untuk instalasi pipa biasa, aliran akan berubah dari laminar menjadi turbulen dalam daerah bilangan Re dari 2000 sampai 4000. Bilangan Re yang besar menunjukkan aliran yang sangat turbulen dengan kerugian yang sebanding dengan kuadrat kecepatan. Dalam aliran laminar kerugian berbanding lurus dengan kecepatan rata-rata. Aliran laminar didefinisikan sebagai aliran fluida yang bergerak dalam lapisan-lapisan atau lamina-lamina dengan satu lapisan, meluncur secara lancar pada lapisan yang bersebelahan yang saling tukar menukar momentum secara molekular.

2.6. SIFAT-SIFAT UMUM ALIRAN PIPA

2.6.1 Aliran Laminar dan Aliran Turbulen

Aliran fluida di dalam sebuah pipa mungkin merupakan aliran laminar atau aliran turbulen. Osborne Reynolds (1842-1912), ilmuwan dan ahli matematika Inggris, adalah orang yang pertama kali membedakan dan mengklasifikasikan dua aliran ini dengan menggunakan peralatan sederhana seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.3. Aliran laminar terjadi pada partikel-partikel (massa molar yang kecil) fluida bergerak dalam lintasan-lintasan yang sangat tidak teratur, yang mengakibatkan pertukaran momentum dari satu bagian ke bagian lainnya. Turbulensi membangkitkan tegangan geser yang lebih besar di seluruh fluida dan mengakibatkan lebih banyak ketakmampubalikan (irreversibilitas) atau kerugian.



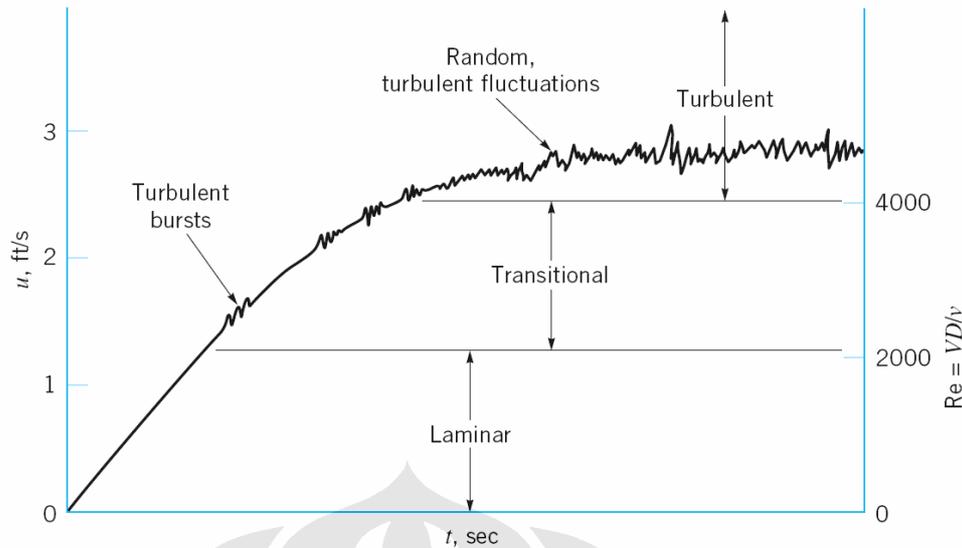
Gambar 2.3 (a) Eksperimen untuk mengillustrasikan jenis aliran (b) Guratan zat pewarna yang khas. (Sumber: Munson, et al., 2002)

Kecenderungan ke arah ketidakstabilan dan turbulensi diredam habis oleh gaya-gaya viskos yang memberikan tahanan terhadap gerakan relatif lapisan-lapisan fluida yang bersebelahan. Aliran laminar mengikuti hukum Newton tentang tegangan viskositas, yang menghubungkan tegangan geser dengan laju perubahan bentuk sudut. Aliran laminar tidak stabil dalam situasi yang menyangkut gabungan viskositas yang rendah, kecepatan yang tinggi, atau laluan aliran yang besar, serta berubah menjadi aliran turbulen. Sifat pokok aliran, yaitu laminar atau turbulen serta posisi relatifnya pada skala yang menunjukkan pentingnya secara relatif kecenderungan turbulen terhadap kecenderungan laminar ditunjukkan oleh bilangan Reynolds.

Dalam aliran turbulen, partikel-partikel fluida bergerak dalam lintasan-lintasan yang sangat tidak teratur, dengan mengakibatkan pertukaran momentum dari satu bagian fluida ke bagian lainnya. Aliran turbulen dapat berskala kecil yang terdiri dari sejumlah besar pusaran-pusaran kecil yang cepat mengubah energi mekanik menjadi ketidakmampubalikan melalui kerja viskos, atau dapat berskala besar seperti vorteks-vorteks dan pusaran-pusaran yang besar di sungai atau hampasan udara. Pada umumnya, intensitas turbulensi meningkat dengan meningkatnya bilangan Reynolds.

2.6.2 Transisi dari Aliran Laminar menuju Aliran Turbulen

Aliran diklasifikasikan menjadi aliran laminar atau turbulen. Parameter bilangan Reynolds atau bilangan Mach tergantung pada situasi aliran spesifik. Misalnya, aliran di dalam sebuah pipa dan aliran sepanjang pelat datar dapat laminar atau turbulen, tergantung pada nilai bilangan Reynolds yang terlibat. Untuk aliran laminar bilangan Reynolds harus kurang dari kira-kira 2100 sedangkan untuk aliran turbulen yaitu lebih besar dari kira-kira 4000. Aliran sepanjang pelat datar transisi antara laminar dan turbulen terjadi pada bilangan Reynolds kira-kira 500.000, di mana suku panjang dalam bilangan Reynolds adalah jarak yang diukur dari ujung muka (*leading edge*) pelat tersebut.



Gambar 2.4 Transisi dari aliran laminar menjadi turbulen di dalam sebuah pipa. (Sumber: Munson, et al., 2002)

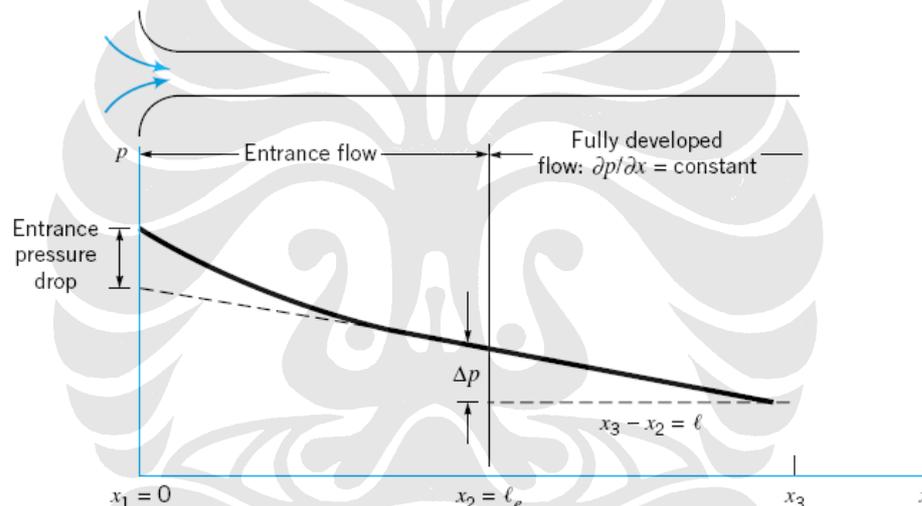
Aliran sepanjang pipa mula-mula terisi fluida dalam keadaan diam, ketika katup dibuka untuk memulai aliran, kecepatan aliran, dan tentunya bilangan Reynolds meningkat dari nol (tidak ada aliran) sampai nilai maksimum alirannya tunak seperti pada gambar 2.4. Diasumsikan bahwa proses transien ini cukup lambat sehingga efek tak tunak dapat diabaikan (aliran kuasitunak). Selama periode awal, bilangan Reynolds cukup kecil untuk terjadinya aliran laminar. Setelah beberapa saat, bilangan Reynolds mencapai 2100 dan aliran memulai transisi-nya menuju kondisi turbulen. Letupan terputus-putus turbulensi (*burst of turbulence*) muncul. Dengan meningkatnya bilangan Reynolds seluruh aliran menjadi turbulen. Aliran tetap turbulen selama bilangan Reynolds melampaui kira-kira 4000.

Sifat alamiah yang tidak beraturan dan acak adalah ciri khas dari aliran turbulen. Karakter dari banyak sifat penting aliran tersebut (penurunan tekanan, perpindahan kalor, dan lain-lain) sangat tergantung pada keberadaan dari sifat alamiah dari fluktuasi atau keacakan turbulen yang ditunjukkan.

2.6.3 Tekanan dan Tegangan Geser

Beda tekanan ($\Delta p = p_1 - p_2$) antara satu bagian pipa horizontal mendorong fluida mengalir melewati pipa. Efek viskos memberikan efek gaya penghambat sehingga mengimbangi gaya tekan, jika efek viskos tidak ada dalam

aliran, tekanan akan konstan di seluruh pipa. Dalam daerah aliran yang tidak berkembang penuh, seperti pada daerah masuk sebuah pipa, fluida mengalami percepatan atau perlambatan selagi mengalir (profil kecepatan berubah dari profil seragam pada bagian masuk pipa menjadi profil berkembang penuhnya pada ujung akhir daerah masuk), pada daerah masuk terdapat keseimbangan antara gaya-gaya tekanan, viskos dan inersia (percepatan). Hasilnya adalah distribusi tekanan sepanjang pipa horizontal seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.5. Besarnya gradien tekanan, $\partial p / \partial x$, lebih besar di daerah masuk daripada di daerah berkembang penuh, dimana gradien tersebut merupakan sebuah konstanta, $\partial p / \partial x = -\Delta p / l < 0$. Sifat alamiah aliran pipa sangat tergantung apakah aliran tersebut laminar atau turbulen.



Gambar 2.5 Distribusi tekanan sepanjang pipa horizontal.
(Sumber: Munson, et al., 2002)

2.7 ANALISIS DIMENSIONAL ALIRAN PIPA

2.7.1 Faktor-faktor yang Mempengaruhi Aliran dalam Pipa

Aliran fluida dalam pipa banyak dipengaruhi oleh berbagai macam faktor yang mengakibatkan penurunan tekanan atau kerugian tekanan sepanjang aliran pipa tersebut. Yaitu:

- Viskositas, densitas, kecepatan aliran fluida.
- Perubahan temperatur fluida yang mengubah viskositas dan densitas fluida.

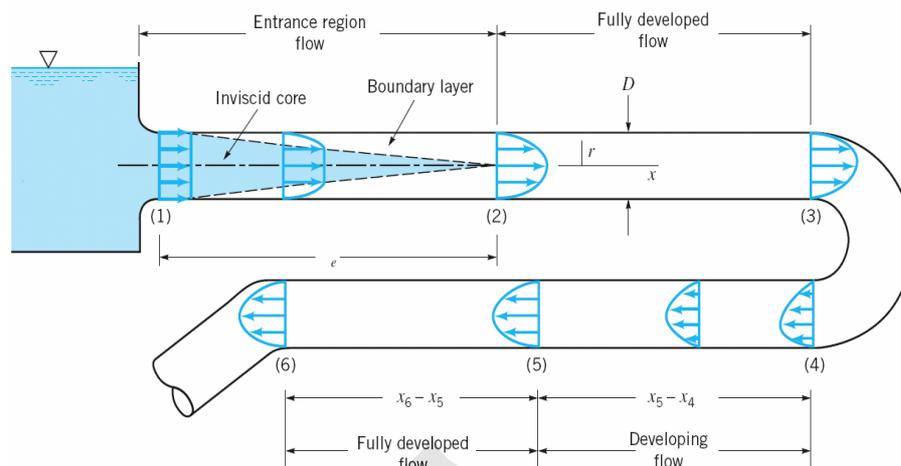
- Panjang, diameter dalam, pengaruh aliran turbulen, dan kekasaran permukaan pipa.
- Posisi dari pada suplai dan tempat masukan fluida yang dihubungkan dengan posisi pompa.
- Pengaruh struktur pipa misalnya dalam penambahan yang mempengaruhi aliran.
- Jumlah dan jenis belokan dalam sistem pemipaan.
- Jumlah dan jenis katup dan sambungan dalam layout pipa.
- Kondisi masukan dan keluaran aliran fluida dalam pipa.

2.7.2 Daerah Masuk dan Aliran Berkembang Penuh

Daerah aliran di dekat lokasi fluida memasuki pipa disebut sebagai daerah masuk (*entrance region*) dan diilustrasikan pada Gambar 2.6. Sebagaimana ditunjukkan pada gambar tersebut, fluida umumnya memasuki pipa dengan profil kecepatan yang hampir seragam pada bagian (1). Saat fluida bergerak melewati pipa, efek viskos menyebabkannya tetap menempel pada dinding pipa (kondisi lapisan batas tanpa-slip). Hal ini berlaku baik jika fluidanya adalah udara yang relatif inviscid ataupun minyak yang sangat viskos. Jadi, sebuah lapisan batas (*boundary layer*) di mana efek viskos menjadi penting timbul di sepanjang dinding pipa sedemikian hingga profil kecepatan awal berubah menurut jarak sepanjang pipa (x), sampai fluida mencapai ujung akhir dari panjang daerah masuk, bagian (2), di mana setelah di luar itu profil kecepatan tidak berubah lagi menurut x .

Lapisan batas semakin tebal sehingga memenuhi pipa secara menyeluruh. Efek viskos sangat penting di dalam lapisan batas. Untuk fluida di luar lapisan batas (di dalam inti *inviscid/inviscid core* yang mengelilingi garis sumbu dari (1) ke (2), efek viskos dapat diabaikan.

Bentuk dari profil kecepatan di dalam pipa tergantung pada apakah aliran laminar atau turbulen, sebagaimana pula panjang daerah masuk, l_e .



Gambar 2.6 Daerah masuk aliran sedang berkembang dan aliran berkembang penuh pada sistem pipa. (Sumber: Munson, et al., 2002)

Seperti pada banyak sifat lainnya dari aliran pipa, panjang masuk tak berdimensi, l_e/D , berkorelasi cukup baik dengan bilangan Reynolds. Panjang masuk pada umumnya diberikan oleh hubungan:

$$\frac{l_e}{D} = 0,06 \text{Re} \text{ untuk aliran laminar} \dots\dots\dots (2.8)$$

dan

$$\frac{l_e}{D} = 4,4(\text{Re})^{1/6} \text{ untuk aliran turbulen} \dots\dots\dots (2.9)$$

Untuk aliran-aliran dengan bilangan Reynolds sangat rendah panjang masuk dapat sangat pendek ($l_e = 0,6D$ jika $\text{Re} = 10$), sementara untuk aliran-aliran dengan bilangan Reynolds besar daerah masuk tersebut dapat sepanjang berkali-kali diameter pipa sebelum ujung akhir dari daerah masuk dicapai ($l_e = 120D$ untuk $\text{Re} = 2000$). Untuk banyak masalah-masalah teknik praktis $10^4 < \text{Re} < 10^5$ sehingga $20D < l_e < 30D$.

Aliran antara (2) dan (3) disebut berkembang penuh (*fully developed*). Setelah gangguan atas aliran berkembang penuh pada bagian (4), aliran secara bertahap mulai kembali ke sifat berkembang penuh (5) dan terus dengan profil ini sampai komponen pipa berikutnya dicapai (6).

2.7.3 Koefisien Gesek

Perbedaan mendasar antara laminar dan turbulen adalah bahwa tegangan geser untuk aliran turbulen adalah fungsi dari kerapatan fluida, ρ . Untuk aliran laminar, tegangan geser tidak tergantung pada kerapatan, sehingga hanya viskositas, μ , yang menjadi sifat fluida yang penting. Penurunan tekanan, Δp , untuk aliran turbulen tunak tak mampu mampat di dalam pipa bundar horizontal berdiameter D dapat ditulis dalam bentuk fungsional sebagai:

$$\Delta p = F(V, D, l, \varepsilon, \mu, \rho) \dots\dots\dots$$

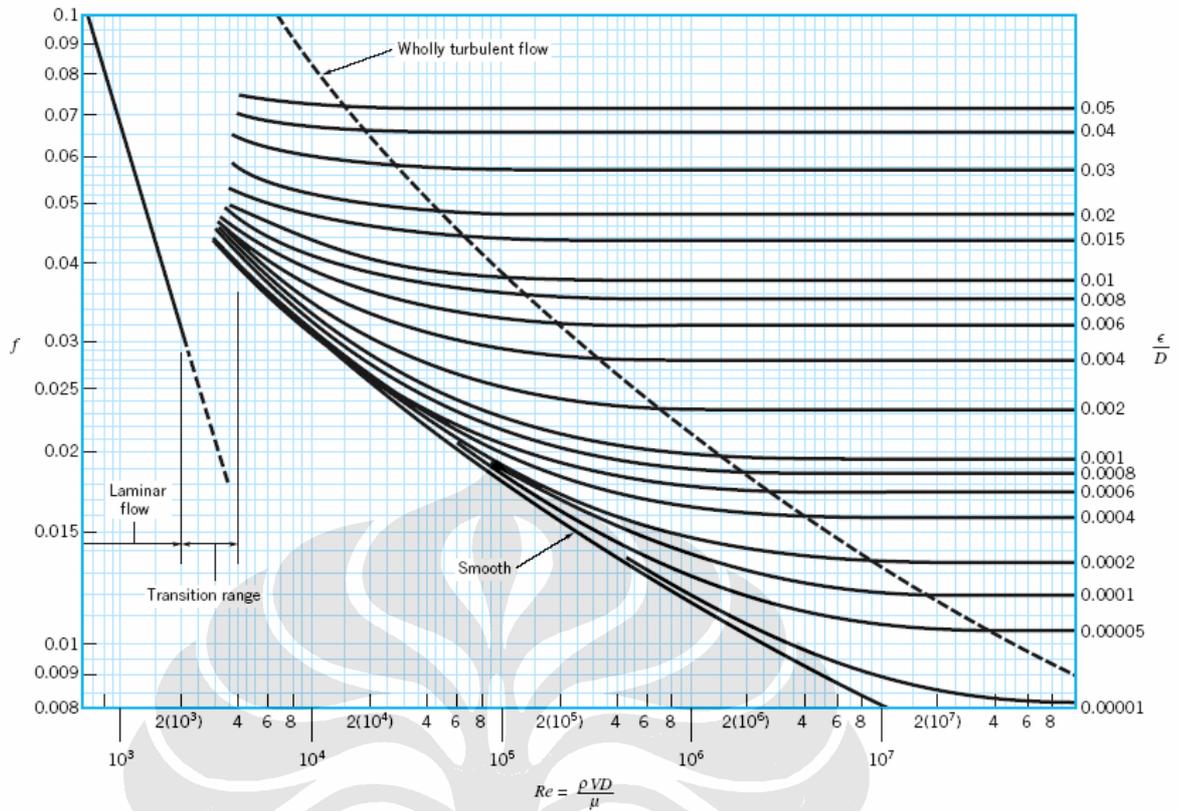
(2.10)

Kerugian tekanan (h_L) tergantung pada diameter pipa (d), panjang (l), viskositas (ν), kecepatan aliran (U). Analisa dimensional digunakan untuk menentukan persamaan dari parameter-parameter diatas. Persamaan yang dihasilkan disebut persamaan Darcy-Weisbach:

$$h_L = \lambda \frac{l U^2}{d 2g} \dots\dots\dots (2.11)$$

di mana: λ = nilai koefisien gesek.

Persamaan Darcy-Weisbach merupakan rumus dasar untuk mengukur *head loss* (kerugian tekanan) yang disebabkan oleh gesekan pada pipa yang lurus, panjang dan seragam. Berdasarkan evaluasi dari percobaan dengan berbagai pipa, data-data tersebut digunakan untuk membuat diagram *Moody* (Gambar 2.7).



Gambar 2.7 Faktor gesek sebagai fungsi Bilangan Reynolds dan hubungan kekasaran pada pipa bulat. Diagram Moody (Sumber: Fundamentals of Fluid Mechanics – Munson; Young; Okiishi)

Untuk $Re < 2000$, aliran pada pipa akan laminar dan λ hanya merupakan fungsi dari Re yaitu:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \dots\dots\dots (2.12)$$

Pada $Re > 4000$ aliran menjadi turbulen dan nilai λ merupakan fungsi dari Re dan kekasaran relatif (e/D). Blasius, yang untuk pertama kali mengkolerasikan eksperimen-eksperimen pipa licin dalam aliran turbulen, menyajikan hasil-hasil dengan suatu rumus empirik yang berlaku sampai kurang lebih $Re = 100000$. Rumus Blasius tersebut adalah:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{1/4}} \dots\dots\dots (2.13)$$

Pada nilai Re yang sangat tinggi, λ hanya tergantung pada e/D dengan asumsi daerah tersebut sudah seluruhnya turbulen, daerah ini merupakan daerah dimana pada diagram *Moody* garis untuk e/D yang berbeda menjadi horizontal.

Distribusi aliran laminar atau turbulen sangat dipengaruhi dari bilangan Reynold, viskositas, gradien tekanan dan kekasaran permukaan. Sedangkan untuk menentukan tebal lapisan batas dipengaruhi oleh panjang pipa, viskositas, kecepatan aliran dan kekasaran permukaan.

2.7.4 Persamaan-persamaan Gerak untuk Fluida Viskos

Sebuah partikel fluida yang tidak menerima dua buah gaya, yaitu *body force* dan gaya tekanan (*pressure force*) pada permukaannya. Partikel fluida pada fluida viskos yang bergerak mendapat gaya permukaan tambahan, yaitu gaya-gaya tangensial atau gaya-gaya geseran dan gaya-gaya normal.

Dengan mensubstitusi persamaan untuk percepatan, tegangan geser, dan tegangan normal akan menghasilkan persamaan gerak lengkap untuk fluida viskos yang bergerak. Persamaan ini disebut persamaan Navier-Stokes. Untuk fluida dengan viskositas konstan dan aliran tak mampu mampat, persamaan itu menjadi:

Arah sumbu x :

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + w \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right),$$

Arah sumbu y :

$$\rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + u \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + w \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2.14)$$

Arah sumbu z :

$$\rho \left[\frac{\partial w}{\partial t} + u \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) + w \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

Dalam sistem koordinat polar silinder (r, θ, z), persamaan Navier-Stokes menjadi:

Arah sumbu r :

$$\rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \rho g_r + \mu \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right)$$

Arah sumbu θ :

$$\rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) =$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \rho g_\theta + \mu \left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right) \quad (2.15)$$

Arah sumbu z :

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) =$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right)$$

Pemecahan persamaan-persamaan Navier-Stokes tidak linear secara eksak baru tersedia untuk beberapa kasus saja. Ini terutama untuk aliran-aliran yang steady atau seragam yang berdimensi dua atau memiliki simetri radial, dan untuk aliran-aliran dengan geometri yang sangat sederhana. Persamaan-persamaan Navier-Stokes untuk aliran *steady* tak mampu mampat mempunyai empat unsur yang belum diketahui yaitu komponen-komponen kecepatan dan tekanan.

2.7.5 Kerugian Minor

Sebuah perbesaran mendadak adalah satu dari sedikit komponen dimana koefisien kerugian dapat diperoleh dengan sebuah analisis yang sederhana. Untuk melakukan hal ini diberikan persamaan-persamaan kontinuitas dan momentum untuk volume pengatur seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.8 dan persamaan energi yang diterapkan antara (2) dan (3). Diasumsikan bahwa aliran adalah seragam pada bagian (1), (2), dan (3) dan tekanan konstan di sisi kiri dari volume pengatur ($p_a = p_b = p_c = p_1$). Tiga persamaan yang dihasilkan (massa, momentum dan energi) adalah:

$$A_1 V_1 = A_3 V_3 \dots\dots\dots (2.16)$$

$$P_1 A_3 - P_3 A_3 = \rho A_3 V_3 (V_3 - V_1)$$

dan

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + h_L \dots\dots\dots$$

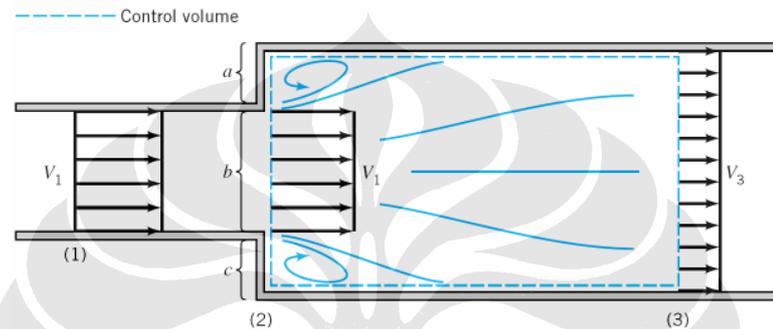
$$(2.17)$$

Ketiga persamaan ini dapat diatur kembali sehingga memberikan koefisien kerugian, $K_L = hL/(V_1^2/2g)$, sebagai

$$K_L = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \dots\dots\dots (2.18)$$

di mana: K_L = koefisien kerugian

$\frac{A_1}{A_2}$ = rasio luas



Gambar 2.8 Volume pengatur yang digunakan untuk menghitung koefisien kerugian untuk perbesaran mendadak. (Sumber: Munson, et al., 2002)