BAB 2 LANDASAN TEORI

Bab landasan teori bertujuan untuk memberikan penjelasan mengenai metode atau pun teori yang digunakan dalam laporan tugas akhir ini, sehingga dapat membangun pemahaman yang sama antara pembaca dan penulis. Penjelasan dalam bab ini terdiri dari empat bagian, yang diawali dengan penjelasan tentang logika *fuzzy* dan himpunan *fuzzy* sebagai dasar dari teori yang digunakan pada penelitian tugas akhir ini, kemudian dilanjutkan dengan penjelasan tentang relasi *fuzzy* dan sistem inferensi *fuzzy* Takagi-Sugeno-Kang (TSK).

2.1 Logika *Fuzzy*

Subbab ini menjelaskan tentang logika *fuzzy*. Penjelasan tersebut meliputi konsep dasar logika *fuzzy* dan operator logika *fuzzy*.

2.1.1 Konsep Dasar Logika *Fuzzy*

Secara sederhana, logika *fuzzy* dapat didefinisikan sebagai kebalikan dari kata "*rigid*" atau "kaku", yang berarti dapat diartikan sebagai *approximate computing* [WAN97]. Logika *fuzzy*, yang sering juga disebut himpunan *fuzzy*, pertama kali diperkenalkan oleh Prof. Lotfi A. Zadeh pada tahun 1965 [WID08]. Target utama logika *fuzzy* adalah menjembatani kesenjangan antara berbagai sifat informasi [WAN97]. Secara umum ada dua macam informasi, yaitu informasi kuantitatif dan informasi kualitatif. Informasi kuantitatif memiliki bentuk data numerik yang tepat, sedangkan informasi kualitatif mengandung pernyataan kualitatif dari pengetahuan dan pengalaman yang direpresentasikan oleh bahasa alami.

Sebagai alat teknologi informasi, komputer telah lama digunakan untuk melakukan pemrosesan informasi kuantitatif, sedangkan informasi kualitatif diproses oleh otak manusia [WAN97]. Karakteristik utama dari proses berpikir otak manusia adalah lunak. Manusia terbiasa untuk memroses masalah berdasarkan informasi yang ambigu, namun manusia sukses memperkirakan solusi yang relatif tepat. Hal ini hampir mirip dengan pendekatan logika *fuzzy* [WID08]. Oleh karena itu, tujuan utama dari logika *fuzzy* adalah menjadikan komputer selunak otak manusia, dan mampu melakukan komputasi dan pengolahan yang bersifat kuantitatif maupun kualitatif [WAN97].

Pada logika *crisp*, nilai keanggotaan suatu elemen x dalam suatu himpunan A (biasa ditulis $\mu A(x)$) memiliki dua kemungkinan, yaitu:

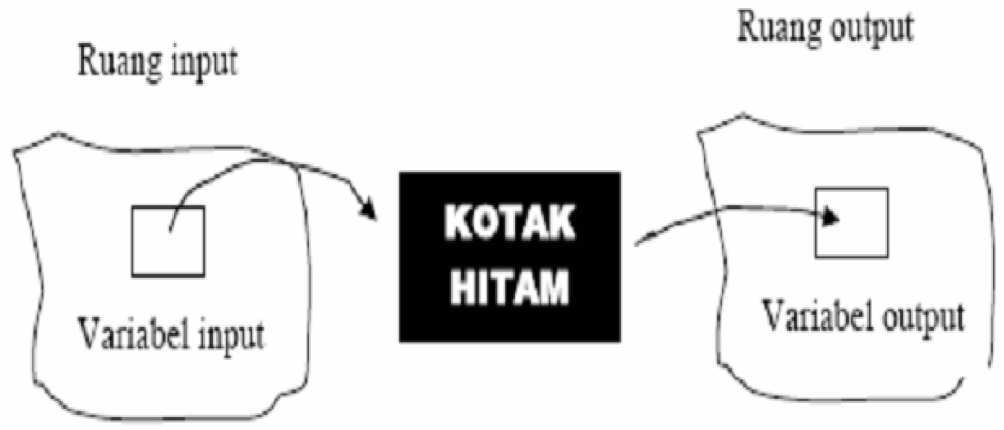
- $\mu A(x) = 1$, yang berarti elemen x tersebut merupakan anggota himpunan A.
- $\mu A(x) = 0$, yang berarti elemen x tersebut bukan merupakan anggota himpunan A.

Berbeda dengan logika *crisp*, logika *fuzzy* memungkinkan nilai keanggotaan suatu elemen x dalam suatu himpunan A bernilai sembarang yang berada pada interval [0,1]. Logika *fuzzy* merupakan struktur model perkiraan yang dapat melakukan pendekatan dari sebuah fungsi melalui sejumlah *input* dan *output* dalam bentuk *linguistic* [DIG06].

Terdapat beberapa terminologi dalam logika *fuzzy*, antara lain [KEC09; WID08]:

- *Linguistic Uncertainty*. Logika *fuzzy* berkaitan dengan bahasa ketidakpastian.
- *Linguistic Variable*, yaitu variabel yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami dan dapat dinyatakan secara kuantitatif dengan fungsi keanggotaan (*membership function*).
- *Linguistic Value*, yaitu nilai untuk *linguistic variable* yang dinyatakan dalam bahasa alami.
- *Fuzzification*. Berdasarkan fungsi keanggotaan, nilai *fuzzy* untuk variabel *input* dikalkulasi derajat keanggotaannya.
- *Fuzzy rules*, yang dibangun dengan *linguistic variable* untuk menggambarkan fungsi dari sistem dan biasanya berbentuk *antecedent* atau *consequent*: IF x [AND/OR] y THEN z.

Logika *fuzzy* dinyatakan juga sebagai suatu cara untuk memetakan suatu ruang *input* ke dalam suatu ruang *output* [KEC09]. Berikut adalah contoh skema logika *fuzzy*.



Gambar 1. Skema logika *fuzzy* [KEC09]

Pada skema logika *fuzzy* di atas, ada beberapa cara atau metode yang mampu bekerja di bagian kotak hitam, yaitu [KEC09]:

- Sistem *fuzzy* (*Fuzzy System*).
- Jaringan Syaraf Tiruan (*Neural Network*).
- Sistem linier.
- Sistem pakar.
- Persamaan diferensial

Namun, Prof. Lotfi A. Zadeh menyatakan bahwa “pada hampir semua kasus kita dapat menghasilkan suatu produk tanpa menggunakan logika *fuzzy*, namun menggunakan *fuzzy* akan lebih cepat dan lebih murah” [KEC09; WID08].

Selain itu, ada beberapa alasan lain penggunaan logika *fuzzy* [KEC09; WID08]:

- Konsep logika *fuzzy* mudah dimengerti.
- Logika *fuzzy* sangat fleksibel.
- Logika *fuzzy* memiliki toleransi terhadap data yang tidak tepat.
- Logika *fuzzy* mampu memodelkan fungsi nonlinier yang sangat kompleks.
- Logika *fuzzy* dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman para pakar secara langsung tanpa melalui proses pelatihan.
- Logika *fuzzy* dapat bekerja sama dengan teknik kendali secara konvensional.

- Logika *fuzzy* didasarkan pada bahasa alami.

2.1.2 Operator Logika *Fuzzy*

Logika *fuzzy* memiliki tiga operator dasar, yaitu *fuzzy negation*, t-norm, dan s-norm [FOP95; TAN08], yang masing-masing secara berurutan digunakan untuk melakukan operasi *complement*, *intersection*, dan *union*. Ketiga operator tersebut akan dijelaskan lebih lanjut.

2.1.2.1 *Fuzzy Negation* (*complement*)

Fuzzy negation merupakan operasi negasi atau NOT yang digunakan dalam logika *fuzzy* dan dituliskan dengan notasi $^{(n)}$ [TAN08]. *Fuzzy negation* didefinisikan sebagai sebuah fungsi $^{(n)}$: [0,1] → [1,0] dengan sifat-sifat sebagai berikut [WID08]:

- $0^{(n)} = 1$ dan $1^{(n)} = 0$
- Untuk $x_1, x_2 \in [1,0]$, jika $x_1 < x_2$ maka $x_1^{(n)} < x_2^{(n)}$
- Untuk $x \in [1,0]$, $(x^{(n)})^{(n)} = x$

2.1.2.2 T-norm (*intersection*)

T-norm merupakan operasi konjungsi atau AND yang digunakan dalam logika *fuzzy* dan pada laporan tugas akhir ini dituliskan dengan notasi **[t]**. T-norm didefinisikan sebagai sebuah fungsi **[t]** : [0,1] x [0,1] → [1,0] dengan sifat-sifat sebagai berikut [WID08]:

- Untuk x, x_1, x_2, dan $x_3 \in [1,0]$, x **[t]** $0 = 0$ dan x **[t]** $1 = x$
- $x_1 \,\mathbf{[t]}\, x_2 = x_2 \,\mathbf{[t]}\, x_1$
- $x_1 \,\mathbf{[t]}\, (x_2 \,\mathbf{[t]}\, x_3) = (x_1 \,\mathbf{[t]}\, x_2) \,\mathbf{[t]}\, x_3$
- jika $x_1 \le x_2$ maka $x_1 \,\mathbf{[t]}\, x_3 \le x_2 \,\mathbf{[t]}\, x_3$

2.1.2.3 S-norm (*union*)

S-norm merupakan operasi disjungsi atau OR yang digunakan dalam logika *fuzzy* dan pada laporan tugas akhir ini dituliskan dengan notasi **[s]**. S-norm didefinisikan sebagai sebuah fungsi **[s]** : [0,1] x [0,1] → [1,0] dengan sifat-sifat sebagai berikut [WID08]:

- Untuk x, x_1, x_2, dan x_3 Є [1,0], x **[s]** 0 = x dan x **[s]** 1 = 1
- x_1 **[s]** $x_2 = x_2$ **[s]** x_1
- x_1 **[s]** (x_2 **[s]** x_3) = (x_1 **[s]** x_2) **[s]** x_3
- jika $x_1 \leq x_2$ maka x_1 **[s]** $x_3 \leq x_2$ **[s]** x_3

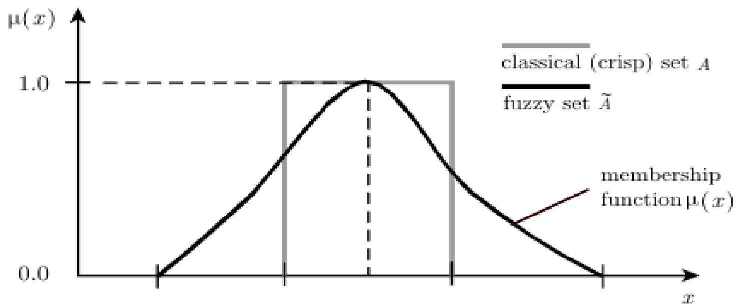
2.2 Himpunan *Fuzzy*

Subbab ini menjelaskan tentang himpunan *fuzzy*. Penjelasan tersebut meliputi pengertian himpunan *fuzzy* dan macam fungsi keanggotaan.

2.2.1 Pengertian Himpunan *Fuzzy*

Himpunan *fuzzy* adalah himpunan elemen yang setiap elemennya memiliki derajat keanggotaan tertentu [TAN08; ZAD65]. Himpunan *fuzzy* digolongkan oleh suatu fungsi keanggotaan (*membership function*) yang memberikan nilai derajat keanggotaan tertentu kepada setiap elemen dalam himpunan tersebut [ZAD65]. Nilai derajat keanggotaan tersebut berada pada interval [0,1]. Adapun pada logika *crisp* atau logika klasik, derajat keanggotaan suatu elemen dalam suatu himpunan hanya ditentukan dengan dua nilai, yaitu nol dan satu.

Fungsi keanggotaan (*membership function*) didefinisikan sebagai berikut [ZAD65]: jika X adalah himpunan semesta dan x sebagai elemen umum dalam himpunan tersebut sehingga $X = \{x\}$, maka suatu himpunan *fuzzy* A pada X memiliki karakteristik yang digolongkan oleh suatu fungsi keanggotaan (*membership function*) $\mu A(x)$ yang menghubungkan setiap elemen pada X dengan suatu bilangan *real* pada interval [0,1]. Nilai $\mu A(x)$ untuk setiap x merepresentasikan derajat keanggotaan x pada A. Jika $\mu A(x)$ bernilai 0, maka x bukan merupakan anggota himpunan A, sedangkan jika $\mu A(x)$ bernilai 1, maka x merupakan anggota himpunan A secara utuh. Oleh karena itu, semakin dekat nilai $\mu A(x)$ kepada satu, maka semakin tinggi tingkat keanggotaan x pada A.



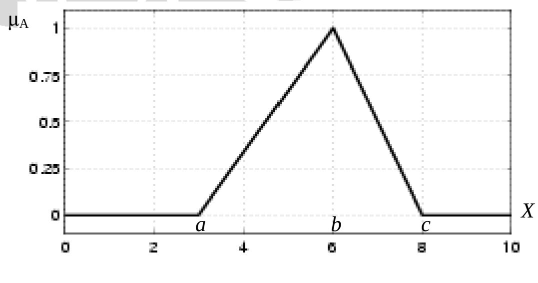
Gambar 2. Fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy*, perbandingannya dengan himpunan *crisp* [MEM09]

Pada himpunan *fuzzy* dapat dilakukan operasi *complement*, *intersection*, dan *union*. *Complement* dari suatu himpunan *fuzzy* A dengan notasi $\bar{A}$ dan fungsi keanggotaan $\mu A(x)$ didefinisikan sebagai berikut: $\mu\bar{A}(x) = 1 - \mu A(x)$. *Intersection* dari dua himpunan *fuzzy* A dan B, dengan fungsi keanggotaan berturut-turut $\mu A(x)$ dan $\mu B(x)$ didefinisikan sebagai berikut: $\mu(A \cap B)(x) = \min(\mu A(x), \mu B(x))$. Adapun *union* dari dua himpunan *fuzzy* A dan B, dengan fungsi keanggotaan berturut-turut $\mu A(x)$ dan $\mu B(x)$ didefinisikan sebagai berikut: $\mu(A \cup B)(x) = \max(\mu A(x), \mu B(x))$ [DIG06; ZAD65].

2.2.2 Macam Fungsi Keanggotaan

Pada logika *fuzzy* terdapat beberapa macam fungsi keanggotaan, antara lain [WID08]:

- Representasi segitiga

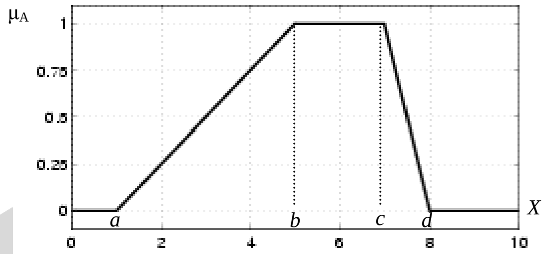


Gambar 3. Macam fungsi keanggotaan: representasi segitiga

Fungsi keanggotaan dengan representasi segitiga memiliki tiga parameter (a,b,c) dengan aturan sebagai berikut.

$$\mu A(x) = \begin{cases} 0, & \text{jika } x \le a \text{ atau } x \ge c \\ (x-a)/(b-a), & \text{jika } a \le x \le b \\ (c-x)/(c-b), & \text{jika } b \le x \le c \end{cases}$$

- Representasi trapezoidal

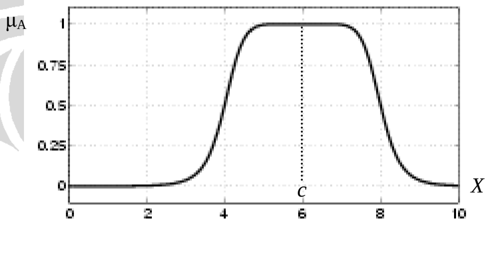


Gambar 4. Macam fungsi keanggotaan: representasi trapezoidal

Fungsi keanggotaan dengan representasi trapezoidal memiliki empat parameter (*a*,*b*,*c*, *d*) dengan aturan sebagai berikut.

$$\mu A(x) = \begin{cases} 0, & \text{jika } x \le a \\ (x-a)/(b-a), & \text{jika } a \le x \le b \\ 1, & \text{jika } b \le x \le c \\ (d-x)/(d-c), & \text{jika } c \le x \le \mathrm{d} \\ 0, & \text{jika } x \ge d \end{cases}$$

- Representasi kurva generalisasi Bell

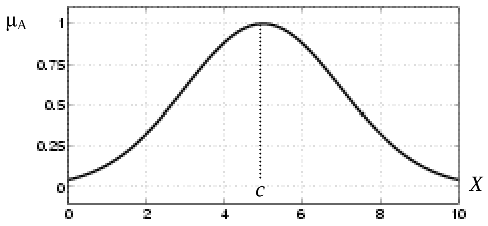


Gambar 5. Macam fungsi keanggotaan: representasi generalisasi Bell

Fungsi keanggotaan dengan representasi generalisasi Bell memiliki tiga parameter (*a*,*b*,*c*) dengan aturan sebagai berikut.

$$\mu A(x) = \frac{1}{1 + \left| \dfrac{x-c}{a} \right|^{2b}}$$

- Represenasi kurva Gauss

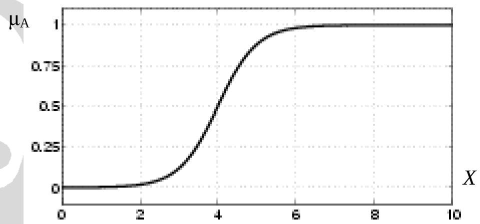


Gambar 6. Macam fungsi keanggotaan: representasi kurva Gauss

Fungsi keanggotaan dengan representasi kurva Gauss memiliki dua parameter (σ, *c*) dengan aturan sebagai berikut.

$$\mu A(x) = \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right)$$

- Representasi kurva Sigmoid

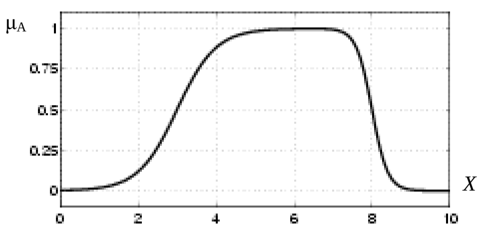


Gambar 7. Macam fungsi keanggotaan: representasi kurva Sigmoid

Fungsi keanggotaan dengan representasi kurva Sigmoid memiliki dua parameter (*a*, *c*) dengan aturan sebagai berikut.

$$\mu A(x) = \frac{1}{1+\exp(-a(x-c))}$$

- Representasi kurva PSigmoid

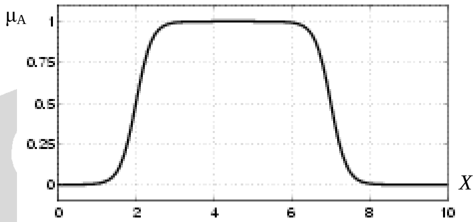


Gambar 8. Macam fungsi keanggotaan: representasi kurva PSigmoid

Fungsi keanggotaan dengan representasi kurva PSigmoid memiliki empat parameter (a_1, c_1, a_2, c_2) dengan aturan sebagai berikut.

$$\mu A(x) = \left(\frac{1}{1+\exp(-a_1(x-c_1))}\right)\times\left(\frac{1}{1+\exp(-a_2(x-c_2))}\right)$$

- Representasi kurva DSigmoid

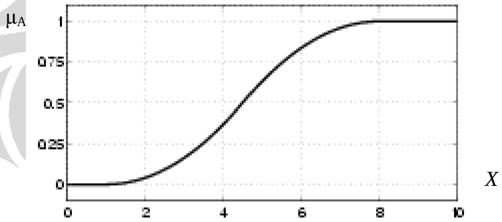


Gambar 9. Macam fungsi keanggotaan: representasi kurva DSigmoid

Fungsi keanggotaan dengan representasi kurva DSigmoid memiliki empat parameter (a_1, c_1, a_2, c_2) dengan aturan sebagai berikut.

$$\mu A(x) = \left(\frac{1}{1+\exp(-a_1(x-c_1))}\right)-\left(\frac{1}{1+\exp(-a_2(x-c_2))}\right)$$

- Representasi kurva S

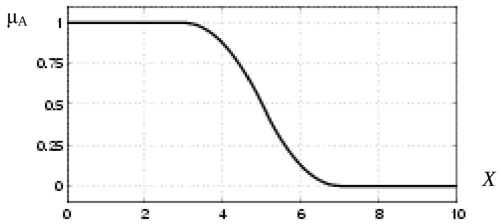


Gambar 10. Macam fungsi keanggotaan: representasi kurva S

Fungsi keanggotaan dengan representasi kurva S memiliki dua parameter (a, b) dengan aturan sebagai berikut.

$$\mu A(x) = \begin{cases} 0, & \text{jika } x \le a \\ 2[(x-a)/(b-a)]^2, & \text{jika } a \le x \le (a+b)/2 \\ 1-2[(x-a)/(b-a)]^2, & \text{jika } (a+b)/2 \le x \le b \\ 1, & \text{jika } x \ge b \end{cases}$$

- Representasi kurva Z

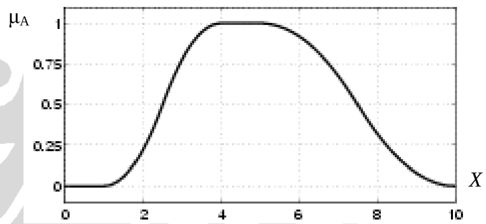


Gambar 11. Macam fungsi keanggotaan: representasi kurva Z

Fungsi keanggotaan dengan representasi kurva Z memiliki dua parameter (a, b) dengan aturan sebagai berikut.

$$\mu A(x) = \begin{cases} 1, & \text{jika } x \le a \\ 1 - 2\left[(x-a)/(b-a)\right]^2, & \text{jika } a \le x \le (a+b)/2 \\ 2\left[(x-a)/(b-a)\right]^2, & \text{jika } (a+b)/2 \le x \le b \\ 0, & \text{jika } x \ge b \end{cases}$$

- Representasi kurva phi



Gambar 12. Macam fungsi keanggotaan: representasi kurva phi

Fungsi keanggotaan dengan representasi kurva phi memiliki empat parameter (a, b, c, d) dengan aturan sebagai berikut.

$$\mu A(x) = S(x, a, b) * Z(x, c, d)$$

2.3 Relasi *Fuzzy*

Relasi *fuzzy* merupakan metode yang digunakan untuk melakukan ekspansi kata kunci pencarian pada penelitian tugas akhir ini. Subbab ini menjelaskan tentang relasi *fuzzy*. Penjelasan tersebut meliputi pengertian relasi *fuzzy* dan representasi relasi *fuzzy*.

2.3.1 Pengertian Relasi *Fuzzy*

Relasi *fuzzy* adalah sebuah metode yang dapat menggambarkan hubungan antara dua buah objek [DAR05]. Relasi *fuzzy* memiliki karakteristik berupa dua hal sebagai himpunan *fuzzy* [FRE09]. Karakteristik pertama adalah daftar pasangan elemen dan derajat keanggotaan, $\{\{v_1, w_1\}, R_{11}\}$, $\{\{v_1, w_2\}, R_{12}\}$, ... , $\{\{v_n, w_m\}, R_{nm}\}\}$. Elemen-elemen pada relasi tersebut didefinisikan sebagai pasangan terurut, $\{v_1, w_1\}$, $\{v_1, w_2\}$, … , $\{v_n, w_m\}$. Elemen-elemen ini dikelompokkan dengan derajat keanggotaan masing-masing, $\{R_{11}, R_{12}, \ldots , R_{nm}\}$ yang nilainya berada pada interval [0,1].

Karakteristik kedua adalah himpunan semesta. Pada relasi, himpunan semesta terdiri dari satu buah pasangan terurut, $\{\{V_{min}, V_{max}, c_1\}, \{W_{min}, W_{max}, c_2\}\}$. Bagian pertama mendefinisikan himpunan semesta yang digunakan pada himpunan pertama pada relasi, sedangkan bagian kedua mendefinisikan himpunan semesta pada himpunan kedua [FRE09].

Secara definitif, relasi *fuzzy* didefinisikan sebagai berikut: jika V dan W masing-masing merupakan himpunan tidak kosong, maka sebuah himpunan *fuzzy* R merupakan relasi *fuzzy* pada VxW atau dituliskan dengan notasi $R \in F(V \times W)$ [FRE09; FUZ09]. Jika $V = W$, maka himpunan *fuzzy* R disebut dengan relasi *fuzzy* biner pada V. Jika terdapat relasi *fuzzy* R dengan $V = \{v_i\}$, dengan i = 1, 2, … , dan $W = \{w_j\}$, dengan j = 1, 2, … , maka sebuah relasi *fuzzy* R dapat direpresentasikan sebagai berikut: ($R = \{\{\{v_i, w_j\}, R(v_i, w_j)\}\}$, dengan i = 1, 2, …). $R(v_i, w_j)$ diinterpretasikan sebagai derajat keanggotaan atau nilai relasi dari pasangan terurut (v_i, w_j) pada R.

Karena relasi *fuzzy* merupakan himpunan *fuzzy*, maka pada relasi *fuzzy* dapat pula diberlakukan operasi *complement*, *intersection*, dan *union* sebagai berikut.

$$\mu R^c (x, y) = 1 - \mu R (x, y);$$
$$\mu(R_1 \cap R_2)(x, y) = \min(\mu R_1(x, y), \mu R_2(x, y)); \text{ dan}$$
$$\mu(R_1 \cup R_2)(x, y) = \max(\mu R_1(x, y), \mu R_2(x, y))$$

2.3.2 Representasi Relasi *Fuzzy*

Sebelumnya telah ditunjukkan representasi sebuah relasi *fuzzy* *R* dalam bentuk (*R* = {{{v_i, w_j}, R(v_i, w_j)}}, dengan i = 1, 2, …). Selain representasi tersebut, relasi *fuzzy* dapat juga direpresentasikan dalam bentuk matriks dan *graph*.

- Representasi matriks

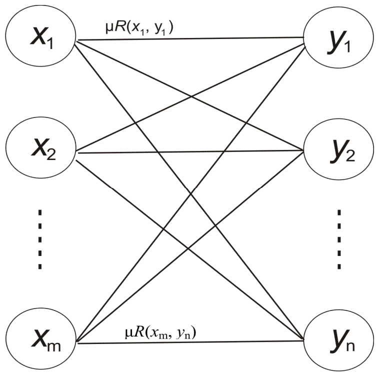
  Jika *X* dan *Y* masing-masing merupakan himpunan, dan *R* adalah sebuah relasi *fuzzy* pada (*X* x *Y*). Jika $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}$ dan $Y = \{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ merupakan himpunan berhingga, maka representasi matriks dari *R* adalah sebagai berikut:

$$R = \begin{pmatrix} \mu R(x_1, y_1) & \ldots & \mu R(x_1, y_n) \\ : & & : \\ \mu R(x_m, y_1) & \ldots & \mu R(x_m, y_n) \end{pmatrix}$$

  Matrisk tersebut merupakan sebuah matriks *fuzzy* berdimensi *m*x*n*. Jika *X* = *Y*, maka *R* mendefinisikan sebuah matriks *fuzzy* persegi berdimensi *m*x*m*.

- Representasi *graph*

  Jika *X* dan *Y* masing-masing merupakan himpunan, dan *R* adalah sebuah relasi *fuzzy* pada (*X* x *Y*). Jika $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}$ dan $Y = \{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ merupakan himpunan berhingga, maka representasi *graph* dari *R* adalah sebagai berikut:



Gambar 13. Representasi *graph* pada relasi *fuzzy*

Setiap *node* pada *graph* merepresentasikan setiap elemen atau objek pada *R*, sedangkan *edge* merepresentasikan derajat keanggotaan atau nilai relasi $\mu R(x_m, y_n)$ antara elemen x_m dengan y_n.

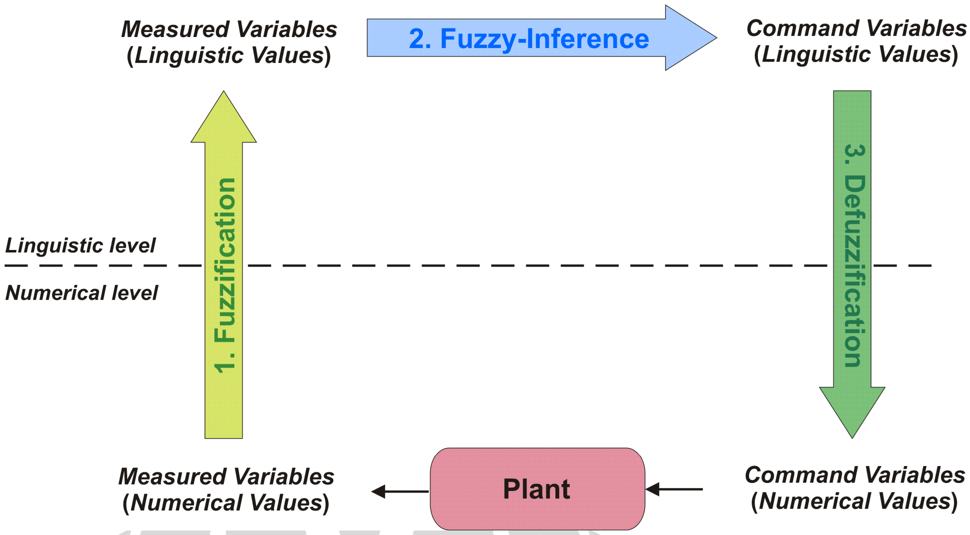
2.4 Sistem Inferensi *Fuzzy* Takagi-Sugeno-Kang (TSK)

Pada penelitian tugas akhir ini, sistem inferensi *fuzzy* Takagi-Sugeno-Kang (TSK) merupakan metode yang digunakan untuk melakukan pemeringkatan hasil pencarian. Subbab ini menjelaskan tentang sistem inferensi *fuzzy* Takagi-Sugeno-Kang (TSK). Penjelasan tersebut diawali dengan penjelasan tentang sistem *fuzzy*, kemudian dilanjutkan dengan penjelasan tentang konsep dasar sistem inferensi *fuzzy* TSK dan model sistem inferensi *fuzzy* TSK.

2.4.1 Sistem *Fuzzy*

Sebelum memasuki penjelasan tentang sistem inferensi *fuzzy* TSK, terlebih dahulu dijelaskan tentang sistem *fuzzy*. Sistem *fuzzy* mencakup himpunan *fuzzy*, logika *fuzzy*, algoritma, dan kontrol *fuzzy*. Ide utama dari setiap domain *fuzzy* tersebut terletak pada eksploitasi konsep *fuzzieness*. Konsep utama dari *fuzzieness* adalah memungkinkan terjadinya transisi yang bertahap, misalnya dari 0 ke 1, daripada transisi secara *crisp* antara nilai biner 0 dan 1 [MUN07].

Pada himpunan *crisp*, suatu elemen dapat merupakan anggota dari himpunan tersebut (biasanya dierpresentasikan dengan nilai 1) atau tidak (biasanya direpresentasikan dengan nilai 0). Pada himpunan *crisp* tidak diperhitungkan situasi apakah suatu elemen termasuk anggota himpunan tersebut dengan derajat keanggotaan 30%, 50%, atau 65%. Sistem *fuzzy* mencoba memperluas situasi tersebut dengan menggabungkan kebenaran parsial. Sistem *fuzzy* cocok diterapkan pada *uncertain* atau *approximate reasoning*, khususnya pada sistem yang sulit dimodelkan secara matematik [MUN07].



Gambar 14. Skema elemen dasar sistem *fuzzy*

Berdasarkan skema elemen dasar sistem *fuzzy* di atas, terdapat beberapa tahapan dalam sistem *fuzzy* yaitu [WID08]:

- *Fuzzification*. Berdasarkan fungsi keanggotaan, nilai *fuzzy* untuk variabel *input* dikalkulasi derajat keanggotaannya.
- *Fuzzy inference* (inferensi *fuzzy*). *Input* nilai *fuzzy* diaplikasikan sebagai *antecedent* dari aturan *fuzzy*. Jika aturan *fuzzy* memiliki banyak *antecedent*, maka operator logika *fuzzy* (t-norm/AND atau s-norm/OR) digunakan untuk mendapatkan nilai tunggal yang merepresentasikan hasil dari evaluasi *antecendent*. Kemudian dari semua *consequent*, dilakukan agregasi dari semua nilai fungsi keanggotaan. Terdapat dua macam metode inferensi *fuzzy*, yaitu sistem inferensi *fuzzy* Mamdani dan sistem inferensi *fuzzy* Takagi-Sugeno-Kang (TSK).
- *Defuzzification*. *Input* dari proses *defuzzification* adalah agregasi dari *output* himpunan *fuzzy* dan *output*-nya adalah sebuah nilai tunggal. Salah satu metode *defuzzification* adalah *Weighted Average* (WA) dengan rumus sebagai berikut.

$$WA = \frac{(\mu(a) \times a) + (\mu(b) \times b) + \ldots}{\mu(a) + \mu(b) + \ldots}$$

2.4.2 Konsep Dasar Sistem Inferensi *Fuzzy* TSK

Sistem inferensi *fuzzy* TSK merupakan salah satu metode inferensi *fuzzy* (*fuzzy inference*), selain metode inferensi *fuzzy* Mamdani. Sistem inferensi *fuzzy* TSK pertama kali diperkenalkan oleh Michio Sugeno pada tahun 1985 [DIG06; WID08], dan kemudian dikembangkan oleh Takagi dan Kang. Pada inferensi *fuzzy* Mamdani, *output* dari aturan *fuzzy* merupakan himpunan *fuzzy*. Berbeda dengan metode inferensi *fuzzy* Mamdani, *output* dari aturan *fuzzy* pada inferensi *fuzzy* TSK tidak berupa himpunan *fuzzy*, melainkan sebuah *singleton*.

Singleton atau *fuzzy singleton* adalah himpunan *fuzzy* dengan fungsi keanggotaan berupa sebuah nilai tunggal (konstanta) atau sebuah persamaan linier [WID08]. Jika X dan Y merupakan himpunan semesta, maka format dari aturan *fuzzy* TSK adalah sebagai berikut [COC06; WID08]:

IF	x adalah A
AND	y adalah B
THEN	z adalah $f(x, y)$

Pada aturan *fuzzy* TSK di atas, x, y, dan z adalah *linguistic variable*, sedangkan A dan B adalah himpunan *fuzzy* pada X dan Y. Adapun $f(x, y)$ adalah fungsi matematik [WID08].

2.4.3 Model Sistem Inferensi *Fuzzy* TSK

Sistem inferensi *fuzzy* TSK memiliki dua bentuk model tergantung pada *singleton*-nya. Kedua model sistem inferensi *fuzzy* TSK tersebut adalah sebagai berikut [DIG06; WID08]:

- Orde-nol

  Jika $f(x, y)$ = konstanta, maka bentuk tersebut disebut sebagai model sistem inferensi *fuzzy* TSK orde-nol dan dinyatakan sebagai berikut:

IF	x adalah A
AND	y adalah B
THEN	z adalah k

Consequent k merupakan konstanta. Pada kasus ini, *output* dari setiap aturan *fuzzy* adalah konstanta.

- Orde-satu

  Jika $f(x, y)$ = fungsi linier orde satu, maka bentuk tersebut disebut sebagai model sistem inferensi *fuzzy* TSK orde-satu dan dinyatakan sebagai berikut:

IF	x adalah A
AND	y adalah B
THEN	z adalah $(p_1{*}x + p_2{*}y + q)$

Pada pernyataan di atas, p_1, p_2, dan q merupakan konstanta. Pada kasus ini *output* dari setiap aturan *fuzzy* adalah sebuah fungsi linier.