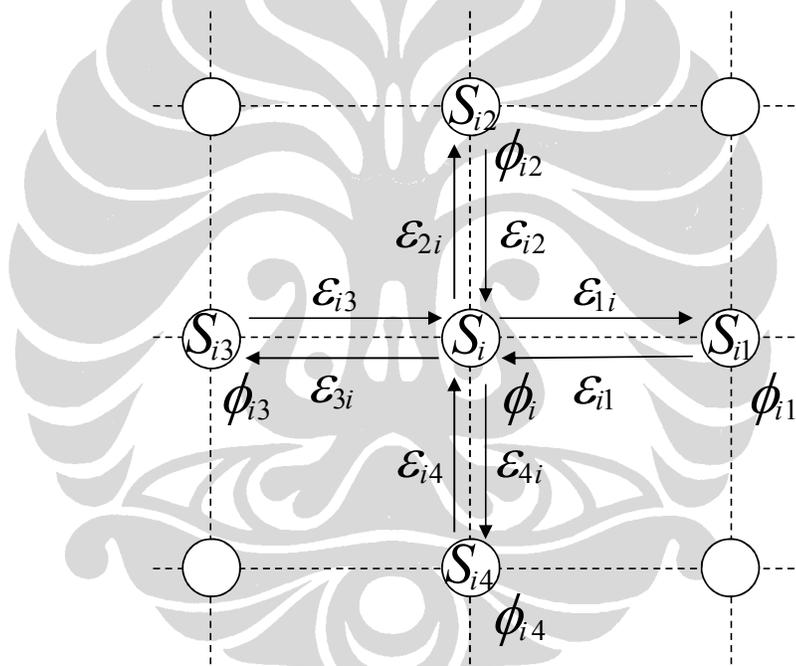


BAB III

DESAIN DAN PENGENDALIAN SISTEM

LAMPU LALULINTAS

Lampu lalu lintas dimodelkan dengan *bi-directed graph* seperti pada gambar berikut:



Gambar 2. Model *Signal Network*

Persimpangan S_i mempengaruhi dan dipengaruhi oleh persimpangan tetangganya, yaitu persimpangan S_{i1} , S_{i2} , S_{i3} , dan S_{i4} . Setiap persimpangan dilambangkan dengan node $S_i (1 \leq i \leq N)$, dan tetangga dari sinyal S_i adalah S_{ij} yang memiliki index sinyalnya sendiri yaitu S_j .

ϕ_i menyatakan fase dari satu putaran sinyal S_i , dan $\phi_{ij} (j \in \{1, 2, \dots, n_i\})$ merupakan fase untuk sinyal S_{ij} , di mana n_i adalah banyaknya sinyal yang dipasangkan dengan S_i . Dalam hal ini bisa dikatakan bahwa S_i merupakan sebuah perempatan karena mempunyai 4 buah sinyal tetangga. ε_{ij} adalah aliran kendaraan yang telah dinormalisasi, yang didefinisikan sebagai:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{\rho_{im} T_i} \int_t^{t+T_i} \rho_{ij}(t) dt \quad (3.1)$$

dimana ρ_{im} adalah konstanta yang merupakan kapasitas dari jalan dan $\rho_{ij}(t)$ merupakan kepadatan dari jalan antara sinyal S_i dan S_{ij} pada interval waktu $[t, t + T_i]$.

III.1 DESKRIPSI SINYAL NETWORK DENGAN MENGGUNAKAN *NONLINIER COUPLED OSCILLATOR*

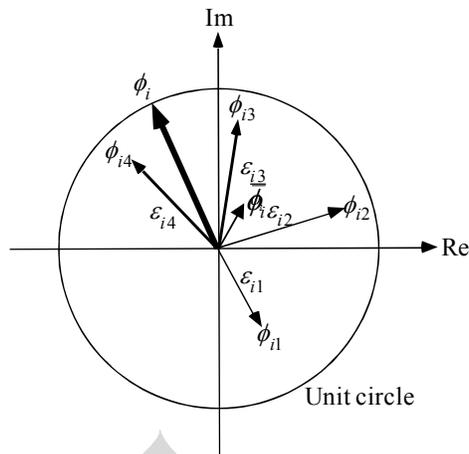
Pada bagian ini, penulis menjabarkan *traffic signal network* dengan menggunakan sebuah sistem *nonlinear oscillators* dengan *coupling* terdekat. Secara spesifik, penulis menerapkan deskripsi model fase dari *coupled oscillator* yang diperkenalkan oleh Kuramoto, yaitu sebuah model yang digeneralisasi dan dinyatakan dengan:

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \frac{K}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \Gamma_i(\phi_i, \phi_{ij}) \quad (3.2)$$

dimana:

$$\Gamma_i(\phi_i + 2\pi, \phi_{ij}) = \Gamma_i(\phi_i, \phi_{ij} + 2\pi) = \Gamma_i(\phi_i, \phi_{ij}) \quad (3.3)$$

Persamaan diatas berlaku untuk semua i dan j .



Gambar 3. Diagram Argon

Dapat dikatakan pula bahwa Γ adalah fungsi yang periodik dengan periode 2π , sedangkan ω_i adalah frekuensi alami dari sinyal S_i yang ditentukan dengan $\omega_i = \frac{2\pi}{T_i}$, dengan K merupakan konstanta positif.

Pada **Gambar 6** terlihat bahwa fase untuk sinyal S_i dan ϕ_i dipengaruhi dari sinyal yang ada disampingnya, yaitu S_{ij} dan ϕ_{ij} . Fase sinyal ini tergantung kepada berapa banyak *traffic* yang masuk dari S_{ij} yang telah didefinisikan di **Gambar 7**.

Untuk selanjutnya, penulis akan menggunakan model seperti ini untuk *oscillator*:

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \frac{K}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \varepsilon_{ij} \sin(\phi_{ij} - \phi_i) \quad (3.4)$$

dengan menggunakan fungsi *sinus* sebagai pengganti fungsi Γ_i yang bertujuan untuk menyederhanakan persamaan.

Dengan mengatur ulang persamaan (3.4) menggunakan formula euler, penulis mendapatkan persamaan:

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_i(t) &= \omega_i + \frac{K}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \varepsilon_{ij} \frac{e^{i(\phi_{ij}-\phi_i)} - e^{-i(\phi_{ij}-\phi_i)}}{2i} \\ &= \omega_i + \frac{K}{2i} \left\{ e^{-i\phi_i} \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\varepsilon_{ij}}{n_i} e^{i\phi_{ij}} - e^{i\phi_i} \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\varepsilon_{ij}}{n_i} e^{-i\phi_{ij}} \right\}\end{aligned}\quad (3.5)$$

Definisikan A_i dan B_i sebagai berikut:

$$A_i = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\varepsilon_{ij}}{n_i} e^{i\phi_{ij}} \quad (3.6)$$

$$B_i = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\varepsilon_{ij}}{n_i} e^{-i\phi_{ij}} \quad (3.7)$$

Maka persamaan (3.5) dapat dinyatakan dengan:

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \frac{K}{2i} (e^{-i\phi_i} A_i - e^{i\phi_i} B_i) \quad (3.8)$$

Dengan menggunakan formula *euler* maka bisa didapatkan persamaan seperti berikut:

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \frac{K}{2i} ((\cos \phi_i - i \sin \phi_i) A_i - (\cos \phi_i + i \sin \phi_i) B_i) \quad (3.9)$$

Lalu persamaan tersebut disusun ulang sehingga menjadi:

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \frac{K}{2i} ((\cos \phi_i (A_i - B_i) - i \sin \phi_i (A_i + B_i)) \quad (3.10)$$

Selanjutnya, penulis akan mendefinisikan a_i dan b_i melalui persamaan berikut:

$$A_i - B_i = 2 \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\varepsilon_{ij}}{n_i} i \sin \phi_{ij} = 2ib_i \quad (3.11)$$

$$A_i + B_i = 2 \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\varepsilon_{ij}}{n_i} \cos \phi_{ij} = 2a_i \quad (3.12)$$

Sehingga didapatkan persamaan a_i dan b_i , yaitu:

$$a_i = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\varepsilon_{ij}}{n_i} \cos \phi_{ij} \quad (3.13)$$

$$b_i = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\varepsilon_{ij}}{n_i} \sin \phi_{ij} \quad (3.14)$$

Setelah persamaan a_i dan b_i didapatkan, persamaan (3.10) dapat disusun ulang sehingga menjadi:

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \frac{K}{2i} (2ib_i \cos \phi_i - 2ia_i \sin \phi_i) \quad (3.15)$$

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + K(b_i \cos \phi_i - a_i \sin \phi_i) \quad (3.16)$$

Selanjutnya, persamaan (3.16) akan disampaikan sebagai *model entrainment*, yaitu seperti berikut:

$$\dot{\phi}_i(t) = \omega_i + \sigma_i K \sin(\bar{\phi}_i - \phi_i) \quad (3.17)$$

Dengan menyamakan persamaan (3.16) dan persamaan (3.17), maka diperoleh hubungan seperti berikut:

$$\sigma_i \sin(\bar{\phi}_i - \phi_i) = b_i \cos \phi_i - a_i \sin \phi_i \quad (3.18)$$

Setelah itu kita jabarkan ruas kiri:

$$\sigma_i \sin(\bar{\phi}_i - \phi_i) \quad (3.19)$$

$$\sigma_i (\sin \bar{\phi}_i \cos \phi_i - \sin \phi_i \cos \bar{\phi}_i) \quad (3.20)$$

$$\sigma_i \sin \bar{\phi}_i \cos \phi_i - \sigma_i \sin \phi_i \cos \bar{\phi}_i \quad (3.21)$$

$$\sigma_i \sin \bar{\phi}_i \cos \phi_i - \sigma_i \sin \phi_i \cos \bar{\phi}_i = b_i \cos \phi_i - a_i \sin \phi_i \quad (3.23)$$

Dengan menyamakan koefisien COS dan SIN maka didapatkan:

$$\sigma_i \sin \bar{\phi}_i = b_i \quad (3.24)$$

$$\sigma_i \cos \bar{\phi}_i = a_i \quad (3.25)$$

Sehingga hubungan antara σ_i , a_i dan b_i adalah:

$$\sigma_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \quad (3.26)$$

$$\bar{\phi}_i = \arctan\left(\frac{b_i}{a_i}\right) \quad (3.27)$$

Dalam Diagram Argan, nilai a_i dan b_i berturut-turut adalah bagian *real* dan *imaginer* dari bilangan kompleks seperti berikut:

$$a_i \pm b_i = \sigma_i \cos \bar{\phi}_i \pm i \sigma_i \sin \bar{\phi}_i \quad (3.28)$$

$$= \sigma_i e^{\pm i \bar{\phi}_i} \quad (3.29)$$

Dengan memanfaatkan persamaan (3.13) dan persamaan (3.14) diperoleh hubungan sebagai berikut:

$$\sigma_i e^{\pm i \bar{\phi}_i} = a_i \pm i b_i = \sum_{j=1}^{n_i} [\cos \phi_{ij} + i \sin \phi_{ij}] \quad (3.30)$$

$$\sigma_i e^{\pm i \bar{\phi}_i} = a_i \pm i b_i = \sum_{j=1}^{n_i} e^{i \phi_{ij}} \quad (3.31)$$

III.2 SPLIT SETTING

Bagian ini akan mengatur *split setting* dari lampu lalu lintas. Pertama-tama mendefinisikan waktu putaran dari sinyal S_i sebagai berikut:

$$T_i(\tau_i) = T_{i1}(\tau_i) + T_{i2}(\tau_i) + 2T_{cl} \quad (3.32)$$

Termasuk dalam persamaan diatas, T_{cl} merupakan konstanta *clearence*, dimana $T_{i1}(\tau_i)$ dan $T_{i2}(\tau_i)$ secara berurutan adalah *split time* dari sinyal S_i pada arah vertikal dan horizontal.

Clearence time dimasukkan untuk menyesuaikan pemodelan dengan sistem lampu lalu lintas yang mengenal adanya jeda antara lampu merah dengan lampu hijau. Jeda tersebut adalah lampu kuning yang berguna untuk keamanan saat transisi antara lampu merah ke lampu hijau dan juga sebaliknya. Pada daerah yang tidak menggunakan sistem *clearence* ini maka nilai $T_{cl} = 0$.

Split time T_{ik} , diupdate pada setiap permulaan putaran dan proposional dengan jumlah dari arus kendaraan yang masuk, baik dari arah horizontal maupun vertikal.

Untuk melihat total *flow* yang masuk ke persimpangan, digunakan rumus berikut:

$$r_{i1} = \varepsilon_{i,1} + \varepsilon_{i,3}, r_{i2} = \varepsilon_{i,2} + \varepsilon_{i,4} \quad (3.33)$$

r_{i1} merupakan total *flow* untuk arah *horizontal* atau *main direction* pada jalan, sedangkan r_{i2} merupakan total *flow* untuk arah *vertikal* atau *secondary direction*nya.

Dari persamaan diatas, penulis dapat mencari *desired split time* untuk arus kendaraan yang masuk dari arah horizontal dan vertikal dengan persamaan di bawah ini:

$$T_{ik}^* = \frac{r_{ik}(\tau_i)}{r_{i1}(\tau_i) + r_{i2}(\tau_i)} (T_i(\tau_i) - 2T_{cl}), (k = 1,2) \quad (3.34)$$

Setelah itu, *updating function* dapat didefinisikan dengan persamaan berikut:

$$T_{ik}(\tau_i + 1) = T_{ik}(\tau_i) + \gamma(T_{ik}^* - T_{ik}(\tau_i)), (k = 1,2) \quad (3.35)$$

Di mana γ merupakan konstanta perubahan. Yang akan menentukan seberapa cepat perubahan dari *split time* menuju *desired split time*.

Perubahan tidak dilakukan sekaligus karena nilai *flow* kendaraan yang ada pada perhitungan diambil dari nilai *flow* kendaraan pada waktu sebelumnya. Hal ini mengakibatkan nilai *flow* kendaraan tidak akan sama untuk waktu berikutnya.

III.3 SELF-ORGANIZING DARI PENYESUAIAN OFFSET

Bagian ini akan membahas strategi untuk menyesuaikan pola *offset* dari lampu lalu lintas dengan menggunakan *mutual entrainment*⁴.

Misalkan ψ_i menyatakan fase relatif antara $\bar{\phi}_i$ dan ϕ_i yang didefinisikan sebagai:

$$\psi_i = \bar{\phi}_i - \phi_i \quad (3.36)$$

Maka dinamik dari fase relatifnya dapat diekspresikan dengan:

$$\dot{\psi}_i = \Omega_i - \omega_i - \sigma_i K \sin(\psi_i) \quad (3.37)$$

⁴ *Mutual Entrainment* merupakan keadaan dimana terdapat 2 objek yang bergerak masing-masing namun memiliki suatu media untuk bertukar informasi sehingga pergerakan keduanya menjadi tersinkronisasi

dimana Ω_i adalah frekuensi alami dari fase rata-rata $\bar{\phi}_i$.

Dengan memeriksa *fixed point* dari dinamik tersebut dengan memperhitungkan sifat dari fungsi *sinus* yang bernilai diantara -1 dan 1, maka *fixed point* pada persamaan (3.37) hanya terjadi jika:

$$\left| \frac{\Omega_i - \omega_i}{\sigma_i K} \right| \leq 1 \tag{3.38}$$

Oleh sebab itu pada persamaan (3.38), *phase locking* akan terjadi pada perbedaan fase seperti berikut:

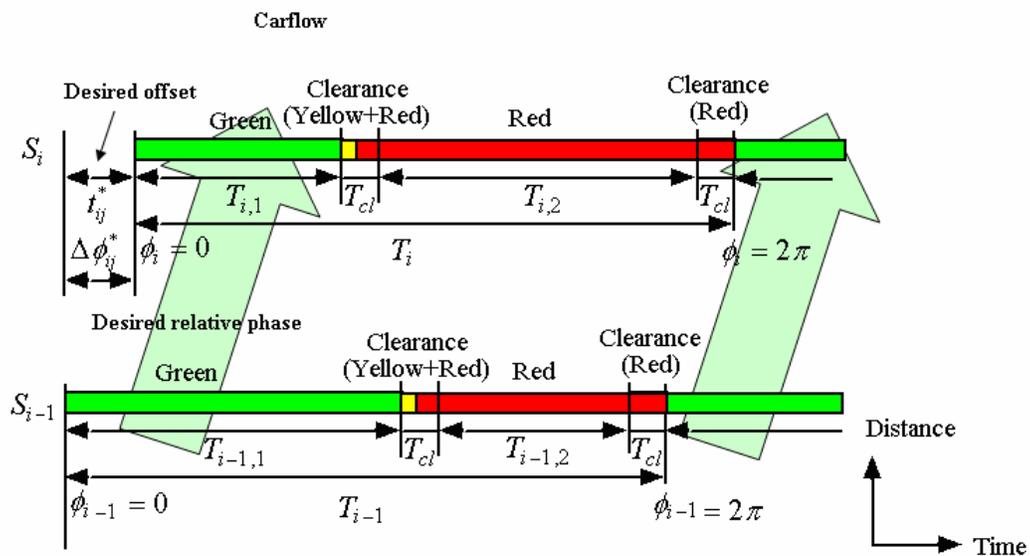
$$\psi_i = \arcsin\left(\frac{\Omega_i - \omega_i}{\sigma_i K}\right) \tag{3.39}$$

Saat *oscillator* S_i di *phase lock* dengan *oscillator* disampingnya.

Pada persamaan (3.40), $\Delta\phi_{ij}$ adalah selisih fase terhadap ϕ_i yang didefinisikan sebagai:

$$\Delta\phi_{ij} = \phi_{ij} - \phi_i \tag{3.40}$$

Untuk lebih jelasnya, dapat dilihat pada gambar dibawah ini:



Gambar 4. Flow Kendaraan Pada *Primary Direction*

Misalkan t_{ij}^* merupakan waktu yang dibutuhkan untuk sebuah kendaraan mencapai persimpangan S_i dari S_{ij} , maka *offset* yang diinginkan antara sinyal S_{ij} dan S_i ditentukan oleh:

$$\Delta\phi_{ij}^* = 2\pi \frac{t_{ij}^*}{T_i} \pmod{2\pi} \quad (3.41)$$

dimana T_i adalah waktu putaran dari sinyal S_i .

Waktu yang diharapkan, yaitu t_{ij}^* adalah:

$$t_{ij}^* = \frac{l_{ij}}{v_{ij}^{max}} \quad (3.42)$$

dimana l_{ij} merupakan jarak antar sinyal yang bersebelahan dan v_{ij}^{max} adalah batas kecepatan dari jalan antara interval (S_{ij}, S_i) .

Setelah mendapatkan nilai *desired offset* untuk arah yang *primary*, nilai *desired offset* untuk arah yang *secondary* juga dapat ditemukan dengan cara:

$$\Delta\phi_{ij}^* = 2\pi \frac{t_{ij}^* + (T_{i-1,1} - T_{i,1})}{T_i} \pmod{2\pi} \quad (3.43)$$

Persamaan diatas mengacu pada **Gambar 9**.

Frekuensi alami yang diinginkan dari *oscillator* S_i adalah:

$$\omega_i^* = \Omega_i - \tilde{\sigma}_i^* K \sin \Delta\bar{\phi}_i^* \quad (3.44)$$

Persamaan diatas mengacu pada persamaan (3.37) dimana $\dot{\psi}_i = 0$.

Untuk mencapai fase relatif yang diinginkan, digunakan persamaan seperti ini:

$$\Delta\bar{\phi}_i^* = \arctan \left(\frac{\sum_{j=1}^{n_i} \varepsilon_{ij} \sin \Delta\phi_{ij}^*}{\sum_{j=1}^{n_i} \varepsilon_{ij} \cos \Delta\phi_{ij}^*} \right) \quad (3.45)$$

dengan berdasarkan pada fase rata-rata yang telah diberi bobot yaitu $\bar{\phi}_i$ melalui *mutual entrainment*.

III.4 ATURAN PERUBAHAN FREKUENSI ALAMIAH

Berikut ini adalah persamaan untuk mengatur perubahan dari frekuensi alamiah:

$$\omega_i(\tau_i + 1) = \omega_i(\tau_i) + \alpha(\omega_i^* - \omega_i(\tau_i)) + \beta(\tilde{\omega}_i^* - \omega_i(\tau_i)) \quad (3.46)$$

Dimana τ_i adalah *dimensionless-time*, yaitu waktu yang telah diberi skala yang berhubungan dengan periode dari sinyal dan $\alpha, \beta \in (0,1)$ merupakan konstanta bernilai positif. Pada aturan perubahan ini, sebuah frekuensi dasar $\tilde{\omega}_i^*$ digunakan untuk setiap sinyal yang berguna untuk mencegah pergeseran dari frekuensi natural di setiap sinyal.

III.5 PERKIRAAN FREKUENSI ALAMIAH DARI BOBOT FASE RATA-RATA

Bagian ini akan membahas frekuensi alamiah dan bobot fase rata-rata yang diperkenalkan pada bagian 4.3. Untuk selanjutnya penulis akan menganggap perkiraan dari hasil kompromisasi frekuensi dengan mengasumsikan terjadinya *mutual entrainment* secara lokal diantara *oscillator* S_i dan S_{ij} .

Dinamika dari *oscillator* S_{ij} pada *oscillator* lain yang berada disekitar S_i dapat dinyatakan dengan:

$$\dot{\phi}_{ij}(t) = \omega_{ij} + \frac{K}{n_i} \varepsilon_{ji} \sin(\phi_i - \phi_{ij}) + f_{ij} \quad (3.47)$$

Dimana f_{ij} adalah pengaruh gabungan dari *oscillator* disekitar S_{ij} terhadap S_{ij} selain S_i . Dengan menggunakan persamaan (3.47) diatas dan dengan mengasumsikan bahwa arus kendaraan pada *oscillator* disekitar S_i bersifat homogen, maka persamaannya akan menjadi:

$$\dot{\phi}_{ij} = \omega_{ij} + K \varepsilon_{ji} \sin(\phi_i - \phi_{ij}) + \Delta f_{ji} \quad (3.48)$$

Dengan mendefinisikan Δf_{ij} yaitu:

$$\Delta f_{ij} = f_{ij} - \frac{n_i - 1}{n_i} (K \varepsilon_{ji} \sin(\phi_i - \phi_{ij})) \quad (3.49)$$

dan dengan menganggap nilai dari 3 *oscillator* lain yang berada disekitarnya mempunyai nilai sama dengan S_i maka Δf_{ij} dapat diabaikan sehingga persamaan (3.48) dapat dinyatakan seperti berikut:

$$\dot{\phi}_{ij} = \omega_{ij} + K \varepsilon_{ji} \sin(\phi_i - \phi_{ij}) \quad (3.50)$$

Jika $\bar{\omega}_i$ adalah frekuensi kompromi dari *oscillator* ini pada keadaan stabil dan saat fasenya terkunci. Setelah itu, dengan asumsi terjadi *local entrainment* pada *oscillator*, maka kita mendapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\dot{\phi}_i = \dot{\phi}_{ij} = \bar{\omega}_i \quad (3.51)$$

Dari persamaan (3.4) dan (3.47) bisa didapatkan nilai dari $\bar{\omega}_i$ yaitu:

$$\bar{\omega}_i = \frac{1}{1 + \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{ji}}} \left(\omega_{ij} + \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{ji}} (\omega_{ij} + \Delta f_{ij}) \right) \quad (3.52)$$

Jika nilai dari Δf_{ij} dapat diabaikan, maka persamaan tersebut menjadi:

$$\bar{\omega}_i \cong \frac{1}{1 + \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{ji}}} \left(\omega_{ij} + \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{ji}} (\omega_{ij}) \right) \quad (3.53)$$

Setelah itu, dengan melihat persamaan (3.26) maka bisa didapatkan persamaan berikut ini:

$$\dot{\phi}_i = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\delta \bar{\phi}_i}{\delta \phi_{ij}} \dot{\phi}_{ij} \quad (3.54)$$

$$\dot{\phi}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} \left(\varepsilon_{ij}^2 + \varepsilon_{ij} \sum_{k \neq j} \varepsilon_{ik} \cos(\phi_{ij} - \phi_{ik}) \right) \dot{\phi}_{ij}}{\sum_{j=1}^{n_i} \left(\varepsilon_{ij}^2 + \varepsilon_{ij} \sum_{k \neq j} \varepsilon_{ik} \cos(\phi_{ij} - \phi_{ik}) \right)} \quad (3.55)$$

Jika dilakukan *phase lock* pada S_i dan S_{ij} , maka akan didapatkan:

$$\dot{\phi}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} \left(\varepsilon_{ij}^2 + \varepsilon_{ij} \sum_{k \neq j} \varepsilon_{ik} \cos(\phi_{ij} - \phi_{ik}) \right)}{\sum_{j=1}^{n_i} \left(\varepsilon_{ij}^2 + \varepsilon_{ij} \sum_{k \neq j} \varepsilon_{ik} \cos(\phi_{ij} - \phi_{ik}) \right)} \bar{\omega}_i \quad (3.56)$$

Karena nilai dari persamaan berikut:

$$\frac{\sum_{j=1}^{n_i} \left(\varepsilon_{ij}^2 + \varepsilon_{ij} \sum_{k \neq j} \varepsilon_{ik} \cos(\phi_{ij} - \phi_{ik}) \right)}{\sum_{j=1}^{n_i} \left(\varepsilon_{ij}^2 + \varepsilon_{ij} \sum_{k \neq j} \varepsilon_{ik} \cos(\phi_{ij} - \phi_{ik}) \right)} = 1 \quad (3.57)$$

Maka,

$$\dot{\phi}_i = \bar{\omega}_i \quad (3.58)$$

Pada keadaan yang sudah stabil, natural frekuensi dapat didekati dengan persamaan berikut:

$$\hat{\Omega}_i = \bar{\omega}_i \quad (3.59)$$